CRISTIAN PRESURĂ

FIZICA POVESTITĂ

PREMIUL ACADEMIEI ROMÂNE

HUMANITAS

La primul contact cu această carte am avut sentimentul că ascult o muzică ce mă încântă ori de câte ori o aud. În interpretarea lui Cristian Presură, această compoziție grandioasă care e Fizica ajunge să sensibilizeze și urechile cel mai puțin educate științific.

Parcurgând cartea lui Cristian Presură veți ajunge să înțelegeți noțiuni precum modelul standard, unificarea interacțiilor din natură, materia și energia întunecată, găurile negre etc. Majoritatea fizicienilor care se încumetă să scrie o asemenea lucrare rezistă cu greu tentației de a folosi un limbaj matematic atotcuprinzător, cu numeroase formule, uneori greu de digerat de un nespecialist. Cartea lui Cristian Presură este cu atât mai valoroasă cu cât se adresează în egală măsură unui cititor neavizat și unuia bun cunoscător al formalismului matematic, care nu acceptă ușor afirmații fără demonstrație. Parafrazându-l pe Richard Feynman, pot spune că pentru a studia fizica există două posibilități: fie urmați timp de cinci ani cursurile facultății de fizică, fie citiți această carte.

Dr. Mircea Penția
Institutul Național de Fizică și Inginerie Nucleară, București–Măgurele
cercetător științific asociat CERN, Geneva

Alte cărți de știință la Humanitas:

STEPHEN HAWKING
Teoria universală

RICHARD FEYNMAN
Vă țineți de glume, domnule Feynman!

LAWRENCE M. KRAUSS
Omul cuantic

NIELS BOHR
Teoria atomică și descrierea lumii

PAUL J. ZAK
Molecula morală

ISBN 978-973-50-4665-1

FIZICA POVESTITĂ

Cristian Presură s-a născut în 1971 la Voineasa și a urmat studiile facultăților de electrotehnică și fizică. A lucrat la Institutul de Fizică Atomică, unde s-a ocupat de instalații electrice și a studiat proprietățile laserilor cu medii active solide.

În 2002 a obținut doctoratul în fizică la Universitatea Groningen, Olanda, unde a caracterizat proprietățile optice ale sistemelor corelate de electroni. Rezultatele sale s-au concretizat în lucrări publicate în reviste de specialitate: *Physical Review B*, *Physical Review Letters* și *Science*.

În prezent este cercetător la compania Philips, Olanda. S-a specializat în domeniul senzorilor medicali. Împreună cu echipa sa, a inventat și introdus pe piață primul ceas capabil să măsoare pulsul sportivilor numai pe baza senzorilor optici. A publicat mai multe zeci de lucrări și brevete de invenție.

Cristian Presură are o activitate intensă de popularizare a științei în limba română, scriind articole pentru ziare și reviste. Este membru al asociației cercetătorilor români Ad Astra și fondator al asociației Știință pentru Toți, prezentă la adresa de internet stiinta.club.

CRISTIAN PRESURĂ

FIZICA POVESTITĂ

Prefaţă de
MIRCEA PENŢIA

HUMANITAS
BUCUREŞTI

Redactor: Vlad Zografi
Coperta: Angela Rotaru
Imaginea copertei (Roiul Pleiade)
a fost pusă la dispoziţie de Flavius Gligor.

Tipărit la Real

© HUMANITAS, 2014, pentru prezenta versiune românească

Descrierea CIP a Bibliotecii Naţionale a României
Presură, Cristian
Fizica povestită / Cristian Presură; pref.: Mircea Penţia. –
Bucureşti: Humanitas, 2014
ISBN 978-973-50-4665-1
I. Penţia, Mircea (pref.)
53

EDITURA HUMANITAS
Piaţa Presei Libere 1, 013701 Bucureşti, România
tel. 021/408 83 50, fax 021/408 83 51
www.humanitas.ro

Comenzi online: www.libhumanitas.ro
Comenzi prin e-mail: vanzari@libhumanitas.ro
Comenzi telefonice: 021/311 23 30

Prefață

La primul contact cu această carte am avut sentimentul că ascult o muzică ce mă încântă ori de câte ori o aud. În interpretarea lui Cristian Presură, această compoziție grandioasă care e Fizica ajunge să sensibilizeze și urechile cel mai puțin educate științific.

Când am făcut primii pași în această lume fascinantă a fizicii, am citit tot felul de articole (cam haotic, e drept), aproape orice îmi cădea în mână. Mai peste tot găseam expresii de genul „după cum bine se știe..." și urma o formulă necunoscută mie. Această exprimare mă șoca de fiecare dată și îmi dădea sentimentul că sunt prea neinstruit în tainele fizicii moderne. Abia mai târziu am înțeles că lucrările științifice sunt un șir întreg de contribuții cu specializări foarte înguste, de abordări și modele care ajung să se impună doar în urma testării lor experimentale. De aceea, multe asemenea modele ajung la lada de gunoi, sunt complet uitate. Doar câteva se impun și devin adevărate teorii ce contribuie la înțelegerea modului în care e alcătuită și funcționează lumea înconjurătoare. Cartea de față conține tocmai aceste cunoștințe bine verificate și acceptate, adevărate „după cum bine se știe".

Întrebări care au frământat omenirea, cum ar fi: de unde venim și încotro ne îndreptăm sau din ce suntem alcătuiți și după ce legi funcționează lumea înconjurătoare, au fost puse dintotdeauna. Primele noțiuni și concepte științifice au apelat la senzorii umani de lumină, presiune, temperatură etc. Apoi au fost concepute diverse instrumente care au extins domeniile de sondare a lumii fizice, fie că e vorba de lumea universului macroscopic sau a celui microscopic. Cunoașterea lumii înconjurătoare a evoluat odată cu evoluția instrumentelor de care aceasta a dispus, ajungând ca astăzi să fie utilizate mari acceleratoare de particule, cum este Large Hadron Collider (LHC) de la CERN, Geneva, cu care se sondează și se testează cele mai îndrăznețe modele de structurare și funcționare ale materiei, cum e modelul standard.

Vechii greci credeau că la baza structurii și funcționării lumii înconjurătoare stau patru elemente constitutive: pământul, apa, aerul și focul. În accepțiunea actuală, aceste elemente constitutive sunt quarcii și leptonii ca elemente de structură, alături de cele patru forțe de interacție dintre ele, mediate prin bosonii de schimb corespunzători, respectiv fotonii pentru interacția electromagnetică, gluonii pentru interacția nucleară tare, bosonii W și Z pentru interacția nucleară slabă și gravitonii pentru interacția gravitațională, iar în cele din urmă bosonii Higgs.

Descrierea unificată a tuturor forțelor de interacție a început cu cea a lui Newton, care a arătat că forța care face ca mărul să cadă din pom este aceeași cu cea care ține planetele pe orbitele proprii în mișcarea lor de revoluție în jurul Soarelui. Apoi Maxwell a arătat că forța electrică și cea magnetică sunt două aspecte ale uneia și aceleiași forțe electromagnetice, care în diverse situații se manifestă fie sub formă electrică, fie sub formă magnetică. Mai târziu, Weinberg, Glashow și Salam au aratat că interacția electromagnetică, la rândul ei, este doar o manifestare particulară a unei interacții mai generale, interacția electroslabă, care include și interacția nucleară slabă. În prezent se fac eforturi deosebite pentru a obține o descriere unificată a tuturor interacțiilor din natură, prin includerea și a interacției nucleare tari (actualul model standard), iar apoi și a celei gravitaționale.

Toate aceste încercări teoretice de unificare se fac în paralel cu testările experimentale din marile laboratoare ale lumii ale diverselor modele existente. Cercetările din aceste laboratoare se desfășoară pe un front foarte larg, de la descoperirea de noi particule elementare, cum ar fi detectarea recentă a bosonului Higgs ca piesa lipsă din modelul standard, și până la studiul materiei și energiei întunecate sau al găurilor negre. Parcurgând cartea lui Cristian Presură veți ajunge să înțelegeți toate aceste noțiuni, cum ar fi modelul standard, unificarea interacțiilor din natură, materia și energia întunecată, găurile negre etc. Fiind scrisă de un fizician pasionat, care a pătruns și înțeles tainele fizicii moderne, scrisă cu rigoarea și competența unui specialist, cartea este un valoros îndrumar atât pentru informarea unui public dornic să cunoască fizica modernă, cât și pentru a călăuzi pașii unui tineret instruit, care posedă cunoștințe generale și de matematică la nivel de liceu, sau chiar a celui care dorește să urmeze o carieră în domeniul științific sau tehnic. De altfel, deducțiile și demonstrațiile din carte (plasate în căsuțe separate), împreună cu anexele, sunt adevărate lecții de fizică utile inclusiv studenților de la facultățile de fizică sau politehnică.

În cuprinsul acestei cărți veți găsi toate abordările actuale ale fizicii moderne, începând cu mecanica newtoniană, aplicată la mișcarea corpurilor cerești, trecând la electromagnetism, folosit ca model pentru toate câmpurile

fizice din natură, și ajungând la teoria relativității. Ca implicații ale teoriei relativității, sunt abordate printre altele expansiunea universului, găurile negre sau materia și energia întunecată.

Trecând la mecanica cuantică, sunt abordate postulatele acestui capitol al fizicii moderne, greu de acceptat chiar și de către mulți fizicieni formați în concepția unei fizici deterministe, și, de asemenea, este relevat caracterul non-local al proceselor cuantice.

Prin unificarea teoriilor clasice de câmp și a mecanicii cuantice s-a elaborat cea mai completă și precisă teorie cuantică de câmp – electrodinamica cuantică. Una dintre consecințele importante ale acestei teorii este legată de interpretarea vidului cuantic nu ca un spațiu cu desăvârșire gol, ci ca unul umplut cu o sumedenie de particule virtuale, datorate fluctuațiilor locale energetice, cu producere și anihilare permanentă de particule. Existența acestora a fost demonstrată experimental, de exemplu prin deplasarea Lamb a nivelelor energetice dintr-un atom.

Trecând în continuare la particulele elementare, cunoștințele actuale arată că elementele de structură ale particulelor elementare sunt la nivelul quarcilor și leptonilor. Interacțiile lor electromagnetică și slabă sunt descrise prin teoria electroslabă. Interacția tare dintre aceste elemente de structură este descrisă de cromodinamica cuantică, e drept încă nedefinitivată pentru distanțe mari. Aceasta funcționează și descrie deocamdată procesele de interacție tare la distanțe mai mici de 10^{-16} m între quarci.

În final sunt abordate fenomene și teorii aflate în topul lucrărilor teoretice și experimentale actuale. Printre acestea amintim modelul standard, modelul marii unificări, modele dincolo de modelul standard, cum ar fi teoria supersimetriilor sau teoria corzilor și a supercorzilor.

Majoritatea fizicienilor care se încumetă să scrie o asemenea carte rezistă cu greu tentației de a folosi un limbaj matematic atotcuprinzător, cu numeroase formule, uneori greu de digerat pentru un nespecialist. Un asemenea cititor obișnuit vrea doar să rămână cu iluzia înțelegerii lumii fizice și să „apuce" câțiva termeni mai sofisticați cu care apoi să se arate „bun" cunoscător în ale fizicii la diverse discuții și întâlniri mondene. În acest sens, cartea lui Cristian Presură este cu atât mai valoroasă cu cât se adresează în egală măsură unui cititor neavizat și unuia bun cunoscător al formalismului matematic. Parafrazându-l pe Richard Feynman, pot spune că pentru a studia fizica există două posibilități: fie urmați timp de cinci ani cursurile facultății de fizică, fie citiți această carte.

În cazul cărții de față, Cristian Presură îi împacă atât pe cei mai cârcotași, care nu acceptă nimic fără demonstrație, cât și pe cei care vor doar să afle cum funcționează fizica în cele mai ascunse cotloane ale lumii materiale, care sunt legitățile ce guvernează această lume și care sunt posibilitățile de a folosi aceste legi. Legile fizicii, spre deosebire de cele sociale, nu pot fi supuse la vot, nu pot fi ignorate sau ocolite. Ele sunt plasate deasupra tuturor și guvernează întregul univers. Ele pot fi doar cercetate și eventual descoperite, acesta fiind de altfel și obiectivul principal al cercetării științifice.

Dr. MIRCEA PENŢIA
Institutul Naţional de Fizică şi Inginerie Nucleară,
Bucureşti–Măgurele
cercetător ştiinţific asociat CERN, Geneva

Cuvânt de mulțumire

Lucrarea de față a fost posibilă cu sprijinul mai multor prieteni și colaboratori. Nimic din următoarele pagini nu aparține autorului, în afară de greșeli. Țin de aceea să le mulțumesc celor care au citit manuscrisul și mi-au făcut observații prețioase pe marginea lui: domnul profesor Emil Vinteler (Universitatea din Cluj), domnul profesor Alexandru Nicolae (Universitatea Politehnica din București), domnul profesor Dan Milici (Universitatea din Suceava), dr. Catalina Petrașcu (Laboratori Nazionali INFN, Italia), dr. Valentin Curtef (Universitatea Würzburg, Germania), dr. Lucian Ancu (Universitatea Berna, Elveția) și dr. Radu Ionaș (Universitatea Edinburgh, Scoția). Mulțumiri speciale li se cuvin doamnei Aurelia Lupei și domnului academician Voicu Lupei pentru susținerea constantă de-a lungului timpului, și domnului Vlad Zografi pentru răbdarea uimitoare de care a dat dovadă corectând manuscrisul. Le mulțumesc de asemenea tuturor celor care și-au dat acordul pentru reproduceri. Nu în ultimul rând țin să le mulțumesc soției și copiilor care mi-au fost alături în decursul acestei strădanii.

CRISTIAN PRESURĂ,
Eindhoven, septembrie 2014

Cuprins

1 Începuturile astronomiei **15**

1. Limbajul naturii și limitele sale . . . 15
2. Forma Pământului . . . 17
3. Dimensiunea Pământului . . . 18
4. Mișcarea Pământului în jurul propriei axe . . . 19
5. Avantajul practic al stelelor fixe . . . 20
6. Dimensiunea Lunii . . . 21
7. Distanța de la Soare la Pământ . . . 22
8. Modelul lui Ptolemeu . . . 23
9. Sistemul lui Copernic . . . 24
10. Orbita eliptică a planetelor . . . 25

2 Fundamentele mecanicii clasice **28**

11. Căderea liberă a corpurilor . . . 28
12. Cele trei principii ale mecanicii . . . 30
13. Masa inerțială și masa gravitațională . . . 32
14. Atracția gravitațională . . . 33
15. Periodicitatea mareelor . . . 34
16. Mișcarea eliptică . . . 35
17. Modelarea numerică . . . 38
18. Măsurarea constantei gravitaționale . . . 39
19. Despre energie și limbajul fizicii . . . 40
20. Planete extrasolare . . . 42

3 Electricitatea și magnetismul **46**

21. Electricitatea ca un joc . . . 46
22. Dopul de plută și câmpul electric . . . 48
23. Broasca electrocutată și apariția bateriei . . . 50
24. Polii magnetici care nu pot fi separați . . . 51
25. Generarea câmpului magnetic de către sarcinile electrice . . . 52
26. Acțiunea câmpului magnetic asupra sarcinilor electrice în mișcare . . . 53
27. Millikan și sarcina electronului . . . 55
28. Thomson și raportul dintre sarcina electrică și masa electronului . . . 56
29. Semnificația numărului lui Avogadro . . . 58
30. Electroliza. Masa și dimensiunea unui atom. . . . 60
31. Modelul planetar al atomului . . . 62
32. O scurtă enumerare a stărilor materiei . . . 65

4 Electromagnetism **67**

33. Câmpuri magnetice variabile în timp . . . 67
34. Câmpuri electrice variabile în timp . . . 68

35. Ecuațiile lui Maxwell . . . 69
36. Undele electromagnetice . . . 71
37. Lumina este o undă electromagnetică . . . 73
38. Oscilațiile undelor electromagnetice și difracția luminii . . . 75
39. Prima măsurătoare directă a oscilației câmpului electric al luminii . . . 79
40. Metamateriale. Lentila perfectă. Invizibilitate. . . . 80
41. Energia câmpului electromagnetic . . . 84
42. Transmisia energiei pentru câmpul electromagnetic . . . 85
43. Masa inerțială a câmpului electromagnetic . . . 87
44. Presiunea luminii Cum putem cântări lumina. . . . 90

5 De la electromagnetism către o teorie a relativității 93
45. Echivalența sistemelor de referință inerțiale . . . 93
46. Legile electromagnetismului și sistemele inerțiale . . . 94
47. Câmpurile electrice și magnetice în sisteme de referință inerțiale diferite . . . 96
48. Invarianța vitezei unei raze de lumină . . . 98
49. Independența vitezei luminii de viteza sursei care o emite . . . 100
50. Experimentul lui Michelson și Morley . . . 101
51. Aberația luminii stelare . . . 104
52. Dilatarea timpului . . . 105
53. Dilatarea timpului în electromagnetism, abordată clasic . . . 108
54. Universalitatea dilatării timpului . . . 110
55. Contracția Lorentz a lungimilor . . . 111

6 Teoria relativității restrânse 113
56. Postulatele lui Einstein . . . 113
57. Despre timpul și spațiul absolut . . . 114
58. Despre inexistența simultaneității absolute . . . 116
59. Paradoxul gemenilor . . . 117
60. Metrica spațiului-timp. Intervalul relativist. . . . 120
61. Formularea lui Minkovski pentru spațiu-timp . . . 124
62. Transformările Lorentz și principiul de reciprocitate . . . 127
63. Dependența masei inerțiale a unui corp de viteza sa . . . 130
64. De ce nici măcar informația nu poate depăși viteza luminii . . . 132
65. Echivalența dintre masa inerțială și energie . . . 133

7 Teoria relativității generale 137
66. Teoria incompletă a gravitației . . . 137
67. Principiul echivalenței și cheia înțelegerii relativității generale . . . 138
68. Geometria neeuclidiană exemplificată de suprafața sferei . . . 141
69. Harta unei suprafețe curbe și metrica sa . . . 143
70. Metrica spațiului-timp curb. Analogia cu o sferă. . . . 147
71. Mișcarea corpurilor și traiectoria unei raze de lumină . . . 153
72. Metrica spațiului-timp și ecuația lui Einstein . . . 155
73. Teoria relativității generale, recapitulată în trei legi . . . 157
74. Aproximarea ecuației lui Einstein . . . 159
75. Metrica Schwarzschild a spațiului-timp din jurul unei stele . . . 160
76. Periheliul planetei Mercur . . . 167
77. Curbarea unei raze de lumină în câmpul gravitațional . . . 170
78. Curbura spațiului în apropierea stelelor masive. Lentile gravitaționale. . . . 172
79. Efectul Doppler și deplasarea spre roșu a luminii în câmpuri gravitaționale . . . 174
80. Dilatarea timpului în câmpuri gravitaționale intense . . . 178

8 Implicațiile teoriei relativității în astronomia modernă 181
81. Sistemele de navigație GPS . . . 181
82. Detecția indirectă a undelor gravitaționale . . . 182
83. Sistemul LIGO de detecție directă a undelor gravitaționale . . . 184
84. O călătorie spre găurile negre . . . 185
85. Dovezi experimentale ale existenței găurilor negre . . . 189
86. Radiația Hawking și „găurile de vierme” . . . 192
87. Friedmann și expansiunea prezisă a universului . . . 194
88. Hubble și expansiunea măsurată a universului . . . 197

89. Radiația cosmică de fond, sau cum s-a întunecat universul . . . 200
90. Materia întunecată și rotația rapidă a galaxiilor . . . 203
91. Teoria dinamicii newtoniene modificate . . . 207
92. Energia întunecată și expansiunea accelerată a universului . . . 209

9 Mecanica cuantică **212**
93. Radiația corpului negru . . . 212
94. Oscilatorul cuantic și nivelurile discrete de energie . . . 214
95. De ce corpurile încălzite apar roșii și nu albastre . . . 215
96. Efectul fotoelectric. Fotonii. . . . 216
97. Emisia și absorbția luminii. Atomul de hidrogen. . . . 219
98. Unda pilot a electronului și rezonanța ei în atom . . . 221
99. Unda de probabilitate a fotonului . . . 224
100. Unda de probabilitate a electronului în experimentele de interferență . . . 227
101. Caracteristicile undei de probabilitate a electronului . . . 230
102. Ecuația lui Schrödinger pentru evoluția undei de probabilitate . . . 232
103. Cuantificarea oscilatorului armonic. Stări staționare. . . . 234
104. Efectul de tunelare cuantică . . . 237
105. Colapsul undei de probabilitate, sau misterul mecanicii cuantice . . . 239
106. Superpoziția cuantică, statuia cuantică și pisica lui Schrödinger . . . 242
107. Principiul de incertitudine al lui Heisenberg . . . 246
108. Spinul electronului . . . 249
109. Situația mai multor particule. Bosoni și fermioni . . . 254
110. Postulatele mecanicii cuantice . . . 257

10 Aspecte moderne ale mecanicii cuantice **261**
111. Decoerența și colapsul undei de probabilitate . . . 261
112. Creierul uman și mecanica cuantică . . . 264
113. Ipoteza universurilor multiple . . . 268
114. Paradoxul măsurătorii fără interacțiune . . . 271
115. Laserul și optica cuantică . . . 275
116. Calculatoare cuantice . . . 279
117. Teoria Bohm-de Broglie a undei pilot . . . 284
118. Caracterul non-local al mecanicii cuantice . . . 287
119. Paradoxul Einstein-Podolsky-Rosen și verificarea lui experimentală . . . 288
120. Teleportarea cuantică . . . 295
121. Criptografia cuantică . . . 301

11 Principiul acțiunii minime și teoriile clasice de câmp **305**
122. Formularea generală a principiului acțiunii minime . . . 305
123. Principiul lui Fermat . . . 307
124. Mecanica analitică. Lagrangeanul unui sistem mecanic . . . 309
125. Ecuațiile Euler-Lagrange pentru un sistem mecanic . . . 313
126. Sisteme cuplate în mecanica analitică . . . 315
127. Teoriile clasice de câmp și salteaua universului . . . 318
128. Potențialele electrodinamice ale câmpului electromagnetic . . . 321

12 Teoria cuantică a câmpurilor **329**
129. Esența mecanicii cuantice . . . 329
130. Geneza particulelor în reprezentarea poziției . . . 332
131. Reprezentarea impulsului pentru un câmp lipsit de interacțiune . . . 339
132. Mișcarea relativistă a electronului . . . 342
133. Pozitronul și confirmarea sa experimentală . . . 348
134. A doua cuantificare . . . 351
135. Interacțiunea dintre particule în reprezentarea poziției . . . 354
136. Unificarea câmpului electromagnetic și al undei de probabilitate . . . 359

13 Electrodinamica cuantică în interpretarea lui Feynman **364**
137. Metoda lui Feynman pentru o particulă fără spin . . . 364
138. Metoda lui Feynman în teoria cuantică a câmpurilor . . . 371
139. De la câmpuri înapoi la particule . . . 374
140. Propagarea particulelor . . . 377
141. Vertexul interacțiunii dintre electroni și fotoni . . . 382

142. Diagramele Feynman și multiplele procese virtuale . . . 384
143. Particulele virtuale și „supa cuantică"a universului . . . 390

14 Consecințe ale electrodinamicii cuantice **394**
144. Antiparticulele și călătoria înapoi în timp . . . 394
145. Diagramele Feynman în reprezentarea energie-impuls . . . 397
146. Problema infiniților din electrodinamica cuantică . . . 402
147. Renormarea electrodinamicii cuantice . . . 405
148. Deplasarea Lamb și lungimea de undă Compton . . . 410
149. Momentul anomal al electronului . . . 413
150. Vidul cuantic și forța Casimir . . . 414
151. Efectul Schwinger și energia de zero a vidului . . . 418

15 Fizica particulelor elementare **423**
152. Detectarea experimentală a noilor particule . . . 424
153. Acceleratoarele moderne de particule . . . 425
154. Despre particulele virtuale din acceleratoarele de particule . . . 427
155. Forța nucleară tare . . . 430
156. Familiile de particule: leptoni, barioni și mezoni . . . 432
157. Ordonarea mezonilor și barionilor . . . 433
158. Quarcii și aromele acestora. . . . 436
159. Sistematizarea particulelor elementare . . . 438
160. Principiul de incertitudine energie-timp și importanța proceselor virtuale . . . 439

16 Cromodinamica cuantică **444**
161. Transformările de etalonare ale câmpului electromagnetic . . . 444
162. Experimentul Aharonov-Bohm și potențialele electrodinamice . . . 447
163. Principiul invarianței la transformarea de etalonare locală . . . 451
164. Culorile quarcilor . . . 456
165. Simetria SU(3) a quarcilor . . . 459
166. Gluonii colorați . . . 466
167. Forța de culoare . . . 469
168. Quarcii liberi și culoarea particulelor compuse . . . 471

17 Interacțiunea electroslabă **474**
169. Neutrinul, precursorul forței nucleare slabe . . . 475
170. Bosonul W, mediatorul interacțiunilor nucleare slabe . . . 476
171. Chiralitatea neutrinului și ruperea simetriei de chiralitate . . . 478
172. Interacțiunea nucleară slabă și simetria SU(2) × U(1) . . . 481
173. Ideea de bază a mecanismului Higgs: asemănarea cu supraconductorii . . . 488
174. „Înghețul"universului și ruperea spontană de simetrie . . . 492
175. Unificarea electromagnetismului cu teoria interacțiunillor nucleare slabe . . . 501
176. Achiziția de masă nenulă a electronului . . . 507
177. Quarcii și interacțiunea slabă . . . 510

18 Cercetări actuale în fizica particulelor elementare **512**
178. Modelul standard al particulelor elementare . . . 513
179. O istorie foarte scurtă a universului . . . 514
180. Modelul inflaționar al universului . . . 520
181. Inflația eternă, unde gravitaționale și universuri multiple . . . 525
182. Violarea simetriei dintre materie și antimaterie și a celei de sarcină-paritate . . . 530
183. Oscilațiile neutrinilor și masa lor nenulă . . . 533
184. Supersimetria particulelor elementare și energia vidului . . . 537
185. Marea unificare a forțelor fundamentale și energia Planck . . . 540
186. Descoperirea bosonului Higgs la acceleratorul Large Hadron Collider . . . 544
187. Găurile negre microscopice, un pericol pentru Pământ? . . . 547
188. Ce ne mai așteptăm să găsim la LHC? . . . 551

19 Teoria corzilor relativiste **553**
189. Introducerea corzii relativiste și un avertisment . . . 553
190. Istoria corzilor relativiste . . . 554
191. Ce este o coardă relativistă? . . . 558
192. Ecuația fundamentală de mișcare a corzii relativiste . . . 560

193. Interacțiunea dintre corzi, emisia și absorbția de particule . . . 564
194. Mișcarea clasică a corzii relativiste . . . 566
195. Cuantificarea vibrației corzii relativiste . . . 569
196. Universul corzii bosonice cu 26 de dimensiuni spațio-temporale . . . 571

20 Teoria supercorzilor **574**
197. Supercoarda și universul cu 10 dimensiuni . . . 574
198. Supersimetria și proiecția GSO . . . 577
199. Dimensiunile suplimentare ale spațiului în modelul Kaluza-Klein . . . 579
200. Dualitatea T, teoria M și supergravitația . . . 581
201. Compactarea dimensiunilor spațiale și principiul antropic . . . 585
202. Lumea branelor și mărimea dimensiunilor suplimentare . . . 589
203. Despre entropie și radiația Hawking a găurilor negre . . . 592

21 Fizica, între cotidian și viitor **597**
204. Fizica modernă, recunoscută în lumea înconjurătoare . . . 597
205. Istoria căderii libere a unui corp . . . 599
206. Gravitația cuantică . . . 603
207. Impasurile din fizica modernă, indicii pentru viitor . . . 608

22 Anexă **615**
208. Despre matematicieni și fizicieni, derivate și integrale . . . 615
209. Convenții pentru operații matematice . . . 617
210. Notații relativiste . . . 618
211. Notații pentru mărimile fizice . . . 619
212. Scurtă bibliografie . . . 621

23 Anexă matematică: Metoda canonică în mecanica cuantică **622**
213. Formularea canonică, între magie și exactitate matematică . . . 622
214. Legătura cu metoda lui Feynman în cazul discret . . . 628
215. Legătura cu metoda lui Feynman în cazul continuu . . . 630
216. Oscilatorul bosonic și cel fermionic în metoda canonică . . . 633
217. Teoria cuantică a câmpurilor în metoda canonică . . . 635

Indice **641**

1

Începuturile astronomiei

Obiectul fizicii este universul material în care trăim, iar scopul ei este în esență explicitarea comportamentului acestui univers. Pentru aceasta, fizica are nevoie de un limbaj și de o metodă de analiză. În prima secțiune vom discuta puțin forma acestui limbaj (matematica) și limitările sale. În secțiunile ce urmează vom exemplifica metoda de analiză cu ajutorul unor noțiuni de astronomie.

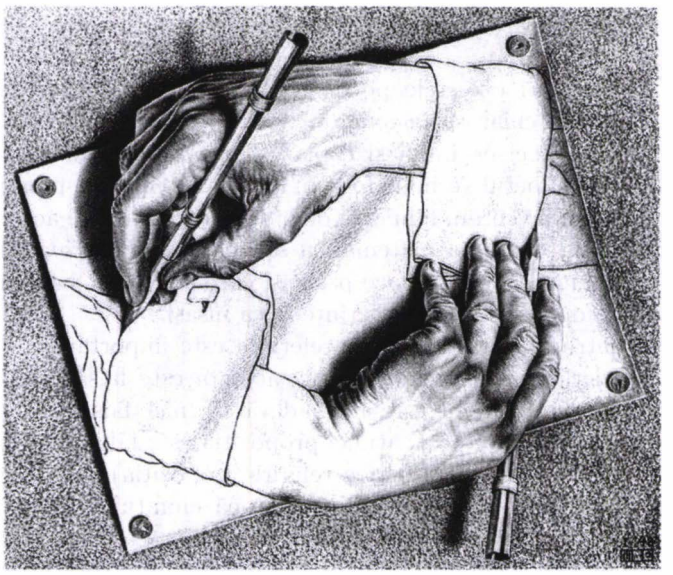

Figura 1.1: *O mână ce o desenează pe cealaltă, într-o cunoscută lucrare a artistului olandez Maurits Escher. Care mână este a Creatorului și care mână aparține creației sale? „Drawing Hands" (c) 2010 The M.C. Escher Company - the Netherlands. Toate drepturile rezervate. Imagine folosită cu permisiunea www.mcescher.com.*

1. Limbajul naturii și limitele sale

Einstein spunea odată că lucrul cel mai de neînțeles este că *lumea poate fi înțeleasă.* Ciudat, nu? Ne-am fi așteptat ca lumea să fie o colecție haotică de întâmplări singulare și complet imprevizibile, un univers în care se poate întâmpla orice și oricând. Dar universul își are legile lui, pe care oamenii de știință încearcă să le descopere.

Ploaia, de exemplu, cade mereu de sus în jos și nu ne așteptăm să ne punem umbrela sub picioare atunci când ieșim din casă. Există deci o lege a ploii, care ne spune că picăturile acesteia cad în jos. Fenomenul are loc mereu în același fel, în mod natural. Observația scoate în evidență o *ordine* în univers, ordine relevată de știință prin experimente repetabile.

Să observăm că ordinea universului o „citim" în limbajul matematicii. Dacă avem două monede de cinci lei, știm că sunt în total zece lei. Dacă trenul pleacă din București la o oră și știm cât de repede merge, putem prezice când ajunge la Râmnicu Vâlcea. Poziția unei stele o măsurăm pe cer și o scriem în caiet cu ajutorul unor numere. Putem prezice unde se va afla steaua peste două ore, dacă luăm în calcul rotația boltei cerești în jurul Pământului, adunând și înmulțind numere.

Matematica stă la baza fizicii și a modului de percepere a universului. Fără să numărăm nu putem aborda problema ordinii universului, iar fără să învățăm să rezolvăm integrale nu vom rezolva ecuațiile fizicii. *Matematica este limbajul naturii*, așa cum s-a afirmat adeseori.

Desigur, se prea poate ca această afirmație să fie falsă și niște extraterestri să găsească un alt limbaj al naturii. La urma urmei misticii au altă părere, spunând că universul este înțeles prin intuiție, iar poeții spun că universul ne „vorbește" prin frumusețea naturii. În cartea de față noi ne vom limita la limbajul matematicii pentru a descoperi tainele universului material.

Matematicianul Bertrand Russell (1872-1970) a încercat să încapsuleze toată logica matematicii în cartea sa „Principia mathematica", pentru a demonstra *noncontradicția* și *completitudinea* matematicii, fără să reușească decât parțial. Pentru cei curioși, „Principia mathematica" este o carte atipică. După o scurtă introducere, urmează mii de propoziții logice care se deduc una din alta. Este ca și cum Russell ar încerca să ne convingă că universul are o structură logică, ce se reconstruiește folosind propoziții logice deduse una din alta, cu ajutorul unor reguli definite dinainte.

Foarte încântați, mulți oameni de știință au ridicat matematica în sfera abstractului, undeva dincolo de univers,

necontaminată de timp și spațiu. Cu toate acestea, matematicianul Kurt Gödel (1906-1978) a demonstrat (culmea, matematic!) că și matematica își are limitele ei. În esență, Gödel ne spune că matematica este un doar limbaj, care face parte din această lume și care nu poate descrie complet însăși lumea din care face parte. Cu alte cuvinte, nu ne așteptăm să explicăm întreg universul, odată ce facem parte din el. Nu este nevoie să fim filozofi ca să ne dăm seama că, în acest caz, nu putem explica *totul.*

Matematica este o parte a acestei lumi, la fel cum eu sau dumneavoastră suntem parte a ei. Relația $1 + 1 = 2$ este valabilă pentru toată lumea. Dacă pun un măr lângă altul, am două, oricine este de acord cu asta, atâta timp cât nu se întâmplă nimic fizic cu merele. Și, fiindcă așa stau lucrurile pentru toți, cădem de acord și construim limbajul matematicii. Cu toate acestea, pentru că matematica este o construcție a lumii (în fond, o jonglerie cu mere), nu ne așteptăm ca ea să descrie întreaga lume din care face parte.

Nu numai obiectele pe care le folosim fac parte din lume, dar chiar și *imaginația noastră este contaminată de lume*, căci ea imită și copiază comportamentul acestei lumi. Poetul german Johann Wolfgang Goethe spunea că noi nu inventăm nimic, ci doar redescoperim. De aceea nu ne așteptăm ca matematica să poată explica *complet* însăși lumea din care face parte și care a creat-o, căci ar naște contradicții prin referințe la ea însăși.

Pentru a arăta de ce autoreferința este importantă, să considerăm enunțul „Propoziția aceasta este falsă" și să observăm că el nu este nici adevărat, nici fals. Dacă enunțul este adevărat, atunci propozitia este falsă, și deci enunțul însuși (la care face referire propoziția) este fals, ajungându-se la o contradicție. Dacă enunțul este fals, atunci propoziția trebuie să fie adevărată, ceea ce implică automat ca și enunțul (la care face referire propoziția) trebuie să fie adevărat. Ajungem iarăși la o contradicție. Vedem astfel că enunțul precedent nu este nici adevărat, nici fals. Observăm însă că acest enunț conține o referință la el însuși.

Într-un mod asemănător, Kurt Gödel a arătat la începutul secolului trecut că matematica conține anumite propoziții despre care nu se poate demonstra nici că sunt adevărate nici că sunt false, și deci este *incompletă.* Metoda lui Gödel este pe cât de interesantă, pe atât de eficientă. Astfel, Gödel urmărește ideile lui Russell, care recunoaște că matematica (și în general orice fel de limbaj) este o colecție de *simboluri.* Gödel însă are ideea genială de a considera că aceste simboluri sunt chiar numere!

Exemplul cel mai simplu este cel al jocului *opera Gusti*, un joc pe care copiii îl joacă pentru a-și transmite mesaje „secrete". În acest joc, o parte din litere sunt înlocuite cu cifre, prin identificarea „operagusti"=„1234567890". De exemplu, cuvântul „toiag" se scrie ca „91056". Desigur, în cazul jocului nu avem cifre suficiente să acoperim toate literele, așa încât vom avea și cuvinte precum „5c123409" sau „c5d".

În cazul logicii matematice, Gödel a rescris toate propozițiile logice cu numai șapte cifre, prin niște artificii ingenioase, care au minimizat simbolurile folosite. Toate simbolurile de bază din propozițiile logice, de exemplu „sau" și cuvântul „egal", erau descrise de una dintre cele șapte cifre. În final, fiecare propoziție logică era exprimată

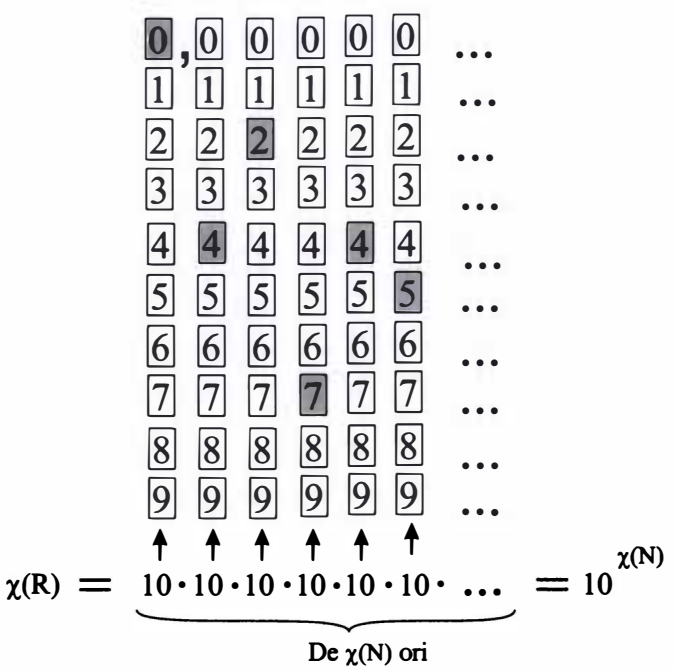

Figura 1.2: *Câte numere reale avem? Pentru fiecare cifră a numărului real avem zece alegeri. În figură este exemplificat numărul real* $0,42745\ldots$. *Numărul total* $\chi(R)$ *de numere reale este un produs al acestor posibilități* $\chi(R) = 10 \cdot 10 \cdot \ldots \cdot 10 \cdot \ldots$. *Dacă notăm cu* $\chi(N)$ *numărul infinit de elemente al mulțimii numerelor naturale, atunci avem* $\chi(R) = 10^{\chi(N)}$. *Interesant este că cele două numere* $\chi(N)$ *și* $\chi(R)$ *sunt infinități diferite, pentru că nu poate fi găsită o relație bijectivă între mulțimile pe care le reprezintă.*

printr-o *succesiune de cifre*, adică un număr. Adeverirea unei propoziții este de asemenea reprezentată de un număr, iar negarea acelei propoziții este un alt număr. Să remarcăm și că o succesiune de propoziții devine o *succesiune de numere.* A demonstra sau a nega o propoziție se reduce la a găsi succesiunea de numere (conform unor reguli bine stabilite) care duce la unul din cele două numere care afirmă propoziția sau o neagă.

În principiu, ne-am aștepta ca orice propoziție care poate fi formulată să fie nu numai falsă sau adevărată, dar și *demonstrabilă.* În limbajul lui Gödel, aceasta înseamnă că pentru orice propoziție logică trebuie să găsim o succesiune de numere care conduce la numărul ce reprezintă afirmația sau negația propoziției. Gödel însă a arătat că există propoziții matematice pentru care nici unul dintre cele două numere (reprezentând afirmația sau negația propoziției) nu poate fi construit ca o succesiune de numere ale propozițiilor intermediare. Cu alte cuvinte, matematica este *incompletă*, existând propoziții despre care nu se poate demonstra nici că sunt false, nici că sunt adevărate.

Demonstrația lui Gödel folosește faptul că *metalimbajul* (adică limbajul logicii) a devenit acum o succesiune de numere, succesiune căreia i se poate și ei atașa un alt număr. Pe de altă parte, acest metalimbaj (limbajul matematicii), scris cu numere, se referă tocmai la numere! Ne aflăm atunci într-o situație contradictorie, când vrem să descriem o lume (lumea numerelor, a matematicii) cu

instrumente aparținând aceleiași lumi (tot numere, simbolurile noastre, dar care descriu de această dată metalimbajul). Propoziția construită de Gödel care nu poate fi demonstrată este de fapt enunțul menționat de noi deja, „Propoziția aceasta este falsă", scris în metalimbajul numerelor și care se referă tot la numere.

Teorema de incompletitudine a lui Gödel nu a rămas în aria filozofiei. Astfel, matematicienii chiar au găsit o propoziție matematică care nu se poate demonstra nici că e falsă nici că e adevarată. Ea se referă la numărul de elemente pe care le au diferite mulțimi (finite sau infinite), număr ce poartă denumirea de *cardinal* în matematică.

Astfel, paradoxal, numărul infinit de elemente al mulțimii numerelor naturale (cardinalul numerelor naturale) este diferit de numărul infinit al elementelor mulțimii numerelor reale (cardinalul numerelor reale). Ciudat nu? Două numere infinite care sunt *diferite*. Acest lucru este posibil, pentru că nu există o relație bijectivă (unu la unu) între elementele celor două mulțimi (vezi figura 1.2).

Ne putem întreba dacă există mulțimi infinite al căror cardinal să se afle *între* cel al numerelor naturale și cel al numerelor reale (care este evident mai mare). Asemănător teoremei lui Gödel, matematicienii au arătat că nu vom demonstra niciodată răspunsul la această întrebare, pentru că ea nu are o succesiune de propoziții logice care să conducă la afirmarea sau negarea ei!

Este desigur fascinant să știm *cu siguranță* că nu putem demonstra vreodată răspunsul la o întrebare anume. În acest fel testăm în mod direct limitele cunoașterii noastre umane prin intermediul matematicii.

2. Forma Pământului

În această secțiune vom exemplifica metoda de lucru din fizică printr-o scurtă introducere în astronomie, pornind de la observații simple, accesibile și nouă, dar care ascund în ele esența lucrurilor.

Pentru grecii antici, răsăritul și apusul zilnic al Soarelui era o enigmă. Unii, de exemplu Xenofan (570-480 î.H.), credeau că Soarele este o colecție de pietre de foc, care se adună în fiecare dimineață ca să formeze Soarele, pentru a se despărți apoi seara. Alții credeau că Soarele este mereu altul în fiecare dimineață. Era greu de spus pe atunci ce este Soarele.

Astăzi, putem aduce următorul argument pentru natura Soarelui. Dacă am măsura mișcarea Soarelui pe cer, am găsi că ea este *uniformă*, cu o viteză de 5 grade pe oră. Aceasta conduce la o rotație de 360 de grade în 24 de ore (adică într-o zi), reprezentând unghiul subîntins de un cerc complet. Pentru noi este atunci ușor să presupunem că Soarele descrie un cerc complet și deci *ocolește* Pământul (vezi Figura 1.3). Acesta este un exemplu în care am descrie un fenomen fizic (mișcarea Soarelui) printr-un model matematic (mișcarea circulară uniformă), pentru că modelul matematic explică în esență comportamentul observat.

Pentru vechii greci, argumentele de mai sus nu erau așa de clare, însă o parte dintre ei au ajuns la aceeași concluzie,

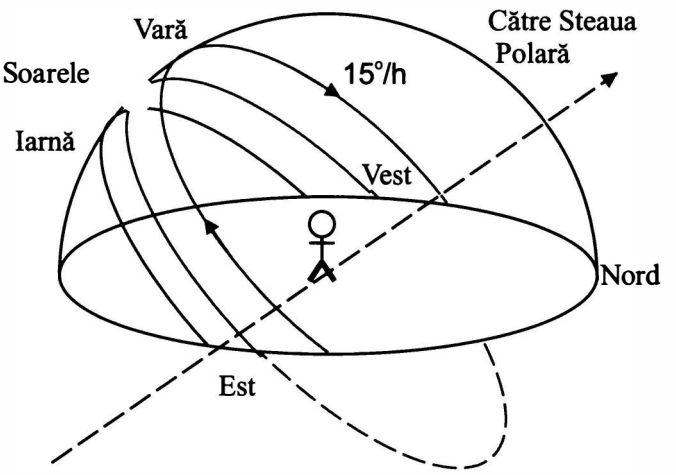

Figura 1.3: *Mișcarea zilnică a Soarelui pe cer, în diverse anotimpuri. De observat că Soarele se mișcă aparent pe cer cu o viteză de* 15° *pe oră, adică exact* 360° *pe zi, atât cât îi trebuie ca să ocolească Pământul.*

cum că Soarele ocolește Pământul. Faptul că Pământul poate fi ocolit a fost acceptat greu, căci el părea uriaș și nimeni nu îi văzuse capătul. Dar dacă poate fi ocolit, înseamnă că are formă. Indienii credeau că Pământul este plat ca o farfurie, purtat pe spate de un elefant. Mulți dintre filozofii greci credeau însă că Pământul este *rotund*, în special deoarece cercul era considerat o formă perfectă. Dintre ei s-au remarcat Pitagora (570 î.H. - 495 î.H.), Eudoxos (408 î.H. - 355 î.H.) și filozoful Aristotel (384 î.H. - 322 î.H.), care au contribuit la formarea acestor idei, adăugând informații despre eclipsele de Lună.

În momentele de eclipsă (care are loc mereu noaptea), Luna dispare pentru moment de pe cerul nopții într-un con de umbră, iar Soarele nu se vede oricum. Cu toate acestea, putem încerca să aflăm poziția *extrapolată* a Soarelui de cealaltă parte a Pământului, dacă avem un ceas care să

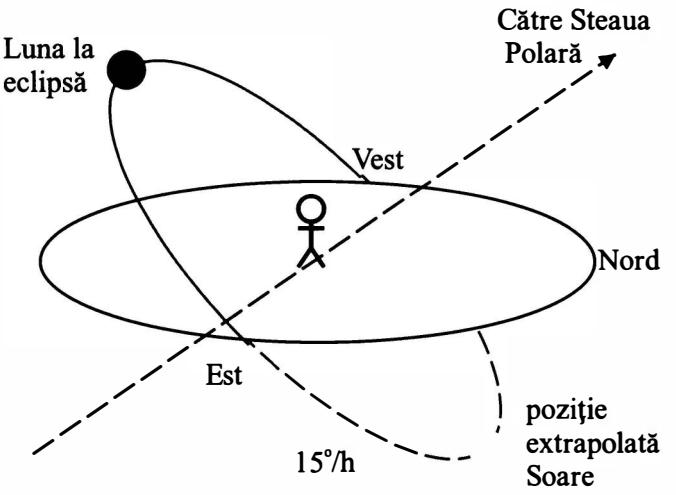

Figura 1.4: *Poziția Lunii și a Soarelui în momentul eclipsei de Lună. Poziția Soarelui este obținută prin extrapolare, ținând cont că se mișcă cu o viteză aparentă de* 15° *pe oră.*

indice ora din noapte, căci știm că Soarele se deplasează cu 15 grade pe oră pe un cerc în jurul Pământului. În acest fel vom calcula unde ajunge Soarele la orice oră din noapte, de cealaltă parte a Pământului în raport cu Luna, extrapolând poziția Soarelui pe cer.

Putem prin urmare măsura nu numai poziția Lunii în nopțile cu eclipsă de Lună, dar și poziția *extrapolată* a Soarelui (de cealaltă parte a Pământului) în același moment al nopții. Vom remarca atunci că poziția extrapolată a Soarelui este exact opusă celei a Lunii față de Pământ, deducând de aici că cei trei aștri sunt aliniați în spațiu în timpul eclipsei (vezi figura 1.4).

Ajungem la aceeași concluzie ca și aceea susținută de Aristotel, care spunea că, în timpul eclipsei, *umbra* Pământului ajunge precis pe Lună și că ea este cea care ascunde Luna și creează efectul de eclipsă (vezi figura 1.9). Cum această umbră este rotundă, Pământul trebuie să fie rotund la rândul lui, a dedus Aristotel în scrierile sale. O demonstrație strălucită, am zice noi astăzi, căci astfel s-a născut întreaga astronomie. Dacă Pământul poate fi ocolit și e rotund, unde se află el și cât de departe sunt Soarele sau Luna? Dar stelele? Cât de mare este atunci Pământul?

Iată cum, pornind de la o simplă observație și gândind alfel decât majoritatea, câțiva oameni au putut avansa atât de mult în înțelegerea fenomenelor care ne înconjoară. Acum toți gândim ca Aristotel, dar să nu uităm să-i căutăm printre noi pe cei puțini care anticipează gândirea diferită a următoarelor milenii. *Să nu uităm să privim cu alți ochi lumea din jurul nostru.*

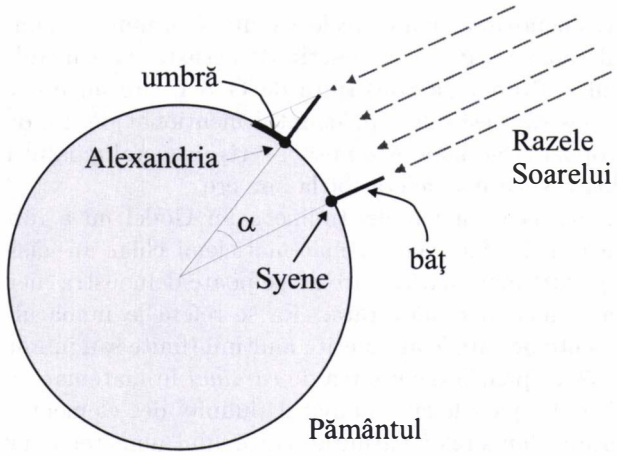

Figura 1.5: *Cum a măsurat grecul Eratostene raza Pământului. Știind înălțimea bățului (2 m), umbra lui în Alexandria (25 cm) și distanța dintre Syene și Alexandria (800 de km), puteți estima raza Pământului?*

3. Dimensiunea Pământului

Să ne reamintim că expediția lui Cristofor Columb către Indii a fost finanțată de spanioli, după ce portughezii l-au refuzat. Se crede adeseori greșit că navigatorul Columb a fost refuzat de portughezi pentru că aceștia nu au crezut că Pământul e rotund, și ca atare Columb nu ar fi putut ajunge în Indii ocolindu-l.

De fapt, portughezii erau de acord că Pământul este rotund, la fel ca cei mai mulți învățați ai secolului XV, numai că toți susțineau și că *dimensiunile* Pământului sunt prea mari pentru a fi străbătute de corăbiile modeste ale vremii. „După părerea noastră, Indiile sunt prea departe pentru a le atinge ocolind Pământul", trebuie să fi spus învățații. „O să mori de sete până acolo, sau de scorbut", vor fi continuat ei. Columb însă nu a ascultat, pentru că el credea greșit că Pământul este mai mic decât în realitate, că Asia este mai mare și că se poate ajunge la ea de la celălalt capăt, i-a convins pe spanioli și a plecat. Din fericire pentru el, Columb a întâlnit America în calea sa, pentru că altfel ar fi murit sigur până să atingă pământul Indiilor! Ca să vedeți că descoperirile se fac și pornind de la premise false atunci când norocul ne stă în drum, ceea ce se întâmplă însă destul de rar.

De fapt, primul care a măsurat dimensiunile Pământului rotund a fost grecul Eratostene (276î.H.-194î.H.), cu mai mult de o mie de ani înaintea lui Cristofor Columb (1451-1506). Să vedem cum a măsurat Eratostene dimensiunile Pământului fără a-l înconjura și fără a avea la dispoziție laboratoare de milioane de euro.

Eratostene a observat umbra unui băț în două orașe egiptene, *în același moment* la amiază. Într-un oraș, denumit Syene, Soarele era drept deasupra capului, iar un băț vertical nu crea nicio umbră, pentru că era îndreptat chiar spre Soare (vezi figura 1.5). La aceeași oră însă, în Alexandria, orașul celebrei biblioteci, Soarele de amiază nu era drept deasupra capului. În consecință, bățul vertical, care avea să zicem o lungime de 2 metri, crea o umbră de aproape 25 de centimetri.

O astfel de situație se explică simplu, dacă vom considera că Pământul este rotund, iar Soarele este foarte departe (să zicem la milioane de kilometri). În acest caz, bățul ar fi *înclinat* diferit față de Soare, în funcție de poziția sa pe suprafața Pământului rotund și va genera umbre de lungimi diferite (vezi figura 1.5). Cunoscând distanța dintre cele două orașe (800 de km) și lungimea umbrei (25 de cm pentru un băț cu lungimea de 2m) Eratostene a estimat, folosindu-se de geometrie, că raza Pământului este de aproximativ 6000 km.

Curios însă, același efect s-ar obține și dacă Pământul ar fi *plat*, iar Soarele ar atârna la o înălțime nu prea mare de Pământ. În acest caz situația este asemănătoare cu cea în care Soarele ar fi precum un bec aflat la o înălțime mai mare decât becurile obișnuite. Și în această situație lungimea umbrei ar fi dependentă de poziția bățului aflat sub bec. Când ne aflăm sub Soarele-bec (situația orașului Syene), el se află drept deasupra capului și corpul nostru nu lasă nicio umbră. Când însă ne mutăm la o oarecare distanță (situația orașului Alexandria), vom avea o umbră care se lungește pe măsură ce ne depărtăm. Luând în calcul distanța dintre cele două orașe și mărimea umbrei, putem calcula *înălțimea* la care s-ar afla Soarele-bec și am obține de asemenea câteva mii de kilometri. Care din cele două situații este adevărată?

Din păcate, numai aceste măsurători nu pot face diferența dintre cele două situații geometrice (Pământ plat

și Pământ rotund). Eratostene a trăit însă după Aristotel și cunoștea părerea maestrului că Pământul este rotund, așa că el a considerat acest caz, aflând astfel dimensiunea corectă a Pământului.

Două concluzii sunt demne de reținut din această poveste. Prima concluzie spune că este bine să vedem care sunt și părerile înaintașilor noștri, să nu credem că putem afla întreg răspunsul corect numai cu ceea ce cunoaștem noi. A doua concluzie, mai importantă, ne spune că unele experimente sunt „după colț", adică pot fi făcute repede, *odată ce premisele sunt ghicite corect.* O umbră de 25 de centimetri este vizibilă pentru oricine, iar experimentul poate fi făcut de către un grup de școlari în excursie de la Baia Mare la București. Oare câte astfel de experimente nu s-ar putea face în fizică, psihologie sau biologie, numai dacă am ghici premisele corecte, numai dacă am ști după care „colț" să ne uităm?

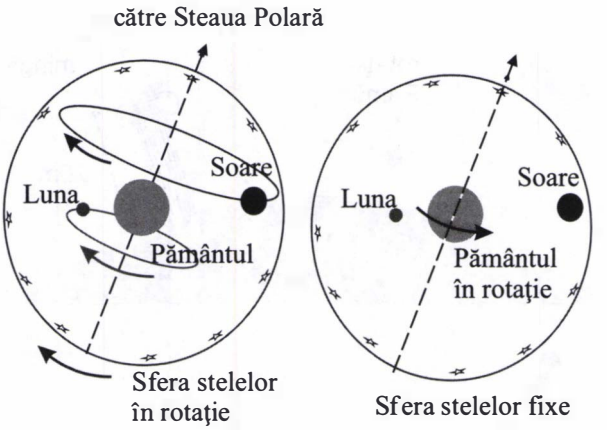

Figura 1.6: *Stânga: Pământul este nemișcat, iar Luna, Soarele și sfera stelelor se rotesc în jurul Pământului sincron, cu o perioadă de 24 de ore. Dreapta: Pământul se învârte în jurul axei orientate către Steaua Polară (în sens opus!) la 24 de ore, în timp ce Luna, Soarele și stelele rămân fixe pe parcursul unei zile.*

4. Mișcarea Pământului în jurul propriei axe

Am văzut în secțiunile precedente cum Aristotel a dedus în mod corect că Pământul este rotund și cum Eratostene i-a calculat raza. Am folosit însă pe ascuns în determinarea formei Pământului un lucru esențial, și anume că umbra Pământului se poate forma pe Lună, cu alte cuvinte că Luna este un *corp material* și nu doar o imagine proiectată pe cer. Astăzi acest lucru ni se pare normal, însă să nu uităm că, la începuturile astronomiei, vechii greci (cu metoda lor geometrică, la fel ca și babilonienii cu metoda aritmetică) nu aveau prea multe informații despre natura fizică a obiectelor cerești.

Convingerea că Luna, împreună cu celelalte corpuri cerești (Soare, stele, stele căzătoare etc.) sunt corpuri materiale (un fel de bolovani cerești) a câștigat în popularitate odată cu căderea unui mare meteorit lângă Aigos Potamoi, în anul 467 î.H. Evenimentul l-a determinat pe Anaxagoras din Clazomenae (500î.H.-428î.H.) să presupună că însuși Soarele este o piatră roșie fierbinte mai mare decât peninsula Peloponez! Astronomia a devenit astfel și astrofizică. De acum încolo ne vom ocupa nu numai cu *măsurarea și modelarea* mișcării acestor „pietre" prin spațiu, mișcare văzută de pe Pământ, dar și cu aflarea compoziției acestora.

În continuare vom vorbi despre determinarea aproximativă a proprietăților sistemului Pământ-Soare-Lună, folosind alte câteva exemple cheie din istoria astronomiei. Încercăm să-l facem pe cititor să înțeleagă că în multe cazuri măsurătoarea propriu-zisă poate fi efectuată de către cititor însuși, fără metode sofisticate. Ceea ce este cu adevarat revoluționar este *ideea* de a efectua o anumită măsuratoare. Așa cum am menționat deja, ideile noi și măsurătorile cruciale sunt „după colț", trebuie să știm numai după *care* colț să ne uităm.

Dacă privim bolta cerească în timpul zilei și în timpul nopții, vom vedea cum obiectele de pe firmament (Soarele, Luna și celelalte stele fixate pe ea ca pe o cortină) se mișcă încontinuu. Pornind de la premisa că Pământul este rotund și fix, vom deduce că această mișcare este de rotație în jurul Pământului. La intervale mai mari de timp (săptămâni sau luni), Soarele își schimbă poziția pe bolta cerească după cum se observă în figura 1.3. De asemenea, și mișcarea Lunii se modifică. Dar în decursul unei singure zile putem presupune cu o rezonabilă aproximație că *întreaga* boltă cerească se învârte sincron în jurul Pământului.

Situația este oarecum surprinzătoare. Avem trei tipuri de obiecte celeste (Soarele, Luna și stelele), care se învârt sincron în jurul Pământului. De ce însă s-ar învârti sincron? Și de ce în jurul aceleiași axe, orientată înspre Steaua Polară? De ce aceste *coincidențe*?

Răspunsul pare natural astăzi. Astfel, este mult mai ușor să presupunem că Pământul se rotește zilnic *în jurul axei sale*, și atunci mișcarea zilnică a boltei cerești este doar relativă (vezi Figura 1.6). Pentru vechii greci însă, mobilitatea Pământului era o problemă serioasă de filozofie, așa încât ei n-au acceptat răspunsul așa de ușor.

La urma urmei, să ne imaginăm și noi că Pământul cu o rază de 6000 de km se rotește zilnic (vezi figura 1.7). Atunci, un corp de pe suprafața sa străbate în 24 de ore aproximativ 40 000 km, cam cât este circumferința Pământului. Aceasta înseamnă că viteza la suprafața Pământului este de ordinul a o mie și jumătate de km pe oră. Simțim noi aceste viteze amețitoare? Nu! În plus, dacă lăsăm o piatră să cadă de la o înălțime de câțiva metri, ea ar trebui să rămână în urmă, pentru că Pământul se învârte *între timp* sub piatră. Lăsată să cadă de la 20 de metri, piatra ar atinge Pământul după aproximativ două secunde. În acest timp suprafața Pământului se deplasează cu aproape un kilometru și deci piatra ar atinge Pământul un kilometru mai departe. Absurd, așa ceva nu se observă!

Remarcați că acest din urmă argument este *fizic* și el se numără printre cele care au ținut Pământul imobil în

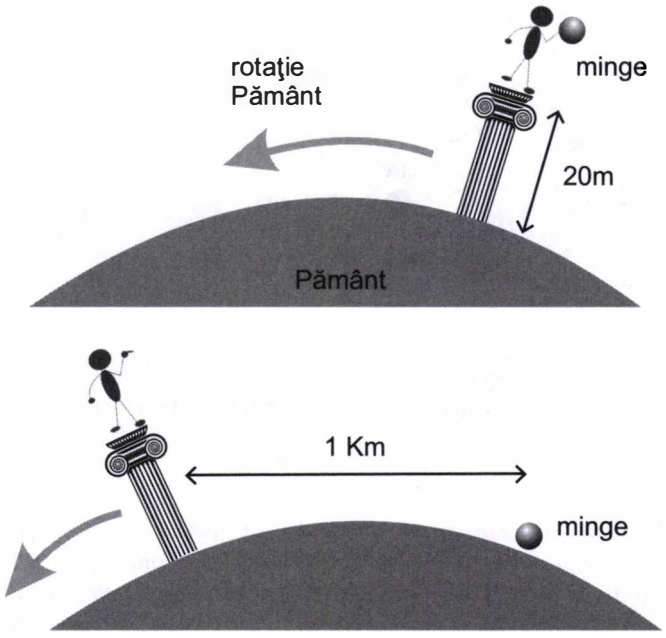

Figura 1.7: *Efectul așteptat al rotației Pământului asupra căderii libere. În dreapta sus este prezentată o persoană așezată pe o coloană, și care lasă sa cadă liber o minge. Coloana are aproximativ 20 de metri iar timpul de cădere este de aproximativ două secunde. În acest timp de cădere, dacă Pământul s-ar învârti, atunci coloana s-ar deplasa aproximativ un kilometru până ca mingea să atingă Pământul. Evident, un astfel de efect nu este observat, deci s-ar putea deduce că Pământul nu se învarte în jurul axei sale. Și totusi, astăzi știm că Pământul se învârte. Unde este greșeala?*

modelele astronomilor mai mult de o mie de ani. Cu alte cuvinte, nu a fost vorba de vreo ignoranță religioasă, deoarece chiar și unii oamenii de știință argumentau în acest fel că Pământul nu se poate roti. La fel cum, peste ani, alți oameni de știință au argumentat că nici un avion nu se poate ridica de la Pământ pentru că este mai greu decât aerul, sau la începutul erei automobilului, că omul nu va supraviețui unor viteze mai mari decât cele ale căruței.

A trebuit să vină Galileo Galilei (1564-1642) să afirme că totuși Pământul se învârte în jurul axei sale. Soluția lui spune că piatra, odată lăsată să cadă liber de la câțiva metri înălțime, primește un impuls suplimentar în direcția de rotație a Pământului. Aceasta face ca piatra să pornească având viteză mare într-o mișcare paralelă cu Pământul, perfect *sincron* cu el, în așa fel încât nouă să nu ni se pară că ea rămâne în urmă în timpul căderii.

Impulsul imprimat de Pământ pietrei este folosit în prezent la lansarea rachetelor de pe Pământ, care se face în locuri cât mai aproape de Ecuator (un exemplu este Cape Canaveral, care se află în Florida, în sudul Americii), în așa fel încât viteza imprimată de Pământ să fie cât mai mare. Iar noi, pe suprafața Pământului, ne deplasăm *într-adevăr* cu o mie de kilometri pe oră odată cu rotația Pământului, fără să simțim însă incredibila rapiditate a acestei mișcări.

5. Avantajul practic al stelelor fixe

În secțiunea precedentă am construit un prim sistem cosmologic, cel în care Luna, Soarele și stelele sunt fixe în spațiu iar Pământul rotund se învîrte în jurul axei sale cu o perioadă de 24 de ore. După ce contemplăm pentru scurt timp simplitatea acestui sistem, ne vom întreba, ce se întâmplă pe perioade mai mari de timp? Desigur, într-o zi Pământul se învârte în jurul axei sale, ceea ce face ca Soarele, Luna și bolta de stele să se deplaseze *aparent* pe cer în sens invers, deși ele sunt fixe în spațiu. Dar într-o lună? Dar într-un an? Își schimbă Soarele, Luna și stelele poziția fixă în spațiu (față de Pământul care se învârte) pe perioade lungi de timp?

Răspunsul trebuie să fie afirmativ deoarece în decursul unui an de zile Soarele își schimbă poziția pe cer. În timpul verii el ajunge deasupra noastră, iar în timpul iernii are în mod constant o poziție mult mai joasă pe bolta cerească. Majoritatea stelelor nu își schimbă însă poziția față de Pământul rotitor pe durata mai multor ani, sau cel puțin nu atât de mult încât s-o putem vedea cu mijloacele noastre simple.

Eliminând câțiva aștri cerești strălucitori (denumiți *planete*, de la cuvântul grecesc pentru „rătăcitor"), restul de mii de stele fixe își păstrează, pe tot parcursul anilor cuprinși în viața unui om, aceeași poziție față de Pământul rotitor, deci par fixe în spațiul aproape infinit. De fapt, de aceea se și numesc *stele fixe*, pentru că ele par bătute în cuie în spațiul îndepărtat. Mișcarea lor aparentă (zilnică) pe bolta cerească se datorează doar rotației Pământului.

Deoarece suntem interesați de mișcările Lunii și Soarelui pe un interval de timp de ordinul anilor sau lunilor, o idee bună ne-ar fi de folos. Ce-ar fi dacă mișcarea Lunii am măsura-o nu raportată la Pământ, pentru că acesta se învârte în jurul axei sale, ci *raportată direct la poziția stelelor fixe*? Acest lucru este ușor de realizat pentru Lună, căci pe ea o vedem noaptea în marea de stele (vezi figura 1.8). În acest fel nu mai trebuie să măsurăm înclinarea Lunii față de orizont și să corectăm cu mișcarea de rotație a Pământului, ci măsurăm direct poziția Lunii față de stelele de pe bolta cerească.

Uitându-ne la Lună noaptea pe cer, nu avem decât să-i identificăm poziția în raport cu constelațiile în jurul cărora se află și să-i desenăm apoi poziția pe harta cerească. Dacă unim punctele ce reprezintă poziția Lunii, vom avea mișcarea aparentă a Lunii pe cer raportată la stelele fixe. O astfel de manieră de lucru are un avantaj *experimental* major: putem măsura foarte ușor poziția Lunii (sau a planetelor) raportată la stelele fixe și nu trebuie să ne mai pese mult de rotația precisă a Pământului. Aici natura ne-a ajutat, căci harta stelelor fixe rămâne neschimbată pentru ani de zile.

Dacă notăm în fiecare noapte poziția Lunii față de stelele fixe, observăm că ea străbate într-o lună întreaga boltă cerească. Aceasta înseamnă că Luna nu este fixă în spațiu, ci efectuează o mișcare circulară uniformă, pe o sferă cu

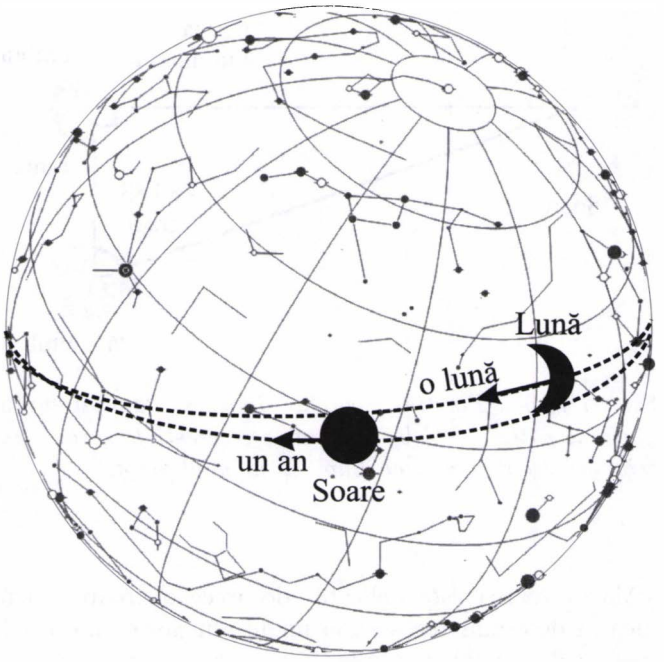

Figura 1.8: *Mișcarea Lunii și Soarelui în marea de stele fixe. O astfel de mișcare poate fi prezentată pe o hartă cerească ce se citește astfel: noi ne aflăm în centrul sferei (unde este virtual Pământul rotitor) și privim în afară spre suprafața sferei (pe care sunt desenate stelele și constelațiile). În timpul zilei, lumina stelelor pe care ar trebui sa le vedem este eclipsată de lumina foarte puternică a Soarelui, de aceea doar Soarele este vizibil, nu și stelele.*

centrul aflat pe Pământ, cu o perioadă de o lună (vezi figura 1.8). Cum mărimea *aparentă* a Lunii pe cer nu se schimbă, nu rămâne decât să tragem concluzia că Luna se învârte în jurul Pământului pe un cerc, la distanță *constantă* față de Pământ, cu o perioadă a mișcării egală cu o lună.

Aceleași considerații se aplică și Soarelui, dacă folosim poziția sa *extrapolată* de la miezul nopții (ora 24), pentru a raporta mișcarea lui la bolta stelelor fixe. Și Soarele se deplasează în jurul Pământului rotitor, tot la distanță constantă față Pământ, pentru că mărimea aparentă a Soarelui nu pare să se schimbe (dacă distanța s-ar fi schimbat, atunci Soarele ar fi apărut când mai mic cand mai mare). Este interesant de remarcat că mișcarea anuală a Soarelui și cea lunară a satelitului Pământului au loc în planuri foarte apropiate (vezi figura 1.8).

6. Dimensiunea Lunii

Luna are pe cer o dimensiune unghiulară de o jumătate de grad, ușor de măsurat. *Distanța* până la Lună pare însă imposibil de măsurat, atâta timp cât nu cunoaștem mărimea ei. Astfel, Luna e mai aproape de Pământ și mai mare, sau mai departe și mai mică. Cine poate ști, atâta timp cât nu ne ducem acolo? Este atunci cu atât mai surprinzător că vechii greci au putut măsura această distanță, numai pe baza unor argumente corecte. Iar întrebarea este, cum de au reușit?

Unul dintre vechii greci, Aristarh din Samos (310î.H.-230î.H.), a pornit de la observații asupra eclipsei de Lună. După cum am menționat, eclipsa de Lună este datorată umbrei Pământului care se lasă peste Lună (vezi figura 1.9). Presupunând că Soarele este din nou la distanțe foarte îndepărtate, umbra lăsată de Pământ va fi cilindrică, iar Luna va trebui să treacă prin această zonă de umbră în timpul eclipsei. Zona de umbră are însă aproximativ dimensiunea Pământului, considerând Soarele la distanțe foarte mari.

Un prim lucru care se observă într-o eclipsă totală de Lună este faptul că umbra lasată de Pământ pe Lună este mai mare decât Luna. Pământul este deci probabil mai mare decât Luna. Urmărind evoluția umbrei lăsate de Pământ pe Lună în timpul eclipsei (sau raza de curbură a umbrei în raport cu cea a Lunii), se poate estima dimensiunea Lunii în raport cu cea a umbrei lăsate de Pământ, obținându-se un factor apropiat de doi.

Considerând că spațiul delimitat de umbră are o formă *cilindrică* (circumferința bazei cilindrului este egală cu cea a Pământului), putem deduce și noi, ca și Aristarh din Samos, că Luna trebuie să fie aproximativ jumătate cât Pământul (vezi partea de sus a figurii 1.9). Astăzi știm că Aristarh din Samos a greșit cu un factor de 2, căci lumina ce vine de la Soare nu creează chiar o umbră cilindrică, ci una *conică* (pentru că Soarele este foarte mare, vezi partea de jos a figurii 1.9), dar aceasta a devenit clar mai târziu. Astfel, Luna este de aproximativ patru ori mai mică în diametru decât Pământul.

Aristarh din Samos a trăit înaintea lui Eratostene și nu a cunoscut dimensiunea Pământului. Știind însă acum că Pământul are o rază de aproximativ 6000 km, putem

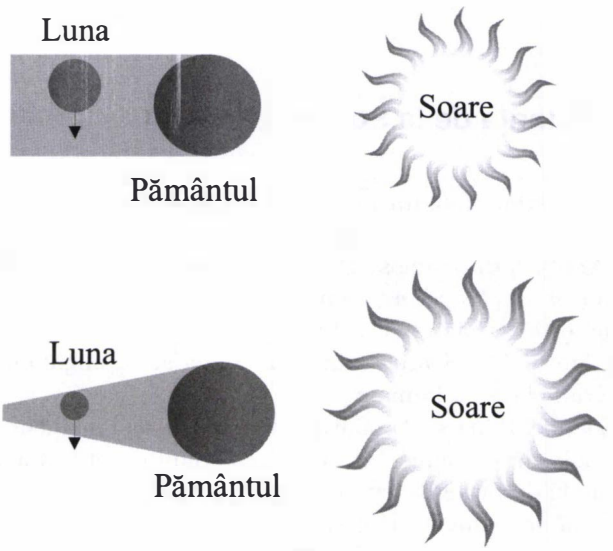

Figura 1.9: *Eclipsa de Lună în interpretarea lui Aristarh (sus) și în interpretarea modernă corectă (jos). În ambele cazuri Luna intră în conul de umbră al Pământului, atâta doar că Aristarh credea că umbra are o formă cilindrică.*

estima valoarea razei Lunii, la un sfert din această valoare, adică aproximativ 1500 km.

Dacă știm mărimea Lunii, atunci vom afla și distanța la care ea se află față de Pământ, folosind *unghiul* sub care diametrul Lunii se vede de pe Pământ și care este de o jumătate de grad. Astfel obținem o distanță de câteva sute de mii de km. Cum aparent Luna are pe cer același diametru tot timpul, înseamnă că ea se mișcă pe un cerc în jurul Pământului, la o distanță constantă de el.

Calcul: ***Mărimea unui grad***

În mod normal noi nu suntem prea obișnuiți cu valoarea unui grad. El este însă a 360-a parte dintr-un cerc. Dacă luăm un ceas și încercam să vedem cu ce unghi se deplasează secundarul într-o secundă, vom obține un unghi de

$$\frac{360^\circ}{60} = 6^\circ$$

Un grad este deci a șasea parte din această deplasare, deci *a șasea parte din bătaia unui secundar* pe cadranul unui ceas. El pare astfel imposibil de determinat cu ochiul liber. Cu toate acestea ochiul nostru are o rezoluție unghiulară mai bună, ce poate fi estimată observând că deosebim două persoane aflate la 1 km față de noi, cu o distanță între ele de aproximativ 1 m. Rezoluția unghiulară este atunci

$$\arcsin\left(\frac{1\text{ m}}{1\text{ km}}\right) \approx 0,06^\circ$$

Ea este mult mai mică decât un grad.

7. Distanța de la Soare la Pământ

Dacă știm distanța până la Lună, putem afla distanța până la Soare? Răspunsul este afirmativ și a fost dat tot de Aristarh din Samos. De data aceasta el s-a concentrat asupra *primului pătrar*, momentul când exact jumătate din Lună este vizibilă pe cerul nopții (vezi figura 1.10), datorită faptului că Soarele luminează Luna la un unghi de 90 de grade față de Pământ.

Soarele, Luna și Pământul formează în acel moment un triunghi dreptunghic, cu Luna în unghiul drept. În acest triunghi dreptunghic cunoaștem deja o latură, distanța de la Lună la Pământ. Pentru a afla direct toate elementele triunghiului, nu ne rămâne de măsurat decât unul dintre celelalte două unghiuri. Unghiul care se poate măsura *de pe Pământ* este unghiul dintre Soare-Pământ-Lună. Cum Soarele se află la o distanță foarte mare, triunghiul acesta dreptunghic este foarte alungit, iar unghiul Soare-Pământ-Lună pe care trebuie să-l măsurăm este foarte aproape de 90 de grade.

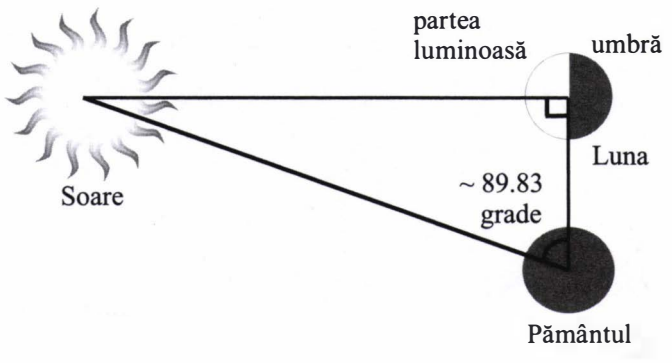

Figura 1.10: *Pozițiile Soarelui, Lunii și Pământului la „primul pătrar". Cele trei corpuri cerești formează un triunghi dreptunghic, cu Luna în unghiul drept.*

Măsurătoarea este delicată, deoarece o eroare foarte mică în determinarea acestui unghi alungește enorm triunghiul dreptunghic, conducând la erori foarte mari ale distanței dintre Soare și Pământ. Suficient să spunem că dacă unghiul iese de 90 de grade, Soarele ar trebui să se afle la o distanță infinită.

Aristarh din Samos a măsurat mai întâi un unghi Soare-Pământ-Lună de 87 de grade la primul pătrar, dar și-a corectat apoi această valoare la 89,5 grade, după cum menționează Aristotel. Valoarea corectă este de 89,8 grade, ceea ce înseamnă că Aristarh a obținut o diferență de 0,5 grade față de 90 de grade, o valoare mai mult decât dublă față de diferența reală de 0,2 grade. De aceea Aristarh a estimat o distanță până la Soare de aproximativ două ori mai mică decât cea reală.

Cunoaștem acum toate elementele triunghiului dreptunghic Pământ-Lună-Soare la primul pătrar: o catetă (distanța de la Pământ la Lună) și unghiurile sale. Putem atunci calcula distanța de la Pământ la Soare și vom obține o valoare de aproximativ 40 de milioane de km.

Cât i-ar lua unui biciclist să ajungă acolo? Aproximativ 200 de ani. Este mult, este puțin? Mai important este că știm aproximativ valoarea distanței, căci vizualizarea distanțelor depinde de epoca în care trăim. Dacă strămoșilor noștri care mergeau cu căruța de la Vâlcea la Tulcea le luau câteva zile, nouă ne ia astăzi câteva ore cu mașina. În același fel, distanța până la Soare exprimată în kilometri ni se pare mare, însă percepția depinde de epoca în care trăim și de mijloacele de transport de care dispunem.

Știind acum distanța până la Soare și mărimea lui aparentă pe cer, putem estima dimensiunea Soarelui. Astfel, în cazul eclipsei de Soare se observă că diametrul aparent al Soarelui pe cer este aproape egal cu cel al Lunii și deci de aproximativ 0,5°. Cunoscând acum și distanța până la Soare, estimăm raza Soarelui ca fiind de 600,000 km, adică o rază de aproximativ 100 ori mai mare decât cea a Pământului.

8. Modelul lui Ptolemeu

De multe ori în fizică progresul apare numai pe cale teoretică, reflectând asupra unor date experimentale mai vechi. Metoda este aproape întotdeauna aceeași: dacă un model nou ce explică datele experimentale *este mai simplu* decât un model vechi, atunci el este probabil și mai „adevărat". Aici este una dintre cheile succesului fizicii, faptul că fenomenele pot fi explicate în final prin modele simple. Să exemplificăm această idee printr-o scurtă incursiune în modelele planetare ale lui Ptolemeu și Copernic, în următoarele două secțiuni.

Astfel, am văzut că bazele experimentale ale fizicii au fost puse de vechii greci prin studiul astronomiei. Cum spunea domnul Dragoș Constantinescu, profesorul meu de matematică: „În geometrie, o figură desenată este o problemă pe jumătate rezolvată". La fel și în astronomie, figura a fost desenată asemănând aștrii cu niște bolovani ce se mișcă prin spațiu, acum mai trebuie doar să rezolvăm problema și să aflăm relațiile dintre ei. Iar dintre toate astrele, cele mai spectaculoase și misterioase au fost mult timp planetele, prezente în toate tabelele astrologice.

Figura 1.11: *Ptolemeu într-o reprezentare târzie, când el era confundat cu unul din regii Egiptului (vezi coroana de pe cap). Ptolemeu ține în mână un cuadrant, iar desenul este util pentru determinarea erorii de măsură a cuadrantului. Astfel, eroarea unghiulară este dată de unghiul celei mai mici valori citibile pe cadran. Dacă presupunem că diviziunea cea mai mică are* 1 *mm, iar raza aproximativă a instrumentului este de* 50 *cm, obținem o rezoluție de* $\alpha \approx 1/500 \approx 0,002$ *radiani, ori* $\alpha \approx 0,1°$. *Reproducere din enciclopedia „Margarita philosophica" de Gregor Reisch, publicată în anul 1503.*

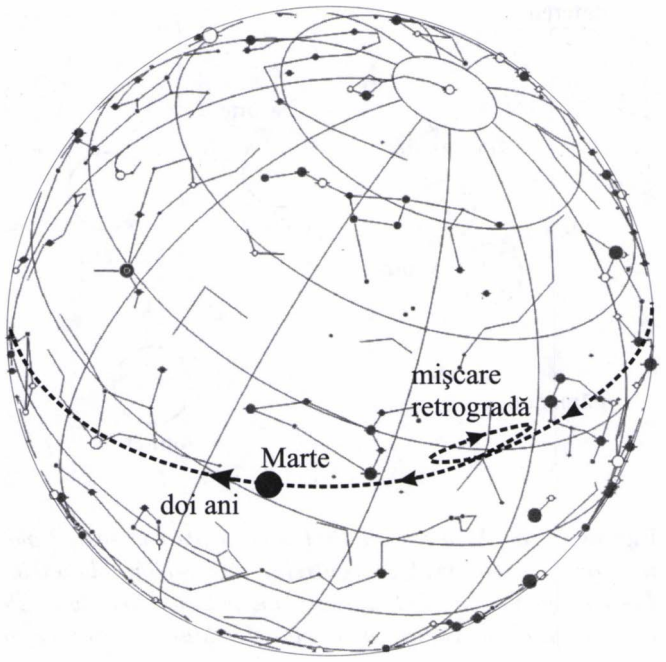

Figura 1.12: *Mișcarea planetei Marte pe bolta cerească are loc cu o perioadă de doi ani. În partea din dreapta jos a traiectoriei se recunoaște mișcarea retrogradă a planetei Marte. Aici planeta Marte își schimbă pentru puțin timp (câteva luni) direcția de mișcare pe cer.*

Să luăm de exemplu planeta Marte. Ea se deplasează printre stelele fixe cu o perioadă de doi ani, ocolind Pământul într-un plan celest care este foarte aproape de cel în care se mișcă Soarele (vezi figura 1.12). Cu toate acestea, ne lipsește un element esențial, și anume nu vedem cât de *mare* este planeta Marte (spre deosebire de cazurile Lunii și Soarelui) și deci nu știm dacă Marte își păstrează distanța constantă până la Pământ! Planeta Marte se poate îndepărta de Pământ sau apropia de el, imaginea ei rămâne pentru noi doar un punct luminos pe cerul înstelat.

Astfel, nu putem deduce automat că orbita planetei Marte este un cerc, ci numai că proiecția ei pe boltă este (în primă aproximație) un cerc. Ajungem astfel la o problemă aparent fără soluție: nu putem măsura niciodată, „în adâncime", distanța Pământ-Marte. La acest stadiu nu ne rămâne altceva de făcut decât să presupunem *momentan*, așa cum au făcut și primii astronomi, că orbita reală a planetei Marte este un cerc în jurul Pământului.

Este interesant de observat că cercul de doi ani al lui Marte printre stele nu este chiar un cerc. De fapt, la fiecare rotație, planeta Marte prezintă așa-numita *mișcare retrogradă* (vezi figura 1.12). Aici Marte nu mai merge în sensul normal pe cerc, ci o ia pentru un scurt timp înapoi! Astfel, pentru aproximativ două luni, Marte își schimbă sensul de mișcare pe o distanță aparentă pe cer de zece ori mai mare decât diametrul aparent al Lunii, o distanță ușor măsurabilă.

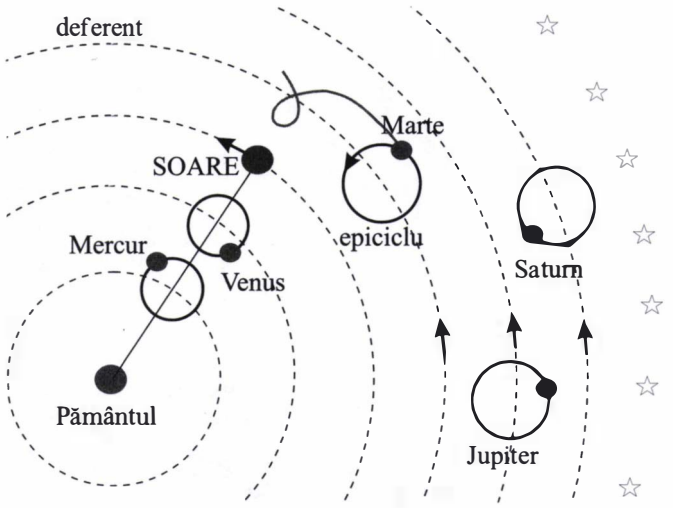

Figura 1.13: *Modelul lui Ptolemeu pentru mișcarea planetelor. De observat că centrele epiciclurilor planetelor Mercur și Venus sunt aliniate cu poziția Soarelui. Pe aceeași linie se va așeza și planeta Marte odată ce se găsește la maximul mișcării sale retrograde.*

Mișcarea retrogradă poate fi modelată, căci ea se aseamănă cu cea a unui reflector așezat pe spițele unei biciclete în mișcare. Și aici, reflectorul *pare* că merge înapoi pentru scurte momente, în direcția opusă mișcării bicicletei. Claudius Ptolemeu (90-168 d.H.) a tabelat mișcările planetei Marte și a dezvoltat un model asemănător spițelor bicicletei (vezi Fig 1.13). În acest model, Marte se mișcă mai întâi pe un cerc mai mic, numit *epiciclu*, ce ar fi analog roții în exemplul nostru. Apoi centrul cercului cel mic se mișcă pe un cerc mai mare, numit *deferent*, la 2 ani, care ar fi analogul drumului pe care se deplasează roata.

Modelul s-a dovedit insuficient și Ptolemeu a mai adăugat alte două elemente. Astfel, Pământul nu se mai află în centrul deferentului (cercul mare), ci într-o poziție excentrică, numită *epicentru*. Apoi, mișcarea epiciclului (cercul mic) pe deferent (cercul mare) nu este uniformă în raport cu centrul deferentului, ci în raport cu alt punct, numit *ecuant*. De remarcat cum, în acest caz, pentru fiecare planetă trebuie să găsim epiciclul, deferentul, epicentrul și ecuantul său. Până în epoca lui Copernic, sistemul planetar astfel construit necesita mai mult de 70 de parametri care trebuiau ajustați!

Partea interesantă este că mișcarea planetelor, astfel modelată, se corelează surprinzător cu mișcarea Soarelui. Astfel, centrul epiciclului planetelor Venus și Mercur este situat întotdeauna pe o *linie dreaptă* ce unește Soarele și Pământul (vezi figura 1.13). În plus, în momentul în care planeta Marte se află în poziția maximă a mișcării sale retrograde, cei trei aștri (Pământul, Marte și Soarele) sunt aliniați pe o linie dreaptă care îi unește.

Astfel de coincidențe nu pot fi explicate deloc de modelul lui Ptolemeu, pentru că la el Soarele și planetele se mișcă *independent* unele de celelalte în jurul Pământului. Ptolemeu trebuia să introducă aceste coincidențe ca pe un *element suplimentar* al modelului său.

Curios însă, elementul suplimentar de coincidență din sistemul lui Ptolemeu poate fi eliminat dacă vom considera că toate planetele (inclusiv Pământul) se mișcă în jurul Soarelui! Aceasta este exact supoziția lui Copernic, așa cum vom vedea în punctul următor, supoziție care simplifică astfel modelul planetar și este deci probabil mai „adevărată" (pentru că este mai simplă).

9. Sistemul lui Copernic

Sistemul lui Ptolemeu, creat în secolul II d.H. a supraviețuit mai mult de un mileniu. În secolul XV însă, au apărut alte date experimentale despre pozițiile planetelor, care nu mai erau compatibile cu vechiul sistem. În mod normal, ar fi fost de așteptat o îmbunătățire a vechiului sistem, adăugându-i-se alte mici „corecții". Cu toate acestea *un sistem cu totul nou* a fost prezentat cu argumente matematice de către Nicolaus Copernicus (1473-1543): toate planetele se mișcă în jurul Soarelui, inclusiv Pământul. Noul sistem a reușit să explice natural coincidențele din sistemul lui Ptolemeu.

Ideea nu era nouă. O propusese înainte Aristarh (cel despre care am vorbit înainte) pe baza uriașei distanțe Pământ-Soare, dar fusese respinsă din cauza credinței că Pământul era nemișcat, și deci nu se putea deplasa în jurul Soarelui. Copernic aduce tot argumente filozofice, spunând că, din moment ce Soarele este numit „lampa universului" de către unii filozofi (căci el aduce lumina), ce loc ar fi mai potrivit decât centrul universului? Copernic însă face ceva mai mult, el reușește să și explice mișcările planetelor cu noul model.

Pentru planetele „interioare" (în raport cu Pământul), Mercur și Venus, acest lucru este posibil, dacă ne uităm la modelul lui Ptolemeu (vezi 1.13). Astfel, să observăm cum *centrul* epiciclurilor celor două planete interioare este situat mereu pe aceeași linie cu Pământul și Soarele. *Distanța* până la aceste epicicluri este însă necunoscută, deci ele pot fi mai apropiate sau mai îndepărtate de Pământ. Putem așeza epiciclurile, pentru simplitate, cu centrul lor exact în Soare! Atunci, Mercur și Venus s-ar mișca în jurul Soarelui, ceea ce ar explica natural faptul că centrul epiciclurilor lor este aliniat automat cu Soarele. Iată cum numai din peniță am reușit să explicăm o coincidență și să facem modelul mai simplu.

Metoda de mai sus nu se poate aplica imediat planetei Marte. Aceasta pare că se mișcă independent față de Soare în modelul lui Ptolemeu, deși există o legătură specială între mișcarea retrogradă a lui Marte și poziția Soarelui: maximul mișcării retrograde are loc atunci când Marte, Pământul și Soarele sunt aliniate. Copernic totuși încearcă și are o surpriză uriașă: mersul retrograd al planetei Marte poate fi explicat nu numai prin epiciclul lui Ptolemeu, dar și dacă presupunem că Marte se mișcă împreună cu Pământul *în jurul Soarelui*, la o distanță mai mare de acesta! Curios, nu? Cele două sisteme sunt echivalente pentru acest fenomen matematic.

Să vedem însă cum se obține mișcarea retrogradă în modelul lui Copernic, unde atât Pământul cât și planeta Marte se învârt în jurul Soarelui în aceeași direcție (vezi figura 1.14). Astfel, Pământul are o orbită interioară (mai

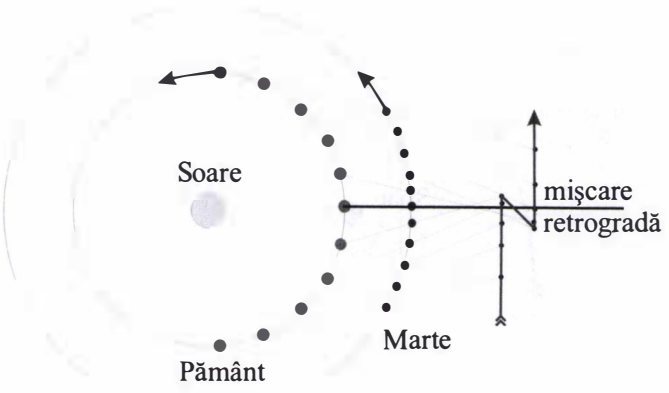

Figura 1.14: *Mișcarea retrogradă a planetei Marte în modelul lui Copernic. Planeta Pământ se deplasează mai repede decat planeta Marte în jurul Soarelui. Datorită mișcării pe cerc, dacă suntem pe Pământ, vom vedea mai întâi că Marte merge înainte, apoi înapoi (atunci când o depășim) și apoi iar înainte (vezi schița din dreapta). Momentul maxim al mișcării retrograde are loc când Pământul se află precis între Soare și Marte, deci atunci când cei trei aștri sunt aliniați.*

aproape de Soare) și se mișcă de două ori mai repede. Pentru moment, ne vom imagina că orbita Pământului este foarte mică, aproape un punct ce se suprapune pe poziția Soarelui, care este centrul tuturor orbitelor. Ce vom vedea atunci pe cer? Desigur, vom vedea cum planeta Marte orbitează în jurul nostru, pe cercul cel mare, la intervale de doi ani, într-o direcție dată. Aceasta este prima aproximație, care este confirmată de figura 1.12.

Acum vom lua în calcul și orbita largă a Pământului, care nu este de neglijat. Aici apare însă un fenomen nou. Deoarece Pământul se mișcă în aceeași direcție cu planeta Marte, dar de două ori mai repede, el va *depăși* planeta Marte de fiecare dată când trece pe lângă ea. Noi ne aflăm însă pe Pământ și, pentru un scurt moment (atunci când depășim planeta Marte) ni se va părea că Marte o ia înapoi față de direcția ei normală de mișcare pe cer. Observăm deci mișcarea retrogradă.

Să privim mai atent momentul depășirii (momentul maxim al mișcării retrograde) și să remarcăm că atunci Pământul se află chiar între Soare și Marte, deci cei trei aștri sunt automat aliniați (vezi figura 1.14). Dar aceasta era exact coincidența observată de Ptolemeu! Vedem că, față de modelul lui Ptolemeu, modelul lui Copernic nu mai impune arbitrar această aliniere, ci alinierea celor trei aștri *rezultă* în urma modelului într-un mod natural.

Din punct de vedere științific, modelul lui Copernic este mai simplu, eliminând coincidențele din modelul lui Ptolemeu, și deci este probabil un model mai „adevărat". Aceasta în ciuda faptului că modelul lui Copernic nu aduce o precizie radical îmbunătățită față de cel al lui Ptolemeu și că folosește aceleași date experimentale. Practic, numai *simplitatea* îl face mai bun.

Este interesant de menționat că, deși Copernic simplifică modelul planetar față de Ptolemeu, el păstrează totuși *ecuanții* și *epicentrele* propuse de Ptolemeu, pentru o modelare satisfăcătoare a datelor experimentale. Astăzi știm că orbita planetei Marte nu este exact un cerc, așa că înțelegem de ce Copernic nu a renunțat la toate elementele modelului lui Ptolemeu.

O confirmare ulterioară a sistemului copernican a adus-o Galileo Galilei (1564-1642), care a putut măsura *dimensiunea aparentă* pe cer a planetei Marte cu noua lui lunetă. Galilei a văzut cu propriii lui ochi cum dimensiunea aparentă a planetei Marte variază puternic în timpul anului. Aceasta înseamnă că planeta Marte când se îndepărtează foarte mult de Pământ, când se apropie de el. Atunci mișcarea lui Marte nu poate fi un cerc în jurul Pământului corectat cu un mic epiciclu, așa cum a presupus Ptolemeu. Copernic avea dreptate, pentru că la el distanța dintre Pământ și Marte variază foarte mult (vezi figura 1.14).

10. Orbita eliptică a planetelor

Pentru astronomi, întrebarea ultimă a fost legată secole la rând de mișcarea planetelor. Care este modelul cel mai bun care explică pozițiile măsurate ale aștrilor cerești? Iar printre cei care au încercat să dea un răspuns a fost și astronomul danez Tycho Brahe (1546-1601). El era un nobil danez care a avut meritul de a fi construit un sistem foarte precis de măsurare a pozițiilor stelelor (vezi figura 1.15).

Măsurătorile lui Tycho Brahe au scos clar în evidență că cele două sisteme (ale lui Ptolemeu și Copernic) nu sunt suficiente pentru modelarea precisă a pozițiilor măsurate ale planetelor. Însuși Tycho Brahe a încercat construirea unui nou model, fără succes însă și, intrigat mai ales de imposibilitatea modelării precise a mișcării retrograde a planetei Marte, i-a dat această sarcină unui colaborator de-al său, Johanes Kepler (1571-1630). La numai un an de la începutul colaborării, Tycho Brahe moare și Kepler devine neașteptatul moștenitor al observațiilor maestrului său.

Povestea lui Kepler n-o vom pomeni decât în treacăt aici, deși ea este extrem de grăitoare pentru ceea ce înseamnă obsesia unui om de știință și pentru energia pe care acesta o depune în eforturile sale. Am vrea să ne concentrăm în mod special asupra „norocului" în știință. Căci și de noroc a avut parte Kepler, încercând să îmbunătățească modelul planetar al lui Copernic, pe baza măsurătorilor mai precise făcute de astronomul Tycho Brahe.

Astfel, noile măsurători ale lui Tycho Brahe prezentau abateri mari de la modelul lui Copernic. Copernic pusese planetele în mișcare de rotație în jurul Soarelui, dar cercurile pe care planetele se mișcau erau deplasate și nu aveau în centru Soarele. Și așa însă, tot nu modelau datele măsurate de Tycho Brahe. Ce putea fi?, s-a întrebat Kepler.

Din măsurători îi tot ieșea că orbita lui Marte este un cerc alungit ca un ou (un oval), cu un raport al celor două axe ale ovalului de 1,00429 (vezi figura 1.16). Și, în căutările lui de ani de zile, a regăsit din întâmplare exact acest număr (1,00429) într-un tabel logaritmic. Imediat și-a dat seama de adevăr și s-a simțit parcă trezit dintr-un

Figura 1.15: *O gravură ce îl reprezintă pe Tycho Brahe în observatorul său Uraniborg de pe insula daneză Hven. Instrumentul lui Tycho Brahe nu conține o lunetă, care va fi folosită abia începând cu Galilei. Vizualizarea se face cu ochiul liber, iar raza cercului de vizualizare este mai mare ca în cuadrantul lui Ptolemeu (vezi figura 1.11). Ca și la Ptolemeu, putem estima eroarea ca fiind de cea mai mică valoare descifrabilă pe cadran (aproximativ de 1 mm) împărțită la raza instrumentului (aproximativ 5 m). Obținem astfel o eroare a instrumentului de* $\sin(\alpha) \approx 1/5000 \approx 0,0002$, *ori* $\alpha \approx 0,01°$, *ce corespunde erorilor observate în măsurători. Sursa: Wikipedia Commons.*

vis: orbita era o *elipsă*! Iată răspunsul la întrebarea ultimă privind universul.

Cum de ce? Pentru că $1,00429$ este secanta unghiului de 5 grade și 18 minute sub care se vede *de pe Marte* distanța dintre Soare și centrul orbitei lui Marte (care nu este Soarele, pentru că orbita este ovală, vezi figura 1.16). Logic nu? Nu chiar... Vedeți și dumneavoastră că o asemenea realizare vine doar după ce știm ce reprezintă numerele citite, or acesta este ideea pe care vrem s-o scoatem în evidență. În fizică norocul e câteodată esențial, dar numai pentru aceia care sunt deja pregătiți...

Traiectoria planetei Marte este deci o elipsă, a dedus Kepler, cu Soarele într-unul dintre focare. Elipsa este o figură geometrică ce se se desenează ușor. Tot ce avem de făcut este sa fixăm capetele unei ațe între două puncte pe suprafața unei hârtii, puncte ce se numesc *focarele* elipsei (vezi figura 1.16). Apoi trebuie sa întindem ața cu ajutorul

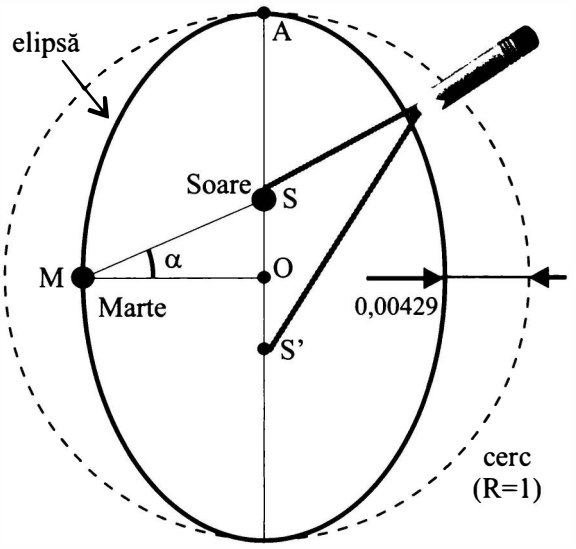

Figura 1.16: *Figura de mai sus reprezintă (cu linie continuă) orbita planetei Marte în jurul Soarelui S. Aceasta este un cerc deformat ce are raportul celor două axe* $2AO/2MO = 1,00429$ *(în figură raza cercului este aleasă egală cu unitatea* $AO = R = 1$ *iar orbita este deformată exagerat). Aceeași valoare a măsurat-o Kepler și pentru secanta unghiului* α *din figură* $sec(\alpha) = 1/\cos\alpha = MS/MO = 1,00429$. *Coincidența l-a ajutat pe Kepler să descopere că orbita este o elipsă având Soarele într-unul dintre focare. Elipsa se poate construi și cu un creion ce întinde o ață între cele două puncte focale S și S'.*

unui creion și să desenăm curba elipsei. Metoda scoate în evidență una dintre proprietățile punctelor de pe elipsă: suma distanțelor de la orice punct de pe elipsă la cele două focare este aceeași pentru toate punctele elipsei, fiind egală cu lungimea ației.

Kepler a extins modelul elipsei și pentru celelalte planete. El a mai descoperit câteva legi noi, care astăzi îi poartă numele:

Legile lui Kepler:

1. *Soarele este într-unul din cele două focare ale elipsei pe care orbitează planeta.*
2. *În mișcarea planetei, linia care unește planeta cu Soarele „mătură" arii egale în timpi egali.*
3. *Pătratele timpilor de revoluție ale planetelor în jurul Soarelui sunt proporționale cu cuburile semiaxelor mari ale elipselor.*

Rezultatele folosirii noului model al lui Kepler pentru orbita planetei Marte se regăsesc în figura 1.17. Ca o curiozitate, Kepler a săvârșit câteva greșeli în deducerea legii a doua, care însă s-au anulat reciproc, conducând la rezultatul corect.

Cei care doresc să descopere cum a ajuns Kepler la forma eliptică a orbitei pot urmări caseta matematică următoare.

Calcul: ***Elipsa planetei Marte***

Figura 1.16 reprezintă orbita eliptică a planetei Marte, care nu diferă mult de un cerc, având o formă ovală. Centrul orbitei eliptice este reprezentat prin O iar focarele elipsei prin S (unde se află Soarele) și S'. Să calculăm unghiul α din figură. Secanta unghiului α este dată de

$$\sec(\alpha) = \frac{1}{\cos\alpha} = \frac{MS}{MO}$$

Pe de altă parte, deoarece orbita este o elipsă, suma distanțelor la focarele elipsei este constantă: $MS + MS' = AS + AS'$. Folosind $MS = MS'$ și $AS + AS' = 2AO$, obținem $MS = AO$. Înlocuind pe MS în formula unghiului α obținem

$$sec(\alpha) = \frac{AO}{MO} = \frac{2AO}{2MO}$$

adică raportul dintre axa lungă și cea scurtă a elipsei. Kepler a observat că relația precedentă este îndeplinită pentru planeta Marte (ambele mărimi estimate din datele astronomice având aceeași valoare de $1,0042$) și a dedus că orbita planetei Marte este o elipsă.

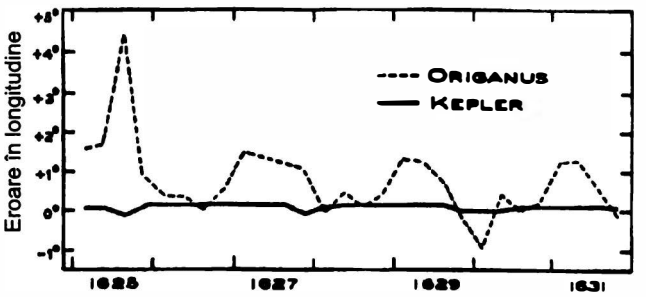

Figura 1.17: *Deviațiile de la orbita reală a planetei Marte, în modelul lui Copernic (folosit de Origanus) și Kepler. Pe axa verticală este prezentată eroarea absolută în grade, iar pe axa orizontală anul în care a avut loc măsurătoarea. Introducerea modelului lui Kepler a îmbunătățit predicțiile cu un factor de* 50. *Imaginea este reprodusă din lucrarea* Johannes Kepler and the Rudolphine Tables, *de Owen Gingerich, cu acordul autorului.*

2 Fundamentele mecanicii clasice

În capitolul precedent am văzut cum oamenii de știință au putut găsi o coerență în lumea care ne înconjoară, prin intermediul astronomiei. Lumea este formată din niște bolovani uriași care se tot mișcă în spațiu, până când se ciocnesc, din când în când. Astronomia ne spune *cum* se mișcă acești bolovani, dar nu ne spune și *de ce*. În capitolul de față vom introduce *mecanica newtoniană*, cea care ne spune ce pune în mișcare bolovanii cerești și explicitează forțele care acționează.

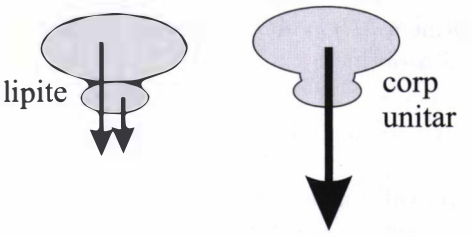

Figura 2.1: *În figură este reprezentat paradoxul lui Galilei. Aici se consideră două corpuri de mase diferite pe care le privim fie lipite (stânga) fie formând un corp unitar mai mare (dreapta). Presupunem că cel mai greu dintre cele două corpuri (cel mai mare) cade mai repede în vid decât cel ușor (cel mai mic). Stânga: într-o primă instanță, corpul ușor cade mai încet și deci încetinește mișcarea corpului greu. Dreapta: ambele corpuri luate împreună pot fi privite ca formând un corp nou, ce are o masă totală mai mare. Ambele corpuri ar trebui atunci să cadă mai repede în acest caz. Care din cele două situații este cea corectă? Cea din stânga (unde căderea este încetinită), sau cea din dreapta (unde căderea este accelerată)?*

11. Căderea liberă a corpurilor

După cum am văzut, mișcarea corpurilor cerești nu este haotică. Planetele, de exemplu, se deplasează pe orbite eliptice în jurul Soarelui. Există îngeri care împing planetele, așa cum credea la un moment dat chiar Kepler? De ce planetele se mișcă ordonat și nu haotic? De ce cad pietrele în jos și cum cad ele?

Galileo Galilei (1564-1642) a fost unul dintre cei care au încercat să găsească răspunsul la aceste întrebări. Până la el, au fost și alți filozofi ai naturii care au contribuit la formarea ideilor prezentate mai jos, însă aici ne vom ocupa în exclusivitate de ideile lui Galilei și Isaac Newton pentru cursivitatea lecturii.

Galilei a presupus că, dacă există legi universale care să simplifice și mai mult ordinea dată, ele trebuie să fie nu numai generale, dar și *simple*. Și, ca să dovedească aceasta, s-a concentrat asupra căderii corpurilor. Este căderea lor guvernată de niște legi generale și simple, și dacă da, care?

Cine nu a văzut cât de ușor și legănat cade o frunză la pământ? Cum imaginea ei ne liniștește sufletul, cum gândurile noastre se leapădă de zbaterile zilei zbuciumate și se îndreaptă poate spre astre, poate spre cei dragi... Un astfel de moment poate că l-a trăit cândva și Galileo Galilei, ca și Aristotel înaintea sa, ca și miliardele și miliardele de oameni înaintea lor, cărora nici măcar Timpul nu le mai ține urma.

Galileo însă se gândea la cuvintele maestrului Aristotel, care spusese că acele corpuri care sunt mai grele cad mai repede decât cele ușoare. Evident nu? Căci un măr cade mai repede din copac decât o frunză. Și totuși, ceva este în neregulă, și-a spus Galileo, este clar că *rezistența aerului* ne joacă feste, căci mișcarea legănată a frunzei este indusă tocmai de această rezistență a aerului. Dacă am elimina (imaginar) influența aceasta, ce s-ar întâmpla?

Dacă Aristotel are dreptate și corpurile grele cad mai repede, atunci avem o problemă, și-a spus Galileo. Astfel, să ne imaginăm că legăm un corp greu de unul ușor și le dăm drumul, ca în figura 2.1. Vor cădea ele *împreună* mai repede sau mai încet? Iată o întrebare care seamănă cu cea a lui Moș Ion Roată. Să vedem ce se întâmplă.

Corpul mai ușor tinde să cadă mai încet decât cel greu, conform teoriei lui Aristotel, și deci va încetini mișcarea corpului mai greu. Pe de altă parte, cele două corpuri împreună formează un corp mai greu, deci căderea ar trebui să fie mai rapidă! Este deci o contradicție aici, din care se iese elegant doar dacă se presupune că toate corpurile cad la fel de repede în absența aerului, *indiferent de greutatea lor*!

Povestea spune că Galilei ar fi lăsat să cadă libere două bile metalice de mase diferite (o ghiulea de tun și un glonț de muschetă) din turnul din Pisa și ar fi observat că ele au

Figura 2.2: *Galileo Galilei în fața planului înclinat, prezentând experimentele sale unor contemporani. Frescă pictată în anul 1841 de către pictorul italian Giuseppe Bezzuoli și aflată în muzeul „La Specola" din Florența. Imagine reprodusă cu permisiunea domnului Saulo Bambi (Muzeul de Științe Naturale, Florența)*

atins pământul în același timp, dovedind că presupunerea lui este adevărată. Istoricii moderni se îndoiesc că el ar fi efectuat vreodată acest experiment. Este foarte probabil că el a procedat ca orice profesor universitar din ziua de azi, convins de teoria sa: a lăsat un student să facă experimentul!

Galilei a căutat însă să și descrie mișcarea bilei în căderea sa, mișcare care este *accelerată*, pentru că viteza bilei crește în timp, pe măsură ce bila cade. Cum putem descrie matematic o mișcare accelerată? Prin comparație cu mișcarea de viteză constantă, adică mișcarea rectilinie și uniformă, a spus Galilei. Astfel, aici știm că distanța parcursă crește proporțional cu timpul. Atunci, într-o mișcare accelerată probabil că nu distanța, ci *viteza* crește proporțional cu timpul!

Acum însă, într-o mișcare rectilinie și uniformă viteza este constantă și definită ca raportul dintre distanța parcursă și timp $v = \Delta x/\Delta t$. Prin comparație, accelerația care apare în mișcarea accelerată va trebui să fie raportul dintre *creșterea de viteză* și timp $a = \Delta v/\Delta t$.

Cum am putea însă defini viteza? În mod normal, utilizăm conceptul de viteză medie pe o perioadă finită de timp. Valoarea medie a vitezei este însă aproximativă, și o mărime mai potrivită ar fi *viteza instantanee*, definită în orice moment. Ea prezintă însă o problemă fundamentală: din moment ce ea este „instantanee", nu avem nici măcar o „bucățică" mică de timp necesar să o măsurăm! Ieșirea din impas se face elegant cu ajutorul *calculului diferențial.* Acest lucru nu a fost cunoscut de Galilei, și de aceea soluția lui este descrisă geometric, cu ajutorul vitezelor medii.

În modelul lui Galilei, legea căderii libere a corpurilor ne spune că orice corp lăsat liber în vid (fără rezistența aerului) cade uniform accelerat (deci accelerația este constantă în timpul căderii). Dacă această lege se poate verifica ușor în zilele noastre, pentru că timpul se măsoară precis (să ne gândim de exemplu la cursele de sprint, în care timpul de sosire se măsoară în sutimi de secundă), nu același lucru a fost posibil în trecut. Obiectele cad în câteva secunde, or pulsul inimii sau ceasul cu apă al lui Galilei, folosite la măsurarea timpului, nu aveau o rezoluție mai mică de câteva zecimi de secundă.

Ca atare, Galilei a verificat timpii de cădere într-o situație diferită, lăsând o bilă să alunece pe un plan înclinat (vezi figura 2.2). Aici însă a fost introdusă o complicație, cea a *frecării* bilei cu planul înclinat. Pentru a-i minimiza influențele, Galilei a șlefuit foarte bine atât bila, cât și panta (care prezenta un șanț pentru direcționare). Din cauza pantei, timpul de rostogolire a bilei era acum mai mare (de ordinul minutelor) și măsurabil de către Galilei.

Chiar dacă în noua situație apar multe probleme suplimentare (frecare, rostogolire) și ea se abate de la căderea verticală, important este că mișcarea poate fi măsurată cu precizia necesară. Cel puțin în acest caz, Galilei a putut verifica experimental ipoteza căderii uniform accelerate a corpurilor.

12. Cele trei principii ale mecanicii

Experimentele cu planul înclinat ale lui Galilei i-au adus acestuia un „bonus" nesperat. Galilei a observat că, atunci când bila alunecă de pe planul înclinat, ea va merge cu viteză aproape constantă pe un plan orizontal aflat în continuarea planului înclinat. Dacă un alt plan înclinat este așezat mai departe după planul orizontal, bila va urca mereu aproape la aceeași înălțime ca cea de la care a fost lăsată liberă inițial (vezi figura 2.3). Acest lucru l-a făcut pe Galilei să presupună că, dacă ar fi numai planul orizontal și nici o frecare, atunci mingea ar merge *la infinit* cu viteză constantă, nu s-ar opri, „în așteptarea" unui plan înclinat pe care s-ar urca apoi la aceeași înălțime.

Să observăm însă că problema aceasta este aceeași cu vechea întrebare „Ce se întâmplă cu un corp asupra căruia nu se acționează cu nimic?". Cum asupra bilei de pe planul orizontal nu acționează nimic în direcția mișcării (căci gravitația este perpendiculară pe planul orizontal), un răspuns este „va merge drept (rectiliniu) cu viteză constantă". Constatarea a devenit cunoscută astăzi sub forma *primului principiu al mecanicii*:

Primul principiu al mecanicii:

Un punct material își păstrează starea de mișcare rectilinie uniformă sau de repaus (care este un caz particular) atâta timp cât asupra lui nu se manifestă acțiuni din exterior.

Desigur, principiul pare că vine în contradicție cu cea mai practică înțelegere a lucrurilor pe care o avem: atâta timp cât nu împingem de ele, lucrurile nu își păstrează mișcarea, ele se opresc, o idee de altfel susținută din Antichitate. Pentru Galilei însă, faptul că orice lucru se oprește după un timp are de-a face cu obstacolele întâlnite, cu aerul, cu frecarea. Fiecare dintre aceste forțe va acționa asupra corpurilor și le va schimba starea de mișcare rectilinie uniformă.

Isaac Newton (1643-1727) a dezvoltat acest punct de vedere, acceptând că, fără a se acționa asupra lui, un corp își va păstra starea de mișcare rectilinie și uniformă. În plus, el și-a pus și problema cum poate cineva măsura acțiunea

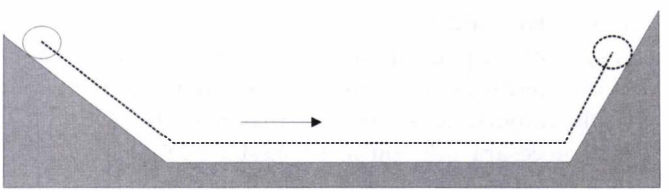

Figura 2.3: *O bilă care cade fără frecare de pe planul înclinat ar putea merge o distanță infinită cu viteză constantă. Dacă în drumul ei întâlnește alt plan înclinat, bila va urca la aceeași înălțime ca cea inițială.*

care se exercită asupra corpului. Noțiunea „cotidiană" cea mai la îndemână a părut a fi *forța*. Ce se întâmplă atunci când împingem de corpuri? Viteza lor crește sau scade, în funcție de direcția din care împingem și de mărimea forței cu care împingem. Putem măsura aceste forțe și rezultatul lor asupra mișcării? Desigur!

Un exemplu îl reprezintă acele vechi cântare cu cârlig din piață, de care se agăța plasa de cumpărături. Ele formează un *etalon* de măsură a forței. O plasă așezată de cârlig lungește un resort din cârlig, iar alungirea resortului este o măsură a greutății plasei. În practică, forța F ce acționează asupra resortului este direct proporțională cu întinderea Δx a resortului, $F = k\Delta x$ (k se numește constanta elastică a resortului). Cunoașterea alungirii Δx ne permite deci determinarea forței F. Aceasta este explicația din manualul de fizică pentru care resorturile sunt folosite la măsurarea forțelor: mărimea forței o citim direct pe indicatorul resortului. Cu alte cuvinte, cârligul este un posibil etalon de măsură a forței.

Calcul: ***Despre căsuțele matematice***

Pe parcursul acestei cărți prezentăm mai multe astfel de „căsuțe" cu ecuații. Ecuațiile nu sunt întotdeauna esențiale pentru înțelegerea textului, ele fiind adăugate pentru cei ce le pot „citi" și se pot ajuta astfel de ele.

Citirea unei ecuații este ca învățarea unei limbi noi: greoaie la început, dar apoi devine obișnuință. Ca și în limbaj, pentru a înțelege mesajul corect, este necesar ca fiecare element al mesajului să fie înțeles. Iată spre exemplu celebra ecuație a lui Einstein:

$$E = mc^2$$

Aici litera E reprezintă energia înmagazinată într-un corp, litera m reprezintă masa acelui corp, iar litera c reprezintă viteza luminii.

Deși nu se spune, fiecărei litere i se asociază niște unități de măsură, ce pot fi folosite în cel mai rău caz pentru a verifica dacă ecuația este scrisă corect. Astfel, masa m se măsoară în kilograme (kg) iar viteza c în metri pe secundă (m/s). Produsul unităților este $\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2$, numit joule, care este chiar unitatea de măsură a energiei. Mai multe detalii despre aspectele matematice ale fizicii se găsesc în anexa 22.

Desigur, putem alege și alte etaloane de măsură a forței (alte resorturi, elastice etc.). De fapt, este mereu necesar să pornim cu un etalon, altfel nu am avea la ce să ne raportăm măsurătorile. Să remarcăm însă că un etalon „fundamental" (la care ne raportăm în final) trebuie introdus fără a detalia construcția sa. În cazul nostru, dacă am încerca să detaliem forțele care acționează între componentele etalonului fundamental de forță, ar trebui să folosim alte etaloane de măsură a forței mai „fundamentale". Pe de altă parte, nici nu putem folosi același etalon la măsura forțelor componentelor sale, căci atunci vom crea autoreferințe (vezi secțiunea 1). În acest sens, *etalonul* este o noțiune oarecum artificială, imaginea unui instrument de măsură perfect despre care nu știm cum funcționează precis pe dinăuntru.

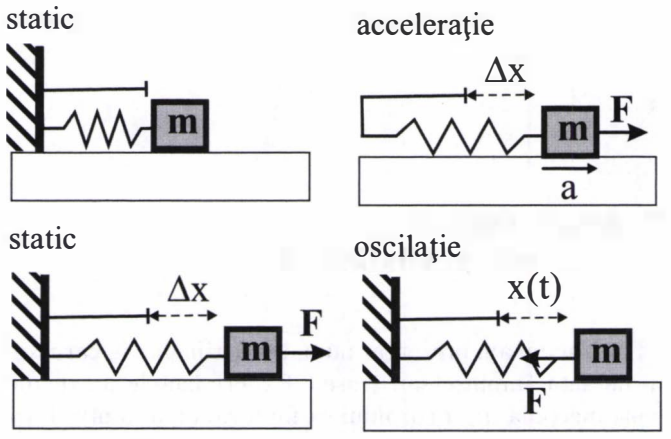

Figura 2.4: *Un corp este așezat pe o suprafață fără frecări și legat de un resort. Stânga sus: corpul este în repaus și resortul este relaxat. Stânga jos: corpul legat este tras cu o forță F. Resortul se va alungi cu o valoare* $\Delta x = F/k$. *Dreapta sus: Resortul nu mai este legat, și cineva trage de capătul resortului cu o forță constantă în timp, F. Alungirea resortului* $\Delta x = F/k$ *este proporțională cu forța F, iar corpul va avea o accelerație constantă* $a = F/m$, *unde m este definită ca masa inerțială a corpului. Dreapta jos: resortul este legat de un perete fix, apoi tragem de corp și îl lăsăm liber. Corpul va oscila în jurul poziției de echilibru cu o frecvență constantă. Forța elastică este proporțională cu deplasarea* $F = -kx$ *și încearcă să readucă corpul în poziția de echilibru.*

Să luăm etalonul nostru, cântarul cu cârlig, și să tragem cu el diverse obiecte pe o suprafață fără frecări (modern, ne-am putea gândi la o pernă de aer). Dacă tragem de obiect într-o singură direcție, în așa fel încât forța (indicată de resortul etalon) să fie constantă, vom avea o surpriză: corpul se mișcă într-o mișcare uniform accelerată, cea introdusă de Galileo Galilei. Mai mult însă, raportul dintre forța constantă cu care se trage de obiect și accelerația imprimată este mereu o constantă a corpului, independentă de mărimea forței cu care tragem! Acest raport definește *masa inerțială* a corpului (vezi figura 2.4). Ajungem astfel la *cel de-al doilea principiu al mecanicii*, care poate fi formulat sub forma următoare:

Al doilea principiu al mecanicii:

Accelerația a imprimată unui corp este direct proporțională cu forța F care acționează asupra lui și invers proporțională cu masa inerțială m a corpului: $a = F/m$. *Accelerația are direcția și sensul forței aplicate.*

Forța, așa cum este definită ea în al doilea principiu, este un *vector*. Aceasta înseamnă că ea are nu numai o mărime, dar și o direcție. Direcția forței este egală cu direcția accelerației imprimate, ceea ce înseamnă că și accelerația este un vector. În fond, accelerația este o derivată a vitezei, care este și ea un vector, indicând direcția de mișcare. În lucrarea de față vom indica vectorii prin litere îngroșate, de exemplu $\mathbf{a}$ pentru accelerație și $\mathbf{F}$ pentru forță și cu litere normale îngroșate a sau F modulele acestor vectori. În termeni vectoriali, rezultatul de mai sus se scrie ca $\mathbf{a} = \mathbf{F}/m$, unde vectorul accelerație $\mathbf{a}$ este variația vectorului viteză în timp $\mathbf{a} = \Delta\mathbf{v}/\Delta t$.

Probabil că sunteți tentați să treceți peste principiul precedent ca peste ceva cunoscut. Cu toate acestea, este uimitor că o astfel de lege *există*. Să repetăm, atunci când tragem cu o forță constantă de corp obținem că: 1. Mișcarea este uniform accelerată și nu aiurea, cu hopuri, să spunem. 2. Raportul dintre forța imprimată și accelerația primită este constantă pentru același corp, indiferent dacă forța este mai mică sau mai mare. O minune, am zice. Dacă relațiile erau arbitrare (căci ar fi putut fi, de ce nu?) fizica ar fi avut o cu totul altă formă.

Acum vom menționa, pentru a completa imaginea, și cel de-al treilea principiu al mecanicii, așa-numitul *principiu al acțiunii și reacțiunii*:

Al treilea principiu al mecanicii:

Dacă un corp acționează asupra unui alt corp cu o forță (numită forță de acțiune), atunci și cel de-al doilea corp acționează asupra primului cu o altă forță (numită forță de reacțiune), de aceeași mărime și de aceeași direcție, dar de sens contrar.

Principiul acțiunii și reacțiunii poate fi privit și ca un „principiu al ignoranței", deoarece în el există o ambiguitate, exprimată cel mai bine în dificultatea elevilor de liceu de a-l folosi. Principiul spune că, dacă eu apăs asupra unui corp, atunci și corpul apasă înapoi cu aceeași forță. Principiul nu spune însă *cum* este posibil acest lucru și, mai important, *de ce*. În fond, aplicarea acestui principiu presupune definirea corectă a corpurilor constituente (ceea ce nu este mereu ușor, dacă ne gândim la apă de exemplu), a locului unde acționează forțele și a obiectelor asupra cărora acționează.

La o înțelegere mai corectă a principiului se ajunge detaliind mecanismul din interiorul corpurilor. Astfel, anticipând, toate corpurile sunt formate din atomi, care interacționează între ei prin intermediul forțelor *electromagnetice*. Forțele electromagnetice sunt însă „reciproce", în sensul că doi atomi se atrag sau se resping cu forțe egale, dar de sens opus. Atunci când mâna noastră împinge un creion, să zicem, atomii de la marginea mâinii se împing cu atomii de la marginea creionului cu forțe opuse și de semn contrar. În acest fel forța *totală* cu care mâna împinge creionul este egală și opusă celei cu care creionul împinge mâna. Reprezentarea este utilă în multe cazuri în care principiul acțiunii și reacțiunii este dificil de aplicat din cauza ambiguității.

Cu ajutorul principiilor mecanicii, Newton a realizat un sistem matematic de succes, aplicabil la început obiectelor terestre cu care experimentăm. Desigur că nu este un sistem final și de aceea aplicabilitatea lui este limitată. Principiile lui Newton nu explică ruginirea, încălzirea de la Soare, creșterea plantelor sau viața. Însuși Newton a fost conștient de acest lucru atunci când a spus că a găsit doar o mică piatră de la marginea imensului ocean al cunoașterii, deși, după părerea urmașilor, ceea ce a găsit el este mai curând o perlă.

Calcul: *Oscilatorul armonic clasic*

Pentru că oscilatorul armonic joacă un rol important, să scriem ecuațiile sale de mișcare folosind principiul al doilea al mecanicii. Astfel, să considerăm resortul din partea din dreapta a figurii 2.4, resort care acționează asupra unui corp de masă m. Mișcarea lui $x = x(t)$ este unidimensională, iar poziția de echilibru o considerăm $x = 0$. Forța F cu care resortul trage sau împinge de corp este opusă deplasării x și proporțională cu ea:

$$F = -kx$$

Mai sus, k este constanta elastică a resortului. Forța F va pune în mișcare corpul cu accelerația a dată de legea a doua a lui Newton și masa m a corpului.

$$F = ma = m\frac{d^2x}{dt}$$

Egalând cele două valori obținem ecuația de mișcare a corpului:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$

Soluția ecuației este o mișcare oscilatorie cu perioada T:

$$x(t) = A\sin\left(2\pi\frac{t}{T} + \phi\right)$$

Aici A este amplitudinea oscilației iar ϕ faza ei. Perioada oscilației se calculează derivând de două ori:

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = A\frac{2\pi}{T}\cos\left(2\pi\frac{t}{T} + \phi\right)$$

$$\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\sin\left(2\pi\frac{t}{T} + \phi\right) = -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 x$$

$$\ddot{x} = -\frac{k}{m}x \quad \Rightarrow \quad \frac{k}{m} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

Vedem astfel că perioada T a oscilației depinde de masa m a bilei și de constanta elastică k.

Un rezultat care ne este foarte util este calculul energiei potențiale E_p, despre care vom discuta și în secțiunea 19. Prin definiție, energia potențială este dată de lucrul mecanic efectuat de noi (care tragem cu forța $-F$, opusă forței elastice) pentru a deplasa bila din poziția de echilibru. Pe distanțe infinitezimale dx putem considera forța elastică F constantă, iar produsul celor două ne va da lucrul mecanic, și deci energia potențială:

$$dE_p = (-F)\cdot dx$$

Din poziția de echilibru avem:

$$E_p = \int_0^x dE_p = \int_0^x -F(x)dx = \int_0^x (kx)dx \quad \Rightarrow \quad \boxed{E_p = \frac{kx^2}{2}}$$

Vedem că energia potențială crește cu pătratul distanței x din poziția de echilibru.

13. Masa inerțială și masa gravitațională

Până acum am prezentat numai experimente în care corpurile sunt împinse sau trase. Experimentele au definit masa inerțială m_i a corpului ca fiind raportul dintre forța cu care împingem și accelerația imprimată. Am ales numele de *masă inerțială*, ca să ne amintim că ea are de-a face cu inerția corpurilor în mișcare și deci cu reacția lor atunci când le împingem sau tragem.

Există însă o sursă naturală de mișcare în jurul nostru, atracția gravitațională a Pământului. Observăm că cele trei legi ale mecanicii nu se referă la această atracție, deși ele pot fi aplicate gravitației, imaginându-ne că Pământul atrage lucrurile printr-o sfoară invizibilă. Forța cu care Pământul atrage un corp a primit numele de *forță gravitațională*. Ea se mai numește *greutate* și se măsoară atârnând corpul de un resort etalon și citind alungirea resortului.

Nu avem motive să credem că, determinând masa inerțială a unui corp, obținem indicii asupra greutății sale. Aceasta pentru că cele două experimente sunt conceptual diferite: unul este *dinamic* (cel în care măsurăm masa inerțială accelerând corpul), iar celălalt *static* (atunci când măsurăm greutatea corpului). Cu alte cuvinte, un corp care este ușor de împins de la un punct la altul (deci cu o masa inerțială mică) ar putea fi, în principiu, greu odată ce îl așezăm pe cântar, de ce nu? Cu toate acestea, corpurile care sunt ușor de împins sunt și grele pe cântar, și invers.

Fizicienii mecanicii newtoniene descriu această proprietate introducând *masa gravitațională* m_g a unui corp. Ea se obține împărțind forța de atracție gravitațională W (pe care o măsurăm atârnând corpul de un resort) la accelerația g cu care cade corpul liber în acel loc $m_g = W/g$ (vezi figura 2.5). Putem compara masa gravitațională astfel definită cu masa inerțială a unui corp și vedea experimental că, pentru corpurile punctiforme aflate în vid, cele două sunt perfect egale $m_g = m_i$. Cu alte cuvinte, corpurile care sunt greu de accelerat (masă inerțială m_i mare) sunt și mai grele (masă gravitațională m_g mare).

De ce ar fi cele două mase egale? În fond, tipul de măsurători în care ele apar sunt diferite (unul este dinamic și altul static). La o analiză mai atentă se arată că egalitatea celor două mase este legată de faptul că *toate* corpurile cad liber cu aceeași accelerație, așa cum a măsurat Galilei în turnul din Pisa. Aceasta, măsurată la suprafața Pământului, se numește *accelerație gravitațională* și are valoarea $g = 9.8\text{m/s}^2$. Căci, dacă un corp are o masă inerțială de două ori mai mare, atunci Pământul trebuie să tragă de el de două ori mai puternic, pentru ca el să cadă în final cu aceeași accelerație gravitaționlă g, și deci masa gravitaționlă a acelui corp trebuie să fie de două ori mai mare. Astfel, toate corpurile punctiforme cad cu aceeași accelerație.

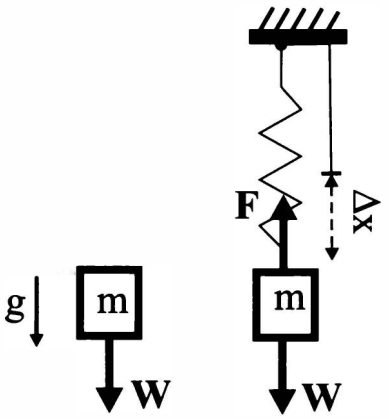

Figura 2.5: *Stânga: Un corp cade liber cu o accelerație constantă, numită accelerație gravitațională g. Dreapta: Forța gravitațională W o măsurăm atârnând corpul de un cârlig. Dacă împărțim forța W la accelerația gravitațională, obținem ceea ce se numește masă gravitațională* $m_g = W/g$.

Observația pare trivială, însă trebuie să înțelegem că situația putea fi alta. De exemplu, mai multe corpuri lăsate liber într-un câmp electric sunt accelerate diferit unele față de altele, în funcție de sarcina lor electrică (cele care sunt neutre stau chiar pe loc). Cu toate acestea, toate corpurile lăsate liber într-un câmp gravitațional vor cădea în același fel, sincron unul cu altul. Ar părea că în primul caz câmpul electric „testează" compoziția corpului (are sau nu sarcină electrică) pe când în cel de-al doilea nu îl „interesează" care este compoziția sa (mișcarea este aceeași indiferent de compoziția corpului punctiform).

Observațiile de mai sus l-au preocupat pe Newton, care însă nu a putut să explice egalitatea masei inerțiale și a celei gravitaționale. A trebuit să vină Einstein să arate că gravitația și mișcarea corpului sunt două fațete ale aceleiași probleme. Astăzi știm că mișcarea e indisolubil legată de gravitație, în cadrul teoriei relativității generale. Astfel, corpurile cad cu aceeași accelerație în câmp gravitațional, pentru că nu contează *din ce* sunt făcute, ci doar *unde* se află.

Teoria relativității ne învață că cele două situații, *dinamică* și *statică în câmp gravitațional*, sunt în esență identice, doar că noi le percepem diferit. De câte ori stăm pe canapea ne mișcăm efectiv accelerat în sus împreună cu obiectele din jur, într-un sistem de referință neinerțial ce ne străbate trupurile, fără ca noi să-i detectăm prezența. De aceea masa inerțială și cea gravitațională sunt egale, pentru că un corp agățat de cîrlig și atras de Pământ nu stă pe loc, ci se mișcă efectiv accelerat în sus în acest spațiu imaginar în care suntem accelerați cu toții!

În experimentul nostru cu corpul agățat de cârlig, măsurăm de fapt tot masa inerțială a corpului. Forța pe care o numim gravitațională este de fapt una inerțială, datorită accelerării corpului în acest sistem de coordinate spațiale care ne străbate trupurile. Tot de aceea și trei corpuri lăsate libere cad jos sincron, cum a constatat Galilei, pentru că în această situație ele rămân de fapt pe loc, doar că noi ne mișcăm în sus față de ele cu canapeaua noastră. Gravitația este atunci doar o altfel de percepție a mișcării, iată ideea pe care trebuie s-o luăm cu noi din aceste experimente, idee esențială în teoria relativității generale.

14. Atracția gravitațională

Să facem împreuna un exercițiu de fantezie și să intrăm în mintea unui geniu ca Isaac Newton, pentru a vedea cum ar fi putut funcționa ea într-un moment crucial. Cum care moment? Acela în care era sub un măr.

Stătea el așa și se gândea... „Măi, ce mere frumoase, ce-aș gusta și eu unul". Și când să dea să se ridice, pac, îi cade un măr în cap. Mă, zice, care dai, mă, cu mere? Se uită în sus, nimeni, se uită în jur, nimeni. Se gândește: „Să știi că mărul ăsta a căzut singur". Dar de ce să cadă singur?

Și, cum îl citise pe Aristotel, își va fi spus: „Pentru că Pământul atrage toate obiectele spre el, pentru că locul natural al obiectelor este suprafața Pământului". Bine, dar de ce nu atrage și Luna? Luna de ce nu cade de pe cer? Dacă aveți copii și nu scăpați de ei cu această întrebare, iată răspunsul salvator: pentru că Luna este legată cu ață pe cer!

Newton știa că Luna orbitează în jurul Pământului, dar nu știa de ce Luna nu *cade* pe Pământ, ca toate celelalte obiecte. Să vedem, și-a zis el, Luna nu stă țeapănă în locul ei, ci orbitează în jurul Pământului. Pentru simplitate, am putea presupune că ea orbitează la o distanță apropiată de suprafața Pământului. O primă aproximație a acestei mișcări este că ea se deplasează *paralel* cu suprafața Pământului.

Acum, ce se întâmplă dacă eu arunc un măr orizontal, paralel cu suprafața Pământului, în loc să-l las să cadă pur și simplu? Evident, atunci va cădea mai încolo. Cu cât îl arunc mai tare, cu atât va cădea mai departe. Dar stai puțin, și-o fi spus Newton, Pământul nu este infinit plan, ci rotund! Dacă eu arunc mărul așa de tare încât să cadă aproape de partea cealaltă? Ce s-ar întâmpla?

Este ușor de vizualizat ce se întâmplă (vezi figura 2.6). Deși mărul cade către Pământ, suprafața acestuia se curbează sub el, se *îndepărtează* de măr. Se prea poate ca mărul să cadă spre Pământ, dar dacă suprafața Pământului, curbându-se, se tot îndepărtează de măr, va mai atinge mărul Pământul? Ei bine, dacă viteza mărului este aleasă potrivit, distanța dintre măr și Pământ rămâne constantă și mărul aleargă așa în jurul Pământului, fără să-i atingă suprafața! În acest fel, căderea continuă a mărului este compensată de curbura Pământului, iar mărul rămâne mereu în mișcarea lui la aceeași distanță de Pământ, căzând mereu către Pământ fără însă să-i atingă suprafața.

Dar stați puțin; aceasta este chiar mișcarea circulară în jurul Pământului... Cu alte cuvinte, mărul cade pe Pământ, dar pentru că Pământul este rotund, el va ajunge să se rotească în jurul lui. Tot așa și cu Luna, ea cade mereu spre Pământ, dar nu apucă să-i atingă suprafața, pentru că are imprimată și o mișcare paralelă cu suprafața acestuia (vezi figura 2.6). Iată răspunsul lui Newton, care se întreba inițial de ce nu cade Luna pe Pământ: *Luna cade de fapt încontinuu spre Pământ.* Surprinzător, nu?

Poate că exemplul ce mai frumos rămâne cel al Stației Spațiale Internaționale. Aceasta poate fi văzută, din când

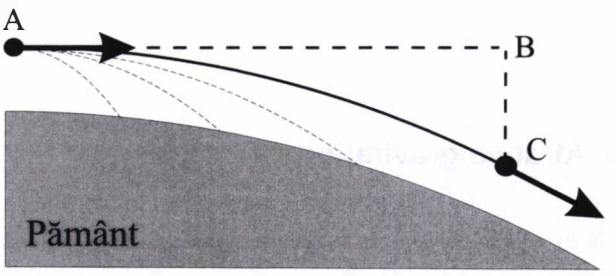

Figura 2.6: *Ideea lui Newton. Dacă „lansăm" orizontal un corp, el va cădea după o distanță anume, datorită atracției gravitaționale a Pământului. Pe de altă parte, suprafața Pământului este curbă. Dacă viteza inițială a corpului este aleasă potrivit (vezi linia îngroșată) atunci căderea acestuia este compensată de curbura Pământului, iar corpul se va roti efectiv în jurul Pământului, la aceeași distanță de el. Acesta este cazul Lunii și cel al sateliților.*

în când, trecând repede deasupra noastră pe cer (în câteva minute). Nici nu este de mirare, deoarece ea orbitează în jurul Pământului la fiecare oră și jumătate. În acele momente ea este cel mai strălucitor obiect ceresc. Privind cum Stația Spațială Internațională trece așa de repede deasupra, am putea crede că ea are motoare care o propulsează. Greșit însă, nimic nu o propulsează, ea doar cade *încontinuu* către Pământ, însă nu îi atinge suprafața, deoarece Pământul se curbează sub ea. În plus, la altitudinea la care orbitează (400 km) nu există atmosferă, iar mișcarea sa nu este încetinită semnificativ. Viteza mare cu care circulă a primit-o la lansare.

Dar legea atracției gravitaționale, veți spune, cum iese ea din observațiile de mai sus? Ei bine, ea rezultă calculând cât de mare este forța cu care Pământul trebuie să atragă Luna pentru a o păstra pe traiectorie circulară. Astfel, știm că Luna se învârte în jurul Pământului cu o viteză de 60 km/minut. Atunci, într-un minut, Luna străbate aproximativ 60 de km. În acest minut, căderea liberă spre Pământ poate fi calculată din curbura cercului orbitei. Obținem că, într-un minut, pentru a-și menține orbita circulară, Luna trebuie să „cadă" aproape 5 metri.

Să observăm că, pe Pământ, în același minut, un corp lăsat liber cade mult mai mult, aproximativ 20 km dacă ignorăm rezistența aerului, adică de 4000 de ori mai mult. Faptul că Luna „cade" mai încet este o indicație a faptului că ea este atrasă mai slab de Pământ, cu o forță care este deci de 4000 de ori mai mică decât dacă Luna s-ar afla pe suprafața Pământului.

Pe de altă parte Luna se află la o distanță de aproximativ 400 000 km depărtare de centrul Pământului, pe când obiectele de pe suprafața Pământului se află la o distanță de 6 000 de km de centrul acestuia. Raportul celor două distanțe este aproximativ de 66, iar pătratul acestui raport este aproape 4 000, adică exact factorul cu care este mai mică forța de atracție a Lunii față de cazul în care Luna s-ar fi aflat pe suprafața Pământului!

Putem trage atunci concluzia că *forța de atracție gravitațională scade cu pătratul distanței* dintre cele două obiecte. Să remarcăm aici că Newton nu presupune, ci de fapt verifică experimental că forța gravitațională variază cu pătratul distanței.

Calcul: ***Atracția gravitaționalală***

Forța de atracție gravitațională dintre două corpuri este:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{d^2}$$

Aici $G = 6.67 \cdot 10^{-11}\mathrm{m}^3/(\mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^2)$ este constanta lui Newton, m_1 și m_2 masele corpurilor și d este distanța dintre ele. Forța este de atracție și este orientată pe direcția formată de cele două corpuri.

De exemplu, forța cu care Pământul de masă M atrage un corp de masă m de pe suprafața sa devine:

$$F = G\frac{mM}{R^2} = mg$$

unde R este raza Pământului iar g este accelerația gravitațională la suprafața sa $g = GM/R^2 = 9,8\mathrm{m/s}^2$.

15. Periodicitatea mareelor

Newton a presupus nu numai că Pământul atrage Luna, dar și că Luna atrage Pământul, cu o forță egală și de sens opus, conform *principiului acțiunii și reacțiunii.* Desigur, influența gravitațională a Lunii asupra Pământului este mai mică, pentru că Pământul este mai mare și mai greu de urnit, însă ea nu este neglijabilă.

În practică, Luna și Pământul se atrag reciproc, cu aceeași forță. Aceasta face ca cele două corpuri cerești să se rotească împreună în jurul unui punct fix, numit *centru de masă.* Situația se aseamănă cumva cu cea a unor doi copii care se țin de ambele mâini și se învârt în jurul unui punct situat în centru. De fapt, luând în calcul dimensiunile Lunii și Pământului, putem calcula că acest centru de masă este situat undeva la 1500 km de centrul Pământului.

Totuși, Newton nu dispunea în epoca lui de observații astronomice care să confirme rotația sincronă a *ambelor* corpuri cerești în jurul centrului de masă. De aceea el și-a concentrat atenția asupra unui alt efect, cel al *mareelor.* După cum se știe, acesta este un efect periodic, ce apare de două ori pe zi, cunoscut și sub numele de flux și reflux. În timpul fluxului, nivelul mării crește, iar în timpul refluxului, nivelul acesteia scade.

Indicația că fenomenele au de-a face cu Luna vine din faptul că fluxul are loc atunci când Luna se află deasupra noastră sau de cealaltă parte a Pământului. Newton a reușit să explice nu numai această relație, dar și periodicitatea mareelor de o jumătate de zi, presupunând că Luna atrage Pământul, în felul următor.

Pentru început, să ne imaginăm că Luna și Pământul sunt legate cu o bară rigidă și puse în mișcare de rotație

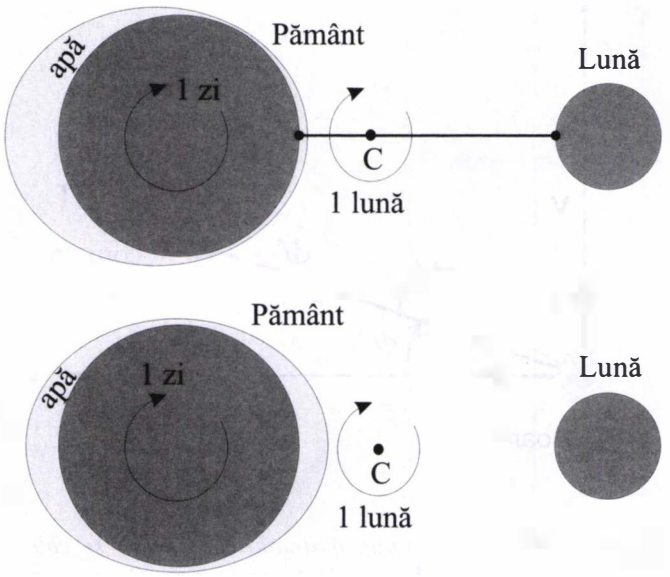

Figura 2.7: *Formarea mareelor. Sus: Luna și Pământul sunt fixate rigid de o bară invizibilă care se rotește periodic la o lună. Centrul de masă C este așezat nerealist între Pământ și Lună, deși el se află undeva în interiorul Pământului. Dacă presupunem că nu există nici o forță de atracție între Lună și Pământ, atunci apa se adună numai la un capăt (datorită forței centrifuge). Deoarece Pământul se rotește într-o zi în jurul axei sale, acest efect va fi perceput ca o maree ce apare odată pe zi. Jos: Luna și Pământul se rotesc în același fel, numai că acum Luna atrage gravitațional apa de pe suprafața Pământului. Apa se adună în ambele părți ale Pământului și vom avea două maree pe zi datorită rotației Pământului.*

în jurul centrului de masă cu o perioadă de o lună, precum în figura 2.7. În acest caz ignorăm forța de atracție gravitațională. Ce se întâmplă cu apa de la suprafața Pământului? Datorită forței centrifuge, apa este împinsă către suprafața Pământului opusă Lunii. În această parte nivelul mării va crește.

Mișcarea Lunii în jurul Pământului are loc într-o lună și, pentru o zi, vom considera situația statică. Acum însă și Pământul se învârte în jurul axei sale, ceea ce face ca fiecare punct de Pământ să ajungă în partea îndepărtată a tandemului Lună-Pământ, acolo unde marea are un nivel ridicat și deci să experimenteze un flux. Care va fi perioada acestui flux? Desigur, precis o zi, pentru că apa este ridicată doar înspre un capăt, cel care se îndepărtează de Lună.

Dacă eliminăm acum bara rigidă și introducem forța de atracție gravitațională la loc, vom obține aceeași mișcare de rotație, și aceeași tendință a apei de a se duce pe suprafața *opusă* Lunii, datorită forței centrifuge. Acum însă acționează și forța gravitațională a Lunii, care va atrage apa de pe Pământ înspre Lună.

În final, obținem o situație în care apa este ridicată pe ambele părți ale Pământului, atât pe cea opusă Lunii cât și pe cea dinspre Lună (vezi figura 2.7). Datorită rotației Pământului, mareele apar periodic la 12 ore și nu la 24 de ore ca mai înainte, adică exact valoarea experimentală.

Vom concluziona, ca și Newton, că fenomenele de flux și reflux sunt datorate atracției gravitaționale a Lunii.

Este interesant de menționat că astăzi s-au putut măsura experimental chiar și „maree terestre", adică ridicarea scoarței terestre dintr-o locație, la fiecare trecere a Lunii desupra acelui punct de pe Pământ.

16. Mișcarea eliptică

Newton ne-a arătat de ce Luna se mișcă în jurul Pământului pe o orbită circulară, fără să cadă pe el. Ideea originală a lui Newton este nemaipomenită, dar are o „mică" problemă: de ce ar fi așezată Luna *precis* pe acea orbită care este circulară? Căci, dacă ar fi fost ceva mai aproape, atunci Luna ar fi fost atrasă mai tare și s-ar fi apropiat mai mult de Pământ, eventual printr-o traiectorie spiralată, sfârșind prin a se lovi de el într-un eveniment catastrofal. Sau nu?

În fond, acum știm că toate corpurile cerești sunt lovite mereu de meteoriți care tot îi dau „șuturi" într-o direcție sau alta. N-ar fi mai bine să formulăm problema puțin diferit? Să presupunem că un corp ceresc (Luna, sau o planetă) primește dintr-o poziție inițială dată o viteză oarecare, într-o direcție oarecare, și să vedem ce se întâmplă? Dacă știm viteza și poziția inițială, sigur putem afla traiectoria ulterioară, folosind ecuațiile lui Newton, și vom calcula orbita corpului ceresc.

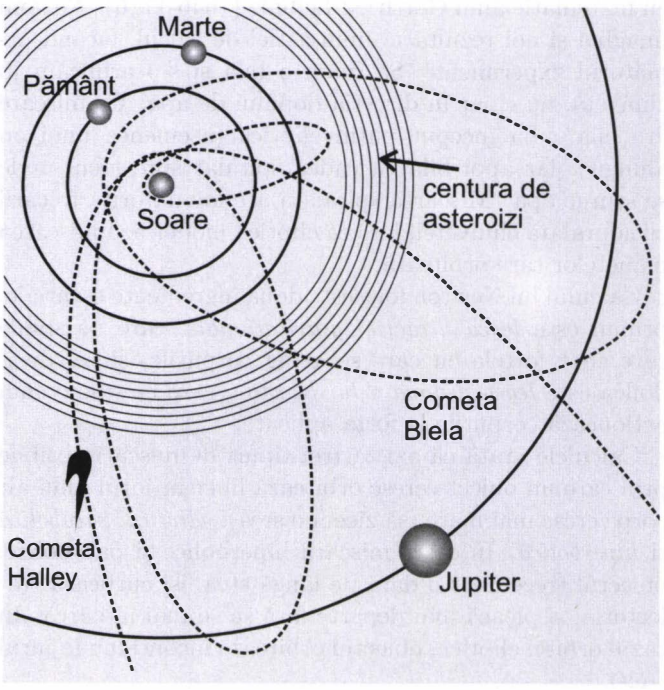

Figura 2.8: *Traiectoriile eliptice ale câtorva comete ce vizitează periodic sistemul solar. Ele demonstrează „experimental" că mișcarea naturală în jurul unui corp ceresc nu este neapărat cercul, ci elipsa sau hiperbola.*

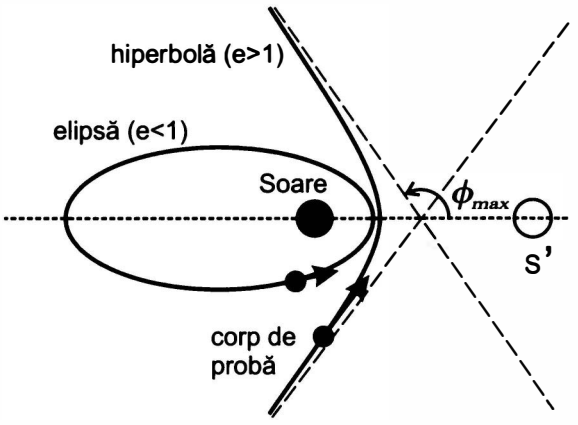

Figura 2.9: *În figură sunt prezentate cu linie continuă două orbite posibile pentru un corp ceresc ce se mișcă liber în jurul Soarelui, în funcție de parametrul e, denumit excentricitate. Mișcarea este repetitivă pentru orbita eliptică ($e < 1$), atunci când viteza corpului este mică. În cazul orbitei hiperbolice ($e > 1$) viteza corpului este mare, iar acesta „vizitează" doar o dată Soarele. Orbita parabolică (pentru care $e = 1$) nu este prezentată în figură.*

Este exact ce a făcut în continuare Newton, care a calculat că orbitele planetelor sunt *eliptice*, indiferent de poziția sau viteza lor inițială. Desigur, a fost o mare bucurie pentru el să regăsească tocmai forma orbitei planetelor măsurată de Kepler, care spusese deja că ele sunt elipse.

Acest tip de calcul era destul de dificil, în mod special pe timpul lui Newton. De fapt, pentru aceste calcule Newton a și inventat *calculul diferențial*, în același timp cu matematicianul Gottfried Leibniz (1646-1716). Ne vom imagina și noi rezultatul unui astfel de calcul, făcând următorul experiment. Să luăm o bilă și s-o aruncăm în chiuvetă, nu chiar în direcția dopului de apă. Ce mișcare are bila? La început puțin eliptică (asemenea unui ou alungit), iar apoi bila va cădea spiralat spre locul unde se scurge apa. Mișcarea spiralată are loc datorită frecării cu suprafața chiuvetei, iar cea eliptică modelează mișcarea planetelor care orbitează.

Calculul lui Newton folosește două ingrediente esențiale: primul este *legea atracției gravitaționale*, care ne spune care sunt forțele cu care se atrag corpurile, și cel de-al doilea este *legea a doua a lui Newton*, care ne spune cum acționează corpurile la forța aplicată.

Calculele arată că există trei tipuri de mișcări posibile prin care un obiect ceresc orbitează liber în jurul unui alt corp ceresc mai mare (să zicem o stea): *eliptică*, *parabolică* și *hiperbolică*. În cazul mișcării hiperbolice și parabolice, obiectul trece doar o dată pe lângă stea, își curbează traiectoria, și pleacă mai departe fără să se mai întoarcă. În cazul orbitei eliptice, obiectul orbitează încontinuu în jurul stelei.

Toate cele trei soluții se regăsesc în mișcarea obiectelor cerești care sunt atrase de Soare, cum ar fi *cometele* sau *meteoriții*. Unele dintre comete revin la intervale regulate, iar asta înseamnă că au o orbită eliptică, pe când altele ne vizitează doar o singură dată, însemnând că au o traiectorie hiperbolică sau parabolică (vezi figura 2.8).

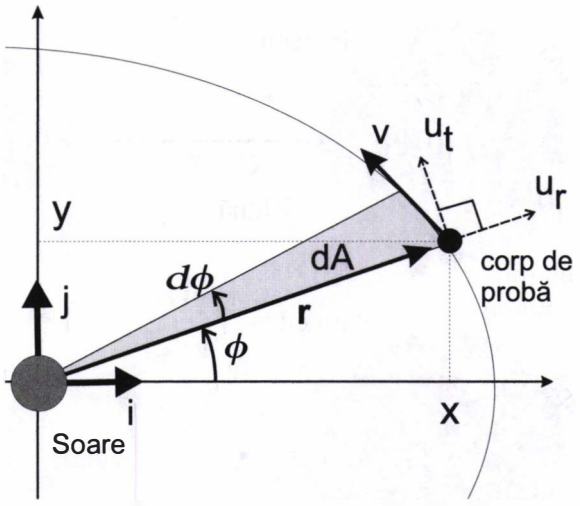

Figura 2.10: *Elementele matematice cu care se calculează mișcarea corpului (vezi căsuța matematică).*

Cea mai celebră dintre comete este *cometa Halley*, care poartă numele astronomului Edmund G. Halley (1656-1743). Acesta a calculat orbita cometei la scurt timp după ce Newton și-a dezvoltat teoria și a arătat că orbita este o elipsă foarte alungită. În acest fel, Halley a putut prezice că aceeași cometă se va reîntoarce în 1758. Lucrul acesta s-a și întâmplat în 1759, la 15 ani după moartea astronomului.

Pentru cei interesați, prezentăm în căsuța următoare calculul mișcării eliptice pentru un corp care orbitează în jurul Soarelui.

Calcul: *Mișcarea eliptică*

Să încercăm, printr-un calcul detaliat, să determinăm traiectoriile pe care poate orbita un corp ceresc de masă m în jurul Soarelui, considerat de masă M. Rezultatul îl vom folosi și la teoria relativității. Să considerăm că Soarele se află în centrul sistemului de coordonate, iar corpul se mișcă într-un plan orizontal (vezi figura 2.10).

Putem exprima mișcarea corpului fie într-un sistem cartezian de coordonate prin două funcții de timp $x = x(t)$ și $y = y(t)$, fie într-un sistem de coordonate polare $r = r(t)$ și $\phi = \phi(t)$. Între cele două sisteme de coordonate există relațiile:

$$x = r\cos\phi; \qquad y = r\sin\phi;$$

Variația în timp a acestor coordonate va reprezenta viteza, iar variația în timp a vitezei va reprezenta accelerația. Să notăm orice variație în timp a unei mărimi cu un punct deasupra mărimii, de exemplu $dx(t)/dt = \dot{x}$. Cu două puncte vom desemna derivata de ordinul doi $\ddot{x} = d\dot{x}/dt = d^2x/dt^2$. Avem atunci

$$\dot{x} = \dot{r}\cos\phi - r\dot{\phi}\sin\phi$$
$$\ddot{x} = \ddot{r}\cos\phi - \dot{r}\sin\phi\dot{\phi} - \dot{r}\dot{\phi}\sin\phi - r\ddot{\phi}\sin\phi - r\dot{\phi}\cos\phi\dot{\phi}$$
$$\ddot{x} = (\ddot{r} - r\dot{\phi}^2)\cos\phi - (r\ddot{\phi} + 2\dot{r}\dot{\phi})\sin\phi$$

Similar, obținem:

$$\dot{y} = \dot{r}\sin\phi + r\dot{\phi}\cos\phi$$
$$\ddot{y} = \ddot{r}\sin\phi + \dot{r}\cos\phi\dot{\phi} + \dot{r}\dot{\phi}\cos\phi + r\ddot{\phi}\cos\phi - r\dot{\phi}\sin\phi\dot{\phi}$$
$$\ddot{y} = (\ddot{r} - r\dot{\phi}^2)\sin\phi + (r\ddot{\phi} + 2\dot{r}\dot{\phi})\cos\phi$$

În relațiile de mai sus nu am scris explicit dependența de timp, dar ea se subînțelege pentru fiecare mărime x, y, r sau ϕ.

Să refacem pentru moment forma vectorială a accelerației din relația de mai sus, folosind notația $\mathbf{i}$ și $\mathbf{j}$ pentru vectorii unitate (versorii) ai sistemului de coordonate cartezian (vezi figura 2.10):

$$\mathbf{a} = (\ddot{x})\mathbf{i} + (\ddot{y})\mathbf{j} = (\ddot{r} - r\dot{\phi}^2)(\mathbf{i}\cos\phi + \mathbf{j}\sin\phi) + (\dot{r}\dot{\phi} + 2\dot{r}\dot{\phi})(-\mathbf{i}\sin\phi + \mathbf{j}\cos\phi) = (\ddot{r} - r\dot{\phi}^2)\mathbf{u}_r + (r\ddot{\phi} + 2\dot{r}\dot{\phi})\mathbf{u}_t$$

Vectorul $\mathbf{u}_r = \mathbf{i}\cos\phi + \mathbf{j}\sin\phi$, de modul egal cu unitatea, este orientat în direcția radială, fiind coliniar cu vectorul $\mathbf{r} = \mathbf{i}r\cos\phi + \mathbf{j}r\sin\phi$ (vezi figura 2.10). Vectorul $\mathbf{u}_t = -\mathbf{i}\sin\phi + \mathbf{j}\cos\phi$ este perpendicular pe aceasta din urmă (pentru că produsul scalar cu vectorul $\mathbf{u}_r$ este nul) și deci este orientat în direcția tangențială, având tot un modul egal cu unitatea. Aici „tangețial" se referă la o mișcare perpendiculară pe direcția radială și nu una tangentă la traiectorie (cele două sunt diferite).

Din forma de mai sus deducem componenta radială și cea tangențială ale accelerației corpului de masă m:

$$a_{radial} = \ddot{r} - r\dot{\phi}^2; \qquad a_{tangential} = r\ddot{\phi} + 2\dot{r}\dot{\phi}$$

Conform legii lui Newton, accelerația $\mathbf{a}$ este o consecință a forțelor care acționează asupra corpului, $\mathbf{a} = \mathbf{F}/m$. Soarele de masă M atrage însă corpul numai în direcția radială, așa încât putem scrie $a_{tangential} = 0$ și $a_{radial} = F/m = -MG/r^2$, unde M este masa Soarelui, G este constanta gravitațională a lui Newton și r distanța între corp și Soare. Obținem atunci ecuațiile de mișcare ale corpului:

$$\ddot{r} - r\dot{\phi}^2 = -\frac{MG}{r^2}; \qquad r\ddot{\phi} + 2\dot{r}\dot{\phi} = 0; \qquad (1)$$

Ecuația din dreapta o vom scrie simplificat:

$$r\ddot{\phi} + 2\dot{r}\dot{\phi} = \frac{d\left(r^2\dot{\phi}\right)}{dt} = 0; \quad \Rightarrow \quad r^2\dot{\phi} = h = \text{constant}$$

După cum vedem, mărimea h este o contantă a mișcării (fiind legată de *momentul cinetic* al corpului). Facem acum notația:

$$\boxed{u(t) = \frac{1}{r(t)}} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{1}{u}; \quad dr = -\frac{du}{u^2}$$

Avem atunci $\dot{\phi}/u^2 = h$ și vom scrie:

$$\dot{r} = \frac{dr}{dt} = dr\frac{d\phi}{dt}\frac{1}{d\phi} = -\frac{du}{u^2}\dot{\phi}\frac{1}{d\phi} = -h\frac{du}{d\phi}$$
$$\ddot{r} = \frac{d}{dt}\left(-h\frac{du}{d\phi}\right) = -h\frac{d^2u}{d\phi^2}\frac{d\phi}{dt} = -h\frac{d^2u}{d\phi^2}hu^2$$

Înlocuind mărimea $\ddot{r}$ în partea stângă a formulei (1), obținem succesiv:

$$-h^2u^2\frac{d^2u}{d\phi^2} - \frac{1}{u}\left(hu^2\right)^2 = -MGu^2$$
$$\boxed{\frac{d^2u}{d\phi^2} + u = \frac{MG}{h^2}}$$

Ecuația de mai sus se numește ecuația lui Binet (după numele lui Jacques Philippe Marie Binet) și cu ea o să ne mai întâlnim și în teoria relativității generale. Una dintre soluții este:

$$u(\phi) = \frac{MG}{h^2}(1 + e\cos\phi) = \frac{1 + e\cos\phi}{p}$$

Aici am notat $p = h^2/MG$ iar e este o constantă de integrare dată de energia inițială a corpului. Putem verifica soluția de mai sus prin diferențiere:

$$\frac{du}{d\phi} = -\frac{e}{p}\sin\phi; \;\Rightarrow\; \frac{d^2u}{d\phi^2} + u = -\frac{e}{p}\cos\phi + u = \frac{1}{p} = \frac{MG}{h^2}$$

Soluția precedentă $u = u(\phi)$ ne permite să scriem în sfârșit ecuația traiectoriei corpului ceresc de masă m sub forma

$$r(\phi) = \frac{1}{u(\phi)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{r(\phi) = \frac{p}{1 + e\cos\phi}}$$

Vedem cum, dacă parametrul $e = 0$ este nul, mișcarea are loc pe un cerc de rază $r = p$ în jurul Soarelui.

Dacă parametrul e este nenul, dar mai mic decît unitatea $e < 1$ atunci orbita va arăta ca un cerc alungit, o *elipsă*. De aceea parametrul e se numește *excentricitate*.

Pentru $e = 1$ orbita va deveni o *parabolă*. Aici, deoarece $1 + e\cos\phi$ poate fi nul (pentru $e = 1$ și $\phi = 180°$), mișcarea nu mai este repetitivă, orbita apropiindu-se doar la limită de coordonata $\phi = 180°$. Pentru $e > 1$ orbita este o *hiperbolă*, adică tot o mișcare nerepetitivă. Acum orbita se apropie la limită de coordonata $\phi \to \phi_{max} = \arccos(-1/e)$, așa cum este indicat în figura 2.10.

Din rezultatele de mai sus se pot deduce și cele trei legi ale lui Kepler din secțiunea 10. Astfel, forma de mai sus a traiectoriei $r(\phi)$ ne spune automat că centrul sistemului de coordonate (acolo unde am ales să punem Soarele) este unul din focarele elipsei, ceea ce reprezintă prima lege a lui Kepler.

Pentru a doua lege, să scriem aria „măturată" într-un timp infinitezimal dt de linia imaginară ce ar uni Soarele

cu planeta, arie care se poate aproxima cu cea a unui triunghi (vezi figura 2.10):

$$dA = \frac{r \cdot (rd\phi)}{2}; \quad \Rightarrow \quad \dot{A} = \frac{dA}{dt} = \frac{r^2}{2}\dot{\phi} = \frac{h}{2}$$

Cum am văzut că mărimea h se mentine constantă în timpul miscării, atunci variația dA/dt va fi constantă, ce reprezintă a doua lege a lui Kepler.

Pentru a treia lege, putem scrie perioada mișcării orbitale ca raportul dintre aria totală subîntinsă de elipsă și viteza de variație a ariei „măturate" scrisă mai devreme. Pentru a simplifica calculul, să presupunem că mișcarea este circulară ($e = 0$) și atunci p este raza orbitei. Raportul căutat va fi:

$$T = \frac{\pi p^2}{\dot{A}} = \frac{2\pi p^2}{h} = \frac{2\pi p^2}{\sqrt{MGp}} \quad \Rightarrow \quad T^2 \sim p^3$$

Aceasta reprezintă a treia lege a lui Kepler în cazul orbitei circulare. Cazul general al elipsei se rezolvă similar, însă presupune complicații geometrice.

Un alt succes al teoriei lui Newton este predicția existenței planetei Neptun. Planeta a fost de fapt observată prima oară de Galileo Galilei, cu ajutorul noului său telescop, însă Galilei nu si-a dat seama că punctul acela luminos de pe cerul nopții era o planetă.

De fapt, Galilei chiar a avut ghinion, pentru că atunci când a făcut el observațiile astronomice planeta Neptun era în mișcare *retrogradă*. Aici Neptun își schimbă sensul de deplasare aparentă pe cer (vezi figura 1.12) și, pentru puțin timp, ea rămâne aproape imobilă pe cer, ca orice stea obișnuită, cu care putea fi confundată ușor. Galilei a crezut astfel că planeta Neptun era doar o stea.

Ani mai târziu, când Jean Baptiste Joseph Delambre (1749-1822) a calculat tabelele cu pozițiile planetelor,

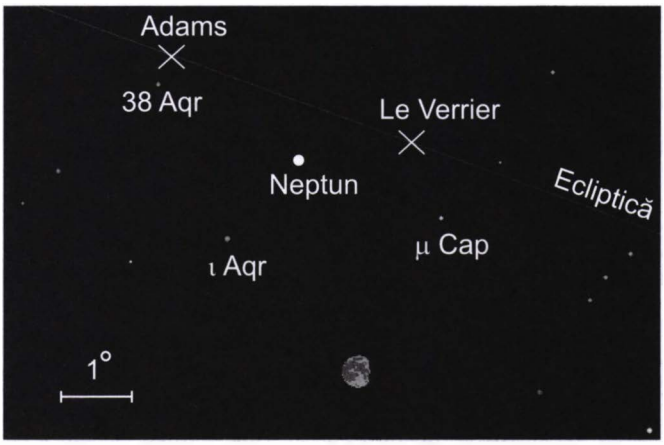

Figura 2.11: *Cele două cruci din figură prezintă pozițiile planetei Neptun prezise de către matematicienii și astronomii Adams și Le Verrier. Cu un punct luminos mai mare este prezentată si poziția măsurată a noii planete Neptun (dimensiunea punctului nu reprezintă dimensiunea planetei Neptun). Pentru comparație, este prezentată și Luna, cu dimensiunile sale aparente la scara imaginii.*

acesta a observat o discrepanță între poziția *măsurată* și poziția *calculată* a unei alte planete, si anume planeta Uranus. În acel moment au apărut două explicații posibile. Prima, propusă de englezul John Adams (1819-1892) și francezul Urbain Le Verrier (1811-1877), spunea că o planetă necunoscută influențează mișcarea planetei Uranus. O a doua teorie, susținută de George Biddell Airy (1801-1892), spunea că legea atracției gravitaționale nu mai este valabilă si că ar trebui modificată.

În cele din urmă s-a dovedit că Adams si Le Verrier avuseseră dreptate. Ei au fost în stare să prezică masa noii planete precum si poziția sa, exact acolo unde, câteva luni mai târziu, ea a și fost observată (vezi figura 2.11). Noua planetă, numită *Neptun*, a devenit astfel un exemplu în istoria științei pentru puterea de predicție a unei teorii, în cazul nostru teoria atracției gravitaționale.

17. Modelarea numerică

Câți dintre noi nu ne-am speriat de complexitatea ecuațiilor și formulelor din fizică? La un moment dat poate chiar am renunțat să le mai înțelegem, sau am renunțat cu totul să mai studiem fizica. Aceasta pentru că fizica își are propriul ei limbaj (ecuații, formule), pe care trebuie să-l învățăm și apoi să-l exersăm pentru a nu-l uita, cum se întâmplă cu oricare alt limbaj. Și chiar și așa avem numai senzația că înțelegem ce citim, până ce, de exemplu, trebuie să introducem unitățile de măsură în ecuații și vedem că nu se potrivesc.

În secțiunea de față vrem să subliniem că ne putem da seama dacă am înțeles cum să „citim" o teorie încercând s-o tratăm numeric cu ajutorul calculatorului. Programând linie cu linie *operațiile* pe care trebuie să le efectueze acel computer vom descifra sensul fiecărei formule, fiecărei ecuații. Chiar dacă nu rulăm efectiv programul pe computer, exercitiul *mintal* ne ajută să înțelegem formulele cu care avem de-a face. De fapt, fizicienii fac aproape mereu acest exercitiu mintal, indiferent dacă apelează sau nu la calculator.

Să exemplificăm cu cazul calculului orbitelor planetelor în teoria lui Newton (vezi figura 2.8). Iată cum putem trata mișcarea cu ajutorul computerului. Mai întâi plasăm Soarele în originea sistemului de axe (pentru simplificare) și alegem poziția si viteza initială a planetei undeva într-un plan cu Soarele (tot pentru simplificare). Aceasta este iterația inițială. Creăm apoi un ciclu de iterații succesive, separate de momente timp $dt = 1$ oră, de exemplu. Avem deci momentele discrete de timp $t = 1$, $t = 2$, $t = 3$ și așa mai departe.

La fiecare iterație va trebui să calculăm atât poziția, cât și viteza planetei pentru iterația următoare. Știind de exemplu poziția si viteza planetei la iteratia n, putem calcula unde se va afla planeta dupa momentul dt, adică putem afla *poziția* sa la iterația $n + 1$. Cum aflăm însă *viteza* la iteratia $n + 1$? Pentru aceasta folosim viteza la iteratia n, dar și accelerația (variația vitezei) care acționează în acel moment asupra corpului.

Accelerația o vom calcula din valoarea totală a forțelor ce acționează asupra planetei, după legile lui Newton. Astfel, știind distanța dintre Soare și planetă, putem calcula forța de atracție gravitațională apoi, împărțind la masa planetei, obținem accelerația la momentul respectiv. Această accelerație reprezintă variația vitezei și o vom folosi la determinarea vitezei pentru iterația următoare $n+1$, știind viteza la iterația precedentă n.

Un program software care să aplice procedura de mai sus pe computer se poate scrie în mai multe limbaje de programare. El ne învață în plus semnificația mărimilor infinitezimale, de exemplu intervalul de timp $dt = 1$ oră, așa cum poate am ales. Evident, cu cât numărul dt este mai mic, cu atât vom avea rezultate mai precise, dar la un moment dat vom atinge limitele calculatorului.

Calcul: ***Modelarea numerică a mișcării***

Să presupunem că știm viteza și poziția unui corp la un moment dat t_n, într-o mișcare liniară (unidimensională) de-a lungul axei x. Cum calculăm poziția și viteza la un moment ulterior t_{n+1}? Poziția o calculăm din aproximația formulei pentru viteză:

$$v(t_n) = \dot{x}(t_n) \approx \frac{x(t_{n+1}) - x(t_n)}{t_{n+1} - t_n} \Rightarrow$$
$$x(t_{n+1}) \approx x(t_n) + v(t_n)(t_{n+1} - t_n)$$

Aici prin $\dot{x}$ înțelegem prima derivată în raport cu timpul $dx(t)/dt$, iar prin $\ddot{x}$ înțelegem derivata a doua în raport cu timpul $dx^2(t)/dt^2$. Viteza la momentul următor t_{n+1} se calculează din legile lui Newton:

$$\frac{F(t_n)}{m} = \ddot{x}(t_n) = \dot{v}(t_n) \approx \frac{v(t_{n+1}) - v(t_n)}{t_{n+1} - t_n} \Rightarrow$$
$$v(t_{n+1}) \approx v(t_n) + \frac{F(t_n)}{m}(t_{n+1} - t_n)$$

Dacă aplicăm procedura de mai sus în pași succesivi, mai întâi pentru momentul t_1 știind valorile la momentul inițial t_0, apoi pentru momentul t_2 știind valorile la momentul t_1 ș.a.m.d, putem reconstrui toată mișcarea pe traiectorie. Această modalitate de aflare a pozițiilor și vitezelor prin aproximații are avantajul că ne oferă o perspectivă deterministă asupra procesului: influența forței se face simțită pas cu pas.

În practică, ambele abordări de rezolvare a problemei, *analitică* (cu integrale) sau *numerică* (cu calculatorul), își au avantajele și dezavantajele lor. Abordarea analitică este exactă, dar poate nu e aplicabilă mereu (formulele sunt imposibil de integrat analitic). Soluția numerică este imprecisă, dar, cu calculatoarele moderne, poate fi folosită în cele mai multe cazuri.

Este bine însă să ne imaginăm întotdeauna că tratăm numeric problema studiată, chiar dacă nu o vom face. Astfel, va trebui să lămurim semnificația fiecărui semn din ecuații, căci computerul nu știe ce este aceea o integrală sau o diferențială etc., el știe doar să adune și să scadă, să înmulțească și să împartă. În fond, poate că Newton însuși a făcut acest exercițiu mintal atunci când a calculat analitic traiectoriile planetelor.

18. Măsurarea constantei gravitaționale

Este interesant de observat că forța de atracție gravitațională dintre două corpuri folosește o constantă de interacțiune G (*constanta lui Newton*) care nu poate fi dedusă din mișcarea planetelor. Ea se estimează totuși considerând că densitatea Pământului este în medie cea a unei pietre. Dar știm noi că este așa? Stim noi sigur că în interiorul Pământului nu se află materie de mii de ori mai densă decât cea a unei pietre?

Primul care a măsurat precis densitatea medie a Pământului, și deci constanta lui Newton, a fost englezul Henry Cavendish (1731-1810), printr-un experiment de laborator. Poate mult mai important (dar mai puțin evident) este faptul că el a verificat că nu numai planetele se atrag reciproc, dar chiar și două corpuri din jurul nostru. Aceste forțe de atracție gravitațională între obiecte obișnuite sunt mici și inaccesibile experiențelor noastre cotidiene. Astfel, se poate estima că doi oameni de 70 kg, situați la o distanță de 20 cm, se vor atrage cu o forță gravitațională care este egală cu cea exercitată de o greutate de 1 mg.

Dacă vrem să măsurăm astfel de forțe mici, este important pentru început să construim un instrument care să reacționeze cel puțin la aceste forțe mișcând ceva, și apoi vedem noi cum îl calibrăm pentru a măsura valori precise. Dar rezultatul de mai sus nu este chiar atât de „înspăimântător", căci în fond 1 mg este greutatea unei furnici, iar ea poate fi măsurată în laborator cu o balanță foarte sensibilă.

Acest lucru a fost realizat de Henry Cavendish (1731-1810), care a folosit un instrument construit anterior de pastorul John Mitchell (1724-1793). Instrumentul a constat dintr-un fir subțire metalic atârnat de tavan, la capătul căruia se afla prinsă o bară orizontală, lungă cam de un metru, prinsă de la mijloc (vezi figura 2.12). La capetele barei stăteau două bile identice, iar bara era agățată de tavan cu firul metalic chiar la mijloc, în așa fel încât să stea în echilibru. Bara avea la capete două bile ușoare de 100 g.

Într-o construcție suplimentară, două bile masive de 50 kg au fost așezate la capetele unei alte bare și ea agățată printr-un sistem de tavan. Bilele masive au fost așezate în apropierea bilelor ușoare. Odată aliniate, bilele grele vor atrage bilele ușoare, iar firul metalic pe care se află bara cu bilele ușoare se va *torsiona*. Ideea este ca torsiunea să fie vizibilă, în așa fel încât să putem măsura forța de atracție dintre bilele ușoare și cele grele din torsiunea firului.

Avem de învățat o lecție importantă de la furnica menționată mai devreme, odată ce realizăm că ea poate fi „măturată" de un suflu sau curent de aer puțin mai mare. De aceea, va trebui să izolăm bine sistemul de curenții de aer și să-l introducem într-o cutie închisă complet. Este exact ce a făcut și Cavendish, care a închis tot sistemul într-o cameră complet izolată și și-a făcut observațiile printr-o ferestruică.

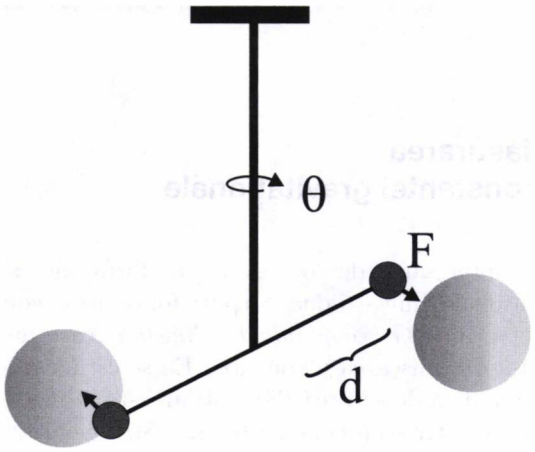

Figura 2.12: *Schița balanței de torsiune folosită de Cavendish. Aici bilele masive (cele mari) sunt fi considerate fixe. Ele vor atrage bilele ușoare, torsionând firul metalic de care sunt agățate acestea.*

Firul metalic avea avantajul nu numai că susținea corpurile, dar și că putea fi *calibrat*. În prima aproximație, la unghiuri mici de torsiune, firul metalic se aseamănă unui arc de torsiune. Comportarea acestuia a fost măsurată și calibrată înainte prin mișcări oscilatorii introduse intenționat. Calibrarea ne spune care este forța ce acționează dacă știm unghiul sub care se torsionează firul metalic.

În final, Cavendish a măsurat unghiul sub care s-a torsionat firul metalic în urma atracției dintre bilele grele și cele ușoare, și a putut afla forța de atracție gravitațională, deci și *constanta G a atracției gravitaționale*. Nu putem decât să ne imaginăm cum, în spatele ferestruicii prin care făcea observațiile, Cavendish a rămas încântat privind rotația firului torsionat: în felul acesta vedea cu propriii ochi cum forța lui Newton acționează într-adevăr și între corpurile mici de pe suprafața Pământului.

Remarcabil, rezultatul numeric al măsurătorii constantei G a fost foarte precis, cu o eroare de aproape 7%. Cavendish a publicat rezultatele referindu-se la *densitatea medie* a Pământului, cu care am amintit că este corelată constanta atracției gravitaționale. Pentru el, mult mai important a fost faptul că a măsurat cu cât este mai dens întregul Pământ față de o piatră pe care o luăm în mână.

Aproape miraculos, măsurătorile lui Cavendish nu au indicat nici un fel de variație a forței gravitaționale cu dimensiunea bilelor sferice, ci doar cu masa lor. Aceasta a fost mereu o îngrijorare mare pentru Newton căci, spunea el, de ce să ne așteptăm la o lege a atracției gravitaționale așa de simplă atunci când suntem foarte aproape de un corp mare? De exemplu, aproape de suprafața Pământului, fiecare bucățică de pământ ne atrage corpul din toate direcțiile de sub noi. Observația lui Cavendish ne spune că forța totală cu care Pământul ne atrage se poate calcula simplu plasând toată masa Pământului într-un punct, punct aflat exact în centrul său. Pare ciudat, însă forța cu care un corp sferic acționează asupra altor corpuri nu se schimbă dacă, în loc să distribuim masa lui în interiorul întregii sfere, o concentrăm în centrul ei.

Faptul acesta bizar a fost confirmat în măsurătorile lui Cavendish și explicat ani mai târziu, printr-un comportament asemănător cu cel al câmpului electric. De fapt, observația este adevărată doar în cazul în care forța de atracție gravitațională scade precis cu pătratul distanței.

Astăzi, exact această proprietate este folosită în experimente care caută dimensiuni spațiale suplimentare ale universului. Dacă ele ar exista, forța de atracție gravitațională ar devia puțin de la forma ei pătratică, pe distanțe scurte, iar atracția dată de un corp sferic (umplut uniform) nu ar mai fi egală cu cea dată de același corp care are masa concentrată în centru. Măsurătorile moderne nu au observat însă nici o astfel de abatere a forței gravitaționale de la forma pătratică. Pentru moment se pare că nu există astfel de dimensiuni suplimentare ale universului. Mai multe detalii despre acest subiect vom prezenta în secțiunea 202.

19. Despre energie și limbajul fizicii

În secțiunile precedente am vorbit în treacăt despre sistemul newtonian. Am folosit noțiuni precum *forță*, *viteză* sau *accelerație*, care ne ajută să înțelegem și să descriem mai bine sistemele fizice. Dintr-o perspectivă matematică, aceste noțiuni nu sunt singurele care pot descrie complet un sistem mecanic. Astfel, putem construi alte noțiuni derivate pe care să le folosim la descrierea sistemului, renunțând la cele vechi. Putem de asemenea rezolva problema *numeric*, cu ajutorul modelărilor pe computer, eliminând complet unele noțiuni, dar ajungând totuși la rezultatul numeric corect.

Aspectul interesant este că modelul fizic final devine un model matematic (desigur, cu semnificație fizică). Noi putem folosi la început noțiuni fizice intermediare pentru a afla ceva despre un sistem, dar la sfârșit trebuie să venim cu un model matematic *complet consistent*. Acesta îl vom înmâna matematicienilor, care vor elimina unele noțiuni, vor construi altele sau vor veni cu descrieri alternative, dar care vor putea rezolva problema în totalitatea ei.

Mai ales fizicienii trebuie să țină cont de acest aspect. Nu numai că descrierile alternative pot fi utile, dar trebuie să înțelegem de la început că ceea ce construim noi este un *model* matematic al lumii înconjurătoare, din moment ce există descrieri alternative. Cu alte cuvinte, nu putem spune că știm ce este universul, ci doar cum se manifestă el.

Vectorul *forță*, de exemplu, este o simplă noțiune matematică, nu un obiect fizic. În lumea reală nu vom găsi săgeți fizice ascuțite (în care ne putem înțepa), care reprezintă forța și sunt orientate în spațiu conform legilor gravitației. Matematicienii sigur vor găsi modele echivalente care nu conțin vectorul forță. Un astfel de exemplu de model matematic echivalent va fi discutat în capitolul 11, dedicat principiului acțiunii minime. Modelul se numește *mecanică analitică*, și este perfect echivalent mecanicii clasice așa cum a fost ea descrisă de Newton, fără însă a folosi conceptul de forță.

Putem desigur merge mai departe cu gândul și ne întreba dacă nu cumva toată existența reală nu este decât o oglindire a ceea ce simțim în final noi, oamenii? Toate atributele obiectelor materiale (ca mărime, culoare) nu ar avea atunci existență reală, ci ar fi niște numere într-un uriaș model matematic ce descrie universul, numere care descriu cum îl „simțim". Culoarea, de exemplu, este corelată cu frecvența luminii reflectate, iar mărimea unui obiect, cu modul în care el împrăștie particulele elementare. În final, nu putem ști ce *este* efectiv lumea, ci doar putem descrie cum o *percepem* noi.

Vom exemplifica în continuare procesul de descriere matematică a universului fizic prin noțiunea de energie. Astfel, în mecanica newtoniană, energia totală a unui sistem este una dintre mărimile matematice care se conservă pentru un sistem lăsat liber. Energia se împarte în general în două categorii: energie cinetică și energie potențială.

Energia cinetică a unui corp este proporțională cu masa sa și cu pătratul vitezei pe care o are (vezi căsuța matematică din această secțiune). Căci, cu cât o mașină merge mai repede sau este mai masivă, cu atât distruge mai mult (sau se distruge) odată intrată într-un zid, deci are o energie cinetică mai mare. *Energia potențială* este proporțională cu masa corpului și înălțimea la care el se află. Căci, cu cât corpul este mai greu sau cade de la o înălțime mai mare pe un caldarâm, cu atât potențialul de distrugere este mai mare.

Pentru un corp punctiform lăsat în mișcare liberă, suma celor două energii reprezintă *energia totală* a acelui corp. Interesant este însă că, în acest caz, energia totală este o constantă a mișcării. Rezultatul este ușor de înțeles dacă privim un corp în cădere. Pe măsură ce el cade, înălțimea la care se află se reduce, deci scade și energia lui potențială. Pe de altă parte, viteza lui crește, deci crește și energia lui cinetică. Suma celor două energii rămâne constantă.

Vedem deci că energia definită fizic are o bază solidă în intuiția noastră zilnică și că este definită ca un număr precis, cu unități de măsură. Pe de altă parte, există pericolul de a generaliza ușor energia și în cazuri mai puțin bine definite. Astfel, putem defini energia pe care o mai avem atunci când suntem la prășit pe câmp, sau energia negativă a lui Hitler. În ambele cazuri, cuvântul „energie" se justifică, însă nu putem defini matematic noțiunile folosite, nu le putem atribui niște numere obiective. Un alt exemplu l-ar putea reprezenta energiile necreate de care se vorbește în creștinismul ortodox, ori liniile de câmp energetic ale corpului în tehnicile yoga. Desigur, nimic nu ne împiedică să folosim acești termeni, dacă ei sunt justificați de intuiția noastră.

În fizică însă, energia este pur și simplu un număr, care este bine definit și se conservă în anumite cazuri (ca energia totală dintr-un sistem izolat). Dacă vrem să introducem noi noțiuni de energie în fizică (de exemplu ca energiile yoga), atunci suntem obligați să le dăm unități de măsură, valori numerice, și să le putem măsura efectiv cantitativ. Căci, în final, fizica este o colecție de numere pe care le atribuim obiectiv diverselor corpuri sau evenimente.

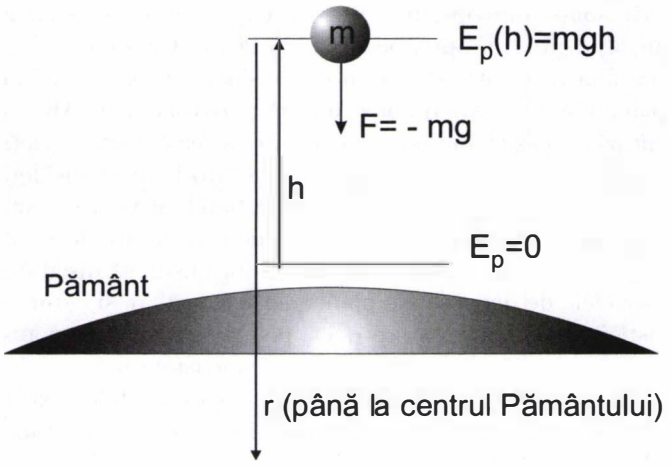

Figura 2.13: *Un corp de masă m este atras de Pământ cu forța $F = -mg$ (semnul negativ este ales pentru că direcția este opusă celei în care este definită înălțimea în figură). Dacă acesta se află la înălțimea h atunci energia potențială a corpului se aproximează ca $E_p = mgh$. În figură, r este distanța de la corp la centrul Pământului de rază R.*

Calcul: ***Energia gravitațională a unui corp***

Să considerăm că Pământul de masă M se află în centrul sistemului de coordonate (un desen asemănător este în figura 2.10). Energia totală a unui corp de probă având masa m și aflat în apropierea Pământului are două componente: energia cinetică E_c și energia potențială E_p:

$$E_c = \frac{mv^2}{2}; \qquad E_p = -G\frac{mM}{r};$$

Aici m este masa corpului de probă, v viteza lui, G este constanta gravitațională a lui Newton, iar r este distanța de la corpul de probă la centrul sistemului de coordonate unde se află Pământul.

Indiferent de deplasarea corpului de probă lăsat liber, suma energiei cinetice și a celei potențiale $(E_c + E_p)$ este constantă pe parcursul mișcării. Această sumă reprezintă energia totală a corpului. Afirmația se poate verifica calculând diferențiala (variația) energiei cinetice $d(E_c)$ pentru o traiectorie *aleatoare* a corpului de probă în timpul dt:

$$d(E_c) = d\left(\frac{m\mathbf{v}^2}{2}\right) = m\mathbf{v}d\mathbf{v} = \left(m\frac{d\mathbf{v}}{dt}\right)(\mathbf{v}dt) = \mathbf{F}d\mathbf{r} =$$
$$= -\frac{mMG}{r^2}dr = d\left(\frac{mMG}{r}\right) = d\left(-E_p\right)$$

În deducția de mai sus am folosit principiul al doilea al lui Newton $\mathbf{F} = m\mathbf{a} = md\mathbf{v}/dt$ scris sub o formă vectorială și faptul că vectorul de forță $\mathbf{F}$ cu care este atras corpul de probă are direcție radială ($\mathbf{F}d\mathbf{r} = Fdr$). Rezultatul final ne arată că $d(E_c + E_p) = 0$, deci mărimea $E_c + E_p$ (energia totală) rămâne *constantă* pe traiectorie.

Forța gravitațională ce acționează asupra corpului de probă se poate scrie și ca variația (derivata) energiei potențiale cu înălțimea:

$$F = -\frac{dE_p}{dr} = -\frac{mMG}{r^2}$$

Acest rezultat este general. Astfel, dacă presupunem că avem un corp aflat într-un câmp unidimensional unde energia lui potențială este o funcție aleatoare $V(x)$, atunci forța ce acționează asupra corpului în punctul x va fi dată de derivata acestei funcții:

$$F(x) = -\frac{dV(x)}{dx}$$

Acest rezultat îl vom folosi mai târziu în secțiunea 102.

Atunci când corpul de probă se află foarte aproape de suprafața Pământului (a cărui rază o considerăm R), înălțimea sa față de suprafață devine $h = r - R$ (vezi figura 2.13) și putem scrie următoarea aproximație pentru energia potențială:

$$E_p = -\frac{mMG}{r} = -\frac{mMG}{R+h} = -\frac{mMG}{R}\left(1+\frac{h}{R}\right)^{-1} \approx$$
$$\approx -\frac{mMG}{R}\left(1-\frac{h}{R}\right) = E_0 + \frac{mMG}{R}\frac{h}{R} = E_0 + mgh$$

Mai sus $g = MG/R^2$ este accelerația gravitațională la suprafața Pământului, iar E_0 este o energie constantă ce poate fi pusă deoparte (pentru că nu depinde de mișcarea corpului de probă). Energia potențială se scrie simplu $E_p \approx mgh$ (vezi figura 2.13).

20. Planete extrasolare

În această ultimă secțiune a capitolului vom aborda o temă actuală a cercetării în astronomie, ce reprezintă o adevărată revoluție a ultimilor 20 de ani, si anume *planetele extrasolare*. Ele sunt, prin definiție, planete aflate în afara sistemului solar, care mai sunt numite și *exoplanete*.

Existența exoplanetelor este strâns legată de existența multor miliarde de stele din univers. Dacă Soarele nostru are planete, oare nu ar avea și celelalte stele la rândul lor planete? Printre filozofii care au împărtășit această opinie a fost și Giordano Bruno (1548-1600), unul dintre susținătorii teoriei că universul este infinit și că celelalte stele sunt similare Soarelui nostru. Arderea sa pe rug de către Biserica Catolică este încă subiect de dezbatere printre istorici, deoarece este dificil de stabilit cât de greu au atârnat în condamnarea sa aceste idei, față de celelalte idei eretice.

Dacă existența nenumăratelor alte stele în univers este dovedită de cerul înstelat al nopții, faptul că multe dintre stele ar avea planete *nu este la fel de evident*. Chiar în cazul în care o stea e asemănătoare Soarelui, înseamnă că ea are planete? Nu neapărat! Pentru a avea o idee despre această probabilitate, ar trebui să știm ceva despre mecanismul de formare a planetelor, tipurile lor etc.

Situația este similară cu cea a apariției vieții în sistemul solar. Avem acest eveniment încă singular (de altul nu știm) și atunci cum putem estima probabilitatea apariției vieții în alte sisteme stelare? În mod cert este foarte greu, deoarece trebuie să știm care este probabilitatea apariției primului sistem de molecule capabil de reproducere, șansa ca acesta să evolueze spre sisteme mai complexe etc. Necunoscând aceste probabilități matematice și negăsind un alt eveniment similar în altă parte din univers, ne este greu (dacă nu aproape imposibil) să atașăm niște numere probabilităților de apariție a vieții în alte sisteme stelare.

Vedem că existența planetelor, abundența lor în univers sau distribuția caracteristicilor lor (mărime, masă, compoziție etc.) trebuie determintate prin observație, în lipsa unor modele teoretice complete. Cu alte cuvinte, trebuie să observăm direct planete din alte sisteme solare pentru a ne face o idee despre abundența lor în univers.

Pentru cei mai mulți oameni, căutarea unor planete extrasolare este strâns legată de găsirea unor forme de viață în universul îndepărtat și, de ce nu, chiar inteligente... La urma urmei, nu ne ajută prea mult să descoperim o altă planetă rece și stâncoasă, ne dorim să ne întâlnim în univers semeni cu care să împărtășim cele mai profunde și dureroase întrebări ale existenței. Căutarea începe însă cu planetele, acolo unde ne așteptăm ca alte forme de viață să fi putut evolua. Căci, dacă până acum orientam radiotelescoapele la întâmplare pe cerul înstelat, acum putem focaliza antenele lor către acele stele unde au fost detectate mai înainte planete extrasolare sau, și mai bine, acolo unde pe suprafața planetelor au fost detectate gaze favorabile vieții.

Acest lucru, de neimaginat cu o jumătate de secol în urmă, este posibil astăzi, datorită progreselor tehnologice care au apărut în domeniul spectroscopiei, fotodetectoarelor optice și tehnologiei automate de prelucrare a informației. Revoluția planetelor extrasolare a început acum 20 de ani, mai precis în 1995. Numărul planetelor extrasolare descoperite a crescut exponențial de la an la an, ajungând la aproape o mie în 2013. Creșterea îi determină pe mulți astronomi să considere „vânătoarea" de planete extrasolare o nouă ramură a astronomiei. Alții se entuziasmează gândindu-se la posibilitatea detectării vieții pe alte planete. Sunt chiar și cercetători care consideră că, în ritmul actual, este foarte probabil că vom detecta viață pe alte planete în mai puțin de o jumătate de secol! Pentru a vedea de unde vine acest optimism, să discutăm metodele de detecție ale planetelor extrasolare și caracteristicile celor descoperite deja, pentru a vedea dacă pot susține viața, sub forma pe care o cunoaștem noi.

Dintre metodele folosite la detectarea planetelor extrasolare, două sunt foarte des întâlnite: *metoda deplasării Doppler* și *metoda tranziției*. Prima ia în calcul influența mișcării planetei asupra stelei în jurul căreia orbitează. După cum ne este familiar, dacă o persoană se învârte pe loc ținând în mână o găleată plină cu apă, ea trebuie să se încline pe spate pentru a balansa greutatea găleții. În același fel și steaua care pune planeta în mișcare trebuie să se dea puțin înapoi pentru a balansa atracția planetei (vezi exemplul cu Luna și Pământul din figura 2.7).

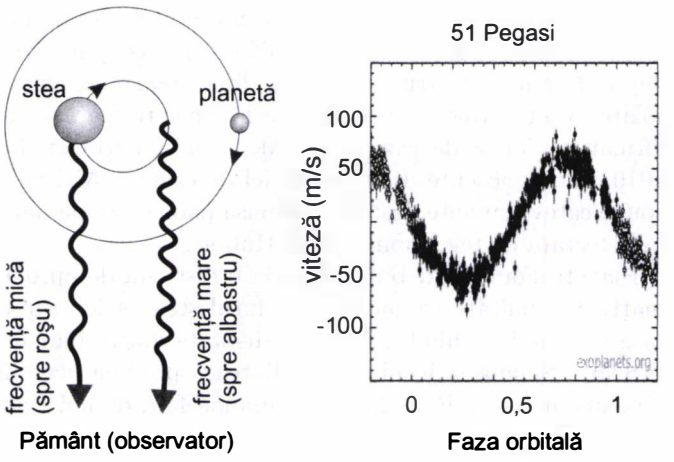

Figura 2.14: *În stânga este desenată schema de detecție a unei planete extrasolare pe baza metodei Doppler. Aici steaua și planeta ei orbitează în jurul unui centru comun de masă. Atunci când steaua se îndepărtează de noi lumina ce vine de la ea este deplasată spre roșu, adică are o frecvență mai mică (stânga). Atunci când steaua, în mișcarea ei, se apropie de noi (dreapta), lumina stelei ajunge la noi deplasată spre albastru (are o frecvență mai mare). Frecvența luminii este astfel o măsură directă a vitezei stelei față de noi, viteză care la rândul ei este o indicație privind mărimea planetei. În dreapta este reprodus un rezultat experimental al măsurării vitezei stelei pentru sistemul planetar 51 Pegasi. Mișcarea sinusoidală a stelei trădează prezența unei plante masive în apropierea sa. Graficul este reprodus de pe pagina de internet exoplanets.org, menținută de Jason Wright si Geoff Marcy, din cadrul consorțiului California Planet Survey.*

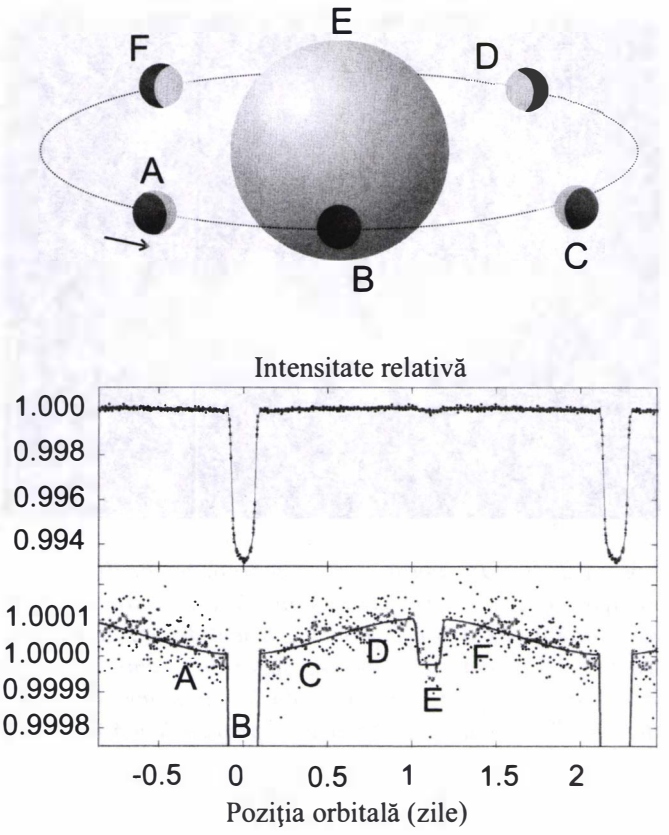

Figura 2.15: *În partea de sus sunt schițate fazele planetei HAT-P-7b ce orbitează în jurul stelei sale (sfera mare din mijloc), faze văzute de pe Pământ. În partea de mijloc avem intensitatea măsurată a luminii ce vine de la stea, iar în partea de jos este un detaliu al acestei măsurători, în care axa verticală a fost mărită. Variația în intensitatea luminii reflectă poziția planetei față de stea, așa cum este detaliat în text. Reprodus cu permisiunea AAAS din articolul „Kepler's Optical Phase Curve of the Exoplanet HAT-P-7b" de J. Borucki, apărut în revista* Science *Vol. 325 (2009).*

Concomitent cu mișcarea orbitală a planetei, steaua însăși va avea o mică mișcare circulară, mișcare cu atât mai pronunțată cu cât masa planetei este mai mare. În termeni tehnici, spunem că atât planeta, cât și steaua orbitează în jurul centrului de masă al sistemului format de cele două.

Detectând mișcarea regulată a stelei, vom deduce existența planetei și caracteristici ale mișcării ei orbitale. Din păcate însă, variația în poziția stelei este mult prea mică pentru a fi observată direct. Cu toate acestea, mișcarea stelei se poate deduce *indirect* prin deplasarea Doppler pe care planeta o induce în spectrul luminii emise de stea (vezi figura 2.14).

Despre deplasarea Doppler a luminii vom discuta mai pe larg în secțiunea 79, acum este suficient să spunem că ea poate fi înțeleasă dacă ne gândim la sunetul sirenei unei ambulanțe care trece în mare viteză pe lânga noi. Așa cum, la apropierea ambulanței, auzim un sunet mai ascuțit, frecvențele luminii emise de stea par puțin mai mari atunci când steaua se apropie de noi. Când, după un timp, în mișcarea sa de rotație, steaua se îndepărtează de noi, lumina pe care o captăm are frecvențe mai mici. Steaua emite de fapt mereu lumina cu același spectru de frecvențe, dar, deplasându-se față de noi, frecvențele luminii pe care o detectăm se modifică, în funcție de mișcarea stelei.

Măsurând frecvențele luminii provenind de la stea și variația lor periodică în timp, vom afla care este viteza stelei. În practică mișcarea stelei este de ordinul a câțiva metri pe secundă. Perioada mișcării stelei este chiar perioada orbitală a planetei, pentru că steaua și planeta se mișcă simultan în jurul centrului de masă, iar mărimea variațiilor în viteza stelei este o indicație a mărimii planetei. Cu cât este mai mare planeta, cu atât mai ușor este ea de detectat. Nu este atunci de mirare că cele mai multe planete detectate prin metoda Doppler au mase mari, de ordinul celei a lui Jupiter sau mai mari.

A doua metodă des întâlnită pentru detectarea planetelor extrasolare este *metoda tranziției*, exemplificată în figura 2.15. Aici este necesar ca planeta, în mișcarea ei orbitală, să treacă prin fața stelei, blocând pentru un moment scurt o parte din lumina ce ajunge la noi. De exemplu, în figura 2.15, în punctul B, avem o scădere a intensității luminii receptate cu aproximativ 0,5%, deoarece planeta se află în fața stelei și blochează o parte din lumina de la stea.

După ce planeta iese din fața stelei, intensitatea totală a luminii crește, pentru că la ea se adaugă lumina reflectată de planetă. În apropierea poziției D, intensitatea luminii atinge un maximum, chiar cu puțin înainte ca planeta să

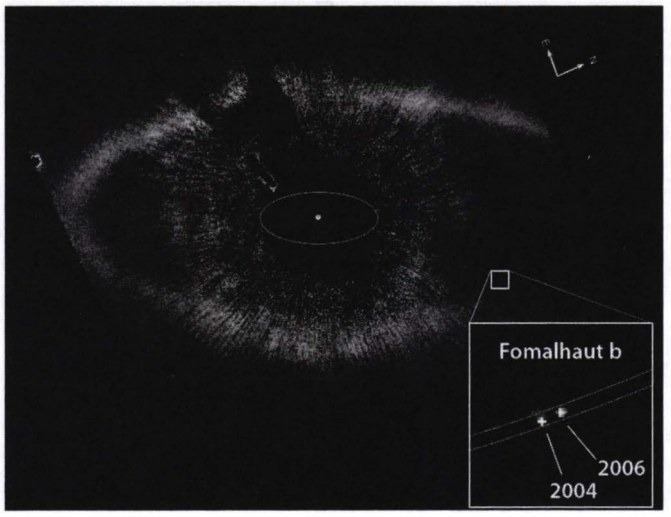

Figura 2.16: *În figură este prezentată o imagine a discului de gaz din jurul stelei Fomalhaut, aflată la 25 de ani-lumină. Pentru a face vizibil discul de gaz, lumina de la stea a fost blocată, deoarece ea are o intensitate mult mai mare. În partea din dreapta-jos a imaginii este un detaliu din discul de gaz, măsurat pe o perioadă de câțiva ani. Detaliul prezintă un punct luminos ce se deplasează în discul de gaz, punct luminos pe care unii cercetători îl cred o planetă, numită Fomalhaut b. Reprodus cu permisiunea AAAS din articolul „Optical Images of an Exosolar Planet 25 Light-Years from Earth" de Paul Kalas, apărut în revista* Science *Vol. 322 (2008)*

ajungă în spatele stelei (E). Atunci intensitatea luminii mai scade o dată, deoarece lumina reflectată de planetă nu mai este recepționată pe Pământ.

Din grafic vedem că perioada orbitală a planetei HAT-P-7b este de aproape două zile, ceea ce reprezintă o valoarea foarte scăzută (perioada orbitală a Pământului este de un an). Conform legii a treia a lui Kepler (vezi secțiunea 10) înseamnă că planeta se află foarte aproape de steaua sa.

În plus, din figura 2.15 observăm că planeta blochează aproximativ 0.5% din lumina stelei. Acesta înseamnă că aria stelei este mai mare de 200 de ori decât aria planetei. Cum aria este proporțională cu pătratul razei, înseamnă că raza stelei trebuie să fie de aproximativ 15 ori mai mare decât cea a planetei. Planeta este deci de 15 ori mai mică în diamtru. Comparând cu planeta Jupiter, care are un diametru de zece ori mai mic decât al Soarelui, putem deduce că avem de-a face cu o planetă gigant care se mișcă foarte aproape de Soare. Aceste planete se numesc *Jupiteri fierbinți* (pentru că sunt foarte aproape de steaua lor).

În general, cu cât este mai mare planeta, cu atât ea blochează mai mult lumina, deci cu atât este mai ușor de detectat. În practică, valorile care trebuie detectate pentru scăderea bruscă în intensitate a luminii emise de stea se situează între o milionime și aproape un procent. În toate cazurile, efectele observate trebuie discriminate de multe efecte similare care pot apărea în observații, de aceea se caută de obicei și confirmarea unor alte grupuri de cercetare.

Dintre celelalte metode de detecție, mai puțin folosite, să menționăm doar pe cea care implică vizualizarea directă a planetei. Planetele se află la distanțe uriașe față de noi (comparativ cu planetele sistemului Solar) de cel puțin zeci de ani-lumină. Pentru a vizualiza direct planetele extrasolare avem nevoie nu numai de echipamente foarte performante, dar și de cazuri speciale. La sfârșitul anului 2010 erau cunoscute doar trei astfel de cazuri. Aici vom spune câteva cuvinte despre presupusa planetă Fomalhaut b, detectată de telescopul spațial Hubble.

Planeta Fomalhaut b ar orbita la o distanță de aproximativ 115 unități astronomice în jurul stelei sale, o unitate astronomică fiind definită ca distanța dintre Pământ și Soare. Steaua în jurul căreia orbitează posibila planetă Fomalhaut b se află la 25 de ani-lumină față de noi și ea este înconjurată de un disc masiv de praf (vezi figura 2.16). Încă de la început, astronomii au bănuit că în interiorul acestui disc trebuie să se afle o planetă care să-i dea discului de praf stabilitatea necesară.

În anul 2010, imagini succesive ale discului de praf (vezi figura 2.16), efectuate la intervale de ani de zile de către telescopul spațial Hubble, au scos în evidență un punct luminos care se deplasează prin discul de praf: aceasta trebuie să fie planeta Fomalhaut b, au spus cercetătorii. Pentru a putea vizualiza discul de praf, cercetătorii au blocat o parte din lumina stelei care altfel, cu intensitatea sa mult mai mare, ar fi blocat vizibilitatea discului.

În articol, cercetătorii au subliniat că detectarea planetei Fomalhaut b a fost ușurată de luminozitatea discului de praf din apropierea sa. Așa cum se întâmplă însă adeseori în știință, un alt grup de cercetători a publicat un studiu nou, în anul 2012, din care reiese că punctul luminos care se vede în figura 2.16 ar fi de fapt numai un nor de praf în deplasare... Cum descoperirea inițială pare să fie acum pusă la îndoială, se așteaptă lansarea telescopului spațial James Webb, în anul 2018, pentru a obține măsurători mai precise. Între timp, un alt grup de cercetare a anunțat observarea directă a unei planete extrasolare. Ea ar fi o planetă din jurul stelei Beta Pictorius, fotografiată în anul 2014 de către observatorul astronomic Gemini Planet Imager (GPI).

Numărul planetelor extrasolare crește pe zi ce trece. În special *metoda tranziției* de observare a planetelor extrasolare a început să fie foarte răspândită. În anul 2009 a fost lansat satelitul artificial Kepler. Acesta este destinat în mod special observării planetelor extrasolare și este dotat la bord cu aparate de fotografiat digitale foarte performante. În iunie 2010 telescopul Kepler a făcut cunoscute dintr-o dată poziția pe cer a 400 de noi planete extrasolare. De fapt, cu telescoape obișnuite și camere digitale performante, metoda ar putea fi adoptată în curând și de către astronomii amatori.

Dintre toate planetele extrasolare observate până acum, ponderea covârșitoare o au planetele masive (de tipul planetei Jupiter), aflate foarte aproape de steaua lor (vezi figura 2.17). Rezultatul este de așteptat, ținând cont de metodele de detecție, care sunt mai puțin sensibile la planete mici, de dimensiunea Pământului. Cu toate acestea, numărul planetelor mici descoperite crește în mod constant, ceea ce îi face pe astronomi să fie optimiști și să creadă că, într-adevăr, planete de dimensiunea și densitatea Pământului sunt des întâlnite în univers.

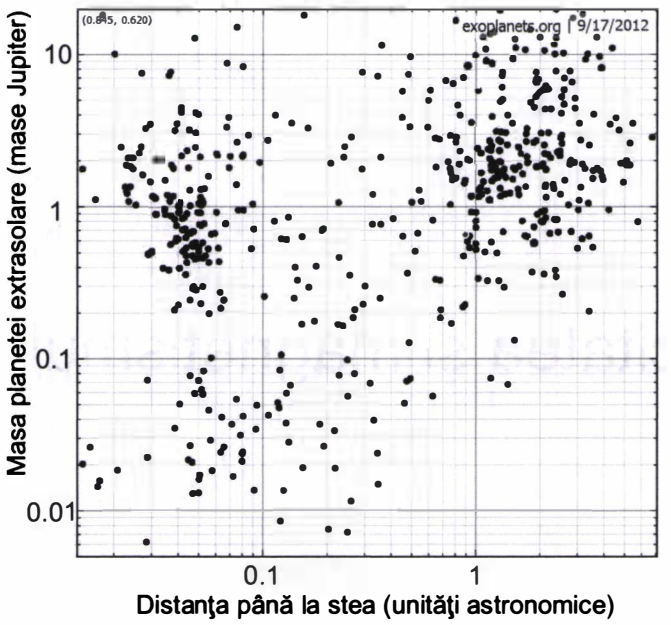

Figura 2.17: *Un grafic ce inventariază planetele extrasolare descoperite până în anul 2012. Pe axa orizontală este reprezentată pe scară logaritmică distanța până la steaua lor, în unități astronomice (o unitate astronomică este distanța dintre Soare și Pământ). Pe axa verticală este reprezentată masa planetelor extrasolare, raportate la masa planetei Jupiter (care este de aproximativ 300 de ori mai mare decât Pământul). După cum vedem, cele mai multe planete extrasolare descoperite sunt fie apropiate de Soare, fie au mase de ordinul masei lui Jupiter. Tabelul folosește baza de date și programul software „Exoplanet Data Explorer" prezente pe pagina de internet exoplanets.org.*

Așa cum am văzut în figura 2.15, există și surprize, de exemplu planete masive ce orbitează foarte aproape de steaua lor cu perioade orbitale de ordinul zilelor.

Cercetătorii încearcă să afle de ce aceste planete supraviețuiesc temperaturilor intense de pe suprafața lor și cum au ajuns în situația respectivă. S-au detectat însă și planete mici și solide care orbitează aproape de steaua lor, de exemplu planeta COROT-7c. Aceasta, cu o densitate apropiată de cea a Pământului, orbitează la o distanță așa de mică de steaua ei, încât perioada sa orbitală este de doar două zile terestre.

Odată ce detectăm și localizăm planete extrasolare, ne interesează și proprietățile acestora. Dintre proprietăți, atmosfera planetei joacă un rol important, deoarece ne așteptăm ca o planetă având o atmosferă asemănătoare cu cea a Pământului să aibă o șansă mai mare ca pe ea să existe viață.

Dintre metodele de detecție prezentate mai sus, cea a tranziției planetei ne dă și posibilitatea de a detecta gazele din atmosfera planetei. Astfel, putem măsura spectrul luminii de la stea înainte și după ce planeta se ascunde în spatele stelei. Scăzând cele două spectre, vom obține spectrul luminii împrăștiate de planetă, iar compoziția spectrului ne va scoate la iveală elementele chimice care se află în atmosferă. De exemplu, în cazul planetei HD 189733b (aflată la 63 de ani-lumină de noi) s-au putut detecta urme de apă, dioxid de carbon și metan. Din păcate, planeta HD 189733b este un „Jupiter fierbinte", deci cel mai probabil nu conține viață, cel puțin nu similară celei de pe Pământ.

Așa cum am menționat, subiectul planetelor extrasolare este unul recent în astronomie, așa încât multe se pot întâmpla în anii ce vin. Nimeni nu știe dacă noua abordare va conduce efectiv la detectarea vieții pe alte planete în timpul vieții noastre. Noile rezultate ne asigură însă experimental că numărul planetelor existente în univers este mare, lucru pe care doar îl bănuiam în trecut, dar de care acum suntem siguri. Ele fac posibilă și estimarea numărului de planete din universul cunoscut care obitează într-o zonă favorabilă apariției vieții (așa cum cunoaștem noi viața până acum).

În anul 2013, cercetătorii americani au analizat rezultatele misiunii Kepler și au ajuns la concluzia că o cincime dintre stelele asemănătoare Soarelui au planete de dimensiunea Pământului, care orbitează într-o zonă locuibilă! Ținând cont că stelele de mărimea Soarelui sunt aproximativ o zecime din mulțimea stelelor din universul cunoscut, ajungem la concluzia că aproximativ 2% din stelele din univers au planete cu condiții favorabile apariției vieții.

Rezultatul este remarcabil și el ne aduce aminte de planeta Marte. Cu calotele sale de gheață (atât gheață obișnuită, cât și gheață carbonică), cu numeroasele sale canale ce ar putea fi albii de foste râuri, Marte a avut cândva atmosferă, nori și ploi ce udau câmpiile sale acum aride. Despre Marte se crede că și-a pierdut atmosfera la numai un miliard de ani de la formarea sa. Alte planete dintre cele nenumărate care se găsesc în zone locuibile poate că au avut mai mult noroc. Întrebarea devine atunci cu atât mai arzătoare: unde sunt acele civilizații extraterestre care s-ar fi putut dezvolta pe acele planete?

3

Electricitatea și magnetismul

Am văzut în capitolul precedent că sistemul lui Newton descrie corect interacțiunea gravitațională dintre obiecte, așa cum sunt planetele masive ale sistemului solar sau bilele din experimentul lui Cavendish. Nu ne așteptăm însă ca natura tuturor forțelor să fie numai gravitațională. Atracția gravitațională dintre obiectele cu care suntem obișnuiți este mică, de mărimea greutății unei furnici, așa cum am menționat deja. Ea nu poate explica adeziunea scotch-ului sau puterea mușchilor noștri, care implică forțe mult mai mari.

Forța gravitațională este prea mică pentru a explica atracția unui magnet sau hârtiuțele ridicate de un pieptene atunci când acesta este frecat. Aceste două exemple par exotice, fără prea multe aplicații practice (exceptând utilizarea busolei în navigație), motiv pentru care au și fost ignorate de oamenii de știință secole de-a rândul.

În cele două exemple (magnetul și frecarea unui pieptene) găsim însă sâmburii următoarei teorii, electromagnetismul. Căci, adeseori în fizică, mica excepție de la regulă descoperă un alt sistem mai profund. Totul este să *remarcăm* și apoi să *studiem* excepția.

Figura 3.1: *Un păianjen conservat în chihlimbar. Sursa: Wikipedia Commons.*

21. Electricitatea ca un joc

Termenul de „electricitate" este derivat din grecescul „elektron", care înseamnă „chihlimbar". Chihlimbarul este o *rășină solidificată* de copac, ce conține de multe ori în interiorul său plante sau insecte mici, și de aceea este folosit des ca bijuterie. Vechii greci au observat un efect straniu: de câte ori chihlimbarul este frecat, el atrage unele obiecte mici.

Și noi când eram copii ne jucam frecând un pieptene de haine; după aceea puteam folosi pieptenele pentru a atrage bucățele mici de hârtie. La o petrecere putem face un alt experiment cu care să impresionăm invitații: frecăm baloanele de păr și le atingem de tavan. Ele vor rămâne acolo lipite, fiind atrase de tavan.

Explicația corectă a acestor fenomene a fost descoperită mai târziu de fizicieni, presupunând corect că obiectele au încorporate în ele un fel de „fluid electric", ce este de două tipuri: *pozitiv* sau *negativ*, cele două tipuri diferite atrăgându-se între ele. Descoperirea acestor două tipuri de electricitate, pozitivă (denumită și „vitroasă") și negativă (denumită și „rășinoasă") i se atribuie lui Charles François de Cisternay du Fay (1698-1739). Mai tarziu însă, Benjamin Franklin (1706-1790), un alt cercetător cunoscut al fenomenelor electrice, vorbește despre un singur tip de electricitate atribuit „fluidului electric" și face o eroare de semn, confundând-o cu electricitatea vitroasă a lui du Fay.

Exemplul acestei erori scoate în evidență complexitatea evoluției ideilor din fizică, căci de mai multe o teorie nu este recunoscută imediat ca fiind corectă și acceptată de comunitatea științifică. Ideile se schimbă și la fel noțiunile, în funcție de contextul istoric. De aceea, nu este suficient întotdeauna să spunem că cineva a descoperit un anumit fenomen sau l-a explicat într-un anumit fel, este necesar câteodată să vedem cum a fost el receptat de contemporani. De multe ori urmașii unui fizician de succes „rescriu" istoria. Chiar și o parte dintre adepții lui Newton au rescris-o. Teoria acestuia a pătruns pe continent mult mai încet și mai dificil decât rezultă poate din rândurile acestei cărți.

Revenind la teoria „fluidului electric", am menționat că acesta este de două feluri: pozitiv și negativ. În fizică, componentele acestui fluid electric se numesc *sarcini electrice*, și ele însele sunt două tipuri, pozitive și negative. Sarcinile electrice se atrag sau se resping una pe alta, după tipul lor: sarcinile electrice de acelasi tip se *resping*, iar cele de tip opus se *atrag*. Unitatea de măsură a sarcinii electrice se numește *Coulomb*, o unitate ce ne poate apărea artificial aleasă astăzi. Astfel, forța de interacțiune între două sarcini electrice de un Coulomb, situate la un metru una de alta, este echivalentă cu greutatea unui milion de tone!

De fapt, dacă am avea două persoane, una făcută doar din sarcini electrice pozitive și alta doar din sarcini electrice negative, situate la un metru distanță, atunci forța de atracție ar fi echivalentă cu o greutate de 10^{26} tone. Adică aproape miliarde de miliarde de miliarde de tone! Din fericire însă situația aceasta nu se întâlnește în practică, deoarece sarcinile electrice pozitive și cele negative se află în cantități aproape egale în corpurile obișnuite. Spunem că acel corp este *neutru* electric. De aceea ne-am și exprimat că „din fericire" corpurile noastre sunt neutre electric, altfel ne-am fi lipit unii de alții „ca timbrul de scrisoare".

Cantitatea de electricitate dintr-un obiect este dată de *suma* tuturor sarcinilor electrice din acel corp. După cum am menționat, materialele obișnuite sunt neutre electric, pentru că această sumă este aproape nulă (cantitățile de sarcină sunt egale, dar au semn opus). Cu toate acestea, problema este câteodată mai complexă, căci sarcinile electrice din materiale se pot deplasa dintr-o parte în alta, sau pot oscila puțin în jurul poziției de echilibru. Chiar și în acest caz însă, dacă sarcinile electrice nu părăsesc materialul, suma totală a sarcinii electrice rămâne nulă, iar materialul rămâne în ansamblu neutru din punct de vedere electric.

Ca o regulă de început, vom considera că mobilitatea este asociată sarcinilor electrice negative, în timp ce sarcinile electrice pozitive vor fi considerate statice. Pentru discuția noastră, două sunt cazurile de interes: *metalele*, în care sarcinile electrice negative se pot deplasa libere de la un capăt la altul și *izolatorii*, în care sarcinile electrice rămân la locul lor, însă pot oscila puțin mai la stânga sau mai la dreapta, față de poziția lor de echilibru.

Să luăm acum exemplul piepteneului care atrage bucățele mici de hârtie și să vedem ce se întâmplă. Odată ce pieptenele este frecat de haine, acesta acumulează sau pierde sarcini electrice negative din și pe haine (căci doar acestea se pot deplasa). El își pierde astfel neutralitatea, devenind încărcat cu electricitate. Cu toate acestea, hârtiuța nu a fost nici frecată, nici atinsă, și deci ea este încă neutră din punct de vedere electric. De aceea ea nu poate fi încă atrasă de pieptenele încărcat electric, deoarece două obiecte trebuie să fie *ambele* încărcate cu sarcini electrice pentru ca să se respingă sau atragă. De ce este atunci atrasă hârtiuța, dacă ea este neutră?

Explicația acestui fenomen ciudat stă în structura microscopică a hârtiuței, care este un *izolator*, și în faptul că sarcinile electrice se pot deplasa puțin față de poziția lor de echilibru (vezi figura 3.2). Astfel, pentru simplitate, să presupunem că pieptenele pierde sarcini electrice negative

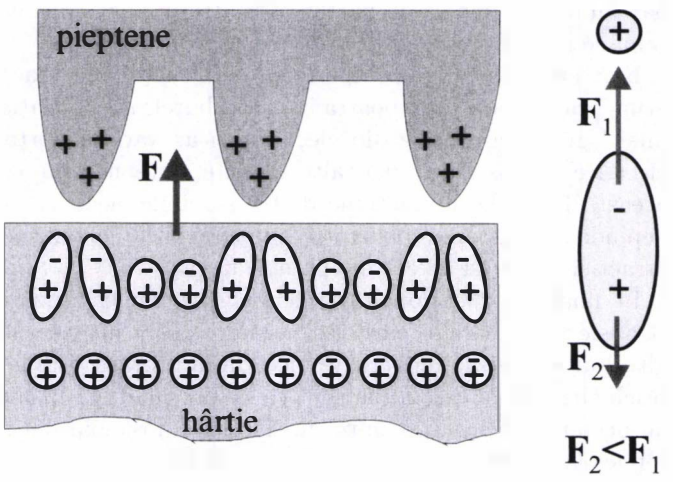

Figura 3.2: *În figură este reprezentată interacțiunea microscopică ce are loc atunci când un pieptene frecat atrage o hârtiuță. Obiectul din stânga-sus este un pieptene frecat de haine, care are sarcini electrice pozitive în surplus, iar cel de jos este o hârtiută neutră electric. Deoarece sarcinile electrice pozitive din piptene (reprezentate prin plusuri) atrag sarcinile electrice negative din hârtie (reprezentate prin minusuri), materialul hârtiei se polarizează (sarcinile electrice se deplasează puțin față de poziția lor de echilibru). În consecință, sarcinile electrice negative sunt mai aproape de pieptene. Cum forța electrică depinde de distanță, forța cu care sunt atrase sarcinile electrice negative este mai mare decât forța cu care sunt respinse sarcinile pozitive din hârtie, aflate mai departe (vezi schița din dreapta). În final, forța totală este diferită de zero, iar hârtiuța este atrasă în sus.*

în urma frecării, și deci are un exces de sarcină electrică pozitivă. Această sarcină electrică pozitivă în surplus atrage sarcinile electrice negative din hârtiuță. Acum însă, hârtia este un izolator, prin urmare sarcinile sale electrice negative se pot deplasa puțin în interiorul atomilor, fiind atrase de pieptene.

Să observăm că în proces cele două cantități de sarcini electrice (negative și pozitive) din hârtiuță rămân încă egale și deci hârtia rămâne neutră, chiar dacă sarcinile electrice negative s-au deplasat puțin. Rezultatul final este că avem mai multe sarcini electrice negative către partea cu pieptenele decât în partea opusă. Fenomenul acesta de reorganizare a sarcinilor electrice dintr-un material izolator poartă numele de *polarizare electrică* (vezi figura 3.2).

Dacă sarcinile pozitive în exces din pieptene ar atrage sarcinile electrice negative din hârtie cu aceeași forță cu care le resping pe cele pozitive din hârtie, atunci hârtia tot nu se va mișca, pentru că cele două cantități de sarcină sunt egale (hârtiuța este neutră electric). Aceasta în cazul în care cele două forțe (de atracție și respingere) ar fi egale în valoare absolută, și deci s-ar compensa.

Cu toate acestea, nimic nu ne împiedică să presupunem că forțele de atracție și respingere *depind de distanță*! Dacă este așa, atunci forța cu care sunt atrase sarcinile electrice negative din hârtiuță este mai mare decât cea cu care sunt respinse cele pozitive, pentru că cele negative sunt mai aproape de pieptene. Forța totală asupra

hârtiuței va fi nenulă, și hârtia va fi atrasă chiar dacă ea rămâne neutră (vezi figura 3.2).

Iată cum un simplu experiment efectuat ca o joacă atunci când eram copii poartă în el sâmburele și explicația unei legi fundamentale din electrostatică: variația forței electrice cu distanța. Cu alte cuvinte, este necesar ca această forță de interacțiune dintre sarcinile electrice să depindă de distanță pentru a putea explica fenomenul atracției hârtiuței de către piptenele frecat.

În final, să menționăm că fenomenele de electrizare (transferul de sarcini electrice negative de la un corp la altul) au condus la numeroase incendii în brutării și în fabricile de textile care au aparut ca ciupercile după ploaie la începutul erei industrializării. Efectul a fost mai puțin înțeles la început, datorită variabilității lui mari, rezultatul depinzând de condițiile meteorologice. Chiar și astăzi, la școală, un experiment cu mașina electrostatică a lui Van der Graaff nu functionează bine dacă afară este umezeală.

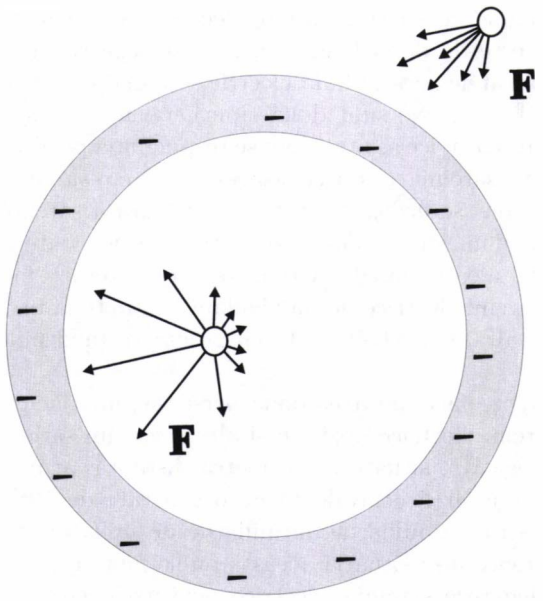

Figura 3.3: *În figură este reprezentată o sferă metalică încărcată electric. Lângă aceasta se aduce întâi un dop de plută neutru electric (dreapta sus). Sarcinile electrice de pe sfera metalică vor polariza dopul de plută și îl vor atrage înspre sferă (vezi și Figura 3.2). Într-un al doilea experiment se așază dopul de plută în interiorul sferei metalice (centru). Și acum dopul de plută este atras în toate părțile de sarcinile electrice de pe sferă, însă forța totală este identic nulă. Cum este posibil un astfel de rezultat nul, care nu se regăsește inițial în simetria problemei?*

22. Dopul de plută și câmpul electric

Variația cu distanța a forței electrice de atracție sau respingere între corpurile încărcate electric a fost măsurată pentru prima dată de Charles Augustin de Coulomb (1736-1806), printr-un instrument foarte asemănător cu cel al lui Cavendish folosit la măsurarea forței gravitaționale (vezi secțiunea 18). Rezultatul este uimitor de asemănător: forța de atracție sau respingere electrică este proporțională cu mărimea sarcinilor și invers proporțională cu pătratul distanței dintre ele. Supoziția noastră din secțiunea precedentă este astfel confirmată, această forță variază cu distanța.

Deși se știe mai puțin, cel care a verificat primul dependența pătratică de distanțe, a atracției electrostatice a fost, ca și în cazul forței gravitaționale, tot Henry Cavendish! Istoria spune că Benjamin Franklin (1706-1790) a observat cum o sferă metalică *goală* în interior, încărcată cu sarcini electrice pe suprafața sa, atrage o bilă de plută doar dacă bila de plută este situată în afara sferei metalice, dar nu și în interiorul ei (vezi figura 3.3). Curios, nu?

La o întâlnire a Societății Regale Britanice, Franklin i-a comunicat această „curiozitate" lui Joseph Priestley (1733-1804). Acesta a observat că efectul este identic cu cel calculat teoretic pentru forțele gravitaționale, dacă ne imaginăm o planetă goală în interior. În acest caz, dacă punem un obiect în interiorul gol al planetei, acesta nu va fi atras gravitațional de către planetă, indiferent de poziția obiectului. Priestley a tras concluzia că forțele electrice trebuie să aibă aceeași comportare precum cele gravitaționale, adică trebuie să scadă cu pătratul distanței.

Henry Cavendish, auzind argumentația, a repetat experimentul lui Franklin și a dovedit că exponentul distanței din formula forței electrostatice este fie 2, fie diferă de 2 printr-o valoare mai mică de 0,03! Din păcate Cavendish nu și-a publicat niciodată rezultatul care, în ziua de astăzi, i-ar fi adus un premiu Nobel.

Explicația fenomenului prin care dopul de plută nu este atras în interiorul unei sfere metalice goale, încărcate cu sarcini electrice negative, pornește de la aranjamentul *uniform* al acestor sarcini electrice negative pe suprafața sferei metalice. Dacă dopul de plută se află în afara sferei, el va fi atras de sferă deși dopul este neutru electric, pentru că sarcinile electrice din interiorul lui se polarizează, printr-un efect asemănător celui prin care pieptenele frecat atrage hârtiuța neutră electric (vezi figura 3.2).

Dacă dopul este așezat exact în centrul sferei, atunci forța electrică cu care este atras de sferă este perfect nulă indiferent de dependența ei de distanță, datorită *simetriei sferice*. Dacă dopul nu se află în centru, ne așteptăm ca forța electrică asupra lui să poată fi nenulă, deoarece simetria se strică (vezi figura 3.3). Aceasta pentru că, în punctul asimetric față de sferă unde așezăm acum dopul, unele sarcini electrice de pe sferă sunt mai îndepărtate de dopul de plută, altele mai apropiate, iar valoarea forței cu care sarcinile polarizează și atrag dopul depinde de distanță. În acest fel simetria este ruptă și forța totală ar putea fi nenulă dacă așezăm dopul de plută în alt loc decât cel din centru (vezi figura 3.3).

Acum, și aici este toată frumusețea problemei, dacă forța de atracție sau respingere dintre două sarcini variază precis invers proporțional cu pătratul distanței, atunci forța electrică totală asupra dopului de plută este nulă, în *oricare* poziție din interiorul sferei l-am așeza noi! De observat că în exteriorul sferei forța rămâne nenulă chiar și în acest caz. Dacă forța electrică dintre două sarcini variază

exact invers proporțional cu pătratul distanței, dopul de plută nu va fi atras, indiferent în ce punct s-ar afla el în interiorul sferei.

Interesant este că nu vrem să facem experimentul de mai sus cu o singură sarcină electrică în loc de dopul de plută, dintr-un motiv practic: sarcina electrică ar atrage la rândul ei electronii din sfera metalică. Electronii, fiind foarte mobili, se vor deplasa într-o parte sau alta, stricând *uniformitatea* sarcinilor electrice de pe suprafața sferei, care este necesară pentru a testa teoria!

Calcul: *Câmpul electric*

Forța de interacțiune Coulomb cu care o sarcină electrică punctiformă Q (aflată în originea sistemului de axe, vezi figura 3.4) acționează asupra unei sarcini electrice punctiforme q (aflată în poziția $\mathbf{r}$) este:

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qQ}{r^2}\frac{\mathbf{r}}{r}$$

Aici $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} F/m$ este o constantă numită *permitivitate a vidului* iar $\mathbf{r}/r$ este un vector unitate orientat pe direcția celor două sarcini, având-și originea în sarcina Q (aici $r = |\mathbf{r}|$).

De observat că cele două sarcini electrice Q și q pot fi pozitive sau negative, deci forța de interacțiune dintre ele va deveni de respingere pentru același tip de sarcini, sau de atracție pentru sarcini electrice de tipuri diferite. Dacă rescriem această ecuație ca:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}\frac{\mathbf{r}}{r} \qquad \mathbf{F}(\mathbf{r}) = q\mathbf{E}(\mathbf{r})$$

atunci putem defini primul termen ca intensitatea unui câmp electric produs de sarcina Q, iar al doilea termen ca fiind forța care se exercită asupra sarcinii q în câmpul electric produs de sarcina electrică Q (vezi figura 3.4).

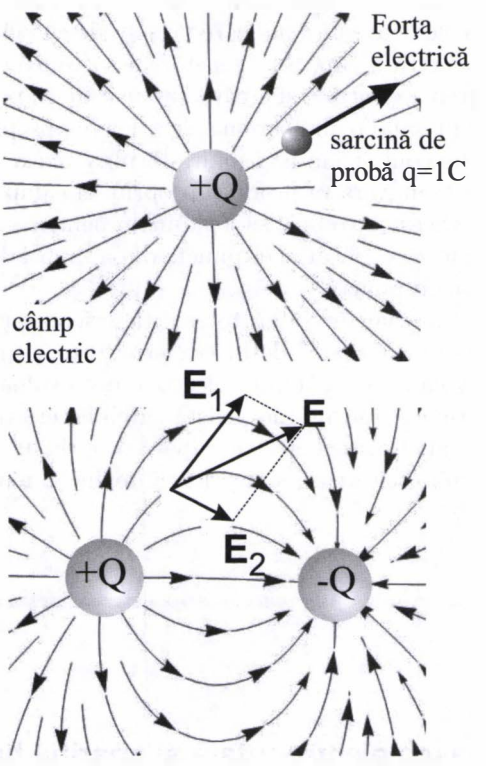

Figura 3.4: *Sus: Câmpul electric al unei sarcini electrice pozitive Q este reprezentat ca un set de vectori, câte unul în fiecare punct din spațiu. El este dat de forța cu care sarcina Q acționează asupra unei alte sarcini electrice pozitive $q = +1C$, de mărime egală cu unitatea (numită sarcină de probă). Jos: câmpul electric al unui dipol format din două sarcini electrice opuse. Câmpul electric $\mathbf{E}_1$ este generat de sarcina $+Q$ iar câmpul electric $\mathbf{E}_2$ este generat de sarcina $-Q$. Suma vectorială a celor două este câmpul total $\mathbf{E}$ din acel punct de spațiu.*

Pornind de la forța electrică, vom folosi acum o mică șmecherie matematică, pentru a introduce ceea ce vom numi de acum încolo *câmp electric*. Astfel, forța de interacțiune electrică dintre două sarcini este proporțională cu produsul sarcinilor acestora și acționează pe direcția celor două, ca un vector. Ne vom imagina atunci o sarcină mare în centru și una mult mai mică, pozitivă, pe care o vom numi *sarcină de probă*, pe undeva prin spațiu (vezi partea de sus a figurii 3.4). Însă oriunde s-ar afla ea, sarcina de probă este atrasă sau respinsă de sarcina mai mare cu o forță anume, care depinde de poziția ei și este proporțională atât cu valoarea sarcinii mari, cât și cu cea a sarcinii de probă. Pe această sarcină de probă o vom folosi ca să măsurăm câmpul de forțe electrice din jurul sarcinilor.

Câmpul de forță din jurul sarcinii mari este un câmp vectorial $\mathbf{F}(\mathbf{r})$, care acționează asupra sarcinii de probă în orice punct din spațiu $\mathbf{r}$ în care s-ar afla ea. Cum însă forța este proporțională cu mărimea sarcinii electrice a probei, $F \sim q$, putem împărți forța electrostatică la valoarea sarcinii de probă. Obținem un alt câmp vectorial $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{F}(\mathbf{r})/q$, care este identic de fapt cu câmpul de forțe (până la o constantă) și care este însă *independent* de mărimea sarcinii de probă. Îl numim pe acesta *câmp electric*.

Ne imaginăm atunci că sarcina electrică mare nu atrage direct corpul de probă, ci indirect, prin intermediul acestui câmp electric. Astfel, sarcina mare Q creează în primă instanță un câmp electric $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ în jurul ei. Sarcina de probă, aflată undeva prin spațiu, „simte" câmpul electric sub forma unei forțe, forță care este atunci produsul direct dintre sarcina sa electrică q și câmpul electric din punctul $\mathbf{r}$ în care se află, $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = q\mathbf{E}(\mathbf{r})$. Forța aceasta este forța electrică. În acest fel, am împărțit acțiunea electrică în două etape. În prima etapă o sarcină electrică creează un câmp electric, iar în cea de-a doua etapă câmpul electric acționează asupra unei alte sarcini electrice prin intermediul forței electrice.

Cu cunoștințele pe care le-am acumulat până acum, descrierile matematice ale interacțiunilor electrostatice fie prin forțe ale lui Coulomb, fie prin câmpuri electrice sunt echivalente. Cum am mai discutat în secțiunile precedente, dacă descrierile matematice sunt echivalente, nimic nu face ca o descriere să fie mai „reală" decât alta. Privite din acest punct de vedere, câmpurile electrice vor apărea în

prima instanță cam nenaturale. De ce ar trebui să introducem un element *adițional* care nu se vede cu ochiul liber (câmpul electric), care este generat în tot universul de o simplă sarcină electrică și a cărei intensitate se poate măsura doar plasând o altă sarcină electrică în apropiere? Ar părea că ne complicăm mai mult. În plus, fiecare sarcină electrică din univers va produce propriul ei câmp electric, și pe toate acestea trebuie să le adunăm pentru a afla care este câmpul electric în acel punct, după cum adunăm și forțele într-un punct.

Vom vedea mai târziu că tocmai descrierea prin câmp electric este mai „reală" decât cea prin forțe, pentru simplul motiv că aceste câmpuri electrice pot evolua singure chiar și atunci când nu mai există sarcinile electrice care le-au generat! Câmpul electric capătă propria lui viață, în lipsa sarcinilor electrice, și aici fizica devine și mai interesantă.

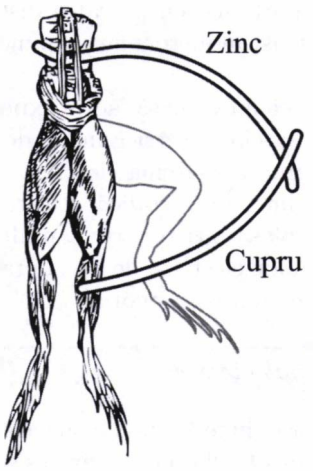

Figura 3.5: *Experimentul lui Galvani. Două fire metalice de zinc și cupru sunt aduse în contact la capătul din dreapta figurii. Ele formează la celălalt capăt (stânga figurii) o baterie electrică ce generează șocuri electrice în mușchii broaștei. Imagine reprodusă din* Electrochemistry Encyclopedia *(prezentă la adresa electrochem.cwru.edu/encycl), cu acordul editorilor.*

23. Broasca electrocutată și apariția bateriei

Am menționat faptul că sarcinile electrice negative posedă o anumită mobilitate. Mobilitatea aceasta depinde de material și ea este cea mai mare în metale. În secolul al XVIII-lea fuseseră deja construite dispozitive speciale (de exemplu generatorul van der Graaff) care permiteau extragerea sarcinilor electrice negative prin frecare și depozitarea lor în conductori metalici. De aici, sarcinile puteau fi puse apoi în mișcare pentru producerea anumitor efecte, de exemplu *descărcări electrice.* Cu toate acestea, un dispozitiv care să întrețină încontinuu mișcarea sarcinilor electrice negative nu fusese descoperit.

Spre sfârșitul secolului, Luigi Galvani (1737-1798), care efectua experimente cu electricitate pe broaște, a observat un lucru curios. El a pus în contact capetele a două fire metalice de materiale *diferite.* Cu celelalte două capete rămase libere a atins mușchii broaștei, care s-au contractat instantaneu (vezi figura 3.5). Au apărut apoi două teorii care încercau să explice fenomenul. Prima, susținută de Galvani, spunea că mușchii generează electricitate, eliberată apoi de firele metalice. A doua, susținută de Alessandro Volta (1745-1827), spunea că firele de metale diferite în contact generează electricitate, la care mușchii broaștei doar reacționează.

Până la urmă, în cazul studiat, s-a dovedit că Volta avea dreptate, deși, după cum a presupus Galvani, electricitatea poate fi produsă și de corpurile vii. Pentru a-și demonstra teoria, Volta a construit un dispozitiv alcătuit dintr-o succesiune de discuri de metale diferite (zinc și cupru) în contact, alternate cu bucăți de carton impregnate cu sare (vezi figura 3.6). În acest fel, el a inventat prima baterie care, fiind capabilă să genereze sarcini electrice într-un mod continuu, s-a dovedit apoi crucială în următoarele experimente de electricitate.

O baterie simplă se poate construi cu ajutorul unei lămâi, în care la un capăt înfigem un cui, iar la celălalt capăt punem o monedă de cupru. Lămâia joacă rolul bucății de carton impregnate cu sare din construcția lui Volta, fiind un *electrolit.* Trebuie însă spus că, pentru a alimenta o simplă diodă luminoasă, avem nevoie de câteva astfel de „baterii cu lămâi" în serie.

Interesant este că, până astăzi, principiul bateriilor nu s-a schimbat prea mult. În prezent avem metale diferite, electroliți diferiți, geometrii diferite etc., însă principiul de bază a supraviețuit, iată, mai mult de două secole de la inventarea lui. Acesta este și motivul pentru care miniaturizarea bateriilor nu poate fi considerată decât parțial un succes. Desigur, se fac baterii mai mici, dar la fel va fi și energia stocată în ele. În final, densitatea de energie din toate bateriile rămâne aproximativ aceeași, deoarece proprietățile electroliților rămân asemănătoare. De aceea avem încă baterii voluminoase și grele pentru energii mari de stocare, de exemplu în cazul bateriilor electrice pentru mașini.

Sarcinile electrice generate de către baterie sunt colectate de obicei prin două fire metalice așezate la capetele ei (vezi figura 3.6). S-a observat apoi că alte fire metalice pot fi utilizate de asemenea la transportul în continuare al sarcinilor, punându-se astfel bazele primelor circuite electrice. Acest lucru nu trebuie să ne surprindă, căci metalele sunt conducătoare de electricitate. Prin ele, sarcinile electrice negative (cele mobile) circulă foarte ușor. Circulația sarcinilor electrice din conductori reprezintă un *curent electric* I. Intensitatea acestuia se definește ca fiind sarcina electrică ΔQ care trece prin conductor în unitatea de timp $I = \Delta Q/\Delta t$.

Metoda lui Galvani de a genera șocuri electrice broaștei a fost extinsă astăzi în domeniul medical. Astfel, în cazul unui stop cardiac, se folosește un aparat pentru resuscitare numit *defibrilator cardiac.* Acesta aplică șocuri electrice pe pieptul pacientului, șocuri care pot opri aritmia, permițând inimii să bată din nou în ritmul normal.

În finalul acestei secțiuni, să spunem câteva cuvinte despre Alessandro Volta. Acesta, până la vârsta de patru ani,

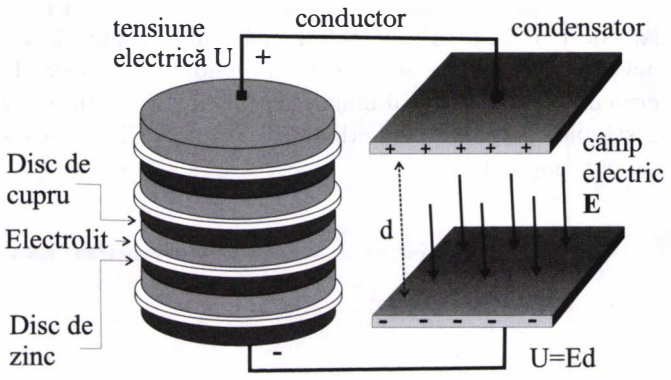

Figura 3.6: *În stânga este schițată bateria lui Volta, care constă în esență din trei elemente: un disc de cupru, unul de zinc și între ele un electrolit (de exemplu hârtie impregnată cu sare). Elementele sunt așezate într-un sandwich unul peste altul pentru a crea o tensiune electrică continuă U cât mai mare. În dreapta este schițat cum bateria alimentează un condensator. Pentru că sarcinile electrice nu pot circula între plăcile condensatorului, curentul electric este nul. Pe plăcile condensatorului se adună sarcini electrice (desemnate prin + și -), care generează un câmp electric* **E** *în interiorul condensatorului. Valoarea câmpului electric este dată de* $E = U/d$*, unde d este distanța dintre plăci, iar U este tensiunea electrică a bateriei (de fapt, aceasta este definiția tensiunii electrice U).*

n-a vorbit. A fost crescut de o guvernantă, al cărei soț era un cunoscut meșter de dispozitive fizice de măsură. Datorită lui, micul Volta în loc să se joace cu cuburile, a preferat experimentele simple cu acele dispozitive pe care ea le aducea de acasă.

La școala iezuită unde este trimis, cel mai mult îl interesează electricitatea, despre care adună puținele informații existente, astfel că la vârsta de 18 ani știa despre această nouă știință tainică aproape tot ce se putea cunoaște la vremea aceea. Volta repetă experimentele lui Galvani în felul său personal. El ia două monede din metale diferite, le pune una pe limbă și una dedesubt. Le unește cu un conductor și... simte „gustul" electricității. Repetă experimentele atașând firele conductorului la nas, ureche și ochi, unde vede fosfene luminoase. Nu peste mulți ani, aceste experimente vor deveni distracția înaltei societăți: barbații și femeile se țin de mâini, se leagă de niște baterii Leyda și simt convulsii, furnicături sau fosfene luminoase.

24. Polii magnetici care nu pot fi separați

Magneții au fost descoperiți de vechii greci, atunci când au observat că anumite roci magnetice pot atrage bucățele mici de fier. În timp, s-a observat că este vorba de o nouă forță de atracție prezentă în natură și denumită *forță magnetică*, diferită de forța electrică discutată mai înainte. Numele provine de la localitatea grecească Magnezia, unde se puteau găsi astfel de roci. Chinezii au fost primii care au folosit magneții în navigație.

Prin încercări simple, s-a putut observa încă de la început că forța magnetică prezintă multe asemănări cu forța electrică. Astfel, un magnet are doi *poli*, Sud și Nord, la fel cum există două tipuri de sarcini electrice, pozitive și negative. Polul Nord al unui magnet este prin convenție acel pol care se va orienta către nordul Pământului, în cazul în care magnetul s-ar învârti liber. Mai mult, polii de același fel se resping, iar cei de fel opus se atrag, exact ca în cazul sarcinilor electrice!

Asemănarea i-a făcut pe primii fizicieni să presupună că polul unui magnet ar conține un fel de *„sarcină magnetică"*. Atunci, un magnet n-ar fi altceva decât o bucată de material la capetele căruia sunt lipite două astfel de „sarcini magnetice": una corespunzătoare polului Nord, și alta corespunzătoare polului Sud. Cele două ar avea aceeași valoare absolută și semn opus (vezi figura 3.7).

Dacă „sarcinile magnetice" ar avea existență fizică separată, atunci am putea tăia un magnet în două și separa cele două capete împreună cu „sarcinile" lor magnetice. Un astfel de capăt separat, purtând numai o singură sarcină magnetică (să zicem Nord) este denumit *monopol magnetic*. Lăsat liber, el ar fi atras de polul Sud al diverșilor magneți și respins de polul Nord.

Forța de atracție sau respingere dintre monopolii magnetici se poate deduce din măsurători efectuate asupra magneților. În final, se ajunge la o formă aproximativă asemănătoare cu forța electrică și cu cea gravitațională: forța de interacțiune dintre doi monopoli magnetici ar fi proporțională cu mărimea lor și ar scădea cu pătratul distanței dintre ei. Desigur, forța de interacțiune dintre doi magneți ar fi suma interacțiilor a patru forțe, date

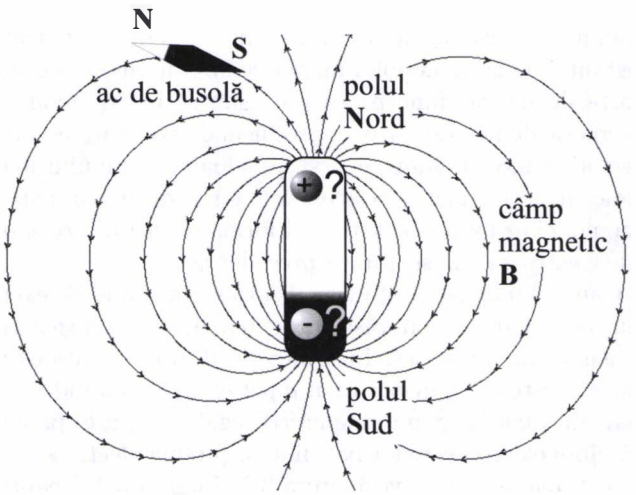

Figura 3.7: *În figură este reprezentat câmpul magnetic din afara unui magnet. Acesta este măsurat cu ajutorul unui ac de busolă, schițat în stânga sus. După cum vedem, câmpul magnetic este similar cu câmpul electric al unui dipol (vezi figura 3.4). Un dipol electric este format din două sarcini electrice egale și opuse ca semn, una negativă și alta pozitivă. În același fel, am putea încerca să atașăm celor doi poli ai magnetului (Nord și Sud) două „sarcini magnetice" (care ar fi numite „monopoli magnetici") egale și de semn opus. Dar există ele în realitate?*

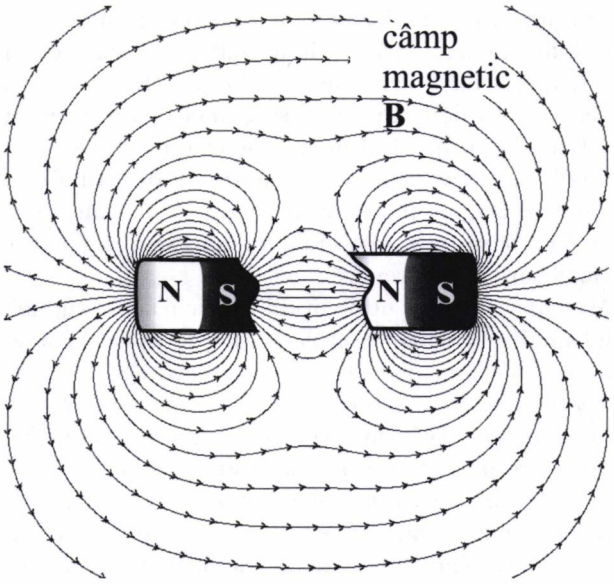

Figura 3.8: *În figură este prezentat câmpul magnetic al unui magnet tăiat în două. Tăind magnetul, am încercat să separăm polii, unde s-ar afla presupusele „sarcini magnetice", monopolii magnetici. Cu toate acestea, așa cum se vede din figură, obținem doi magneți, fiecare având din nou câte doi poli. Monopolii magnetici nu par să existe, iar câmpul magnetic trebuie să fie generat de altceva. Ce ar putea fi?*

de interacțiunea a câte o pereche de monopoli magnetici (Nord-Nord, Nord-Sud, Sud-Nord, Sud-Sud).

Prin asemănare cu câmpul electric, putem introduce un *câmp magnetic* $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ dat de un singur monopol magnetic. Acesta este proporțional cu „sarcina magnetică" a monopolului, se întinde în tot universul și scade cu pătratul distanței de la monopolul magnetic la punctul de măsură. Forța de interacțiune pe care o „simte" un alt monopol magnetic de test este atunci produsul dintre „sarcina magnetică" a monopolului de test și valoarea câmpului magnetic în acel punct. În acest fel, forța dintre monopolii magnetici ar avea exact aceeași formă ca cea dintre sarcinile electrice (vezi secțiunea precedentă).

Câmpul magnetic este vizualizat ușor așezând de exemplu pulbere de fier împrăștiată pe o foaie de hârtie așezată deasupra unui magnet. Imaginea rezultată ne arată că un magnet este asemănător unui *dipol electric*, putând fi format din două „sarcini magnetice" egale și opuse, precum un dipol electric este format dintr-o sarcină electrică pozitivă și una negativă (vezi figura 3.7 și figura 3.4 dreapta). Câmpul magnetic al unui magnet este atunci asemănător cu câmpul electric al unui dipol.

Toate aceste asemănări cu câmpul electric prezentate mai sus i-au făcut pe oamenii de știință să caute să *separe* polii magnetici care ar exista în magneți, unde sunt întotdeauna în perechi. Nimic mai simplu, și-au zis ei, tăiem un magnet pe din două și separăm cei doi poli. Surpriză însă! Prin tăiere se obțin doi magneți, care au la rândul lor fiecare doi poli! Nici urmă de monopolul magnetic (vezi figura 3.8).

Dacă mai tăiem o dată unul din magneții obținuți, obținem din nou câte doi magneți, și tot așa, fără să putem separa vreodată vreunul din poli. O asemenea problemă pare desigur fără soluție. Căci nici până în ziua de astăzi n-a reușit cineva să izoleze un monopol magnetic. În termeni fizici, monopolii magnetici nu există așa încât nu există nici „sarcina magnetică". Și atunci? Cine creează câmpul magnetic?

25. Generarea câmpului magnetic de către sarcinile electrice

Să recapitulăm puțin: sarcinile electrice generează *câmpuri electrice*, iar magneții generează *câmpuri magnetice*. Oamenii de știință de acum câteva veacuri au încercat să vadă dacă nu cumva se poate și invers: sarcinile electrice să genereze câmp magnetic și magneții să genereze câmpuri electrice.

Primul care a observat o astfel de corelație „inversă" a fost Hans Christian Ørsted (1777-1851). În 1820 el preda un curs de electricitate și magnetism. Masa de demonstrație era plină de magneți, conductori electrici și noile inventate baterii care permiteau întreținerea unui curent electric continuu (ce reprezintă o deplasare a sarcinilor electrice mobile).

Când curentul electric generat de o astfel de baterie a trecut printr-o sârmă apropiată de un ac magnetic, Ørsted a observat cu surprindere cum acul magnetic și-a schimbat direcția (vezi figura 3.9)! Ceva a generat câmp magnetic, din moment ce acul magnetic s-a reorientat iar acel „ceva" era chiar curentul electric. Cu alte cuvinte,

Figura 3.9: *O litografie prezentând demonstrația lui Ørsted. Se vede cum firul electric conductor deviază acul magnetic aflat în apropiere. Litografia sugerează mai degrabă un grup de oameni mari bucurându-se ca niște copii de o nouă „jucărie". Și totuși, în această simplă „jucărie" stă viitorul unei tehnologii care avea să schimbe lumea. Reprodus cu permisiunea NASA de pe portalul de internet son.nasa.gov.*

sarcinile electrice *în mișcare* (curentul electric) generează un câmp magnetic.

Efectul acesta este folosit din plin azi. Astfel, cele mai puternice câmpuri magnetice din laboratoare nu sunt generate de magneți permanenți, ci de către uriașe bobine prin care circulă curenți electrici foarte mari. *Bobina* este de fapt un conductor electric încolăcit prin care circulă curent electric. Datorită acestei încolăciri, câmpul magnetic este mai puternic, iar bobina se mai numește și *electromagnet.*

Rezultatul lui Ørsted a fost apoi folosit de către André-Marie Ampère (1775-1836) pentru a explica generarea unui câmp magnetic de către magneții permanenți. Astfel, Ampère a presupus corect că forțele magnetice ale magneților nu sunt create de vreo proprietate nouă a materiei (de exemplu „sarcina magnetică"), ci pur și simplu de către sarcini electrice aflate *în mișcare* în interiorul materialelor!

A trebuit să mai treacă aproape un secol pentru a explica corect cum o parte din magnetismul materialelor este dat într-adevăr de curenți electrici permanenți aflați în interiorul materialelor. În secțiunea 31 vom vedea și noi cum sarcinile electrice negative (mai precis, electronii) sunt în mișcare în interiorul atomilor și creează astfel câmp magnetic.

Pe de altă parte, faptul că atât câmpul electric, cât și cel magnetic sunt produse de aceleași sarcini electrice reprezintă primul pas către *unificarea* majoră a două teorii diferite, cea a câmpului electric și cea a câmpului magnetic. De aceea vom considera în continuare că de fapt *câmpul electromagnetic* este produs de sarcinile electrice și are două componente: câmpul electric $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ și câmpul magnetic $\mathbf{B}(\mathbf{r})$.

Implicațiile ulterioare ale acestei presupuneri se vor dovedi majore, mergând până la înțelegerea corectă a teoriei relativității. Căci, pe bună dreptate, ne putem întreba acum dacă forțele magnetice ar putea fi privite ca ceva complet diferit de forțele electrice, din moment ce ambele sunt produse de sarcini electrice.

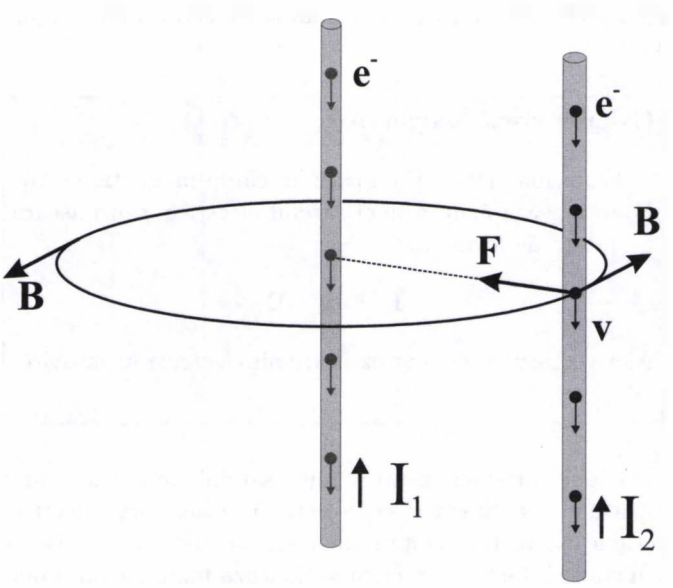

Figura 3.10: *În figură este reprezentată atracția dintre doi conductori electrici prin care circulă curenți electrici I în același sens. Curenții electrici sunt dați de mișcarea unor sarcini electrice negative (desemnate cu e^- în figură). După cum vedem, curentul electric din conductorul din stânga generează un câmp magnetic $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ în tot spațiul. Acesta acționează asupra fiecărei sarcini electrice în mișcare din cel de-al doilea conductor, prin intermediul forței magnetice $\mathbf{F}$. Această forță este perpendiculară atât pe viteza sarcinii electrice $\mathbf{v}$, cât și pe câmpul magnetic $\mathbf{B}$, și atrage cel de-al doilea conductor către primul. De observat că sensul curentului electric este prin definiție opus celui în care se mișcă sarcinile electrice negative.*

26. Acțiunea câmpului magnetic asupra sarcinilor electrice în mișcare

În secțiunea precedentă am văzut că un conductor ce transportă curent electric (un sistem de sarcini electrice în mișcare) generează câmpuri magnetice și acționează de la distanță asupra unui magnet. Legea acțiunii și reacțiunii ne sugerează atunci că și magnetul acționează cu o forță asupra conductorului purtător de curent electric! Acest lucru a fost observat experimental de André-Marie Ampère (1775-1836), care a construit un sistem în care un magnet deviază o sârmă conductoare prin care trece un curent electric.

Ampère însă nu a făcut demonstrația direct, pentru că ar fi avut nevoie de un câmp magnetic intens pentru a devia un conductor purtător de curent electric. De aceea, Ampère a generat câmpul magnetic cu ajutorul unui alt conductor purtător de curent electric, căci am văzut în secțiunea precedentă că și un curect electric produce câmp magnetic.

În experimentul lui Ampère, un conductor prin care trece un curent electric generează un câmp magnetic, care la rândul lui acționează asupra unui alt conductor purtător de curent electric (vezi figura 3.10). Avem deci în final doi conductori purtători de curent electric care se atrag sau se resping, configurație care a fost folosită mai târziu la definiția unității de măsură a curentului electric, ce poartă numele lui Ampère.

Dar ce se întâmplă în acest caz? Cum acționează câmpul magnetic generat asupra unei sârme purtătoare de curent electric? Ei bine, câmpul magnetic nu acționează asupra sârmei în totalitate, ci asupra *fiecărei* sarcini electrice individuale care este în mișcare în conductor, cu așa-numita *forță magnetică.* Totalitatea acestor forțe individuale va reprezenta forța totală care acționează asupra conductorului.

Forța magnetică acționează asupra oricărei sarcini electrice care se află în mișcare în câmp magnetic. Ea este proporțională cu mărimea sarcinii electrice, cu viteza ei și cu câmpul magnetic din punctul în care se află acea sarcină. Interesant este însă că forța magnetică acționează *perpendicular* pe direcția vitezei, și deci nu poate crește

viteza sarcinii, ci doar să-i schimbe traiectoria (vezi figura 3.10).

Calcul: ***Forța magnetică***

Forța magnetică **F** cu care un câmp magnetic vector **B** acționează asupra unei sarcini electrice q în mișcare este dată de formula:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

Aici vectorul **v** este viteza sarcinii electrice în mișcare.

Vedem astfel că asupra unei sarcini acționează atât forța magnetică, cât și cea electrică. Dacă forța electrică acționează mereu asupra unei sarcini, fie ea în mișcare sau statică, forța magnetică acționează numai asupra unei sarcini în mișcare. Împreună, cele două forțe poartă numele de *forța Lorentz*, după numele lui Hendrik Lorentz (1853-1928) care a studiat forța magnetică în jurul anului 1892.

Forța magnetică explică parțial (neglijând spinul, care va face obiectul unei secțiuni viitoare) și de ce doi magneți se atrag sau se resping între ei. Astfel, într-o primă instanță, sarcinile microscopice în eternă mișcare din primul magnet (propunerea lui Ampère) generează un câmp magnetic (vezi figura 3.11). Acesta însă acționează prin intermediul forței magnetice asupra sarcinilor electrice în mișcare permanentă din cel de-al doilea magnet! Noi vedem această interacțiune ca și cum primul magnet ar acționa asupra celui de-al doilea magnet.

Să recapitulăm acum cele patru fenomene observate experimental până acum:

Observații intermediare:

1. *Sarcinile electrice generează câmpuri electrice* **E**
2. *Sarcinile electrice în mișcare generează câmpuri magnetice* **B**.
3. *Câmpurile electrice acționează asupra sarcinilor electrice prin forța electrică.*
4. *Câmpurile magnetice acționează asupra sarcinilor electrice în mișcare prin forța magnetică.*

Observăm cum aceste patru ecuații *par* să formeze un sistem complet. Astfel, primele două legi ne arată cum sarcinile electrice generează câmpurile electrice și magnetice. La rândul lor, câmpurile acționează asupra sarcinilor electrice conform cu ultimele două legi și le schimbă poziția în spațiu.

Pornind de la niște sarcini electrice date, putem calcula mai întâi câmpurile electrice și magnetice generate de sarcini. Apoi, folosind ecuațiile lui Newton și expresiile forțelor electrice și magnetice, putem calcula noile poziții și viteze ale sarcinilor electrice. Din ele, aflăm noile câmpuri electrice și magnetice, și tot așa, într-un mod iterativ. Sub forma de până acum, sistemul este deci complet.

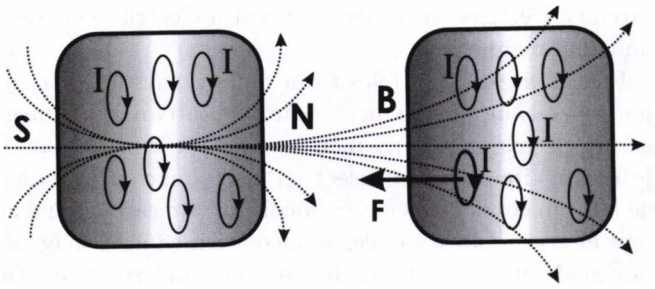

Figura 3.11: *În figură este detaliat unul dintre mecanismele ce contribuie la atracția a doi magneți (am neglijat interacțiunea de spin). Astfel, curenții microscopici I din magnetul din stânga, desenați ca mici inele, generează un câmp magnetic* **B**, *desenat prin linii întrerupte în figură. Câmpul magnetic acționează mai departe asupra sarcinilor electrice ce formează curenții microscopici ai magnetului din dreapta. Efectul total este că magnetul din stânga îl atrage pe cel din dreapta. Desigur, are loc și procesul invers.*

Modelul astfel construit, deși corect în limita anumitor aproximații, ar rata descoperirea și descrierea uneia din cele mai spectaculoase manifestări ale câmpurilor magnetice și electrice: propagarea câmpurilor electrice și magnetice în medii în care au dispărut sarcinile electrice care le-au generat! Căci, după cum vom discuta mai încolo, nu numai sarcinile creează câmpurile electrice și magnetice, ci și câmpurile electrice și magnetice se creează *unele pe altele*!

Înainte însă de a încheia în capitolul următor prezentarea câmpului electromagnetic, vom vorbi, în următoarele secțiuni, despre structura materiei. Elementele adunate până aici sunt suficiente pentru a înțelege care sunt principalele ingrediente ale materiei. Poveștile ce urmează ne vor arăta cum, cu puține experimente, putem afla informații de bază despre cărămizile universului ce ne înconjoară, ca masa și sarcina electronilor, dimensiunea și greutatea atomilor sau structura lor.

În finalul acestei secțiuni, să menționăm totuși câteva cuvinte despre André-Marie Ampère, eroul cu care am început. Astfel, se pare că Ampère stătea zile in șir în biblioteca tatălui unde a citit de la cap la coadă Enciclopedia lui Denis Diderot și Jean le Rond d'Alembert. El citea articolele în ordine alfabetică deoarece toate i se păreau interesante. La o varstă mai înaintată își uimea prietenii putându-și aminti pe de rost capitole întregi din Enciclopedia citită în copilarie.

Odată, tatăl său a invitat un profesor de matematică, iar acesta a stat de vorbă vreme îndelungată cu băiatul. Profesorul a plecat descurajat; multe capitole de matematică băiatul le știa mai bine ca el. Ampère nu știa să extragă rădăcina pătrată, nu cunoștea o serie de noțiuni elementare, dar știa foarte bine să integreze și deriveze și putea vorbi foarte bine despre erori. Din acest motiv, Ampère și-a reluat singur lecturile din Enciclopedie.

27. Millikan și sarcina electronului

De multe ori, meditând sau rememorând amintiri, privirea ni se oprește pe un obiect din fața noastră, o cană, un pix sau un fir de praf. În astfel de momente devenim brusc conștienți de niște obiecte care altfel parcă nici nu există pentru noi. Apoi, urmărind cu privirea detaliile lor mici, de multe ori ne întrebăm din ce sunt ele de fapt alcătuite. Dincolo de rezoluția noastră optică de aproximativ o jumătate de milimetru, nu putem vedea în mod normal mare lucru.

Astăzi avem microscoape puternice și vedem obiecte de milioane de ori mai mici decât milimetrul. Este atunci cu atât mai remarcabil că minți inventive au reușit să „vadă" aceste obiecte microscopice cu mult înainte ca microscoapele moderne să fie construite. Un exemplu îl constituie particula din care este constituit „fluidul" electric negativ din materiale, și anume *electronul.* Căci „fluidul" electric negativ nu este continuu și amorf, ci compus din elemente discrete foarte mici, numite electroni.

Robert Millikan (1868-1953), la începutul secolului XX, a măsurat sarcina electrică a electronului, deși valoarea aproximativă a fost determinată corect încă de Faraday, în experimentele sale de electroliză. Importanța electronului o depășește pe aceea de a fi o simplă particulă, deoarece existența sa dovedește cuantificarea sarcinii electrice. Sarcina electrică a electronului a reprezentat mult timp cea mai mică sarcină electrică posibilă, de aceea ea se mai numește și *sarcină electrică elementară.*

Millikan a pornit de la observația că forța electrică este suficient de mare ca să ridice în aer corpuri macroscopice, după cum am văzut în experimentul cu pieptenele care putea ridica niște hârtiuțe. Dacă „fluidul" electric negativ e compus dintr-un număr discret de sarcini electrice, atunci și forța electrică totală va fi discretă. Cea mai mică valoare pe care o ia sarcina electrică este, așa cum am menționat mai sus, cea a electronului. Dacă ne imaginăm fluidul electric negativ compus din electroni, am putea măsura variația forței atunci când un material primește (sau cedează) *un singur* electron. Știind forța, putem calcula diferența de sarcină electrică și deci sarcina electrică a electronului!

Problema practică este însă următoarea: corpurile frecate primesc sau cedează un număr foarte mare de electroni și diferența în forță atunci când numai un singur electron este transferat nu poate fi măsurată ușor. Millikan și-a dat astfel seama că, pentru a sesiza schimbarea forței, trebuie să „frece" bucăți foarte mici de materie, în așa fel încât ele să primească numai câte un electron, eventual doi, care totuși să afecteze *vizibil* (măsurabil) mișcarea bucății de materie.

Millikan a folosit un pulverizator care produce picături fine de *ulei*, așa cum este prezentat în figura 3.12. Datorită pulverizării, unele picături se freacă de marginea orificiului îngust de ieșire și se încarcă cu electroni. Picăturile de ulei încărcate cu electroni sunt apoi lăsate să cadă liber într-o zonă unde sunt urmărite cu un microscop. În acea zonă au fost așezate două plăci metalice orizontale, între care a fost aplicată o *tensiune electrică* cu ajutorul unei baterii, pentru a influența mișcarea picăturilor. Pentru a fi sigur că un număr cât mai mare de picături vor fi încărcate electric, Millikan a adăugat și o sursă suplimentară de raze X. Aceasta ioniza aerul și genera sarcini electrice suplimentare ce se puteau așeza pe picături.

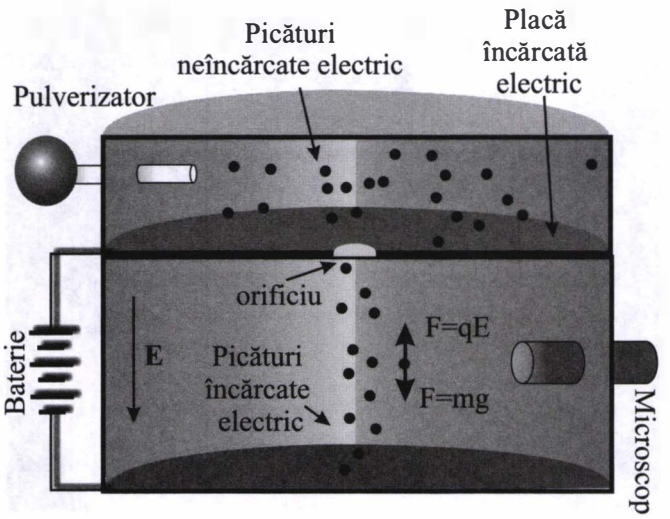

Figura 3.12: *Schița experimentului lui Millikan. Din stânga sunt pulverizate picături mici de ulei într-o primă incintă. Unele dintre ele capătă sarcină electrică prin frecare. Printr-un mic orificiu, picăturile ajung într-o a doua incintă, care se află între plăcile unui condensator. Pe lângă forța de atracție gravitațională, asupra picăturii acționează și forța electrică (datorită condensatorului, vezi figura 3.6). La echilibru, cele două forțe ar trebui să fie egale, $qE = mg$, iar în acest fel se poate estima că sarcina electrică a picăturii este $q = mg/E$, unde m este masa picăturii, E câmpul electric din condensator și g este accelerația gravitațională. Mișcarea picăturilor de ulei încărcate cu sarcină electrică este urmărită cu un microscop.*

Cele două plăci metalice formează de fapt un *condensator*, ce va genera un câmp electric vertical între plăcile lui (vezi figura 3.12 și figura 3.6). Condensatorul poate fi privit ca un ansamblu de sarcini electrice diferite pe cele două plăci ale sale. Sarcinile electrice creează un câmp electric, care poate deveni foarte mare în interiorul condensatorului. Mărimea acestui câmp electric E generat este proporțională cu *tensiunea electrică* U între plăcile condensatorului și invers proporțională cu distanța d dintre plăci $E = U/d$ (vezi figura 3.6).

Câmpul electric va acționa cu o forță electrică verticală asupra oricărei sarcini electrice prezente între plăci. În cazul picăturii de ulei încărcată cu electroni (sarcini electrice negative), polaritatea condensatorului este aleasă în așa fel încât forța electrică să acționeze în sus. În același timp însă, asupra picăturilor acționează și forța de atracție gravitațională. Dacă tensiunea electrică de pe condensator este ajustată corespunzător, forța electrică și cea gravitațională se vor compensa exact iar picătura va

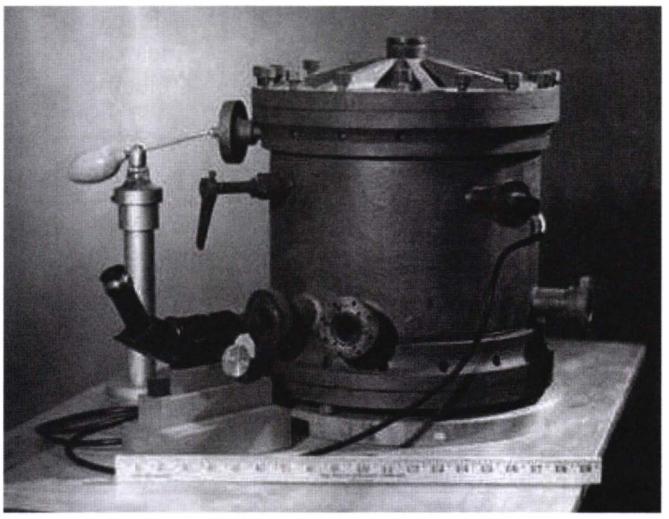

Figura 3.13: *O fotografie a aparatului original folosit de Robert Millikan pentru măsurarea sarcinii electrice discrete a electronului. Microscopul este în stânga jos iar pulverizatorul în stânga sus. Sursa: Wikipedia Commons*

fi în echilibru. Echilibrul se observă apoi cu un microscop atașat, privind picăturile de ulei. Echilibrul dintre forța electrică ce acționează asupra picăturii și forța gravitațională ne dă imediat *sarcina electrică* a picăturii, dacă știm masa picăturilor și câmpul electric din incintă (vezi figura 3.12).

Ne putem face o idee despre dificultatea experimentului calculând forța electrică asupra unui singur electron aflat între plăcile condensatorului între care există o tensiune electrică de câteva mii de volți. În acest caz forța electrică abia ajunge să fie echivalentă cu cea a unei greutăți care este de aproape un miliard de ori mai mică decât cea a unui gram. De aceea, pentru a vedea efectul (forța electrică egală cu cea gravitațională), greutatea unei picături de ulei trebuie să fie de același ordin de mărime și nu mai mare, cu alte cuvinte uleiul trebuie pulverizat *foarte fin*. În plus, observația trebuie făcută la microscop, pentru că picătura este foarte mică.

Millikan a procedat puțin diferit, căci era destul de greu să păstreze picătura în echilibru. El a lăsat picăturile de ulei să urce și să cadă în câmp electric și le-a măsurat vitezele care ajungeau să fie constante, picăturile mișcându-se cu frecare în aerul vâscos.

În final însă, rezultatele au fost aceleași: picăturile păreau să aibă numai valori *discrete* ale sarcinii electrice. În acest fel, sarcina electrică totală a picăturii este întotdeauna un multiplu al unei sarcini electrice elementare. Aceasta pentru că „fluidul electric negativ" este format dintr-un număr întreg de particule elementare numite electroni. Măsurând cea mai mică diferență dintre sarcinile picăturilor, Millikan a putut astfel măsura sarcina electrică negativă $-e$ a electronului, care este de $e = 1,602 \cdot 10^{-19} C$ și care reprezintă astfel *sarcina electrică elementară.*

Este interesant de observat că, atunci când considerăm că sarcinile electrice sunt alcătuite din electroni, vorbim de fapt de cuantificarea sarcinii electrice. Mai observăm că avem două tipuri de sarcini electrice (negative și pozitive), și nu trei sau patru. Aceste lucruri ni se par evidente, dar poate că ar trebui să ne detașăm de această evidență și să îndrăznim să ne întrebăm de ce este așa și nu altfel. Așa cum vom vedea în secțiunea 144, faptul că avem două sarcini electrice opuse are de-a face cu faptul că sarcinile electrice *pozitive* pot fi privite în anumite situații ca sarcini electrice negative călătorind înapoi în timp (și reciproc). Mai mult, vom vedea că sarcina unei particule poate fi de mai multe tipuri, de exemplu sarcina de culoare a quarcilor.

În final, o mică observație pe marginea rezultatelor lui Millikan. În anii '70, au apărut câteva dubii legate de sinceritatea lui Millikan atunci când și-a făcut publice rezultatele, pentru că acesta deja bănuia valoarea sarcinii, printre altele în urma estimărilor lui Faraday. Deși în lucrare el afirmă că toate picăturile măsurate au fost incluse în analiză, se pare că a folosit doar 58 din cele 175 de picături măsurate. Mai mult, în notițele lui se găsesc expresii precum „Numărul acesta este cel mai precis de până acum", sau „Eroare mare, se neglijează", atitudine care este în principiu în contradicție cu metoda experimentală de măsură, care trebuie să evite orice analiză pe baza unei păreri preconcepute despre rezultat.

Părerea larg împărtășită este că cele mai multe picături au fost eliminate din analiză pe baze solide (de exemplu faptul că aparatul de măsură era instabil), însă discuția scoate în evidență linia fină de demarcație pe care se află orice experimentator: atunci când are o idee preconceptă despre valoarea ce urmează a fi măsurată, oare cât de obiectiv este el în măsurătoarea sa?

28. Thomson și raportul dintre sarcina electrică și masa electronului

Cel care a dat denumirea de *electron* este Joseph John Thomson (1856-1940), despre care vom vorbi mai jos. Spre deosebire de înaintașii săi, care au trebuit să se mulțumească cu niște electroni mutându-se de pe un material pe altul, dar niciodată liberi, Thomson i-a extras din materiale și i-a împrăștiat prin aer!

Instrumentul cu ajutorul căruia a realizat aceasta se numește *tub catodic* și constă în esență din două plăci metalice (*anod* și *catod*) între care se aplică o tensiune electrică foarte ridicată, adică reprezintă un condensator de un tip aparte. Rezultatul este un câmp electric puternic, care smulge pur și simplu electroni dintr-una din plăci (catod) și îi aruncă în spațiu.

Tuburile catodice au fost folosite timp de zeci de ani în construcția televizoarelor. Aici, electronii smulși din catod sunt aruncați pe un ecran fluorescent, unde la impact produc un punct luminos (vezi figura 3.14 și figura 3.15). Prin scanarea zonei de impact, se obține o întreagă imagine. Astăzi însă, tehnologia tuburilor catodice pentru televizoare a fost înlocuită cu cea a cristalelor lichide, care conduce la televizoare mult mai plate.

Într-o primă instanță, Thomson a încercat să determine raportul dintre masa și sarcina electrică a electronilor din energia generată la impactul acestora pe ecranul fluorescent al tubului catodic. Din păcate, măsurătorile nu au

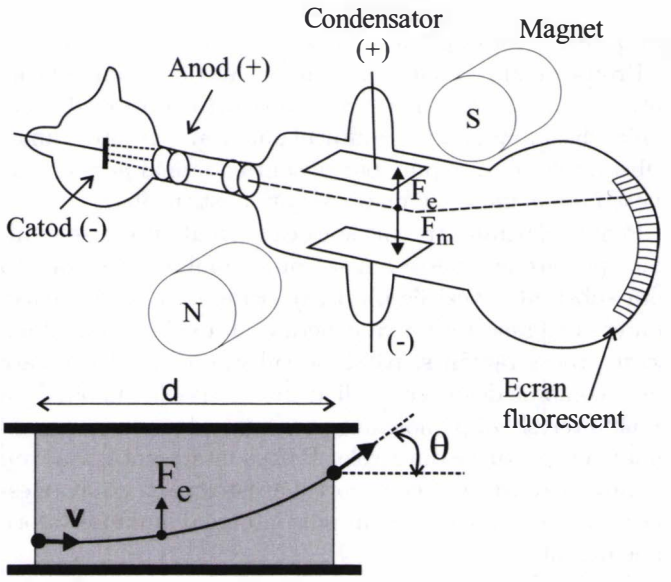

Figura 3.14: *Sus este reprezentat un tub catodic, care este făcut dintr-un recipient de sticlă ermetic închis, vidat în prealabil. El conține doi electrozi, anodul și catodul. Dacă aceștia sunt conectați la o sursă de tensiune electrică înaltă, electronii vor fi extrași din catod. În plus, tubul catodic are un strat fosforescent care emite lumină odată ce electronii se lovesc de el (dreapta figurii). Aparatul original al lui Thomson mai conținea o pereche de condensatori și o bobină, folosite pentru a devia electronii astfel extrași din catod. În acest fel, asupra electronilor acționau două forțe: forța electrică* $\mathbf{F}_e$ *(dată de câmpul electric) sau forța magnetică* $\mathbf{F}_m$ *(dată de câmpul magnetic, pentru că electronii sunt în mișcare). În stânga jos este reprezentat un detaliu cu mișcarea electronilor în condensator.*

putut fi precise, așa că Thomson a integrat un *condensator* suplimentar și mai apoi un *magnet* în tubul catodic (vezi figura 3.14).

În măsurători, Thomson a măsurat deflecția fasciculului de electroni extras din catod, odată cu variația câmpului electric sau magnetic. Ambele depind de raportul dintre sarcina electronului și masa sa, dar și de viteza inițială a electronilor extrași, care era necunoscută. Măsurând atât deflecția în câmp magnetic, cât și în câmp electric, Thomson a putut afla viteza electronilor și raportul dintre sarcina lor electrică și masă. Cei interesați de acest calcul pot urmări căsuța matematică alăturată.

Calcul: ***Măsurarea raportului*** e/m

Forța dată de câmpul electric $\mathbf{E}$ al condensatorului din figura 3.14 este $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$, unde $q = -e$ este sarcina electrică a electronului ($e > 0$ este sarcina electrică elementară). Accelerația pe verticală este, în valoare absolută, $a = F/m = eE/m$, unde m este masa electronului.

În timpul t până când iese din condesator, electronul parcurge pe orizontală o distanță $d = vt$, unde d este lățimea plăcilor. La ieșire, viteza sa pe verticală va fi $v_y = at$. Unghiul de deflecție va fi raportul celor două:

$$\theta \approx \frac{v_y}{v} = \frac{at}{v} = \frac{ad}{v^2} = \frac{eEd}{mv^2}$$

Dacă aplicăm numai o forță magnetică $\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ (aici $\mathbf{v}$ este viteza electronului, iar $\mathbf{B}$ câmpul magnetic) accelerația va deveni $a = F/m = evB/m$, iar deflecția este

$$\theta \approx \frac{v_y}{v} = \frac{at}{v} = \frac{ad}{v^2} = \frac{evBd}{mv^2} = \frac{eBd}{mv}$$

Thomson a aplicat pe rând cele două câmpuri, în așa fel încât deflecția θ să fie aceeași în ambele cazuri. El s-a asigurat că lățimea regiunii unde acționează câmpul magnetic a fost aceeași ca lungimea d a plăcilor condensatorului. Din cele două relații putem elimina viteza necunoscută v a electronilor (care este aleasă aceeași):

$$\sqrt{\frac{eEd}{m\theta}} = \frac{eBd}{m\theta} \quad \Rightarrow \quad \frac{e}{m} = \frac{E\theta}{B^2 d}$$

Măsurând deflecția θ, Thompson a putut calcula raportul dintre sarcina e și masa electronului m. Știind sarcina electronului e din experimentul lui Millikan, se obține o masă a electronului de $m = 9,10938 \cdot 10^{-31}\text{kg}$

În figura 3.15 este prezentat un tub catodic asemănător celui folosit de Thomson. Deși pare simplu, acesta trebuie conectat la numeroase aparate pentru a fi funcțional: pompe cu ajutorul cărora se face vid (pentru a nu lăsa electronii să se lovească de atomii din aer), condensatoare și bobine, pentru a crea câmpurile electrice și magnetice necesare etc. Iar instalațiile moderne sunt și mai complexe, cu sute de butoane de comandă câteodată. În fața unor astfel de echipamente, cea mai mare parte din elevii unei clase ar reacționa: „Aparatul ăsta este deja prea complicat pentru mine, uite ce de fire și de tuburi are!".

Aceasta este de fapt o reacție naturală, pentru că nu suntem obișnuiți cu astfel de echipamente. Atâta timp cât putem vedea cum pieptenele frecat atrage hârtiuța, cum corpurile cad în jurul nostru, înțelegem mai ușor realitatea înconjurătoare, bazându-ne pe o experiență de ani de zile în care ne învârtim în ea. Pe de altă parte, lumea din jurul nostru este mult mai complexă, cu elemente care sunt mult mai mici decât milimetrul și nu se pot vedea cu ochiul liber, cu greutăți mult mai mici decât gramele, și care nu se mai pot cântări în palmă.

De aceea nu ne așteptăm să avem acces la înțelegerea și cunoașterea acestor fenomene *microscopice* numai cu experiența noastră cotidiană și cu instrumentele noastre naturale ca ochii, mâinile. Pentru a avea acces la lumea microscopică avem nevoie de instrumente ajutătoare, care pot fi (și sunt astăzi) foarte complexe. Le privim însă ca pe niște „ochelari" pentru a vedea ceea ce în mod normal ne scapă.

Orice cititor speriat de asemenea instrumente este rugat să nu renunțe. Dacă vreodată va folosi un astfel de instrument, să înceapă cu cele mai naturale întrebări: „Ce măsoară el?", „Cât de mari sau de mici sunt lucrurile pe care le măsoară?", „Unde-i butonul care-l pornește?"

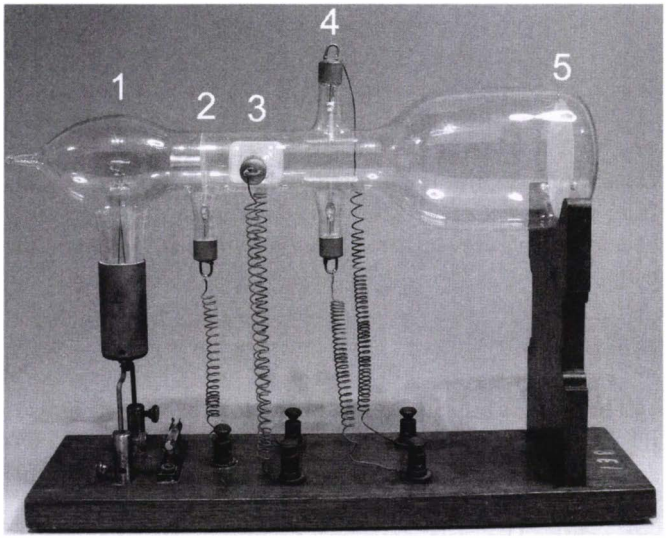

Figura 3.15: *Un tub catodic construit în anul 1930, asemănător celui folosit de Thomson. Acesta consta dintr-un catod încălzit (1) ce emite electroni, dintr-un anod (2) ce atrage electronii și îi trimite către ecranul fluorescent (5) și din două perechi de plăci de deflex (3 și 4), care deviază traiectoria electronilor smulși. Televizoarele cu tuburi catodice folosesc în esență schema de mai sus. Imagine reprodusă cu permisiunea autorului (Henk Dijkstra) de pe pagina de internet www.crtsite.com*

Iar de aici, orice echipament, oricât de complex, poate fi înțeles și mânuit, chiar dacă înțelegerea lui va lua mult timp.

În practică, se întâmplă de multe ori ca studenții proaspăt înscriși la doctorate să aibă nevoie de mai mult de un an numai pentru a învăța cum să folosească un astfel de echipament. Iar în alte cazuri, se întâmplă ca nimeni să nu cunoască de fapt întregul echipament de măsură, cunoștințele fiind împărțite între mai mulți ingineri și cercetători.

În finalul secțiunii să menționăm că Thomson, după ce a descoperit electronul liber, a fost întrebat dacă vede vreo utilitate practică a acestuia. El a răspuns nonșalant că, ținând cont de dimensiunile lui microscopice, nu-i vede nici o utilitate practică! Aviz celor care credem că putem face previziuni.

29. Semnificația numărului lui Avogadro

Cu toții am auzit de presupunerea grecului Democrit (cca. 460î.Hr.-370î.Hr.), cum că materia nu este divizibilă la infinit și că în final este alcătuită din elemente indivizibile, pe care el le-a numit *atomi*. Ideea a rămas netestată experimental până în secolul XVIII, atunci când a fost abordată de chimistul Joseph Proust (1754-1826). Căci, până la Proust, nu era clar dacă nu cumva chimia este un soi de bucătărie: orice poate fi pus în oală, în orice proporții, și astfel putem obține orice, în orice proporții.

Proust a arătat că, dacă în bucătărie putem obține într-adevăr orice, în diverse proporții dorite de noi (chiar dacă n-am numi rezultatul „mâncare" întotdeauna), substanțele chimice pure par să conțină numai *proporții de mase bine definite* ale materialelor constituente.

Pentru claritate, trebuie spus că nu toate produsele chimice pe care le amestecăm se vor și combina, generând o altă substanță (vezi figura 3.16). Practic, numai o parte din ceea ce amestecăm va genera o altă substanță. După acest proces rămân și părți ale substanțelor inițiale care nu se combină deloc, ce pot fi aruncate apoi la gunoi. Ceea ce ne interesează pe noi sunt numai părțile care s-au combinat și raporturile dintre ele. Partea interesantă, așa cum a arătat Proust, este că raportul acestor părți ce se amestecă este mereu *același* și în plus ia numai anumite valori, bine definite.

Urmărind ideile lui Proust, John Dalton (1766-1844) a văzut că această *lege a proporțiilor definite* poate fi explicată simplu și elegant în termenii atomilor lui Democrit. Dacă, atunci când combinăm două substanțe, *exact m* atomi din prima substanță se asociază mereu cu *exact n* atomi din a doua, este natural ca substanța finală să aibă mereu aceeași proporție a maselor din substanțele inițiale.

Ca o confirmare experimentală, Dalton a discutat cazul în care se amestecă azot și oxigen, și în care se pot obține mai multe substanțe diferite (ca monoxidul de azot, sau dioxidul de azot). Cu toate acestea, raportul proporțiilor de azot și oxigen care se combină (ce nu se combină se aruncă) poate fi exprimat mereu ca un raport de numere naturale. Aceasta înseamnă că un număr întreg de atomi de oxigen se combină cu un număr întreg de atomi de sodiu (Na) pentru a forma ceea ce se numește o *moleculă* (vezi figura 3.16). Cum însă există mai multe combinații posibile, există și mai multe tipuri de molecule, toate însă având proporții ce sunt date de fapt de numărul de atomi de oxigen și sodiu care se combină într-o moleculă. Legea proporțiilor definite confirmă deci existența atomilor. Astfel, atomii lui Democritus și-au făcut intrarea în lumea științifică, cu câteva presupuneri suplimentare făcute de Dalton, cum ar fi faptul că ei sunt eterni și nu se pot transforma dintr-unul în altul.

Să facem o paranteză și să menționăm că în anul 1793 Dalton a început să colaboreze la revista de divertisment *Jurnal pentru doamne și gentlemeni*, în care trebuia să informeze cititorii în legatură cu observațiile sale meteorologice. Dalton a făcut acest lucru cu atâta dăruire încât s-a hotărât să înceapă un jurnal personal de observații zilnice, în care avea să-și noteze observații meteo și diferite idei, printre care și pe aceea care explică daltonismul (și care îi poartă numele). În 1805 va publica ideile sale asupra structurii atomice a materiei în același *Jurnal*.

Să revenim însă la povestea noastră. Cât sunt atomii de mari? Pentru a răspunde la această întrebare, ne vom îndrepta atenția asupra studiului gazelor, unde o observație uimitoare a fost făcută de Joseph Louis Gay-Lussac (1778-1850), atunci când acesta a măsurat volumele gazelor.

Trebuie însă mai întâi să arătăm cum putem măsura volumul unui gaz, pentru că acesta se extinde mereu în incinta care i se pune la dispoziție. În cursul acestui proces,

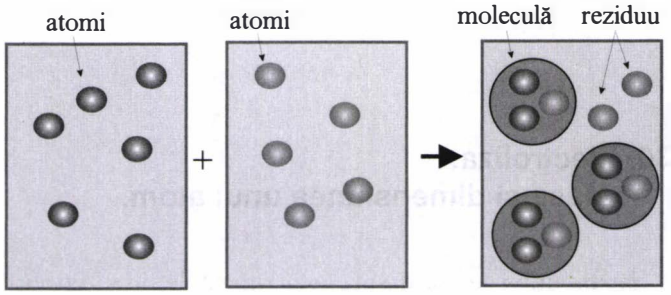

Figura 3.16: *În figură este schițat amestecul a două substațe monoatomice. Aici, doi atomi din prima substanță se combină cu un atom din cea de-a doua substanță pentru a crea o moleculă, unitatea de structură a celei de-a treia substanțe (dreapta). De observat că în cursul reacției pot rămâne și atomi necombinați.*

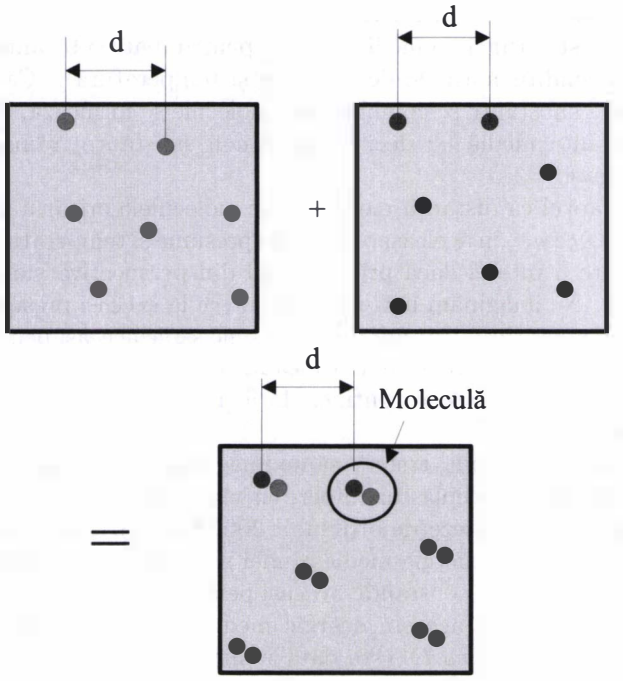

Figura 3.17: *Vizualizarea faptului că distanța dintre moleculele unui gaz este aceeași mereu, în aceleași condiții de presiune și temperatură. În figură se observă cum atomii a două gaze se combină într-o moleculă, iar distanța dintre molecule rămâne practic neschimbată, pentru că dimensiunea acestor molecule este mult mai mică decât distanța dintre ele. Să observăm că numărul de molecule din incintă este același în toate cele trei cazuri.*

presiunea gazului și eventual temperatura lui se schimbă. Principial vorbind, atunci când a măsurat volumele gazelor, Gay-Lussac a ajustat volumul gazelor în așa încât să aibă mereu aceeași presiune și temperatură. La presiunea atmosferică normală și temperatura mediului ambiant, el a considerat volumul incintei conținând gazul ca fiind volumul acelui gaz.

Măsurând în acest fel volumele diverselor gaze, el a observat că un volum de 2 litri de monoxid de carbon CO se combină cu 1 litru de oxigen O_2 ca să formeze tot 2 litri de dioxid de carbon CO_2! Ciudat nu? Parcă oxigenul adăugat a fost pur și simplu „absorbit" de monoxidul de carbon inițial.

Explicația cea mai naturală a acestui fenomen neobișnuit a fost dată de Amedeo Avogadro (1776-1856) folosind noțiunea de *moleculă*. Astfel, o moleculă este pur și simplu un grup de câțiva atomi care stau împreună. În denumirile substanțelor am deconspirat deja numărul și tipul de atomi din astfel de molecule. Monoxidul de carbon este format din molecule de CO, ce conțin doi atomi (unul de C și altul de O). Dioxidul de carbon conține molecule CO_2 formate dintr-un atom de carbon și doi de oxigen. Desigur, proporțiile bine definite de substanțe care se combină în legea lui Dalton pot fi corelate cu numărul de atomi din primul și al doilea gaz.

Aceste molecule păstrează uniți atomii care le alcătuiesc și se pot apoi mișca liber prin spațiu. Ne putem imagina atunci cum, în experimentul de mai sus, fiecare atom de O s-a combinat cu o moleculă de CO pentru a forma o moleculă CO_2 (vezi figura 3.17). Dacă este așa, avem de două ori mai multe molecule de CO în cei doi litri ai săi decât moleculele de O_2 în litrul în care se află ele, pentru că molecula de O_2 se sparge în două, câte un atom de oxigen la fiecare moleculă de CO. Să remarcăm că raportul dintre numărul de molecule și volumul lor este același pentru gazul de CO și pentru cel de O_2, ceea ce înseamnă că *densitatea de molecule* va fi aceeași în ambele cazuri. Același rezultat se obține și pentru gazul de CO_2.

Deoarece densitatea de molecule este aceeași, atunci și distanța medie dintre molecule (în condiții normale) este aceeași, indiferent dacă molecula este de O_2, CO sau CO_2.

Generalizând, vom trage concluzia că *distanța medie* dintre moleculele oricărei substanțe gazoase (în condiții normale de presiune și temperatură) este aceeași, indiferent de tipul atomilor și de numărul acestora într-o moleculă. În acest fel, oxigenul adăugat în experimentul precedent nu a dispărut, ci fiecare atom de O s-a combinat cu o moleculă de CO pentru a forma o moleculă CO_2 (vezi figura 3.17). Dacă distanța medie dintre molecule este aceeași (și mai mare decât dimensiunea moleculei), atunci este normal ca volumul de CO să fie același cu volumul de CO_2, chiar dacă acesta din urmă a primit oxigen suplimentar.

Atunci când două gaze se amestecă, atomii se combină în molecule, iar distanța dintre molecule rămâne în medie aceeași, și de aceea și numărul de molecule dintr-un volum dat de gaz rămâne neschimbat, indiferent de tipul moleculei, deci de tipul gazului. Pentru a standardiza această constantă, s-a luat în considerare numărul de molecule dintr-un gaz având un volum de $V_{mol} = 22{,}4$ litri (aproximativ volumul a două găleți), în condiții normale de presiune și temperatură. Cantitatea aceasta de gaz se numește un *mol*, iar numărul de molecule din acest mol se numește *numărul lui Avogadro* N_A, deși Avogadro însuși n-a știut niciodată cam cât ar fi el de mare. Legea lui Avogadro ne spune atunci că un volum V_{mol} din orice gaz, în condiții normale de presiune și temperatură, are același număr N_A de molecule indiferent de tipul moleculei (vezi figura 3.17).

Așa cum am menționat, un alt fel de a privi această lege este să observăm că dimensiunile moleculelor sunt mult

mai mici decât distanța între ele. Distanța dintre molecule este atunci, în medie, *aceeași* pentru toate substanțele (în condiții normale de presiune și temperatură). Când două substanțe se combină, noi molecule se formează, dar distanța medie (și deci volumul noii substanțe) rămâne aceeași.

Faptul că distanța medie dintre moleculele oricărui gaz este *aceeași*, în aceleași condiții de presiune și temperatură, poate fi înțeles dacă privim gazul din perspectiva statistică. Ne imaginăm însă mai greu de ce la aceeași presiune și temperatură distanța medie trebuie să fie aceeași pentru orice gaz, indiferent de mărimea moleculei sau de numărul de atomi pe care îi conține. Iată mai jos o explicație a acestui fapt.

Pentru început, trebuie să ne imaginăm că, într-un gaz, moleculele se deplasează liber, cu viteze mari (în condiții normale, cu viteze de ordinul a 2000 km/h!). La aceeași temperatură, energia medie a unei molecule are o valoare bine definită și constantă, aceeași pentru toate gazele, tocmai pentru că această energie medie definește temperatura. *Energia medie* este dată numai de temperatură, și nu de viteza moleculei, masa ei sau orice altceva.

Pe de altă parte, presiunea este definită ca forța medie pe unitatea de arie cu care moleculele de gaz ciocnesc peretele. Această presiune se dovedește proporțională cu energia medie a moleculelor și cu densitatea lor. Căci, cu cât energia medie este mai mare, sau cu cât densitatea moleculelor crește, cu atât apasă ele mai tare pe pereții recipientului care le conține.

Acum însă, energia medie a moleculelor este aceeași la aceeași temperatură. Pentru a obține aceeași presiune (presiunea în condiții atmosferice normale), trebuie să avem aceeași densitate de molecule. Dacă densitatea de molecule este aceeași pentru toate tipurile de gaze, înseamnă că *distanța medie* dintre molecule este aceeași.

În final, obținem că, la aceeași presiune și temperatură, distanța medie dintre molecule este aceeași pentru orice gaz, adică exact ce spune legea lui Avogadro. Observăm că rezultatul este în fond o consecință a definițiilor noastre pentru temperatură și presiune. În acest fel, am adus gazele la aceeași temperatură a mediului ambiant, deci energia cinetică medie a moleculelor lor este aceeași. Apoi am mărit sau micșorat volumul incintei, în așa fel încât și presiunea cu care apasă moleculele pe pereți să fie aceeași, egală cu presiunea atmosferică. Acum și densitatea medie a moleculelor va fi aceeași pentru toate gazele, și deci distanța medie dintre molecule va fi aceeași.

Care este însă această distanță medie dintre moleculele de gaz nu știm, pentru că încă nu știm care este numarul de molecule din două găleți de gaz, în condiții normale de presiune și temperatură. Nu știm încă deci numarul lui Avogadro N_A. Pentru a-l afla, trebuie să trecem prin experimentele de electroliză.

30. Electroliza. Masa și dimensiunea unui atom.

Să discutăm acum despre experimentele de *electroliză* ale lui Michael Faraday (1791-1867) pentru a vedea cum ele conduc la o estimare corectă numărului lui Avogadro și a distanței medii dintre moleculele unui gaz.

Astfel, la începutul secolului al XIX-lea, experimentele au arătat că diverși compuși chimici, dizolvați într-un lichid (ca sarea de bucătărie de exemplu), pot fi descompuși în componentele lor dacă se trece un curent electric prin acel lichid (vezi figura 3.18). În urma acestui proces, componentele se depun pe cei doi electrozi care sunt introduși în lichid și conduc curentul electric. Faraday a observat că această cantitate de material depozitată este proporțională cu intensitatea curentului aplicat I și cu timpul t cât acesta este susținut, deci cu cantitatea de sarcină electrică $Q = It$ transportată (vezi figura 3.18).

Folosind câteva noțiuni prezentate în secțiunea precedentă, putem explica mecanismul acestui fenomen. Astfel, faptul că substanța care este dizolvată are două componente nu înseamnă altceva decât că molecula pe care o reprezintă este formată din două molecule mai mici (astăzi denumite *ioni*), corespunzătoare celor două componente (vezi figura 3.18). În funcție de legăturile chimice, se poate întâmpla ca o parte din electronii unei componente să se deplaseze la cea de-a doua componentă. Datorită interacțiunii cu mediul apos, o parte dintre aceste perechi de molecule se separă, lăsând în urmă două molecule ionizate, adică încărcate astfel cu sarcini pozitive și negative.

Tensiunea electrică aplicată între cei doi electrozi generează însă un câmp electric în soluție, care acționează cu o forță electrică asupra moleculelor *ionizate* și separate. Datorită acestui câmp electric aplicat, cele două molecule ionizate și deja separate vor fi apoi atrase de către cei doi electrozi. Cum sarcinile electrice ale celor două molecule sunt opuse (pentru că molecula inițială era neutră electric), ele se vor îndrepta către electrozi diferiți. În acest fel, un tip de moleculă se adună la un electrod (formând prima substanță componentă) iar celălalt tip de moleculă se adună la celălalt electrod (formând cea de-a doua substanță componentă). Vedem că procesul de mai sus are un avantaj major: numai componentele încărcate cu sarcină electrică se adună la electrozi!

Din valoarea măsurată a curentului electric I și timpul t cât acesta este aplicat se calculează sarcina electrică Q totală a componentei adunate pe fiecare dintre electrozi $Q = It$. Apoi, materialul adunat pe electrozi este îndepărtat și cântărit (vezi figura 3.18). Avem deci atât sarcina electrică totală, cât și masa totală a materialului îndepărtat de pe electrozi. Să observăm însă că acest raport este egal cu raportul dintre sarcina *unei singure* molecule și masa ei. Putem astfel determina experimental raportul dintre sarcina electrică acumulată de o moleculă și masa acelei molecule.

Pe de altă parte, sarcina electrică acumulată de o moleculă componentă (din cele două separate în procesul de

electroliză) este un număr întreg de sarcini elementare electronice, datorate acelor electroni care părăsesc molecula sau ajung la ea. Acest număr întreg este cunoscut ca *valența* acelei componente. Dacă știm valența (care este o caracteristică a substanței componente) și sarcina electrică a unui electron, putem calcula sarcina electrică totală acumulată de *o singură* moleculă componentă.

Din experimentele de electroliză știm raportul dintre sarcina electrică a moleculei și masa sa. Putem atunci estima *masa* unei singure molecule, dacă am estimat corect valența moleculei, și deci sarcina sa electrică. Știind acum atât masa totală a molului de substanță respectivă (cântărind gazul), cât și masa unei singure molecule, calculăm numărul lui Avogadro N_A, adică numărul de molecule dintr-un mol (acea cantitate de material care evaporată s-ar cuprinde aproximativ în două găleți, în condiții normale de presiune și temperatură).

Trebuie spus că, pentru a număra moleculele dintr-un *mol*, Faraday a procedat puțin diferit. Astfel, el a depozitat exact un mol de substanță pe electrozi și a măsurat sarcina electrică totală cu ajutorul curentului electric. Desigur, a verificat că are un mol, cântărind masa totală

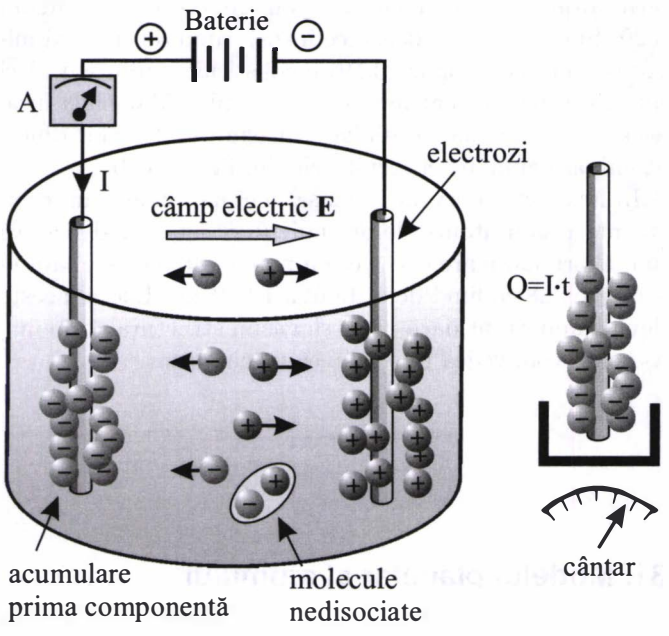

Figura 3.18: *În figură este exemplificat procesul de electroliză. Aici avem un recipient plin cu o soluție, în care o parte din moleculele soluției sunt deja disociate în cele două componente ionice ale sale, exemplificate în figură prin sarcini electrice pozitive și negative. În soluție se introduc doi electrozi între care circulă un curent electric I. Datorită câmpului electric, cele două componente se vor deplasa către electrozi diferiți, unde sunt acumulate. Cantitatea de sarcină electrică totală ce se acumulează pe un electrod se estimează ca $Q = It$, unde t este timpul de aplicare a curentului electric I, măsurat de ampermetrul indicat cu A în figură. După aceea cantitatea de substanță acumulată se poate cântări separat (dreapta). Raportul astfel măsurat dintre sarcina totală și masa totală este egal cu raportul dintre sarcina și masa unei singure molecule a componentei investigate.*

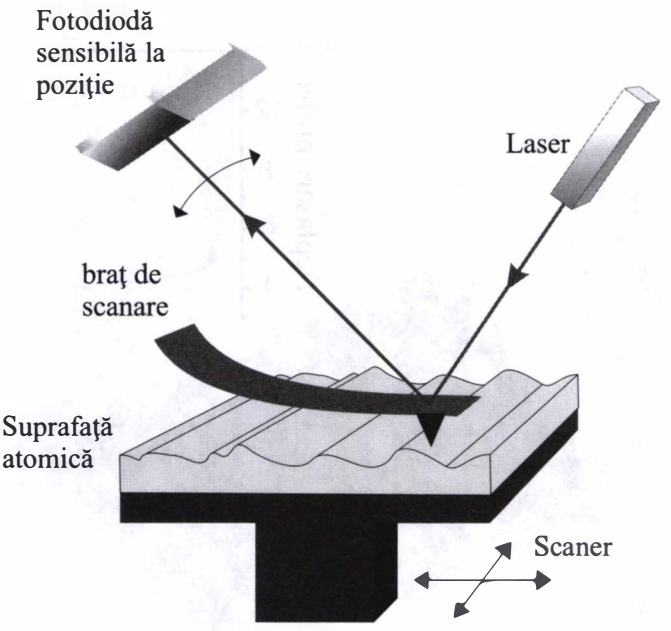

Figura 3.19: *Principiul de funcționare al unui microscop de forță atomică. Aici un vârf de ac foarte subțire urmărește denivelările suprafeței, într-o manieră similară cu mult mai cunoscutul ac de pick-up. La fiecare denivelare, acul își schimbă puțin orientarea, care este apoi măsurată cu lumina unui laser ce se reflectă de brațul ce susține vârful de ac. De remarcat că vârful acului este și el format tot din atomi, deci el nu poate fi făcut mai ascuțit decât atomii suprafeței ce trebuie măsurată! Este deci cu atât mai remarcabil că cercetătorii au reușit totuși să scaneze suprafețe reale de atomi.*

acumulată pe acel electrod. Sarcina totală a luat însă valori întregi, datorită valenței moleculei. El a observat apoi că sarcina electrică totală a molului, împărțită la valență, este o *constantă universală* pentru toate substanțele. A măsurat această valoare, obținând $F = 95485$ C/mol.

Împărțind acum sarcina electrică totală F a unui mol de valență egală cu unitatea, măsurată de Faraday, la sarcina electrică a unui singur electron e, aflăm numărul de molecule dintr-un mol, adică numărul lui Avogadro: $N_A = F/e = 6,23 \cdot 10^{23}$ molecule. Înțelegem acum de ce F este o constantă universală, pentru că numărul de molecule dintr-un mol nu depinde de substanță. Și, în urma acestor experimente am aflat și ceea ce nu știam în secțiunea precedentă, adică numărul lui Avogadro.

Cântărind acest mol de substanță și știind acum câte molecule sunt într-un mol (numărul lui Avogadro), împărțim cele două valori pentru a obține masa unei singure molecule. Obținem valori care depind de substanță, care însă sunt de ordinul a 10^{-26}kg. Cum o moleculă conține câțiva atomi, acesta va fi și ordinul de mărime al masei unui atom.

În plus, să ne reamintim că volumul unui mol este o constantă, fiind de 22,4 litri, adică aproximativ volumul a două găleți. Știind acum numărul lui Avogadro, deci câte molecule se găsesc în acest mol, putem calcula *distanța medie* între moleculele gazului (vezi figura 3.17). Vom obține o valoare de aproximativ 2 nm ($2 \cdot 10^{-9}$ metri), adică de aproape un milion de ori mai mică decât un milimetru.

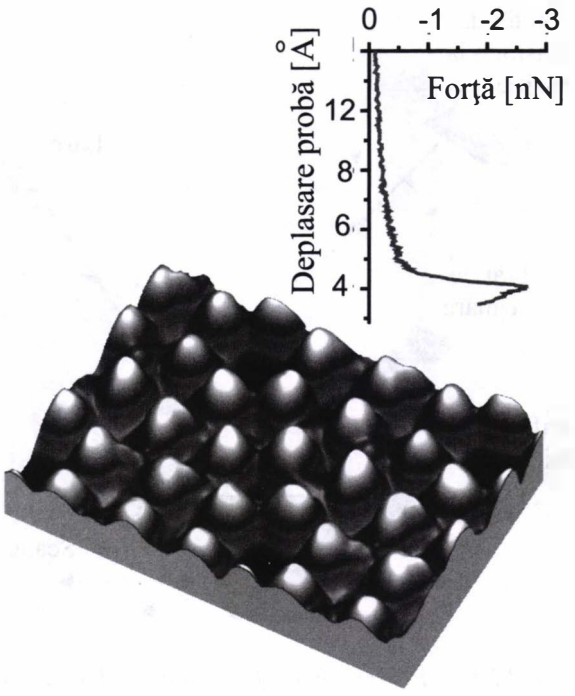

Figura 3.20: *Suprafața unui cristal de siliciu vizualizată cu ajutorul unui microscop de forță atomică (vezi figura 3.19). Fiecare „movilă" reprezintă un atom individual (*$1\text{Å} = 10^{-10}\ m = 0.1\ nm$*). Cercetătorii au ales un microscop de forță atomică pentru a măsura direct, pentru prima dată, forța care acționează între atomi. Așa după cum se vede în figură, forța are valori de câțiva nanonewtoni (*$1nN = 10^{-9}\text{N}$*). Imagine reprodusă cu permisiunea autorului (Hans J. Hug).*

Acum știm masa unei molecule (aproximativ 10^{-26}kg) și distanța dintre ele (aproximativ 2nm), dar tot nu știm care este de fapt dimensiunea unei molecule, atâta doar că ea trebuie să fie mai mică decât 2 nanometri.

Problema dimensiunii aproximative a unui atom (sau a moleculei, căci ne interesează o valoare aproximativă) se rezolvă elegant observând că în gaze moleculele sunt libere, dar într-un solid sau lichid acestea sunt împachetate strâns, unele lângă altele. În gaze există o distanță medie de 2 nm între molecule, pe când în lichide distanța medie este chiar diametrul aproximativ al moleculei!

Putem măsura volumul unui mol de substanță în starea sa solidă, adică atunci când a fost depozitat pe electrozi. Dacă împărțim această valoare la numărul lui Avogadro (numărul total de molecule), obținem chiar *volumul unei singure molecule.* În general, volumul acesta al molului de substanță depozitat în stare solidă este aproximativ de 1000 de ori mai mic decât volumul lui în stare gazoasă (care este exact de 22,4 litri). Cum în cazul substanței în stare solidă ne așteptăm ca moleculele să se atingă unele pe celelalte, moleculele trebuie să aibă un diametru de 10 ori mai mic decât distanța medie dintre ele în starea gazoasă (pentru ca raportul dintre volume să iasă aproximativ de 1000).

Folosind distanța medie dintre molecule în cazul gazului, care este aproximativ de 2 nanometri, vom obține o dimensiune a moleculelor de aproximativ 0,2 nanometri. Cum o moleculă are numai câțiva atomi, 0,2 nanometri poate fi considerată și *raza aproximativă* a atomilor. Remarcabil, prin aceste estimări am obținut două valori importante: masa de 10^{-26} kg a atomului, și dimensiunea lui de aproximativ 0,2 nanometri.

Vedem astfel că un atom este de zece milioane de ori mai mic decât un milimetru, și înțelegem astfel de ce nu îl vedem cu ochiul liber. Este deci cu atât mai remarcabil că analize de tipul celei precedente au putut estima corect dimensiunea atomilor, cu mult înainte ca ei să fie măsurați direct.

De fapt, atomii sunt așa de mici, încât o vizualizare directă a lor a fost obținută abia în 1983 de către fizicienii Heinrich Rohrer și Gerd Binnig, cu ajutorul unui *microscop cu tunelare electronică.* Cei doi au primit Premiul Nobel în fizică pentru acest rezultat. Trebuie spus că oamenii de știință au fost atât de surprinși că putem vedea individual atomii, încât mulți dintre ei s-au îndoit de primele rezultate ale celor doi premianți Nobel, considerându-le erori experimentale.

O tehnică similară pentru achiziționarea acestor imagini se numește *microscopie de forță atomică* (vezi figura 3.19). Aici, vârful ascuțit al unui cap de citire scanează o suprafață anume și „simte" denivelările date de atomi. Suprizător poate, tehnica este capabilă să măsoare denivelările atomilor individuali, așa cum este prezentat în figura 3.20. Surpriza apare deoarece însuși capul de citire al microscopului (vezi figura 3.19) e constituit din atomi, deci nu din elemente mai mici decât atomii. Mai mult însă, această tehnică face posibilă și măsurarea forțelor dintre atomi, așa cum arată rezultatele din figura 3.20.

În final, să observăm că masa unei molecule (sau, echivalent, a unui atom), de ordinul 10^{-26} kg, este de câteva mii de ori mai mare decât cea a unui electron, estimată în secțiunea 28 ca fiind de ordinul a 10^{-31} kg. Lucrul acesta devine important dacă vrem să găsim structura atomului, așa cum vom vedea în secțiunea următoare.

31. Modelul planetar al atomului

După cum am văzut, electronii încărcați electric negativ sunt doar o parte a atomilor. Deoarece însă atomul în totalitate este neutru, el trebuie să conțină și o altă parte care are sarcina electrică pozitivă. Pe de altă parte, am văzut că masa atomului pare să fie mult mai mare decât cea a electronului (aproximativ de câteva mii de ori).

Dacă presupunem că atomul are numai câțiva electroni, ajungem la concluzia că masa zonei încărcate electric pozitiv este mult mai mare ca a electronului și că reprezintă practic masa întregului atom. Vrem acum să vedem cum sunt aranjate în atom această masă grea de sarcină electrică pozitivă și masele mai mici ale electronilor.

În epoca în care aceste idei erau în formare, circulau două propuneri. Primul model, propus de fizicianul Joseph Thomson, părea cel mai natural. Aici, deoarece masa sarcinii pozitive este mult mai mare decât masa electronilor, substanța de sarcină electrică pozitivă umple efectiv tot atomul. Apoi electronii, fiind mult mai mici, ar fi

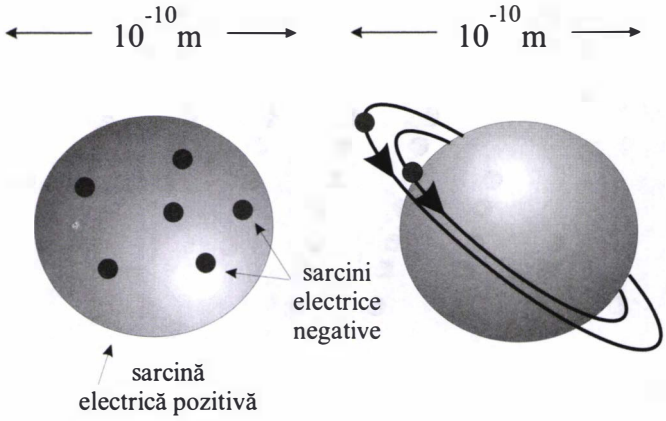

Figura 3.21: *Două modele propuse pentru structura atomului. Cel din stânga este modelul lui Thomson și cel din dreapta este modelul planetar al lui Nagaoka. În ambele modele, sarcinile electrice negative (electronii) sunt reprezentați prin puncte mici iar sarcina electrică pozitivă (nucleul) ocupă aproape tot spațiul atomului. Diferența este că în modelul lui Thomson (stânga) electronii sunt împrăștiați în nucleu la întâmplare, pe când în cel al lui Nagaoka ei orbitează la o distanță mică de nucleu, precum planetele în jurul Soarelui.*

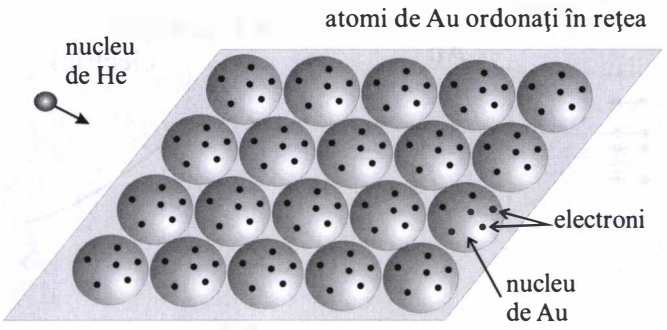

Figura 3.22: *În experimentul lui Rutherford, nucleele de heliu (stânga) bombardează o foiță subțire de atomi de aur. În modelul lui Thomson din figura 3.21, atomii sunt formați dintr-un nucleu masiv și electroni dispersați în volumul său. Nucleul de heliu este mai mic decât cel de aur și se consideră a fi punctiform.*

răspândiți în atomul plin de sarcină electrică pozitivă, ca niște bomboane în colivă (vezi stânga figurii 3.21).

Al doilea model, propus de fizicianul japonez Hantaro Nagaoka (1865-1950), seamănă cu sistemul planetar: electronii se învârt în jurul unei mase mari de sarcină pozitivă, fiind atrași de ea, precum planetele în jurul Soarelui. În ambele modele însă, volumul sarcinii pozitive era mare, cuprinzând aproape tot spațiul atomului. Zona aceasta de sarcină electrică pozitivă a primit numele de *nucleu*. În aceste două modele, nucleul ar avea aceleași dimensiuni ca și atomul.

Ernest Rutherford (1871-1937), un al treilea fizician care intră acum în povestea noastră, a vrut să verifice experimental care din cele două modele este corect și, spre surprinderea lui, a sfârșit prin a propune un model nou! Aici vom spune povestea acestui model și supriza pe care o aduce.

Împreună cu studenții săi Hans Geiger și Ernest Marsden, Rutherford a efectuat experimente de împrăștiere cu nuclee de heliu, care sunt atomi *ionizați* de heliu ce și-au pierdut cei doi electroni. Ei au bombardat cu aceste nuclee un strat foarte subțire de aur, gros de aproximativ $0,6$ microni și au măsurat cum sunt împrăștiate nucleele de heliu de către foița de aur (vezi figura 3.22).

Așa cum am menționat mai înainte, masa nucleelor este mult mai mare decât cea a electronilor. Atunci nu ne așteptăm ca nucleele de heliu să fie împrăștiate de electronii din foița de aur, pentru că electronii ar fi precum niște bondari încercând să devieze o locomotivă. Singura opțiune realistă este că nucleele de heliu care izbesc foița vor fi deviate de nucleele de atomi de aur ce se află în acea foiță. Cum masa nucleelor de heliu este de cincizeci de ori mai mică decât a atomilor de aur, putem considera la început că nucleele de heliu sunt *punctiforme*, în raport cu nucleele atomilor de aur.

Rutherford a calculat că, dacă sarcina electrică pozitivă a atomilor de aur (nucleul său) ar fi fost distribuită *uniform* în tot atomul (vezi figura 3.21), ionii de heliu ar fi trecut prin aceștia ca prin brânză, și iată de ce. Să ne reamintim că interacțiunea dintre nucleul de heliu și cel de aur are loc prin intermediul forței electrice. Nucleul de heliu, mai mic, este deviat atunci de câmpul electric generat de nucleul de aur.

Pentru o sarcină electrică foarte concentrată (punctiformă) știm însă că acest câmp electric devine din ce în ce mai mare în apropierea sarcinii, deoarece forța electrică crește la distanțe mici invers proporțional cu pătratul distanței. Dacă sarcina electrică a nucleului de aur nu este punctiformă, ci distribuită într-un volum aproximativ egal cu cel al atomului, atunci și câmpul electric generat în interiorul atomului este mic, deci și forța ce acționează asupra nucleului de heliu este mică. În acest caz, ne așteptăm ca nucleul de heliu să nu fie deviat mult de atomii de aur (vezi figura 3.23).

Cu toatea acestea, Rutherford a observat că nucleele de heliu sunt deviate destul de *mult* de foița de aur: aproximativ unul din opt mii de nuclee de heliu este respins *înapoi* de către atomii de aur. Pare puțin, însă este extrem de mult, după calculele lui Rutherford. Aceasta înseamnă că în interiorul atomului există o zonă mică în care câmpul electric produs de sarcina electrică pozitivă este foarte intens, în așa fel încât să fie în stare să respingă înapoi ionii de heliu. Or, această zonă de câmp electric ridicat nu poate fi produsă decât de o sarcină electrică foarte *concentrată*, care nu poate fi decât nucleul atomului de aur, pentru că electronii au o masă prea mică pentru a produce un recul semnificativ. Dimensiunea nucleului de aur este deci foarte mică.

Pentru a înțelege efectul și surprinderea lui Rutherford, să ne imaginăm că avem o bucată mare de vată de zahăr pe băț (nucleul în modelele vechi) în care aruncăm cu bilițe mici și grele. Deoarece vata pe băț este ușor penetrabilă, bilițele vor trece întotdeauna prin ea. Acum însă să strângem la loc vata pe băț într-o bucățică mică de zahăr, pe care o așezăm în centru. Deoarece bucata de

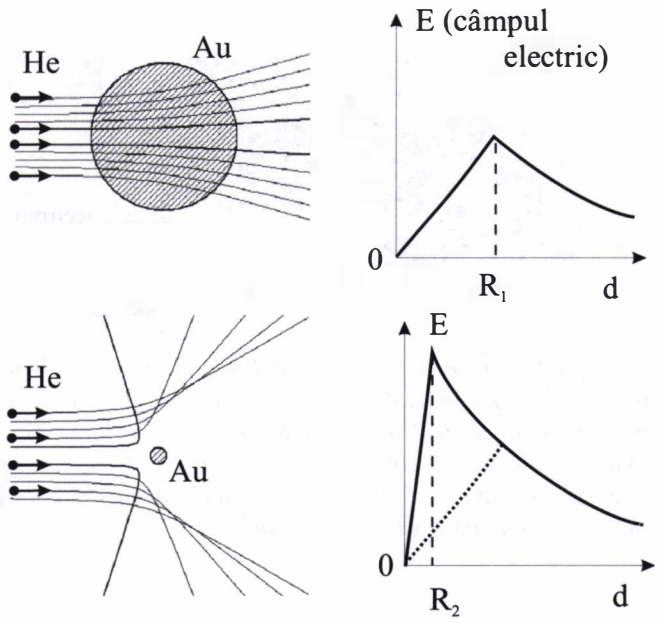

Figura 3.23: *Modelări pentru împrăștierea nucleelor de heliu, care sunt reprezentate prin niște puncte mici ce vin din stânga. Nucleele de heliu se lovesc de un nucleu de aur, considerat mai mare (sus) sau mai mic (jos). În dreapta este reprezentat câmpul electric al nucleului de aur, în funcție de distanța până la centrul său. Dacă sarcina este distribuită uniform, atunci câmpul electric* **E** *crește liniar până la marginea nucleului de aur, după care scade invers proporțional cu pătratul distanței (sus). Dacă sarcina nucleului de aur este concentrată, dar are aceeași valoare (jos), atunci câmpul electric la distanțe mari rămâne același, atâta doar că la distanțe mai mici el devine mai mare. După cum vedem din modelarea din stânga, cu cât sarcina din nucleul de aur este mai concentrată (jos), cu atât crește și șansa ca o parte din nucleele de heliu să fie împrăștiate înapoi, în ciuda faptului că nucleul de aur este mai mic, deci ar părea mai greu de „nimerit". Aceasta pentru că, deși nucleul de aur este mai mic, câmpul său electric crește în apropierea nucleului.*

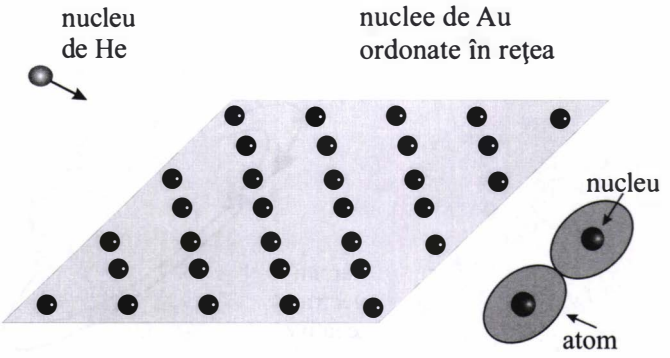

Figura 3.24: *În figură este schițat din nou experimentul lui Rutherford, în care nucleele de Heliu bombardează un strat subțire de aur. Din experimente reiese că un singur strat de atomi de aur reflectă înapoi aproximativ unul din cele 25 de milioane de nuclee de Heliu care îl bombardează. Putem atunci estima că raportul dintre aria unui atom întreg de aur și aria nucleului său (vezi detaliul din dreapta jos) este de 25 de milioane, pentru că atomii sunt „lipiți" unul de altul, și doar nucleul de aur respinge semnificativ nucleele de heliu. Aceasta înseamnă un raport de* 5000 *între diametrul atomului de aur și diametrul nucleului său.*

zahăr este acum mică, bilușele vor avea o șansă mai mică s-o lovească, dar, odată ce o vor lovi, vor putea fi eventual deviate, deoarece bucata de zahăr are o masă mai densă, mai concentrată.

Rutherford a descoperit astfel că nucleul unui atom este concentrat într-o zonă foarte mică. Mărimea acestei zone se estimează din experimentele lui Rutherford. Astfel, foița de aur folosită avea o grosime de $0,6$ microni, după cum am menționat. Cum știm acum că distanța dintre atomi este de aproximativ 0,2 nanometri, înseamnă că avem aproximativ 3000 de straturi paralele de atomi în foița de aur. Aceste straturi le numim *monoatomice*, pentru că au grosimea egală cu diametrul unui atom.

Deoarece un electron din opt mii este întors de întreaga foița de aur, probabilitatea ca el să fie respins este de 1 la 8000. O foiță are însă 3000 de straturi monoatomice, și deci probabilitatea ca electronul să fie întors de un *singur* strat monoatomic este de 3000 de ori mai mică, adică de unu la 24 de milioane.

Putem privi stratul monoatomic ca pe un fel de rețea de atomi de aur care are în nodurile ei nuclee, asemănătoare cu cele ale unei plase de pește (vezi figura 3.24). Raportul ariei sub care se vede un nucleu (nodul rețelei) și al ariei sub care se vede un atom întreg (un ochi de rețea), trebuie să fie atunci de 24 de milioane, pentru că nucleul de heliu va ricoșa doar când dă „nas în nas" cu un nucleu de aur.

Cum raportul ariilor este dat de pătratul razelor nucleului și atomilor, înseamnă că nucleul este de aproximativ 5000 de ori mai mic decât atomul (rădăcina pătrată a lui 24 de milioane). Luând dimensiunea atomului ca fiind aproximativ o zecime de nanometru ($0,1nm = 10^{-10}m$) și folosind faptul că nucleul este de 5000 de ori mai mic, obținem o dimensiune a nucleului de aproximativ $2 \cdot 10^{-14}$m. Aici este concentrată toată sarcina electrică pozitivă a atomului.

Frumos, nu? Fără multă matematică prea complexă, doar cu puțină imaginație și un experiment, avem un rezultat remarcabil, și anume dimensiunea nucleului. Trebuie spus că dimensiunea reală a nucleului de Au este de aproape $0,7 \cdot 10^{-14}$m, adică ceva mai mică decât cea estimată aici. Desigur, dimensiunea nucleului de heliu va fi și mai mică. Vom considera de acum încolo că dimensiunea nucleelor atomilor ușori (ca cel de hidrogen sau de heliu) este de aproximativ 10^{-15}m.

Dacă știm acum că nucleul este concentrat în centrul atomului, ne putem întreba pe bună dreptate unde sunt așezați electronii în atom. Privind cele două modele clasice (al lui Thomson și al lui Nagaoka, vezi figura 3.21) vedem că numai modelul planetar se potrivește, pentru că numai dacă electronii orbitează la marginea atomului îi pot da acestuia dimensiunea măsurată în practică. Nucleul este prea concentrat în centru, el nu poate defini granița atomului. Deducem atunci că electronii orbitează în jurul nucleului ca într-un sistem planetar, la distanțe de ordinul

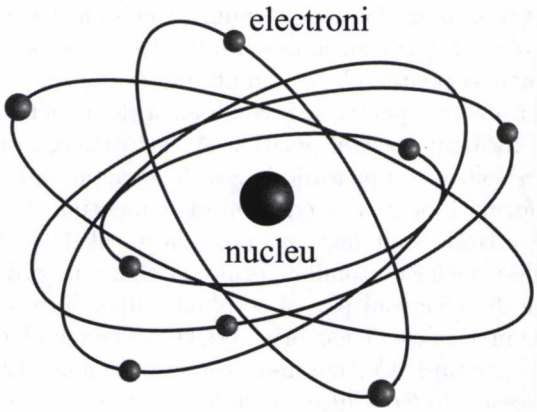

Figura 3.25: *Modelul clasic al atomului. Sarcina pozitivă este concentrată în nucleu (centrul atomului). Nucleul are dimensiuni de ordinul a* 10^{-15}m. *Electronii orbitează în jurul nucleului la distanțe de aproximativ* 10^{-10}m.

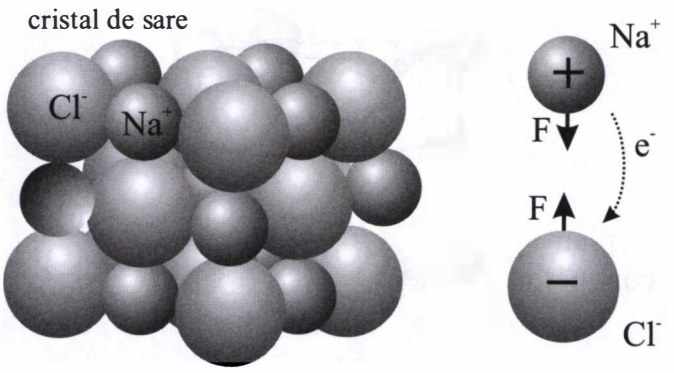

Figura 3.26: *În stânga figurii este prezentată ordonarea atomilor de sodiu (Na) si clor (Cl) care apare în cristalul de sare (NaCl). Atomii sunt prezentați stilizat ca niște sfere. În dreapta este schițată legătura ionică ce stă la baza legăturii cristaline. Aici un atom de Na cedează un electron* e^- *unui atom de Cl. Cei doi ioni astfel formați (*Na^+ *și* Cl^-*) au sarcini opuse și se atrag electric. În cristal ei formează o structură stabilă.*

a 10^{-10}m de acesta (dimensiunea atomului, așa cum este reprezentat în figura 3.25).

Modelul obținut are un bonus neașteptat. Astfel, în secțiunea 24 am văzut că nu există monopoli magnetici și că, dupa cum a arătat Ampère, câmpul magnetic observat în magneții permanenți este datorat unor *curenți electrici interni* ai materialelor, care persistă o veșnicie. Modelul atomic de mai sus explică o parte din curenți: din moment ce electronul se învârte în jurul nucleului, el creează de fapt un curent electric în jurul nucleului, care la rândul lui creează *un câmp magnetic*, adică exact presupunerea lui Ampère!

În final, o mică observație. După cum vedem, deoarece nucleul este de zeci de mii de ori mai mic decât atomul, iar electronii și mai mici, înseamnă că de fapt atomii au mult spațiu gol în ei. Pare ciudat, dar este un fapt des întâlnit în natură: sistemele solare conțin mult spațiu vid, între stele este iarăși mult spațiu gol, iar între galaxii nu mai vorbim. Vedem că spațiul nu este „umplut" cu o materie uniformă ca o gelatină. Dimpotrivă, în el se manifestă particule elementare ce pot fi considerate punctiforme și care se mișcă într-un imens spațiu gol.

32. O scurtă enumerare a stărilor materiei

Am menționat în al doilea capitol că mecanica nu poate explica de ce corpurile solide sunt compacte. Forța de atracție gravitațională dintre doi atomi este prea mică pentru a-i ține împreună, și acest lucru îl înțelegem ușor dacă observăm că două bucăți de pahar spart nu se mai atrag înapoi la loc. Dacă forța de atracție gravitațională dintre doi oameni este de mărimea greutății unei furnici, cu atât mai mică va fi forța de atracție dintre cele două bucăți de sticlă. Atunci o sticlă nu își poate ține împreună părțile componente prin intermediul forței gravitaționale.

În acest capitol am văzut că forțele electrice sunt suficient de mari încât să țină la un loc bucăți diferite de materie, încărcate cu sarcină electrică. Astfel, să ne amintim de pieptenul frecat ce atrage hârtiuța, sau de valoarea de miliarde de miliarde de tone cu care doi oameni ar interacționa dacă ar fi alcătuiți numai din sarcini electrice negative sau numai din sarcini electrice pozitive. Este atunci posibil ca părțile componente ale sticlei (cele mai mici ar fi atomii) să fie ținute împreună de către forța electrică. De aceea vom arunca aici o scurtă privire asupra constituției materiei.

După cum am amintit în secțiunile precedente, elementul fundamental al gazelor este *molecula*. Cumva, unor atomi le place să se „lipească" unii de alții formând o moleculă. Mecanismul acesta poate fi cuantic (și atunci avem legături *covalente*), dar și electrostatic (și atunci avem legături *ionice*). În cazul legăturilor ionice, electronii unui atom al moleculei se mută într-un atom al aceleiași molecule. În acest fel atomul care a pierdut electronul rămâne încărcat cu sarcină electrică pozitivă, iar cel care a primit electronul, cu sarcină electrică negativă. Cei doi atomi ionizați vor avea atunci sarcini electrice opuse și se vor atrage, formând o moleculă stabilă (vezi figura 3.26). În realitate, nu există legături pur ionice, pentru că legătura covalentă joacă mereu un anumit rol.

Gazul este un spațiu gol umplut de molecule. Acestea se situează la o distanță suficient de mare unele de altele, în așa fel încât moleculele pot fi privite ca niște „bile" ce zboară prin spațiu. Ca să ne facem o idee, pentru un gaz ca aerul în condiții normale de presiune și temperatură, viteza media a acestor molecule este de ordinul a 2000 km/h. Așa cum am văzut, distanța medie dintre molecule, de aproximativ 2 nm, este de vreo zece ori mai mare decât dimensiunea unei molecule. În plus, datorită mișcării termice, aceste „bile" se ciocnesc unele de altele în mișcarea lor haotică. Modelul obținut este în principiu toată imaginea clasică a gazului.

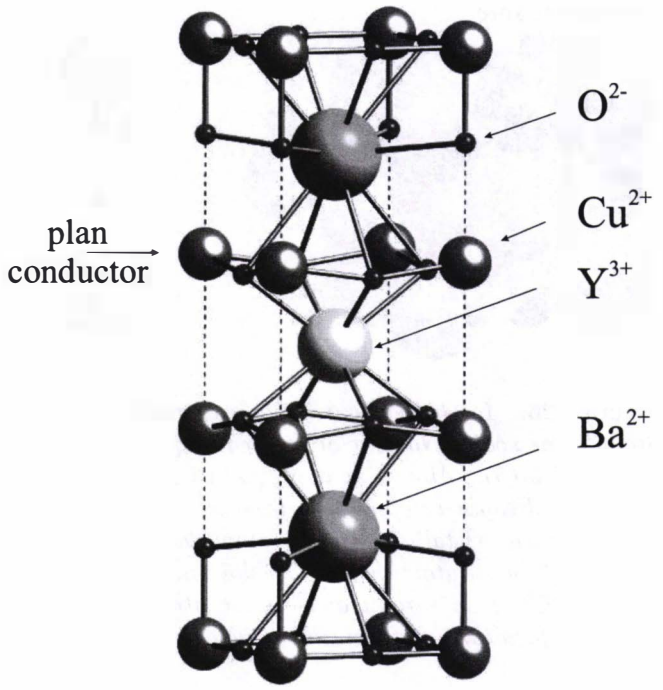

Figura 3.27: *Structura de atomi ordonați a supraconductorului cu temperatură critică* $YBa_2Cu_3O_{7-x}$. *Atomii sunt indicați prin bile mici, iar barele de legătură dintre atomi vizualizează mai bine interacțiunile dintre ei. La ora actuală, cercetătorii cred că responsabile pentru apariția supraconductibilității sunt planurile de atomi de cupru care se formează în structură. Sursa: Wikipedia Commons*

Solidele sunt, în interpretarea obișnuită, obiecte rigide. În fizică însă, solidele reprezintă o clasă fascinantă de materiale, numite și *solide cristaline*. Aici atomii sunt lipiți rigid unii de ceilalți și perfect ordonați. Puține dintre materialele pe care noi le denumim obișnuit solide sunt și solide cristaline, de exemplu diamantul, sarea de bucătărie sau metalele.

Materialele solide cristaline sunt mai greu de explicat în termenii mecanicii clasice. Aceasta pentru că în ele atomii sunt „împachetați" foarte bine unul lângă altul, în așa fel încât aproximația noastră că aceștia au forme de „bile clasice" nu mai este adecvată. Acum proprietăți suplimentare ale atomilor (precum cele cuantice) vor juca un rol din ce în ce mai important. Cu toate acestea, o parte din proprietățile solidelor se explică încă clasic.

Un exemplu de solid cristalin este sarea de bucătărie (vezi figura 3.26). Aici ordinea strictă a atomilor e menținută cu ajutorul legăturilor chimice. Astfel, un electron al fiecărui atom de Na preferă să plece și să stea într-un atom de Cl, iar legătura electrostatică de atracție dintre ionii astfel formați este suficient de puternică pentru a ține ionii împreună.

Cristalele astfel formate se numesc *cristale ionice*, dar nu toate cristalele sunt ionice. Motivul este că, pentru ca electronul să poată „pleca" din atomul de Na, îi trebuie o anumită energie pentru a învinge forța de atracție a nucleului încărcat electric pozitiv. Această energie trebuie să fie cel puțin compensată de cea de atracție dintre ionii astfel formați, pentru ca cristalul să se mențină stabil.

Alte cristale sunt însă *metalice*, ca aurul de exemplu. Aici, deși nucleele atomilor formează structuri ordonate, o parte din electroni par că se plimbă liberi prin cristal, precum moleculele de gaz prin aer! De aceea metalele conduc electricitate. Ce ține însă atomii împreună? Ei bine, chiar acești *electroni liberi*, care formează un fel de lipici între atomi. Explicația acestui „lipici" este de natură cuantică. Tot natura cuantică explică și de ce electronii se deplasează liber prin metal.

În ultimii ani, cercetătorii au reușit să inventeze noi solide cristaline în laboratoare, obținând materiale care sunt din ce în ce mai „exotice" și în plus inexistente în mod normal în natură. Un exemplu îl reprezintă *supraconductorii cu temperatură critică* (vezi figura 3.27). La temperaturi mai mici de 100 K (aproape −170 grade Celsius), aceștia pot fi priviți ca un „supermetal". Aici, unii dintre electroni sunt atât de liberi, încât nu se mai ciocnesc deloc între ei sau cu nucleele atomilor, și astfel materialul conduce electricitatea fără nici un fel de pierdere de energie! Rezistența electrică a unui supraconductor este *nulă*.

De ce electronii se comportă astfel în supraconductorii cu temperatură critică nu se știe încă nici astăzi. Cine va afla, va primi cu siguranță Premiul Nobel. Sau, și mai bine, cine reușește să facă un material supraconductor la temperatura mediului înconjurător (ceea ce nu s-a reușit până acum), va deveni extrem de bogat, căci există mii de aplicații care ar putea folosi această descoperire, precum transportul de energie electrică fără pierderi sau calculatoarele superperformante. Despre supraconductorii obișnuiți (nu cei cu temperatură critică) vom mai vorbi în secțiunea 173.

Veți întreba, de ce atomii formează în solidele cristaline structuri ordonate în geometrii perfecte? Răspunsul este următorul. Încercați să magnetizați niște monede de același fel și apoi lăsați-le să se atragă. Nu-i așa că obțineți o structură hexagonală? Tot astfel și atomii de același tip, fiind *perfect identici*, vor forma structuri regulate atunci când sunt compactați împreună. De fapt structura regulată a cristalelor reprezintă o dovadă directă că toți atomii de același tip sunt identici.

În final, să menționăm că *lichidele* sunt substanțe intermediare între gaze și solide. Atomii lichidului sunt împachetați, dar nu așa de strâns ca în solide. Ei pot aluneca unul pe lângă celălalt, făcând astfel posibilă curgerea lichidului. O a patra stare a materiei considerată de fizicieni este *plasma*. Aici electronii scapă din atomi și formează un conglomerat împreună cu resturile de nuclee dezintegrate ale atomilor.

4 Electromagnetism

După discuțiile din capitolul precedent despre structura materiei, să ne întoarcem la câmpul electromagnetic. Până acum am văzut că sarcinile electrice produc un câmp electric, iar curenții electrici (care sunt de fapt sarcini electrice *în mișcare*) produc un câmp magnetic. În plus, aceste câmpuri vor acționa asupra altor sarcini electrice. Câmpul electric acționează asupra oricărei sarcini electrice, pe când cel magnetic doar asupra sarcinilor electrice *în mișcare* (facem abstracție de proprietățile cuantice ale materiei, precum spinul).

Așa cum vom vedea în acest capitol, câmpurile electrice și magnetice se pot produce unele pe altele în lipsa sarcinilor electrice. Această nouă observație conduce la unificarea câmpului electric și magnetic, în ceea ce poartă denumirea de *câmp electromagnetic.*

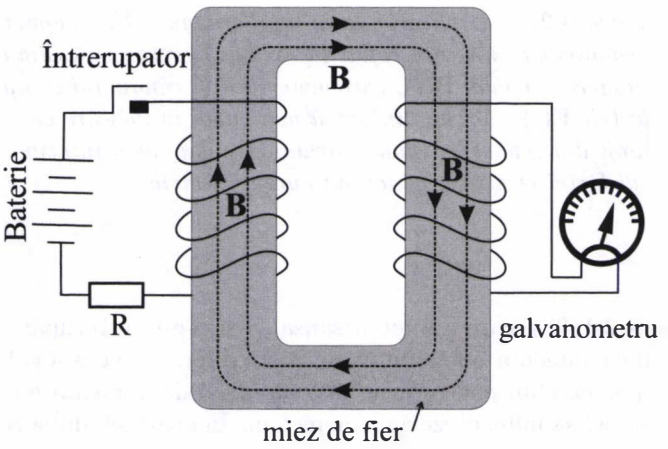

Figura 4.1: *Legea inducției electromagnetice a lui Faraday. Partea din stânga este o bobină alimentată de la o baterie printr-un întrerupător. Atunci când întrerupătorul este închis pentru mult timp, câmpul magnetic este static, și prin galvanometru nu trece nici un curent electric. Când însă întrerupătorul se închide sau se deschide, curentul electric este variabil în timp, iar bobina generează un câmp magnetic* **B**, *de asemenea variabil în timp. Câmpul magnetic variabil este captat de o a doua bobină, așezată pe același miez de fier și făcând parte dintr-un alt circuit electric. Variația în timp a fluxului magnetic captat de circuitul electric din dreapta induce o tensiune electrică în circuit, care determină un curent electric, cu ajutorul acului galvanometrului.*

33. Câmpuri magnetice variabile în timp

Să ne întoarcem cu raționamentul la punctul în care câmpul magnetic modifică traiectoria sarcinilor electrice *în mișcare*, prin intermediul forței magnetice (secțiunea 26). Este oare posibil să punem în mișcare sarcini electrice *statice* (aflate în repaus), cu ajutorul unui magnet? Paradoxal, în prima instanță răspunsul e negativ. Aceasta pentru că forța magnetică este proporțională cu viteza. Dacă sarcinile electrice sunt în repaus, viteza este zero, deci și forța magnetică este nulă, iar câmpul magnetic nu le poate urni din repaus, oricât de intens ar fi el!

Aceste considerații erau încă neclare în perioada de început a studiului electromagnetismului. Atunci oamenii de știință credeau că un singur magnet puternic ar putea urni sarcinile electrice din loc. Printre ei se număra și Michael Faraday (1791-1867). În încercările sale, pentru a obține câmpuri magnetice mai mari, a înlocuit la un moment dat magnetul permanent pe care-l folosea cu o *bobină* pentru generarea câmpului magnetic. Norocul lui!

La început, chiar și cu acest sistem, oricât de intens era câmpul magnetic *static* generat de circuitul electric, Faraday nu a putut urni din loc sarcinile electrice aflate în repaus, deci nu a putut genera curent electric. Până când, din întâmplare, în ziua de 29 august 1831, Faraday a observat că acul galvanometrului (cel care măsura curentul electric ce trebuia generat) se mișca atunci când *întrerupătorul* care alimenta bobina era închis sau deschis.

Desigur un rezultat neașteptat, al cărui mister a fost lămurit imediat de Faraday, care a realizat că prin închiderea și deschiderea întrerupătorului el creează de fapt un câmp magnetic variabil în timp. Cu alte cuvinte, sarcinile electrice sunt urnite din loc nu de câmpuri magnetice intense și statice, ci de câmpuri magnetice *variabile*, cum este cel determinat de închiderea sau deschiderea circuitului electric (vezi figura 4.1).

Este interesant de notat că pe lângă acest rezultat a trecut mai înainte fizicianul Jean-Daniel Colladon

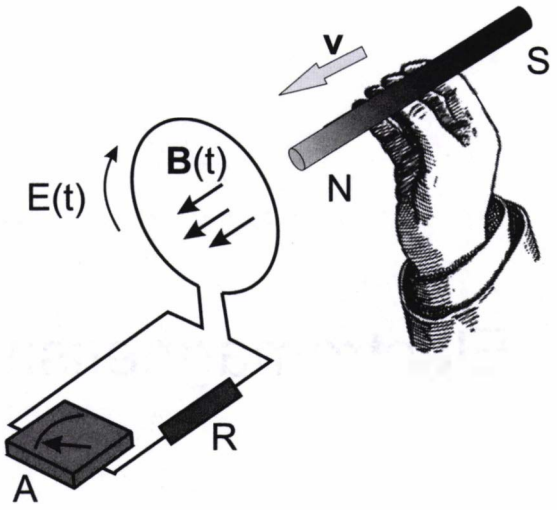

Figura 4.2: *Explicația legii lui Faraday. Un magnet permanent în mișcare (aflat în dreapta) creează un câmp magnetic variabil* $\mathbf{B}(t)$*, care generează la rândul lui câmp electric* $\mathbf{E}(t)$*. Acesta din urmă pune apoi în mișcare electronii din repaus ai conductorului circular, prin intermediul forței electrice, generând curent electric.*

(1802-1893), care a avut nesansa să-și așeze întrerupătorul ce alimenta bobina într-o cameră diferită de cea a galvanometrului, pentru a nu lăsa circuitul de alimentare al bobinei să influențeze galvanometrul. În acest fel, după ce bateria era conectată, până când Colladon se ducea în camera alăturată să verifice curentul, acul acestuia se oprea deja din oscilația indusă de câmpul magnetic variabil și efectul nu a fost observat.

Cum interpretăm faptul că un câmp magnetic variabil este în stare să pună în mișcare sarcinile electrice aflate inițial în repaus? Căci, ținând cont de formula forței magnetice, care este proporțională cu viteza, câmpul magnetic *nu* poate urni din loc electronii (pentru că viteza este nulă la început). Singurul care îi poate urni este câmpul electric, cu ajutorul forței electrice. Or, cum Faraday a arătat că într-adevăr câmpurile magnetice variabile pot urni sarcinile electrice, nu ne rămâne decât să tragem concluzia că un *câmp magnetic variabil* produce un *câmp electric.* Acesta, la rândul lui este cel care urnește sarcinile electrice! Cu alte cuvinte, *câmpurile magnetice variabile în timp generează câmpuri electrice.*

Explicația standard a acestui fenomen introduce noțiunea de *flux magnetic*, care e o măsură a câmpului magnetic ce străbate o suprafață închisă de un circuit electric. O manieră de a formula această lege (numită *legea lui Faraday*, sau *legea inducției magnetice*) este următoarea: „Tensiunea electromotoare indusă într-un circuit este egală cu viteza de variație a fluxului magnetic inductor luat cu semn schimbat" (vezi figura 4.1).

Ce ne spune în esență legea este că un flux magnetic variabil induce o tensiune electrică într-un circuit închis. Tensiunea electrică este însă o măsură a câmpului electric și a forțelor electrice care apar în conductor. Cu cât tensiunea electrică este mai mare, cu atât este mai intens câmpul electric care pune electronii în mișcare în conductor, și deci cu atât mai mult va crește curentul electric în conductor. Pentru noi, este suficient să reținem esența acestor experimente: un câmp magnetic variabil produce un câmp electric variabil.

34. Câmpuri electrice variabile în timp

V-ați aștepta poate, din raționamentele precedente, să venim acum cu un alt experiment care să arate cum câmpurile electrice *variabile* generează câmpuri magnetice. Intuiția dumneavoastră este corectă, căci aceasta este concluzia la care vrem să ajungem. Cu toate acestea, trebuie să vă spunem că, istoric, constatarea de mai sus s-a făcut nu pe baze experimentale ci pe baze pur teoretice, de către James Clerk Maxwell (1831-1879).

Dacă am scrie ecuațiile, am vedea contribuția lui Maxwell. Căci într-o primă instanță, Maxwell a adunat toate legile discutate de noi până acum și a văzut că nu se potrivesc una cu alta. Probleme deosebite le punea conservarea sarcinilor electrice. După prima exclamație: „Măi, am pierdut vreun semn pe aici", Maxwell a ajuns la concluzia că ecuațiile mai trebuie completate cu un termen pentru a le face compatibile între ele. Iar acel termen descrie felul în care un câmp electric *variabil* în timp produce câmp magnetic!

Iată aici o scurtă incursiune în această poveste. Maxwell a fost inițial fascinat de faptul că un curent electric *alternativ* trece printr-un condensator, pe când un curent electric *continuu* nu trece. După cum am văzut în figura 3.6, condensatorul este format din două plăci metalice, pe care se adună sarcinile electrice. Din acest motiv, curentul continuu nu poate trece prin condensator: electronii se adună pe una din plăci și nu pot sări pe cealaltă placă, se opresc ca în fața unei prăpastii. Tot ceea ce obținem este un condensator încărcat cu sarcină electrică, însă curentul continuu nu va trece.

Curentul alternativ este însă un mod de mișcare al sarcinilor electrice înainte și înapoi prin conductor. Pentru rețeaua electrică de alimentare, această mișcare are loc cu o frecvență de aproximativ 50 Hz, deci de 50 de ori pe secundă. În curentul electric alternativ, electronii nu au oricum timp să circule prin tot conductorul, căci sunt întorși regulat înapoi din drum de tensiunea electrică alternativă. Spre deosebire de curentul continuu, curentul alternativ trece însă prin condensator!

Proprietatea curentului alternativ de a trece prin condensatori l-a mirat pe Maxwell. Ce se întâmplă în acest caz? Reușesc să sară electronii de pe o placă pe alta a condensatorului? În scurt timp, Maxwell a eliminat această ipoteză că fiind improbabilă. El a introdus o nouă noțiune, numită „curent de deplasare". Acesta ar fi un curent alternativ misterios care circulă între plăcile condensatorului asigurând continuitatea curentului electric alternativ.

Apoi Maxwell a studiat proprietățile acestui „curent de deplasare". Astfel, legea lui Ampère ne spune că orice curent electric generează un câmp magnetic în jurul lui. Câmpul acesta magnetic este *rotațional*, în sensul că înconjoară firul electric prin care trece curentul (vezi figura

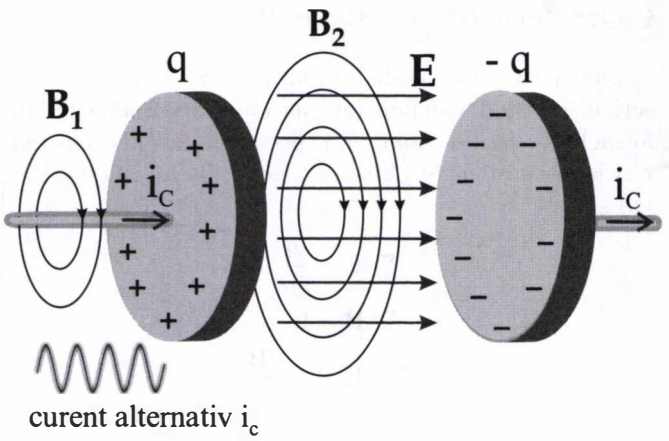

Figura 4.3: *În figură sunt reprezentate atât câmpul magnetic* $\mathbf{B}_2$*, cât și cel electric* $\mathbf{E}$ *din interiorul unui condensator prin care trece un curent electric alternativ* i_C*. Câmpul electric este generat de sarcinile electrice* q *de pe plăcile condensatorului. Cum curentul electric este alternativ, sarcinile electrice se schimbă continuu, devenind când pozitive, când negative. Aceasta determină în final un câmp electric alternativ* $\mathbf{E}(t)$*. În afara condensatorului (stânga), curentul electric alternativ ce circulă prin firele metalice generează un câmp magnetic alternativ* $\mathbf{B}_1(t)$*. Câmpul magnetic este însă prezent și în interiorul condensatorului, desemnat prin* $\mathbf{B}_2(t)$*. Cu toate acestea, în interiorul condesatorului nu există curent electric, iar responsabil de prezența câmpului magnetic* $\mathbf{B}_1(t)$ *acolo nu poate fi decât câmpul electric alternativ* $\mathbf{E}(t)$*. Câmpul electric alternativ* $\mathbf{E}(t)$ *generează atunci câmpul magnetic alternativ* $\mathbf{B}_2(t)$*.*

4.3). Atunci când curentul electric este alternativ, și câmpul magnetic generat este alternativ. Interesant însă, în acest caz, câmpul magnetic trebuie să înconjoare atât curentul alternativ obișnuit, cât și „curentul de deplasare" (vezi figura 4.3). Vedem cum ambii curenți trebuie să genereze câmp magnetic, inclusiv „curentul de deplasare".

Însă, dacă examinăm mai atent mecanismul curentului alternativ în condensator, vom observa că nu există „curent de deplasare"! Cum trece atunci curentul alternativ prin condensator, fără ca electronii să sară de pe o placă pe alta și fără ca să avem un misterios „curent de deplasare"?

Curentul electric este *alternativ*, adică electronii merg înainte și înapoi. Să presupunem acum că la un moment dat electronii se adună pe una din plăcile condensatorului, după care se schimbă sensul tensiunii electrice alternative. În acel moment electronii vor circula în direcție opusă prin circuit și se vor aduna pe cealaltă placă a condensatorului. Când sensul tensiunii se schimbă din nou, ei vor părăsi această placă pe drumul pe care au venit și se vor îndrepta înapoi către prima placă. Noi avem iluzia că electronii sar de pe o placă pe alta, când de fapt ei se adună când pe o placă, când pe alta a condensatorului, de-a lungul circuitului electric. În practică, electronii nu călătoresc prin tot circuitul, însă mecanismul prezentat mai sus rămâne în esență corect pentru explicarea fenomenului, deoarece el ne spune că pe plăcile condensatorului se adună electroni fără ca aceștia să sară de pe o placă pe alta.

Cum rămâne atunci cu „curentul de deplasare" din interiorul condensatorului? Dacă el nu există, avem doar un câmp electric în condensator, generat de sarcinile electrice de pe plăci. Cum însă aceste sarcini electrice sunt variabile, așa va fi și câmpul electric, adică variabil.

Ce se întâmplă atunci cu câmpul magnetic generat de curentul de deplasare, odată ce acesta din urmă nu mai există? Ei bine, concluzia logică este că acest câmp magnetic e creat de ceea ce există în condensator, adică numai câmpul electric variabil. Vedem că *un câmp electric variabil generează un câmp magnetic.*

35. Ecuațiile lui Maxwell

În discuțiile precedente am încercat să explicăm împreună câmpul electromagnetic, descriind câte un concept, rând pe rând. A venit acum momentul să punem conceptele unul lângă altul și să descriem câmpul electromagnetic în totalitatea lui. Această operație a fost efectuată prima dată de James Clerk Maxwell, așa că ecuațiile ce descriu câmpul electromagnetic se numesc *ecuațiile lui Maxwell.*

De fapt, Maxwell nu a făcut decât să adune conceptele elaborate de înaintașii lui și să repare forma uneia dintre ele, cea care arăta cum câmpul electric variabil generează un câmp magnetic. El însă și-a dat seama că efectele electrice și magnetice au aceeași *sursă*, sarcinile electrice. În acest fel, Maxwell a unificat conceptele de câmp electric și magnetic în ceea ce numim azi câmp electromagnetic. Rezultatul reprezintă prima unificare majoră a unor forțe diferite.

Avem *patru* ecuații ale lui Maxwell ce descriu complet câmpul electromagnetic, ecuații pe care le-am discutat deja. Să le adunăm acum la un loc și să vedem setul întreg:

Ecuațiile lui Maxwell:

1. *Prima ecuație lui Maxwell descrie cum o sarcină electrică creează un câmp electric. Ea este de fapt o reinterpretare a forței de atracție dintre sarcinile electrice.*
2. *Cea de-a doua ecuație a lui Maxwell subliniază faptul că nu există sarcini magnetice asociate câmpului magnetic, deci că nu există monopoli magnetici.*
3. *A treia ecuație ne arată cum un câmp magnetic variabil în timp va genera un câmp electric. Ea este de fapt legea inducției electromagnetice a lui Faraday.*
4. *A patra ecuație are doi termeni, arătând cum poate fi produs un câmp magnetic: fie de sarcini electrice în mișcare (curenți electrici), fie de variații ale câmpului electric.*

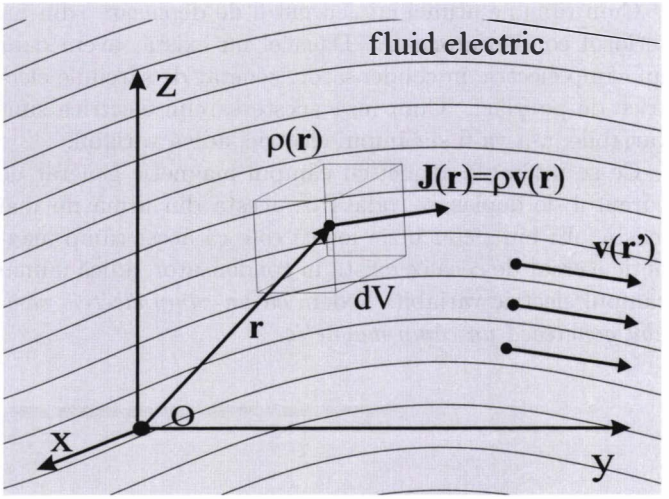

Figura 4.4: *În figură explicităm elementele curgerii unui fluid electric. Pe porțiuni mici dV densitatea de sarcină ρ este constantă, iar sarcina electrică dq din volumul dV poate fi scrisă ca* $dq = \rho(\mathbf{r})dV$. *În interiorul cubului dV fluidul curge în aceeași direcție cu viteza* $\mathbf{v}$. *Definim atunci densitatea de curent electric ca* $\mathbf{J}(\mathbf{r}) = \rho(\mathbf{r})\mathbf{v}(\mathbf{r})$.

Pentru a completa setul de ecuații ale câmpului electromagnetic, mai trebuie să adăugăm la aceste patru ecuații și *forța Lorentz*, adică suma dintre forțele electrică și magnetică ce acționează asupra sarcinilor electrice. Mai multe detalii tehnice se găsesc, pentru cei interesați, în căsuța matematică de la sfârșitul acestei secțiuni.

În final, să privim totalitatea ecuațiilor lui Maxwell. Astfel, sarcinile electrice generează în spațiu câmpuri electrice și magnetice. Aceste câmpuri acționează apoi asupra altor sarcini electrice, punându-le în mișcare. Sarcinile vor genera, la rândul lor, alte câmpuri electrice și magnetice, care se *adaugă* la cele inițiale și așa mai departe. În plus însă, ca un fel de bonus, câmpurile electrice și magnetice variabile se vor genera unele pe altele, făcând astfel posibilă existența și evoluția câmpului electromagnetic în absența sarcinilor electrice!

Deși nu am discutat în detaliu, să spunem aici că atât câmpul electric, cât și câmpul magnetic sunt câmpuri *vectoriale*. Ce e remarcabil este faptul că aceste câmpuri vectoriale se întind în tot spațiul. Astfel, trebuie să ne imaginăm că în orice punct din spațiu $\mathbf{r}$, la orice moment t, câmpul electromagnetic este reprezentat de doi vectori: unul pentru câmpul magnetic $\mathbf{B}(\mathbf{r},t)$, iar altul pentru câmpul electric $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$. Am amintit însă faptul că acești vectori sunt doar o *reprezentare matematică* a câmpului electromagnetic din acel punct și nu trebuie priviți ca un fel de săgeți care să ne înțepe.

Calcul: *Ecuațiile lui Maxwell*

Sunt patru ecuații ale lui Maxwell. Să incercăm să le scriem folosind sistemul internațional de unități SI. În formele lor *locale*, valabile în fiecare punct al spatiului $\mathbf{r}$ și la orice moment de timp t, ecuațiile lui Maxwell în vid sunt:

$$(1) \qquad \nabla\cdot\mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$(2) \qquad \nabla\cdot\mathbf{B} = 0$$

$$(3) \qquad \nabla\times\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}$$

$$(4) \qquad \nabla\times\mathbf{B} = \mu_0\left(\mathbf{J} + \epsilon_0\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}\right)$$

Constanta $\epsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}F/m$ este permitivitatea vidului, $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}H/m$ este permeabilitatea magnetică a vidului, $\mathbf{E}$ este intensitatea câmpului electric, $\mathbf{B}$ este inducția câmpului magnetic, ρ este densitatea de sarcini electrice, iar $\mathbf{J}$ este densitatea de curent electric.

Toate aceste mărimi sunt funcții spațiale și temporale: $\rho = \rho(\mathbf{r},t)$, $\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{r},t)$, $\mathbf{B} = \mathbf{B}(\mathbf{r},t)$ și $\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{r},t)$. Acest lucru nu a mai fost scris explicit pentru a păstra ecuațiile într-o formă compactă. În plus, vom păstra convenția de-a lungul acestei cărți ca literele *îngroșate* ($\mathbf{E}$ de exemplu) să reprezinte mărimi vectoriale. Notația ∂ definește derivata parțială în raport cu o singură variabilă, de exemplu $\partial\mathbf{E}/\partial t = \partial\mathbf{E}(\mathbf{r},t)/\partial t$.

Densitatea de curent electric $\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{r},t)$ ne spune care este curgerea de sarcini electrice în spațiu (vezi figura 4.4) și este definit ca $\mathbf{J}(\mathbf{r}) = \rho(\mathbf{r})\mathbf{v}(\mathbf{r})$, unde $\mathbf{v}$ este viteza cu care curge fluidul electric în punctul $\mathbf{r}$. Dacă în figura 4.4 alegem o față de arie A a cubului, care este perpendiculară pe direcția de mișcare, se poate arăta cum curentul electric ce trece prin acea față este $I = JA$, de unde numele de densitate de curent electric pentru câmpul $\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{r},t)$.

Ordinea ecuațiilor Maxwell este aceeași ca și cea din text. Termenii din dreapta pot fi priviți ca niște *surse*, iar cei din stânga sunt câmpurile generate de aceste surse. Prima ecuație ne spune de exemplu că sarcinile electrice ρ generează câmp electric $\mathbf{E}$ iar cea de-a doua ne spune că nu există surse ale câmpului magnetic (monopoli magnetici).

Simbolul ∇ defineste un *operator* vectorial, numit *nabla*:

$$\nabla = \mathbf{i}\frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial}{\partial k}$$

Aici $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ sunt vectorii unitate (versorii) ai unui sistem de coordonate carteziene (x,y,x). Operatorul ∇, fiind vectorial, se supune regulilor de calcul vectorial, cum ar fi operația de înmulțire scalară „." a doi vectori sau cea vectorială „×". Avem de exemplu:

$$\begin{aligned}\nabla\cdot\mathbf{E} &= \left(\mathbf{i}\frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial}{\partial k}\right).(\mathbf{i}E_x + \mathbf{j}E_y + \mathbf{k}E_z)\\ &= \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial k}\end{aligned}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = \mathbf{i}\left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}\right) + \mathbf{j}\left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}\right) + \mathbf{k}\left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\right)$$

Mai multe detalii despre acțiunea acestui operator sunt prezentate în secțiunea 209. La ecuațiile lui Maxwell vom adăuga și forța Lorentz ce acționează asupra unei sarcini electrice q:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

Aici q este mărimea sarcinii electrice, $\mathbf{v}$ este viteza ei, $\mathbf{F}$ este forța Lorentz, iar $\mathbf{E}$ și $\mathbf{B}$ sunt câmpurile electrice și magnetice din locul unde se află sarcina electrică. Observăm că forța Lorentz are astfel o componentă *electrică* și una *magnetică*.

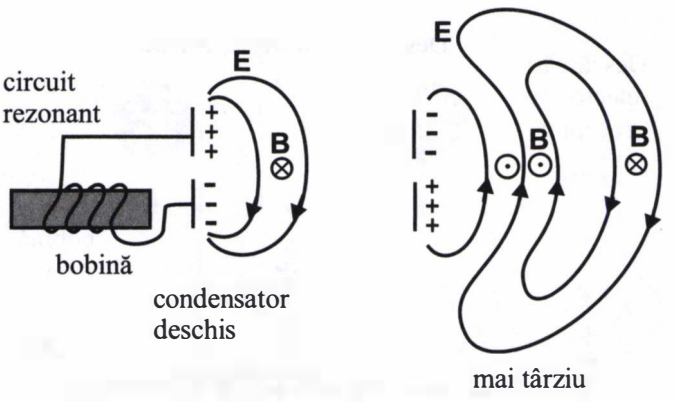

Figura 4.6: *În figură este prezentat schematic modul în care radiază dipolul electric oscilant. Dipolul (stânga) poate fi construit dintr-un circuit rezonant bobină-condensator, în care plăcile condensatorului sunt deschise. Oscilația curentului electric creează la început o oscilație a sarcinilor electrice de pe plăcile condensatorului. Aceasta conduce la un câmp electric* $\mathbf{E}$ *variabil care generează un câmp magnetic variabil* $\mathbf{B}$*. După o jumătate de perioadă a oscilației (dreapta) sensul câmpurilor electrice și magnetice din apropierea dipolului se inversează. Între timp însă, câmpurile electrice și magnetice prezente au generat deja alte câmpuri în proximitatea lor, transmițând mai departe oscilația sub forma unei unde electromagnetice.*

36. Undele electromagnetice

După cum am văzut în secțiunile precedente, câmpurile magnetice și electrice se pot genera *unele pe altele* chiar în absența sarcinilor electrice. Dacă avem o sarcină electrică inițială a cărei poziție se schimbă, aceasta va produce un câmp electric variabil, care, la rândul lui, va produce un câmp magnetic variabil.

Ecuațiile lui Maxwell spun că și câmpul magnetic variabil va genera câmp electric variabil care, la rândul lui, va produce câmp magnetic variabil și așa mai departe. În final vom obține câmpuri electrice și magnetice variabile care se vor genera unele pe altele și se vor propaga în spațiu ca niște unde, și deci vor fi prezente *chiar în absența sarcinii care le-a generat*! Avem atunci de-a face cu *unde electromagnetice* (vezi figura 4.5).

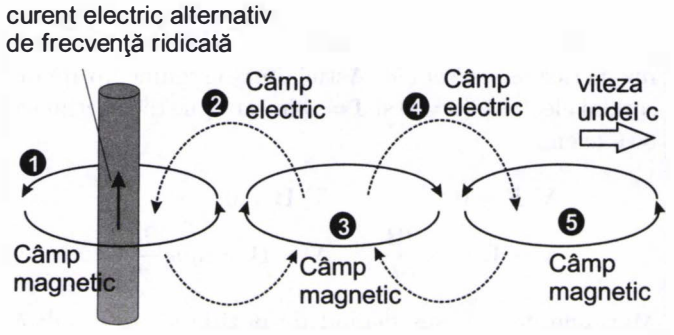

Figura 4.5: *În stânga este prezentat cum un curent alternativ de frecvență ridicată generează un câmp magnetic variabil (1). În situația imediat următoare variația de câmp magnetic generează un câmp electric variabil (2). La rândul lui, acesta generează un câmp magnetic variabil (3). Vedem cum, din aproape în aproape, se generează o undă electromagnetică ce se îndepărtează de antena care a emis-o. Viteza undei electromagnetice se notează cu c.*

O undă electromagnetică este generată eficient de un *dipol electric oscilant*. Astfel, să ne reamintim că dipolul electric este o pereche de sarcini electrice egale și de semn opus. În cazul dipolului electric oscilant, cele două sarcini electrice oscilează, schimbându-și reciproc poziția la intervale regulate. Mișcarea acestor două sarcini electrice este cea care produce câmpul electric variabil, care, la rândul lui, produce câmpul magnetic variabil și așa mai departe, formând unda electromagnetică (vezi figura 4.6).

Un dipol electric este de exemplu un *condensator*, pentru că sarcinile electrice de pe cele două plăci metalice ale sale sunt egale, dar de semn opus (vezi figura 3.6). Pe o placă a condensatorului sunt mai mulți electroni, iar pe cealaltă placă există o lipsă de electroni, care s-au deplasat pe prima placă, prin intermediul circuitului electric (nu prin aer!). Această lipsă de electroni a creat în locul lăsat liber o sarcină electrică pozitivă în exces. Să aplicăm o tensiune electrică variabilă pe condensator. Electronii de pe plăcile condensatorului vor fi mutați dintr-o parte în alta, prin intermediul circuitului electric, creând oscilația de sarcină electrică de care avem nevoie.

Puterea de emisie a unui dipol electric se dovedește a fi dată de momentul de dipol al acestuia, care este definit ca *produsul* dintre sarcina electrică de pe o placă (în cazul simplificat al condensatorului) și distanța dintre plăci. Un condensator nu este un dipol foarte eficient, deoarece distanța dintre plăcile sale poate fi mică. De aceea, cel mai eficient este să prelungim plăcile condensatorului cu niște

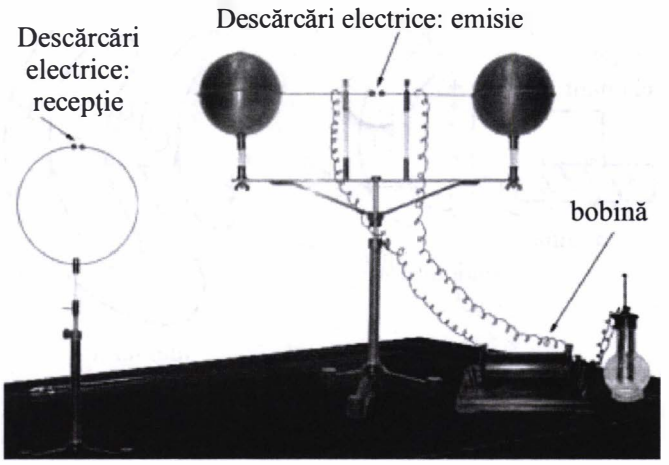

Figura 4.7: *Un echipament asemănător celui cu care Hertz şi-a efectuat experimentele, expus la muzeul Sparkmuseum şi reprodus cu permisiunea lui John D. Jenkins. Cele două bile masive (dreapta) reprezintă plăcile condensatorului ce formează antena care emite unde electromagnetice, iar pe cele două bile se adună sarcinile electrice opuse ce reprezintă dipolul electric oscilant. Aceste bile sunt scurtcircuitate prin intermediul a două contacte aduse în apropiere, unde se formează o scânteie. În paralel cu condensatorul avem o bobină care păstrează mai mult timp oscilatia curentului electric produs la scurtcircuitare. Antena receptoare (stânga) este un conductor circular care are o tăietură mică. În acesta se produce o altă scânteie odată ce se recepţionează unde electromagnetice emise de către condensator, datorită tensiunii electrice induse de undele electromagnetice.*

fire metalice lungi, niște antene în fapt, care permit deplasarea sarcinilor pe distanțe mai mari. Așa cum reiese din teoria circuitelor electrice, lungimea acestor antene trebuie să fie de același ordin de mărime cu lungimea de undă a radiației electromagnetice emise, pentru ca antena să fie eficientă.

Primul care a detectat undele electromagnetice în laborator a fost Heinrich Hertz (1857-1894). Acesta a generat o undă electromagnetică folosind un condensator căruia i-a aplicat un curent electric alternativ. Așa cum am menționat mai devreme, curentul electric alternativ creează un dipol electric oscilant pe plăcile condensatorului, care va emite apoi unde electromagnetice. Pentru detecția undelor electromagnetice produse de condensator, Hertz a utilizat un conductor circular cu diametrul de aproximativ un metru, tăiat într-un loc, în așa fel încât circuitul electric să fie *întrerupt* brusc (vezi figura 4.7).

Într-o primă instanță, unda electromagnetică generată de dipolul oscilant inducea tensiuni electrice în conductorul circular receptor. Aceasta nu este decât o aplicare a legii inducției electromagnetice a lui Faraday, căci unda electromagnetică este formată din câmpuri magnetice *variabile*, care induc astfel o tensiune electrică în conductorul pe care îl întâlnesc în drum. Cum însă conductorul era întrerupt (fiind tăiat), curentul electric nu putea circula și tensiunea electrică se acumula la cele două capete ale tăieturii. Când tensiunea electrică era suficient de mare, avea loc o descărcare electrică între cele două puncte ale tăieturii, printr-o scânteie. Această scânteie semnala că o undă electromagnetică a fost recepționată.

Problema cea mai mare a fost generarea undelor electromagnetice de frecvență dorită, în așa fel încât scânteile obținute pe conductorul detector să fie *vizibile*. Știind lungimea de undă a undei electromagnetice (dată de dimensiunile antenelor) și viteza undelor electromagnetice, Hertz a calculat că are nevoie de frecvențe de oscilație ale dipolului de ordinul *sutelor de megahertzi*, adică oscilații de sute de milioane de ori pe secundă.

Din păcate însă, astfel de surse electrice de frecvență foarte ridicată nu se puteau realiza în timpul lui Hertz. El a improvizat genial, pornind de la observația că orice descărcare electrică a unui condensator creează oscilații cu multe *armonici*, iar unele dintre acestea au o frecvență foarte ridicată, așa cum ne dorim.

De aceea, Hertz a scurtcircuitat condensatorul, care a fost încărcat în prealabil cu o tensiune electrică ridicată. Desigur, nu recomandăm nimănui să scurtcircuiteze un condensator încărcat, căci acesta se descarcă rapid, cu scântei, putând provoca chiar o explozie. Cu toate acestea, dacă am privi ce se întâmplă pentru un moment de timp foarte scurt, am observa cum condensatorul nu se descarcă imediat. La început, sarcina electrică *oscilează* rapid de pe o placă a condensatorului pe alta, creând pentru un timp foarte scurt un dipol oscilant de frecvențe foarte ridicate.

Aceste oscilații de sute de megaherți ale curentului electric, rezultate în urma scurtcircuitării condensatorului, au format *dipolul oscilant*. Pentru a păstra oscilațiile un timp cât mai îndelungat, Hertz a mai adăugat și o bobină în paralel cu condensatorul, creând astfel un sistem rezonant, format dintr-un condensator și o bobină, ce stă astăzi la baza fiecărui emițător de radio.

În final, Hertz a observat experimental că o scurtcircuitare a condensatorului (emițătorul) inducea automat o descărcare electrică în conductorul întrerupt (antena receptoare). Era comunicațiilor radio începuse.

Calcul: ***Unde electromagnetice***

În această căsuță matematică exemplificăm folosirea ecuațiilor lui Maxwell cu calculul vitezei undelor electromagnetice în *spațiul vid*. Astfel, într-o regiune lipsită de sarcini electrice ($\rho = 0$ și $\mathbf{J} = 0$ în ecuațiile din secțiunea 35), avem:

$$\nabla\cdot\mathbf{E} = 0; \qquad \nabla\cdot\mathbf{B} = 0;$$
$$\nabla\times\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}; \qquad \nabla\times\mathbf{B} = \epsilon_0\mu_0\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t};$$

Mărimile de mai sus depind de poziție și timp, adică $\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ și $\mathbf{B} = \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$. Ca de cele mai multe ori pe parcursul acestei lucrări, lucrul acesta nu îl mai scriem explicit. Pentru început, să aplicăm operatorul $(\nabla\times)$ celei de-a treia ecuații. Obținem

$$\nabla\times(\nabla\times\mathbf{E}) = \nabla\times\left(-\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}\right) = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\nabla\times\mathbf{B}\right) = -\epsilon_0\mu_0\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2}$$

Aici am folosit comutativitatea dintre operatorii $(\nabla\times)$ și $\partial/\partial t$.

Termenul din stânga se scrie simplificat folosind o proprietate a operatorului ∇, ce se verifică prin descompunere, utilizând relațiile din secțiunea 209:

$$\nabla\times(\nabla\times\mathbf{E}) = \nabla(\nabla\cdot\mathbf{E}) - \nabla^2\mathbf{E} = -\nabla^2\mathbf{E}$$

Mai sus am folosit prima ecuație a lui Maxwell în vid $\nabla\cdot\mathbf{E} = 0$ și am notat cu $\nabla^2 = (\nabla\cdot\nabla)$ operatorul *Laplace*. Acesta este un operator ce acționează asupra fiecărei componente a unui vector. Avem de exemplu, pentru componenta $E_x = E_x(\mathbf{r},t)$:

$$\nabla^2 E_x = \frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2}$$

Înlocuind rezultatele în al doilea șir de ecuații al acestei căsuțe matematice, obținem:

$$-\nabla^2\mathbf{E} = -\epsilon_0\mu_0\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2};\ \Rightarrow\ \left(\nabla^2 - \epsilon_0\mu_0\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\mathbf{E} = 0$$

Relația de mai sus este valabilă pentru toate cele trei componente ale câmpului. Pentru componenta $E_x = E_x(\mathbf{r},t)$ vom scrie explicit

$$\boxed{\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \epsilon_0\mu_0\frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = 0;} \qquad (1)$$

Soluțiile acestei ecuații sunt superpoziții de unde plane, care se pot deplasa în orice direcție. De exemplu, dacă unda plană se deplasează în direcția x avem o posibilă soluție:

$$E_x(x,y,z,t) = A\sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right]$$

Aici λ se numește *lungime de undă*, iar T este *perioada oscilației* (vezi figura 4.10). Putem verifica soluția aceasta calculând mai întâi derivatele de ordinul doi:

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} = -\frac{(2\pi)^2}{\lambda^2}E_x; \qquad \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = -\frac{(2\pi)^2}{T^2}E_x$$

Dependența de coordonatele x și y este nulă. Înlocuind rezultatul în ecuația (1), avem:

$$-\frac{(2\pi)^2}{\lambda^2}E_x + \epsilon_0\mu_0\frac{(2\pi)^2}{T^2}E_x = 0;\ \Rightarrow\ \frac{\lambda}{T} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}$$

Viteza undei, pe care o notăm cu c, se calculează ca raportul dintre lungimea de undă λ și perioada oscilației T, cu ajutorul formulei $c = \lambda/T$ (vezi figura 4.10 și figura 4.12). Înlocuind valoarea $\lambda/T = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$ din ecuația precedentă, vom avea

$$\boxed{c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}}$$

După cum vedem, viteza undelor electromagnetice c este o constantă universală. Dacă înlocuim valorile constatelor ϵ_0 și μ_0 obținem valoarea aproximativă $c \approx 300\,000$ km/s.

37. Lumina este o undă electromagnetică

Existența undelor electromagnetice a fost prezisă de Maxwell, iar dovada experimentală a fost adusă de Hertz. Viteza c a acestor unde electromagnetice se calculează direct din ecuațiile lui Maxwell ca fiind $c = 1/\sqrt{e_0\mu_0} \approx 300000$ de km/s, unde ϵ_0 este permitivitatea vidului iar μ_0 permeabilitatea sa magnetică. Interesant însă, valoarea aceasta este aproximativ egală cu *viteza luminii* măsurată experimental, așa că Maxwell a presupus corect că lumina este tot o undă electromagnetică.

Observația lui Maxwell are implicații cruciale în toate ramurile fizicii, începând cu teoria relativității a lui Einstein. De fapt, de acum încolo, în loc de viteza undelor electromagnetice vom spune pur și simplu viteza luminii. Să ne întoarcem de aceea puțin în timp și să vedem cum a fost măsurată viteza luminii.

Faptul că lumina traversează spațiul cu o viteză foarte mare pare evident din toate observațiile cotidiene. Galileo Galilei chiar a încercat să măsoare viteza luminii cu ajutorul unor semnale luminoase, fără succes însă. Prima reușită a fost aceea a astronomului danez Olaf Rømer (1644-1710), care a fost preocupat de perioadele de revoluție ale sateliților lui Jupiter, sateliți descoperiți înaintea lui de Galileo Galilei, cu ajutorul lunetei.

Rømer a vrut să măsoare perioada de timp în care unul din sateliți se învârte o dată în jurul lui Jupiter, adică *perioada de revoluție a satelitului*. Pentru aceasta, Rømer a observat cu luneta momentele succesive la care satelitul intră în umbra generată de Soare (deci nu în spatele lui Jupiter față de noi, ci în conul de umbră pe care Jupiter îl formează din lumina ce vine de la Soare, vezi figura 4.9). Diferența dintre două astfel de momente succesive este tocmai perioada de revoluție a satelitului, și este de ordinul a câteva zile.

Ciudat însă, măsurătorile lui Rømer sugerau că această perioadă de revoluție nu este constantă în timp, ci *variază* cu poziția lui Jupiter pe cer, cu variații de ordinul a câtorva minute! Și-o fi zis Rømer , „Mă, nu se poate, ori n-am măsurat eu bine, ori e ceva suspect aici". Căci într-adevăr, de ce ar varia perioada de revoluție în funcție de poziția lui Jupiter pe cer? După câteva momente de confuzie, Rømer a realizat care era cauza comportării ciudate: viteza *finită* a luminii!

Ideea este următoarea. În primul rând, momentul în care satelitul intră în umbra lui Jupiter nu este și momentul în care noi observăm acest lucru. Pentru că viteza luminii este finită, noi vom observa intrarea satelitului în umbra lui Jupiter după ce ea a avut deja loc, cu o întârziere dată de cât timp îi ia luminii să ajungă la noi. Acum însă, la *fiecare* intrare a satelitului, lumina ajunge la noi întârziată, deci nu ne-am aștepta să vedem un efect dacă măsuram diferența dintre cele două momente.

Cu toate acestea, Pământul se mișcă în raport cu Jupiter, fie îndepărtându-se de el, fie apropiindu-se de el, în funcție de pozițiile celor două planete pe orbitele lor.

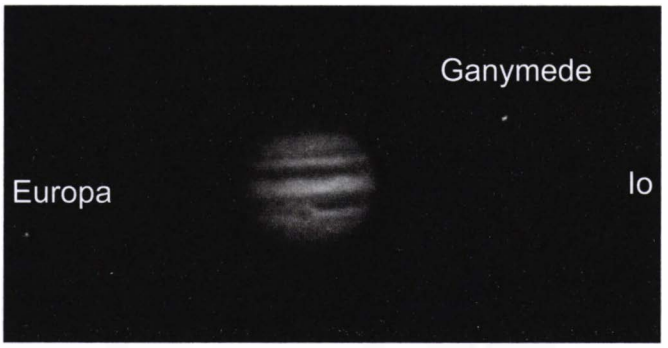

Figura 4.8: *O fotografie a planetei Jupiter și trei dintre sateliții ei, realizată de autor cu un telescop pentru amatori StarBlast 6'. Telescopul are o lungime de un metru și o oglindă reflectoare de 15 cm diametru, în montură newtoniană. Imaginea a fost procesată din secvențele video înregistrate de camera fotografică cu programul software RegiStax 6.*

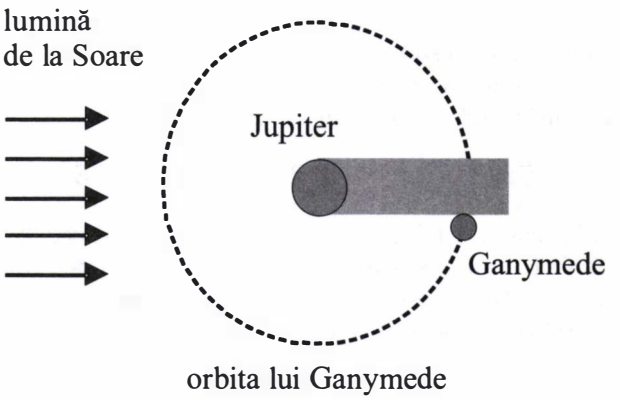

Figura 4.9: *Satelitul Ganymede intră în umbra lăsată de Soare în spatele lui Jupiter. Timpul între două intrări succesive este tocmai perioada de revoluție a satelitului în jurul lui Jupiter, care ar trebui să rămână aceeași mereu. Numai că această perioadă, măsurată de pe Pământ, variază în decursul anului! Cum se poate?*

Cu alte cuvinte, timpul cât îi ia luminii „să ajungă la noi" depinde de poziția celor doi aștri și de mișcarea lor relativă.

Mai mult, distanța dintre Pământ și Jupiter se schimbă continuu, deci tot așa se va schimba și durata cât îi ia luminii să vină la noi. Desigur, perioada de revoluție a satelitului lui Jupiter este mereu *aceeași*, numai că noi vom măsura perioade când mai lungi, când mai scurte, în funcție de miscarea relativă a lui Jupiter față de noi (de îndepărtare sau de apropiere). Dacă lumina ar fi circulat instantaneu, sau dacă Pământul nu s-ar fi mișcat față de Jupiter, atunci am fi observat aceeași perioadă de revoluție. Așa însă, vom observa o perioadă de revoluție ce depinde de viteza *relativă* a Pământului față de Jupiter și viteza luminii. Cunoscându-le pe primele două, putem apoi calcula viteza luminii.

De exemplu, atunci când Pământul și Jupiter se apropie unul de altul, timpul dintre două intrări succesive ale satelitului în umbra lui Jupiter aparent se *scurtează*. Aici, după ce satelitul a intrat prima oară în umbra lui Jupiter, Pământul vine mai aproape de Jupiter, se îndreaptă spre el. Ca atare, luminii care ne arată cea de-a doua intrare în umbră îi va lua un timp mai *scurt* să ajungă la noi și deci se scurtează timpul dintre două observații ale intrării în umbră. Pentru noi, în acest moment al anului, perioada de revoluție a satelitului este aparent mai scurtă.

Când Pământul se îndepărtează de Jupiter, crește în mod constant și distanța dintre cei doi aștri și luminii îi va lua din ce în ce mai mult timp să ajungă pe Pământ. În consecință, intervalul de timp pe care-l măsurăm între două intrări succesive ale satelitului în umbră va părea că crește.

Variația în perioada de revoluție a satelitilor lui Jupiter măsurati de Rømer este deci corelată cu *viteza relativă* a Pământului și a planetei Jupiter: crește distanța dintre cele două planete, crește și perioada de revoluție și invers. Acum Rømer , fiind astronom, știa pozițiile și vitezele lui Jupiter și ale Pământului în orice moment al anului, deci el știa când cele două se apropie una de alta, sau se îndepărtează. Rømer a putut corecta atunci variațiile măsurate de el în perioada de revoluție și a măsurat viteza luminii. El a obținut o valoare a vitezei luminii de două treimi din valoarea reală, care este de aproximativ $c \approx 300000$km/s. Cei interesați de mai multe detalii pot urmări căsuța matematică alăturată.

Calcul: *Determinarea vitezei luminii*

Dacă presupunem că Pământul se îndreaptă direct către Jupiter cu viteza relativă v, atunci timpul de revoluție măsurat T_1 al satelitului Ganymede este de fapt mai mic decât cel real T, pentru că Pământul vine în întâmpinarea luminii (care are viteza c).

Astfel, în timpul T_1 dintre două măsurători, Pământul vine mai aproape de Jupiter cu distanța $d = v \cdot T_1$. Lumina nu mai trebuie să parcurgă această distanță, pentru că Pământul vine în întâmpinarea ei, așa că ea ajunge puțin mai devreme, cu un timp $\Delta t = d/c = (v \cdot T_1)/c$. Perioada T_1 dintre două intrări succesive în umbră, observată de pe Pământ, devine mai scurtă cu diferența de timp Δt față de cea reală T:

$$T_1 = T - \frac{v \cdot T_1}{c}$$

Dacă Pământul se îndepărtează de Jupiter cu aceeași viteză relativă v, avem o relație similară:

$$T_2 = T + \frac{v \cdot T_2}{c}$$

Din ecuațiile de mai sus obținem viteza luminii:

$$c = v\frac{T_1 + T_2}{T_2 - T_1}$$

Cum T_1 și T_2 sunt ambele de ordinul a câteva zile (perioada reală de revoluție a satelitului Ganymede) și ele diferă cu doar câteva minute, măsurătoarea trebuie să fie *precisă*.

Așa cum am menționat, mai târziu, atunci când Maxwell a calculat viteza undelor electromagnetice, acesta a obținut o valoare apropiată de a lui Rømer. Maxwell a presupus atunci, pe bună dreptate, că și lumina este tot o undă electromagnetică. A trebuit însă să treacă mai mult de un secol până când câmpul electric al luminii să poată fi vizualizat direct și anume până acum vreo câțiva ani, așa cum vom vedea în secțiunea 39.

38. Oscilațiile undelor electromagnetice și difracția luminii

O undă, în general, este cunoscută ca o oscilație mecanică ce se transmite din aproape în aproape, prin intermediul unui mediu. Undele sonore, de exemplu, se transmit prin aer, nefiind decât niște oscilații ale presiunii locale a aerului.

Unda de pe suprafața apei este un alt exemplu. Apa se ridică local un pic mai mult decât media, formând o oscilație transversală care se transmite pe suprafața apei sub forma unui *val*. De remarcat că apa de la suprafață nu se deplasează decât pe verticală, creând oscilația, dar nu pe orizontală, așa cum poate ne-am aștepta. Putem vizualiza efectul foarte simplu, urmărind o frunză pe suprafața apei. Astfel, un val poate ajunge la frunză și depăși frunza, însă frunza nu este luată de val, ci rămâne pe loc, oscilând doar pe verticală. În termeni tehnici, avem de-a face cu o oscilație *transversală*.

O undă de frecvență constantă este caracterizată de câțiva parametri: *amplitudinea* și *faza* sa, *frecvența* și *lungimea de undă* (vezi figura 4.10). Amplitudinea undei ne este familiară, ea reprezentând cât de „tare" oscilează unda. În exemplul precedent, amplitudinea este reprezentată de înălțimea valului de apă. *Faza* undei reprezintă momentul de timp când unda atinge o valoare predeterminată, să zicem valoarea nulă. Faza undei joacă un rol important atunci când comparăm două unde. Un exemplu este înotul sincron, unde putem spune că sportivii înoată în fază. Un exemplu de fază diferită îl dă soldatul care pierde sincronizarea cu plutonul său atunci când defilează.

Distanța dintre două maxime de amplitudine la același moment de timp definește *lungimea de undă*, care se notează de obicei cu λ. Timpul în care are loc o singură oscilație definește *perioada de oscilație* T, iar frecvența de oscilație este $f = 1/T$. Viteza de deplasare a undei se calculează, în cazul undelor plane, ca fiind raportul dintre lungimea de undă și perioada de oscilație $v = \lambda/T$, reprezentând viteza de deplasare de la un maxim la altul.

În figura 4.11 este demonstrat cum putem folosi relația precedentă pentru a măsura viteza luminii c cu ajutorul unui *cuptor cu microunde*. În partea de sus sunt schițate modurile de oscilație rezonantă ale câmpului electromagnetic din interiorul unui cuptor cu microunde. În nodurile reprezentate cu niște puncte oscilația câmpului este nulă. Constructurii de aparate casnice fac tot posibilul pentru a evita astfel de zone, căci aici mâncarea nu se va încălzi (metoda standard este de a roti platoul din cuptor).

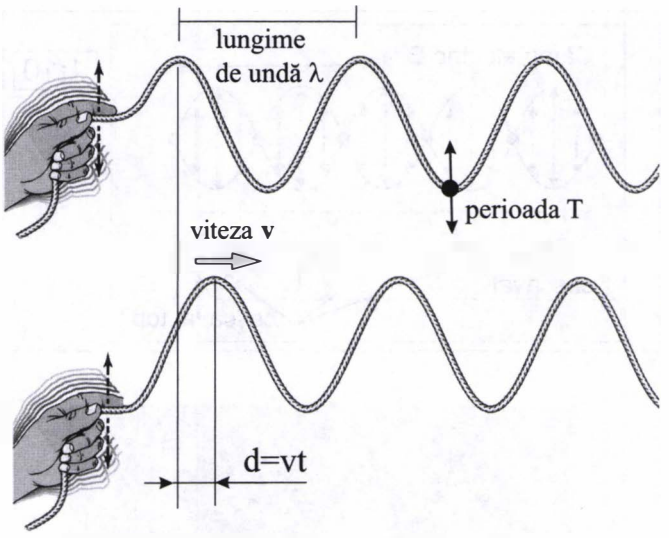

Figura 4.10: *În figură sunt prezentate două momente succesive ale unei unde transversale generată pe o coardă. Lungimea de undă λ reprezintă distanța între două maxime la același moment de timp, iar perioada T este timpul necesar ca un punct de pe coardă să revină la loc în aceeași poziție. Maximele se deplasează cu viteza v, de aceea după un timp t distanța parcursă de un maxim este $d = vt$. Dacă așteptăm un timp egal cu perioada undei T, atunci distanța parcursă de un maxim va fi chiar lungimea de unda $\lambda = vT$. Folosind faptul că frecvența oscilației f este inversul perioadei $f = 1/T$, avem relația utilă $\lambda = v/f$.*

În partea de jos este prezentat rezultatul unui experiment, în care o bucată de cașcaval a fost așezată în cuptor pentru câteva secunde, după ce platoul care se rotea a fost scos. Aici se văd niște zone în care cașcavalul s-a topit mai mult. Acestea sunt zonele unde intensitatea câmpului electromagnetic a fost maximă. Distanța dintre două zone este de aproximativ $d = \lambda/2 \approx 5$ cm. Utilizând frecvența folosită de cuptorul cu microunde $f \approx 3\ Ghz$ (care se citește pe spatele său) obținem o viteză a luminii de aproximativ $c = \lambda f \approx 3 \cdot 10^5$ km/s.

Faptul că și lumina este o undă a fost demonstrat încă de acum 300 de ani, de pe vremea lui Christiaan Huygens (1629-1695). Pe vremea aceea nu se știa precis ce oscilează în acea undă, iar Maxwell a arătat că sunt câmpurile electrice și magnetice cele care oscilează. Mai târziu, Michael Faraday a confirmat experimental caracterul electromagnetic al luminii, arătând că lumina este influențată atunci când trece prin materiale supuse unor câmpuri magnetice puternice. Așa cum am discutat în secțiunea 36, Maxwell a putut calcula caracteristicile undelor electromagnetice și a arătat că ele au mereu aceeași viteză, egală cu viteza luminii, de unde presupunerea lui că și lumina este o undă electromagnetică.

De remarcat că Maxwell a introdus și discutat la început undele electromagnetice nu în vid, ci în materiale. Motivul principal este că, pe vremea lui Maxwell, existența undelor era de neimaginat în vid, pentru că acolo nu este „ceva"

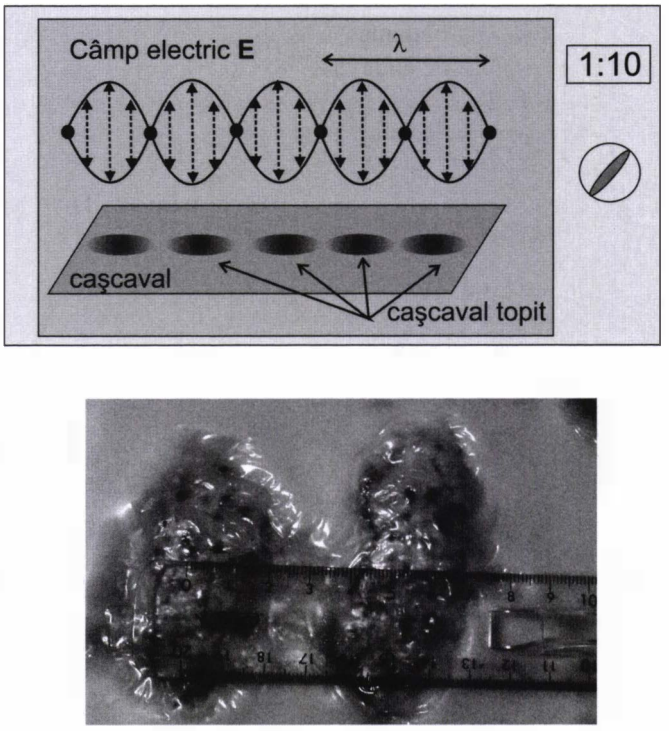

Figura 4.11: *În figura de sus sunt reprezentate modurile de oscilație ale câmpului electromagnetic din interiorul unui cuptor cu microunde. În figura de jos este fotografia unei bucăți de caşcaval care a fost topită de autor în cuptorul cu microunde. Folosind distanța dintre două regiuni topite și frecvența câmpului electromagnetic din incintă putem estima viteza luminii, așa cum este explicat în text.*

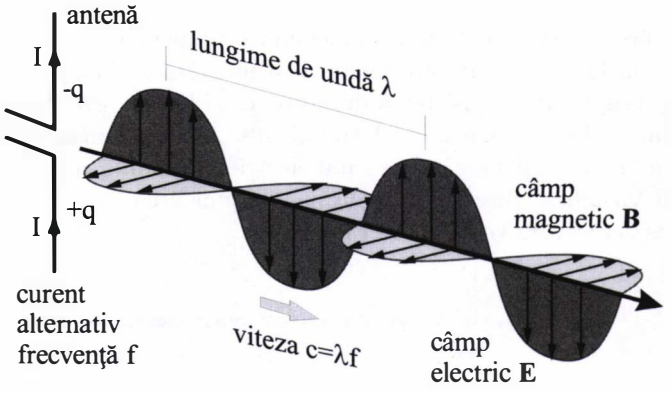

Figura 4.12: *Forma instantanee (la un moment dat de timp) a unei unde electromagnetice polarizată vertical, la o distanță mare de sursă. Sursa este aici o antenă dipol, prezentată schematic în stânga. În brațele antenei circulă un curent alternativ de aceeași frecvență ca și frecvența undei electromagnetice pe care o emite. Vectorul de câmp electric este paralel cu direcția antenei iar cel de câmp magnetic perpendicular pe ea. Direcția de propagare a undei este dată de produsul vectorial al câmpului magnetic și al celui electric.*

care să oscileze și care să transmită această oscilație din aproape în aproape, vidul fiind... gol. În acel timp fizicienii presupuneau mereu că toate undele sunt „purtate" de un mediu, la fel ca undele mecanice. Este astfel cunoscut exemplul undelor sonore care sunt transportate de aer sau apă, dar care nu se propagă în vid, tocmai pentru că acolo nu este nici un mediu care să le transporte.

Când s-a văzut experimental că lumina (o undă electromagnetică) se propagă în vid, fizicienii au introdus chiar o materie nouă, necunoscută, denumită *eter*, în care lumina ar fi trebuit să se propage. Eterul ar fi umplut tot universul, chiar și spațiul vid, pentru a permite luminii să se propage. Oscilația câmpului electric și magnetic ar reprezenta atunci oscilația acelui eter. Din păcate, existența acestui eter nu a fost confirmată experimental, așa cum vom vedea în capitolul 5, iar unda electromagnetică se deplasează într-adevăr în vid.

Noi învățăm astăzi încă din școală acest lucru și de aceea, prin puterea obișnuinței, nu ne mai miră existența unei unde în vid, acolo unde nu există un mediu mecanic a cărui oscilație să reprezinte unda. Maxwell însă a fost mirat să descopere că unda electromagnetică se poate propaga în vid. Aceeași atitudine de mirare ar trebui să ne-o păstrăm și noi, căci faptul în sine este un indiciu al unor relații mai profunde în fizică. Așa cum vom discuta în cadrul mecanicii cuantice, unda electromagnetică poate fi privită ca o undă de probabilitate a unor particule fundamentale numite fotoni. Toate undele de probabilitate se pot deplasa însă în vid, de aceea și unda electromagnetică are această proprietate.

Din ecuațiile lui Maxwell se vede că o undă electromagnetică este o undă *polarizată transversal*, ca și valul de pe suprafața apei menționat mai devreme. Aceasta înseamnă că ceea ce oscilează, câmpurile electrice și magnetice, oscilează *perpendicular* pe direcția de mișcare a undei (vezi figura 4.12). După cum se vede, există două moduri de oscilație transversală, pentru că sunt două direcții perpendiculare pe direcția de mișcare a undei, după care câmpul electric poate oscila. Pentru lumină, aceste două moduri de oscilație transversale ale câmpului electric definesc cele două posibile *polarizări* a luminii.

Frecvența câmpului electromagnetic ce oscilează în raza de lumină se calculează ca fiind raportul dintre viteza undei (egală cu viteza luminii) și lungimea de undă. Din măsurătorile lui Rømer și ecuațiile lui Maxwell cunoaștem viteza luminii, însă care este lungimea de undă, distanța dintre două maxime ale „valului" de câmp electromagnetic ce formează raza de lumină? Pentru a afla răspunsul, trebuie să ne întoarcem la un alt experiment, cel de *difracție* a luminii.

Proprietățile undei se regăsesc în cazul luminii, iar dintre acestea, cea mai spectaculoasă este probabil difracția. Difracția se referă la superpoziția *coerentă* a două sau mai multe unde provenind de la aceeași sursă, superpoziție care produce așa-numitele *franje de interferență*.

Exemplul cel mai la îndemână de difracție a luminii se obține cu ajutorul a două degete pe care le apropiem foarte mult, fără să le atingem însă. Putem aduce degetul mare și arătătorul foarte aproape unul de altul, la o distanță de mai puțin de un milimetru pentru ca să le privim de aproape, cel mai bine având în spatele lor o sursă puternică de lumină (un bec de exemplu).

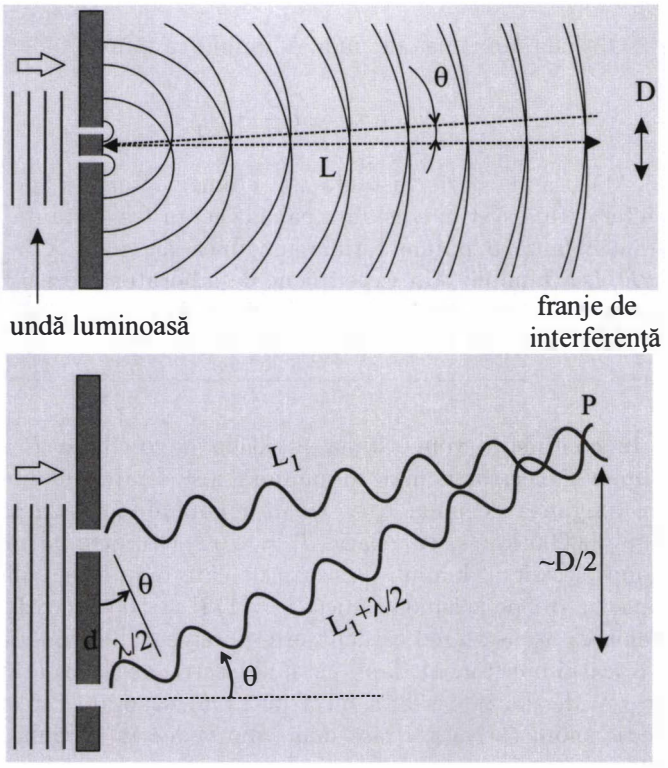

Figura 4.13: *În figură este exemplificat fenomenul de difracție din experimentul lui Young. Din stânga vine o undă de lumină. La trecerea prin două fante se formează două unde sferice care interferează apoi pe ecranul din dreapta. Din figura de jos se poate estima lungimea de undă, folosind franjele de interferență.*

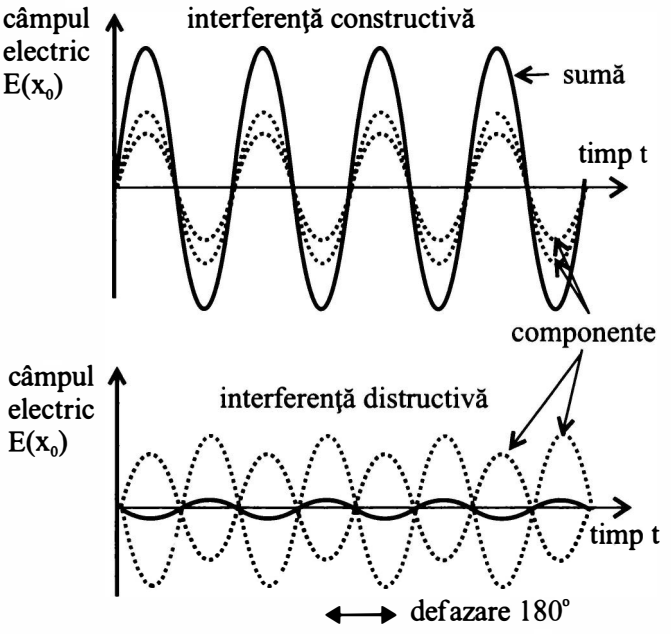

Figura 4.14: *În figură este prezentată interferența a două unde coerente (cu exact aceeași frecvență). Oscilațiile în timp dintr-un singur punct din spatiu, x_0, ale celor două unde sunt schițate cu linii discontinue, iar pe axa orizontală este timpul. Sus este interferența constructivă, atunci când cele două oscilații sunt în fază, iar suma lor (linia continuă) este mai mare. Jos este prezentat un caz de interferență distructivă, pentru că cele două unde vibrează în antifază, iar suma totală este aproape nulă.*

Odată ce degetele se apropie, vedem niște linii negre subțiri ce apar între cele două degete și care sunt paralele cu degetele. Ele sunt *franje de interferență*, locuri unde lumina interferează constructiv și distructiv pentru a produce zone luminoase și zone întunecate. Experimentul se poate face și cu mâna întinsă în fața sursei de lumină, privind zonele goale în care degetele nu se ating între ele. Acolo vom vedea deasemenea niște linii întunecate, paralele cu degetele.

Pentru a afla lungimea de undă a luminii, ar trebui să facem un alt experiment, care copiază celebrul experiment al lui Thomas Young (1773-1829). Aici avem nevoie de un panou în care să confecționaăm două fante dreptunghiulare alungite, însă de lățime foarte mică, apropiate una de alta. Lățimea fantelor ar trebui să fie cât de mică posibil, iar distanța dintre ele nu mai mare de un milimetru. Apoi, lăsăm lumină monocromatică (de o singură culoare, deci de o frecvență bine definită) să cadă peste cele două fante (într-o versiune modernă a experimentului ne-am putea gândi la un laser). Noi vom privi *umbra* fantelor pe un ecran pe care îl aducem aproape de fante, pentru ca apoi să-l punem la câțiva metri distanță de fante (ecranul poate fi o simplă hârtie albă). Ce fel de umbră vom observa pe ecran?

Atunci când ecranul este aproape de cele două fante vom observa două zone luminoase pe ecran, câte una pentru fiecare fantă. Când însă distanța crește (pe măsură ce îndepărtăm ecranul de proiecție), umbrele vor fi mai difuze, urmând ca pe la o distanță mai mare să vedem *mai multe* zone luminoase! Ce se întâmplă? Dacă lumina trece doar prin două fante, cum de se observă mai multe zone luminoase?

Explicația fenomenului ia în considerare caracterul ondulatoriu al luminii (vezi figura 4.13). Astfel, putem considera că la trecerea prin cele două fante lumina creează *două* unde luminoase coerente, câte una pentru fiecare fantă. Undele ce pleacă de la fiecare fantă ni le imaginăm sferice, ca acelea generate de o picătură ce cade pe suprafața unei ape liniștite. De fapt, undele luminoase ar fi perfect sferice doar dacă fantele noastre ar fi foarte mici, aproape punctiforme. Odată ce au trecut de cele două fante, undele pot fi privite ca două entități *diferite*, care vor interfera mai târziu. Acesta este în esență mecanismul propus de fizicianul olandez Christiaan Huygens.

Cele două unde generate au *exact* aceeași frecvență de oscilație, pentru că provin de la aceeași sursă de lumină monocromatică. În plus, pentru simplitate, vom considera că fazele inițiale ale celor două oscilații sunt egale. Cele două unde se vor recombina pe ecran. În funcție de distanța până la un punct de pe ecran, cele două unde vor ajunge fie în fază, fie în opoziție de fază. În primul caz ele vor crea o undă mai puternică, formând regiuni *luminoase*, iar în cea de-a doua (antifază) se vor anihila una pe cealaltă, formând o regiune *întunecată*. Succesiunea de regiuni întunecate și luminoase definesc ceea ce noi numim *franje de interferență*.

În acest fel, în fiecare punct de pe ecran avem două unde luminoase care se suprapun, provenind de la cele

două fante. Acolo unde obținem zone luminoase în franjele de interferență, ambele unde oscilează exact cu aceeași frecvență, iar faza lor este aceeași. Suma acestor unde (superpoziția lor) este o undă care oscilează cu aceeași frecvență, dar cu o amplitudine dublă. Ochiul nostru (sau placa fotografică) nu vede în timp real oscilația (care este foarte rapidă), ci doar amplitudinea *medie* a întregii oscilații. Pentru că amplitudinea finală este mai mare, vom percepe un punct mai luminos. Din fericire, amplitudinea finală în acel punct rămâne aceeași în orice moment de timp, pentru că nu depinde de faza inițială a undei. Cu alte cuvinte, dacă într-un punct undele ajung în fază, ele vor fi sincrone (în fază) și mai tarziu, așa încât punctul acela de pe ecran rămâne pentru noi luminos tot timpul (vezi figura 4.14).

În zonele mai întunecate ale franjelor de interferență avem din nou două unde de exact aceeași frecvență, care însă sunt în *antifază*. Deși amplitudinea fiecărei unde este mare, superpoziția acestora va produce o undă de amplitudine mult mai mică. Din nou, noi nu vom vedea în timp real oscilația acestei unde mici, ci vom percepe media sa în timp, care va fi foarte scăzută, de unde senzația noastră de zonă „întunecată".

Pe ecranul nostru vedem o succesiune de mai multe astfel de regiuni luminoase și întunecate. Numărul de franje de interferență vizibile este dat de cât de bine tăiem fantele, ce fel de lumină folosim etc. Mult mai important însă, distanța dintre două maxime ale franjelor de interferență D de pe ecran se poate estima știind distanța dintre fante d, lungimea de undă λ și distanța până la ecran L, conform relației $D = \lambda L/d$. Această relație este folosită pentru măsurarea lungimii de undă λ a luminii, care va ieși puțin mai mică decât un micron.

Calcul: ***Difracția luminii***

În figura 4.13 este exemplificat procesul de difracție. În stânga, avem unda electromagnetică plană, care este „spartă" în două componente la trecerea prin două fante. Unda luminoasă inițială creează astfel două unde sferice la trecerea prin cele două fante. În partea de jos a figurii este exemplificat cum se estimează lungimea de undă a luminii din franjele de interferență.

Interferența într-unul din punctele de pe ecran (aflat în dreapta) se calculează adunând coerent cele două componente. Ele au fost desenate în figură în același moment de timp. În punctul ales aici (punctul P), vedem cum componentele ajung în antifază. Aceasta pentru că diferența de drum dintre ele este precis $\lambda/2$, unde λ este lungimea de undă a luminii. Din triunghiul reprezentat în stânga-jos, avem

$$\frac{\lambda}{2} = d \sin\theta$$

Unghiul θ se exprimă însă și ca $\sin\theta \approx (D/2)/L$ din figura de sus, unde L este distanța până la ecran, d distanța dintre fante, iar D distanța dintre două minime succesive din franjele de interferență.

Obținem lungimea de undă a luminii ca fiind:

$$\lambda = 2d \sin\theta = 2d\frac{D}{2L} = \frac{dD}{L}$$

Măsurând deci distanța D dintre franjele de interferență și știind distanța până la ecran L și distanța dintre fante d putem estima lungimea de undă $\lambda = dD/L$ a luminii. Un experiment de laborator (vezi figura 4.15) conduce la o lungime de undă a luminii de ordinul micronilor (o miime de milimetru).

În continuare vom estima perioada de oscilație T a câmpului electromagnetic al luminii folosind raportul dintre lungimea de undă $\lambda \approx 1\mu$ m a luminii și viteza sa $c \approx 300000$ km/s, cu relația $T = \lambda/c$. Obținem că un câmp electric al luminii oscilează de câteva sute de trilioane de ori pe secundă, adică $f = 1/T \approx 500 \cdot 10^{12}$Hz. Valoarea aceasta cred că depășește puterea de imaginație a oricărui muritor. De fapt, câmpul electric oscilează atât de repede, încât oscilația nu a putut fi măsurată direct decât acum câțiva ani, așa cum vom vedea în secțiunea 39.

În final, o mică observație experimentală, în cazul în care încercați să efectuați experimentul de mai sus cu un laser pe care se întâmpla să-l aveți acasă. Dificultatea majoră, veți vedea, este să tăiați două fante care să fie de mai puțin de un milimetru. Varianta folosită de autor este mai simplă, căci aici se folosește doar o *singură* fantă! Fanta se poate crea cu un șubler, două cuțite ascuțite sau două mine de creion (soluția folosită în practică). Oricare dintre soluții este bună, atâta timp cât dimensiunea fantei este mai mică decât un milimetru.

Lăsând acum lumina laserului să treacă prin fantă, vom observa pe un ecran situat la o distanță de aproximativ un metru niște franje de interferență foarte frumoase. Cum, veți întreba, numai cu *o singură* fantă? Este incitant când experimentul ne oferă niște căi nebănuite. Căci, în mod normal, nu ne așteptăm la franje de interferență din partea unei singure fante, ci eventual la unde sferice. Undele

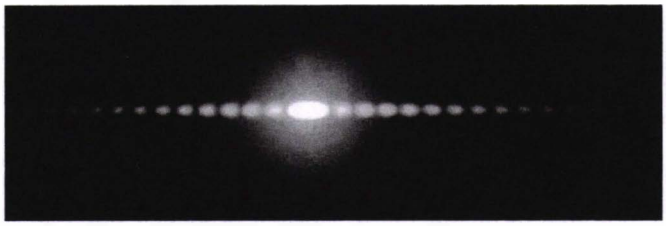

Figura 4.15: *O imagine de difracție obținută de autor cu un laser pentru prezentări. Lumina laser o fost trecută printre două mine de creion apropiate una de alta, formând astfel o singură fantă cu o lărgime de o fracțiune de milimetru $d \approx 0,2$ mm. Imaginea a fost observată pe un ecran de proiecție aflat la câțiva metri de fantă $L \approx 2$ m, iar distanta dintre două maxime este de ordinul centimetrilor $D \approx 1$ cm. Lungimea de undă a luminii se obține de ordinul unui micron $\lambda = dD/L \approx 0,001$ mm.*

sferice se formează însă doar dacă dimensiunea fantei este aproape punctiformă.

În cazul nostru, cum fanta are dimensiuni de aproape un milimetru, ea nu are în nici un caz dimensiuni punctiforme față de lungimea de undă a luminii, care este de o mie de ori mai mică. Nu avem atunci o singură fantă punctiformă, ci mai degrabă *o mulțime* de fante punctiforme așezate una lângă alta, care *împreună* formează fanta noastră de dimensiuni milimetrice. Aceasta face să apară din nou un efect de interferență între mai multe unde luminoase (corespunzătoare „fantelor" punctiforme), pentru că noi am folosit un *laser* în experiment.

39. Prima măsurătoare directă a oscilației câmpului electric al luminii

Există lumină de diverse *culori*, fiecare culoare fiind asociată unei frecvențe de oscilație a undei electromagnetice (vezi figura 4.16). Cum undele electromagnetice asociate diverselor culori au intensități diferite, fizicienii obișnuiesc să desemneze prin *spectru* funcția ce caracterizează intensitatea undei electromagnetice a fiecărei culori dintr-o rază de lumină (vezi un exemplu în figura 9.2). Pentru lumina vizibilă, frecvența de oscilație a undei electromagnetice este de ordinul a 10^{15}Hz, adică milioane de miliarde de cicluri pe secundă.

De fapt, lumina oscilează atât de repede, încât o măsurătoare directă a câmpului electric care oscilează a putut fi efectuată doar acum câțiva ani. O să prezentăm acum pe scurt această măsurătoare remarcabilă, cerându-ne iertare cititorului că vom folosi anticipat câteva noțiuni pe care le vom introduce abia mai târziu.

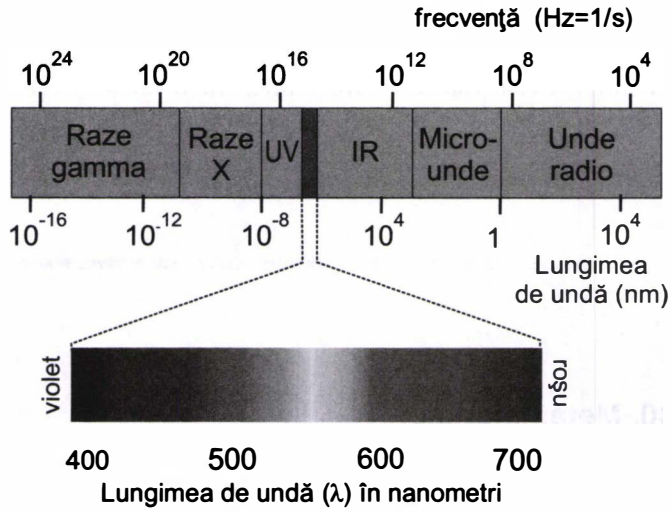

Figura 4.16: *În figură este prezentat spectrul undelor electromagnetice, în funcție de lungimea de undă a oscilației sau frecvența sa. Prin IR s-a notat banda infraroșie a spectrului, iar prin UV cea ultravioletă.*

Pornim de la observația că există și alte „culori" care nu sunt vizibile pentru noi (vezi figura 4.16), pentru că receptorii noștri oculari nu sunt sensibili la frecvența de oscilație a acestora. De exemplu, noi nu vedem lumina *infraroșie*, pentru că ea are o frecvență de oscilație mai mică decât lumina vizibilă, dincolo de roșu (de unde numele de infraroșu). Un alt exemplu este lumina *ultravioletă*, care are o frecvență puțin mai mare decât lumina violetă, aflată la celălalt capăt al spectrului vizibil. Din această cauză lumina ultravioletă este și mai „energetică". De remarcat că toate sunt însă unde electromagnetice, de alte frecvențe decât cele care formează spectrul vizibil.

Acum câțiva ani, un grup de cercetători austrieci și germani au efectuat un experiment cu lumină ultravioletă și lumină infraroșie și au reușit să măsoare direct oscilația câmpului electric al luminii infraroșii (cea care are frecvența de oscilație mai mică).

Într-o primă instanță, ei au generat *pulsuri foarte scurte* de lumină ultravioletă. Aceste pulsuri, date de niște laseri foarte puternici, au o durată de câteva zecimi de femtosecundă, adică în jurul a 10^{-16}s. Să remarcăm că durata unui astfel de puls este mai *mică* decât o singură perioadă de oscilație a luminii infraroșii, lucru ales intenționat.

Apoi pulsurile de radiații ultraviolete au fost ghidate către un ansamblu de atomi de gaz (vezi figura 4.17). Deoarece energia radiațiilor ultraviolete este mare, o parte dintre electronii atomilor de gaz sunt pur și simplu smulși afară din atom de către pulsul ultraviolet. Spunem că gazul este parțial *ionizat*. În mod normal, acești electroni cad înapoi în atom, în lipsa altor interacții, pentru că sunt atrași la loc de câmpul electric al ionului lăsat în urmă.

Înainte însă ca această recombinare să aibă loc, o rază laser de lumină *infraroșie* este trimisă către ansamblul de atomi de gaz, ansamblu care conține acum câțiva electroni liberi („smulși" din atomi). Electronii liberi reacționează direct la câmpul electric al luminii infraroșii. Dacă acest câmp electric este mare, atunci este mare și *forța electrică* ce acționează asupra electronilor (și este proporțională cu câmpul electric). În acest caz, electronii sunt aruncați definitiv departe de gaz, deci de lângă atomii din care provin, și nu vor mai reveni în ei. Dacă însă câmpul electric al razei infraroșii este mic, electronii rămân în aceeași zonă și vor cădea la loc în atomii din care provin.

Pe de altă parte, câmpul electric al razei infraroșii de lumină *oscilează*, el fiind când mic, când mare. Ca atare, la un moment dat electronii sunt aruncați departe de atomi (atunci când câmpul electric este mare), iar în alt moment ei vor reveni în atomi (atunci când câmpul electric este mic). Electronii împrăștiați departe de gaz se pot colecta cu un detector aparte, iar curentul electric generat de acest detector va fluctua odată cu cantitatea de electroni împrăștiată, deci *în fază* cu câmpul electric al luminii infraroșii. Măsurând curentul de pe detector, vom măsura de fapt direct câmpul electric al luminii infraroșii.

Descrierea de mai sus nu reprezintă încă soluția experimentală. Aceasta pentru că oscilația acestui curent (generat de electronii împrăștiați de câmpul electric al luminii infraroșii) este foarte rapidă, de ordinul a 10^{14}Hz, și nu poate fi măsurată încă de echipamentele electronice disponibile. Așa încât cercetătorii germani și austrieci au trebuit să folosească o tehnică specială de *sincronizare*.

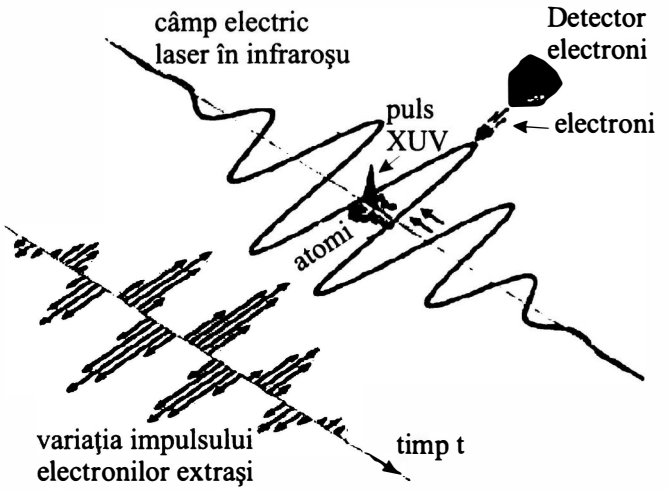

Figura 4.17: *Schema experimentului de măsurare a câmpului electric al luminii. Aici un puls foarte scurt de lumină ultravioletă (schiţat în centrul imaginii prin XUV) ionizează un gaz de atomi. În acelaşi timp, câmpul electric al unei unde de lumină în infraroşu trimite electronii deveniţi liberi pe un detector. În funcţie de sincronizarea celor două pulsuri, pe detector ajung mai mulţi electroni (atunci când pulsul ultraviolet este sincronizat pe maximumul celui infraroşu) sau mai puţini (atunci când pulsul ultraviolet ajunge odată cu valoarea minimă a câmpului electric a pulsului infraroşu). Numărul de electroni ce cad pe detector (stânga jos) ne dă amplitudinea instantanee a câmpului electric al pulsului infraroşu, pentru o sincronizare dată. Reprodus cu permisiunea AAAS din articolul „Direct Measurement of Light Waves" de E. Goulielmakis, apărut în revista* Science, *Vol. 305 (2004).*

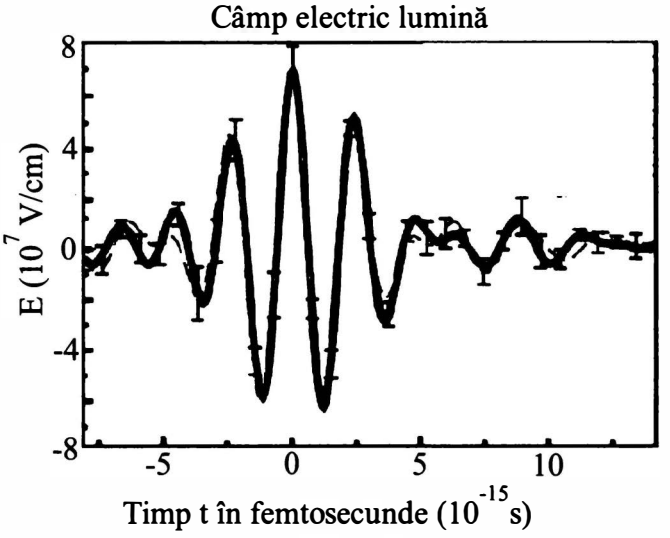

Figura 4.18: *Prima măsurătoare directă a oscilaţiei câmpului electric al luminii, în domeniul infraroşu, prezentată în text. Pe axa orizontală avem timpul exprimat în femtosecunde ($1fs = 10^{-15}s$), iar pe axa verticală câmpul electric. Reprodus cu permisiunea AAAS din articolul „Direct Measurement of Light Waves" de E. Goulielmakis, apărut în revista* Science, *Vol. 305 (2004).*

Astfel, să ne amintim că pulsul de lumină ultravioletă este mult mai scurt decât perioada de oscilaţie a câmpului electric al luminii infraroşii. Cercetătorii au lansat atunci acest puls scurt de lumină ultravioletă *sincronizat* cu lumina infraroşie, cu o diferenţă de fază ce putea fi *ajustată*. Când pulsul ultraviolet era ajustat să coincidă cu maximumul câmpului electric al luminii infraroşii, foarte mulţi electroni erau smulşi din gaz şi aruncaţi pe detector.

După un timp de aşteptare, faza dintre cele două era modificată. În cazul în care cercetătorii alegeau ca pulsul de lumină ultravioletă să coincidă cu valoarea minimă a câmpului electric, curentul generat de detector era mic, pentru că electronii reveneau în atomii de gaz din care fuseseră aruncaţi afară de pulsul ultraviolet.

Variind poziţia pulsului ultraviolet faţă de câmpul electric al luminii infraroşii, obţinem intensitatea instantanee a câmpului electric, pe care acum o putem măsura, căci variaţia aceasta de fază o putem face în câteva minute sau ore. Vom obţine astfel maxime şi minime ale numărului de electroni smulşi, care corespund cu maximele şi minimele câmpului electric oscilatoriu (vezi figura 4.18)

Dar, veţi comenta, cum putem *fixa* faza pulsului de lumină ultravioletă faţă de câmpul electric al luminii infraroşii, căci din nou nu dispunem de electronică atât de rapidă? Soluţia experimentală aleasă este pe deplin *optică*, fiindcă cercetătorii au sincronizat ambele raze (ultravioletă şi infraroşie) de la aceeaşi sursă iniţială de lumină. Ei au folosit elemente optice (prisme, oglinzi) pentru a ajusta diferenţa de fază dintre cele două raze de lumină la valoarea dorită.

De remarcat că măsurarea directă a câmpului electric al luminii s-a făcut asupra luminii provenite de la un *laser* şi nu pe cea de la Soare. Motivul este nu numai tehnologic, dar şi teoretic căci, aşa cum vom vedea în discuţiile despre mecanica cuantică, lumina ce vine de la Soare nu este deloc o undă electromagnetică clasică, aşa cum am prezentat-o până acum.

Astfel, lumina de la Soare (sau de la un bec) este o sumă *incoerentă* de nenumărate pachete de unde electromagnetice, numite *fotoni*. Laserul însă este o sumă *coerentă* de fotoni şi se comportă în totalitate, într-o bună aproximaţie, ca un câmp electromagnetic clasic. Cu alte cuvinte, laserul este cel care reprezintă o undă electromagnetică clasică şi nu lumina de la Soare. Paradoxal, nu? Ne-am fi aşteptat să fie invers... Despre aceasta însă, în discuţiile despre mecanica cuantică.

40. Metamateriale. Lentila perfectă. Invizibilitate.

Cineva ar putea crede greşit că tot ce are de-a face cu electromagnetismul este descoperit deja, deoarece teoria este veche, iar teorii mult mai avansate ale fizicii au fost descoperite între timp. La urma urmei, Maxwell a formulat ecuaţiile sale ce descriu electromagnetismul de mai bine de o sută de ani. Ce ar mai fi de descoperit?

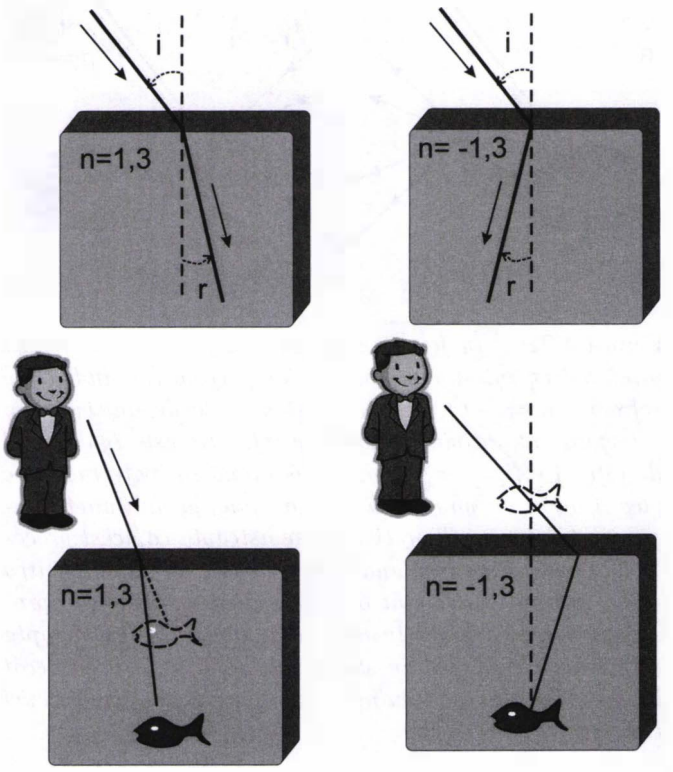

Figura 4.19: *În stânga sus este reprezentată refracția unei raze de lumină ce intră în apă. În dreapta este prezentată refracția aceleiași raze atunci când ea intră într-un mediu cu indice de refracție negativ. În stânga jos vedem cum, datorită refracției, peștele din apă se vede la o adâncime mai mică decât se află acesta în realitate. În dreapta vedem cum, într-un mediu de indice de refracție negativ, peștele va apărea înotând la suprafața mediului!*

La fel vor fi gândit mulți fizicieni în anul 1968, atunci când cercetătorul rus Victor Veselago a publicat o lucrare ce susținea posibilitatea existenței unui material cu *indice de refracție negativ*. Conceptul acesta revoluționar a condus astăzi la apariția unor materiale noi (numite *metamateriale*) ce fac posibile construcția unor lentile perfecte sau chiar realizarea practică a invizibilității! Exemplul ne arată că nu trebuie să închidem prea repede în sertar o teorie veche, considerând că e epuizată și că nimic nu mai este de descoperit...

Pentru a vedea despre ce este vorba, să începem cu noțiunea de *indice de refracție*. Astfel, până acum am discutat despre câmpul electromagnetic în vid, atingând doar din când în când subiectul interacțiunii acestuia cu materia. James Clerk Maxwell a arătat însă că în interiorul unui material comportarea câmpului electromagnetic nu diferă prea mult de cea din vid. Tot ceea ce trebuie să facem este să înlocuim *permitivitatea* vidului ϵ_0 cu permitivitatea materialului ϵ și *permeabilitatea magnetică* a vidului μ_0 cu cea a materialului μ, în rest ecuațiile lui Maxwell sunt aceleași. Pentru o undă electromagnetică, aceste mărimi vor fi dependente de frecvența undei și, în cazul materialelor anizotrope, de direcția de propagare a undei.

Permitivitatea electrică ϵ ne spune care este răspunsul materialului la aplicarea unui câmp electric. Dacă ne imaginăm că materialul este făcut din sarcini electrice negative (electronii) și pozitive (nucleele atomilor), descoperim că el se *polarizează* la aplicarea câmpului electric: nucleele se deplasează în direcția câmpului electric, iar electronii în sens invers (vezi figura 3.2). Această comportare este descrisă de un număr *pozitiv* pentru permitivitatea electrică ϵ. La rândul ei și permeabilitatea magnetică μ a materialelor este tot *pozitivă*. Ea descrie în esență răspunsul materialului când acestuia i se aplică un câmp magnetic. Atunci când unda electromagnetică se află în vid, cele două mărimi se scriu sub forma ϵ_0 și μ_0.

Cele două proprietăți determină viteza undelor electromagnetice din material, viteză ce se dovedește a fi $v^2 = 1/(\epsilon\mu)$. Ea are aceeași formă ca și cea în cazul vidului (vezi secțiunea 36). Pentru viteza luminii în vid c, obțineam $c^2 = 1/(\epsilon_0\mu_0)$. Putem atunci scrie viteza luminii în materiale ca fiind $v = c/n$, unde n este definit ca *indicele de refracție* al materialului. Din relațiile precedente vedem că el are valoarea $n^2 = (\epsilon\mu)/(\epsilon_0\mu_0)$.

De observat că viteza undelor electromagnetice v în material este mai mică decât cea a undelor electromagnetice în vid c, dacă valorile permitivității electrice ϵ și a permeabilității magnetice μ sunt mai mari decât valorile corespunzătoare din vid ϵ_0 și μ_0. În plus, dacă una dintre cele două mărimi are valoare *negativă*, atunci indicele de refracție n și viteza undelor electromagnetice are valoare complexă, ceea ce înseamnă că unda electromagnetică este absorbită în material.

Indicele de refracție n al materialului și-a căpătat numele de la cunoscutul efect de *refracție* a luminii (vezi figura 4.19). Acesta ne spune că lumina își schimbă *direcția* la trecerea de la un material la altul. Fenomenul este recunoscut în viața de toate zilele, de exemplu atunci când o linguriță pusă în paharul de ceai apare îndoită la interfața dintre aer și mediu. Unghiul sub care o rază de lumină își schimbă direcția de mișcare odată ce intră din aer în mediu poartă numele de unghi de refracție, și este determinat de indicele de refracție n al materialului (vezi figura 4.19).

Până când în anul 1968 Victor Veselago și-a publicat rezultatele, s-a crezut că indicele de refracție n este fie pozitiv, fie complex (caz în care lumina este absorbită). Să observăm însă că relațiile precedente ne dau doar pătratul indicelui de refracție n^2, ceea ce înseamnă că indicele de refracție poate fi, matematic vorbind, și negativ. Victor Veselago a arătat că, dacă atât permitivitatea ϵ cât și permeabilitatea magnetică μ sunt ambele *negative*, atunci indicele de refracție n *trebuie* să fie negativ!

De ce este un lucru special? Pentru că interacțiunea luminii cu acest mediu ne apare într-un mod contraintuitiv. La trecerea din aer într-un mediu cu indice de refracție pozitiv unghiul de refracție va deveni pozitiv. Într-un mediu cu indice de refracție negativ, unghiul de refracție va deveni acum negativ (vezi figura 4.19). Aceasta face ca peștii ce ar înota în mediu să fie văzuți înotând deasupra mediului! De aceea, un indice de refracție negativ nu este ceva cu care opticienii să fie imediat de acord. La vremea respectivă, Veselago nu a fost prea norocos, deoarece nu exista nici un material cunoscut în natură care să posede indice de refracție negativ, așa încât teoria sa a fost ignorată de o mare parte a comunității științifice.

Lucrurile aveau însă să se schimbe după anul 2000, atunci când teoreticianul englez John B. Pendry (fascinat de teoria lui Veselago) reușește să convingă câțiva

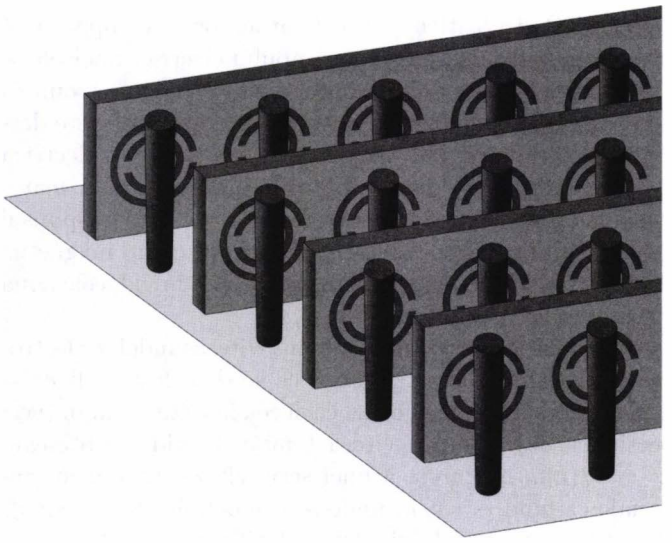

Figura 4.20: *Modelul unei structuri de metamaterial cu indice de refracție negativ în domeniul microundelor. Se remarcă barele metalice care generează o permitivitate negativă $\epsilon < 0$. Ele se află fiecare în fața a două inelele conductoare concentrice, întrerupte la capete, care asigură o permeabilitate magnetică negativă $\mu < 0$. Redesenat din articolul „The quest for the superlens", apărut în revista* Scientific American *295 (2006).*

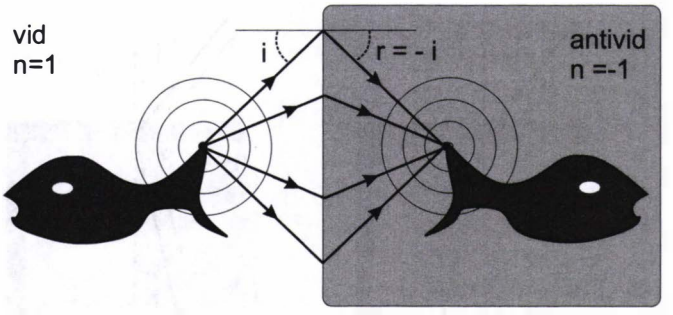

Figura 4.21: *În figură este schițată formarea imaginii unui obiect într-un metamaterial perfect (cu indice de refracție $n = -1$), ce poartă și numele de antivid. La interfața vid-antivid, unghiul de refracție este egal cu cel de refracție ($i = -r$), ceea ce înseamnă că toate razele ce pleacă de la un punct din stânga ajung la un punct imagine din dreapta. Teoreticienii se așteaptă ca acest proces să fie identic și pentru undele luminoase, nu numai pentru raze (care nu sunt decât o reprezentare geometrică aproximativă a undelor). În acest caz, imaginea din dreapta este identică cu cea din stânga în detalii mai mici decât lungimea de undă a luminii (reprezentată de niște cercuri concentrice).*

colegi experimentatori că, deși un material cu indice de refracție negativ nu se găsește în natură, el poate fi construit! O îndrăzneață schimbare a unghiului de vedere, care s-a dovedit astăzi foarte inspirată. Pentru a face posibilă construcția artificială a unui astfel de material, Pendry propune ca experimentele să se efectueze în domeniul microundelor, unde lungimea de undă a radiației electromagnetice este de ordinul *centimetrilor* și deci este posibil să fie construite structuri artificiale cu dimensiuni mai mici decât această lungime de undă.

Fizicianul american David R.Smith a fost apoi printre primii care au construit efectiv un astfel de material. Metoda lui a urmat îndeaproape sfaturile lui Pendry. Astfel, dacă materialele obișnuite au permitivitatea electrică ϵ pozitivă, există materiale (cum sunt metalele) a căror permitivitate este negativă într-un domeniu restrâns de frecvențe. Noul material care a fost construit a avut bucăți metalice în el, care asigurau o permitivitate *negativă* $\epsilon < 0$ la o frecvență din domeniul microundelor (vezi figura 4.20).

În cazul permeabilității magnetice μ soluția s-a dovedit ceva mai complexă, însă nu imposibilă. În acest caz, David R.Smith a construit inele concentrice rezonante, în care câmpul magnetic induce curenți electrici. Inelele sunt însă tăiate, în așa fel încât curentul indus este obligat să „sară" de pe un inel pe altul, generând un efect total similar celui în care permeabilitatea medie a sistemului este negativă $\mu < 0$. Dimensiunea acestor inele este mai mică decât lungimea de undă a câmpului electromagnetic din domeniul microundelor, în așa fel încât structura astfel construită poate fi asimilată unui mediu uniform.

Rezultatul final este asemănător celui din figura 4.20, acolo unde se observă cum fiecare structură conține astfel de inele rezonante (pentru a obține permeabilitatea magnetică $\mu < 0$ negativă) și niște conductori metalici (pentru a obține permitivitatea $\epsilon < 0$ negativă). Tipul acesta de structură a fost testată apoi în laboratoarele companiei aeriene Boeing, iar rezultatele au confirmat așteptările: în domeniul microundelor indicele de refracție n este *negativ*!

Odată cu această demonstrație, cercetătorii au înțeles că astfel de materiale pot fi construite în laborator, atunci când ele nu există în natură. Din acel moment a luat startul o adevărată cursă între laboratoarele din lume, conducând la construcția unor materiale cu proprietăți noi. Materialele nu au neapărat indice de refracție negativ, ci au proprietăți date de aplicația specifică în care acestea trebuie folosite. Ele combină proprietăți *anizotropice* extrem de diferite, periodicități în structură sau, eventual (dar nu neapărat necesar), indice de refracție negativ. Astfel de materiale au început să fie numite *metamateriale.*

Un succes imediat a venit de la un grup de cercetători de la Universitatea din Berkeley, care au arătat experimental că metamaterialele pot fi folosite la construcția unei *superlentile.* Aceasta ar avea o rezoluție mult mai bună decât a lentilelor obișnuite, care sunt obligate să se limiteze la detalii mai mari decât lungimea de undă a luminii folosite.

Ideea de a folosi metamateriale pentru construcția unor lentile cu o rezoluție mult mai bună (superlentile) a fost promovată puternic tot de John B. Pendry, despre care am vorbit mai înainte. Pendry și-a imaginat un metamaterial perfect, în care permitivitatea și permeabilitatea magnetică ar fi opuse celor ale vidului: $\epsilon = -\epsilon_0$ și $\mu = -\mu_0$. El a denumit un astfel de material (cu indice de refracție $n = -1$ negativ!), cumva spectaculos, „antivid" (vezi figura 4.21). Ce s-ar întâmpla dacă am avea o interfață plană între vid și un astfel de „antivid", și am așeza în vid un obiect în fața acestei interfețe? Care ar fi imaginea acelui obiect în „antivid"?

Legile refracției într-un astfel de mediu ne spun că unghiul de refracție r al unei raze de lumină va fi egal cu

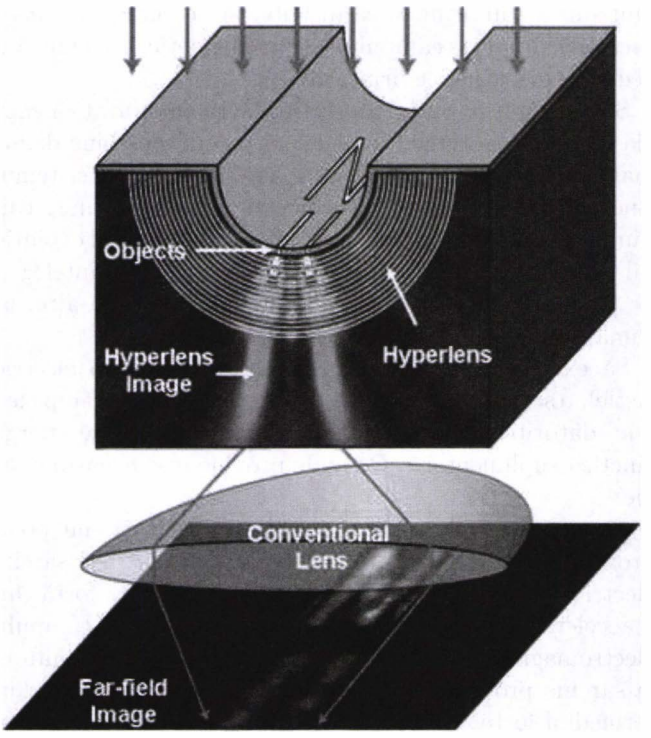

Figura 4.22: *În figura de sus este reprezentat o jumătate de cilindru în care au fost încrustate pe interior litere cu dimensiuni de aproximativ* 150 *nm, mai mici decât lungimea de undă a luminii folosite (*365 *nm). În jurul cilindrului a fost construită o superlentilă, printr-o structură succesivă de straturi de argint și oxid de aluminiu. Cilindrul este iluminat de sus, iar imaginea care se formează în partea de jos este apoi mărită din nou cu un microscop obișnuit. Partea de jos prezintă imaginea înregistrată de microscop. După cum vedem, superlentila face posibilă vizualizarea structurilor mai mici decât lungimea de undă a luminii folosite. Reprodus cu permisiunea AAAS din articolul „Far-Field Optical Hyperlens Magnifying Sub-Diffraction-Limited Objects" de Zhaowei Liu, apărut în revista* Science *Vol. 315 (2007).*

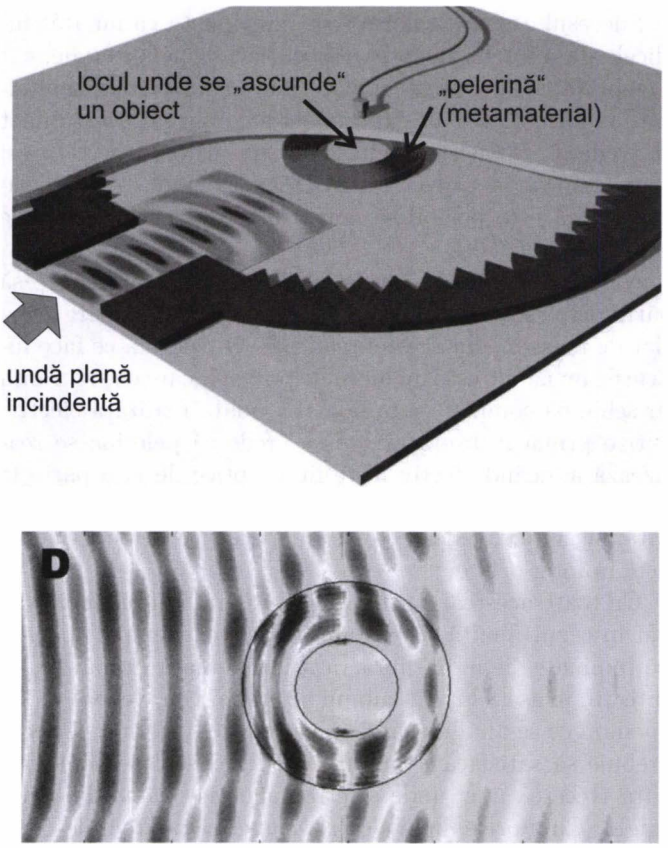

Figura 4.23: *În partea de sus este reprezentat schematic experimentul care demonstrează că este posibil să construim o pelerină ce face obiectele invizibile. „Pelerina" este în acest caz inelul din centrul figurii, făcut dintr-un metamaterial special, care ascunde un obiect conductor așezat în interiorul ei (nereprezentat în figură). Construcția are mărimi de ordinul centimetrilor, iar unda electromagnetică folosită (stânga sus) este în domeniul microundelor. În partea de jos este prezentat rezultatul măsurătorii, atunci când în interiorul „pelerinei" a fost așezat un obiect metalic. După cum vedem, o undă plană ce ajunge la structură este deformată local (ascunzând materialul din interiorul cilindrului) însă este reconstruită apoi la loc în dreapta sub forma undei plane. Un observator care măsoară această undă plană în dreapta nu ar bănui existența inelului din metamaterial și a obiectului de metal din interiorul lui. Reprodus cu permisiunea AAAS din articolul „Metamaterial electromagnetic Cloak at Microwave Frequencies" de D. Schurig, apărut în revista* Science *Vol. 314 (2006).*

cel de incidență i în valoare absolută, însă cu semn opus: $r = -i$. Aceasta înseamnă că imaginea unui punct din aer va fi un punct situat în material, simetric față de planul ce definește interfața (vezi figura 4.21). John B. Pendry a presupus însă că acest lucru este valabil nu numai pentru raze de lumină (care sunt o doar aproximare geometrică pentru dimensiuni mai mari decât lungimea de undă a luminii folosite) dar și pentru unde electromagnetice. Atunci imaginea unui obiect ce se formează în mediul de indice de refracție negativ este identică cu obiectul *în detalii mai mici decât lungimea de undă a luminii folosite.*

Dacă am alege un alt indice de refracție negativ al mediului, am obține o imagine mărită a obiectului, la fel ca pentru o lentilă obișnuită, care pune în evidență însă detalii mai mici decât lungimea de undă a luminii folosite, lucru pe care o lentilă obișnuită nu l-ar putea face. Am avea atunci o *superlentilă.*

Această supoziție a fost verificată experimental în anul 2007 de către un grup de cercetători de la Universitatea Berkeley. Ei au construit o superlentilă sub forma unui cilindru, folosind tehnici specifice metamaterialelor (vezi figura 4.22). Cu ajutorul acesteia s-au putut vizualiza structuri *mai mici decât lungimea de undă* a luminii folosite.

Interesantă este și maniera utilizată, deoarece cercetătorii au folosit mai întâi superlentila, pe care însă au atașat-o la un microscop obișnuit... Pe viitor deci, nu ar trebui neapărat să ne cumpărăm microscoape noi, deoarece va fi suficient să atașăm o astfel de superlentilă la microscopul nostru vechi. Astfel, superlentila mărește obiectul până la detalii mai mari decât lungimea de undă a luminii folosite, pentru ca apoi să mărim mai departe obiectul cu microscopul nostru obișnuit.

Succesul cercetătorilor a scos în evidență că nu atât indicele de refracție negativ este cheia noilor materiale, cât posibilitatea de a construi materiale cu anizotropii neîntâlnite în natură. Un alt experiment a confirmat acest punct de vedere. Astfel, în anul 2006, un grup de cercetători americani de la Universitatea Duke a demonstrat experimental că este posibil să construim o pelerină care face lucrurile *invizibile*!

Nu mă îndoiesc că un astfel de rezultat vă va face să săriți de pe scaun, de aceea înțelegeți și interesul larg acordat de mass-media acestei realizări. O pelerină ce face lucrurile invizibile este un lucru de poveste, care cu siguranță ar schimba complet viața noastră, odată realizată efectiv. Într-o primă instanță ați putea crede că pelerina se realizează aducând efectiv niște fibre optice de la o parte la alta a pelerinei. În acest fel lumina din spate ar ajunge în față, și noi am vedea ce este în spatele pelerinei și nu ce este în interiorul ei.

Cu toate acestea, o astfel de soluție nu funcționează decât în cazuri limită (la distanță mare de exemplu) pentru că lumina ce iese din fibră va fi împrăștiată în mai multe direcții, în așa fel încât sub un alt unghi vom vedea cu distorsiuni ce se află în spatele pelerinei. O pelerină perfectă trebuie să satisfacă o singură condiție: să lase nemodificată trecerea unei unde electromagnetice *plane* din orice unghi. Cum orice undă electromagnetică poate fi descompusă în unde plane, pelerina va rămâne invizibilă din orice unghi.

Aceasta este exact ceea ce au demonstrat cercetătorii de la Universitatea Duke, care au construit din metamateriale o structură capabilă să ascundă un obiect din fața unei unde plane, însă numai în domeniul microundelor, acolo unde lungimea de undă este de domeniul centimetrilor, în așa fel încât metamaterialul necesar a putut fi construit mai ușor. Rezultatul se vede în figura 4.23. Aici se observă cum un obiect metalic așezat în interiorul structurii circulare construite nu deformează unda plană în afara structurii. În acest fel, obiectul devine invizibil pentru oricine care observă unda electromagnetică din afară.

Metamaterialele sunt astăzi un subiect activ de cercetare în marile laboratoare ale lumii. De exemplu, Universitatea Berkeley a anunțat în anul 2008 un alt rezultat remarcabil, cel al construcției unui metamaterial pentru „pelerina" ce face obiectele invizibile, metamaterial care însă funcționează în domeniul luminii vizibile (atenție, au construit numai materialul, nu și pelerina întreagă). Cercetările demonstrează cu prisosință că nu trebuie să aruncăm prea devreme la coșul istoriei o teorie (ca aceea a electromagnetismului), crezând că este prea veche și că nu mai conține nimic nou...

41. Energia câmpului electromagnetic

Câmpul electromagnetic se întinde în tot spațiul, ocupând toate locurile pline sau goale din univers. Dar nu asta este surpriza cea mai mare. Mai ciudat este că acest câmp își distribuie energia în spațiu, că energia se deplasează dintr-un loc în altul, și că distribuția de energie dă *masă inerțială* și *impuls* câmpului electromagnetic, așa cum vom vedea în discuțiile ce urmează.

Să ne lămurim puțin. În secțiunea 19 am arătat că energia nu este o noțiune ezoterică, ci un concept bine definit matematic, care ne ajută să descriem mai bine sistemul. Energia totală a unui corp este un simplu număr, care rămâne constant de cele mai multe ori în decursul evoluției sale libere. Când spunem că energia se conservă, înțelegem de fapt că ea se transferă de la o componentă la alta, iar suma componentelor rămâne constantă.

Să exemplificăm acum cu o sarcină în câmp electric. Astfel, o sarcină electrică este accelerată într-un câmp electric, datorită forței electrice, și deci ea primește energie cinetică suplimentară. De unde provine însă această energie?

Deoarece noi nu am atins sarcina electrică, nu poate proveni de la noi. Singurul lucru care a „atins" sarcina electrică a fost *câmpul electromagnetic*. Singura forță care a accelerat sarcina este forța electrică, datorată câmpului electromagnetic. Atunci, cu siguranță, energia primită de la sarcină provine de la câmpul electromagnetic, prin intermediul forței electrice. Or, cine dă înseamnă că și are, ar spune un proverb... Trebuie să deducem că și câmpul electromagnetic are intrinsec o *energie*, pe care o dă parțial electronului ca să-l accelereze (vezi și figura 4.24).

Unde își stochează însă câmpul electromagnetic energia sa? Cum câmpul este extins în tot spațiul, ne așteptăm ca el să-și distribuie energia sa în *toate* punctele din spațiu. Fizicienii calculează distribuția de energie în spațiu, pornind de la forța electrică și magnetică, adică de la lucrul mecanic efectuat de câmp pentru deplasarea sarcinilor electrice. Știind câtă energie se consumă (pentru că vedem mișcarea sarcinilor electrice și deci putem afla energia primită de ele), calculăm nu numai câtă energie a dat câmpul electromagnetic, dar și de unde provine aceasta din spațiu, cu alte cuvinte distribuția ei spațială.

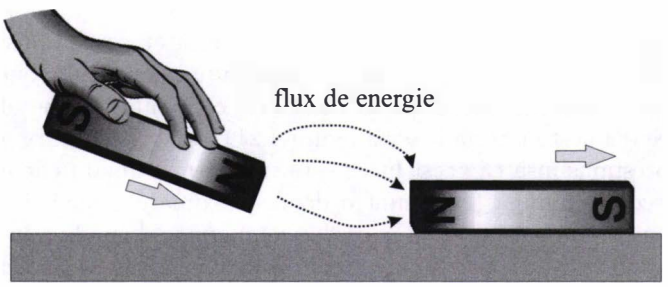

Figura 4.24: *Dacă ținem un magnet în mână și „împingem" cu polul său Nord un pol Nord al unui alt magnet, atunci primul magnet îl va „împinge" pe cel de-al doilea fără contact direct, prin aer. Cine îi furnizează energia de mișcare celui de-al doilea magnet și cum ajunge energia la el? Cum cel de-al doilea magnet este „atins" doar de câmpul magnetic, putem spune că energia provine doar de la câmpul magnetic. Pe de altă parte, este clar că noi împingem primul magnet, deci energia pe care noi am „pompat-o" se va duce în câmpul magnetic, care se va duce apoi în cel de-al doilea magnet.*

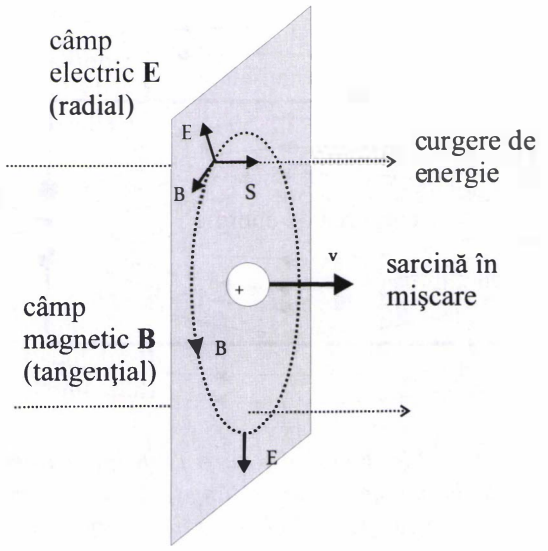

Figura 4.25: *În figură este exemplificată curgerea energiei câmpului electromagnetic generat de o sarcină electrică pozitivă, aflată în mișcare cu viteza* **v**. *Sarcina este localizată în centrul figurii. Într-un plan perpendicular pe direcția mișcării, câmpul electric* **E** *este radial, iar cel magnetic* **B** *este tangențial. Produsul vectorial al celor două câmpuri ne dă vectorul lui Poynting* $\mathbf{S} \sim \mathbf{E} \times \mathbf{B}$, *adică direcția de curgere a energiei câmpului electromagnetic. După cum se vede în figură, această direcție de curgere a energiei coincide cu cea a mișcării sarcinii electrice. Cu alte cuvinte, sarcina electrică își „cară" cu ea câmpul electromagnetic și energia asociată lui.*

În cazul câmpului electric din vid (fără sarcini electrice), rezultatul are o formă familiară, care spune că *densitatea de energie* spațială a câmpului electromagnetic este suma a două componente: una electrică și una magnetică. Fiecare din acești doi termeni ai energiei este proporțional cu pătratul câmpului (electric sau magnetic) în punctul respectiv. Este interesant de notat că partea electrică a energiei poate fi asociată *energiei cinetice* a câmpului electromagnetic, iar cea magnetică poate fi asociată *energiei potențiale* a câmpului electromagnetic.

Cum câmpul electromagnetic se modifică în timp, ne așteptăm ca energia electromagnetică să „curgă" în diverse direcții din spațiu, iar asta este exact ceea ce se întâmplă în practică. Vectorul care definește curgerea energiei electromagnetice de la un punct la altul se numește *vectorul Poynting*, după numele descoperitorului său. Matematic, vectorul Poynting este proporțional cu *produsul vectorial* al vectorului ce descrie câmpul electric și al celui ce descrie câmpul magnetic. Cei interesați găsesc detalii în căsuța matematică alăturată.

Calcul: ***Energia câmpului electromagnetic***

Densitatea de energie $w(\mathbf{r}, t)$ a câmpului electromagnetic în orice punct dintr-un spațiu vid fără sarcini electrice se calculează din câmpul electric $\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ și cel magnetic $\mathbf{B} = \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ după formula

$$w = \frac{\epsilon_0 \mathbf{E}^2}{2} + \frac{\mathbf{B}^2}{2\mu_0}$$

Energia totală într-un volum V este wV. Partea electrică din relația precedentă poate fi asociată *energiei cinetice*, iar cea magnetică poate fi asociată *energiei potențiale* a câmpului. Curgerea de energie este dată de vectorul lui Poynting $\mathbf{S}(\mathbf{r}, t)$:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{E} \times \mathbf{B}$$

Acesta ne spune în ce direcție și cît de mult curge energia electromagnetică, într-un punct din spațiu. De observat că, în cazul luminii, vectorul lui Poynting este orientat în direcția undei luminoase (vezi figura 4.12).

O interpretate particulară a vectorului lui Poynting se obține pentru cazul undelor electromagnetice. Aici, efectuând produsul vectorial, obținem că vectorul lui Poynting este orientat în *direcția de deplasare* a undei. Cu alte cuvinte, energia undei electromagnetice „curge" în direcția sa de mișcare. În cazul luminii, rezultatul imediat este că lumina poartă energie cu ea, în direcția sa de mișcare, lucru pe care îl simțim și noi de fiecare dată când ne încălzim mâna la lumina Soarelui.

Energia câmpului electromagnetic pare astfel că are o existență materială, ca o *substanță* care se deplasează în direcția undei. Acest lucru nu este departe de adevăr căci, așa cum vom vedea mai târziu, unei porțiuni de câmp electromagnetic i se asociază nu numai energie, dar și *masă inerțială*. Cu alte cuvinte, câmpul electromagnetic (și în particular unda electromagnetică) are inerție în „mișcarea" sa, deci poate fi și *cântărit* (considerând egalitatea dintre masa inerțială și cea gravitațională).

42. Transmisia energiei pentru câmpul electromagnetic

Într-un manual de liceu era o problemă interesantă, care suna cam așa: Dacă aprindem lumina de la un întrerupător care este la un kilometru distanță de bec, după cât timp se va aprinde becul? Răspunsul elevului este, de cele mai multe ori, că timpul acesta depinde de viteza curentului electric în linia de transmisie. Căci, într-o imagine simplistă, ne imaginăm că electronii trebuie să se deplaseze întâi de la întrerupător până la bec, pentru ca apoi, ajungând acolo, să formeze curentul electric ce ajută becul să ilumineze.

Imaginea de mai sus nu este cea corectă. Ceea se se întâmplă în realitate este că noi creăm un *câmp electromagnetic* odată ce pornim întrerupătorul. Câmpul se va deplasa cu viteza luminii de la sursa sa de energie atât

până la bec, cât și de-a lungul întregului circuit electric pe care îl închide. Apoi, acest câmp electromagnetic pune în mișcare electronii oriunde s-ar afla ei în circuitul electric. Prim urmare, lumina se va aprinde aproape instantaneu la capătul celălalt al liniei de transmisie.

Rețeaua electrică responsabilă de „aprovizionarea" noastră cu curent este un frumos exemplu privind rolul crucial jucat de câmpul electromagnetic. Prezentăm în continuare schema de funcționare a unui generator electric. (vezi figura 4.26). Într-o hidrocentrală, apa în cădere pune în mișcare elicele turbinei. Turbina are în construcția sa diverși conductori electrici (bobine) plasați într-un câmp magnetic. Electronii din metalul ce formează conductorul se vor mișca astfel într-un câmp magnetic, cu tot cu conductorul din care fac parte, într-o direcție oarecum perpendiculară pe câmpul magnetic și pe direcția conductorului. Conform formei vectoriale a *forței magnetice* $\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$, electronii vor fi angrenați în mișcare în direcția conductorului, generând astfel curent electric (aici $q = -e$ este sarcina electrică a electronilor, $\mathbf{v}$ este viteza cadrului, iar $\mathbf{B}$ este câmpul magnetic).

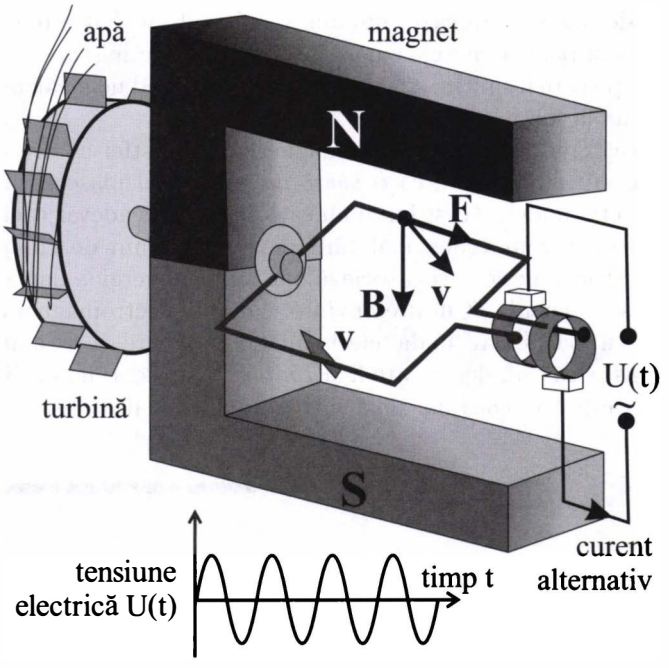

Figura 4.26: *În figură este schițată generarea de curent electric alternativ de către o turbină (de la o hidrocentrală de exemplu). Aceasta este conectată rigid cu rotorul generatorului, reprezentat simplificat printr-un cadru dreptunghiular metalic. Rotorul este pus astfel în rotație de către forțele generatoare de energie (apa de exemplu). Deoarece el se rotește într-un câmp magnetic, asupra electronilor din cadrul metalic va acționa forța magnetică, pentru că ei se mișcă odată cu cadrul metalic. Forța magnetică acționează de-a lungul cadrului, ceea ce înseamnă că electronii se vor mișca acum în cadrul metalic, generând astfel un curent electric. Deoarece sensul forței magnetice se schimbă, în funcție de apropierea de polul Nord sau Sud al magnetului, se generează curent electric alternativ.*

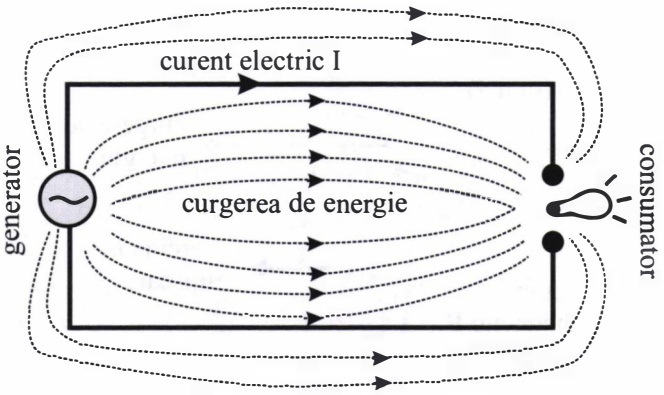

Figura 4.27: *În figură este exemplificată curgerea de energie de la un generator (stânga) la un consumator (dreapta). Contrar percepției generale, energia nu circulă prin firele electrice de tensiune ce conectează generatorul cu consumatorul. Energia generată circulă spre aparatele casnice prin aer, în linii mari așa cum este schițat în figură, sub forma energiei câmpului electromagnetic.*

Deoarece conductorul se rotește periodic într-un câmp magnetic constant, direcția sa de mișcare își schimbă periodic sensul. Ca atare, curentul electric își va schimba de asemenea periodic sensul în conductor. De aceea curentul electric generat este *alternativ*, cu o frecvență dată de rotația turbinei, și aleasă conform standardelor, în Europa, la valoarea 50Hz. Simplitatea acestui generator, împreună cu avantajele transformatoarelor de curent alternativ, a dus la alegerea curentului alternativ ca standard pentru transportul curentului electric.

Imaginea de mai sus nu spune însă toată povestea. Căci, odată ce electronii din conductor încep să se miște, ei creează un câmp magnetic variabil, care, la rândul lui, creează un câmp electric variabil și tot așa mai departe. Pornind de la generator, se creează astfel un *câmp electromagnetic*, care este „aruncat" pur și simplu în spațiu cu viteza luminii. Acest câmp electromagnetic se întinde apoi în tot spațiul, dar el nu generează curenți electrici decât în conductorii care sunt conectați electric cu generatorul, deoarece conductorii închid circuitul (în termeni tehnici, rezistența lor electrică este foarte scăzută).

Vedem astfel că electronii din generator nu trebuie să se deplaseze până la celelalte componente electronice ale circuitului pentru a le alimenta, ci energia generată în turbină este adusă de către câmpul electromagnetic prin aer, cu viteza luminii, direct în frigiderele și televizoarele noastre, pentru a pune în mișcare electronii din aceste echipamente electrice (vezi figura 4.27).

Un alt mod de a privi problema este să observăm că orice aparat electrocasnic conectat la generator formează, prin intermediul rețelei de tensiune, o *buclă închisă* împreună cu generatorul. Prin această buclă uriașă (pentru că se întinde de la generator la echipamentele electrocasnice) trece câmpul magnetic al generatorului. Cum firele electrice ale generatorului se rotesc, se va schimba și fluxul magnetic (totalitatea câmpului magnetic) prin circuitul *total*. Acest flux magnetic variabil va induce curent electric *în tot circuitul*, conform legii de inducție magnetică a lui Faraday. Cu alte cuvinte, este din nou câmpul electromagnetic cel

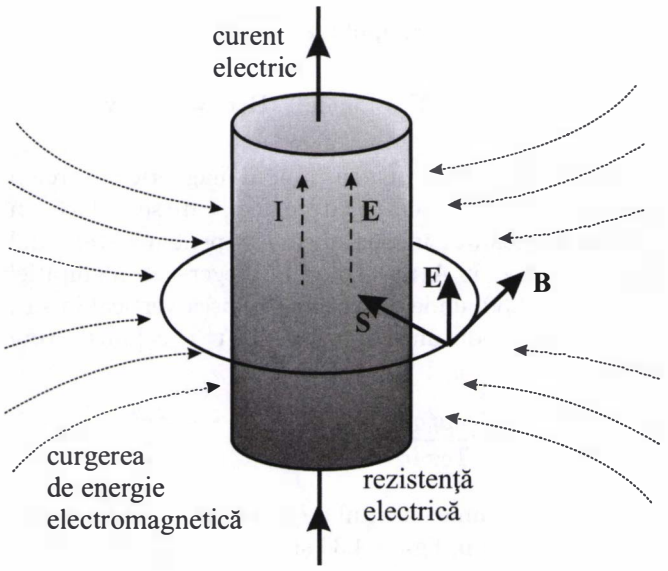

Figura 4.28: *În figură este reprezentată curgerea de energie din jurul unei rezistențe electrice. Aici câmpul electric* **E** *este orientat longitudinal față de direcția de curgere a curentului, iar câmpul magnetic, tangențial. Cum vectorul Poynting* **S** *(cel care dă curgerea de energie) este produsul vectorial al celor doi vectori de câmp electric* **E** *și magnetic* **B**, *el va fi orientat către rezistență. Cu alte cuvinte, rezistența nu își primește energia prin firele conductoare de electricitate, ci prin aer de la câmpul electromagnetic, mai precis prin părțile laterale ale rezistenței.*

care induce curent electric în toate circuitele conectate la generator, fie ele frigidere sau televizoare. Electronii nu pleacă de la generator pentru a duce cu ei energia în echipamentele electrice necesare.

Un alt exemplu este cel al unei rezistențe electrice alimentată de la generator. *Energia* consumată de rezistență provine de la generator, și ne interesează acum cum arată acest proces de transfer de energie, care trebuie să aibă loc prin intermediul câmpului electromagnetic.

Cu ajutorul vectorilor de câmp electric și magnetic putem reconstrui *vectorul lui Poynting* de transport al energiei electrice din vecinătatea rezistenței (vezi figura 4.28). Surprinzător, vom vedea că vectorul lui Poynting este orientat din afara rezistorului către interiorul lui. Cu alte cuvinte, contrar intuiției noastre, energia câmpului electromagnetic este transferată prin partea laterală a rezistorului, prin aer și nu de-a lungul conductorului electric care alimentează rezistența!

Dacă am desena acum toată „curgerea" energiei date de generator, am obține următoarea schemă: energia apei în cădere este transferată câmpului electromagnetic, prin intermediul generatorului. Această energie pleacă mai departe de la generator către consumatori *prin aer*. În cazul rezistenței, energia intră pe părțile laterale în rezistor, punând electronii în mișcare.

O parte din energia electromagnetică se pierde în spațiu, sub formă de unde electromagnetice de frecvență 50Hz. În acest fel, întreaga rețea terestră de transport al electricității acționează ca o uriașă antenă care transmite continuu în spațiu semnale electromagnetice de pe planeta noastră. Ele definesc astfel civilizația noastră ca pe o civilizație „electromagnetică". Din păcate, aceste semnale circulă cu viteza maximă a luminii, deci ele nu au ajuns deocamdată la o distanță prea mare (aproximativ 100 de ani lumină). De aceea suntem probabil „necunoscuți" celor mai multe civilizații extraterestre care ar fi în căutarea noastră pe baza semnalelor electromagnetice transmise...

43. Masa inerțială a câmpului electromagnetic

Construcția unei teorii fizice, ca cea a câmpului electromagnetic, aduce cu sine mereu probleme noi. Nu este de mirare, căci noua teorie vine să se așeze ca o piesă într-un joc de puzzle, și nimeni nu ne garantează că ea se va potrivi exact. Un exemplu clar este problema *masei electronului*, care se complică odată ce realizăm că electronul generează un câmp electromagnetic de care este înconjurat mereu.

Să ne reamintim definiția masei inerțiale a unui corp. *Masa inerțială* definește rezistența cu care un corp se opune când vrem să-l accelerăm. Cu cât masa lui inerțială este mai mare, cu atât este mai greu să-l accelerăm. Cu alte cuvinte, atunci când vrem să accelerăm un corp, trebuie să-i dăm energie, iar masa inerțială este o măsură a cantității de energie pe care trebuie s-o „pompăm" pentru a aduce corpul la o anumită viteză. Cu cât masa inerțială este mai mare, cu atât este mai mare și cantitatea de energie pe care trebuie s-o folosim.

Dacă însă corpul este încărcat electric, atunci el are *în plus* și un câmp electromagnetic în jurul lui, care poartă o energie distribuită în tot spațiul, așa cum am văzut în secțiunea precedentă. Dacă acest corp încărcat electric este accelerat la o altă viteză, se *schimbă* și distribuția de câmp electromagnetic din jurul lui, deci și distribuția de energie. În final, energia totală din câmpul electromagnetic poate fi mai mare sau mai mică decât înainte, în funcție de viteza corpului.

Vedem că, dacă vrem să accelerăm un corp încărcat electric, trebuie sa „pompăm" energie nu numai în partea de energie cinetică a corpului însuși (datorită masei sale intrinseci), dar și o *energie suplimentară* în câmpul electromagnetic din jurul corpului.

Aceasta înseamnă, în practică, că trebuie să consumăm de *două ori* energie pentru a accelera un corp încărcat cu sarcină electrică: o parte din energia consumată se duce în accelerarea corpului propriu-zis, și o parte se redistribuie în câmpul electromagnetic al sarcinii (vezi figura 4.29).

Am putea încerca să calculăm distribuția de energie a câmpului electromagnetic din jurul unui electron. Distribuția depinde însă de modelul ales pentru electron. Dacă ne imaginăm că electronul este o sferă de rază finită pe suprafața căreia se află sarcini electrice distribuite uniform și că viteza lui e mică în comparație cu viteza luminii, calculul este mai simplu. El ne arată că energia totală stocată în câmpul electromagnetic din jurul unui electron în mișcare are două componente, una statică și alta dinamică.

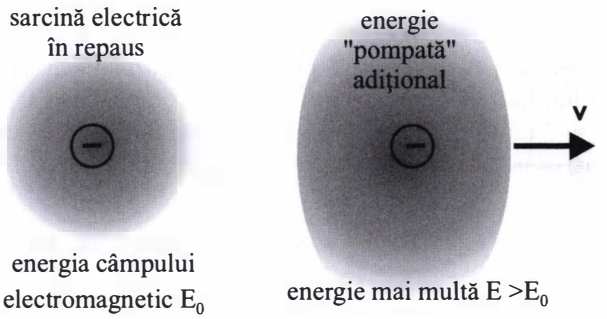

Figura 4.29: *În stânga este reprezentată distribuția de energie stocată de câmpul electromagnetic pentru un electron. În dreapta este reprezentată energia electromagnetică în cazul în care electronul este în mișcare. După cum ne sugerează figura, atunci când electronul este în mișcare, câmpul electromagnetic stochează mai multă energie. Astfel, când punem în mișcare electronul, trebuie să pompăm energie suplimentară în câmpul electromagnetic. Împingând electronul, vom avea senzația că este mai greu, ca și cum electronul ar avea o masă inerțială mai mare, cu o componentă m_{em} care se numește „masă electromagnetică" și care se datorează în exclusivitate câmpului electromagnetic.*

Componenta statică este dată de câmpul electric, și ea este invers proporțională cu raza electronului. *Componenta dinamică* este dată de câmpul magnetic și ea crește cu pătratul vitezei electronului $E_{em} = m_{em}v^2/2$, unde v este viteza sarcinii, iar prin m_{em} am desemnat constanta de proporționalitate. Cei interesați găsesc mai jos o căsuță matematică cu acest calcul.

Calcul: ***Masa electromagnetică***

Să calculăm energia înmagazinată în câmpul electromagnetic pentru o sarcină electrică q ce se deplasează cu o viteza $\mathbf{v}$ mică în comparație cu viteza luminii. Vom modela sarcina electrică cu o sferă goală de rază R, ce are sarcina distribuită uniform pe suprafață (vezi figura 4.30), și vom considera că ea se află în originea sistemului de axe.

Densitatea de energie electromagnetică $w(\mathbf{r})$ în punctul $\mathbf{r}$ a fost introdusă în secțiunea 41. Folosind forma câmpului electromagnetic din secțiunea 22, obținem energia W_e datorată câmpului electric:

$$W_e = \int \frac{\epsilon_0 \mathbf{E}^2}{2} dV; \quad \text{unde} \quad \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\frac{\mathbf{r}}{r}$$

Datorită simetriei sferice (vezi figura 4.30) câmpul electric va fi nul în interiorul sferei. Densitatea de energie depinde doar de r și putem integra pe toată suprafața unei sfere de rază r, folosind $dV = 4\pi r^2 dr$:

$$W_e = \int_R^\infty \frac{\epsilon_0}{2}\frac{q^2}{16\pi^2\epsilon_0^2}\frac{1}{r^4}(4\pi r^2 dr) = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 R}$$

Energia stocată în câmpul magnetic va avea forma:

$$W_m = \int \frac{\mathbf{B}^2}{2\mu_0} dV; \quad \text{unde} \quad \mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0 q}{4\pi r^3}\mathbf{v}\times\mathbf{r}$$

Forma de mai sus pentru câmpul magnetic al sarcinii este o aproximație pentru viteze mici, care se deduce din relația prezentată în secțiunea 128 pentru potențialul magnetic vector $\mathbf{A}(\mathbf{r})$. Folosind alegerea configurației din figura 4.30, unde electronul se mișcă vertical în sus, și definiția produsului vectorial $|\mathbf{v}\times\mathbf{r}| = vr|\sin\theta|$, vom avea mai întâi:

$$\frac{\mathbf{B}^2}{2\mu_0} = \frac{1}{2\mu_0}\frac{\mu_0^2 q^2}{16\pi^2 r^6}(v^2 r^2 \sin^2\theta) = \frac{\mu_0 q^2 v^2}{32\pi^2 r^4}\sin^2\theta$$

Folosind acum elementul de volum $dV = r^2\sin\theta\cdot d\theta\cdot d\phi\cdot dr$ detaliat în figura 4.30 și integrând în afara sferei de rază R vom avea:

$$W_m = \int_R^\infty dr\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta\int_0^{2\pi} d\phi\,(r^2\sin\theta)\left[\frac{\mu_0 q^2 v^2}{32\pi^2 r^4}\sin^2\theta\right] =$$

$$= \frac{\mu_0 q^2 v^2}{16\pi}\frac{1}{R}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\sin^3\theta d\theta = \frac{\mu_0 q^2}{12\pi R}v^2 = \frac{m_{em}v^2}{2}$$

Mai sus am folosit relația $\int\sin^3 d\theta = 4/3$ ce se calculează mai întâi integrând pe lungimea unui semicerc:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^3\theta d\theta = -\int_0^{\frac{\pi}{2}}(1-\cos^2\theta)d(\cos\theta) =$$

$$= \left(-\cos\theta + \frac{cos^3\theta}{3}\right)\Bigg|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{3}$$

În rezultatul obținut vedem că energia cinetică este dată de câmpul magnetic, deoarece variază cu pătratul vitezei, iar cea de repaus de câmpul electric, deoarece nu depinde de viteză. Înlocuind m_{em} în forma energiei electrice și folosind relația pentru viteza luminii $\epsilon_0\mu_0 = 1/c^2$, avem pentru energia totală $E_{em} = W = W_e + W_m$ următoarea formă:

$$\boxed{E_{em} = \frac{3}{4}m_{em}c^2 + \frac{m_{em}v^2}{2}} \quad \text{unde} \quad m_{em} = \frac{\mu_0 q^2}{6\pi R}$$

Rezultatul este remarcabil. El ne spune că masa electromagnetică m_{em} depinde invers proportional de raza R a sarcinii și că ea contribuie la energia de repaus într-o formă asemănătoare celei prezise de Einstein.

Din mecanica clasică știm că energia cinetică a unui corp punctiform crește cu pătratul vitezei sale, $E_c = mv^2/2$, unde m este masa de repaus a electronului. Energia pe care trebuie s-o pompăm în electron se va duce atunci în energia sa cinetică E_c, dar și în energia sa electromagnetică $E_{em} = m_{em}v^2/2$. Ambele cresc însă cu *pătratul vitezei*!

Coincidența este mai mult decât binevenită, căci în acest caz putem aduna ușor cei doi termeni și putem simplifica problema: $E_c + E_{em} = (m + m_{em})v^2/2 = m_{exp}v^2/2$. Vedem că masa experimentală (măsurată) a electronului m_{exp} are două componente: masa *inerțială*

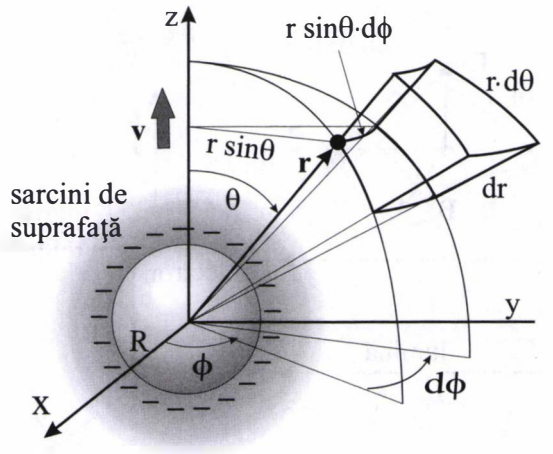

Figura 4.30: *În figură este prezentat un model al electronului de rază R, ce are sarcini electrice pe suprafața sa, distribuite uniform. Electronul este în mișcare rectilinie uniformă cu viteza $\mathbf{v}$ în direcția verticală. Coordonatele sferice detaliază elementul de volum $dV = (dr)(rd\theta)(r\sin\theta d\phi)$ necesar pentru calculul energiei câmpului electromagnetic.*

m (corespunzând unei particule fără sarcină electrică) și *masa electromagnetică* m_{em} (cea înmagazinată în câmpul electromagnetic).

Punând altfel problema, am putea spune la fel de bine că masa măsurată a unui electron conține și o parte suplimentară asociată câmpului electromagnetic. Căci, pe bună dreptate, atunci când măsurăm masa electronului, măsurăm de fapt *energia* pe care trebuie să o pompăm, neștiind precis unde se duce ea (în accelerarea electronului sau în câmpul electromagnetic). Cu alte cuvinte, dacă nu știm precis geometria electronului (ca să calculăm câmpul electromagnetic) habar n-avem câtă energie pompăm în masa inerțială și câtă în câmpul electromagnetic.

În acest fel nu vom ști nici care este masa reală a electronului (în absența sarcinii electrice), căci întotdeauna măsurăm numai *suma* celor două componente (masa inerțială și masa dată de câmpul electromagnetic). Această sumă a fost identificată în secțiunile precedente ca fiind masa de $9,1 \cdot 10^{-31}$kg a electronului, deși ea nu ne spune nimic despre masa originară a electronului. Cum ieșim din încurcătură? Cât este masa originară a electronului (în absența sarcinii electrice) și cât este contribuția câmpului electromagnetic la masa inerțială?

O propunere revoluționară este că masa totală m_{exp} a electronului (cea pe care o măsurăm experimental) să fie dată *numai de câmpul electromagnetic* $m_{em} = 9,1 \cdot 10^{-31}$kg și deci că partea clasică a masei electronului să fie identic nulă ($m = 0$). Folosind relația pentru m_{em}(vezi căsuța matematică), se calculează că acest lucru se întâmplă când electronul are aproximativ dimensiunile unui nucleu de atom ($R \approx 10^{-15}$m). În acest caz, electronul ar putea fi o particulă fără masă intrinsecă, iar toată masa inerțială ar fi dată numai de câmpul electromagnetic al electronului. Cu alte cuvinte, când accelerăm electronul, noi pompăm energie numai în câmpul electromagnetic și asociem acest efect, în necunoștință de cauză, unei mase inerțiale ipotetice care de fapt nu ar exista...

Întorcând argumentul, putem spune că dimensiunea clasică a unui electron trebuie să fie *mai mare* decât 10^{-15}m. Dacă ar fi mai mică, sarcina electrică prea concentrată a electronului ar crea un câmp electric extrem de intens (în mod special în apropierea lui), a cărui masă inerțială ar *depăși-o* pe cea măsurată experimental. Cu alte cuvinte, electronul clasic trebuie să fie mai mare decât nucleul unui atom.

Desigur, fizicienii sunt conștienți că o parte a masei electronului trebuie să fie masa electromagnetică, însă le vine greu să separe cele două componente. De aceea ei consideră masa *experimentală* a electronului clasic toată masa sa (incluzând-o pe cea a câmpului electromagnetic), iar când studiază mișcarea inerțială a electronului ignoră câmpul electromagnetic (pentru că deja a fost inclus în masa inerțială).

Partea interesantă nu se oprește însă aici. Astfel, considerând un model al electronului ce are sarcina electrică împrăștiată pe suprafața unei sfere (vezi căsuța matematică), obținem energia *statică* a câmpului electromagnetic E_e, cea care este stocată în câmpul electric și este prezentă chiar și atunci când electronul nu se mișcă. Putem exprima această energie statică în funcție de masa electromagnetică m_{em} a electronului, cea care apare în componența *dinamică* a energiei pe care trebuie s-o pompăm când electronul se mișcă. Ajungem atunci la o relație care este, în cazul nostru particular, $E_{st} = 3/4 \cdot m_{em}c^2$ similară cu celebra formulă a lui Einstein $E = mc^2$.

Desigur, calculul de mai sus depinde de forma particulară a modului în care am ales să descriem electronul clasic (ca o sferă, cub etc). Faptul că există energie înmagazinată în câmpul electromagnetic atunci când electronul este static și că această energie are o formă similară cu formula lui Einstein, care va fi dezvoltată abia în cadrul teoriei relativității, nu poate decât să ne surprindă. Înseamnă că, într-o formă sau alta, electromagnetismul poartă în sine germenii teoriei relativității.

După cum vedem, fizica clasică ne spune că electronul trebuie să fie mai mare decât 10^{-15}m. Astfel, dacă electronul ar fi mai mic, atunci câmpul electric ar fi prea concentrat în apropierea lui și ar genera o energie a câmpului foarte mare. Așa cum am văzut în paragrafele precedente, această energie ar conduce la o masă inerțială m_{em} prea mare a câmpului electromagnetic, masă care ar trebui inclusă în masa experimentală a electronului, dar care nu poate depăși valoarea măsurată de $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$kg.

Problema apare când realizăm că experimentele moderne sugerează totuși o dimensiune a electronului mai mică decât 10^{-15}m, apropiindu-se chiar de valori de ordinul 10^{-18}m. Ce ne facem atunci? Cum rămâne cu masa electronului care trebuie să includă componenta electromagnetică ce ar fi prea mare? Aici fizica clasică nu are nici un răspuns satisfăcător...

În plus, mai rămâne să construim în aceste modele clasice ale electronului și mecanisme prin care sarcina electronului se păstrează la un loc. În cazul sferei, ceva trebuie să țină toate sarcinile de pe suprafață la un loc, altfel electronul ar exploda datorită forțelor de repulsie electrică dintre sarcinile de pe suprafață.

După cum vedem, abordarea clasică are nenumărate probleme dacă încercăm să găsim „modelul" unui electron. Din fericire, fizica modernă consideră electronul o

particulă *punctiformă* și atunci scapă de problemele modelului. Ea rămâne însă cu problema *masei* electronului, căci atunci masa câmpului electromagnetic (parte a masei electronului) devine mult mai mare decât cea măsurată experimental, chiar *infinită* în cazul sarcinii punctiforme... Unde este soluția?

Așa cum vom vedea în secțiunea 147, o primă soluție a acestei probleme, moștenite din electromagnetismul clasic, se găsește într-o rezolvare ad-hoc a mecanicii cuantice, rezolvare ce poartă numele de *renormare.* Această teorie consideră electronul punctiform și ajustează masa inerțială originară m a electronului în așa fel încât masa totală (suma masei inerțiale și a cele înmagazinate în câmpul electromagnetic) să fie egală cu masa experimentală măsurată.

La o primă privire, am putea crede că această masă originară m trebuie să fie infinit negativă, pentru a compensa masa infinit pozitivă a câmpului electromagnetic și a da o sumă finită a masei totale (cea observată în practică). Cu toate acestea, în mecanica cuantică energia înmagazinată în câmpul electromagnetic este diferită și problema este mai puțin gravă, deși și acolo apar infiniți dacă se iau în calcul toate procesele. De aceea nimeni nu se aventurează azi să spună care este masa „reală" a electronului, pentru că ea depinde de modelul ales, de aproximațiile folosite, însă în toate modelele ea este diferită de valoarea experimentală $9,1 \cdot 10^{-31}$kg.

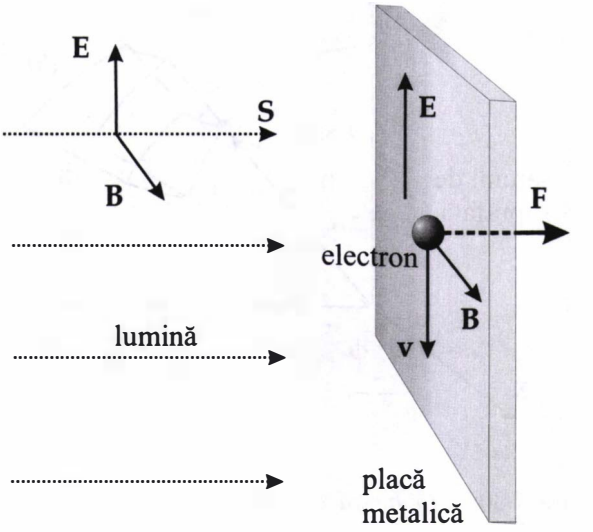

Figura 4.31: *În figură este prezentată explicația clasică a presiunii luminii. Aici o rază de lumină aflată în stânga (o undă electromagnetică) cade pe o placă metalică, aflată în dreapta. Câmpul electric* $\mathbf{E}$ *al luminii pune în mișcare electronii din metalul pe care cade, în planul suprafeței, prin intermediul forței electrice. Electronii vor avea la început o viteză* $\mathbf{v}$ *paralelă cu câmpul electric. Apoi, asupra electronilor în mișcare acționează și forța magnetică* $\mathbf{F}$*, ea fiind dată de produsul vectorial al vitezei electronului cu câmpul magnetic* $\mathbf{F} = -e\mathbf{v} \times \mathbf{B}$*, unde* e *este sarcina electronului în valoare absolută. După cum vedem din figură, forța magnetică împinge electronii în material și ea poate fi interpretată ca o presiune a luminii asupra plăcii metalice.*

44. Presiunea luminii
Cum putem cântări lumina.

Cum câmpul electromagnetic are *masă inerțială*, e obligatoriu ca el să aibă și *masă gravitațională.* Cu alte cuvinte, câmpul electromagnetic va fi atras de Pământ! Aceasta se datorează principiului de echivalență al masei inerțiale și celei gravitaționale, principiu pe care l-am menționat în cadrul secțiunii 13. Desigur, acolo am discutat cazul particular al corpurilor, iar acum vorbim de câmpuri, însă de ce nu am îndrăzni să generalizăm? Câmpul electromagnetic are deci masă gravitațională, ce este distribuită în spațiu. Dacă am putea tăia o bucată din spațiu, și am putea cântări câmpul electromagnetic de acolo, să nu ne mire atunci că am măsura o greutate *nenulă*!

Mai târziu vom vedea că acest principiu de echivalență al celor două mase își face loc în cadrul teoriei relativității. Tot acolo se arată că energia E este echivalentă cu masa, prin celebra formulă a lui Einstein $E = mc^2$, unde c este viteza luminii. Dacă am ști precis configurația campului electromagnetic clasic, nu ar trebui decât să împărțim *densitatea de energie* a câmpului electromagnetic la c^2, pentru a obține *densitatea de masă* a câmpului în orice punct din spațiu. Astfel putem calcula imediat cât cântărește un metru cub de câmp electromagnetic, dintr-o anumită zonă de spațiu!

Cu toate acestea, nu vrem să anticipăm prea mult, pentru a rămâne oarecum în limitele ecuațiilor lui Maxwell, cu cât mai puține adăugiri. Aici, să recunoaștem, nu este clar cum se distribuie *masa* câmpului electromagnetic peste tot în spațiu. La urma urmei, atunci când accelerăm electronul, trebuie să pompăm o energie suplimentară care se transferă câmpului electromagnetic. Masa inerțială suplimentară o atribuim însă electronului, căci pe el îl împingem. Ideal ar fi să găsim un caz în care să cântărim numai câmpul electromagnetic din vid, fără să luăm în considerare sarcinile electrice care l-au generat.

Un astfel de caz extrem de interesant este cel al undelor electromagnetice, în particular al *luminii.* Aceasta se deplasează în spațiu în absența sarcinilor electrice care au generat-o. Vom arăta că și lumina se *cântărește* (deci are o greutate), că ea exercită o *presiune* fizică asupra materialelor și că se ciocnește de pereți (deci are impuls). Cum putem arăta din ecuațiile lui Maxwell că lumina are un impuls? Iată cum.

Să presupunem că lumina se ciocnește de un perete *metalic* (vezi figura 4.31). În acest caz, lumina va interacționa cu electronii din metal, prin intermediul câmpului electric și câmpului magnetic ce reprezintă oscilațiile sale. Într-o primă instanță, să observăm că ambele câmpuri acționează în planul suprafeței metalice, dacă lumina cade vertical pe suprafață.

Atunci, câmpul electric pune în mișcare electronii în planul suprafeței metalice, prin intermediul forței electrice, care are aceeași direcție ca și câmpul electric. Forța magnetică este însă dată de produsul vectorial al vitezei și

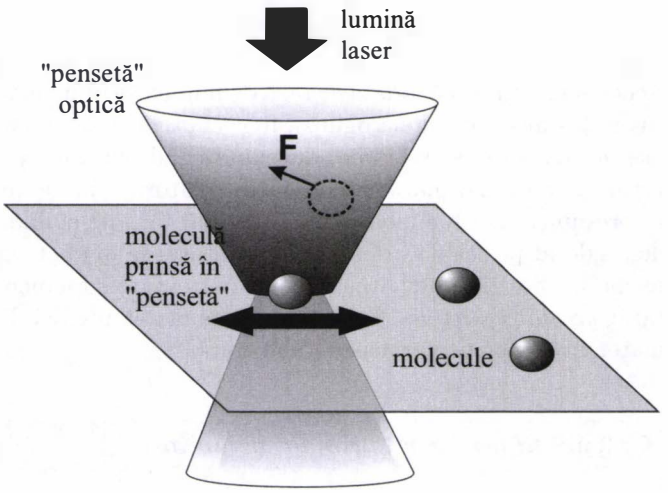

Figura 4.32: *În figură este exemplificat cum, cu ajutorul unei „pensete optice", se manipulează particule microscopice sau molecule așezate pe o suprafață. „Penseta optică" este în esență o rază de laser focalizată pe o suprafață unde se află moleculele pe care vrem să le manipulăm. Câmpurile electrice și magnetice ale razei laser (ale luminii) acționează direct asupra moleculei. Cu toate că aceste câmpuri sunt oscilatorii, se poate arăta că forța medie* **F** *asupra unei molecule dielectrice (polarizabile) împinge molecula din toate părțile către centrul conului luminos. În acest fel, molecula este obligată să se deplaseze odată cu raza de lumină a laserului, fiind trasă mereu către centrul razei de lumină.*

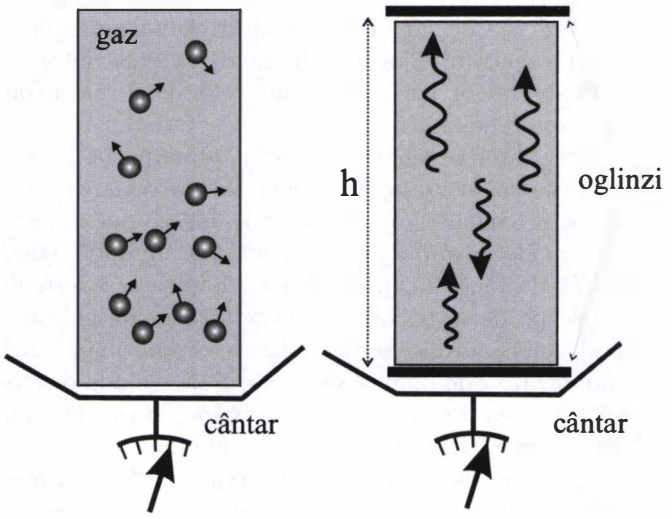

Figura 4.33: *În figura din stânga este prezentată cântărirea un gaz iar în cea din dreapta cântărirea luminii. În stânga, densitatea gazului scade cu înălțimea, pentru că mai puține molecule pot urca în câmp gravitațional. Ca atare forța de impact asupra peretului de jos al cavității este mai mare decat cea asupra peretelui de sus, generând o forță totală de greutate a gazului. În dreapta, raza de lumină se mișcă între două oglinzi. Aici lungimea de undă a luminii crește (frecvența scade) odată ce raza de lumină urcă în câmp gravitațional, efect ce este descris de teoria relativității generale. Aceasta face ca și presiunea luminii asupra peretului de sus să fie mai mică decât cea asupra peretului de jos. Diferența ne dă greutatea luminii, care se dovedește a fi exact* $m = E/c^2$*, unde* E *este energia stocată în câmpul electromagnetic al luminii.*

mărimii câmpului magnetic. Ea va fi deci perpendiculară atât pe vectorul de viteză **v**, cât și pe vectorul **B** al câmpului magnetic. Cum însă ambii sunt vectori în planul suprafeței, forța magnetică va acționa *perpendicular pe suprafață*, mai precis în direcția luminii (vezi figura 4.31).

Vedem cum, datorită combinației de câmpuri electrice și magnetice, lumina va împinge mai adânc electronii în metal, și deci va exercita o presiune asupra metalului. Vorbim în acest caz de *presiunea luminii*. Matematic, se arată că presiunea luminii pe o suprafață de arie unitate este egală cu densitatea de energie a luminii.

Faptul că lumina poate exercita presiune a fost intuit încă din secolul XVII de Kepler. El a observat cum coada unei comete este îndreptată mereu în sens opus Soarelui și a presupus corect că efectul este datorat presiunii luminii, care împinge gazul și praful din jurul cometei în direcția opusă Soarelui. Astăzi, presiunea luminii se măsoară în laborator, și este folosită în diverse aplicații, de exemplu așa-numitele *pensete optice* (vezi figura 4.32). Pensetele optice sunt în stare să apuce bucățele mici de materiale, fără să le atingă! În acest fel, penseta optică va capta bucata mică de material numai cu ajutorul luminii și presiunii generate de ea.

Să considerăm acum o rază de lumină care se reflectă de o suprafață metalică. Am văzut că electronii din metal sunt împinși în suprafață de către câmpul electromagnetic (vezi figura 4.31). În termeni tehnici, spunem că electronii primesc un impuls de la câmpul electromagnetic în direcția de propagare a acestuia și perpendicular pe suprafață. Pe de altă parte, există o lege de *conservare a impulsului*, ceea ce înseamnă că și câmpul electromagnetic al luminii a avut impuls, pe care l-a cedat în parte suprafeței metalice.

Având impuls, ne așteptăm ca lumina să aibă și *masă inerțială*. Rezultatul nu ne surprinde, căci ne-am întâlnit cu acesta în secțiunea precedentă. Atâta doar că acum avem o diferență: vorbim de lumină, deci de un câmp electromagnetic liber, separat de sarcinile care l-au generat... Acest câmp electromagnetic liber are atunci masă inerțială și deci automat și *masă gravitațională*, conform principiului de echivalență al celor două. Lumina poate fi cântărită, însă cum să efectuăm acest experiment? Cum să cântărim lumina?

Iată mai jos un experiment propus de doi cercetători de la divizia de cercetare a companiei Philips, Martin van der Mark și Gert' Hooft. Ei compară cântărirea luminii cu cântărirea unui *gaz*. Cum putem cântări gazul, când moleculele lui se tot plimbă în aer? Soluția simplă, dar mai puțin evidentă, este să închidem gazul într-un compartiment și să *cântărim* compartimentul când are gaz înăuntru și când nu are (atunci când este vidat). Surprinzător poate, diferența este chiar *greutatea* gazului. Aceasta chiar dacă moleculele de gaz își petrec o bună bucată de timp în aer, lovind pereții doar din când în când (vezi stânga figurii 4.33).

Urmărind această idee, să „închidem" lumina între două *oglinzi* reflectoare, așezate paralel cu Pământul, dar la înălțimi diferite (vezi dreapta figurii 4.33). Atunci lumina

ar circula între cele două oglinzi, când înspre cea de jos, când înspre cea de sus. Putem cântări cele două oglinzi, atât în prezența unei raze de lumină ce circulă între ele cât și în absența ei, iar din diferența celor două valori vom afla greutatea luminii.

Pentru a înțelege fenomenul, să ne uităm puțin la ciocnirea dintre raza de lumină și oglindă. Să remarcăm din discuțiile precedente că această ciocnire produce o *presiune luminoasă* asupra oglinzii (care este în fond o sticlă argintată, deci metalică). De câte ori lumina se lovește de partea de jos, de atâtea ori îi va da oglinzii de jos un brânci în jos și acul cântarului se va deplasa spre valori mai mari. De câte ori raza de lumină se va ciocni de oglinda de sus, de atâtea ori ea îi va da oglinzii un brânci în sus, iar acul cântarului se va deplasa spre valori mai mici.

Media acului cântarului este însă cea care dă greutatea celor două oglinzi în prezența sau absența razei de lumină. Dacă cele două brânciuri sunt identice, nu am făcut mare lucru. În acest caz, cele două ciocniri se vor compensa, iar media acului cântarului va fi *aceeași* chiar dacă lumina circulă între cele două oglinzi: prezența luminii nu va genera o greutate suplimentară.

De aceea să ne întoarcem la situația gazului, acolo unde are loc un proces similar de ciocniri. De fiecare dată când o moleculă de gaz lovește tavanul compartimentului sau podeaua sa, acestea primesc un „brânci" de la moleculă. Aici există însă un efect suplimentar care face diferența. Astfel, atunci când o moleculă de gaz urcă, ea câștigă energie potențială, dar *pierde* energie cinetică. Din această cauză densitatea gazului scade cu înălțimea, pentru că mai puține molecule ajung acolo. În consecință, va scădea și impulsul total pe care îl vor da moleculele tavanului cutiei în care se află, pentru că mai puține molecule îl lovesc.

Cu alte cuvinte, moleculele vor lovi în total mai mult podeaua cutiei decât tavanul său, pentru că sunt mai multe molecule apropiate de podea decât de tavan. Efectul total este că, în medie, acul cântarului se va deplasa într-o parte, arătând un compartiment mai greu dacă gazul este înăuntru, decât dacă acesta lipsește.

În cazul luminii, s-ar părea că nu avem un astfel de efect. Și, într-adevăr, în electromagnetismul clasic nu avem vreo interacțiune între câmpul gravitațional și unda electromagnetică. În electromagnetismul clasic impulsul primit de oglinda de sus este egal cu cel primit de oglinda de jos (dar de sens opus), iar *media* lor este zero.

De aceea trebuie să anticipăm puțin și să spunem că o interacțiune dintre câmpul electromagnetic și cel gravitațional există, și o vom discuta în cadrul teoriei relativității generale, în secțiunea 79. Ea ne spune că frecvența luminii *scade* odată ce lumina merge în sus, deci urcă în zone cu potențial gravitațional ridicat.

În electromagnetismul clasic însă, atât densitatea de energie a razei luminoase, cât și presiunea cu care apasă pe cele două oglinzi sunt *proporționale* cu frecvența luminii. Aceasta înseamnă că, odată ce raza de lumină se plimbă de sus în jos între cele două oglinzi, frecvența, energia și mai ales *presiunea* ei se schimbă, devenind când mai mici (la urcare), când mai mari (la coborâre). Datorită diferenței în presiune, raza luminoasă va apăsa mai tare pe oglinda de jos decât pe cea de sus, iar acum cântarul se va abate în medie în direcția potrivită, arătând o greutate suplimentară: *greutatea luminii*. Cei interesați de mai multe detalii matematice pot urmări căsuța alăturată.

Calcul: ***Masa gravitațională a luminii***

Dacă vrem să cântărim lumina, ne putem referi la figura 4.33 pentru a face calculele. Astfel, presiunea p aplicată pe unitatea de arie a unei oglinzi de către lumină este în electromagnetism egală cu densitatea de energie w, care la rândul ei se dovedește a fi proporțională cu frecvența luminii f, adică $p = w = af$, a fiind o constantă. Diferența dintre forța ce acționează pe oglinda de jos și cea de sus (considerate având aria A) este atunci

$$\Delta F = A\Delta p = A\Delta w = aA\Delta f$$

Diferența în frecvența razei de lumină când aceasta este sus sau jos se obține din teoria relativității ca fiind

$$\Delta f = \frac{fgh}{c^2}$$

Aici g este accelerația gravitaționlă, h este distanța dintre oglinzi, iar c este viteza luminii. Avem:

$$\Delta F = aA\frac{fgh}{c^2} = wA\frac{gh}{c^2}$$

Energia electromagnetică stocată în întregul volum de lumină este $W = whA$. Forța cu care lumina apasă mai mult pe oglinda de jos (greutatea luminii) devine

$$\Delta F = \frac{W}{c^2}g$$

Masa gravitațională a întregului volum devine $m = \Delta F/g = W/c^2$, un rezultat identic cu cel din teoria relativității.

5

De la electromagnetism către o teorie a relativității

În capitolul precedent am văzut că electromagnetismul, elaborat în secolul XIX, explică foarte bine fenomenele electrice și magnetice. Deși nu am insistat, pe parcursul prezentării teoriei am folosit *un singur sistem de referință inerțial* în care această teorie se elaborează. Desigur, am avut în minte un sistem de referință fix în raport cu Pământul, pe suprafața căruia am efectuat experimentele.

Problema majoră este că Pământul își *schimbă* direcția de mișcare în decursul unui an și, de fapt, noi am verificat, fără voie, aceleași legi ale lui Maxwell în *mai multe* sisteme inerțiale. Desigur, același lucru este valabil și pentru legile mecanicii newtoniene, unde această observație nu produce nimic special. În cazul electromagnetismului însă, așa cum vom vedea, constatarea de mai sus a produs o revoluție la începutul secolului XX și a dat naștere teoriei relativității.

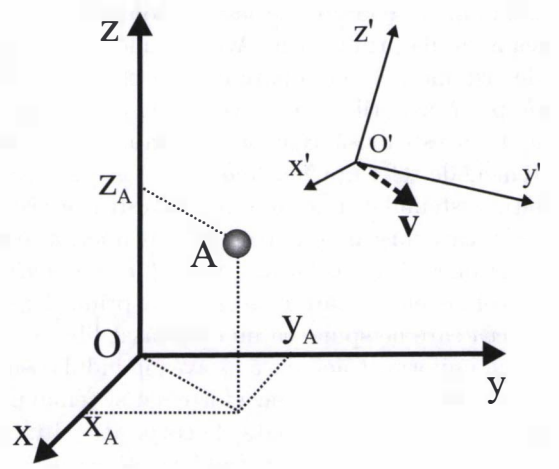

Figura 5.1: *Două sisteme de coordonate ortogonale (Oxyz și O'x'y'z') în mișcare unul față de altul cu viteza* **v**. *Poziția oricărui punct A se determină cu ajutorul a trei numere în fiecare dintre aceste trei sisteme de coordonate,* $\{x_A, y_A, z_A\}$ *sau* $\{x'_A, y'_A, z'_A\}$, *numere ce vor varia în timp.*

45. Echivalența sistemelor de referință inerțiale

În fizică, un *sistem de referință* reprezintă un ansamblu rigid de puncte din spațiu față de care se raportează poziția unui corp și căruia i se atașează un sistem de trei axe x, y, z, numite axe de coordonate. Pe parcursul acestui capitol vom avea în vedere numai sistemele de referință *ortogonale*, unde cele trei axe x, y, z sunt perpendiculare între ele.

Un sistem de referință ortogonal poate fi privit ca o hartă tridimensională: putem determina poziția oricărui punct cu ajutorul a trei coordonate x, y, z. Interesant este că putem alege, pentru aceeași situație, o infinitate de sisteme de referință; depinde unde așezăm centrul sistemului de coordonate și în ce direcție sunt orientate axele (vezi figura 5.1).

Pentru un moment de timp fixat, odată ce am ales sistemul de coordonate (originea și orientarea lui), putem determina poziția oricărui punct cu ajutorul coordonatelor sale. Problema se complică însă dacă vrem să studiem mișcarea corpurilor *în timp*. La prima vedere nu sunt probleme, căci putem alege un sistem de referință pe care să-l păstrăm mereu *același*. Dacă eu aleg originea chiar în colțul de sus al unei camere, iar cele trei axe date de cele trei muchii ce formează colțul, atunci pot determina poziția unui punct, *în orice moment*, prin trei numere ce se schimbă în timp $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$. Ele vor reprezenta *traiectoria* corpului.

În principiu, abordarea de mai sus este nu numai corectă, dar chiar și practică. Trebuie doar să înțelegem ceea ce se întâmplă cu sistemul de referință însuși. De multe ori avem senzația unui sistem de referință *absolut*, care stă fix, fără să se miște sau să se rotească, în aceeași poziție din spațiu. Acest lucru însă nu este adevărat, căci nimeni nu a putut găsi un astfel de sistem de referință absolut până acum.

De exemplu, în cazul colțului de cameră, este clar că sistemul de referință nu este un sistem de referință absolut, căci acest colț de cameră se mișcă odată cu Pământul în

jurul Soarelui! Un sistem de referință fixat rigid pe Soare ar fi probabil mai aproape de cel absolut, dacă n-am realiza că și Soarele se mișcă față de stelele fixe.

Într-o primă instanță, situația aceasta complexă poate fi ignorată. Putem alege, de exemplu, sistemul nostru de referință ortogonal dat de colțul camerei. Este adevărat că acesta se mișcă, însă nu ne deranjează, în fiecare moment noi determinăm poziția punctelor din univers raportate la acest colț, oriunde s-ar afla în spațiu, căci știm oricum unde se află colțul. Unui paianjen care își țese plasa in acel colț nu-i pasă de această mișcare, fiindcă el se deplasează prin univers odată cu colțul.

Dar, pentru o înțelegere o multitudine de evenimente din univers, ar fi bine să știm cum se deplasează colțul camerei noastre (originea sistemului de referință) prin acest univers. Cu alte cuvinte, ar fi bine să fim conștienți de *mișcarea sistemului de referință*. Ajungem astfel la concluzia că, pentru a descrie evoluția *temporală* a sistemelor fizice, avem nevoie să știm nu numai originea și orientarea sistemului de coordonate la un moment dat, dar și mișcarea acestuia prin spațiu. Avem atunci o mulțime infinită de sisteme de coordonate care *se mișcă unele față de altele* pe traiectorii curbe, accelerează etc. (vezi figura 5.1). Dintre acestea însă, cele mai importante vor fi pentru noi sistemele de referință *inerțiale*.

Teoretic, sistemul de referință *inerțial* este acel sistem de referință în care mișcarea unui corp lăsat liber, asupra căruia nu acționează nici o forță, este *rectilinie și uniformă*. El este acel sistem în care e satisfăcută prima lege a lui Newton, cea care ne spune că un corp lăsat liber se mișcă rectiliniu și uniform. Căci, dacă aș avea în vidul cosmic un corp asupra căruia nu acționeaza forțe, iar sistemul meu de referință se mișcă accelerat față de corp, atunci mișcarea corpului în *acel* sistem de referință va părea accelerată! Un astfel de sistem nu satisface nici legile lui Newton, nici intuiția noastră: de ce un corp s-ar mișca accelerat dacă nu acționează o forță asupra lui?

Să mai observăm că orice sistem de referință care se mișcă rectiliniu și uniform față de un obiect lăsat liber în infinitatea cosmică este de asemenea un *sistem de referință inerțial*. În practică, sistemele de referință inerțiale sunt acelea care se deplasează cu viteză constantă în raport cu un sistem imaginar care este definit de *stelele fixe* și nu se rotește față de acestea. Foarte important este însă să remarcăm că toate sistemele de referință inerțiale se mișcă unul față de altul cu viteză *constantă*.

Este ușor să ne imaginăm aceste sisteme de referință inerțiale, căci ne întâlnim cu ele aproape zilnic. Un astfel de sistem este cel pe care îl definim atunci când stăm în repaus pe un peron. Axele acestuia le fixăm rigide față de pereții gării. O minge asupra căreia nu acționează nici o forță, lăsată pe podea, rămâne în repaus față de acest sistem.

Un alt sistem inerțial este cel pe care îl definim atunci când suntem într-un tren ce circulă cu viteză constantă. Axele acestui sistem le fixăm rigid de pereții trenului. Uitându-ne pe fereastră, vedem cum mingea aceea de pe peron (care stătea nemișcată acolo) se deplasează cu *viteză constantă*, în direcția opusă trenului.

Acest lucru satisface însă legea lui Newton, care ne spune că un corp liber asupra căruia nu acționează forțe se deplasează cu viteză constantă. Or, tocmai asta se întâmplă cu mingea: ea pare că se deplasează în sens opus cu viteză constantă!

Desigur, în cazul mingii ne dăm seama că noi suntem cei ce ne deplasăm față de peron, căci putem privi apoi copacii în mișcare sau gara. De câte ori nu ne înșelăm însă, atunci când un tren de lângă noi pornește încet, iar noi ne speriem pentru un scurt moment, având senzația că trenul nostru este cel care pleacă? Cu alte cuvinte, și sistemele de referință rigide în raport cu pereții trenului au același drept de a fi considerate sisteme de referință inerțiale, atâta timp cât viteza trenului este constantă.

Mai ciudat însă, atunci când ne aflăm în tren și dăm drumul la un obiect să cadă, el cade în mod natural pe podea, *fără* a rămâne în urma trenului. De fapt, dacă tragem perdelele, acoperim ferestrele și avem cel mai silențios tren, nici nu ne mai dam seama că ne aflăm într-un tren în mișcare! Am putea merge cu 100 de km/h și tot nu ne-am putea da seama că trenul merge, oricâte experimente mecanice am efectua în compartiment.

Aspectele de mai sus au fost incluse de Galileo Galilei în *principiul relativității* care îi poartă numele și ne spune că toate sistemele de referință inerțiale sunt *echivalente* pentru legile lui Newton. În acest fel legile mecanicii sunt aceleași în *fiecare* din sistemele inerțiale. Aceasta explică de ce corpurile cad simplu pe podeaua trenului în mișcare, pentru că putem aplica pur și simplu legea căderii corpurilor libere în sistemul de referință al trenului, așa cum o știam din sistemul de referință al peronului.

Desigur, comportarea căderii corpurilor în tren o putem explica și altfel, dacă vom considera că toate corpurile în cădere liberă din interiorul trenului în mișcare primesc un impuls în direcția de mișcare a trenului. În acest fel, așa cum am discutat în secțiunea 4, ele vor circula paralel și *sincron* cu podeaua trenului, văzut de pe peronul trenului. De aceea, lucru foarte important, un observator din tren sau unul de pe peronul trenului va prezice aceeași mișcare a corpului în cădere, față de tren, fără să se contrazică unul pe altul.

46. Legile electromagnetismului și sistemele inerțiale

Să revenim acum la câmpul electromagnetic și să ne întrebăm în care sistem inerțial am elaborat noi teoria electromagnetismului. Desigur, ne-am fi dorit s-o fi elaborat într-un fel de „sistem inerțial absolut" (dacă el o fi existând) și astfel să fi scăpat de toate grijile. Cu toate acestea, fară s-o spunem explicit, am efectuat toate experimentele de electromagnetism pe suprafața Pământului.

Partea proastă este că Pământul orbitează în jurul Soarelui, deci sistemul de referință al laboratorului în care am efectuat experimentele este altul la momente diferite de timp ale anului (vezi figura 5.2). Pentru momentele scurte de timp în care facem măsurătorile putem considera că Pământul nu își schimbă direcția și aceste sisteme

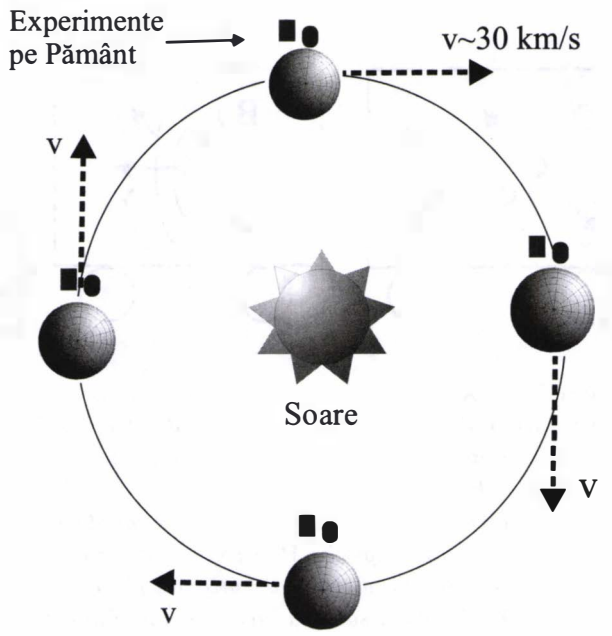

Figura 5.2: *În figură este reprezentat Pământul în patru momente ale anului, deplasându-se cu viteza aproximativă de $v = 30km/s$. În acele momente colțul camerei laboratorului definește un sistem inerțial care se deplasează în direcția Pământului (viteza de rotație a Pământului în jurul axei proprii este mai mică și se neglijează). O astfel de configurație poate verifica legile lui Maxwell în toate cele patru cazuri. Vor rămâne legile lui Maxwell aceleași sau vor depinde de configurația aleasă, deci de sistemul de referință folosit?*

de referintă sunt *inerțiale*. De observat că vitezele orbitale ale Pământului sunt destul de mari, fiind de aproximativ 30 km/s.

În acest fel am dovedit valabilitatea ecuațiilor lui Maxwell (legile electromagnetismului) în mai multe sisteme de referință pe care le-am considerat inerțiale, asociate cu diverse orientări ale Pământului în momente diferite ale anului. În nici un caz nu am verificat legile electromagnetismului într-un eventual sistem de referință absolut. Suntem astfel în situația unui zugrav care zugrăvește o casă foarte frumos și, la întoarcerea proprietarului, îi arată acestuia munca minunată. Proprietarul este de acord, făcând însă observația că acea casă este a vecinului, și nu a lui.

Vedem deci că noi am verificat experimental legile lui Maxwell într-o *multitudine* de sisteme de referință inerțiale, fără ca să fim conștienți de acest lucru. Cum legile lui Maxwell nu conțin nici un termen referitor la viteza orbitală a Pământului, nu ne rămâne decât să tragem concluzia că ele sunt probabil valabile în *orice* sistem de referință inerțial.

Mare scofală, veți spune, înseamnă atunci că și legile lui Maxwell satisfac principiul relativității al lui Galiei, ca și legile lui Newton: ele sunt *aceleași* în orice sistem de referință inerțial. Care este problema?

În secțiunile următoare vom vorbi despre diferența esențială care apare în cazul legilor electromagnetismului. Așa cum vom vedea, cea mai mare problemă este viteza luminii (viteza undelor electromagnetice), care este o *constantă universală* în ecuațiile lui Maxwell. Atunci lumina trebuie să se deplaseze cu aceeași viteză (egală cu valoarea constantei c) dacă este privită (măsurată) din *orice* sistem de referință inerțial. Or cum se poate așa ceva, din moment ce sistemele de referință inerțiale se deplasează unele față de altele?

De aceea, valabilitatea ecuațiilor lui Maxwell în toate sistemele de referință inerțiale pune probleme serioase. De fapt, aici este punctul unde își încetează valabilitatea mecanica clasică și de unde trebuie să elaborăm teoria relativității restrânse. De aceea poate că n-ar fi rău să recapitulăm ordinea acestor argumente importante:

Argumente pentru teoria relativității:

1. Ecuațiile lui Maxwell au fost obținute într-un sistem inerțial fixat pe suprafața Pământului.
2. Ecuațiile lui Maxwell nu conțin nici un termen care să facă referire la viteza Pământului.
3. Pământul (acolo unde au fost efectuate experimentele) are direcții diferite de mișcare în diverse momente ale anului. Fără să realizăm, noi am verificat de fapt ecuațiile lui Maxwell pentru diferite sisteme de referință inerțiale.
4. Nu am observat vreo diferență între rezultatele obținute în diversele sisteme inerțiale.
5. Atunci legile electromagnetismului sunt aceleași în toate sistemele de referință inerțiale.

Din observațiile de mai sus nu se poate trage decât o singură concluzie logică: *ecuațiile lui Maxwell (legile electromagnetismului) sunt aceleași în orice sistem inerțial!*

La concluzia de mai sus putem aduce și verificări experimentale indirecte. Astfel, să ne gândim la sateliții lansați pe orbite în jurul Pământului sau la rachetele și sondele trimise în depărtările sistemului Solar, care efectuează măsurători bazate pe câmpuri electromagnetice. În fond, ne-am fi așteptat chiar ca sateliții să nu functioneze corect și să se prăbușească dacă ecuațiile lui Maxwell ar fi fost *diferite* în diversele sisteme de referință inerțiale, pentru că electronica de la bord nu ar mai fi funcționat așa cum am construit-o noi pe Pământ. Acest lucru nu se întâmplă, deci și legile electromagnetismului sunt aceleași în toate sistemele de referință inerțiale, așa cum sunt și legile mecanicii newtoniene.

47. Câmpurile electrice și magnetice în sisteme de referință inerțiale diferite

În secțiunea precedentă am ajuns la concluzia că ecuațiile lui Maxwell sunt *aceleași* în orice sistem inerțial. Să discutăm acum despre prima consecință majoră a acestei observații. Vom începe privind legile electromagnetismului în *două* sisteme de referință inerțiale diferite. Să alegem două cazuri menționate mai devreme, cel al trenului și cel al peronului.

Pentru ușurința expunerii, atunci când vom spune de acum încolo că un observator din tren măsoară ceva, înțelegem că el face acele măsurători în sistemul de referință inerțial care este fixat de tren. Desigur, același lucru va fi subînțeles și pentru observatorul de pe peron: când acesta măsoară ceva, el măsoară în raport cu sistemul de referință care este fixat de peron.

Să începem cu un caz simplu: vom presupune că în tren se află o *sarcină electrică* în repaus (vezi figura 5.3). Atunci, un observator din tren ar raporta numai un câmp electric, sau mai bine spus un câmp electrostatic, pentru că sarcina electrică nu este în mișcare *față de tren.* Pe de altă parte, observatorul de pe peron va vedea o sarcină electrică *în mișcare*, care generează astfel atât câmp electric, cât și câmp magnetic! Ce se întâmplă atunci cu câmpul magnetic, există el sau nu este în realitate?

Chiar dacă întrebarea pare încuietoare, soluția nu este. Vă mai aduceți aminte când am spus că trebuie să luăm legile fizicii ca pe niște ecuații matematice care descriu lumea și nimic mai mult? Câmpul electric, care este un câmp vectorial, nu este o colecție de „săgeți fizice" de care ne înțepăm, ci un sistem matematic care descrie cum se comportă sarcinile electrice.

Ei bine, ne aflăm acum exact în acea situație. Fiecare din cei doi observatori are *sistemul său* matematic cu care descrie lumea, în cazul nostru anumite valori pentru câmpul electromagnetic. Câmpurile electrice și magnetice vor fi însă *diferite* în cele două sisteme de referință, pentru că sistemele cu care descriu ei lumea sunt diferite! Ciudat nu-i așa?

Ceea ce este mai important e ca ambii observatori *să prezică aceeași mișcare* a sarcinilor electrice, folosind aceleași legi ale lui Maxwell, altfel s-ar contrazice unul cu celălalt. Această mișcare a sarcinilor electrice trebuie să fie *invariantă* la schimbarea sistemului de referință inerțial. Cu alte cuvinte, chiar dacă pentru descrierile lor cei doi observatori folosesc *alte* câmpuri electrice și magnetice, ei trebuie să ajungă la *aceleași rezultate* când e vorba de comportamentele care pot fi comparate de amândoi, de exemplu poziția sarcinilor electrice sau mișcarea acestora.

Faptul că doi observatori, din două sisteme inerțiale, prezic aceleași rezultate pentru mișcarea sarcinilor electrice nu este *deloc evident.* La urma urmei, ei sunt *constrânși* să folosească aceleași legi ale lui Maxwell, nu este spațiu de manevră, pentru că legile sunt valabile din orice sistem de referință inerțial ar fi folosite ele. De ce s-ar potrivi atunci automat rezultatele?

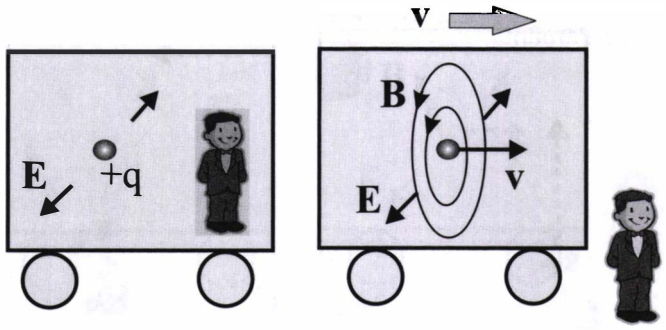

Figura 5.3: *Avem o sarcină electrică în tren, reprezentată printr-o bilă. Pentru observatorul din tren (stânga), sarcina este în repaus, deci aceasta produce numai câmp electric* **E**. *Pentru observatorul de pe peron (dreapta), sarcina electrică este în mișcare, deci ea produce suplimentar și un câmp magnetic* **B**, *care este desenat într-un plan perpendicular pe direcția de mișcare a trenului. Ce se întâmplă? Produce sarcina electrică un câmp magnetic sau nu? Cum poate un observator (cel de pe peron) să vadă un câmp magnetic, iar altul (cel din tren), să nu-l vadă?*

În exemplul nostru, să ne imaginăm că vrem să calculăm care este forța cu care acționează sarcina din tren asupra unei *a doua* sarcini electrice de probă, aflată tot în tren, și care este mișcarea celor două sarcini electrice una față de alta (vezi figura 5.4). Vor prezice atât observatorul din tren, cât și cel de pe peron aceeași influență? Va rezulta pentru sarcina de probă aceeași mișcare în ambele cazuri? Nu este evident că așa se va întâmpla.

Partea cea mai interesantă este că, pentru viteze mici ale sarcinii, folosind ecuațiile lui Maxwell (fiecare în sistemul lui de referință), cei doi observatori vor obține *aceeași* valoare a forței de interacțiune dintre sarcinile electrice (vezi figura 5.4). Cum se poate? Dacă am studia calculele, ecuație cu ecuație, am observa că cheia întregii potriviri se află în *forța magnetică.* Astfel, aceasta este luată în considerare doar de observatorul de pe peron (pentru cel din tren sarcinile sunt statice și nu există câmp magnetic). Această forță magnetică are *exact* valoarea care compensează diferența de forță electrică raportată de cei doi observatori.

Un alt exemplu de corelație strânsă dintre câmpul electric și cel magnetic este legea inducției magnetice. Să ne imaginăm această lege într-o configurație particulară, cea în care mișcăm un magnet în apropierea unei sarcini electrice (vezi stânga figurii 5.5). Deoarece magnetul se mișcă, câmpul magnetic este local *variabil*, iar el va genera câmp electric care va pune sarcina electrică în mișcare.

Pentru cineva de pe magnet însă, situația este diferită, fiindcă el nu percepe câmp electric (câmpul magnetic este static față de el, nu este variabil), ci doar câmp magnetic. El vede însă o sarcină electrică în mișcare, care se deplasează față de el și presupune corect că asupra sarcinilor electrice în mișcare acționează o *forță magnetică.* Ce pune în mișcare sarcina electrică, forța electrică sau forța magnetică?

Observatorul de pe sarcină spune că forța electrică, iar cel de pe magnet spune că forța magnetică. În acest fel, fiecare observator are răspunsul lui, însă cel mai important

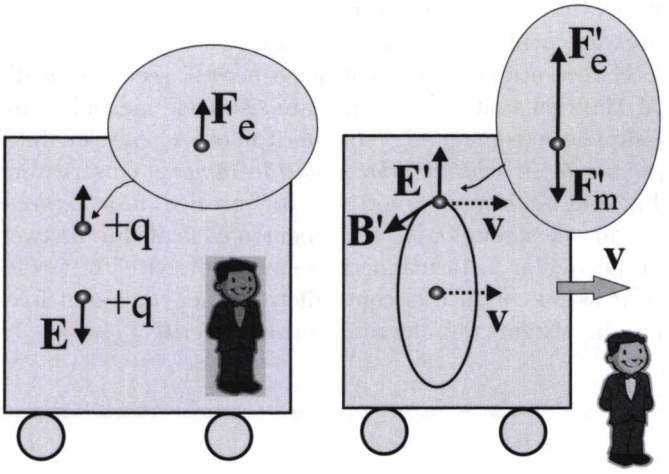

Figura 5.4: *Stânga: Două sarcini electrice pozitive se resping într-un compartiment de tren (în căsuță este schițată forța electrică ce acționează asupra sarcinii de sus). Dreapta: Față de un observator de pe peron, ambele sarcini sunt în mișcare. În acest caz prima sarcină (cea de jos) generează un câmp electric modificat* $\mathbf{E}'$*, dar și un câmp magnetic suplimentar* $\mathbf{B}'$*. Cea de-a doua sarcină (cea de sus) este acum în mișcare în acest câmp magnetic și ea va simți o forță magnetică suplimentară (vezi căsuța din dreapta). În principiu, suma forțelor magnetice și electrice în cazul din dreapta figurii ar putea fi diferită de forța electrică din stânga figurii, ceea ce înseamnă că cei doi observatori ar putea prezice mișcări diferite ale celor două sarcini. Cu toate acestea, și aici este miracolul ecuațiilor lui Maxwell, forța magnetică din dreapta figurii compensează exact creșterea forței electrice, în așa fel încât suma celor două forțe din dreapta este egală cu forța din stânga:* $\mathbf{F}_e = \mathbf{F}'_e + \mathbf{F}'_m$.

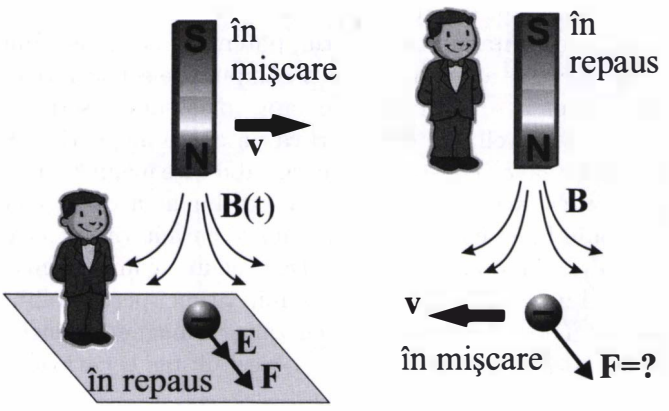

Figura 5.5: *În figură apar un magnet și o sarcină electrică negativă în mișcare relativă unul față de cealaltă. Stânga: în sistemul de referință al sarcinii electrice, magnetul în mișcare spre dreapta creează un câmp magnetic variabil* $\mathbf{B}(t)$*, care la rândul lui (conform legilor lui Maxwell) creează un câmp electric* $\mathbf{E}$ *ce acționează asupra electronului cu forța* $\mathbf{F}$*. Dreapta: în sistemul de referință al magnetului, sarcina electrică este în mișcare spre stânga. Un observator de pe magnet vede doar câmp magnetic static și o sarcină electrică în mișcare. El deduce corect că un câmp magnetic acționează asupra unei sarcini electrice în mișcare. Mai mult, acesta poate compara valoarea forței cu cea obținută de colegul său și constata cu suprindere că este dată exact de ce spun legile lui Maxwell în sistemul său de referință: forța este proporțională cu viteza, câmpul magnetic și sarcina electrică.*

este că ambii prezic forța asupra sarcinii electice și că ajung la aceeași valoare a ei. Or acest lucru este posibil tocmai pentru că forța magnetică are o valoare ce face posibilă această „potrivire".

„Potrivirea" forței magnetice se înțelege și cantitativ, dacă vizualizam câmpul magnetic neuniform al magnetului. Dacă ne-am afla pe sarcina electrică, am vedea că magnetul se mișcă față de noi, deci vom percepe acest câmp magnetic ca fiind *variabil.* Gradul de „variabilitate" depinde de viteza cu care magnetul se mișcă față de noi și valoarea câmpului magnetic. Crește viteza, crește și variația câmpului. Conform legilor lui Maxwell, această variație este însă proporțională cu câmpul electric generat. Estimativ atunci, câmpul electric pe care îl simte sarcina crește cu viteza magnetului v și mărimea câmpului magnetic B. Forța electrică F pe care o „simte" sarcina electrică este proporțională și cu sarcina sa q, fiind în final propoțională cu trei termeni: viteza magnetului, mărimea câmpului magnetic și mărimea sarcinii electrice: $F \approx qvB$

.

Pe de altă parte, un observator aflat pe magnetul în mișcare vede doar cum sarcina electrică se *mișcă* în raport cu el. El nu observă un câmp electric, ci doar un câmp magnetic. Cu toate acestea, el știe de la primul observator că asupra sarcinii s-a acționat cu o forță. Cum nu are un câmp electric, el nu poate da vina decât pe câmpul magnetic, care acționează asupra sarcinii. Mai mult, va trebui să tragă concluzia că această forță crește cu sarcina electrică, cu câmpul magnetic și cu viteza sarcinii $F \approx qvB$, așa cum a prezis primul observator, pentru a constata *aceeași* mișcare a sarcinii electrice. Aceasta este însă tocmai forma forței magnetice din ecuațiile lui Maxwell! Dacă forța magnetică ar fi avut o altă formă decât $F \approx qvB$, atunci „potriveala" nu ar mai fi avut loc, și cei doi observatori ar fi constatat mișcări diferite ale sarcinii și ar fi apărut contradicții.

Vedem astfel că formula forței magnetice este specială, pentru ca doi observatori din sisteme inerțiale diferite să prezică *aceleași* rezultate, folosind fiecare în parte legile lui Maxwell. Este remarcabil că, la viteze mici, forța magnetică potrivește așa de bine lucrurile, căci, deși câmpurile electrice și magnetice sunt diferite, mișcarea modelată cu legile lui Maxwell va fi aceeași.

Desigur, dacă noi am fi construit universul, am fi putut alege o formă diferită a forței magnetice (de exemplu propoțională cu pătratul vitezei), care ar fi condus la contradicții. În acest fel legile lui Maxwell n-ar mai fi putut rămâne neschimbate la schimbarea sistemului de referință inerțial. Se pare însă că Creatorul impune restricții legilor fizice pe care le construiește: le alege în așa fel încât să fie valabile în *orice* sistem de referință inerțial și *să nu conducă la contradicții.* Și aceasta pentru orice teorie, fie ea electromagnetică sau nucleară.

Să observăm că, datorită acestor treceri de la un sistem de referință inerțial la altul, putem spune că un câmp magnetic este o manifestare a câmpului electric într-un *alt* sistem de referință. De fapt, dacă am rescrie legile lui Maxwell, am descoperi că un câmp magnetic este proporțional cu constanta de permeabilitate magnetică μ_0. Am putea avea curiozitatea să exprimăm această constantă în funcție de viteza luminii c și permitivitatea electrică ϵ_0 ca fiind $\mu_0 = 1/(\epsilon_0 c^2)$. Dacă acum ne imaginăm că viteza luminii c se apropie de infinit, atunci permeabilitatea magnetică μ se anulează, iar câmpul magnetic generat de un conductor devine și el nul (vezi ultima ecuație a lui Maxwell din secțiunea 35).

Prin urmare, câmpul magnetic există doar pentru că viteza c a luminii este finită, și el poate fi privit ca manifestarea câmpului electric într-un alt sistem de referință. Știind însă că viteza luminii este foarte mare, ne putem întreba cum de este câmpul magnetic *observabil*, nu ar fi trebuit el să fie mult mai mic? Răspunsul este că într-adevăr, câmpul magnetic este deja *foarte mic* față de câmpul electric, dacă cele două mărimi sunt comparate într-un sistem de unități normat.

Astfel, să ne aducem aminte că forța electrică de respingere dintre doi oameni, care ar fi făcuți numai din sarcini electrice de același semn, ar fi fost de miliarde de miliarde de miliarde de tone. Cu alte cuvinte, câmpul electric este foarte mare, atâta doar că el este minimizat în lumea noastră, pentru că materia electrică este aproape *neutră*.

Un conductor electric, de exemplu, are un număr aproximativ egal de electroni (sarcină electrică negativă) și protoni (sarcină electrică pozitivă) în așa fel încât câmpul electric total este foarte mic, aproape nul. Noi aceste câmpuri electrice mici le măsurăm, cu ele trăim, câțiva electroni diferență pe ici, pe colo. Cu alte cuvinte, trăim în lumea câmpurilor electrice *foarte mici*, pentru că materia este în cea mai mare parte neutră.

Acest lucru face posibilă vizualizarea câmpurilor magnetice, căci ele sunt date de *totalitatea* sarcinilor electrice aflate în mișcare într-un conductor. Practic, noi vedem câmpul electric al câtorva sarcini electrice care sunt în surplus (restul sunt neutre) și câmpul magnetic al tuturor sarcinilor electrice negative în mișcare din conductor. Datorită acestui lucru percepem câmpul magnetic, care este o manifestare relativistă și e mult mai mic în esență decât câmpul electric (vezi de exemplu figura 21.1).

De aceea, de fiecare dată când folosim un *electromagnet* pentru a genera câmp magnetic, să ne aducem aminte că el este reprezentarea vie a principiilor relativiste. În mod normal, așa cum vom vedea în secțiunile următoare, efectele teoriei relativității sunt mici, însă noi deja trăim în lumea câmpurilor electrice mici, așa încât vedem aceste efecte relativiste în câmpul magnetic obișnuit.

În finalul acestei secțiuni, să menționăm că discuția precedentă este valabilă la viteze ale sarcinilor electrice mult mai mici decât viteza luminii. Adevărul este că la viteze ale sarcinilor apropiate de viteza luminii problema se complică. Aici, pentru a prezice rezultate identice, cei doi observatori trebuie să folosească un element suplimentar, ce ține de percepția spațiului și timpului și care este specific teoriei relativității. Folosind și aceste elemente suplimentare, se poate afirma cu toată certitudinea că cei doi observatori vor observa exact aceeași mișcare a sarcinilor electrice, pentru orice viteze ale lor.

Să recapitulăm acum concluzia acestei secțiuni: legile lui Maxwell sunt aceleași în toate sistemele inerțiale, însă câmpul electromagnetic este diferit în ele. Cu alte cuvinte, *câmpurile se schimbă, dar ecuațiile rămân.* Observatorii din diferite sisteme inerțiale vor prezice însă *aceleași* mișcări ale sarcinilor electrice, pentru că legile lui Maxwell (în particular forța magnetică) sunt „potrivite" în așa fel încât să nu conducă la contradicții atunci când sunt folosite din sisteme de referință inerțiale diferite.

48. Invarianța vitezei unei raze de lumină

Așa cum am văzut în secțiunile precedente, legile câmpului electromagnetic sunt aceleași în orice sistem de referință, ca și legile lui Newton. Desigur, la prima vedere ar părea că nimic nu este special. Vom vedea însă că observația precedentă conduce la consecințe radicale pentru teoria electromagnetică. În secțiunea precedentă am vorbit despre o astfel de consecință: câmpurile electrice și magnetice au valori *diferite* în sisteme de referință inerțiale diferite. Acum o sa discutăm despre o a doua consecință crucială: constanța vitezei luminii în vid.

Căci, deși valorile câmpului electromagnetic diferă de la un sistem de referință inerțial la altul, este o mărime care rămâne neschimbată: viteza undelor electromagnetice, adică viteza luminii! Acest lucru se înțelege dacă ne amintim că viteza luminii este o mărime ce se deduce din ecuațiile electromagnetismului și că ea este o *constantă universală* $c = 1/(\epsilon_0\mu_0)$, unde ϵ_0 și μ_0 sunt permitivitatea electrică și respectiv permeabilitatea magnetică a vidului.

Indiferent ce valori ar lua câmpurile electromagnetice într-un sistem de referință inerțial sau altul, ecuațiile lui Maxwell rămân aceleași, deci viteza unei raze de lumină în vid (viteza luminii) este *aceeași* indiferent din ce sistem de referință inerțial am măsura această viteză și oricum s-ar deplasa raza de lumină față de noi. Acesta este punctul de cotitură al electromagnetismului. Observați că subliniem nu atât faptul că viteza luminii este o constantă anume, ci faptul că viteza unei raze de lumină particulare, *văzută* din orice sistem inerțial (oricum ne-am deplasa noi față de ea) este mereu aceeași în valoare absolută.

Observația precedentă a fost speculată magistral de Albert Einstein (1879-1955). Povestea spune că acesta, la 18 ani, se bărbierea în oglindă, când s-a întrebat: „Ce se întâmplă dacă eu și oglinda ne mișcăm cu viteza luminii, oare mă mai văd în oglindă?" Pe de o parte răspunsul este pozitiv, dacă privim din sistemul de referință al tânărului Einstein. Pe de altă parte, răspunsul este negativ, dacă privim dintr-un sistem de referință inerțial în repaus. Acum lumina reflectată de fața lui nu va mai ajunge niciodată la oglindă, deoarece oglinda se deplasează cu aceeași viteză și în aceeași direcție cu lumina!

Einstein s-a gândit puțin mai mult și a spus așa: dacă eu merg cu viteza luminii pe lângă o rază de lumină, atunci

Figura 5.6: *O prințesă din povești se deplasează într-o rachetă cu o viteză egală cu viteza luminii. Pentru că lumina reflectată de fața ei (cea care îi poartă imaginea) merge cu aceeași viteză și în aceeași direcție ca și racheta, aceasta nu mai poate ajunge la oglindă. Atunci prințesa nu s-ar mai vedea în oglindă. Și totuși, din sistemul de referință al prințesei ne-am aștepta ca nimic să nu se întâmple, și ea să se vadă în oglindă. Se vede sau nu se vede prințesa în oglindă?*

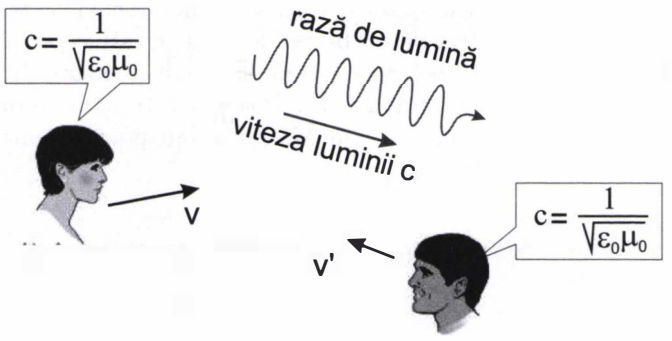

Figura 5.7: *Doi observatori în mișcare cu viteze diferite privesc o undă electromagnetică în vid (exemplificată printr-o rază de lumină). Pentru fiecare din ei legile lui Maxwell sunt valabile, așa că fiecare observator ajunge la concluzia că viteza undei față de el este* $c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$*, așa cum iese din legile lui Maxwell. Acum însă, constantele* ϵ_0 *și* μ_0 *sunt aceleași pentru ambii observatori. Unda se deplasează atunci cu aceeași viteză c față de fiecare observator, indiferent cum se mișcă aceștia față de lumină (chiar și pentru cel ce se îndreaptă spre lumină). Cum se poate așa ceva?*

unda electromagnetică ce formează lumina îmi va părea *staționară* (pentru că și ea se deplasează cu aceeași viteză a luminii), ori acest lucru nu este permis de legile electromagnetice, deoarece undele electromagnetice se deplasează mereu cu viteza luminii. Ca atare, a tras el concluzia, nu putem atinge viteza luminii, „rezolvând" astfel numai parțial paradoxul oglinzii (vezi figura 5.6).

Căci, dacă avem o rază de lumină care se deplasează cu *aceeași* viteză în toate sistemele de referință inerțiale, acest lucru conduce mereu la contradicții. Astfel, ne așteptăm ca observatori diferiți să perceapă valori diferite ale vitezei, depinzând de cum se deplasează acea rază de lumină față de ei iar teoria ne spune acum că ei vor percepe aceeași viteză, indiferent cum se deplasează raza de lumină sau cum se deplasează ei față de raza lumină (vezi figura 5.7). Să detaliem situațiile în care lumina este o bilă sau o undă mecanică într-un mediu.

Dacă lumina este o „bilă", pot considera situația în care eu arunc cu bile dintr-o mașină în mișcare, în direcția în care acea mașină se deplasează: viteza bilei va fi mereu mai mare, pentru că la ea se adaugă viteza mașinii. Atunci și viteza luminii ar trebui să crească, adăugându-se la cea a sursei care o emite, lucru ce nu este permis de ecuațiile lui Maxwell.

Pot considera că lumina este o undă *într-un mediu*, precum sunetul. Aici, este adevărat, dacă cineva fluieră din mașină, viteza sunetului în afara mașinii nu se adună la viteza mașinii, ci rămâne aceeași. Eu pot însă să mă sui într-o altă mașină, care merge în direcția sunetului și apoi mi se va părea că și sunetul se apropie mai repede către mine.

În ambele cazuri se pot imagina situații care conduc la o viteză mai mare sau mai mică a unei raze de lumină, vazută din alt sistem de referință. De exemplu, dacă mă îndepărtez sau mă apropii de raza de lumină, mă aștept ca viteza ei să-mi apară mai mică sau mai mare, în funcție de această mișcare relativă. Or, acest lucru nu mai este permis de legile electromagnetismului, care spun că viteza razei de lumină trebuie să fie aceeași, văzută din *orice* sistem de referință inerțial, fie că mă îndrept către raza de lumină, fie că mă îndepărtez de ea.

Să remarcăm încă o dată că invarianța vitezei unei raze de lumină rezultă din *principiul relativității*, aplicat electromagnetismului. Nu este vorba de un postulat, cum că viteza luminii ar fi aceeași în toate sistemele de referință, ci este vorba de o *concluzie logică*. Dacă admitem că legile lui Maxwell sunt aceleași în orice sistem de referință inerțial, atunci și viteza unei raze de lumină particulare va fi aceeași, măsurată din orice sistem de referință inerțial.

Subliniem din nou că nu este vorba despre faptul că viteza luminii este o constantă universală, ci despre faptul că viteza unei raze de lumina este aceeași, din orice sistem de referință inerțial am privi-o:

Invarianța vitezei unei raze de lumină:

Viteza unei raze de lumină particulare este aceeași constantă universală $c \approx 300000$ *km/s, din orice sistem de referință ar fi măsurată, chiar și atunci când observatorul se îndreaptă spre ea sau se îndepărtează de ea.*

În lucrările sale, Einstein a reformulat problema și a introdus voit constanța vitezei luminii ca un postulat, deși nu este nevoie, așa cum am văzut. Sub forma aceasta însă, implicațiile se extind dincolo de teoria electromagnetismului. Introducând acest postulat, Einstein a fost conștient de problemele pe care el le va crea. Căci atunci trebuie neapărat să aducem schimbări *fundamentale* în modul în care percepem natura înconjurătoare, dacă vrem să eliminăm contradicțiile de genul celor prezentate în această secțiune.

Înainte de a discuta implicațiile, să ne întoarcem la *experimente* și să vedem dacă observația noastră este corectă. Chiar este viteza unei raze de lumină *aceeași*, văzută din orice sistem de referință inerțial? Poate că totuși am greșit niște termeni la ecuațiile lui Maxwell, sau poate că am greșit la măsurători.

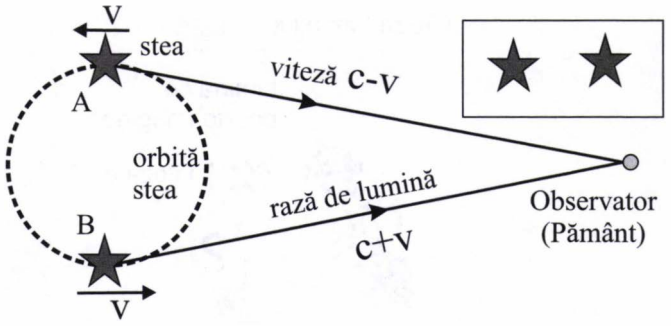

Figura 5.8: *În figură este exemplificată una dintre consecințele presupunerii că viteza luminii depinde de viteza sursei care o emite. Aici considerăm o stea într-un sistem binar (stânga imaginii). Steaua se rotește rapid în jurul unui companion (nedesenat în figură) și emite lumină din două poziții ale orbitei, A și B. Prima oară emite din A (sus). Atunci viteza luminii ce vine înspre observator (aflat în dreapta) ar fi mai mică, pentru că steaua se îndepărtează de observator. Apoi steaua ar emite din B, iar acum viteza luminii ar fi mai mare, pentru că steaua se apropie de observator. În final, raza emisă mai târziu din B ar prinde-o din urmă pe cea emisă din A, iar noi (observatorul) am fotografia un efect de „fantomă": două imagini ale stelei în aceeași fotografie!*

49. Independența vitezei luminii de viteza sursei care o emite

Vom discuta în următoarele secțiuni câteva dintre încercările clasice de *modificare* ale ecuațiilor lui Maxwell, care ar elimina invarianța vitezei unei raze de lumină în vid, iar astfel și dificultățile generate de această presupunere.

O primă abordare diferită a fost susținută de Walther Ritz (1878-1909), care a dezbătut aprig problema invarianței vitezei luminii în vid. Astfel, Ritz a presupus că viteza luminii este dată și de *viteza sursei* care o emite. Atunci, viteza luminii ar fi dată de o constantă universală (notată cu $c \approx 300000$km/s până acum) la care se *adaugă* viteza sursei care emite această lumină.

Simplist vorbind, electromagnetismul ar fi asemănător unei teorii pur mecanice de aruncare a bilelor: la viteza luminii ar trebui adăugată viteza sursei care o emite, tot așa cum viteza unei bile aruncată din mașină este dată de suma dintre viteza mașinii și viteza cu care aruncăm noi bila din mașină. În acest fel, lumina se deplasează când mai repede, când mai încet, în funcție de viteza sursei care o „aruncă" în spațiu.

Soluția de mai sus elimină contradicțiile atunci când observațiile se fac din două sisteme de referință diferite, pentru că acum lumina nu mai are aceeași viteză în ambele sisteme. Aceasta pentru că mișcarea sursei va fi diferită în cele două sisteme de referință, iar această contribuție va fi luată în calcul la estimarea vitezei luminii. Practic, avem o situație asemănătoare *mecanicii clasice*.

Desigur, această propunere ar *schimba* și legile electromagnetismului, pentru a le adapta la noua situație. Ritz însuși a putut scrie o nouă formă a ecuațiilor electromagnetismului în acest caz. Iar aceste ecuații noi ar descrie cum depinde viteza luminii de viteza sursei care o emite. Dar *experimental* așa stau lucrurile? Depinde viteza luminii de viteza sursei care o emite?

Pentru a observa efectul, avem nevoie de surse de lumină care să se deplaseze *rapid*, cum ar fi stelele, și de *distanțe mari* pe care lumina să le parcurgă, pentru ca diferențele acumulate în timp să fie mari. Astronomul Willem de Sitter (1872-1934) a identificat niște candidați perfecți, așa-numitele *grupuri binare* de stele, un grup de două stele ce se învârt una în jurul alteia, cu viteze ce pot fi de ordinul a 10km/s. Masele acestor două stele, ca și vizibilitățile lor, pot fi diferite. Pentru simplitatea argumentului, vom presupune aici că una din stele nu este vizibilă, astfel încât observăm numai mișcarea celei de-a doua stele.

Pe parcursul mișcării, steaua vizibilă a sistemului binar se îndepărtează de noi sau se apropie de noi, în funcție de poziția sa pe orbită. Dacă viteza luminii ar depinde de sursă, lumina ar veni înspre noi mai repede atunci când steaua s-ar apropia de noi și mai încet când s-ar îndepărta. Cum distanțele până la stea sunt astronomice, este posibil astfel să primim într-un singur moment de timp *două* „flash-uri" de lumină de la stea: unul care a plecat mai devreme, dar a circulat mai încet, și altul ce a plecat mai târziu, dar a circulat mai repede (vezi figura 5.8).

De exemplu, ne putem imagina că steaua emite prima oară lumină într-o poziție pe orbită în care se îndepărtează de noi, și deci viteza luminii ar fi mai *mică*. După ce steaua parcurge o jumătate de orbită, ea se va afla într-o poziție în care se îndreaptă spre noi, deci va emite lumină cu viteză mai *mare*. Această rază de lumină, deși pleacă mai târziu de la stea, va ajunge din urmă prima rază, pentru că circulă mai repede. În acest caz, dacă am face o fotografie a stelei, am vedea de fapt *două imagini* ale aceleiași stele, în cele două poziții ale sale pe orbită!

Deoarece sistemele binare sunt des întâlnite în univers, ne-am aștepta ca efectul de „fantomă" descris mai sus să poată fi detectat atunci când sistemul binar este aproape de noi (pentru ca să putem separa vizual cele două poziții ale stelei). Cu toate acestea, el nu a fost niciodată observat, deși a fost căutat special de astronomi. Cu alte cuvinte, presupunerea lui Ritz nu este confirmată experimental.

O altă observație astronomică vine să infirme supoziția dependenței vitezei luminii de viteza sursei: *explozia supernovelor*. Acestea sunt stele care explodează violent, eliminând jeturi rapide de materie în univers, așa cum este exemplifcat în figura 5.9. Luminozitatea supernovelor este atât de mare, încât o poate depăși pe cea a unei galaxii întregi, deși aceste supernove nu strălucesc pe cerul nopții decât pentru un timp scurt, ce poate fi de câteva zile.

Figura 5.9: *Nebuloasa Crabului este ce a mai rămas din explozia unei supernove observate de pe Pământ acum o mie de ani. În centrul acesteia se găsește o stea neutronică (rămășița supernovei) ce se rotește incredibil de repede, de 30 de ori pe secundă! Imagine obținută de telescopul spațial Hubble. ©NASA si Space Telescope Science Institute.*

În explozia supernovei Crab de exemplu, materia a fost împrăștiată în cosmos cu o distribuție de viteze de până la 10 000 km/s (aproximativ 3% din viteza luminii). Supernova se află la o distanță de aproximativ 6500 de ani-lumină de noi, iar explozia ei a fost observată în direct de astronomii chinezi și arabi, în anul 1054 (acesta este desigur anul în care lumina exploziei a ajuns la noi). Rămășițele supernovei se observă azi sub forma frumoasei Nebuloase a Crabului (vezi figura 5.9).

Explozia supernovei Crab ne oferă o altă șansă de a verifica supoziția lui de Sitter. Aceasta deoarece aici există o distribuție foarte mare de viteze ale jeturilor de materie împrăștiată. Conform presupunerii lui de Sitter, atunci și lumina care provine de la aceste jeturi ar avea o distribuție foarte largă de viteze. Or, dacă este așa, lumina ar sosi la Pământ pe un interval de timp mult mai mare decât dacă ea ar circula cu aceeași viteză constantă, când ar veni sincron la noi. Să vedem însă dacă este așa.

Astfel, în teoria lui Ritz, lumina ce vine de la supernova din Nebuloasa Crabului are o „distribuție" aproximativă de 3% în jurul vitezei luminii, pentru că aceasta este distribuția de viteze a materiei aruncate în spațiu. În modelul lui Ritz, viteza luminii ce vine de la supernovă ar varia de la 97% din viteza luminii la 103% din aceasta. Cum supernova se află la 6000 de ani-lumină față de noi, înseamnă că lumina exploziei nu ar fi ajuns precis după 6000 de ani, ci atât mai devreme (după $0,97 * 6000 \approx 5800$ de ani) cât și mai târziu (după $1,03 * 6000 \approx 6200$ de ani). Practic, lumina ar fi trebuit să ajungă la noi vreme de câteva *sute de ani*. Cu toate acestea, explozia a fost observată de vechii astronomi chinezi și arabi numai pe durata a doi ani, nu pe durata a sute de ani. Cu alte cuvinte, teoria lui Ritz este din nou infirmată.

Astăzi știm că, chiar și pentru supernove care explodează la miliarde de ani lumină de Pământ, lumina sosește la noi numai în intervale scurte, de durata chiar a câteva zile, infirmând din nou teoria lui Ritz.

50. Experimentul lui Michelson și Morley

O altă soluție ce ar elimina problemele constanței vitezei unei raze de lumină este să facem din lumină o simplă *undă mecanică*. Dar, veți spune, nu este lumina o undă? Desigur, ea este o undă, în mod special dacă privim dintr-un *singur* sistem de referință. Aici, lumina este o undă ca și sunetul: ea se deplasează din aproape în aproape, cu viteza ei caracteristică. Diferența apare atunci când privim dintr-un alt sistem de referință, așa cum am menționat.

Să spunem de exemplu că noi suflăm într-un fluier. Dacă cineva pleacă de lângă noi cu o viteză mai *mare* decât viteza sunetului, sunetul nu-l va ajunge niciodată. Dacă persoana respectivă se îndreaptă către noi cu o viteză egală cu cea a sunetului, atunci îi va părea că sunetul se apropie de el cu viteză dublă. Aceasta pentru că viteza sunetului creat de noi este constantă față de mediul în care el se deplasează: aerul. Dacă altcineva se deplasează *față de acest mediu*, atunci este normal să perceapă un sunet care se deplasează fată de el când mai încet, când mai repede, în funcție de direcția și viteza cu care se deplasează observatorul.

Pe de altă parte, noi nu am discutat serios despre un eventual *mediu* în care și *lumina* să se deplaseze și la care să raportăm viteza acesteia. Am menționat însă constatarea contradictorie: pentru un alt observator, o rază de lumină se propagă mereu cu aceeași viteză universală, nici mai repede, nici mai încet, oricum ar încerca observatorul să se deplaseze față de ea (să se apropie sau să se îndepărteze). Aici este deosebirea crucială față de undele sonore.

Am putea introduce și noi un mediu în care lumina se propagă. Fizicienii au numit acest mediu *eter*. Atunci lumina ar fi o simplă undă mecanică (ca și unda sonoră) ce se propagă prin acest eter. Oscilația câmpului electric ce formează unda luminoasă ar fi de fapt oscilația eterului, după cum sunetul este dat de variațiile presiunii mediului în care se propagă.

Desigur însă, presupunerea eterului vine cu un șir de consecințe noi. Atunci, dacă ne-am deplasa *față de eter*, ar trebui să vedem că lumina își încetinește mișcarea, sau că și-o accelerează, precum se întâmplă cu sunetul. În acest fel, ne-am aștepta ca lumina să nu mai aibă aceeași viteză față de noi în orice sistem de referință inerțial. Tot atunci, ar trebui să considerăm ecuațiile lui Maxwell valide doar într-un sistem de referință *static* față de eter, și nu în restul. Căci desigur, putem spune, poate n-am testat noi bine ecuațiile lui Maxwell în alte sisteme de referință și poate că totuși lumina are o viteză diferită atunci când se

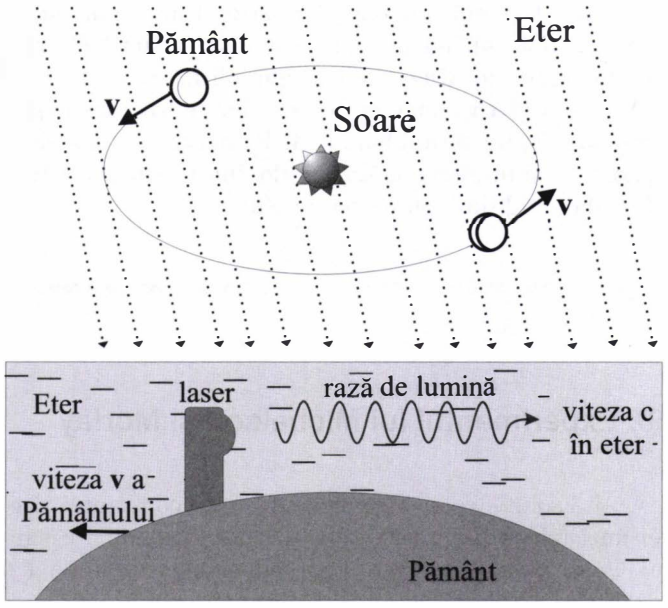

Figura 5.10: *După cum sunetul este o vibrație a aerului, tot așa s-a crezut și că lumina este o vibrație a unui ipotetic eter. Așa cum este prezentat în imaginea de sus, eterul ar împânzi tot sistemul solar, chiar și vidul. Pământul s-ar mișca în acest eter, precum un pește față de apa în care înoată. Și, precum viteza sunetului este constantă în apă, așa și viteza luminii față de eter ar fi constantă. În figura de jos este prezentată o consecință a acestei ipoteze. Aici avem un laser care emite spre dreapta o undă de lumină. Deoarece viteza luminii este* $c \approx 300000$ km/s *față de eter, iar Pământul și laserul se mișcă față de eter cu viteza* $v \approx 30$ km/s *spre stânga, atunci lumina laserului ar trebui să se îndepărteze de laser cu o viteză mai mare* $v + c$. *Aceasta reprezintă o variație de 0.01%.*

îndepărtează sau se apropie de noi. Viteza luminii n-ar mai fi constantă în orice sistem de referință inerțial și am scăpa de probleme. Dar așa este? Putem verifica experimental existența acestui *eter*?

Privind puțin în istoria electromagnetismului, observăm că, atunci când teoria a fost elaborată, undele mecanice erau destul de bine studiate. Atunci a fost ușor de acceptat, chiar de Maxwell însuși, când el și-a construit teoria, că și câmpul electromagnetic se propagă printr-un mediu anume (denumit *eter*), precum undele sonore se propagă în aer sau apă. În plus, în acel timp se considera *necesar* ca undele să se propage într-un anume mediu. Pe atunci nu se pomenise de o undă care să se propage în vid, unda ar fi avut nevoie de un mediu de propagare, de aceea era undă și nu un corpuscul.

Să observăm însă că spațiul interstelar și intergalactic este vid și că prin acesta lumina circulă nestingherită. Dacă lumina are nevoie de eter ca să poată circula, atunci vidul nu ar fi vid, ci umplut de eter. Eterul ar împânzi tot universul, Pământul, spațiul dintre atomi și chiar și spațiul din interiorul atomilor. Lumina ar fi o vibrație a acestui eter, după cum și sunetul este o vibrație a aerului. Și, după cum sunetul nu pătrunde acolo unde nu există mediu (în vid), nici lumina nu ar pătrunde pe unde nu este *eter*. Cum însă lumina se propagă peste tot, eterul ar trebui să fie și el prezent peste tot.

Viteza luminii este atunci de $c \approx 300000$ km/s *față de acest eter*. Ea ar fi însă *diferită* pentru un alt observator care se mișcă față de eter, după cum și viteza sunetului este diferită pentru un observator care se deplasează față de aer. Această observație i-a condus pe Albert Michelson (1852-1931) și Edward Morley (1838-1923) la conceperea unui experiment care a putut *testa* ipoteza eterului.

Astfel, și-au spus cei doi fizicieni, să ne imaginăm că eterul este static în întreg sistemul solar. Datorită mișcării orbitale, Pământul se deplasează *față de acest eter*, deci și viteza luminii pe care o percepem *pe Pământ* va fi diferită, în funcție de mișcarea Pământului față de eter (vezi figura 5.10). Viteza Pământului în sistemul solar este de aproximativ $v \approx 30$ km/s, adică aproximativ 0,01% din viteza luminii. Aceasta va reprezenta atunci variația pe care ne așteptăm s-o măsurăm în viteza luminii de pe Pământ.

Pentru a efectua măsurători cu lumina, Michelson și Morley au construit în 1881 un *interferometru* care astăzi le poartă numele. În interferometru, lumina venită de la o sursă este împărțită de o oglindă semitransparentă în două unde luminoase (vezi figura 5.11). Cele două unde sunt orientate la aproape 90 de grade una de alta, apoi sunt reflectate de alte oglinzi, pentru ca în final să fie recombinate pe un detector. O undă luminoasă merge în *direcția de mișcare* a Pământului iar alta *perpendicular* pe această direcție.

Dacă viteza luminii ar fi *aceeași* pentru fiecare din cele două unde luminoase, ele ajung în același timp la detector, pentru că lungimile L ale celor două brațe ale interferometrului pe care merg undele separate sunt construite să fie *egale*. Timpul dus-întors pe care fiecare dintre îl petrece în brațul său este atunci $t = (2L/c)$, unde c este viteza luminii.

Cu toate acestea, datorită mișcării Pământului în eter, vitezele undelor luminoase măsurate de pe Pământ nu ar trebui să fie identice. Viteza Pământului în sistemul solar (deci față de eter) este de aproximativ $v = 30$km/s, dată de mișcarea sa orbitală. Așa cum este exemplificat în figura 5.10, o undă luminoasă care se deplasează în sens opus direcției de mișcare a Pământului va fi lăsată mai repede în urmă. Față de noi (care ne aflăm pe Pământ) viteza ei va fi $c + v$. Pe de altă parte, viteza undei luminoase care se deplasează în aceeași direcție cu Pământul va fi pentru noi $c - v$, pentru că noi o „urmărim" parțial în deplasarea ei.

Urmărind figura 5.11, unde am notat cu L lungimea brațului, putem estima timpul dus-întors al luminii în brațul orizontal ca fiind

$$t_1 = \frac{L}{c-v} + \frac{L}{c+v} = \frac{2cL}{c^2-v^2} = \gamma^2 \frac{2L}{c}; \quad \boxed{\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}}$$

Pe de altă parte, și unda ce se deplasează perpendicular pe direcția de mișcare a Pământului (brațul vertical din figura 5.11) va avea o altă viteză pe drumul său de sus și pe cel de întoarcere (datorită înclinării direcției de mișcare). Într-un calcul mai laborios, timpul dus-întors al undei se dovedește a fi $t_2 = \gamma(2L)/c$.

Vedem că cei doi timpi t_1 și t_2 sunt diferiți, și deci cele două unde luminoase nu vor mai ajunge în același timp

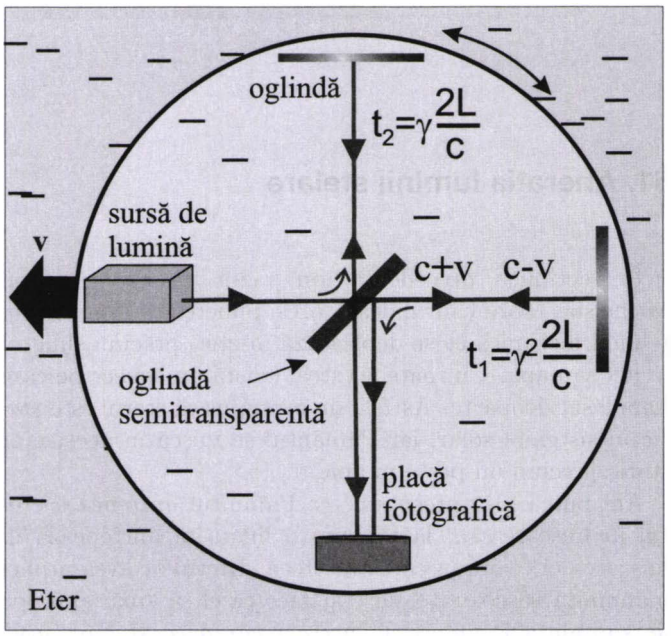

Figura 5.11: *Schema interferometrului lui Michelson și Morley. Lumina unei surse (stânga) este împărțită în două unde luminoase de o oglindă semitransparentă plasată la mijloc. După ce se ciocnesc de alte două oglinzi diferite, cele două unde se recombină la loc pe placa fotografică. De remarcat că, pe porțiunea unde cele două unde sunt separate (sus și dreapta), acestea circulă pe direcții ortogonale și deci vor avea viteze diferite, în funcție de orientarea și viteza Pământului (care este orizontală în figură și a fost notată cu* $\mathbf{v}$*). De exemplu, pentru brațul din dreapta, unda luminoasă circulă față de Pământ cu viteza* $c+v$ *la dus și* $c-v$ *la întors (vezi figura 5.10). Cei doi timpi dus-întors* t_1 *și* t_2 *sunt diferiți și reprezentați în figură. Ei sunt detaliați în text. Întârzierea* $t_1 - t_2$ *dintre cele două unde se poate măsura din franjele de interferență ce se formează pe placa fotografică de jos, acolo unde cele două unde coerente se vor recombina.*

Figura 5.12: *O imagine a unor franje de interferență, obținută de Dayton Miller la începutul secolului trecut. Pe parcursul unui an, acestea trebuie să se deplaseze puțin la stânga sau la dreapta, dacă eterul există într-adevăr. În experimentele lor însă, Michelson și Morley nu au observat o astfel de deplasare. Peste de altă parte, Dayton Miller a susținut că el a observat o astfel de deplasare. La momentul actual, rezultatelele lui Miller nu sunt acceptate de comunitatea științifică largă. Reprodus cu permisiunea autorului din articolul „Dayton Miller's Ether-Drift Experiments: A Fresh Look", de James DeMeo.*

la detector. Cu alte cuvinte, o undă va rămâne în urma celeilalte și va veni mai târziu la detector. Folosind lungimea brațelor $L \approx 10$m din echipamentul lui Michelson și Morley, precum și viteza Pământului $v = 30$km/s, se poate calcula întârzierea dintre cele două unde ca fiind $\Delta T = t_1 - t_2 \approx 3 \cdot 10^{-16}$s.

Detectoare electronice în coincidență foarte bune, care ar putea măsura aceste diferențe de timp de ordinul a 10^{-16} secunde, nu sunt nici azi de găsit. De aceea, cei doi fizicieni au folosit o tehnică optică pentru a măsura întârzierea unei raze față de cealaltă, și anume *interferența optică*. În experiment, ei au combinat cele două unde de lumină pe același detector (o placă fotografică), pentru că undele erau *coerente*, provenind de la aceeași sursă. Apoi, ei au observat franjele de interferență pe care diferența de drum dintre cele două unde le scoate în evidență (vezi secțiunea 38 pentru mai multe detalii asupra interferenței optice).

Lumina vizibilă folosită de cei doi avea o perioadă a oscilației de aproximativ $1,6 \cdot 10^{-15}$s, care este de același ordin de mărime ca și întârzierea dintre cele două unde ale interferometrului. Este atunci de așteptat ca franjele de interferență să se deplaseze observabil căci, dacă întârzierea ar fi fost egală cu perioada oscilației, franjele ar fi trebuit să se deplaseze exact cu o perioadă (vezi figura 5.12).

În practică, cei doi cercetători au măsurat aceste franje de interferență în două momente *diferite* ale anului, pentru că era imposibil de determinat care este precis lungimea fiecărui braț al interferometrului (cu alte cuvinte, lungimile brațelor nu erau egale, așa cum am presupus până acum). Deoarece Pământul își schimbă poziția sa orbitală pe parcursul unui an, interferometrul se rotește în timp față de ipoteticul eter, și de deci întarzâierea dintre cele două unde se modifică în timp. În acest fel, franjele de interferență trebuie să *se schimbe* în timp, de-a lungul anului. Avantajul experimental este foarte mare, pentru că în acest caz experimentatorii trebuie doar să construiască interferometrul și apoi să nu mai schimbe nimic, ci doar să privească imaginea franjelor de interferență pe parcursul unui an întreg.

Cu toate acestea, în experiment, Michelson și Morley n-au observat *nicio* deplasare a franjelor, deși rezoluția lor a fost suficient de bună, aproximativ de o *sutime* din lungimea de undă a luminii. Cu alte cuvinte, undele luminoase au aceeași viteză în toate direcțiile, chiar și atunci când sunt măsurate de pe Pământ, chiar dacă Pământul (unde ne aflăm noi) se deplasează față de ipoteticul eter.

Mai multe măsurători au urmat în anii care au venit, cele mai multe confirmând faptul că viteza luminii este *aceeași* în toate direcțiile în care undele luminoase din brațele interferometrului au fost trimise. Aceste măsurători *infirmă* deci existența eterului. Prin urmare, trebuie să acceptăm că lumina este primul exemplu de undă ce se deplasează în vid și este complet diferită de undele sonore.

Trebuie menționat că au existat și încercări de salvare a teoriei eterului, precum cele ale fizicienilor Francis Fitzgerald (1851-1901) și Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928). Ei au presupus că eterul există, dar că el contractă corpurile care se deplasează în el, în direcția mișcării! În cazul nostru, factorul de contracție ar fi γ, introdus mai devreme. Acesta ar contracta brațul orizontal al interferometrului din figura 5.11, acolo unde inițial unda luminoasă străbătea o distanță mai mare. Noua lungime a brațului ar fi atunci $L' = L/\gamma$, care conduce, așa după cum vedem din figura prezentată, la același timp de dus-întors $t'_1 = t_1/\gamma = t_2$ pentru ambele brațe, confirmând astfel rezultatele experimentului! Intuiția fizicienilor a fost corectă, atâta doar că această contracție a corpurilor nu este datorată eterului, ci este un efect relativist, așa cum vom vedea mai târziu.

În final, câteva considerații asupra propagării luminii în vid, în lipsa eterului. Cum am menționat, aceasta era greu de acceptat pentru contemporanii lui Maxwell, fiindcă lumina este o undă, deci o vibrație a „ceva", spuneau ei (a eterului, de exemplu). Astăzi, odată cu dispariția eterului, aceste comentarii au fost cumva estompate și se acceptă ușor că o undă se poate deplasa în vid. Cu toate acestea, unii fizicieni nu sunt de acord. Ei spun că dacă nu este eterul cel care vibrează, atunci este totuși altceva, poate chiar spațiul însuși!

Așa cum vom vedea mai târziu, vibrația spațiului există și ea generează *undele gravitaționale.* Pentru ca undele electromagnetice (lumina) să reprezinte o vibrație a spațiului, avem nevoie de o teorie nouă. Astfel, avem nevoie de alte dimensiuni ale spațiului care să vibreze, decât cele trei pe care noi le cunoaștem. Au fost propuse asemenea teorii, iar noi vom discuta în secțiunea 199 despre teoria lui Kaluza-Klein care spune că universul are o a patra dimensiune spațială (suplimentară) *compactată*, în așa fel încât nu este vizibilă. Vibrația acestei dimensiuni ar reprezenta atunci unda electromagnetică de lumină ce se deplasează în vid!

Chiar dacă astfel de teorii exotice nu sunt astăzi confirmate experimental și chiar dacă ele suferă în plus de inconsistențe, să remarcăm cât de atractive sunt. Este o întoarcere la contemporanii lui Maxwell, care spuneau că „ceva" trebuie să vibreze pentru ca unda să se propage din aproape în aproape. Acel „ceva" ar fi în acest caz o dimensiune suplimentară a spațiului. Totuși, așa cum vom discuta în cadrul mecanii cuantice, în general astăzi se susține că unda electromagnetică este o *undă de probabilitate* a unei particule fundamentale (numită *foton*), și de aceea ea se poate deplasa în vid, ca toate celelalte unde de probabilitate ale particulelor elementare.

51. Aberația luminii stelare

În secțiunea precedentă am văzut că experimentul Michelson-Morley invalidează presupunerea că lumina este o undă mecanică ce se deplasează în eter, precum sunetul în aer sau apă. Cu toate acestea, există un aspect pe care l-am lăsat deoparte. Astfel, am presupus că eterul este *static* în sistemul solar, iar Pământul se mișcă în acest eter static precum un pește în apă.

Am putea însă presupune că Pământul *antrenează* eterul în mișcarea sa, la fel cum o linguriță antrenează în mișcarea ei ceaiul în care amestecă. Eterul ar avea atunci o anumită vâscozitate, care ar face ca el să aibă, aproape de suprafața Pământului, *aceeași viteză ca și Pământul.* Pe suprafața Pământului, eterul s-ar deplasa odată cu Pământul.

În acest caz, pentru că eterul este antrenat odată cu suprafața Pământului, lumina cu care experimentăm noi pe suprafața Pământului va avea acum *aceeași* viteză în toate direcțiile, exact așa cum a confirmat și experimentul Michelson-Morley. Din nou, electromagnetismul ar fi o teorie clasică a undelor. Cu toate acestea, faptul că eterul ar putea fi „antrenat" în mișcarea sa de către Pământ este invalidat de o altă observație experimentală și anume *aberația luminii stelare* (numită și aberație astronomică sau aberație stelară).

Astfel, toate stelele prezintă, de-a lungul întregului *an*, o mișcare aparentă pe cer care este aproximativ o elipsă, cu o dimensiune a axei mari de aproape $0,011°$ (de 50 de ori mai mică decât diametrul aparent al Lunii). Aceste mișcări aparente pe cer sunt la fel de mari pentru toate stelele, inclusiv pentru cele mai îndepărtate, de aceea nu ne așteptăm ca ele să fie efectiv mișcări ale stelelor.

Explicația cea mai naturală a acestui fenomen este următoarea: datorită faptului că Pământul se mișcă pe orbita sa circulară, luneta de observație trebuie înclinată *în direcția mișcării Pământului*, în așa fel încât lumina de la stele să pătrundă „drept" în tub, și să nu se lovească de pereți (vezi figura 5.13). Pentru că Pământul se mișcă pe orbita sa, trebuie să înclinăm luneta în direcțiile diferite ale Pământului de pe parcursul unui an, pentru a observa aceeași stea. Vom obține atunci o mișcare circulară a lunetei.

Fenomenul acesta mai puțin obișnuit poate fi comparat cu cel al unei bile metalice care cade drept în jos și pe care vrem să o prindem pe fundul unui tub alungit. Dacă nu ne mișcăm, bila cade drept în jos pe fundul tubului. Dacă ne mișcăm *orizontal* cu tubul în mână (așa cum este tubul așezat, adică *vertical*) bila se va lovi de pereți până ce va atinge fundul. Pentru ca bila să ajungă la fundul tubului fără să atingă pereții, trebuie să *înclinăm* tubul în direcția de mișcare, în așa fel încât bila să urmărească în căderea ei pereții tubului, fără să-i atingă, și să se oprească direct pe fundul tubului.

În cazul lunetei, valoarea înclinării de care avem nevoie este dată de raportul dintre viteza Pământului $v \approx$

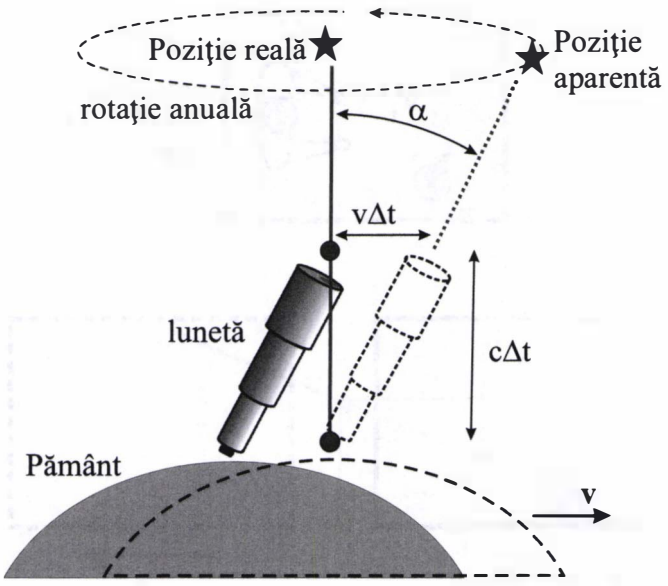

Figura 5.13: *O lunetă aflată pe Pământul aflat în mișcare încearcă să capteze lumina provenind de o stea aflată la zenit (chiar deasupra capului). Pentru că luneta se deplasează spre dreapta, aceasta trebuie înclinată în direcția de mișcare a Pământului, pentru ca lumina să nu atingă pereții în căderea ei. Dacă luneta este înclinată, lumina va circula prin lunetă neatingând pereții, căzând efectiv ca o piatră într-o fântână în mișcare. Înclinarea necesară a lunetei se calculează direct din schița de mai sus ca fiind* $\tan\alpha = v/c$, *unde* $v = 30$ km/s *este viteza Pământului iar* c *este viteza luminii. Valoarea devine* $\alpha = 0,0057°$. *Efectul conduce la o rotație anuală aparentă pentru toate stelele, deoarece Pământul are o mișcare de revoluție în jurul Soarelui și deci își schimbă direcția de deplasare. Atunci și noi trebuie să reorientăm de fiecare dată direcția telescopului pentru a vedea corect steaua.*

30 km/s și cea a luminii $c \approx 300000$ km/s. Acest raport conduce la o înclinare a lunetei de $\alpha = \arctan(v/c) = 0,0057°$, adică exact jumătate din diametrul observat pentru aberația stelelor de $0,011°$, așa cum trebuie (vezi figura 5.13). Interesant este că, printr-un argument invers, cunoscând aberația stelelor, putem calcula viteza luminii c, „măsurând" astfel viteza luminii pe lungimea foarte mică a lunetei, de ordinul unui metru!

Observația de mai sus infirmă presupunerea eterului antrenat și iată de ce. Să ne imaginăm că tubul din exemplul de mai devreme este umplut cu apă, pentru că ne aflăm *scufundați* în adâncurile unui ocean. Lăsăm acum bila să cadă în tub și ne deplasăm orizontal cu tubul plin cu apă și cu bila în el. Acum însă, apa din tub trage bila după ea. Se prea poate atunci ca bila să atingă fundul tubului *fără să mai fim nevoiți să înclinăm tubul* (argumentul este valabil și pentru unde).

Tot astfel, dacă eterul nostru se mișcă odată cu luneta, precum apa din tub odată cu tubul, înseamnă că nu va mai trebui să înclinăm luneta pentru a vedea steaua. În acest caz nu am fi observat aberația stelelor. Cu toate acestea noi observăm aberația stelelor *exact* la valoarea prezisă (dată de raportul vitezelor Pământului și a luminii) și deci nu poate fi vorba de un eter antrenat, așa cum apa din tub e antrenată de mișcarea tubului.

În finalul acestei secțiuni, să recapitulăm ultimele afirmații despre viteza luminii în vid. Am văzut astfel cum câteva propuneri au încercat să facă din electromagnetism o teorie „mecanică": o teorie a bilelor, ca la Ritz, una a undelor mecanice deplasându-se în eterul neantrenat și alta a eterului antrenat. Toate au fost *invalidate experimental.* Viteza unei raze de lumină rămâne aceeași constantă universală privită din *orice* sistem de referință inerțial, oricum ne-am deplasa noi față de ea, iar legile lui Maxwell sunt corecte așa cum sunt, nu trebuie modificate. Reamintim încă o dată că nu este vorba de faptul că raza de lumină are mereu aceeași viteză, ci de faptul că ea are aceeași viteză *față de noi*, oricum ne-am mișca noi față de rază, fie că ne apropiem de ea, fie că ne îndepărtăm de ea. Să ne întoarcem atunci la consecințele acestei proprietăți cu adevărat ciudate.

52. Dilatarea timpului

După cum am menționat într-una din secțiunile precedente, invarianța vitezei unei raze de lumină pentru *orice* observator pune probleme paradoxale, de exemplu percepția vitezelor. Iată o variantă simplificată a acestor contradicții: dacă cineva se îndepărtează de noi cu viteza luminii c și aprinde o lanternă în direcția lui de mișcare, oare cu ce viteză se va deplasa lumina lanternei față de noi?

Din punctul nostru de vedere, ne-am aștepta ca lumina să se deplaseze cu o viteză *dublă* $2c$, adică suma dintre viteza persoanei față de noi și viteza razei de lumină față de acea persoană. O astfel de valoare dublă este însă inacceptabilă, pentru că viteza razei de lumină este c în orice sistem de referință, inclusiv cel al nostru! Noi trebuie să vedem raza de lumină îndepărtându-se tot cu viteza c. Rezultă o contradicție.

Einstein a înțeles că singura ieșire din paradoxul aceleiași viteze a luminii în orice sistem de referință inerțial este renunțarea la modul clasic în care percepem timpul și spațiul. Dacă ne permitem flexibilitatea de a percepe timpul și spațiul *diferit* în cele două sisteme de referință, atunci nu mai este nici o problemă: lumina poate avea aceeași viteză în sisteme de referință inerțiale diferite! Aceasta deoarece viteza este definită ca distanța parcursă într-o anumită perioadă de timp, adică raportul celor două. Dacă se schimbă percepția spațiului, sau a timpului, se prea poate ca viteza luminii, dată de raportul celor două, să fie aceeași în toate sistemele de referință inerțiale. Cum putem însă modifica percepția spațiului și timpului?

Să luăm de exemplu percepția timpului. În mod normal, ne așteptăm ca toate ființele de pe Pământ sau din alte locuri din univers să perceapă *aceeași* curgere a timpului. Acesta ar fi Timpul Universal și absolut despre care vorbește Newton. Ne putem imagina atunci că în fiecare punct din univers este un ceas care indică acest Timp Universal. Putem considera că persoana cu lanternă care

se îndepărtează de noi (și care luminează în direcția lui de mișcare) se uită la aceste ceasuri care indică Timpul Universal. După cum am văzut, lumina se îndepărtează de el cu viteza c, iar față de noi ne-am aștepta să se îndepărteze cu viteză dublă. Dacă și noi am consulta aceste ceasuri care arată Timpul Universal, am trage concluzia că lumina se deplasează cu viteza $2c$.

Pe de altă parte, schimbarea percepției timpului de către oameni este ușor de imaginat, să ne aducem aminte numai ce greu trece timpul în momentele de plictiseală. Să presupunem acum că suntem într-un astfel de moment și că punem lângă Ceasul Universal un ceas al nostru, care merge *de două ori mai repede.* Dacă Ceasul Universal arată că a trecut o oră, noi vom spune: „Numai o oră? Trebuie să fi trecut două ore cât m-am plictisit aici!" În acel moment ne vom uita la ceasul nostru de buzunar (care este reglat să meargă de două ori mai repede) și care va arăta că au trecut două ore. Atunci vom zice: „Ăsta trebuie să fie mai bun!"

În acest caz, dacă am măsura cu Ceasul Universal viteza luminii lanternei, ne-am aștepta să obținem $2c$. Noi însă nu ne încredem în acest ceas și privim ceasul nostru. El merge de două ori mai repede și arată că a trecut un timp *dublu.* Atunci vom estima că viteza calculată trebuie să fie de două ori mai mică, pentru că distanțele le presupunem neschimbate, iar viteza este raportul dintre distanța parcursă și timp. Vom obține atunci o viteză egală cu viteza luminii, adică c! Iată cum, în acest caz, obținem și noi *aceeași* viteză a luminii c, ca și persoana cu lanterna, deși ea se îndepărtează de noi cu viteza c.

Vedem astfel cum prin schimbarea percepției timpului putem obține *aceeași* viteză a luminii pentru sisteme inerțiale diferite, contrar intuiției noastre. Deși exemplul precedent este suprasimplificat, el conține esența soluției: dacă vrem ca lumina să aibă aceeași viteză în orice sistem de referință, trebuie să schimbăm percepția spațiului și timpului pentru cei doi observatori. În acest fel suntem forțați să acceptăm că cei doi observatori percep *diferit* timpul și spațiul.

Iată în continuare un alt exemplu care ne impune schimbarea percepției timpului odată ce acceptăm constanța vitezei luminii în vid. De remarcat însă că din acest nou exemplu putem să calculăm și *cantitativ* cum se schimbă percepția timpului.

Astfel, să presupunem că un ardelean circulă într-un tren, iar un oltean stă pe peron, de unde observă experimentele acestuia (vezi figura 5.14). Într-o primă instanță, ardeleanul stă lângă o fereastră a trenului, de unde aruncă o ceapă spre cealaltă fereastră, într-o direcție *perpendiculară* pe cea de mișcare a trenului (transversal deci). Acum, atât și ardeleanul, cât și olteanul își pun problema: după cât timp va ajunge ceapa la celălalt perete?

Pentru ardeleanul din tren problema este simplă, deoarece el nu se mișcă în tren, așa după cum ne spune și o anecdotă: „Bade, stai și cugeți?" „Ba, numai stau". Timpul pentru ardelean este dat atunci de raportul distanței (care este lățimea trenului) și vitezei cu care el aruncă ceapa.

Pentru oltean, situația este ceva mai complicată. Astfel, deoarece ardeleanul se află în trenul *în mișcare*, ceapa va căpăta o componentă de viteză în direcția trenului (vezi

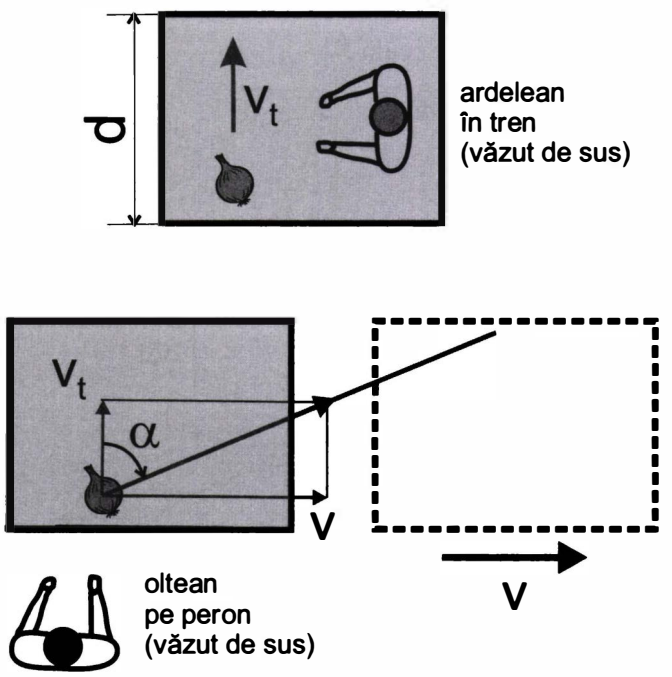

Figura 5.14: *Sus: O ceapă este aruncată transversal într-un vagon de tren care se deplasează cu viteza v spre dreapta. Viteza cepei este v_t (situația este privită de sus). Din punct de vedere al unui ardelean aflat în tren, ceapa atinge celălalt perete în timpul $t_{ardelelan} = d/v_t$. Jos: văzută de un oltean aflat pe peron, ceapa circulă diagonal între pereți. Viteza ei în direcția transversală este aceeași, v_t, de aceea timpul în care ajunge ceapa la celălalt perete este același și pentru oltean, $t_{oltean} = d/v_t$. De observat că viteza diagonală a cepei, văzută din sistemul de referință al olteanului, este mai mai mare, fiind dată de regula de însumare vectorială a vitezelor $\sqrt{v_t^2 + v^2}$.*

figura 5.14). Văzută de pe peron, ceapa va circula *diagonal* spre cealaltă parte a trenului.

Acum, legile de mișcare ale lui Newton sunt clare. Viteza cepei pe diagonală este *suma vectorială* a celor două componente (viteza cepei perpendiculară pe tren și viteza trenului). Viteza componentei perpendiculare a cepei măsurată de oltean este însă *identică* cu viteza măsurată de ardelean în tren, așa că, în final atât ardeleanul, cât și olteanul ajung la concluzia că ceapa va atinge cealaltă parte a trenului în același moment de timp.

Într-un al doilea experiment, ardeleanul alege să aprindă o *lanternă* spre celălalt perete (vezi figura 5.15). Ne întrebăm acum, din nou, după cât timp va atinge lumina celălalt perete? Pentru ardeleanul din tren problema este din nou simplă. Timpul va fi dat de lățimea trenului deîmpărțită la viteza luminii. Dacă trenul are o lățime de 3m, atunci timpul străbătut de lumină rezultă aproximativ de 10 nanosecunde.

Pentru olteanul de pe peron, lumina lanternei va circula diagonal de la un perete al trenului la altul, pentru că trenul se află în mișcare. Viteza luminii are din nou *două componente*: o componentă perpendiculară pe tren și una de-a lungul trenului (componentă care este egală cu viteza trenului). Olteanul ar putea presupune acum că acea componentă a vitezei perpendiculară pe tren este

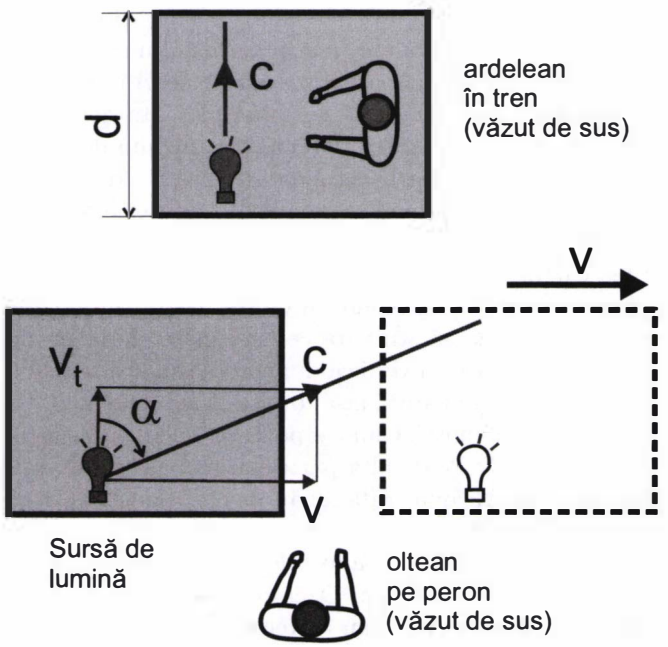

Figura 5.15: *Sus: O rază de lumină circulă cu viteza c între două oglinzi așezate transversal într-un vagon de tren în mișcare (viteza acestuia este v, iar situația este văzută de deasupra trenului). Pentru un ardelean aflat în tren, lumina atinge celălalt perete în* $t_{ardelelan} = d/c$. *Jos: văzută de un oltean aflat pe peron, lumina circulă diagonal între oglinzi, cu aceeași viteză universală c. Componenta vitezei luminii pe direcția de mișcare a trenului este chiar viteza trenului v și atunci componenta transversală* v_t *trebuie să fie mai mică decât c (vezi text).*

egală cu viteza luminii, atât cât măsoară și ardeleanul din tren, însă de data aceasta el s-ar înșela amarnic!

Aceasta pentru că lumina are aceeași viteză c în toate sistemele de referință inerțiale. Olteanul este obligat atunci să aleagă viteza totală a luminii, cea de pe direcția *diagonală*, ca fiind dată de valoarea cunoscută a vitezei luminii. Consecința? Componenta pe direcția perpendiculară pe tren va fi *mai mică* decât viteza luminii (vezi figura 5.15). De fapt, cu cât viteza trenului este mai mare, cu atât această diagonală se înclină mai mult în direcția de mișcare a trenului, și cu atât componenta vitezei în direcția perpendiculară a mișcării trenului devine mai mică.

Pentru oltean însă, timpul în care lumina atinge celălalt capăt este dată tocmai de această componentă a vitezei pe direcția perpendiculară a trenului. Cu cât trenul merge mai repede, cu atât lumina ajunge mai târziu la cealaltă parte, deoarece componenta transversală a vitezei luminii devine mai mică. Atunci și timpul măsurat de oltean va fi *mai mare* decât timpul măsurat de ardelean, pentru că această componentă a vitezei este mereu mai mică decât viteza luminii.

În concluzie, vedem că pentru ardelean nu contează viteza trenului; timpul în care lumina ajunge la cealaltă parte este mereu același, de 10 nanosecunde. Olteanul însă măsoară mereu un timp mai mare, dependent de *viteza* trenului. Cu cât viteza trenului este mai mare, cu atât componenta transversală a vitezei luminii v_t este mai mică, și cu atât timpul măsurat de oltean este mai mare. Practic, cei doi observatori percep timpul în mod *diferit*!

De fapt, în acest caz, putem efectua un calcul în triunghiul dreptunghic al componentelor vitezei și obține de câte ori este *mai mare* timpul măsurat de oltean față de timpul măsurat de ardelean. Astfel, urmărind figura 5.15, obținem pentru componenta pe direcția transversală $v_t = c\cos\alpha$. Folosind $\sin\alpha = v/c$, unde v este viteza trenului, obținem

$$v_t = c\cos\alpha = c\sqrt{1-\sin^2\alpha} = c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{c}{\gamma}$$

unde $\boxed{\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}}$

Timpul în care lumina atinge cealaltă parte a trenului este pentru oltean

$$t_{oltean} = \frac{d}{v_t} = \gamma\frac{d}{c} = \gamma\, t_{ardelean}$$

Deoarece viteza trenului este mai mică decât viteza luminii $v < c$, avem $\gamma > 1$ și deci $t_{oltean} > t_{ardelean}$. În deducție am folosit faptul că un obiect nu se contractă sau dilată într-o direcție perpendiculară pe cea de mișcare (lățimea trenului d este aceeași pentru ambii observatori).

Observăm astfel că raportul γ dintre timpii măsurați de ardelean și de oltean este mereu mai mare ca 1, și că tinde la infinit când viteza trenului v se apropie de viteza luminii c. Atunci luminii îi ia un timp uriaș să atingă celălalt perete, spune olteanul, deoarece componenta transversală a vitezei luminii devine foarte mică. Tot aici se vede cum, dacă viteza trenului ar depăși-o pe cea a luminii, am obține un termen imaginar, ceea ce nu este acceptabil. De aici rezultă o concluzie pe care o vom detalia ulterior: *nici un obiect nu poate depăși viteza luminii*!

Esența acestei secțiuni a fost menționată deja în introducere: dacă vrem ca viteza unei raze de lumină să fie aceeași, văzută din orice sistem de referință, indiferent cum se deplasează niște observatori față de ea, atunci trebuie să schimbăm *percepția* timpului și spațiului pe care o au acești observatori. În cazul nostru, timpul raportat de un observator static (olteanul) este mai mare decât cel raportat de un observator în mișcare (ardeleanul) cu un factor γ care depinde numai de viteza relativă a celor doi observatori. În acest fel, atât ardeleanul, cât și olteanul vor raporta aceeași viteză totală a luminii (vezi figura 5.15).

Faptul că timpii măsurați de ardelean și oltean nu coincid pare paradoxal. Este însă această senzație a noastră asupra timpului care ne păcălește. Timpul ne apare ca marginea unei perdele care se lăsă în jos *la fel* în toate punctele din spațiu, și ne-am aștepta ca el să cadă în același moment atât pentru ardelean, cât și pentru oltean. Astfel ei ar raporta același moment de timp când lumina atinge celălalt perete al trenului.

Dar se pare că nu se întâmplă așa, și olteanul trebuie să raporteze un timp mai lung. Din discuția precedentă, vedem că problema este faptul că olteanul a fost *obligat* să aleagă pentru viteza *totală* (cea diagonală) o valoare egală cu viteza luminii, pentru că lumina are aceeași o viteză totală din orice sistem de referință este privită. La urma

Figura 5.16: *Fotografie a lucrării „Arca lui Noe", de Virgil Scripcariu, reprodusă cu acordul dumnealui. Dacă arca lui Noe ar fi mers cu viteză apropiată de cea a luminii, toate animalele din ea ar fi perceput dilatarea timpului în acelasi fel. Aceasta pentru că dilatarea timpului depinde doar de viteza obiectului, or toate animalele din arca lui Noe merg cu aceeasi viteză. Din această cauză, animalele nici nu și-ar fi dat seama că dilatarea timpului a avut loc dacă s-ar fi uitat numai în arcă, pentru că nu ar fi sesizat vreo diferență în comportarea celorlalte animale sau în viteza de procesare a propriului creier, care și ea ar fi fost încetinită sincron cu celelalte procese.*

urmei, în cazul cepelor, nu a fost nici o problemă, pentru că nu au fost impuse restricții.

Olteanul este desigur dezamăgit, repetă experimentul de mii de ori și-l întreabă pe ardelean: „Mă, ardelene, tu ce timp ai măsurat?" Obține mereu același răspuns, timpul măsurat de ardelean atunci când lumina atinge celălalt perete rămâne de 10ns, indiferent de viteza trenului, pe când olteanul măsoară un timp *mai mare*, cu atât mai mare cu cât viteza trenului crește. Pentru el, luminii îi ia mereu mai mult timp să ajungă la celălalt perete.

Aceasta l-ar putea aduce la disperare pe oltean, dar avem de-a face cu un oltean, așa că după ceva timp îi strigă ardeleanului: „Mă, frate, ia arată-mi ceasul tău, ce, vrei să mă păcălești?" Dacă ar verifica ceasul ardeleanului exact în momentul în care lumina ar atinge celălalt perete, ar vedea pe cadranul lui scris: 10ns. Pe când ceasul olteanului a trecut demult de această valoare... Ciudat, cele două ceasuri arată timpi diferiți!

„Păi bine, ardelene, zice olteanul, tu nu vezi că ceasul tău e stricat? Hai să mai facem un experiment. Dacă trenul o să meargă cu o viteză *apropiată* de viteza luminii (dar nu mai mare) ce o să se întâmple?" În acest caz, diagonala pe care se mișcă lumina, din unghiul de vedere al olteanului, ar fi foarte aproape de direcția de mișcare a trenului. În consecință, componenta vitezei luminii pe direcția perpendiculară ar fi atât de mică, încât luminii îi va lua câțiva ani să atingă celălalt capăt!

Așa că, după ce olteanului îi crește barbă, ani de zile, așteptând lumina să străbată cei trei metri de la un perete la celălalt, acesta verifică din nou ceasul ardeleanului. Ceasul ardeleanului arată însă tot așa, 10ns. Olteanul, bătrân deja, înnebunit: „Cum se poate ardelene, ceasul tău tot 10ns arată?" Pe de altă parte, nu numai ceasul arată 10ns, dar și ardeleanul arată tânăr, de parcă pentru el n-au trecut ani în decursul experimentului, ci numai o clipă!

Clar, nu ceasul din tren a fost de vină! Parcă tot timpul din tren s-ar fi oprit în loc. Dacă pentru oltean au trecut ani de zile, pentru ardelean a trecut doar o clipă. Și nu numai pentru el, ci și pentru tot ce era în tren: ceas, rață, gâscă, tot ce se mișca cu aceeași viteză a trenului. În final, olteanul ar trebui să cedeze, într-adevăr timpul parcă stă pe loc în tren, acolo lumina face doar 10ns dintr-o parte în alta a trenului. Comportarea pare să fie universală, pentru toate obiectele care se mișcă, nu numai pentru ceasuri (vezi figura 5.16).

În următoarele două secțiuni vom discuta despre cum putem înțelege aceste fenomene. Prima secțiune, cea care urmează, este ceea ce poate fi numită o viziune *clasică*, ce ne ajută să acceptăm mai ușor această comportare, dar care nu scoate în evidență generalitatea acestor efecte. El spune că atât ceasurile, cât și atomii obiectelor din tren își încetinesc pur și simplu mișcarea lor internă. Cea de-a doua explicație este mai *modernă* și ea conduce la noțiunea de spațiu-timp. Ea va fi discutată în secțiunea 60.

53. Dilatarea timpului în electromagnetism, abordată clasic

Discuția din secțiunea precedentă conține cheia unei înțelegeri clasice, chiar dacă nu depline, dar măcar ușor acceptabile, a dilatării timpului. Astfel, am putea înțelege fenomenul dacă am presupune că *tot* ce se deplasează cu o viteză finită (în exemplele de mai sus, tot ce se află în tren, ardelean, rață sau atom) își încetinește „ceasurile interne" față de noi.

La urma urmei, noi suntem făcuți din atomi, ca și ceasurile sau o rață și o gâscă, iar acești atomi pot fi priviți ca niște ceasuri interne. Dacă electronii din interiorul acestor atomi s-ar mișca mai încet în jurul nucleelor, dacă interacțiile dintre atomi ar fi încetinite, atunci ar fi ca și cum viața întregului organism este încetinită, pentru că fiecare atom din organism este încetinit! Să remarcăm că toți atomii dintr-un organism vor fi încetiniți *cu același*

factor, pentru că ei merg cu *aceeași* viteză, cea a corpului, iar organismul ar funcționa la fel de bine, doar că mai încet.

Aceasta este și prima abordare cu care au venit fizicienii în jurul anului 1900, atunci când astfel de efecte de dilatare a timpului au ieșit la iveală. Unul dintre ei a fost și Joseph Larmor (1857-1942), care a prezis că electronii orbitează mai încet în jurul nucleului odată ce atomul din care fac parte este în mișcare. Culmea este că în anul 1897 Larmor a calculat factorul corect de dilatare a timpului γ (cel menționat de noi în secțiunea precedentă) numai pe baza teoriei clasice a electromagnetismului, într-o epocă în care teoria relativității nu apăruse încă.

Rezultatul obținut de Larmor nu este întru totul o surpriză. Astfel, în cazul static, nucleul atomului generează numai un câmp electric, iar electronii trebuie să se miște în acest câmp. Cu toate acestea, atunci când nucleul atomului este în mișcare (pentru că atomul însuși este în mișcare) câmpul electric generat de nucleu ia alte valori, iar nucleul în mișcare generează suplimentar și câmp magnetic, după cum știm că spun legile câmpului electromagnetic (vezi figura 5.17).

Se poate calcula mișcarea electronului în noile câmpuri electrice și magnetice ale nucleului în mișcare. Nu este de mirare atunci că rezultatul conduce la o altă perioadă de revoluție a electronului în jurul nucleului decât dacă nucleul ar fi stat pe loc. Pur și simplu ne așteptăm ca din noile calcule să obținem un alt rezultat, din moment ce problema s-a modificat.

Larmor ne spune că perioada de revoluție a electronului devine mai *mare* pentru atomul în mișcare, cu un factor $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ ce depinde de viteza v a atomului. Aceasta înseamnă că electronul se mișcă mai încet în jurul atomului, ca și cum acest ceas intern al atomului ar încetini. Trebuie spus însă că, pentru a obține factorul corect, calculul trebuie să mai considere un element suplimentar ce ține de dinamica electronului, faptul că masa sa crește cu factorul γ atunci când electronul este în mișcare odată cu atomul. Acesta este în esență un efect relativist, despre care vom discuta mai târziu.

După cum vedem, ne putem imagina că ceasul ardeleanului (cel care se mișcă odată cu trenul) își încetinește efectiv bătaia în toate încheieturile sale, chiar și în interiorul fiecărui atom al său. Electronul se mișcă pe orbita sa mai încet, pentru că s-a schimbat configurația de câmpuri electrice și magnetice din jurul nucleului. Nu numai electronul își încetinește mișcarea, dar chiar și interacțiunea dintre atomi este mai înceată, ajungând până la rotițele minuscule ale ceasului. Și acestea se vor învârti mai încet.

Privind astfel, putem crede că efectul de încetinire a bătăilor ceasurilor și atomilor este de fapt un fenomen *clasic*, un fenomen al câmpului electromagnetic. El poate fi calculat și prezis din legile lui Maxwell aplicate atomului, la care mai adăugăm caracteristicile dinamice ale particulelor. De fapt, o astfel de abordare bântuie și azi paginile de internet, fiind în mare parte ignorată de mediile academice.

Totuși, această abordare nu este în esență greșită, căci legile câmpului electromagnetic *trebuie* să fie aceleași în toate sistemele de referință, așa cum am menționat, deci ele sunt valabile și în sistemul nostru de referință. Cu alte cuvinte, dacă Larmor n-ar fi obținut factorul de dilatare

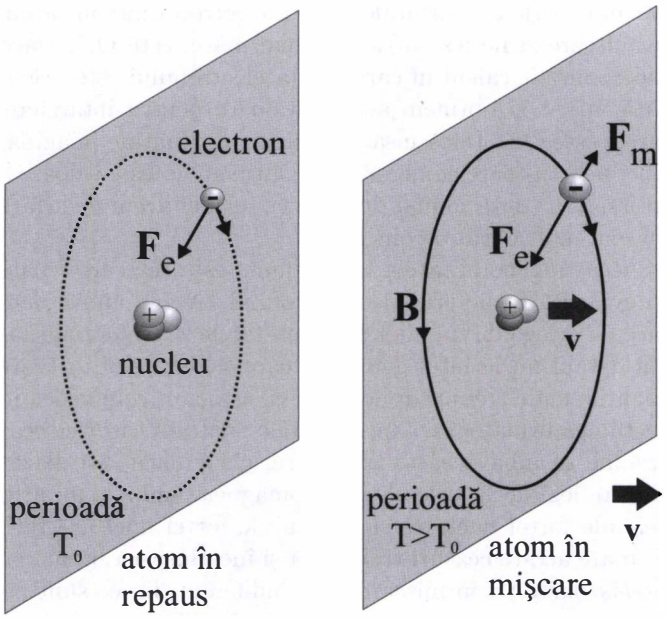

Figura 5.17: *Stânga: orbita unui electron în jurul unui nucleu static și forța electrică ce acționează asupra acestuia. Perioada orbitală a electronului este T_0. Dreapta: atomul este în mișcare cu viteza v în direcție perpendiculară pe planul orbitei. Acum câmpul electric al nucleului este diferit, iar în plus nucleul generează și câmp magnetic. Perioada de rotație orbitală a electronului crește, devenind $T = \gamma T_0$, pentru că forțele care acționează asupra lui sunt diferite. Acum electronul se mișcă mai încet, iar atomul își încetinește astfel ceasul său intern (electronul ce orbitează în jurul nucleului).*

corect, înseamnă că ar fi greșit la semne! Trebuia să-i iasă, pentru că legile electromagnetismului rămân complet valabile atât în sistemul de referință al observatorului în repaus, cel față de care atomul se mișcă, cât și în sistemul de referință al atomului în mișcare.

Modul acesta *clasic* de a privi lucrurile ne ajută să înțelegem mai simplu ce se întâmplă cu dilatarea timpului. În esență, nu trebuie să ne gândim la timp ca la ceva absolut, de o calitate invizibilă, să spunem, ci mai degrabă la numerele pe care le citim pe cadranul ceasului. Dacă ceasul ardeleanului în mișcare își încetinește bătaia față de noi, pentru că atomii din el își încetinesc ritmul, atunci acele numere se vor derula mai încet pe ecran. În același timp și atomii din creierul ardeleanului își vor încetini ritmul, cu același factor, așa încât ardeleanul nu va observa o schimbare privind doar ecranul ceasului.

Este cumva ca într-o altă anecdotă cu un ardelean care vrea să se ia la întrecere cu varul său din străinatate la prins melci. Se duc în pădure și își dau întâlnire într-o oră, să compare cât au prins. La timpul stabilit, verișorul se întoarce cu două coșuri pline de melci, în timp ce ardeleanul vine cu coșul gol. „Ce-ai făcut măi vere?" întreabă străinul. „Apăi și melcii ăștia... când să te apleci să-i iei de jos, ei „țuști" printre picioare..." răspunde ardeleanul dezamăgit.

Cu toate că abordarea prezentată în această secțiune ne ajută să înțelegem de ce ceasurile în mișcare întârzie, ea ne ascunde *generalitatea* fenomenului. Astfel, dacă facem

calculul perioadei orbitale a unui electron dintr-un atom în mișcare și ne iese o valoare mai mare, este OK. Dacă facem un alt calcul în care orbita electronului este orientată diferit și obținem aceeași valoare pentru întârziere, iarăși este OK. Dacă însă pentru toate situațiile imaginabile, pentru toate configurațiile, obținem aceeași valoare a întîrzâierii (dată numai de viteză), atunci avem de-a face cu mai mult decât o coincidență.

Această generalitate a fenomenului este cea care scoate în evidență caracterul ei mai profund. Avem cumva de-a face cu o lege de un alt tip, cu un fel de *principiu* ale cărui detalii nu le înțelegem, dar care este valabil în toate cazurile unde trebuie aplicat. Căci, așa cum vom vedea în secțiunea următoare, experimentele ne arată că *orice* ceas trebuie să aibă această întârziere, chiar dacă este bazat pe alte legi decât cele ale electromagnetismului, cum ar fi cele ale forței nucleare slabe sau ale forței nucleare tari. Și toate aceste ceasuri trebuie să-și încetinească bătaia cu *același factor* γ în mișcarea lor, indiferent din ce sunt făcute. Principiul întârzierii ceasurilor în mișcare trebuie să fie mult mai general decât electromagnetismul.

54. Universalitatea dilatării timpului

Miuonii sunt particule elementare, un fel de electroni mai grei. Ei sunt creați în atmosferă foarte înaltă, la zeci de kilometri deasupra Pământului, atunci când protonii din razele cosmice lovesc părțile exterioare ale atmosferei.

În mod normal, miuonii au o viață scurtă: după numai 2 microsecunde ei se dezintegrează într-un electron, un neutrin și un antineutrin. Aceasta în situația în care miuonii sunt în repaus. Căci, dacă sunt în mișcare, ceva special pare că se întâmplă: miuonii supraviețuiesc mult mai mult! Acest lucru a fost determinat experimental de fizicienii Bruno Rossi și David Hall în anul 1941, atunci când ei au studiat miuonii ce ajung pe Pământ din atmosferă și au observat un lucru cel puțin ciudat.

Astfel, dacă timpul de viață al miuonilor este de 2 microsecunde și ei ar circula cu o viteză apropiată de cea a luminii (viteza maximă din univers, după cum am menționat deja), atunci ei nu pot parcurge decât cel mult 600 de metri (care este practic viteza luminii înmulțită cu timpul de 2 microsecunde). După aceea miuonii se dezintegrează (vezi figura 5.18). Cu toate acestea, miuonii măsurați de Rossi și Hall ajung de la atmosfera înaltă până la suprafața Pământului, circulând pe o distanță de *câteva zeci de kilometri*! Ce se întâmplă? De ce nu se dezintegrează ei în prima jumătate de kilometru?

Explicația este simplă, dacă ținem cont de dilatarea timpului. Odată ce miuonul circulă cu viteze apropiate de viteza luminii, ceasul lui intern *încetinește*, și astfel el supraviețuiește mai mult, putând astfel traversa cei câțiva zeci de kilometri. De fapt, dacă viteza lui ar fi foarte, foarte aproape de viteza luminii, atunci miuonii ar putea supraviețui chiar ani de zile, din punctul nostru de vedere desigur, și ar putea străbate mii de kilometri. Din punctul lor de vedere, miuonii „simt" că trăiesc numai 2 microsecunde, oricât de mare ar fi viteza lor și oricât de departe ar merge.

Cauza dezintegrării miuonilor nu este de natură electromagnetică, deci dilatarea timpului este într-adevăr un fenomen *universal*, aplicabil nu numai câmpului electromagnetic. Miuonii sunt astfel o dovadă directă, experimentală, a dilatării universale a timpului.

Astăzi, efectul dilatării timpului a fost verificat în nenumărate experimente, ce au inclus chiar ceasuri atomice plasate în avioane. De fapt, în principiu, am putea verifica și noi acest efect pe laptop-urile noastre. Astfel, putem calcula că, într-o cursă de avion de la New York la București, ceasul intern al laptopului rămâne în urmă cu aproximativ 10^{-8} secunde, ceea ce reprezintă câteva zeci de bătăi interne ale ceasului din laptop, dacă ținem cont de frecvența internă a acestuia.

Din păcate, nu putem să verificăm imediat această întârziere, pentru că ne va fi greu să găsim două laptop-uri (unul în avion și unul în aeroport) care să aibă exact *aceeași frecvență internă*, în așa fel încât să le putem sincroniza. Aceasta deoarece procesul de fabricație face ca laptop-urile să aibă procesoare interne cu o frecvență de oscilație puțin diferită. În plus, oscilatorul unui singur laptop nu este suficient de stabil în timp. Astfel, nu putem măsura întârzierea laptop-ului cu o precizie suficientă, comparându-o cu cea a unui alt laptop. Am avea nevoie de ceasuri atomice portabile...

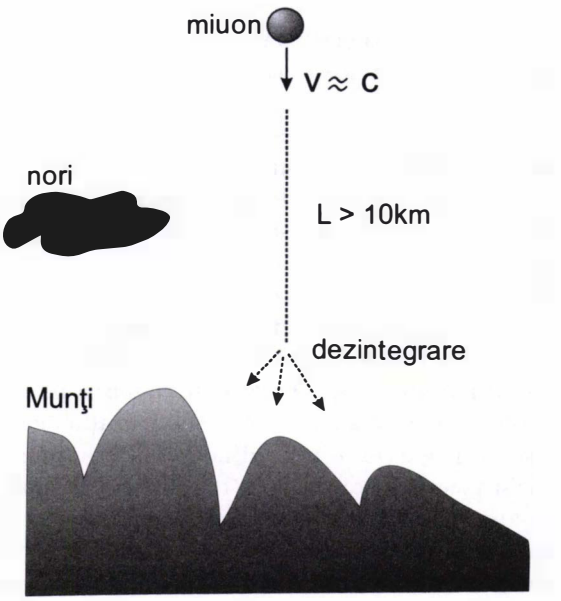

Figura 5.18: *În figură este reprezentat un miuon care intră în atmosfera Pământului (la câteva zeci de kilometri altitudine) și se dezintegrează aproape de suprafața Pământului. În mod normal, până să se dezintegreze în alte particule, un miuon trăiește 2 microsecunde. La o viteză maximă egală cu viteza luminii, distanța străbătută de miuon este atunci de maximum 600 de metri. Cu toate acestea, miuonii provenind de la zeci de kilometri deasupra Pământului ating totuși suprafața Pământului. Cum se poate așa ceva?*

55. Contracția Lorentz a lungimilor

După cum am menționat, invarianța vitezei unei raze de lumină la schimbarea sistemului de referință inerțial poate fi explicată numai dacă schimbăm percepția timpului și a spațiului. Despre dilatarea timpului am vorbit, să spunem acum câteva cuvinte despre *contracția lungimilor*, care este tot o consecință a constanței vitezei luminii.

Astfel, în teoria relativității, atunci când un obiect este în mișcare, acesta se *contractă* în direcția de mișcare. Contracția poate fi foarte mare, în funcție de viteză, în așa fel încât obiectul apare turtit rău de tot. Nu vom vorbi aici pe larg despre contracția lungimilor, însă vom face câteva observații.

Astfel, ca și dilatarea timpului, și contracția lungimilor a fost propusă înaintea lui Einstein pe baze clasice, de către fizicienii George Fitzgerald și Hendrik Lorentz. Aceștia au încercat (așa cum am menționat în secțiunea 50) să salveze teoria eterului și au arătat că rezultatele experimentului Michelson-Morley pot fi explicate dacă se consideră că obiectele se contractă în direcția lor de mișcare.

Mai târziu, fizicianul Joseph Larmor, despre care am văzut în secțiunea 53 că a descris clasic dilatarea timpului, a explicat astfel efectul *contracției lungimilor*: „dacă forțele interne (ale unui corp) sunt numai de natură electromagnetică, atunci efectul vitezei asupra unui corp este contracția acestuia cu un factor de $1/\sqrt{1-v^2/c^2}$". Să remarcăm că acest număr este exact coeficientul γ pe care l-am întâlnit la dilatarea timpului! Larmor a scos în evidență faptul că această contracție a lungimilor se poate explica în cadrul teoriei *clasice* a electromagnetismului.

Metoda lui Larmor ne ajută să înțelegem clasic contracția obiectelor în direcția lor de mișcare, în același mod ca și dilatarea timpului. Astfel, nucleul atomilor *în mișcare* creează alte valori pentru câmpul electric, precum și un câmp magnetic suplimentar, care trebuie luate în considerare atunci când calculăm mișcarea electronului. Se prea poate atunci ca orbita electronului în jurul nucleului să nu fie circulară, ci puțin *turtită* în direcția de mișcare. Cu toată această explicație clasică, contracția lungimilor este un fenomen universal, indiferent dacă obiectul funcționează după legile electromagnetismului sau după alte legi, și iată de ce.

Să revenim la exemplul miuonului din secțiunea precedentă și să vedem ce se întâmplă în propriul lui sistem de referință (vezi figura 5.19). Vă mai aduceți aminte că miuonul parcurge zeci de kilometri din atmosferă până pe Pământ, când ar fi trebuit să parcurgă o distanță de maximum 600 de metri? Aceasta pentru că ceasul său intern *încetinește*, și miuonul „trăiește" mult din perspectiva noastră. Pe de altă parte, din punctul lui de vedere, miuonul „simte" tot 2 microsecunde, și deci trăiește tot o clipă. În viața lui scurtă miuonul vede cum Pământul se îndreaptă spre el cu o viteză apropiată de viteza luminii (cu aceeași viteză cu care el se deplasează prin atmosferă).

Din punctul de vedere al mionului, văzând că Pământul se deplasează cu o viteză apropiată de cea a luminii c, și

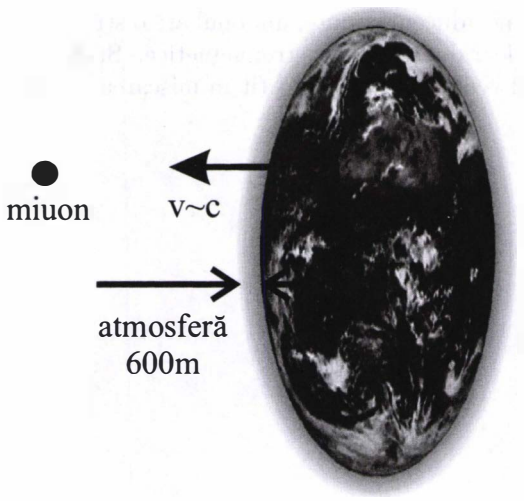

Figura 5.19: *Un miuon intră cu o viteză apropiată de viteza luminii c în atmosfera Pământului, unde străbate câteva zeci de kilometri. Situația este prezentată în figură din sistemul de referință al miuonului, acolo unde miuonul este în repaus, iar Pământul se îndreaptă spre miuon. Miuonul trăiește doar $t = 2\mu s$ și i se pare că Pământul se apropie de el cu o viteză apropiată de viteza luminii c. Grosimea atmosferei pe care el o „percepe" este atunci de $d = c \cdot t \approx 600$m. Cum atmosfera Pământului are în realitate zeci de kilometri, întreg Pământul cu atmosfera lui trebuie să i se pară mionului turtit cu un factor de câteva zeci de ori.*

știind că nu trăiește decât $t = 2$ microsecunde, acesta va trage concluzia că străbate aproximativ $d = ct = 600$m din atmosfera Pământului. Miuonul se poate atunci întreba, pe bună dreptate: „Cum de străbat eu toată atmosfera de zeci de kilometri a Pământului, când Pământul pare că se apropie de mine doar cu o jumătate de kilometru?"

Răspunsul este, desigur, ca el „simte" că parcurge 600 de metri în loc de zeci de kilometri, deși străbate într-adevăr *toată* atmosfera de zeci de kilometri. Aceasta pentru că ceasurile interne ale miuonului sunt încetinite. Datorită acestei încetiniri a timpului, lui i se pare că toată atmosfera este turtită rău de tot, în așa fel încât să încapă în cei 600 de metri pe care el îi străbate. De fapt, pentru el, întreg Pământul apare turtit, în conformitate cu raportul dintre diametrul Pământului și zecile de kilometri ale atmosferei. (vezi figura 5.19).

Dacă suntem atenți, vom observa că factorul cu care se turtește Pământul va fi identic cu cel cu care timpul se dilată pentru miuon. Aceasta pentru că rapoartele dintre distanță și timp, în ambele sisteme de referință (al miuonului și al Pământului), trebuie să fie egale cu aceeași viteză v a miuonului (viteza miuonului văzut de pe Pământ, dar și viteza Pământului văzut de pe miuon). În acest fel, contracția distanțelor este dată tot de factorul γ care apare și la dilatarea timpului, pe care l-a menționat și Larmor mai înainte.

Concluzia este că orice obiect în mișcare pare turtit, pare contractat *în direcția de mișcare*, cu un factor $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2/c^2}$ identic cu cel al dilatării timpului și dat

de viteza corpului v. Acest fenomen este universal deoarece, să ne aducem aminte, miuonul are o structură bazată pe alte legi decât cele electromagnetice. Și desigur, dacă miuonul vede un Pământ turtit în mișcarea sa, tot așa și noi ar trebui să vedem de pe Pământ acel miuon turtit dacă am reuși să-i vedem structura. În acest fel, fiecare obiect din două sisteme inerțiale diferite îl vede pe celălalt turtit.

6 Teoria relativității restrânse

În capitolul precedent am discutat despre originile teoriei relativității restrânse. Am menționat faptul că legile electromagnetismului sunt aceleași, verificate din orice sistem de referință inerțial. Datorită acestui lucru, viteza unei raze de lumină trebuie să fie aceeași constantă universală $c \approx 300000$ km/s, *indiferent* din ce sistem de referință inerțial este urmărită, chiar și în cazul în care ne apropiem sau ne îndepărtăm de ea. Am văzut de asemenea că această invarință a vitezei luminii are o consecință directă în dilatarea timpului și în contracția lungimilor.

În capitolul acesta vom încerca să dăm mai multă substanță acestor idei. Vom vorbi în principal despre structura timpului și a spațiului, iar în final vom aborda câteva dintre consecințele teoriei relativității restrânse.

56. Postulatele lui Einstein

Faptul că o rază de lumină se propagă cu *aceeași* viteză față de noi, indiferent cum ne deplasăm noi față de ea, indiferent din ce unghi o privim, este paradoxal. În acest caz este necesar ca observatorii să perceapă *diferit* spațiul și timpul. Timpul, de exemplu, este perceput diferit de diverși observatori în mișcare, nu numai pentru că ceasurile pe care ei le poartă la mână își încetinesc bătaia în mișcarea lor, dar și pentru că toți atomii din care sunt alcătuiți observatorii își încetinesc ceasurile lor interne.

Vom încerca acum să trecem dincolo de această explicație clasică, pentru că dilatarea timpului și contracția lungimilor este *universală*, așa cum am discutat deja în capitolul precedent. De aceea o să începem cu postulatele lui Einstein, care scot în evidență acest caracter universal.

Să începem revenind la principiul invarianței vitezei luminii în vid, care se bate cap în cap cu principiul relativității al lui Galilei așa cum îl știm din mecanică. De exemplu, dacă eu mă deplasez către o rază de lumină ce vine spre mine, nu ajung mai repede la ea, pentru că viteza luminii față de mine trebuie să rămână neschimbată. Am văzut de asemenea că trebuie să considerăm viteza luminii o constantă universală, deoarece ecuațiile electromagnetismului au *aceeași formă* în orice sistem de referință inerțial. Și atunci?

Albert Einstein (1879-1955) a adus tocmai aceste două efecte care se bat cap în cap (principiul relativității al lui Galilei și constanța vitezei luminii) sub aceeași pălărie. El a formulat două postulate, aparent contradictorii, de la care și-a construit întreaga teorie a *relativității restrânse* Cele două postulate sunt:

Postulatele lui Einstein

1. *Există un set infinit de sisteme de referință inerțiale care se mișcă rectiliniu și uniform unul față de altul și în care toate legile fizicii își păstrează aceeași formă.*
2. *Viteza unei raze de lumină are aceeași valoare privită din toate aceste sisteme de referință,* $c \approx 300000$ *km/s.*

După cum vedem, primul postulat este de fapt principiul relativității al lui Galilei. El ne spune că, făcând tot felul de experimente într-un tren în mișcare (perfect silențios), găsim aceleași legi ca și atunci când facem experimentele pe peron. Astfel, o bilă lăsată liber cade în același mod dacă facem experimentul pe peron sau în trenul silențios. Dacă suntem într-un tren cu perdelele trase, nu ne putem da seama dacă trenul merge sau stă pe loc, pentru că experimentele vor conduce la aceleași rezultate.

Mai mult însă, un privitor *de pe peron* (cu sistemul său inerțial de referință) care urmărește experimentele efectuate *în tren*, va recunoaște aceleași legi ale mecanicii. Să spunem însă că principiul a fost enunțat de Galilei numai pentru sistemele mecanice și este ușor de înțeles privind căderea liberă unui corp în tren. În acest caz viteza corpului este suma vitezei imprimate de noi și viteza trenului, ceea ce face ca toate corpurile din tren să se miște *sincron* cu trenul.

Einstein însă *generalizează* principiul de mai sus și spune că este valabil pentru toată fizica, incluzând mecanica și electromagnetismul, dându-i astfel un caracter mai general. Implicațiile sunt uriașe. Să nu uităm că fizica nu se rezumă la aruncarea de obiecte. Legile mecanicii cuantice, forțele de interacțiune nucleară, ale biologiei, ale

sufletului (dacă ele au un substrat fizic), sau orice vreți dumneavoastră, trebuie să fie aceleași privite din orice sistem de referință inerțial. În termeni tehnici, se spune că aceste legi trebuie să fie *invariante relativist* la transformarea sistemului de referință inerțial.

Cu al doilea postulat al lui Einstein (cel al constanței vitezei luminii în vid) am luat deja cunoștință, căci el se deduce din invarianța legilor lui Maxwell la transformarea sistemului de referință inerțial. Cu toate acestea, vom vedea că postulatul implică faptul că viteza luminii este mai mult decât viteza undelor electromagnetice, ea devenind o *constantă universală* c, care va apărea și în cazul altor unde decât cele electromagnetice.

Am putea spune mai degrabă ca lumina se deplasează cu viteza acestei constante c pentru că legile electromagnetismului sunt *invariante relativist* (adică sunt aceleași în orice sistem de referință inerțial), după cum gluonii (purtătorii interacțiunii de culoare) se deplasează tot cu viteza c, pentru că și interacțiile de culoare sunt invariante relativist.

În fizica particulelor elementare, orice particulă care are masa de repaus *nulă* se va deplasa cu viteza luminii. După cum vom discuta mai târziu, și fotonul, particula cuantică asociată luminii, are masa de repaus nulă, deci el trebuie să se deplaseze cu viteza luminii. De aceea unda electromagnetică trebuie să se propage cu viteza luminii.

Revenind la postulatele lui Einstein, acesta a dedus din ele dilatarea timpului și contracția lungimilor. Metoda este asemănătoare cu cea discutată în capitolul precedent și noi n-o vom mai aborda aici. Apoi Einstein a construit din cele două postulate ceea ce se numește *teoria relativității restrânse*. Aceasta nu este o teorie a unor interacții anume (ca teoria electromagnetică sau cea nucleară), ci este un set de *reguli generale* care se aplică oricărei teorii, pentru a o face compatibilă cu postulatele lui Einstein.

De aceea teoria relativității restrânse nu are un set de ecuații asemănătoare ecuațiilor lui Maxwell, care să se construiască din aproape în aproape, pentru ca în final să descriem un set de interacțiuni. În schimb, teoria relativității restrânse se impune oricărei alte teorii fizice, care trebuie să fie compatibilă cu cele două postulate ale lui Einstein.

Teoria relativității restrânse are un impact crucial asupra conceptelor de spațiu și timp, care sunt cărămizile de bază pentru orice încercare de descriere a universului în care trăim. În plus, vom vedea că teoria relativității impune nenumărate consecințe cu care suntem mai puțin obișnuiți în viața cotidiană, ca noțiunea de *spațiu-timp*, cea a unei *limite maxime de viteză* (viteza luminii) sau cea a *echivalenței dintre masă și energie*.

Acest ansamblu de consecințe, împreună cu cele două postulate, formează de fapt ceea ce se înțelege cel mai adesea prin *teoria relativității restrânse*. Termenul „restrâns" se referă aici la faptul că discutăm doar despre sisteme de referință inerțiale. Einstein a generalizat apoi rezultatele la orice sistem de referință, construind ceea ce se numește *teoria relativității generale*, însă despre această teorie vom discuta în capitolul 7.

Vom aborda și noi acum câteva aspecte ale teoriei relativității restrânse, începând cu percepția timpului și spațiului.

57. Despre timpul și spațiul absolut

Dilatarea timpului și contracția lungimilor ne-au exemplificat problemele experimentale care apar atunci când trecem de la un sistem de referință inerțial la altul. Ceasurile care se mișcă față de noi rămân în urmă, iar o riglă se contractă în direcția mișcării. În sensul clasic, ceasul rămâne în urmă pentru că electronii din ceas se mișcă mai încet pe orbitele lor, iar rigla se contractă efectiv pentru că aceeași atomi se contractă în direcția de mișcare.

Să revenim însă puțin la noțiunile de timp și spațiu *absolut*, care parcă sunt implantate în concepțiile noastre. Căci nouă ni se pare că există un fel de timp absolut, care curge identic în tot spațiul, și care se aseamănă cu căderea unei perdele pe podea: toată marginea de sus cade *în același timp*. Cu alte cuvinte, ar exista o relație intrinsecă, predeterminată, între toate punctele din spațiu: timpul curge prin ele sincron.

Dar este așa oare? Nu am putea spune mai degrabă că fiecare punct din spațiu își duce propriul timp, după cum și noi oamenii ne ducem propriul nostru timp cu noi? Căci de fapt asta ne învață ceasul care rămâne în urmă odată ce se deplasează. El își duce cu el *propriul său timp*, care încetinește odată ce ceasul este în mișcare, tot așa cum și nouă ni se pare că timpul trece mai încet dacă suntem plictisiți. În primul caz avem de-a face cu niște atomi ai ceasului care își încetinesc interacțiunile iar în al doilea caz cu niște procese neuronale care alterează viteza de procesare a informației.

De fapt, atât în teoria relativității restrânse, cât și în teoria relativității generale, *timpul propriu* al unui ceas joacă un rol special. El este un număr care se poate măsura experimental, căci este ceea ce se citește pe ecranul ceasului. Ce sens are să vorbesc despre cât este timpul acum în galaxia Andromeda, dacă acest timp absolut nu are nici o relevanță fizică? Nu este mai bine să mă întreb cât arată ceasul din buzunarul extraterestrului Fantusalem? Nu timpul în general, ci cât arată acel ceas în particular, căci el poate fi corelat cu efectele fizice din apropierea lui, în particular cu vârsta lui Fantusalem, să spunem. Cu alte cuvinte, puțin filozofic vorbind, să eliminăm noțiunile abstracte (ca cea de „timp"), și să ne referim la ceea ce este *măsurabil*, adică secundarul ceasului lui Fantusalem.

De aceea vom discuta de acum încolo mai mult despre *timpul propriu* al unui obiect, căci el este măsurabil dacă atașăm obiectului un ceas și citim timpul pe ecranul acestuia. Ne imaginăm că fiecărui obiect îi atașăm câte un astfel de ceas propriu, sau că ceasul propriu al obiectului este dat de atomii din care e alcătuit obiectul.

Vom vedea apoi că putem construi o structură a spațiului-timp, cu ajutorul *timpului propriu*. De exemplu, lăsând un ceas să meargă în diverse direcții, cu diverse viteze, putem citi pe cadran timpul său propriu, cel pe care îl „simte" ceasul, și putem verifica astfel structura intrinsecă a spațiului-timp. În același fel, putem lăsa două ceasuri sincronizate la început să parcurgă traiectorii diferite în spațiu, după care să revină la loc unul lângă celălalt (vezi

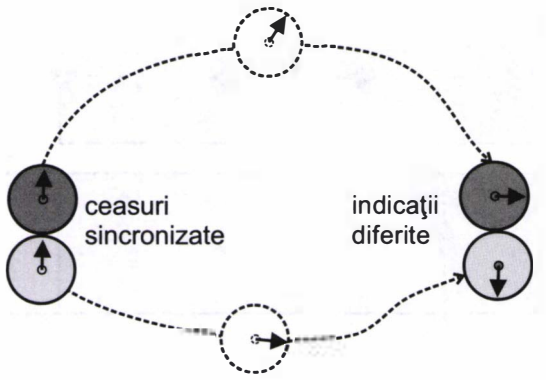

Figura 6.1: *Două ceasuri pleacă din același loc (stânga), atunci când ceasurile sunt sincronizate, și ajung în același loc final, la același moment de timp (dreapta). Deoarece ele merg pe traiectorii diferite, cu viteze diferite, cele două ceasuri nu vor mai rămâne sincrone, iar timpul arătat în locul final va fi diferit. Vedem că nici unul dintre ceasuri nu indică un timp absolut, ci doar timpul „simțit" de fiecare în parte, un rezultat al interacțiunilor fizice dintre atomii din care sunt făcuți ceasurile.*

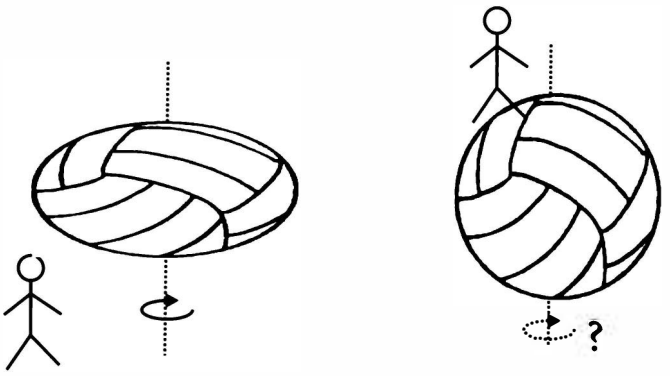

Figura 6.2: *Paradoxul lui Mach: dacă o minge se rotește într-un univers gol, fără stele, se va turti ea? Pe de o parte (stânga), datorită forței centrifuge, ne-am aștepta să se turtească. Pe de altă parte (dreapta), cum și-ar da seama un observator de pe minge că ea se învârtește, dacă nu are la ce să se raporteze? Deoarece el nu și-ar da seama atunci că se rotește, ar ajunge la concluzia că mingea nu se turtește. Care este adevărul?*

figura 6.1). Apoi ne vom mira, desigur, când vom observa că ecranele celor două ceasuri vor arăta *indicații diferite*, ca și cum unul ar fi rămas în urmă față de celălalt. Aceasta se întâmplă, desigur, pentru că cele două ceasuri au mers cu viteze diferite, deci au rămas în urmă cu valori diferite de timp.

Astfel, nu este greu să ne imaginăm că renunțăm la noțiunea de timp absolut, trebuie doar să ne imaginăm că fiecare obiect, fiecare ființă își duce cu ea *propriul timp*. Acest timp este dat de măsura în care ceasurile sale interne vor merge, mai încet sau mai repede.

Să remarcăm că aceeași observație se poate face referitor și la spațiu: *nu există spațiu absolut*. De câte ori nu avem percepția greșită că punctul din cartea pe care tocmai o citim este absolut, uitând că în secunda în care am făcut această reflecție punctul s-a deplasat prin spațiu cu 30 de Kilometri, datorită mișcării orbitale a Pământului?

Să ne imaginăm un ceas într-un spațiu complet gol, în care nu există nimic altceva, în care nimic nu s-a întâmplat înainte și nimic nu se întâmplă după. Am putea spune dacă ceasul merge încet sau dacă merge repede? Nu, căci nu avem la ce să-l raportăm. Este o riglă într-un univers gol mare sau mică? Cine știe, cu ce am putea-o compara?

Un exemplu frumos de paradigmă a spațiului absolut l-a dat fizicianul Ernst Mach (1838-1916). Acesta a dezvoltat o idee a lui Newton, care și-a imaginat apa dintr-o găleată pusă în rotație. În urma rotației, apa se ridică spre margini, fiind împinsă în exterior de forța centrifugă. Pentru Newton, efectul era datorat rotației față de un *spațiu absolut*, prezent în teoria newtoniană.

Mach și-a imaginat o minge care se rotește într-un univers complet gol (vezi figura 6.2). Ce se va întâmpla, s-a întrebat el, se va turti mingea datorită rotației (așa cum Pământul este turtit puțin datorită rotației sale zilnice) sau nu? La prima vedere ar părea că răspunsul este pozitiv, dacă ne imaginăm că mingea se rotește față de un *spațiu absolut* în care aceasta s-ar afla și la care s-ar putea raporta (așa cum era la Newton).

Pe de altă parte, un observator de pe minge s-ar putea întreba pe bună dreptate dacă se rotește mingea. Cum ar putea să vadă el că mingea se rotește, dacă nu are stele în depărtare la care să se uite și să vadă că se rotește? Cum ar putea el identifica ipoteticul spațiu *absolut*? Nu are cum, trebuie să vadă ceva în depărtare, trebuie să se raporteze la ceva ca să-și dea seama că se rotește. Cum nu are așa ceva, observatorul va trage concluzia că mingea pe care stă nu se rotește, și deci mingea nu se va turti (vezi figura 6.2).

Mach a rezolvat ingenios acest paradox, admițând că turtirea mingii este dată de fapt de stelele din depărtare. În acest fel, obiectele din depărtare (stelele fixe de exemplu) sunt cele la care ne putem raporta. Mingea rotită se va turti dacă ea este rotită în *raport cu stelele fixe*. Cu alte cuvinte, stelele fixe îndepărtate influențează fenomenele fizice în locul în care ne aflăm.

Exemplul lui Mach sugerează că spațiul nu este o noțiune abstractă și absolută, ci reflectă mai mult o *relație* între diversele obiecte din univers, în cazul nostru mingea și ansamblul stelelor fixe. O astfel de relație este *inerția* corpurilor, integrată în forma matematică prin intermediul masei lor m. Într-un spațiu complet gol, argumentează unii susținători ai lui Mach (dar nu toți), nu am putea vedea dacă un corp este accelerat sau nu, și deci nu ne așteptăm ca el să opună o forță inerțială odată ce este împins pentru a fi accelerat. Masa lui m ar trebuie să fie identic nulă. Spun mai departe susținătorii acestor idei, prezența stelelor din depărtare este cea care face distincția între un corp care e accelerat și un corp care nu e accelerat. Cu alte cuvinte, stelele din depărtare sunt cele care *creează* masa inerțială a corpurilor.

Einstein a dat și el o interpretare concluziilor lui Mach. Pentru Einstein, problema esențială era rolul special pe care am văzut că îl joacă sistemele de referință inerțiale. Într-un spațiu complet gol, unde nu avem la ce să ne raportăm, cine determină care sunt sistemele inerțiale? Einstein

a ajuns la concluzia că stelele din depărtate sunt cele care fac această alegere. Ele sunt cele care ne spun ce sisteme de referință sunt inerțiale, iar ele determină astfel proprietățile spațiului în locul în care ne aflăm, și-a spus pentru început Einstein.

Paradoxal însă, deși ideea inițială a lui Mach l-a ajutat pe Einstein sa extindă teoria relativității speciale la teoria relativității generale, această idee nu face parte din teoria relativității generale. Căci, așa cum s-a demonstrat mai târziu chiar pe baza ecuațiilor lui Einstein, putem avea un univers gol, lipsit de materie! Cine va determina aici dacă mingea se rotește sau nu, cine alege sistemele de referință inerțiale? Singurii care pot face acest lucru sunt matematicienii care scriu ecuațiile acestui univers, dar un observator aflat local acolo nu va mai putea face aceste alegeri doar „uitându-se" în jur. Paradoxul lui Mach rămâne astfel nerezolvat, deși el ne conduce către un izvor de idei fundamentale: materia din depărtare (stelele fixe de exemplu) poate *influența* care sisteme de referință sunt inerțiale și care nu, deci acea materie îndepărtată modifică structura spațiului în care ne aflăm.

Vedem astfel că spațiul și timpul într-o zonă anume are o structură. Este adevărat că nu putem vorbi de un timp absolut sau de un spațiu absolut, dar există o *structură* a spațiului și timpului. Miuonii își vor încetini timpul intern, odată aflați în mișcare, în aceeași măsură ca și niște atomi cu care ar călători împreună. Dacă vom pune două ceasuri diferite unul lângă altul și le vom plimba prin univers, apoi le vom aduce la locul inițial, e adevărat că ele vor fi întârziate față de un ceas care nu s-a mișcat, însă amândouă vor fi întârziate cu *același* factor. În plus, în orice loc din spațiu se pot alege sisteme de referință inerțiale, chiar dacă nu putem ajunge la concluzia că ele sunt determinate mereu doar „privind în jur" (de exemplu, într-un spațiu complet gol).

Structura spațiului și timpului este descrisă matematic de ceea ce fizicienii numesc *metrica spațiului și timpului.* Aceasta ne spune cum se vor comporta ceasurile și riglele dintr-o anumită regiune și care sunt sistemele de referință inerțiale. Metrica (o caracteristică a spațiului și timpului, după cum vom vedea mai târziu) este influențată de prezența stelelor din depărtare, așa cum a bănuit Einstein. Despre metrica spațiului-timp vom vorbi într-o secțiune viitoare, după ce vom discuta despre o altă observație care neagă noțiunea de timp absolut: problema *simultaneității* evenimentelor pentru observatori aflați în sisteme inerțiale diferite.

58. Despre inexistența simultaneității absolute

Teoria relativității aduce o înțelegere a noțiunii de timp care vine din afara filozofiei, după părerea unor fizicieni, pentru că impune restricții noțiunilor pe care filozofii le pot folosi. Să ne gândim puțin în forma clasică, cea în care există o „perdea de timp" ce cade în același moment peste tot spațiul. Ce este atunci trecutul?

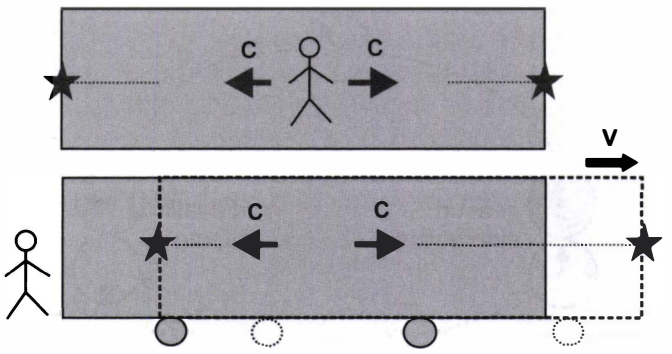

Figura 6.3: *Un ardelean din tren (sus), aflat la mijlocul vagonului, trimite simultan două raze de lumină către pereții acestuia. Ambele raze vor atinge pereții în același moment. Pentru un oltean de pe peron (jos), vagonul se mișcă spre dreapta. Ca atare, peretele din stânga vine în întâmpinarea primei raze de lumină, iar peretele din dreapta se îndepărtează de raza ce se îndreaptă către el. Cum viteza luminii este aceeași și pentru olteanul de pe peron (alt sistem de referință inerțial), momentele de impact vor fi diferite pentru el: impactul din stânga va avea loc înaintea celui din dreapta. Vedem că cele două impacturi sunt simultane pentru ardeleanul din tren, dar nu și pentru olteanul de pe peron.*

Spunem că trecutul nu *mai* există, dar ar fi mai bine să spunem că *trecutul nu există.* Toate evenimentele din trecut par că au dispărut, că s-au dus într-un *neant* din care au provenit, că s-au evaporat pur și simplu. Am putea spera ca ele să fi fost înregistrate într-o bază de date a Creatorului, tot așa cum au rămas puțin în memoria noastră. Dar altfel, dacă *nu* sunt înregistrate, am putea la fel de bine spune că nu au existat niciodată (la fel după cum zecile de vise pe care nu ni le amintim dintr-o noapte nu există pentru noi).

Această perspectivă a evenimentelor trecute care se pierd pentru totdeauna în neant și senzația dureroasă care o însoțește le simțim limpede atunci când pierdem pe cineva drag. Totuși, o astfel de imagine clasică se bazează pe acea „perdea de timp" ce cade uniform peste spațiu și ne păstrează în prezent.

„Perdeaua de timp" absolută este însă infirmată de teoria relativității, din următorul motiv legat de *simultaneitatea evenimentelor.* Astfel, două evenimente ce sunt simultane într-un sistem de referință *nu vor mai fi simultane în altul*, exceptând situația în care ele se petrec în același loc (când ar defini același eveniment).

De ce? Să luăm exemplul ardeleanului din tren. Să spunem că el trimite din mijlocul trenului, în același timp, două raze de lumină către cele două capete ale vagonului, în sensul de mișcare a trenului și în sens opus. Ele vor lovi atunci *simultan* cele două capete ale vagonului, din punctul lui de vedere, pentru că au pornit din mijloc (vezi figura 6.3).

Din punctul de vedere al olteanului de pe peron, razele de lumină circulă tot cu viteza luminii. Acum însă, capetele vagonului se mișcă, așa încât un capăt vine în întâmpinarea luminii, iar altul se îndepărtează de lumină. Este clar, primul capăt este lovit *mai devreme* de lumină,

iar cel de-al doilea *mai târziu*. Acum, cele două evenimente de impact *nu* mai sunt simultane! Concluzia: două evenimente ce par simultane unui observator *nu vor părea neapărat simultane* unui alt observator, dintr-un alt sistem de referință.

Să remarcăm că observația de mai sus *neagă* noțiunea de timp absolut ca un fel de perdea care cade în același timp peste toate punctele din univers. Dacă pentru un observator o astfel de perdea de timp se poate construi, pentru altul căderea marginilor va fi *diferită*. De ce ar exista un timp absolut pentru toți, dacă eu percep două evenimente simultane, iar dumneata cititorule le percepi ca fiind succesive? Numai pentru că ne mișcăm unul față de altul? Și care din noi se mișcă absolut? Singura concluzie logică este că nu există un astfel de timp absolut.

Vedem că, dacă pentru ardelean cele două evenimente din figura 6.3 intră în „neant" în același timp, pentru oltean ele vor intra în momente de timp diferite. Nu putem deci decide când intră de fapt un eveniment în neant, din moment ce doi observatori diferiți au două răspunsuri diferite. Teoria relativității impune astfel limite construcțiilor filozofice care abordează problema timpului.

Mai mult însă, teoria relativității vine și cu o altă înțelegere a noțiunii de timp, care ne poate vindeca de frica de neant a trecutului pierdut. Ea ne spune că putem privi toată istoria universului ca un fel de *mulțime înghețată de evenimente*, mulțime aflată într-un spațiu-timp cu patru dimensiuni, având o construcție bine definită. Despre aceasta însă, în secțiunea 60.

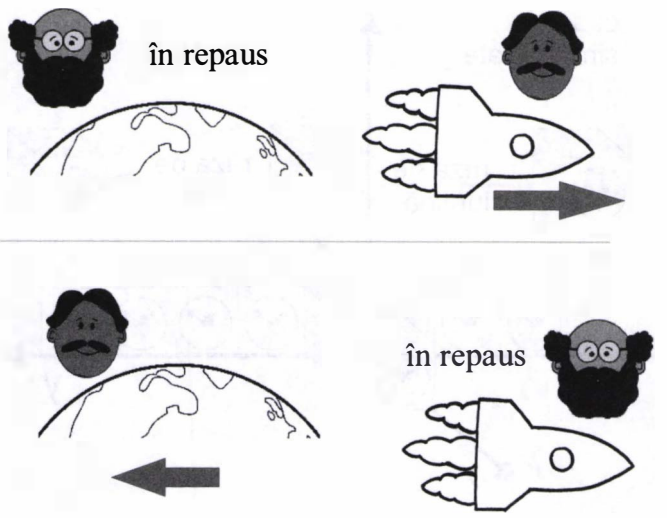

Figura 6.4: *Doi gemeni se despart. Unul pleacă în spațiu și altul rămâne pe Pământ. Văzut de pe Pământ (sus), geamănul plecat se deplasează, deci ceasurile lui interne vor încetini față de geamănul rămas pe Pământ, care este în repaus. În acest caz, geamănul plecat va îmbătrâni mai încet, și deci el rămâne mai tânăr. Situația este exact inversă văzută de pe nava geamănului plecat (jos). Aici fratele din nava spațială este în repaus, iar cel rămas pe Pământ se îndepărtează. Acest frate rămas pe Pământ își încetinește atunci ceasurile interne și rămâne mai tânăr. Care din cei doi rămâne de fapt mai tânăr?*

59. Paradoxul gemenilor

Se spune că, la un dineu, Einstein a fost întrebat de o doamnă din înalta societate: „Domnule Einstein, îmi puteți explica și mie teoria relativității în cinci minute?" La această provocare, Einstein ar fi răspuns: „Eu, doamnă, aș putea să vă explic teoria relativității în cinci minute, însă dumneavoastră v-ar trebui 20 de ani ca să înțelegeți ceea ce v-am spus... "

Anecdota de mai sus este folosită destul de des pentru a scoate în evidență complexitatea teoriei relativității a lui Einstein. Cu toate acestea, mie mi se pare că ea scoate în evidență exact opusul: *oricine* poate înțelege teoria relativității, dacă i se dă un timp suficient de lung. Înțelegerea fizicii se aseamănă în final cu cea a unui program software: dacă înțelegem fiecare linie de cod putem reconstrui apoi comportarea programului software, ne trebuie doar timp să înțelegem.

Iar în fizică, paradoxurile sunt cele care ne forțează limitele înțelegerii. În teoria relativității, poate că nici un alt paradox nu a atras mai mult atenția decât *paradoxul gemenilor*. Vom încerca acum să disecăm acest paradox, cu speranța că în acest fel vom descifra câteva linii importante din codul în care este scrisă fizica.

Așa cum îi spune și numele, paradoxul gemenilor consideră situația a doi gemeni, unul care stă pe Pământ și altul care călătorește în spațiu cu o viteză apropiată de viteza luminii (pentru ca efectele să fie mai vizibile). Teoria relativității ne spune că geamănul care călătorește va îmbătrâni mai încet, pentru că ceasurile lui interne vor fi *încetinite*, față de fratele lui rămas pe Pământ. Inima lui va bate mai încet, creierul lui va procesa mai încet informațiile, iar ridurile nici nu au timp să apară. În final geamănul plecat va fi mai tânăr decât geamănul rămas pe Pământ.

Pe de altă parte, în sistemul de referință al geamănului care se mișcă repede în spațiu, situația este *complet pe dos*! Aici geamănul astronaut va vedea cum fratele său rămas pe Pământ se îndepărtează de el odată cu Pământul pe care stă. El va trage concluzia că geamănul rămas pe Pământ îmbătrânește mai încet și că ceasurile interne ale acestuia rămân în urmă. Cu alte cuvinte, lui i se pare că fratele său de pe Pământ este mai tânăr (vezi figura 6.4). Apare atunci un paradox: care dintre cei doi gemeni îmbătrânește de fapt mai încet, *cine* rămâne tânăr și cine bătrân?

Paradoxul apare în primul moment de nerezolvat. Oare nu înseamnă că teoria relativității este falsă? Cum se poate ca ambii observatori să prezică efecte complet diferite? Sau, mai bine zis, cum se poate ca fiecare din gemeni să vadă cum *celălalt* rămâne tânăr? Dar, chiar așa, ce *vede* fiecare geaman? Căci aceasta este întrebarea cheie.

Să luăm pentru început cazul geamănului care rămâne pe Pământ. Cum *vede* el că fratele lui rămâne mai tânăr? Întrebarea este cât se poate de relevantă, căci celălalt geaman se află la mulți ani-lumină depărtare și el nu poate fi teleportat instantaneu pe Pământ pentru ca să se vadă

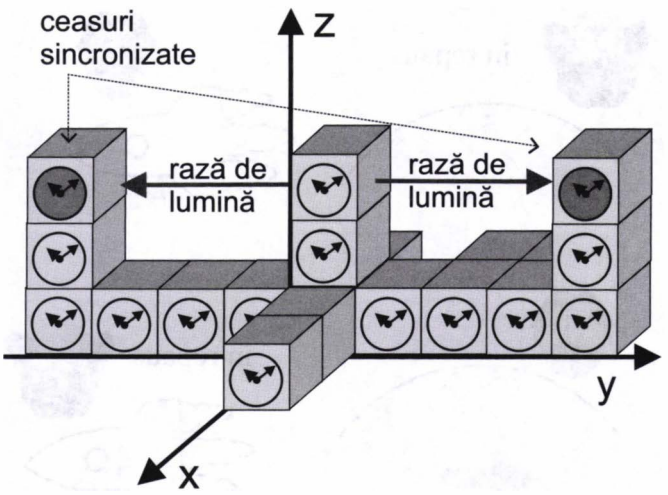

Figura 6.5: *Un sistem de referință ortogonal se construiește imaginar cu ceasuri și cuburi. Mai întâi se umple universul cu niște cuburi identice, de lungime egală cu unitatea, așezate unul lângă altul. Apoi, ceasurile se sincronizează două câte două, după regula exemplificată în figură: două raze ce pleacă simultan de la mijlocul distanței dintre cele două ceasuri ajung la acestea când ceasurile arată pe cadran același timp.*

cine este mai bătrân. De aceea, geamănul de pe Pământ are două soluții: fie așteaptă câțiva ani după o poză a fratelui său, fie încearcă să definească un timp universal la care să raporteze vârsta lui și a fratelui său.

La o analiză mai atentă, se vede că prima soluție se reduce de fapt la cea de-a doua. Căci chiar dacă el primește o poză a fratelui astronaut și o compară cu o poză de-a lui cu câțiva ani mai devreme (cât i-a luat luminii să circule până la el) va trebui să definească în cele două puncte evenimente pe care le consideră *simultane* în timp. Cu alte cuvinte, el trebuie să spună: „Acum 2 ani, eu eram așa și tu așa". Geamănul de pe Pământ trebuie atunci să definească același „*acum*" în două puncte foarte îndepărtate.

De aceea, geamănul rămas pe Pământ va purcede, așa cum l-a învățat Einstein, la construcția unui *sistem de referință inerțial*. Într-o primă instanță pune imaginar riglă lângă riglă în tot universul. Toate riglele sunt identice și sunt aranjate sub forma unui sistem ortogonal. Ele definesc poziția oricărui punct spațial. Pentru simplificare, ne putem imagina un univers umplut de cuburi de un metru. Pe fiecare cub scrie poziția sa ca numărul de cuburi de la acel punct către cele trei axe care definesc sistemul ortogonal (vezi figura 6.5).

Acum fiecare punct din spațiu are o coordonată. Mai rămâne să măsurăm timpul. Pentru a măsura în mod continuu timpul, geamănul de pe Pământ așază ceasuri în toate punctele din spațiu (ne putem imagina că le pune în interiorul cuburilor care determină poziția). Apoi însă, lucru crucial, trebuie să *sincronizeze* ceasurile. Desigur, la început el pornește cu ceasul lui din buzunar, care se află în centrul sistemului de axe tocmai definit. Apoi vrea să sincronizeze acest ceas cu altul care se află într-un loc oarecare din spațiu. Cum însă?

Metoda propusă de Einstein pentru sincronizare este cât se poate de intuitivă. Astfel, ea pornește de la faptul că deja avem un sistem de axe (de cuburi). Einstein spune să trimitem două raze de lumină ce pleacă simultan de la mijlocul distanței dintre cele două poziții ale ceasurilor și se îndreaptă către aceste ceasuri. Razele vor pleca în același moment din punctul de mijloc. Dacă atunci când razele vor atinge cele două ceasuri ele vor arăta același timp pe ecranul ceasurilor (același număr), înseamnă că am sincronizat ceasurile (vezi figura 6.5).

Metoda este intuitivă. Deoarece razele pleacă de la mijlocul distanței este normal ca ele să parcurgă același timp. Dacă ceasurile sunt sincronizate, atunci indicațiile pe ecran sunt identice când razele ajung la ceasuri. Deși procedura pare banală, am realizat un lucru deosebit: am atribuit o structură de timp succesiunii unor evenimente, ca cele ale bătăii ceasurilor. Să remarcăm în plus și că această mulțime de ceasuri se mișcă sincron cu Pământul, ca și sistemul de axe definit prin cuburi, pentru că a fost construită pornind de la ceasul aflat în buzunarul geamănului de pe Pământ.

Acum, în sfârșit, geamănul de pe Pământ are o mulțime de cuburi și ceasuri împânzind tot universul, cu care poate măsura distanțe și timpi în orice cotlon al lui. Pentru el orice ceas din univers, cu care a construit sistemul de referință (și care se află în cuburile ce indică poziția), este sincronizat cu al lui. El a definit în sfârșit același „acum" în toate punctele din univers, cu care poate compara. Pentru el, aceste ceasuri definesc un fel de timp „universal" la care el poate raporta evenimentele universului. În particular, poate verifica, de la depărtare, dacă fratele său este mai bătrân sau mai tânar.

Pentru aceasta, geamănul de pe Pământ compară ceasul din buzunarul fratelui astronaut cu ceasul construit imaginar de el *în locul unde se află fratele lui*. Aceste ceasuri, fiind în același loc din spațiu (în rachetă), pot fi comparate. Dacă geamănul de pe Pământ ar vedea o poză a acestor două ceasuri, ar zâmbi mulțumit: el are dreptate, ceasul geamănului astronaut bate mai încet, deci fratele plecat este mai tânăr.

Aceasta este însă numai o jumătate din poveste, căci nu trebuie să ne grăbim să-i dăm dreptate, trebuie să vedem și ce vede fratele plecat. Astfel, și geamănul plecat își construiește propriul său sistem de referință. Din nou cuburi, din nou ceasuri (colorate diferit), împânzite în tot universul, ca și în cazul fratelui său rămas pe Pământ. Să remarcăm că această mulțime de cuburi și ceasuri se va deplasa *sincron* cu geamănul plecat (cu o viteză apropiată de viteza luminii, pentru ca efectele să fie mai vizibile).

Printre ceasurile cu care geamănul plecat a împânzit imaginar universul se află și unul care este pe Pământ și care este sincronizat cu al lui (după metoda menționată mai devreme). Fratele astronaut compară acest ceas imaginar care s-ar afla pe Pământ cu cel al geamănului de pe Pământ. Și, surpriză, se pare că și el are dreptate: ceasul geamănului de pe Pământ bate mai *încet* decât acest ceas sincronizat cu ceasul lui din buzunar. Pentru el, geamănul de pe Pământ este cel care îmbătrânește mai încet, deci rămâne mai tânăr.

După această lungă construcție se pare că nu am scăpat de paradox: fiecare geamăn va spune despre celălalt că rămîne mai tânăr. Cu toate acestea, surpriză, paradoxul este deja rezolvat! Astfel, noi am vrut să știm cine este mai bătrân *în realitate*. Cum însă nu există un timp absolut,

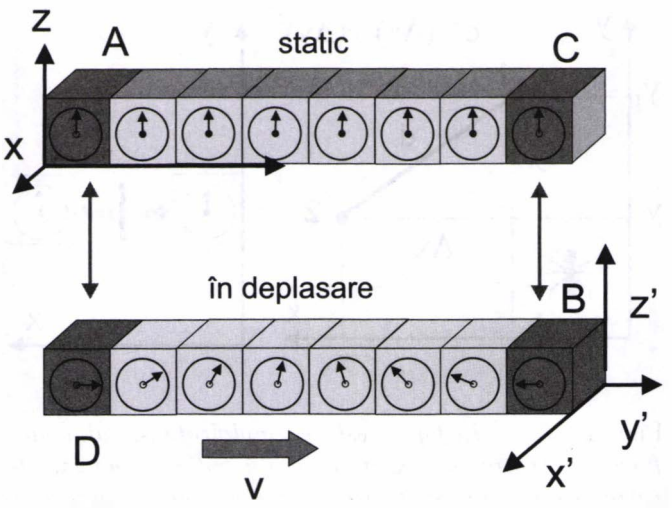

Figura 6.6: *Comparația dintre sistemul de referință xyz al geamănului de pe Pământ (sus) și cel al geamănului plecat în spațiu (sistemul x'y'z', jos), așa cum se văd ele din sistemul xyz. Ceasurile A și C sunt sincronizate, iar ceasul B al geamănului plecat este rămas în urmă față de ceasul C (B este mai „tânăr" ca C, adică geamănul plecat este cel ce rămâne tânăr). Pe de altă parte, ceasurile sincronizate ale geamănului plecat nu mai par deloc sincronizate pentru geamănul de pe Pământ, datorită absenței simultaneității între cele două sisteme de referință (vezi figura 6.3). Astfel, ceasul D a luat-o înaintea ceasului A, care este și concluzia geamănului plecat (pentru el A este mai „tânăr" ca D). Cum geamănul plecat considera că în sistemul lui ceasurile D și B sunt sincronizate, el va spune că geamănul rămas (A) este mai tânăr. Aparenta contradicție are loc deoarece ceasurile sincronizate ale geamănului în mișcare apar desincronizate pentru cel rămas pe Pământ, iar cei doi observatori compară ceasuri diferite, A cu D și B cu C.*

nu există nici o „realitate" în care unul este mai bătrân decât celălalt. Tot ce avem este un set de ceasuri cu care fiecare din gemeni își dă cu părerea.

Astfel, geamănul de pe Pământ compară ceasul din buzunarul geamănului astronaut cu ceasul construit imaginar de el în poziția unde se află racheta astronautului (ceas imaginar care este, atenție, în repaus față de Pământ). El spune despre acest ceas imaginar că este sincron cu ceasul lui din buzunar și, cum vede că ceasul geamănului plecat a rămas în urmă, trage concluzia că geamănul plecat îmbătrânește mai încet. Dar care este problema? El compară de fapt două ceasuri îndepărtate, care se află lângă geamănul astronaut.

Pe de altă parte, geamănul plecat compară două ceasuri de pe Pământ (unul al lui imaginar, care se deplasează față de Pământ, și celălalt al geamănului rămas pe Pământ). Sunt în total patru ceasuri (vezi figura 6.6) și fiecare se uită de fapt la *alte* două ceasuri din cele patru! Astfel, în mod fizic nu este nici o contradicție. Dacă ar fi fost o contradicție, ar fi trebuit ca prezicerile să se refere la doar două ceasuri care se aflau unul lângă altul. Dar așa avem patru ceasuri, și fiecare observator privește alte două ceasuri.

Situația devine și mai clară dacă privim toate cele patru ceasuri din punctul de vedere al unui singur observator (să spunem cel rămas pe Pământ). Pentru acesta, așa cum este exemplificat în figura 6.6, ceasurile din sistemul de referință al geamănului astronaut apar desincronizate, deși geamănul astronaut le sincronizase în sistemul lui de referință.

Desigur, lucrul acesta este posibil, așa cum am văzut în secțiunea precedentă, pentru că nu există o simultaneitate absolută a evenimentelor. Două evenimente care sunt simultane într-un sistem de referință inerțial pot să nu fie simultane într-un alt sistem de referință, cum este cazul acum. Ceasurile din sistemul de referință ($x'y'z'$) sunt sincronizate pentru geamănul astronaut, dar nu și pentru cel de pe Pământ. Ele bat simultan pentru observatorul în mișcare, însă în sistemul de referință (xyz) al Pământului ele nu vor mai fi percepute simultane (vezi exemplul din figura 6.3).

După cum vedem, paradoxul gemenilor nu conține în el o contradicție, doar conceptual noi am avut probleme în înțelegerea fenomenului, pentru că suntem încă urmăriți de fantoma unui timp absolut și de cea a simultaneității absolute. Concluzia cea mai importantă a acestui paradox este că trebuie să evităm să comparăm evenimente îndepărtate. Cel mai bine este să le comparăm numai dacă au loc *în același loc și la același moment de timp.* Cu alte cuvinte, dacă vrem să comparăm rigle sau ceasuri, este bine să le aducem unul lângă celălalt. În acest fel oricine poate vedea *același* lucru și stabili care ceas a luat-o înainte și cu cât. Altfel, dacă trebuie să comparăm două ceasuri aflate la o distanță mare unul față de altul, vom obține rezultate paradoxale, căci ele fie vor apărea sincronizate, fie nu, în funcție de sistemul de referință din care privim.

Desigur, paradoxul gemenilor ar putea fi testat experimental dacă, după călătorie, aducem cei doi gemeni unul lângă altul. Să observăm că, în acest caz, ieșim din situația sistemelor de referință inerțiale, pentru că geamănul astronaut trebuie să-și schimbe direcția de mișcare. Totuși, dacă am face experimentul, am avea o surpriză. Astfel, am observa că geamănul care s-a deplasat în spațiu și s-a întors pe Pământ este totuși mai tânăr decât cel rămas pe Pământ. Cum se poate? De ce unul rămâne mai tânăr și de ce tocmai cel plecat? Unde s-a rupt firul?

Ei bine, firul se rupe în momentul în care geamănul astronaut trebuie să se întoarcă pe Pământ și face o manevră de întoarcere. El trebuie să-și încetinească mișcarea, apoi să-și schimbe direcția și să accelereze din nou. Aceste efecte, de accelerare față de *sistemul stelelor fixe*, provoacă o asimetrie între cei doi gemeni, căci cel ce rămâne pe Pământ nu trebuie să facă astfel de manevre. Mai mult, astfel de mișcări *accelerate* nici nu fac parte din teoria relativității restrânse.

Să remarcăm că sistemul de referință al geamănului rămas pe Pământ este inerțial, pe când al celui plecat nu mai este inerțial. El oricum nu mai poate aplica legile relativității restrânse. Abia în teoria relativității generale se arată că într-adevăr geamănul astronaut va fi mai tânăr în acest caz, pentru că abia în această teorie se pot face *calcule.* Pentru moment este bine de observat că simetria situației se rupe atunci când unul din gemeni își schimbă direcția de mișcare.

60. Metrica spațiului-timp. Intervalul relativist.

Metrica spațiului-timp. Intervalul relativist.

Am văzut în punctele precedente că nu există o „perdea de timp", un timp absolut: evenimente ce sunt simultane pentru un observator pot să nu fie simultane pentru altul care se mișcă față de primul. În acest fel, fiecare ceas, fiecare om, își duce propriul său timp și *nu* putem spune că timpul trece sincron prin toate punctele din univers.

La prima vedere, situația este paradoxală. Cum se poate ca doi observatori să se uite la două ceasuri îndepărtate și să ajungă la concluzii diferite, unul spunând că ceasurile sunt sincronizate și altul că nu sunt?

Paradoxul gemenilor a mai lămurit o parte din problemă. Astfel, dacă ceasurile sunt așezate fizic unul lângă celălalt, atunci orice observatori vor ajunge la aceeași concluzie: fie ceasurile sunt sincronizate, fie unul o ia înaintea celuilalt. Problema apare când ei se uită la două ceasuri aflate la distanță mare, căci atunci ei pot avea păreri diferite. Aici, fiecare observator își va construi un sistem propriu de coordonate de spațiu și timp și va compara cele două ceasuri cu ceasurile imaginare ale sistemului său de coordonate, trăgând concluzii diferite. Sfatul cel mai bun este să comparăm mereu două ceasuri doar dacă sunt așezate unul lângă altul, în același loc de spațiu.

Există însă și a altă metodă de abordare a fenomenului. Astfel, ne putem întreba, cum se poate ca cel de-al doilea observator să nu vadă că ceasurile organizate de primul observator sunt sincronizate? De ce nu vede el ora 1 pe ambele ceasuri (cum vede primul observator, să spunem), ci ora 12 pe unul și ora 2 pe celălalt? Este clar că el se *uită* la primul ceas atunci când acesta indică ora 12, iar primul observator atunci când ceasul indică ora 1. Ceasul însuși nu are nici o vină, el își continuă bătaia netulburat de cine se uită la el. Este vina observatorilor că se uită când nu trebuie la ceas. Vedem atunci că cei doi observatori ajung la concluzii diferite referitoare referitor la sincronizarea ceasurilor pentru că ei *ordonează* diferit în timp bătăile celor două ceasuri, uitându-se mai devreme sau mai târziu unul față de celălalt.

Ajungem la ideea de a ordona evenimentele (bătăile ceasurilor) într-o structură care să conțină atât spațiul cât și timpul, pentru că atunci putem spune nu numai *unde* a avut loc un eveniment, dar și *când*. Pentru claritate, de acum încolo vom numi un *eveniment* un set de patru numere reale (t, x, y, z). Primul număr va reprezenta timpul când are loc acel eveniment, iar următoarele trei vor reprezenta poziția. Așa cum vom vedea, noțiunea de eveniment joacă un rol crucial în teoria relativității, el reprezentând un punct în structura de spațiu și timp pe care intenționăm să o construim. Mai mult, vrem să punem spațiul și timpul împreună și să arătăm că ele formează un *spațiu-timp*. În termeni tehnici, vrem să descoperim geometria acestui spațiu-timp.

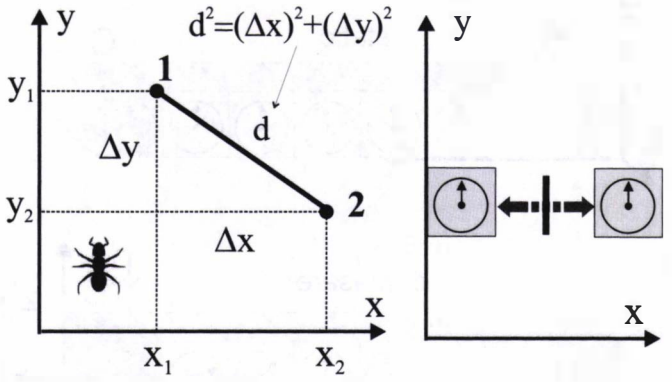

Figura 6.7: *În figură este exemplificată situația unei furnici care trăiește pe o suprafață bidimensională. În partea stângă furnica folosește teorema lui Pitagora pentru a calcula distanța d între punctele 1 și 2. În partea dreaptă ea își sincronizează ceasurile folosind metoda lui Einstein: dacă două raze de lumină pleacă din mijlocul distanței dintre cele două ceasuri și ajung la ele când arată aceeași indicație, atunci ceasurile sunt sincronizate.*

Ideea că spațiul și timpul au aceeași esență și pot fi puse împreună a apărut înainte că Einstein să-și formuleze ideile. În cartea sa, *Mașina timpului*, H.G. Wells (1866-1946) a scris, cam cu 10 ani înaintea lui Einstein: „Nu este nici o diferență între timp și cele trei dimensiuni ale spațiului, exceptând faptul că de-a lungul direcției timpului se deplasează conștiința noastră". El adăuga: „Oamenii de știință știu că timpul este un fel de spațiu".

Să încercăm acum și noi să aducem împreună spațiul și timpul pentru un caz particular: cel ar unor ființe *bidimensionale*, care trăiesc pe o foaie plată de hârtie. Alegerea noastră este intuitivă căci, așa cum bănuiți, va trebui să adăugăm încă o dimensiune, cea a *timpului*, obținând în final trei dimensiuni, cu care suntem obișnuiți.

Spațiul în care trăim noi are deja trei dimensiuni, ceea ce nu înseamnă altceva decât că putem duce doar trei linii perpendiculare una pe cealaltă (cele trei axe ale sistemului de coordonate ortogonal). De ce are spațiul *exact* trei dimensiuni nu știe încă nimeni. În plus, nimeni nu își poate imagina un spațiu patru-dimensional, în care să ducem patru linii perpendiculare una pe alta, pentru că nimeni dintre noi nu a trăit încă într-o astfel de lume, nu a avut o astfel de experiență. Or aceasta este exact ceea ce trebuie să facem dacă vrem să adăugăm o nouă dimensiune la cele trei, și anume dimensiunea timpului, căci vom avea în total patru dimensiuni.

Să începem de aceea cu situația unui spațiu bidimensional euclidian, care este ușor de vizualizat, fiind de fapt suprafața unui plan. Adăugând apoi dimensiunea timpului vom obține un spațiu-timp tridimensional. Procedura de mai sus, aparent simplă, este esența gândirii oricărui profesor universitar în teoria relativității; și el, trăind în aceeași lume ca și noi, este constrâns să facă astfel de analogii pentru a vizualiza fenomenele.

Vom începe prin măsurarea spațiului *bidimensional* la un moment dat și, pentru cursivitatea poveștii, ne vom imagina că acesta este locuit de o furnică plată, care nu are nici o percepție a unei a treia dimensiuni (vezi figura

6.7). În cazul în care furnica este în repaus sau în mișcare rectilinie uniformă (ceea ce sperăm că se întâmplă, pentru ca să obținem un sistem inerțial), ea poate defini un sistem ortogonal de axe, folosind procedura din secțiunea precedentă, aranjând pătrate identice unul lângă altul.

Acest sistem ortogonal de axe definește o hartă a spațiului bidimensional în care trăiește furnica. Această hartă ne dă distanțele dintre oricare două puncte din spațiu, dacă știm coordonatele acestora. În cazul furnicii, harta este euclidiană, pentru că furnica trebuie să folosească teorema lui Pitagora. Pe hartă, distanța dintre două puncte reprezintă ipotenuza iar diferențele dintre coordonatele ortogonale reprezintă catetele triunghiului dreptunghic de care avem nevoie pentru a calcula distanța dintre cele două puncte (vezi figura 6.7). Teorema lui Pitagora ne spune că pătratul ipotenuzei este suma pătratelor catetelor. Obținem atunci că distanța d dintre oricare două puncte de coordonate (x_1, y_1) și (x_2, y_2) este dată de

$$d^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2$$

Aici $\Delta x = x_1 - x_2$ și $\Delta y = y_1 - y_2$ sunt diferențele dintre coordonatele spațiale ale celor două puncte (vezi figura 6.7).

Acum trebuie să asociem și *un moment de timp* fiecărui eveniment pe care cineva din acest spațiu bidimensional îl poate simți. Timpul evenimentelor însă nu îl mai putem atribui în mod clasic, ca fiind un timp absolut, același în tot spațiul, pentru că așa ceva nu există. Pentru început, vom instala un ceas în *centrul* sistemului de coordonate. El ne va da timpul în acest punct special, însă nu ne mai poate spune care este timpul în alte puncte din univers, tocmai pentru că timpul absolut nu există. De aceea, ne imaginăm în plus ca în fiecare punct al spațiului este așezat un ceas imaginar care ne dă timpul de acolo. Aceste ceasuri imaginare le sincronizăm după procedura lui Einstein, lansând raze din centrul distanței a două ceasuri și verificând că ele ajung la ceasuri când ele indică aceeași valoare pe ecran (vezi figura 6.7). Tuturor evenimentelor simultane le vom atribui același timp.

În felul acesta, fiecare *eveniment* are asociate trei numere: două pentru poziție, corespunzătoare celor două axe, și unul pentru timp. Să remarcăm că timpul asociat diverselor evenimente din spațiu nu este decât un număr, neavând deocamdată nici o semnificație fizică, el nereprezentând deloc timpul „real" pe care cineva îl simte. Cele trei numere asociate unui eveniment ne spun doar *unde* și *când* vom găsi evenimentul unei furnici.

Desigur, o a doua etapă este să vedem dacă această ordonare a evenimentelor are vreo semnificație fizică, dacă ne putem folosi de ea, sau rămâne doar o etichetare a acestor evenimente. Am văzut deja că ordonarea punctelor de pe planul hârtiei este mai mult decât o etichetare, pentru că putem calcula distanța dintre puncte cu teorema lui Pitagora. Tot așa vrem să arătăm și noi că, prin aceste ordonări ale evenimentelor (unde și când au avut loc), putem să stabilim ce întârzieri de timp simte „în mod real" un ceas aflat în mișcare sau cu cât îmbătrânește o furnică.

Până atunci însă, să mai facem un exercițiu și să ne imaginăm că aceste evenimente, descrise de cele 3 numere

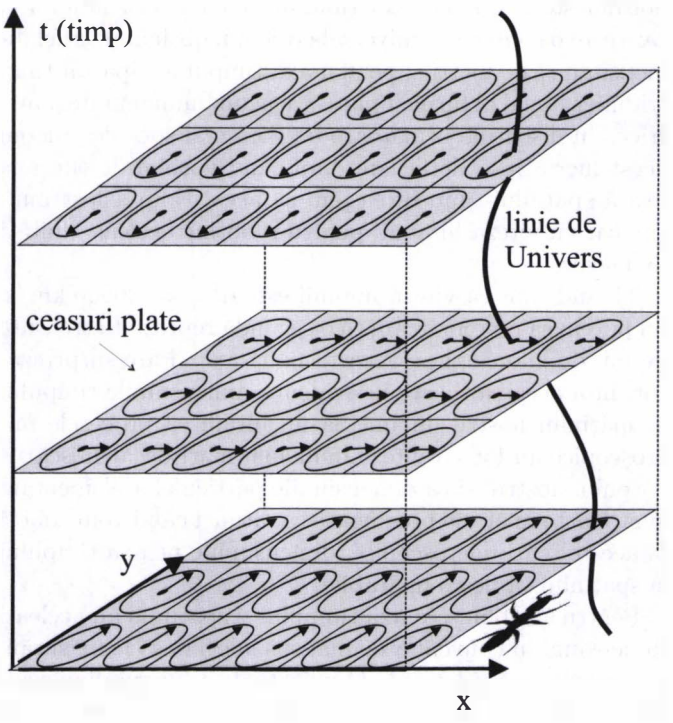

Figura 6.8: *Spațiul unei furnici ce trăiește pe o foaie de hârtie este bidimensional și este reprezentat aici ca un plan xy de ceasuri plate. Dacă așezăm aceste hârtii una peste alta, în funcție de timpul t, obținem spațiul-timp tridimensional care conține toată istoria universului furnicii. În figură sunt reprezentate doar trei imagini ale spațiului, la momente de timp diferite, date de indicațiile ceasurilor. Linia care unește evenimentele din viața unei furnici (locurile petrecute de ea) reprezintă linia de univers a furnicii.*

(două de spațiu și una de timp) sunt aranjate într-o regiune tridimensională, pe care o vom numi *spațiu-timp* al furnicii. Regiunea o vom construi adăugând una peste alta fotografii ale foii de hârtie pe care trăiește furnica, de jos în sus (vezi figura 6.8). O fotografie atunci când furnica se naște, alta după o secundă și așa mai departe, într-un album care memorează tot ce s-a întâmplat pe acea foaie de hârtie. Acest album va avea o dimensiune suplimentară, cea a timpului (în sus), deci va fi tridimensional. Să remarcăm că, pentru moment, aceasta este doar o *organizare* a evenimentelor care au avut loc. Pentru a arăta că structura reprezintă ceva mai mult, va trebui să construim o formulă similară celei a lui Pitagora.

Spațiul-timp acestor furnici va fi deci tridimensional, adică un volum. Viața unei furnici anume va fi dată de o așa numită *linie de univers*. Ea este linia care unește evenimentele vieții ei și care „curge" în direcția timpului, aproape perpendicular pe hârtie. Fiecare furnică, fiecare atom din lumea furnicii, își va avea propria linie de univers. Spațiul-timp al acestor furnici este atunci un volum *înghețat* al tuturor evenimentelor din viața lor. Înghețat, pentru totdeauna și întotdeauna acolo, fiindcă acest volum nu „trăiește" în timp, el are timpul încorporat în el!

Să remarcăm că, în construcția noastră, timpul se măsoară în secunde, iar spațiul în metri. Deoarece este nenatural să combinăm unități de măsură diferite, se

obișnuiește a *înmulți* axa timpului t cu viteza luminii c, care este o constantă universală oricum, obținând astfel dimensiuni ct de metri și pentru axa timpului. Spațiul-timp tridimensional al furnicii plate are acum numai unități metrice. În discuțiile următoare nu vom mai specifica mereu acest lucru, însă de fiecare dată când vorbim de timp ca axă a spațiului-timp înțelegem că acest timp a fost multiplicat cu viteza luminii, pentru a obține aceleași unități de măsură.

Ținând cont că viteza luminii este de $c \approx 300000$ km/s, nu putem să nu remarcăm că o secundă reprezintă trei sute de mii de kilometri pe această nouă axă. Pare surprinzător, însă aceasta scoate în evidență dimensiunile timpului și spațiului nostru uman. Să nu uităm că procesele microscopice au loc cu viteze mult mai mari decât mișcarile corpului nostru, și că dimensiunile particulelor elementare sunt foarte mici. Se prea poate ca, atunci când vom coborî la aceste scări microscopice, dimensiunile pe axa timpului și spațiului să fie comparabile.

Pentru a sublinia că axa timpului și spatiului au aceleași dimensiuni în convenția de mai sus, alegem să le măsurăm pe ambele în *ani-lumină*. O unitate de-a lungul dimensiunii spațiale este lungimea parcursă de lumină într-un an, iar o unitate în direcția timpului este o perioadă de timp de an, care devine tot un an-lumină, pentru că înmulțim timpul cu viteza luminii.

Poate veți reproșa acestei construcții de spațiu-timp că este cam artificială. De ce ar fi ceva special, din moment ce pare doar o simplă *mulțime* a tuturor evenimentelor din univers într-o formă geometrică mai vastă? Motivul este că putem prezice întârzierea ceasurilor și dilatarea riglelor cu ajutorul acestui spațiu-timp, fără a face apel la ecuațiile lui Maxwell! Tot ce avem nevoie este să găsim structura geometrică a acestui *spațiu-timp*.

Pentru aceasta, să revenim la sistemul de coordonate pe care l-am definit și să vedem ce se întâmplă cu un ceas care se deplasează cu o viteza uniformă v între două puncte 1 și 2 (vezi figura 6.9). Care este diferența de timp $\delta\tau$ arătată de ceas *pe ecranul său*?

Desigur, timpul indicat pe ecran $\delta\tau$ nu este egal cu diferența $\Delta t = t_2 - t_1$ indicată de ceasurile sistemului de referință, pentru că ceasul în mișcare *rămâne în urmă* ($\delta\tau < \Delta t$), datorită dilatării timpului. Întârzierea ceasului am discutat-o însă în secțiunea 52, unde am văzut că ea are o formă relativ simplă, dată de viteza v a ceasului în mișcare:

$$\delta\tau = \frac{\Delta t}{\gamma} = \Delta t\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad \Rightarrow \quad (c\delta t)^2 = (c\Delta t)^2 - (v\Delta t)^2$$

Acum însă, vrem să aflăm care este timpul *afișat* de ceas $\delta\tau$ pe ecranul său, în funcție de poziția și timpul evenimentului inițial 1 și al celui final 2 (vezi figura 6.9). Atunci vom scrie viteza ceasului în sistemul de coordonate tocmai construit ca $v = d/\Delta t$, unde d este distanța dintre puncte. Dacă mișcarea este unidimensională, ca în figura 6.9, avem $v\Delta t = \Delta x$ și atunci

$$(c\delta t)^2 = (c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2$$

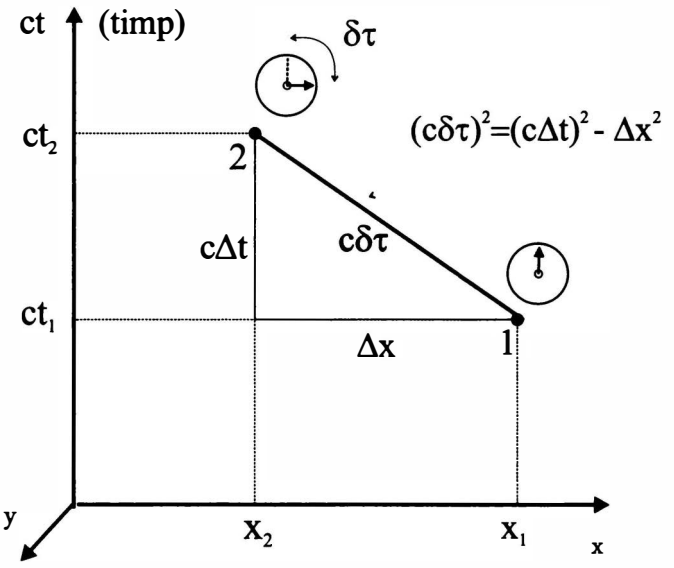

Figura 6.9: *Un ceas se deplasează cu viteză constantă de la evenimentul 1 la evenimentul 2, într-un timp Δt. Mișcarea este reprezentată în spațiu-timp (axa verticală este axa timpului). Ceasul arată pe ecran că timpul său propriu a crescut cu $\delta\tau$ (aproape trei ore în figură). Să remarcăm că $\delta\tau \neq \Delta t$, pentru că ceasul este în mișcare, deci el își încetinește bătăile. Valoarea timpului propriu $\delta\tau$ se poate calcula în spațiu-timp, cu o formulă asemănătoare teoremei lui Pitagora, formulă care implică și distanța Δx parcursă de ceas: $(c\delta t)^2 = (c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2$. Avem $\delta\tau < \Delta t$, deci „segmentul" $\delta\tau$ este mai mic decât segmentul Δt, contrar sugestiei din figură.*

Dacă însă mișcarea furnicii este bidimensională (spre deosebire de figura 6.9 unde are loc numai de-a lungul axei x) putem scrie mai întâi:

$$v = \frac{d}{\Delta t} = \frac{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}{\Delta t} \quad \rightarrow \quad (v\Delta t)^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2$$

Aici $\Delta x = x_2 - x_1$ și $\Delta y = y_2 - y_1$ sunt diferențele între coordonatele spațiale ale evenimentelor inițial și final. Înlocuind în ecuația dilatării timpului de mai devreme, obținem

$$c^2(\delta t)^2 = (c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2$$

Rezultatul pare simplu, însă este extraordinar de bogat în consecințe. Astfel, am reușit să exprimăm timpul δt indicat pe ecranul ceasului în mișcare uniformă numai ca o expresie matematică dată de pozițiile și momentele de timp inițiale și finale ale mișcării! Acum nu mai trebuie să știm viteza ceasului în mișcare pentru a-i afla întârzierea sa, această întârziere o putem calcula din valorile de spațiu și timp ale evenimentelor inițial și final. Așa cum am promis, din mulțimea de evenimente spațio-temporale putem calcula *întârzierile* ceasurilor în mișcare, sau mai bine spus timpii proprii ai ceasurilor, indicațiile de pe ecranele lor.

Să observăm încă odată că Δx și Δy sunt diferențele dintre coordonatele spațiale ale celor două puncte 1 și 2, iar $\Delta t = t_2 - t_1$ este diferența de timp, toate măsurate în același sistem de coordonate. Formula precedentă ne spune din nou că timpul propriu trecut δt este diferit de

Δt. Cu alte cuvinte, ceasul în mișcare va arăta o *altă* diferență de timp față de ceasurile cu care am construit sistemul de referință (cele care arată timpii t). Aceasta era de așteptat, pentru că el se deplasează, și am văzut că ceasurile în mișcare rămân în urmă ($\delta t < \Delta t$).

Să remarcăm că formula precedentă este exact ceea ce aveam nevoie pentru a prezice *intervalele proprii de timpi* δt „simțite" de orice ceasuri (ori furnici plate) în mișcare rectilinie și uniformă. Această formulă magică este foarte asemănătoare cu teorema lui Pitagora, doar că semnele diferă puțin. Ea definește ceea ce căutam, adică *structura geometrică* a spațiului-timp, cu ajutorul căreia putem calcula *intervalele proprii de timp* ale ceasurilor în mișcare, știind numai pozițiile lor inițială și finală (în cazul mișcării rectilinii și uniforme).

Tot așa am procedat și la măsurarea distanței dintre două puncte de pe foaia de hârtie: am aplicat teorema lui Pitagora. În cazul ceasului trebuie să folosim o formulă asemănătoare pentru a calcula „distanța" din spațiu-timp, adică intervalul de *timp propriu* indicat de un ceas pe cadranul său, care se deplasează între cele două evenimente în mișcare rectilinie și uniformă. Atâta doar că formula diferă puțin de formula din teorema lui Pitagora, componenta timpului având un semn schimbat față de componentele spațiale (în figura 6.9 și figura 6.10 se vede cum se schimbă între ele ipotenuza cu cateta dimensiunii temporale).

Să generalizăm acum formula „distanțelor" în cazul spațiului-timp în care trăim noi și care are *patru* dimensiuni în total (trei ale spațiului și una a timpului). Iar, pentru a completa, vom face notația $\Delta s = c\delta\tau$. „Distanța" Δs dintre două evenimente spațio-temporale devine atunci:

Geometria spațiului-timp:

$$(\Delta s)^2 = (c\delta\tau)^2 = (c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y) - (\Delta z)^2$$

Aici Δs poartă numele de *interval spațio-temporal* și el reprezintă „distanța" dintre două evenimente, calculată în spațiu-timp. Δt este diferența de timp a evenimentelor, exprimată în sistemul nostru de referință, Δx diferența de poziție a evenimentelor pe axa x, Δy pe axa y și Δz pe axa z.

Dacă primul eveniment este dat de (t_1, x_1, y_1, z_1) și al doilea de (t_2, x_2, y_2, z_2), atunci $\Delta t = t_2 - t_1$, $\Delta x = x_2 - x_1$, $\Delta y = y_2 - y_1$ și $\Delta z = z_2 - z_1$. Dacă între cele două evenimente circulă un ceas în mișcare rectilinie uniformă, atunci intervalul Δs ne dă timpul propriu trecut $\delta\tau = \Delta s/c$ care se citește pe cadranul ceasului.

Este interesant de observat că „distanța" Δs (intervalul relativist) poate reprezenta și lungimea fizică proprie a unui băț, dacă acesta se poate pune între cele două evenimente. Această lungime este *proprie*, pentru că ea trebuie măsurată în propriul sistem de referință al bățului (vezi figura 6.10). De exemplu, dacă cele două evenimente au același timp $\Delta t = 0$ și aceeași poziție pe două axe $\Delta y = \Delta z = 0$, atunci $(\Delta s)^2 = -(\Delta x)^2$. Acum rămâne doar distanța spațială $(\Delta x)^2$ (lungimea bățului), cu un semn negativ în față.

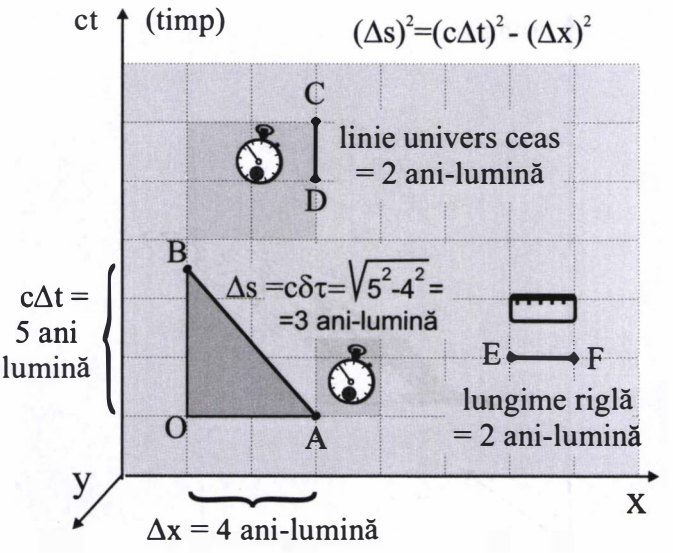

Figura 6.10: *Un eveniment în spațiu-timp este un set de patru numere (t, x, y, z), unul pentru timp și trei pentru poziție. În figură este prezentată numai secțiunea (t, x). „Distanța" între evenimente se măsoară cu rigla sau cu ceasul. Astfel, „distanța" dintre punctele C și D este de doi ani-lumină și ea se poate măsura pe cadranul unui ceas care stă pe loc și care arată că au trecut doi ani. „Distanța" dintre evenimentele E și F este spațială și se poate măsura cu ajutorul unui rigle ce are o lungime de doi ani-lumină. Între evenimentele A și B circulă un ceas. „Distanța" dintre ele în spațiu-timp este dată de timpul propriu $\delta\tau$ citit pe cadranul ceasului $\Delta s = c\delta\tau$. Ea se calculează cu o formulă asemănătoare teoremei lui Pitagora, indicată pe figură. Obținem că distanța este de trei ani-lumină, deci pe cadranul ceasului va trece $\delta\tau = 3$ ani. Să remarcăm că $\delta t < \Delta t$.*

Pentru fizicieni, relația precedentă definește *metrica* spațiului-timp ca fiind setul de coeficienți $g_{\mu\nu}$ ce apar în relația intervalului relativist, dacă facem identificarea:

$$(\Delta s)^2 = \sum_{\mu,\nu=0}^{3} g_{\mu\nu}(\Delta x^\mu)(\Delta x^\nu)$$

Aici am folosit următoarele definiții:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad x^\mu = (ct, x, y, z);$$

Această *metrică* $g_{\mu\nu}$ a spațiului-timp ne spune care este formula „distanței" dintre două evenimente apropiate în spațiu-timp, adică intervalul Δs, în funcție de coordonatele celor două evenimente. Așa cum am văzut, această „distanță" reprezintă fie *timpul propriu* $\delta\tau = \Delta s/c$ al unui ceas care circulă rectiliniu și uniform între cele două evenimente, fie *lungimea proprie* unei rigle care se poate așeza între cele două evenimente (vezi figura 6.10).

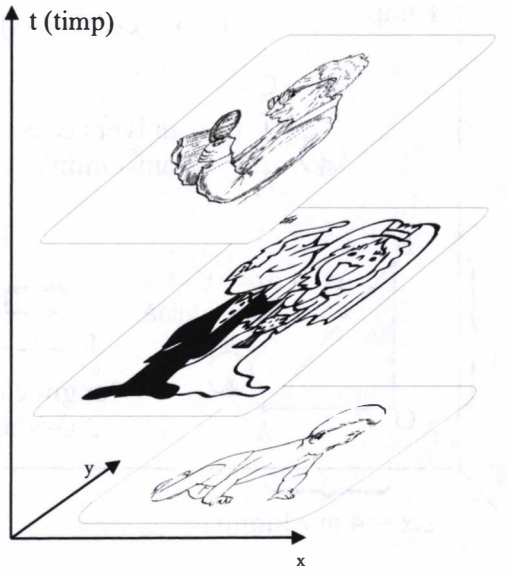

Figura 6.11: *Viața unui om poate fi privită ca o succesiune de fotografii, așezate una peste alta în spațiu-timp. Dacă însă acest spațiu-timp este etern și „înghețat", ce ne face pe noi oamenii să simțim un timp anume dintre cele care sunt? De ce sufletul meu curge de-a lungul liniei de univers și simte acum tocmai acest moment și nu altul?*

Geometria spațiului-timp pe care am descoperit-o ne spune deci care este „distanța" în *spațiu-timp* dintre oricare două evenimente. În figura 6.10 se vede că dimensiunea acesteia a fost aleasă ani-lumină. A spune însă că între două evenimente este o „distanță" Δs de doi ani-lumină nu este suficient. Aici mai trebuie să specificăm și dacă „distanța" (intervalul relativist) este de natură *temporală* sau de natură *spațială*.

În primul caz avem $\Delta s^2 > 0$, și intervalul relativist se măsoară cu un ceas ce se deplasează rectiliniu și uniform între cele două evenimente, ceas care va arăta pe cadranul lui că au trecut două ore. Dacă intervalul relativist este de natură spațială ($\Delta s^2 > 0$) atunci el se poate măsura cu o riglă ce are, în sistemul ei de referință, capetele chiar în cele două evenimente. Lungimea riglei va fi de doi ani-lumină.

Forma $g_{\mu\nu}$ a metricii de mai sus este specifică teoriei relativității restrânse. Mai târziu, vom folosi aceeași definiție a intervalului relativist și pentru teoria relativității generale. Aici însă va trebuie să alegem o altă matrice pentru metrica $g_{\mu\nu}$ a spațiului-timp. De aceea am preferat să scriem aici forma matriceală de mai sus.

Vom încheia această secțiune cu o mică observație asupra timpului nostru propriu. Cum rămâne cu timpul pe care îl percepem noi oamenii, cu trecutul, prezentul și viitorul său? Aici putem spune că scriitorul H.G. Wells a pus punctul pe *i*: cum se face că ceea ce numim noi conștiință percepe un timp anume? Căci nu este nici o problemă cu un atom. El este descris de o linie de univers de la început până la sfârșit. El nu trebuie să „simtă" nimic, sau mai bine zis el poate „simți" dintr-o dată toată linia de univers, de la începutul lumii până la sfârșitul ei. Noi însă simțim momente unul după altul, într-o succesiune temporală. Cum se face că noi simțim tocmai această clipă, și nu alta, din miliardele de pe linia de univers?

Întrebarea aceasta se reduce la diferențierea între două abordări ale noțiunii de spațiu-timp: cea *realistă* și cea de *reprezentare*. În abordarea realistă ne imaginăm că spațiul-timp chiar există în univers, cumva „înghețat", în toată completitudinea lui. Acestea este și modelul sugerat de teoria relativității, acela pe care fizicienii și-l imaginează înainte de a se apuca de rezolvarea ecuațiilor. În acest model, întrebarea precedentă este pertinentă. Dar este așa? Chiar este în realitate universul în totalitatea lui un bloc „înghețat" de spațiu-timp?

Mulți fizicieni nu sunt de acord cu această abordare. Ei spun că aducerea spațiului și timpului împreună este doar un artificiu matematic, doar o *reprezentare*, cu toată „potriveala" despre care am vorbit până acum. Dacă acești fizicieni au dreptate, atunci întrebarea despre percepția timpului nu se mai pune. Care însă să fie adevărul? Răspunsul nu îl știm cu precizie dar, dacă primii fizicieni au dreptate, atunci desigur că și cercetătorii din neuroștiințe trebuie să explice de ce noi percepem doar un moment de timp, atunci când fiecare atom este în esență o linie continuă de univers.

61. Formularea lui Minkovski pentru spațiu-timp

În secțiunea precedentă am văzut că spațiul-timp are o structură căreia i-am găsit deja *metrica*, un set de 16 numere reale notate cu $g_{\mu\nu}$, unde $i, j = \overline{0,3}$. Aceste numere ne spun care este „distanța" dintre două evenimente A și B în spațiu-timp, „distanță" ce a fost denumită *interval relativist* Δs. Ea reprezintă *timpul propriu* $\delta\tau = \Delta s/c$ al unui ceas, dacă ceasul poate circula rectiliniu și uniform între cele două evenimente A și B din spațiu-timp. În acest fel putem prezice întârzierea unui ceas în mișcare (timpul lui propriu) numai pe baza pozițiilor sale inițială și finală în spațiu-timp, tot așa după cum putem calcula lungimea unui băț folosind pozițiile capetelor sale și teorema lui Pitagora.

Discuția precedentă a fost însă numai pentru un *singur* observator, pentru un singur sistem de referință. Acum vom aborda problema a doi observatori din sisteme de referință diferite, și vom vedea că *aceeași* metrică a spațiului-timp este valabilă pentru amândoi observatorii!

Să ne întrebăm deci ce se va întâmpla cu un alt observator care se află în mișcare față de cel care a construit inițial sistemul de coordonate și apoi metrica spațiului-timp. Ce fel de structură de spațiu și de timp obține el, folosind metoda din secțiunea precedentă? Căci acesta va trebui să-și construiască *propriul* său sistem de referință, cu propriile sale rigle și ceasuri, exact ca în exemplul prezentat în paradoxul gemenilor. Pentru că este în mișcare, ceasurile pe care el le sincronizează (în sistemul lui de referință) vor rămâne însă *în urmă* față de cele ale primului observator, iar riglele vor fi *contractate* în direcția mișcării, așa fel încât el va obține alți timpi și alte distanțe pentru diversele evenimente. În plus, două evenimente care primului observator i se par simultane lui nu i se vor părea simultane.

În prima instanță, observația precedentă nu pune probleme, pentru că ceea ce face cel de-al doilea observator este doar să pună etichete diverselor evenimente. Dacă însă teoria relativității este consistentă, atunci este neapărat nevoie ca atât primul, cât și al doilea observator să prezică *aceleași* comportări ale obiectelor, inclusiv aceiași timpi proprii ai unor ceasuri în mișcare între oricare două evenimente (pentru că acești timpi proprii se pot citi pe ecranul ceasului). Atunci, în sistemul de referință al celui de-al doilea observator, timpul propriu al unui ceas oarecare trebuie să fie același cu cel măsurat de primul observator. În termeni tehnici, se spune că timpul propriu al unui ceas este *invariant relativist* de la un sistem de referință la altul.

Să ne aducem aminte din secțiunea precedentă că *timpul propriu* $\delta\tau$ al unui ceas în mișcare rectilinie și uniformă între două evenimente ne dă chiar „distanța" $\Delta s = c\delta\tau$ dintre cele două evenimente (intervalul relativist) în spațiu-timp. Dacă vrem să avem o teorie a relativității consistentă (și deci ceasul să indice același timp propriu pe ecranul lui, indiferent din ce sistem de referință este măsurat), atunci trebuie ca acest interval Δs între două evenimente să fie *același* pentru *orice* sistem de referință inerțial în care el este măsurat. Numai așa un ceas care circulă între cele două evenimente va arăta mereu același timp propriu $\delta t = \Delta s/c$ trecut pe cadranul sau, chiar dacă măsurătoarea se face în alt sistem inerțial de coordonate $(t'x'y'z')$.

Rezultatul acesta, aparent banal, este plin de consecințe. Într-un spațiu tridimensional, distanța euclidiană $d^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2$ se menține constantă indiferent ce sistem ortogonal (xyz) sau $(x'y'z')$ alegem. În fond, distanța euclidiană reprezintă lungimea unei bare rigide între două puncte, care nu depinde de sistemul de coordonate ortogonal în care o măsurăm.

Tot astfel și între două evenimente oarecare ale spațiului-timp există o constantă (intervalul Δs) care nu depinde de sistemul inerțial ales. Spunem că intervalul relativist Δs este *invariant* la o transformare a sistemului inerțial în care facem observațiile.

Forma intervalului relativist, detaliată în secțiunea precedentă, este însă diferită de cea a distanței euclidiene dintre puncte, deși nu foarte diferită: conține semnul minus. Asemănarea aceasta dintre forma intervalului și cea a distanței euclidiene a spațiului obișnuit a fost speculată de Hermann Minkowski (1864-1909), profesorul de matematică al lui Einstein din facultate, sub forma *geometriei spațiului-timp.*

Minkowski a îndrăznit să definească de la început coordonata temporală ca pe un *număr complex*, $x_0 = ict$, unde i este numărul complex $i = \sqrt{-1}$, iar c viteza luminii (vezi figura 6.12). În formula noastră a intervalului am avea acum numai semne minus, însă un semn minus general (o convenție de fapt) se poate elimina adăugându-l la intervalul $(\Delta s)^2$. Consecința? În acest fel obținem numai semne *pozitive*, iar formula finală coincide cu teorema lui Pitagora:

$$(i\Delta s)^2 = \quad (ic\Delta t)^2 + (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2$$

Putem face o analogie cu spațiul nostru obișnuit. Astfel, Δs reprezintă „distanța" dintre două evenimente

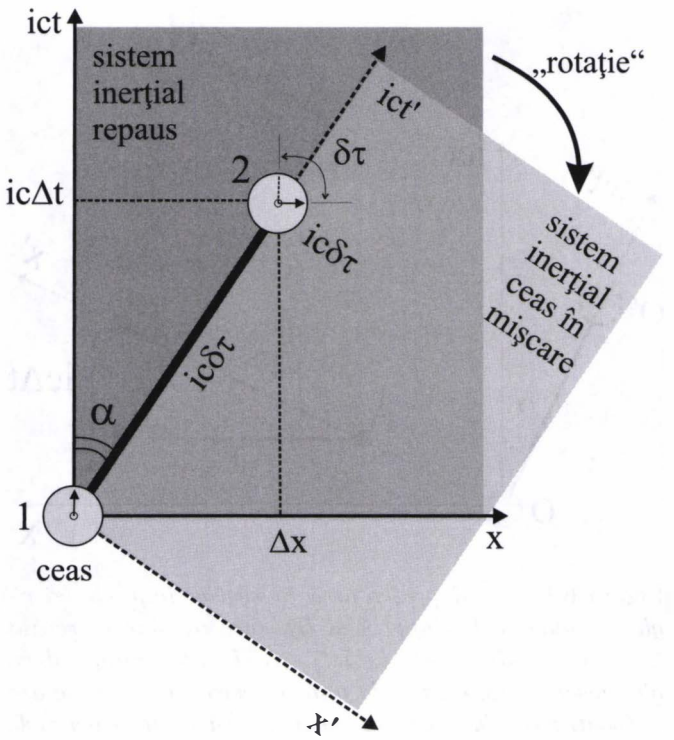

Figura 6.12: *În spațiul-timp Minkowski (x, ict) timpul este înmulțit cu numărul complex i, devenind astfel imaginar. Un ceas se deplasează pe distanța Δx între evenimentele 1 și 2. Cu o linie îngroșată este reprezentată mișcarea sa în spațiu-timp, adică linia sa de univers. „Distanța" dintre evenimentele 1 și 2 (dată de timpul propriu $ic\delta\tau$ al ceasului care circulă între ele) se calculează cu teorema lui Pitagora din triunghiul dreptunghic: $(ic\delta\tau)^2 = (ic\Delta t)^2 + (\Delta x)^2$. Sistemul (x, ict) este cel în care facem noi observațiile. Sistemul (x', ict') este sistemul de referință al ceasului în mișcare, pentru că aici poziția ceasului rămâne neschimbată. Să remarcăm că cele două sisteme sunt „rotite" unul față de celălalt. Unghiul de „rotație" este dat de viteza v cu care se deplasează ceasul, și anume $\tan\alpha = \Delta x/(ic\Delta t) = v/(ic)$. El devine astfel un număr complex.*

spațio-temporale, tot așa cum d reprezintă distanța dintre două puncte din spațiul nostru obișnuit. Știind această „distanță" Δs între oricare două evenimente în spațiu-timp, noi știm atunci metrica spațiului-timp, harta sa, care se numește de cele mai multe ori *minkowskiană.*

Acum însă, distanța d între două puncte ale spațiului rămâne aceeași dacă alegem un alt sistem ortoganal *rotit* față de primul. Atunci și intervalul Δs se va conserva (va rămâne același) când avem alte sisteme de referință inerțiale „rotite" în spațiu-timp! Ce reprezintă un sistem de referință „rotit"? Ei bine, acesta reprezintă un alt sistem de referință inerțial care se deplasează față de primul cu o viteză constantă, *viteză* care ne spune de fapt cu cât sunt „rotite" cele două sisteme unul față de altul în spațiu-timp (vezi figura 6.12).

Atunci, în teoria relativității restrânse, putem alege mai multe sisteme de referință inerțiale, ele putând fi vizualizate ca niște sisteme „rotite" unul față de altul în spațiul-timp Minkowski. Cel mai important, *intervalul* Δs dintre două evenimente (timpul propriu al unui ceas dacă

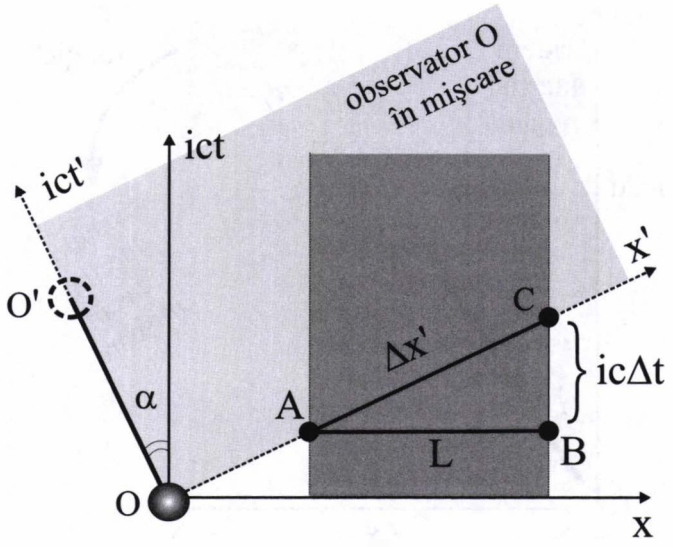

Figura 6.13: *Reprezentarea în spațiu-timp a unei rigle de lungime L (între A și B), care rămâne în repaus în sistemul Minkowski (x, ict). Aici fiecare atom al riglei descrie câte o linie de univers perpendiculară pe axa x (pentru că rigla este în repaus), așa că întreaga riglă „mătură" o arie în spațiu-timp (dreptunghiul gri închis). Sistemul Minkowski (x', ict') este al unui observator O în mișcare spre stânga față de riglă (linia sa de univers este OO'). Lungimea $\Delta x'$ măsurată de el pentru riglă se obține din triunghiul „dreptunghi" ABC ca fiind $(\Delta x')^2 = L^2 + (ic\Delta t)^2 = L^2 - c^2(\Delta t)^2 < L^2$. Observatorul măsoară atunci o lungime $\Delta x'$ care va fi mai mică decât L (contrar aparenței din figură). Rigla se va contracta pentru el. De remarcat că observatorul în mișcare măsoară capătul din dreapta al riglei în evenimentul C, pe când observatorul în repaus îl măsoară în evenimentul B.*

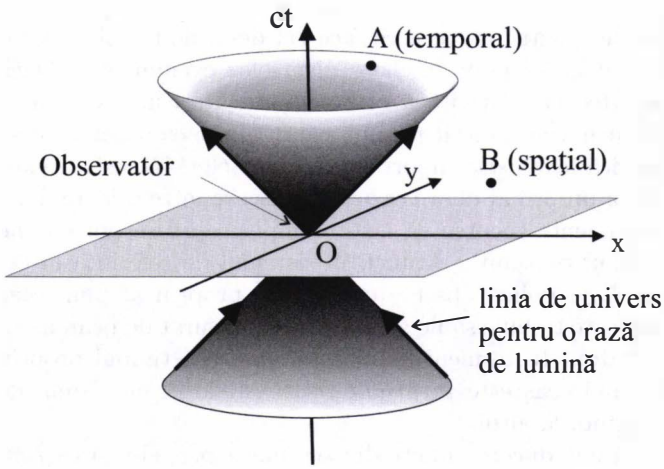

Figura 6.14: *Interpretarea Minkovski a spațiului-timp și conul de lumină. Aici timpul este reprezentat pe axa verticală, iar spațiul pe orizontală (cu două dimensiuni, pentru simplitate). Observatorul O este așezat în centrul conului la momentul observației. Suprafața conului de sus reprezintă mulțimea unor linii de univers ale unor raze de lumină ce pleacă de la observator, iar a conului de jos mulțimea unor raze ce vin înspre el. Față de observatorul aflat în centru, toate evenimentele aflate în interiorul conului sunt considerate temporale (de exemplu A), pentru că până la ele poate circula un semnal cu o viteză mai mică decât viteza luminii ce pleacă din centru. Celelalte evenimente din afara conului (de exemplu B) sunt considerate spațiale, iar ele nu pot fi legate cauzal cu observatorul, pentru că viteza unui semnal de la observator la ele ar trebui să depășească viteza luminii.*

acesta s-ar putea deplasa între cele două evenimente) este mereu același, indiferent de sistemul ales. În acest fel teoria relativității este consistentă, căci timpul propriu al ceasului este măsurabil, se poate citi direct pe ecran.

Una dintre aplicațiile formulării Minkowski a spațiului-timp este simultaneitatea evenimentelor. Am menționat în secțiunea 58 faptul că simultaneitatea unor evenimente trebuie discutată într-un sistem de referință inerțial. Astfel, pentru că nu există „o perdea de timp" sau un timp absolut, două evenimente pot fi simultane într-un sistem de referință inerțial, dar nu simultane în altul.

Efectul acesta se explică dacă ținem cont de spațiul-timp Minkovski. Astfel, să luăm două evenimente *simultane* într-un sistem de referință, dar aflate în locații diferite (evenimentele A și B din figura 6.13). Ele au aceeași coordonată a timpului. După cum am menționat, un *alt* sistem de referință (pentru un alt observator) este reprezentat de un sistem de axe ortogonal care este *rotit* față de primul. „Unghiul" acestei rotații este dat de viteza relativă a celor doi observatori (vezi figura 6.12 și 6.13 unde acest unghi a fost notat cu α).

Datorită rotației, noile coordonate temporale ale celor două evenimente A și B vor fi acum *diferite*. Acum evenimentele A și B care sunt simultane în primul sistem de referință inerțial (x,t) nu vor fi simultane în cel de-al doilea sistem (x',t'), care este rotit față de primul. În sistemul (x',t') observatorul măsoară rigla la evenimente de timp simultane *pentru el*, care sunt acum A și C! Ca atare, lungimea riglei („distanța" în spațiu-timp dintre cele două evenimente) va fi mai mică, așa cum ne spune și teoria standard. Vedem că, în sistemul (x',t'), observatorul a măsurat capătul din dreapta al riglei puțin mai târziu, atunci când acest capăt s-a mișcat deja puțin spre stânga, obținând astfel o lungime mai mică a riglei.

Să continuăm însă să discutăm despre simultaneitate, căci aceasta pare să creeze o posibilă dificultate. Astfel, suntem obișnuiți cu relațiile cauză-efect: efectul apare după cauză. Dacă avem două astfel de evenimente, ar putea exista sisteme de referință în care ordinea celor două să fie *inversată*? Adică să se observe înainte efectul și apoi cauza? În acest caz am avea o mare problemă. Din fericire însă, acest lucru nu se întâmplă. O analiză mai atentă arată că o perechile de evenimente se clasifică simplu în trei categorii: *temporale*, *spațiale* sau *nule*, după valoarea intervalului relativist Δs („distanței") dintre ele.

O pereche de evenimente *temporale* e constituită din două evenimente între care poate exista o relație cauzală. Evenimentele pot avea loc în același punct din spațiu sau în puncte diferite dacă ele pot fi unite de semnale cu o viteză *mai mică* decât viteza luminii. Între aceste evenimente poate exista o relație cauză-efect și între ele poate

circula un ceas pe cadranul căruia să citim timpul propriu, deci intervalul minkowskian ($\Delta s^2 > 0$).

O pereche de evenimente *spațiale* o formează acele evenimente între care nu poate exista nici o relație cauzală, deci care practic nu pot fi unite printr-un semnal cu o viteză mai mică decât viteza luminii. O astfel de pereche este de exemplu explozia simultană (într-un sistem de referință) a doua supernove situate la milioane de ani-lumină ($\Delta s^2 < 0$). Desigur, există și cazul intermediar, atunci când între cele două evenimente trebuie să circule un semnal de viteză precis egală cu viteza luminii ($\Delta s^2 = 0$).

Este remarcabil că intervalul relativist („distanța" în spațiu-timp) este de natură temporală ($\Delta s^2 > 0$), spațială ($\Delta s^2 < 0$) sau nulă ($\Delta s^2 = 0$). Cu alte cuvinte, fie lăsam un ceas sau o rază de lumină să circule între cele două evenimente, fie așezăm capetele unei rigle între ele. În toate cele trei cazuri intervalul relativist se calculează cu aceeași formulă, asemănătoare teoremei lui Pitagora, ceea ce definește de fapt *metrica* spațiului-timp pe care îl vom numi *minkowskian* de aici încolo.

O consecință frumoasă care rezultă din teoria relativității este că ordinea evenimentelor spațiale poate fi schimbată într-un alt sistem de referință inerțial, pe când cea a evenimentelor temporale nu! Rezultatul ne convine de minune. Astfel, nu ne dorim să putem schimba ordinea temporală a evenimentelor cauzale, pentru că atunci cineva ar putea vedea efectul înainte de cauză, conducând la contradicții.

Pe de altă parte, putem schimba ordinea temporală a unor evenimente spațiale, măsurate în diverse sisteme de referință inerțiale, pentru că aceasta nu are nici un efect asupra cauzalității. Astfel, dintr-un astfel sistem de referință pare că un eveniment este „înaintea" celuilalt (sau invers, la alegerea noastră). Cu toate acestea, pentru a putea trimite ceva din evenimentul ales în „viitor" la cel aflat în „trecut" trebuie să folosim un canal de comunicație. Acesta însă trebuie să depășească viteza luminii, pentru că evenimentele sunt corelate spațial între ele, or un astfel de mijloc de comunicare nu există. Teoria relativității nu creează astfel contradicții referitoare la relația cauză-efect.

Cu toate că abordarea ciudată a lui Minkovski (cu un număr complex pentru coordonata temporală) se dovedește extrem de practică, trebuie să fim foarte atenți când o interpretăm. Deși noi desenăm axa temporală ca pe o linie pe foaia noastră de hârtie, ea nu este o „linie" obișnuită, din moment ce valorile pe axa ei sunt imaginare! Lungimi care apar pe desen mai mari pot fi mai mici (pentru că apare pătratul numărului complex $i^2 = -1$), iar unghiul de rotație are tangenta imaginară (vezi figura 6.13). De aceea este bine s-o folosim mai des ca o *analogie* și să fim atenți la limitele ei.

În plus, formularea Minkovski poate conduce la reprezentări greșite dacă nu suntem atenți. Astfel, nu putem spune că există un fel de „bară rigidă" între două evenimente (intervalul relativist) și că noi, într-un alt sistem de referință, vedem „bara" din alt unghi spațio-temporal! Deși interpretarea matematică sugerează această reprezentare, noi nu putem accepta o bară „reală" cu dimensiuni complexe. Este doar o vizualizare care ne ajută la înțelegerea situației și eventual la efectuarea calculelor.

Pe de altă parte, este adevărat că reprezentarea spațiului-timp unifică *parțial* spațiul și timpul. Astfel, intervalul relativist dintre două evenimente („distanța" dintre ele în spațiu-timp) reprezintă fie timpul, dacă între cele două evenimente circulă un ceas, fie spațiul, dacă cele două evenimente sunt atașate capetelor unei rigle. Aceasta sugerează din nou că spațiul și timpul au aceeași „esență", însă nu este o dovadă completă.

Cu toate acestea, faptul că există o structură a spațiului-timp trebuie să aibă semnificații mai adânci. Astfel, de ce are intervalul relativist o formă atât de asemănătoare cu distanța euclidiană (teorema lui Pitagora)? Și de ce numai o singură coordonată (cea a timpului) are semn diferit față de celelalte? Se datorează acestui semn faptul că noi percepem o curgere a timpului? Ce s-ar întâmpla într-un spațiu-timp unde am avea două axe ale timpului? Cum am simți noi un asemenea univers? Întrebări, întrebări...

62. Transformările Lorentz și principiul de reciprocitate

Transformările Lorentz și principiul de reciprocitate

Interpretarea lui Minkovski ne ajută să ne imaginăm mai ușor fenomenele și chiar să facem calcule *cantitative*, fără să ținem minte alte formule, în afară de teorema lui Pitagora și de numărul complex i atașat timpului. Cu aceste ingrediente cunoscute putem reconstrui rezultatele teoriei relativității la orice moment dorim.

Putem, de pildă, face o analiză în cazul a doi observatori. Unul este static (notat cu A în figura 6.15). Cel de-al doilea observator (notat cu B) pleacă la momentul inițial (același ca și cel al observatorului A, considerat momentul zero) cu viteza constantă v, în direcția x. Fiecare din acești observatori are propriul său sistem de referință inerțial. Ne putem întreba, dacă știm poziția și timpul (x, t) al unui eveniment oarecare E în sistemul de referință inerțial al observatorului A, cum putem afla poziția și timpul (x', t') aceluiași eveniment în sistemul de referință inerțial al observatorului B, care se deplasează față de primul cu viteza cunoscută v.

Răspunsul este dat de așa-numitele *transformări ale lui Lorentz*, după numele fizicianului Hendrik Lorentz. Acestea se obțin considerând că cele două sisteme de referință inerțiale sunt sisteme ortogonale în spațiul-timp Minkovski, „rotite" unul față de celălalt (vezi figura 6.15), având aceeași origine (pentru că observatorii A și B pleacă din același loc la același moment inițial). Tot așa după cum, în spațiul obișnuit, putem calcula reguli de transformare a coordonatelor în cazul sistemelor *spațiale* rotite unul față de altul, același lucru îl putem face și în cazul sistemelor inerțiale *rotite* din spațiul-timp Minkovski.. Obținem transformările relativiste Lorentz de trecere de la un sistem de referință inerțial la altul. Cei interesați de mai multe detalii pot urmări prima căsuța matematică alăturată.

Calcul: *Transformările Lorentz*

În figura 6.15 jos sunt prezentate două sisteme de coordonate minkowskiene precum și un eveniment E care se vede în ambele sisteme. Evenimentul are coordonatele (x,t) în primul sistem și (x',t') în cel de-al doilea.

Pentru a calcula coordonatele (x',t') ale evenimentului E din coordonatele (x,t) să rescriem mai întâi unghiul α în funcție de viteza v, știind că $\tan(\alpha) = v/(ic)$ (relația se găsește detaliată în figura 6.12):

$$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \gamma;$$
$$\sin\alpha = \cos\alpha \cdot \tan\alpha = \gamma\frac{v}{ic} = -\frac{i\gamma v}{c}$$

Acum să încercăm să exprimăm unghiul β din figura 6.15 în două feluri

$$\sin\beta = \sin(\phi+\alpha) = \sin\phi\cos\alpha + \cos\phi\sin\alpha$$
$$\cos\beta = \cos(\phi+\alpha) = \cos\phi\cos\alpha - \sin\phi\sin\alpha$$

Să detaliem unghiurile α și ϕ din triunghiurile aferente figurii 6.15. Obținem de exemplu $\sin\phi = ict/s$, $\cos\phi = x/s$ și $\sin\beta = ict'/s$, $\cos\beta = x'/s$. Înlocuind acum rezultatele în cele două relații precedente avem:

$$\sin\beta = \frac{ict'}{s} = \frac{ict}{s}\gamma + \frac{x}{s}\frac{(-i\gamma v)}{c}$$
$$\cos\beta = \frac{x'}{s} = \frac{x}{s}\gamma - \frac{ict}{s}\frac{(-i\gamma v)}{c}$$

Aici am notat cu s intervalul relativist dintre origine și evenimentul E. Simplificând termenii în relația de mai sus, obținem:

$$t' = \gamma(t - \frac{vx}{c^2}); \quad \Rightarrow \quad \boxed{t' = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}}$$

$$x' = \gamma(x - vt); \quad \Rightarrow \quad \boxed{x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1-v^2/c^2}}}$$

Acestea reprezintă transformările Lorentz ale coordonatelor evenimentului E de la un sistem de coordonate (x,t) la altul (x',t'). Pentru viteze mici $v \ll c$ coeficientul γ este aproape egal cu unitatea și recunoaștem în relațiile de mai sus transformările lui Galilei, $t' \approx t$ și $x' \approx x - vt$.

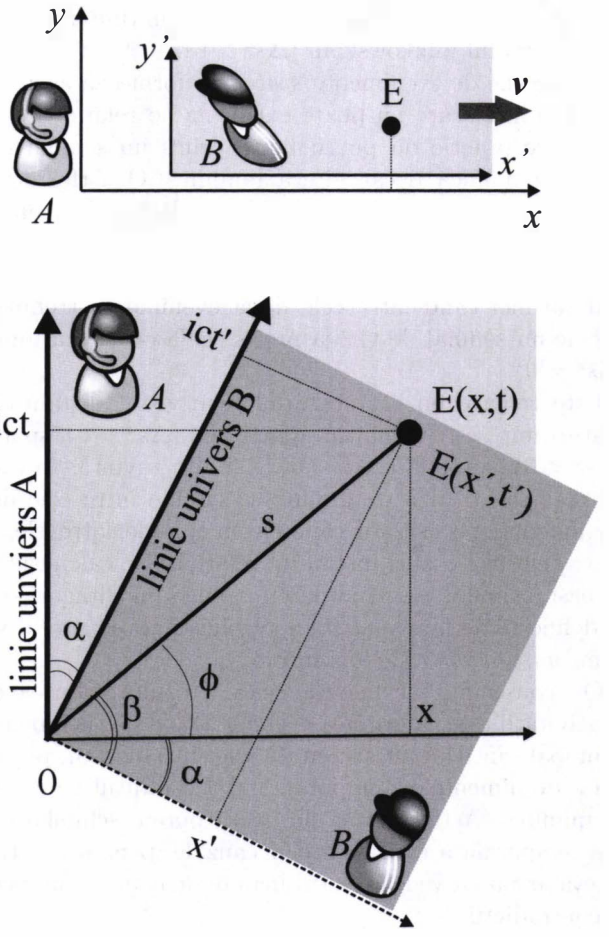

Figura 6.15: *În figura de sus sunt reprezentate două sisteme inerțiale (pentru observatorii A și B) care se deplasează unul față de altul cu viteza v și care au în momentul inițial aceeași origine. Pentru simplitate se consideră doar mișcarea în direcția x. Un eveniment E are coordonatele (x,t) în primul sistem de referință A. Transformările lui Lorentz ne spun care sunt coordonatele (x',t') ale aceluiași eveniment în cel de-al doilea sistem de referință B. În figura de jos sunt reprezentate aceleași sisteme de coordonate, însă în spațiu-timp (coordonata y nu a mai fost desenată). Unghiul de rotație dintre cele două sisteme este dat, ca și în figura 6.12, de relația* $\tan(\alpha) = v/(ic)$.

În continuare, vrem să subliniem că transformările Lorentz se pot deduce și în lipsa postulatelor lui Einstein, bazându-ne pe o idee simplu de acceptat, cea de *reciprocitate.*

Consecința este foarte interesantă, căci ea scoate în evidență *originea* structurii relativiste a spațiului-timp. Astfel, pe bună dreptate, ne putem întreba de ce are spațiul-timp relativist structura minkowskiană și nu alta? De ce tocmai această structură? Răspunsul este: pentru că această structură, împreună cu cea newtoniană (timpul absolut) sunt singurele care se pot concilia ușor cu *reciprocitatea.* În acest fel, dacă impunem legilor fizice să fie aceleași pentru doi observatori care se îndepărtează unul de altul (neavând deci nici o preferință pentru unul sau altul), atunci vom sfârși fie cu teoria lui Newton a timpului absolut, fie cu teoria relativității!

Să revenim de aceea la cazul observatorilor A și B în mișcare cu viteza v unul față de celălalt (vezi figura 6.15) și să vedem cum putem transforma coordonatele (x,t) ale unui eveniment E de la primul la al doilea observator, folosind legea reciprocității. Astfel, putem încerca să scriem un set de ecuații *liniare* care să transforme coordonatele unui eveniment dintr-un sistem de referință în altul, să zicem din sistemul de referință al observatorului A în cel al observatorului B.

Datorită reciprocității însă, putem folosi același set de ecuații liniare pentru a face și transformarea inversă, pentru că nici unul dintre observatori nu este mai cu moț decât celălalt. Aici trebuie să luăm în considerare doar faptul că

viteza relativă a celor doi observatori își schimbă sensul dacă este privită de pe A sau de pe B.

Un calcul direct conduce apoi *exact* la transformările relativiste ale lui Lorentz, fără să vorbim de constanța vitezei luminii, fără să discutăm de principiul lui Galilei, practic numai din acest principiu de reciprocitate și caracteristica *liniară* a ecuațiilor de transformare. Or, în termeni mai simpli, teoria relativității este o *consecință* a principiului de reciprocitate.

Calcul: *Principiul de reciprocitate*

Fie un observator A (vezi figura 6.15) care măsoară un eveniment E ca având loc la poziția și momentul (x,t). Un alt observator B este în mișcare rectilinie și uniformă în direcția x, cu viteza v față de primul observator A. Observatorul B măsoară același eveniment E într-o altă poziție (în sistemul lui de referință) și la un alt moment de timp (x',t'). El încearcă să scrie aceste noi valori (x',t') ca niște transformări *lineare* ale primelor valori (x,t):

$$x' = k(x - vt); \qquad t' = \mu\left(t - \frac{v}{a}x\right) \qquad (1)$$

Aici $k = k(|v|)$, $a = a(|v|)$ și $\mu = \mu(|v|)$ sunt funcții necunoscute ce depind de valoarea absolută a vitezei și care trebuie determinate. De observat cum prima relație ne asigură că un obiect în repaus în sistemul de referință (x',t') apare ca mergând cu viteza v în sistemul (x,t). Astfel, pentru acest obiect $x' = 0 = k(x - vt)$ și deci ecuația de mișcare a obiectului este $x = vt$.

Observatorul A poate scrie și el astfel de transformări liniare, în care să exprime valorile (x,t) măsurate de el pentru evenimentul E în funcție de cele măsurate de observatorul B, adică (x',t'). Din cauza *reciprocității* ecuațiile vor fi aceleași, numai semnul vitezei se va schimba (situația este în oglindă, pentru că amândoi pleacă din origine la același moment de timp nul):

$$x = k(x' + vt'); \qquad t = \mu(t' + \frac{v}{a}x') \qquad (2)$$

În relațiile de mai sus n-am schimbat decât semnul vitezei, păstrând însă aceleași funcții $k = k(|v|)$, $a = a(|v|)$ și $\mu = \mu(|v|)$ pentru că ele depind doar de valoarea absolută a vitezei. Înlocuind t din a doua ecuație a setului (2) în prima ecuație a setului (1) obținem succesiv:

$$x = vt + \frac{x'}{k} = v\mu\left(t' + \frac{v}{a}x'\right) + \frac{x'}{k} \quad \Rightarrow$$
$$x = \left(\frac{1}{k} + \frac{v^2\mu}{a}\right)x' + \mu v t'$$

Desigur, această relație trebuie să coincidă cu prima ecuație din setul (2) de mai sus, pentru *orice* eveniment descris de poziția x și timpul t. Egalând cei doi coeficienți ai lui x' și t' din relația lui x, termen cu termen, obținem forma constantelor ce apar și transformările Lorentz:

$$\frac{1}{k} + \frac{v^2\mu}{a} = k; \quad \mu v = kv; \quad \Rightarrow \quad k = \mu = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/a}}$$

Înlocuind acum k și μ în (1) obținem

$$\boxed{x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/a}}; \qquad t' = \frac{t - vx/a}{\sqrt{1 - v^2/a}}}$$

Într-o analiză ce ia în considerare trei sisteme de referință se arată că, pentru ca aceste relații să poată fi folosită la transformarea coordonatelor între oricare două din cele trei sisteme de referință, funcția $a = a(v)$ trebuie să fie o contantă independentă de viteză, $a = const.$ Analiza mai arată că un semnal de viteză $\sqrt{a}$ circulă cu aceeași viteză atât pentru observatorul A cât și pentru observatorul B.

Transformarea de la un sistem la altul dedusă de noi mai devreme este atunci fie galileană ($a = \infty$), fie relativist invariantă ($\sqrt{a}$ finit). În cel de-al doilea caz recunoaștem transformările lui Lorentz dacă facem identificarea $\sqrt{a} = c$.

Analiza matematică ne spune că, datorită principiului de reciprocitate, există un semnal care deplasează cu aceeași viteză în ambele sisteme de referință, deși nu ne spune *care* este viteza acestui semnal. Dacă viteza acestui semnal este infinită atunci avem sistemul clasic al lui Galilei, iar dacă viteza acestuia este finită, atunci putem identifica acest semnal ca fiind *lumina* și avem transformările lui Lorentz.

Implicațiile acestui rezultat sunt cu totul remarcabile. Faptul că există un semnal ce se deplasează cu aceeași viteză în toate sistemele de referință, ca lumina, este o *consecință logică a reciprocității*: ce măsoară un un observator atunci când mă vede îndepărtându-mă este ceea ce măsor și eu atunci când îl văd pe acel observator îndepărtându-se de mine. Din această *reciprocitate* rezultă doar două posibilități: fie sistemul lui Galilei (o viteză infinită a semnalului), fie sistemul lui Einstein (o viteză constantă finită, cea a luminii).

La vitezele mici pe care noi le experimentăm (comparativ cu viteza luminii) percem această reciprocitate sub forma ei galileană. De aceea ni se pare paradoxală noua structură a spațiului-timp pe care ne-o dezvăluie teoria relativității. Dacă însă am fi avut posibilitatea să experimentăm zilnic reciprocitatea la viteze apropiate de viteza luminii, poate că această structură einsteineană a spațiului-timp ni s-ar fi părut nu numai familiară, dar chiar și logică, singura care putea fi construită păstrând legile reciprocității.

Dintr-un alt punct de vedere, putem interpreta această reciprocitate și ca pe o *izotropie* a spațiului-timp. Tot așa după cum nu contează în ce direcție ne uităm în spațiul obișnuit, nu contează nici în ce „direcție" ne uităm în spațiul-timp minkowskian (această „direcție" fiind dată de „rotația" sistemului de referință inerțial, vezi figura 6.15). Invarianța vitezei luminii și postulatele lui Einstein par astfel să fie o consecință (cel puțin parțială) a spațiului-timp în reprezentarea lui Minkovski.

În final, să menționăm că transformările Lorentz există nu numai pentru coordonatele de spațiu și timp, dar și pentru alte mărimi fizice. În cazul câmpului electromagnetic de exemplu, am discutat deja că observatorii diferiți nu

observă aceleași câmpuri electrice și magnetice. În acest caz, transformările lui Lorentz aplicate câmpului electromagnetic ne vor spune cum se schimbă câmpurile electrice și magnetice de la un sistem de referință inerțial la altul.

63. Dependența masei inerțiale a unui corp de viteza sa

Privind ecuația pentru dilatarea timpului din secțiunea 52 vedem că ea nu este aplicabilă pentru viteze mai mari decât viteza luminii, căci termenul de sub radical (cel din factorul γ) devine negativ. Pe de altă parte, ne reamintim și argumentul inițial al lui Einstein că nu putem merge cu viteza luminii, căci atunci undele electromagnetice ar părea statice, ceea ce este interzis de legile lui Maxwell.

Nu este mai bine să ne uităm eventual ce se întâmplă cu corpurile atunci când ele sunt accelerate *către* viteza luminii? Poate că ele *nu pot atinge* viteza luminii și atunci scăpăm de probleme, căci nu va trebui niciodată să punem în formulă o viteză mai mare decât viteza luminii.

Există două abordări posibile pentru ca să vedem ce se întâmplă cu corpurile accelerate la viteze din ce în ce mai mari. Prima abordare este teoretică, iar cea de-a doua experimentală. În abordarea *teoretică*, se pornește de la observația că poziția și timpul unui corp formează un vector patru-dimensional în spațiu-timp, în sensul că el se transformă de la un sistem de referință la altul conform relațiilor lui Lorentz prezentate în secțiunea 62.

Se poate calcula apoi derivata acestui vector pe o traiectorie față de timpul său propriu, pentru a păstra caracterul de invarianță relativistă (timpul propriu al ceasului este același în toate sistemele de referință inerțiale). Rezultatul poartă denumirea de *impuls* patru-dimensional și va fi tot un vector. Interesant este însă că acest impuls patru-dimensional conține un termen care sugerează că masa inerțială a particulei este dependentă de viteză! Din formulă reiese că masa corpului în mișcare este dată de

$$m = \gamma m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Aici m_0 este masa de repaus a corpului, iar v viteza lui. Vedem atunci că, pe măsură ce viteza corpului se apropie de viteza luminii, cu atât masa lui m crește mai mult, devenind aproape infinită la o valoare apropiată de viteza luminii. În această situație nu putem accelera *niciodată* un corp până la viteza luminii, căci el devine din ce în ce în ce mai greu. Cei interesați de această abordare teoretică pot urmări căsuța matematică alăturată.

Calcul: ***Impulsul și masa relativistă***

Să considerăm un corp în mișcare rectiline și uniformă cu viteza v în sistemul nostru inerțial de referință. Masa acestui corp atunci când el este în repaus (o proprietate fundamentală a corpului) o vom nota cu m_0. Poziția sa la un moment dat t este (x, y, z). Vom reprezenta această alegere printr-un eveniment în spațiu-timp, adică un punct ce are patru coordonate (vezi secțiunea 60):

$$x^\mu = (ct, x, y, z); \qquad \text{unde} \quad \mu = \overline{0:3}$$

Notația de mai sus va defini un 4-vector în spațiu-timp pentru că acesta se transformă de la un sistem de referință inerțial la altul conform cu relațiile lui Lorentz prezentate în secțiunea 62.

Să ne imaginăm mai departe că există un ceas lipit de corp, care va indica timpul propriu τ al corpului. Putem privi mai departe mișcarea corpului în spațiu-timp (o linie de univers) ca un set de patru funcții parametrizate de timpul propriu τ. De exemplu, $x = x(\tau)$ ne va da poziția corpului la momentul τ indicat pe ceasul său, iar $t = t(\tau)$ ne dă timpul t indicat de ceasul nostru din sistemul de referință, în funcție de timpul propriu τ al ceasului (cele două vor fi diferite, deoarece corpul este în mișcare și ceasul său va bate mai încet).

Derivând acum aceste funcții la timpul propriu τ, care este o variabilă, vom obține un patru-vector ce reprezintă „viteza" de mișcare a corpului în spațiu timp:

$$u^\mu = \frac{dx^\mu(\tau)}{d\tau} = \left(c\frac{dt}{d\tau}, \frac{dx}{d\tau}, \frac{dy}{d\tau}, \frac{dz}{d\tau}\right)$$

Derivarea în funcție de timpul propriu τ și nu în funcție de timpul t (așa cum poate ne-am fi așteptat) are o semnificație specială, în aceea că vectorul u^μ se transformă de la un sistem de referință la altul tot cu relațiile lui Lorentz. Aceasta pentru că timpul propriu τ este un număr relativist invariant, fiind același în toate sistemele de referință inerțiale (pentru că poate fi citit fizic pe ecranul aceluiași ceas de toți observatorii).

Deoarece corpul este în mișcare rectilinie uniformă cu viteza v, diferența de timp trecută pe ecranul ceasului $d\tau$ are o relație clară cu cea dt trecută în sistemul nostru de referință $d\tau = dt/\gamma$, unde factorul de dilatare γ a fost introdus în secțiunea 52 ca fiind $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$. Avem:

$$\boxed{u^\mu = \frac{dt}{d\tau}\left(c, \frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}\right) = \gamma(c, v_x, v_y, v_z)}$$

Aici $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$ este viteza corpului măsurată în sistemul nostru de referință. Multiplicând relația precedentă cu masa de repaus m_0 a corpului și făcând notația $m = \gamma m_0$, obținem:

$$p^\mu = m_0\gamma\,(c, v_x, v_y, v_z) = \left(\frac{mc^2}{c}, mv_x, mv_y, mv_z\right)$$

Relația de mai sus poartă sâmburele a două rezultate remarcabile. Primul este că putem interpreta impulsul corpului ca fiind $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$, unde

$$\boxed{m = \gamma m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}}$$

Aici m poartă numele de *masă dinamică* a corpului. Aceasta tinde la infinit atunci când corpul se apropie de viteza luminii c. Remarcăm că în definiția de mai sus a impulsului $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ nu apare masa de repaus m_0, ci masa dinamică $m = \gamma m_0$.

A doua relație remarcabilă este că putem interpreta primul termen ca o *energie* a corpului $E = mc^2$, lucru pe care îl vom detalia în secțiunea 65. Scriem atunci:

$$p^\mu = \left(\frac{E}{c}, p_x, p_y, p_z\right)$$

Aceste notații relativiste sunt detaliate în secțiunea 210. Cu ele ne vom întâlni des în cadrul teoriilor cuantice de câmp.

Rezultatele *experimentale* confirmă banuiala că masa unui corp depinde de viteza sa. Pentru aceasta amintim un prim experiment de succes efectuat de fizicianul Alfred Bucherer (1863-1927) în 1908. Astfel, Bucherer a arătat pentru prima dată că masa electronilor *crește* cu viteza lor, într-o manieră prezisă de teoria relativității și menționată mai devreme.

Aparatul lui Bucherer este asemănător celui folosit de Thompson la determinarea raportului dintre masa electronului și sarcina sa, prezentat în figura 3.14. Acesta conținea o sursă ce genera electroni cu o gamă largă de viteze. Electronii intrau apoi paralel intre plăcile unui condensator, între care se afla un câmp electric (vezi figura 6.16). Condensatorul acționa asupra electronilor cu o forță electrică *perpendiculară* pe plăci.

În continuare, Bucherer a aplicat și un câmp magnetic uniform, în așa fel încât forța magnetică să aibă aceeași direcție, dar sens opus forței electrice. Electronii care intră în această combinație de câmpuri vor fi deviați. Cei mai mulți se vor opri pe plăcile condensatorului, pentru că acesta este îngust, iar forța totală acționează în direcția plăcilor. Unii însă vor trece nedeviați, dacă forța electrică qE este *compensată* exact de cea magnetică qvB (aici v este viteza electronilor, q sarcina lor, E modulul câmpului electric și B al celui magnetic). Din raportul dintre câmpul electric și cel magnetic se determină precis *viteza* electronilor $v = E/B$ care au scăpat dintre plăcile condensatorului.

După ce trec de condensator, electronii sunt *deflectați* numai de câmpul magnetic (deoarece câmpul electric acționează doar în condensator). Pentru a măsura cât de mare este deflecția, Bucherer a adăugat o placă fotografică înspre capătul câmpului magnetic. Acum electronii care reușesc să iasă din condensator (și a căror viteză se știe), vor fi deviați de câmpul magnetic spre placa fotografică. Deflecția electronilor pe placa fotografică poate fi calculată, dacă știm raportul dintre sarcina și masa electronului e/m.

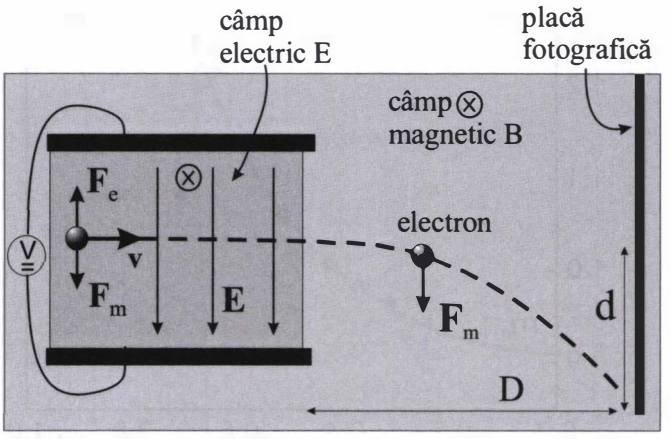

Figura 6.16: *Experimentul lui Bucherer. Aici electronii emiși trec prin centrul unui condensator. Dintre ei, scapă afară din condensator doar cei care au o viteză* $\mathbf{v}$ *precisă, cea pentru care forța electrică* $\mathbf{F}_e = -e\mathbf{E}$ *este compensată exact de forța magnetică* $\mathbf{F}_m = -e\mathbf{v} \times \mathbf{B}$. *Aceștia părăsesc condensatorul și sunt deflectați apoi numai de câmpul magnetic* $\mathbf{B}$. *Mărimea deflecției d pe un ecran ne dă masa electronului. Variind câmpul electric* $\mathbf{E}$ *se vor selecta electroni cu viteze inițiale diferite, iar pentru fiecare viteză Bucherer a măsurat astfel masa electronilor din deflecția acestora pe ecran.*

Bucherer însă a procedat invers: a utilizat deflecția *măsurată*, pentru a obține masa electronului m. El a făcut în plus mai multe măsurători, pentru mai multe valori *diferite* ale vitezei electronilor (alegând de fapt câmpuri electrice din ce în ce mai mari), și a obținut dependența $m = m(v)$ a masei electronilor de viteza v a acestora.

În cazul newtonian, ne-am aștepta ca masa electronului să fie constantă. Cu toate acestea, Bucherer a găsit o valoare a masei electronului *dependentă* de viteză, ce corespundea cu formula prezisă de Einstein din argumentele teoretice (vezi figura 6.17). Practic, Bucherer a putut observa experimental cum, pe măsură ce viteza se apropie de viteza luminii, masa electronului tinde la infinit!

Cu ajutorul rezultatului lui Bucherer vedem acum de ce un corp nu poate fi accelerat la viteza luminii c. Astfel, pe măsură ce viteza corpului v crește, crește și masa lui inerțială $m = m_0/\sqrt{1 - v^2/c^2}$, opunând o rezistență din ce în ce mai mare la schimbarea de viteză. La limită, atunci când viteza tinde la c, masa tinde la infinit și corpul nu mai poate fi accelerat deloc, pentru că este *prea greu.*

Ca și în cazul dilatării timpului, a existat un număr de fizicieni care au încercat să explice clasic creșterea masei electronului cu viteza. Va mai aduceți aminte de discuția pe care am avut-o la electromagnetism (secțiunea 43) despre masa câmpului electromagnetic? Acolo am arătat că o parte din masa inerțială a particulelor încărcate electric este de fapt dată de câmpul electromagnetic și că se prea poate ca întreaga masă să fie de fapt de natură electromagnetică.

Luând în considerare comportarea de mai sus, acești fizicieni au încercat să își imagineze ce se întâmplă dacă încercăm să accelerăm un corp încărcat cu sarcină electrică la o viteză apropiată de cea a luminii. La început, odată ce

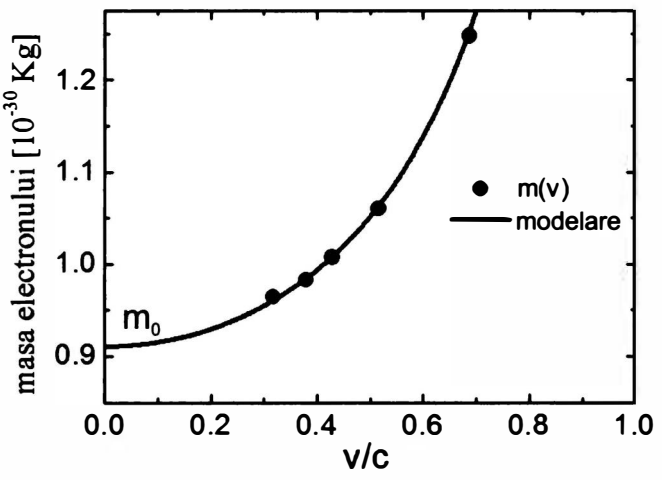

Figura 6.17: *Rezultatele experimentului lui Bucherer. După cum vedem, masa electronului tinde la infinit odată ce viteza lui se apropie de viteza luminii. Modelând datele experimentale, obținem dependența prezisă teoretic de Einstein:* $m = m_0/\sqrt{1 - v^2/c^2}$, *unde* m_0 *este masa de repaus a electronului iar* v *este viteza electronului.*

accelerăm corpul încărcat electric, trebuie să punem mai multă energie în câmpul electromagnetic ce îl înconjoară. Cum energia nu poate veni din cer, noi vom *consuma* energie suplimentară ca să accelerăm această sarcină electrică.

La viteze mici, așa cum am menționat în secțiunea 43, raportul dintre energia pompată suplimentar în câmpul electromagnetic și pătratul vitezei sarcinii electrice este *constant*. Acest raport definește *masa câmpului electromagnetic*, adică partea din masa sarcinii electrice datorate câmpului electromagnetic. La viteze apropiate de viteza luminii lucrurile se dau peste cap, iar energia câmpului electromagnetic tinde la infinit, cu toate că viteza este încă finită. Atunci masa câmpului electromagnetic încetează să mai fie o constantă și tinde și ea la infinit.

Apropiind corpul de viteza luminii, noi vom avea senzația că acel corp a devenit mai greu și ne opune o rezistență uriașă, deoarece cere din ce în ce mai multă energie pentru a fi accelerat foarte puțin, energie care se duce de fapt în câmpul electromagnetic. Astfel, nu vom avea niciodată energie suficientă să accelerăm corpul la viteza luminii.

Explicația de mai sus ne ajută să înțelegem puțin și să *acceptăm* mai ușor creșterea relativistă a masei, însă ea nu reprezintă explicația completă. Aceasta fiindcă și pentru particulele elementare *neutre electric* masa lor inerțială crește cu viteza. Ca și în celelalte cazuri, comportarea relativistă a materiei este *universală*, iar câmpul electromagnetic este doar un caz particular în care am descoperit-o mai întâi.

64. De ce nici măcar informația nu poate depăși viteza luminii

În secțiunea precedentă am văzut că nici un corp nu poate fi accelerat la viteza luminii, pentru că masa corpului crește la infinit și noi am avea nevoie de o energie infinită pentru a-l aduce la viteza luminii. De aici rezultă de asemenea că nici un corp nu poate depăși viteza luminii, dacă el nici măcar n-o poate atinge.

Aceasta nu înseamnă automat că nimic nu poate depăși viteza luminii. La urma urmei, ne putem gândi la fenomene necunoscute, de exemplu telepatia. În ipotetica telepatie, gândurile unei persoane ajung *instantaneu* la o altă persoană, la o distanță mare. Pentru simplitate, ne-am putea imagina o persoană de pe Pământ și la alta în galaxia Andromeda. N-ar fi oare posibil ca prima persoană, cea de pe Pământ, să-i transmită instantaneu gânduri celei din Andromeda, să zicem prin așa-numita „telepatie"? La urma urmei, teoria relativității nu impune aici constrângeri.

La o privire mai atentă, se vede că în esență este vorba despre transmiterea de *informație*, căci gândurile noastre asta duc, informație. Întrebarea se reformulează astfel: poate circula informația cu o viteză mai mare decât viteza luminii? Teoria relativității nu discută explicit această situație, pentru că informația nu are încă o definiție și o descriere suficient de precisă pentru a fi încorporată în teorie.

Teoria relativității spune însă așa: dacă eu pot trimite informație cu o viteză mai mare decât cea a luminii (eventual instantaneu) atunci eu pot să transmit informație *înapoi în trecut*! Un astfel de rezultat ar rupe relația cauză-efect, lucru care este ultimul pe care fizicienii și-l doresc. Ca atare, fizicienii cred că nici *informația* nu poate depăși viteza luminii, nu numai corpurile, căci nu ne așteptăm să putem trimite informație în trecut.

Este interesant de detaliat argumentul de mai sus și de văzut cum comunicăm informație *în trecut* dacă putem trimite informație cu o viteză mai mare decât viteza luminii. Pentru simplitate, vom presupune aici că putem trimite instantaneu informație de la un capăt al universului la altul, folosind de exemplu telepatia (dacă ea o fi existând). Iată cum procedăm, exemplificând cu figura 6.18.

În primul rând ne alegem un complice în galaxia Andromeda. Acestuia îi putem trimite informație în două moduri. În prima modalitate stăm în repaus față de el și ne concentrăm adânc telepatic, în așa fel încât el să primească *instantaneu* mesajul pe care noi vrem să-l trimitem. Atunci complicele va trebui să primească mesajul la același moment de timp t_1 la care l-am trimis și noi, pentru că el a fost recepționat instantaneu.

O a doua metodă este mai specială, căci ea poartă cheia transmisiei informației în trecut. Aici ne suim pentru scurt timp într-o mașină care merge cu o viteză apropiată de viteza luminii și care se îndreaptă înspre galaxia Andromeda. Nu trebuie să stăm în mașină mult, ci numai puțin, cât să ne transmitem telepatic mesajul care ajunge instantaneu

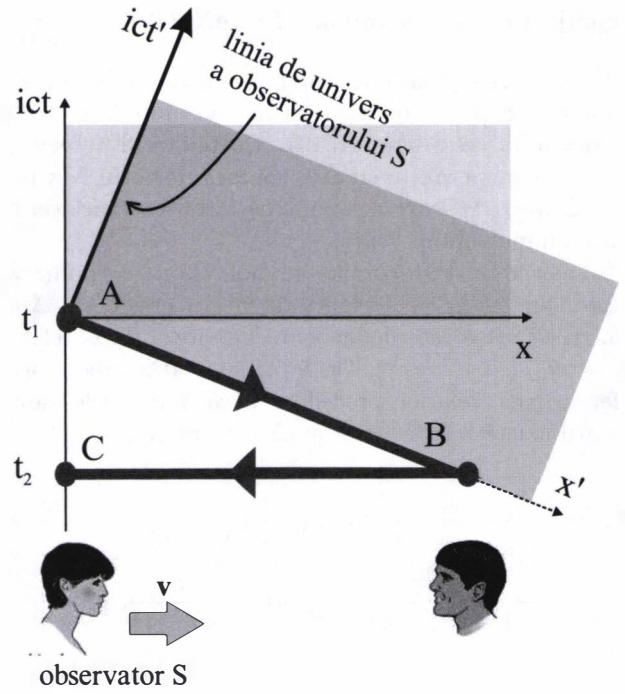

Figura 6.18: *Mecanismul după care am putea transmite informație în trecut, dacă informația ar putea circula instantaneu în spațiu. Astfel, observatorul din stânga se îndreaptă la început către observatorul din dreapta cu o viteză apropiată de viteza luminii. În sistemul de referință în repaus (x, ict) linia sa de univers este linia îngroșată ict'. De aceea, pentru observatorul din stânga (aflat în mișcare), sistemul de referință minkowskian este (x', ict') iar evenimentul simultan celui inițial A este B. Dacă el transmite în A un mesaj telepatic instantaneu, acesta va ajunge la B, care are un timp t_2 mai mic decât cel inițial t_1. Apoi observatorul din dreapta stă în repaus și trimite instantaneu (telepatic) informația înapoi la cel din stânga. Sistemul de referință este acum (x, ict) și informația ajunge de la evenimentul B la evenimentul C. Vedem atunci că, în final, informația a circulat de la A la C înapoi în timp, prin B!*

în Andromeda. Atenție însă, la care moment va ajunge acum mesajul nostru în Andromeda?

Ei bine, spre surprinderea noastră, momentul de timp t_2 în care ajunge acum semnalul instantaneu telepatic este *înaintea* momentului t_1 discutat la prima metodă! Motivul are de-a face cu definirea noțiunii de instantaneu, sau de *simultaneitate*. Pentru că acum ne mișcăm spre complicele din Andromeda, momentele simultane de timp sunt altele decât cele de la prima metodă, atunci când eram în repaus (vezi figurile 6.13 și 6.18), iar noi ales direcția de mișcare *spre Andromeda* special pentru ca să obținem $t_2 < t_1$. Rezultatul acesta nu este încă ceea ce ne dorim, pentru că informația este departe în Andromeda, iar noi o vrem înapoi în trecutul nostru.

De aceea, în partea a doua a soluției, rugăm complicele din galaxia Andromeda să ne trimită *înapoi* instantaneu mesajul, tot cu ajutorul telepatiei. Complicele trimite mesajul la timpul $t_2 < t_1$, odată ce este în repaus față de noi. Atunci mesajul va ajunge tot la timpul t_2 pentru noi. Acum însă închidem bucla și vedem rezultatul: mesajul nostru a plecat de la noi la timpul t_1 și a ajuns înapoi la timpul $t_2 < t_1$, adică în trecut! Dacă ar funcționa telepatia și ar fi instantanee, am găsit modul prin care ne putem trimite mesaje în trecut! Cine nu ar fi încântat atunci să-și trimită înapoi în timp mesaje conținând cursul acțiunilor la bursă, sau numerele loto care vor deveni câștigătoare?

Problema fizicienilor nu este câștigul la loto, ci ruperea relației cauză-efect în acest caz. Spun ei, mecanismul acesta ar da peste cap întreaga relație dintre cauză și efect, noi am putea trimite mesaje în trecut, ori așa ceva nu se poate în fizică! Ca atare, spun ei, atunci trebuie să postulăm că *nici un fel de informație nu poate depăși viteza luminii*, nici măcar telepatia, dacă ea există. Încă o dată, nu este vorba de corpuri care ar putea depăși viteza luminii, este vorba de *informație*.

După cum vedem, pentru păstrarea *cauzalității*, nu putem permite nici unui fel de informație să circule cu o viteză mai mare decât viteza luminii. Pe de altă parte, nici corpurile nu pot depăși viteza luminii, pentru că ele nu pot accelera până acolo, necesitând energie infinită.

Ajungând aici, nu rezist să nu adresez și întrebarea unuia dintre copiii mei: Dacă totuși depășim viteza luminii, putem călători în timp? În primă instanță, răspunsul este pozitiv, fiindcă putem folosi o schemă similară celei de mai sus pentru a sări într-un alt punct spațial și apoi la loc în punctul de unde am plecat, dar înapoi în timp.

Cu toate acestea, răspunsul cel mai bun este că întrebarea nu e corect formulată, pentru că iese în afara legilor cunoscute ale fizicii. Dacă, pentru a depăși viteza luminii, trebuie să încălcăm o parte din legile date de teoria relativității (pentru că vom accelera peste viteza luminii într-un fel sau altul) ce sens are să răspundem la această întrebare folosind aceleași legi ale teoriei relativității care au fost încălcate? Cu alte cuvinte, nu putem răspunde corect la o întrebare folosind legile date dacă întrebarea însăși presupune violarea acestor legi.

65. Echivalența dintre masa inerțială și energie

Să ne întoarcem acum la dependența masei de viteză. Am văzut că, pe măsură ce viteza unui corp se apropie de viteza luminii, masa lui tinde la infinit, devenind imposibil să accelerăm corpul peste viteza luminii. Deoarece masa devine infinită, tot infinită devine și *energia* pe care trebuie s-o „pompăm" pentru ca acel corp să atingă viteza luminii. Avem o situație cumva specială, în care atât energia pompată unui corp pentru a fi accelerat cât și masa lui cresc cu viteza. Ar putea exista atunci o legătură între cele două mărimi fizice, energia și masa inerțială?

În teoria relativității se poate face un calcul pentru energia ΔE „pompată" unui corp pentru a-l aduce la o viteză anume, din poziția sa de repaus (vezi figura 6.19). Această energie reprezintă de fapt energia cinetică relativistă a corpului, iar calculele (schițate în căsuța matematică a acestei secțiuni) arată că ea are forma $\Delta E = mc^2 - m_0c^2$. Aici m_0

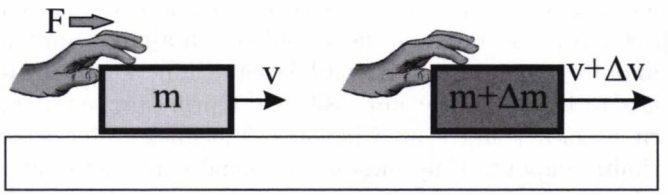

Figura 6.19: *În stânga este reprezentat un corp de masă m care este împins cu forța constantă F pentru un moment scurt de timp Δt. În partea din dreapta, nu numai viteza corpului accelerat a crescut, dar și masa lui inerțială, care devine $m + \Delta m$. Energia folosită pentru accelerarea corpului rămâne stocată în masa lui inerțială, care este mai mare acum.*

este masa de repaus a corpului, iar $m = m_0/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ este masa corpului la viteza v la care l-am adus.

Privind forma aceasta (printre alte ecuații), Einstein a avut o sugestie genială. Astfel, a spus el, ce-ar fi să presupunem că toată energia ce a fost vreodată „pompată" în corp se găsește în masa acestuia conform relației:

Echivalența dintre masă și energie

Orice corp de masă inerțială m are o energie totală E înmagazinată:

$$E = mc^2$$

Aici m este masa dinamică a acelui corp.

Această formă explică diferența de energie din formula precedentă căci, pentru a calcula câtă energie trebuie să „pompăm", trebuie să scădem din energia finală mc^2 energia inițială m_0c^2. Înainte de a acționa asupra lui (atunci când era în repaus) corpul avea energia m_0c^2, „pompată" eventual de altcineva. Ea devine mc^2 după ce noi pompăm mai multă energie, pentru a aduce corpul la viteza v. Și devine desigur infinită dacă viteza corpului ar atinge viteza luminii c, pentru că masa inerțială m tinde la infinit. Diferența de energie este atunci $\Delta E = mc^2 - m_0c^2$.

Relația precedentă definește atunci *echivalența dintre energie și masa inerțială*. Aceasta pentru că masa inerțială a unui corp ne spune, conform supoziției lui Einstein, câtă energie a fost „pompată" vreodată în acel corp. Mai mult, adaugă Einstein, ea este valabilă *în general*, nu numai în exemplul prezentat.

Și, interesant, la viteze mici se arăta că energia mc^2 este de fapt o sumă dintre energia de repaus m_0c^2 și energia cinetică $mv^2/2$. Cu alte cuvinte, energia cinetică este „locul" unde energia a fost pompată atunci când corpul a fost accelerat, ea nefiind altceva decât o manifestare a variației masei corpului cu viteza (pentru mai multe detalii, vezi căsuța matematică alăturată).

Calcul: *Energia și impulsul relativist*

Fie un corp de masă de repaus m_0 pe care îl împingem în direcția x pentru un moment mic de timp Δt cu forța F constantă (vezi figura 6.19). Corpul va fi accelerat, iar viteza sa va crește cu Δv, conform legii lui Newton $F = \Delta(mv)/\Delta t$, care ne spune că forța este variația în timp a impulsului $p = mv$.

În teoria relativității, nu numai viteza corpului va crește, dar și masa sa inerțială m va crește cu Δm, pentru că masa este dependentă de viteză după relația $m = m_0/\sqrt{1 - v^2/c^2}$. De fapt, se arată direct, prin diferențierea relației precedente, că între cele două variații există relația $(c^2 - v^2)\Delta m = mv\Delta v$:

$$dm = d\left(\frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\right) = m_0\left(-\frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{3}{2}}\frac{-2v}{c^2}dv$$
$$= \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\frac{1}{c^2 - v^2}vdv = \frac{mv}{c^2 - v^2}dv$$

Energia ΔE „pompată" în timpul scurt Δt va fi egală cu lucrul mecanic $L = F\Delta x$ efectuat, adică:

$$\Delta E = F\Delta x = \frac{\Delta(mv)}{\Delta t}(v\Delta t) = v\Delta(mv) =$$
$$= v^2\Delta m + vm\Delta v = v^2\Delta m + (c^2 - v^2)\Delta m = (\Delta m)c^2$$

Aici am folosit relația între Δv și Δm menționată mai devreme. După cum se vede, energia „pompată" $\Delta E = (\Delta m)c^2$ este direct proporțională cu creșterea de masă Δm a corpului.

Chiar dacă variem forța, pe momente infinitezimale de timp dt relația de mai sus se va păstra. De aceea Einstein a presupus că toată energia ce a fost „pompată" vreodată în corp este dată de masa sa totală:

$$E = mc^2$$

Este interesant cum se aproximează această formulă la viteze v mult mai mici decât viteza luminii $x = v/c \ll 1$, dacă folosim relația $(1 + x)^a \approx 1 + ax$:

$$E = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = m_0c^2\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \approx m_0c^2 + \frac{m_0v^2}{2}$$

Al doilea termen este chiar energia cinetică a corpului în mecanica clasică!

Relația dintre masă și energie $E = mc^2$ se poate scrie și sub o altă formă, extrem de utilă atunci când vom vorbi despre dinamica relativistă a particulelor elementare ale naturii:

$$E^2 = \frac{m_0^2c^4}{1 - v^2/c^2} = \frac{m_0^2v^2}{1 - v^2/c^2}c^2 + m_0^2c^4 = m^2v^2c^2 + m_0^2c^4$$

$$\Rightarrow \qquad \boxed{E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4}$$

Aici am notat cu $p = mv$ impulsul particulei în mișcare, unde m este *masa dinamică* a particulei (cea care depinde de viteză). Valoarea m_0 rămâne masa de repaus

a particulei. Am detaliat forma de mai sus deoarece ea joacă un rol foarte important în fizica particulelor elementare, acolo unde ne ajută să determinăm energia unei particule știind impulsul $p = mv$ și masa sa de repaus m_0.

De remarcat că relația de mai sus permite existența unor particule ce au masă de repaus nulă $m_0 = 0$. Acestea vor circula *neapărat* cu viteza luminii c, altfel masa lor în mișcare $m = m_0/\sqrt{1 - v^2/c^2}$, impulsul $p = mv$ și energia $E = mc^2$ ar fi devenit nule pentru o altă viteză decât viteza luminii $v \neq c$, conform relațiilor de mai sus.

Astfel de particule de masă nulă $m_0 = 0$ ce se deplasează cu viteza luminii $v = c$ nu fac în mod obișnuit studiul mecanicii relativiste, dar ele se întâlnesc în mecanica cuantică. Un exemplu de astfel de particulă va fi *fotonul*, particula cuantică a luminii. Pentru aceste particule relația de mai sus ne spune că energia lor este dată de impuls $E = pc$, formă care se folosește des în mecanica cuantică. Masa dinamică a particulelor și impulsul lor se pot calcula din energie $m = E/c^2$ și $p = E/c = mc$.

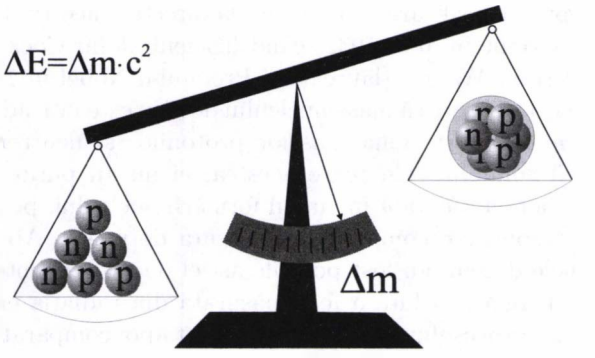

Figura 6.20: *În stânga au fost așezați pe cântar trei neutroni și trei protoni separați. În dreapta cântarului se află aceleași particule, dar care de data aceasta au fuzionat împreună formând un nucleu. Acest nucleu cântărește mai puțin, pentru că sistemul de trei neutroni și trei protoni a pierdut energie în cursul procesului de formare. Energia pierdută poartă numele de energie de legătură, iar valoarea ei este dată de indicația Δm de pe cântar și anume $\Delta E = \Delta m \cdot c^2$.*

Pentru a vedea un exemplu privind felul în care energia se poate „depozita" în masa unui corp, să ne întoarcem la discuția despre electromagnetismul clasic din secțiunea 43. Acolo am discutat mai pe larg cum câmpul electromagnetic din jurul unei sarcini electrice stochează energie. Cu cât viteza sarcinii electrice crește, cu atât crește și energia stocată în câmpul electromagnetic. Cu alte cuvinte, o parte din energia pe care o „pompăm" în mișcarea corpului se duce în câmpul său electromagnetic.

Interesant însă, putem încerca să vizualizăm cum energia a fost „pompată" într-o sarcină electrică atunci când ea a fost *creată*, chiar în starea ei de repaus. Aceasta pentru că există un câmp electric în jurul sarcinii, și acest câmp are deci energie înmagazinată E_{em} în el (vezi figura 4.29).

În secțiunea 43 am calculat această energie în niște *modele* mai simple, de exemplu modelul în care electronul este reprezentat ca o sferă. Am obținut o relație foarte asemănătoare cu cea a lui Einstein, de forma $E_{em} = 3 \cdot m_{em}c^2/4$ unde m_{em} este masa electromagnetică. Cu alte cuvinte, un loc în care sarcina electrică stochează energie este câmpul său electromagnetic, iar această energie este proporțională cu masa electromagnetică m_{em} (despre care știm însă că este parte a masei inerțiale a sarcinii).

Faptul că aceste *modele clasice* dau rezultate diferite de formula lui Einstein a fost înțeles mai târziu. Atunci a devenit clar că, pentru a păstra niște sarcini electrice de același tip împreună, este nevoie de o altă forță, care contribuie și ea cu o parte la energia totală. Electronul de exemplu, nu poate fi privit simplu ca un ansamblu de sarcini minuscule așezate pe suprafața unei sfere, căci aceste sarcini minuscule s-ar respinge. El are nevoie (în astfel de modele) de o forță *suplimentară* care să păstreze sarcinile împreună, iar această forță contribuie și ea la energia totală. Un alt exemplu este nucleul, acolo unde protonii stau împreună, cu toate că se resping datorită forței electrice. Aici este *forța tare nucleară* cea care îi ține împreună, și energia stocată în această forță trebuie luată în considerare în calculul masei nucleului.

Câmpul electromagnetic clasic este însă doar un *model* care ne ajută să înțelegem mai ușor cum se distribuie energia „pompată" într-un corp (în cazul nostru în câmpul electromagnetic) și cum contribuie aceasta la masa sa inerțială (în cazul nostru prin *masa electromagnetică*). Există însă corpuri sau particule elementare care nu au sarcină electrică și deci câmp electromagnetic, iar echivalența dintre masa inerțială și energie este valabilă și aici. Cu alte cuvinte avem de-a face cu o relație *generală* a echivalenței dintre masa inerțială și energie, iar câmpul electromagnetic este doar un caz particular.

În procesul de *fuziune* de exemplu, atunci când două componente se „leagă" una de cealaltă, se emite (aruncă) energie. În acest fel, sistemul *pierde* energie odată ce se „leagă". Lucrul acesta îl înțelegem imaginându-ne că, pentru a separa cele două componente, trebuie să generăm energie pentru a „trage" de ele, energie care se duce înapoi la componentele sistemului. Energia pe care componentele sistemului o primesc de la noi când le separăm este exact energia pe care au pierdut-o când s-au unit, și ea poartă numele de *energie de legătură*. De fapt, de aceea stau componentele lipite, pentru că le lipsește această energie de legătură pe care au pierdut-o când s-au unit. Odată însă ce vor primi energia aceasta de la noi, se pot separa în sfârșit.

De aceea, energia totală a sistemului este *mai mică* odată ce componentele se unesc, pentru că o parte din energie a fost „aruncată" în spațiu. Echivalența dintre energie și masă ne spune că masa totală a sistemului trebuie să fie mai mică decât suma maselor de repaus ale componentelor.

Să luăm cazul unui nucleu compus din protoni și neutroni care au fuzionat împreună. Relația precedentă ne spune atunci că masa nucleului trebuie să fie *mai mică* decât suma maselor protonilor și neutronilor care îl compun, dacă aceștia ar fi cântăriți reparat, pentru că protonii și neutronii au pierdut energie atunci când au fuzionat în nucleu (vezi figura 6.20).

O primă verificare experimentală directă a acestui fenomen a venit în anul 1932, când fizicienii John Cockcroft and Ernest Walton (laureați ai Premiului Nobel în 1951) au reușit să arate că masa nucleului de litiu este într-adevăr *mai mică* decât suma maselor protonilor și neutronilor care îl compun. Cu toate acestea, ei nu au putut măsura energia *pierdută* în cursul formării nucleului, pe care ar fi trebuit s-o compare cu diferența de masă. Abia în ultimele decenii au fost posibile astfel de experimente, în care energia pierdută a fost măsurată din radiația emisă în urma procesului de formare, și a fost apoi comparată cu diferența de masă. Cele mai bune experimente sugerează un acord cu formula lui Einstein de ordinul a 99, 99996%.

Între timp, echivalența dintre energie și masă și-a găsit aplicații directe, unele utile (reactoarele nucleare și aplicațiile medicale ale energiei nucleare), altele înspăimântătoare (bomba atomică). Nu-i de mirare, dacă ne gândim că într-un singur kilogram se află întreaga energie necesară omenirii pentru câteva ore!

Dintre toate exemplele însă, cea mai spectaculoasă verificare rămâne prezența *antimateriei.* Așa cum vom discuta în capitolul 14, antimateria este tot o formă de materie, cu o proprietate specială însă: ea se anihilează complet cu materia obișnuită, lăsând în urmă o explozie de lumină. În acest caz, toată masa perechii de materie-antimaterie este reconvertită în energie luminoasă.

7 Teoria relativității generale

Dacă am presupune că teoria relativității generale este mult mai dificilă decât cea a relativității restrânse ne-am înșela. Este adevărat că ecuațiile sunt mult mai complexe, însă baza teoriei, *metrica* spațiului-timp, a fost deja construită în teoria relativității restrânse. Așa cum am discutat în capitolul precedent, metrica reprezintă un fel de hartă a spațiului-timp. Ea ne dă „distanța" dintre două evenimente apropiate în spațiu-timp (așa-numitul *interval relativist*), această „distanță" putându-se măsura fie cu rigla, fie cu ceasul.

Ceea ce trebuie adăugat în teoria relativității generale sunt trei ingrediente suplimentare: forma *curbă* a acestei metrici, legea care ne spune *cum* se construiește această formă curbă și legile care spun cum se *mișcă* materia în această metrică a spațiului-timp.

Vom porni și noi la drum, discutând despre esența teoriei relativității generale încă din primele secțiuni. Alegerea reprezintă o răsturnare a metodei pedagogice obișnuite, care începe de la lucrurile simple, precum curbura luminii sau dilatarea timpului în câmpuri gravitaționale, și merge apoi către lucrurile mai complexe. Noi însă vom încerca să construim esența teoriei pe elementele capitolului precedent, în mod special metrica spațiului-timp.

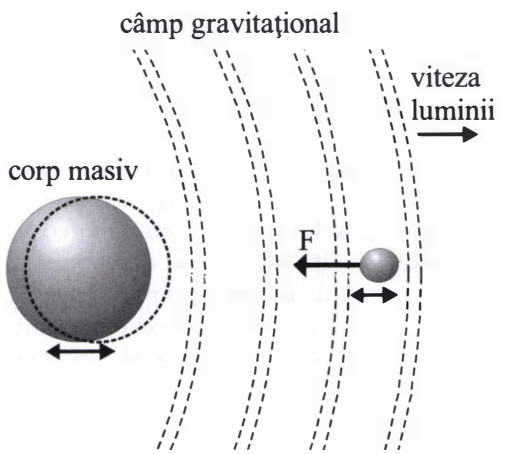

Figura 7.1: *În stânga figurii este reprezentat un corp masiv care oscilează. La mijloc este schițat câmpul său gravitațional. În dreapta se află un corp de probă aflat în acest câmp, ce este atras de corpul masiv. Datorită oscilației corpului masiv, corpul de probă va simți când o forță mai mare, când una mai mică, în funcție de distanța sa până la corpul masiv, care acum variază în timp. Un observator de pe corpul de probă poate astfel descifra oscilația corpului masiv. Pentru ca informația acestei oscilații să nu circule instantaneu la corpul de probă, este necesar ca variațiile câmpului gravitațional să nu se propage cu o viteză mai mare decât viteza luminii.*

66. Teoria incompletă a gravitației

În capitolul 4 am discutat pe larg despre legile electromagnetismului, acolo unde am descoperit indiciile pentru noua teorie a relativității. După cum ați văzut însă, nu am abordat teoria atracției gravitaționale a lui Newton, deși și ea trebuie să fie în final *compatibilă* cu teoria relativității restrânse.

De exemplu, nu am discutat despre forța de atracție gravitațională dintre corpuri, care este *instantanee* în teoria lui Newton, deși relativitatea restrânsă ne spune că nici o informație nu poate circula cu o viteză mai mare decât viteza luminii. Cu alte cuvinte, nu se poate ca un corp să atragă instantaneu un alt corp aflat la mii de ani-lumină. Dacă ar fi așa, atunci am putea transmite instantaneu informație la celălalt capăt al universului, mișcând înainte și înapoi de un corp și măsurând variația forței la miliarde de ani-lumină. Pentru ca acest lucru să nu se întâmple, este nevoie să limităm viteza de deplasare a interacțiilor gravitaționale la viteza luminii (vezi figura 7.1).

Am putea extinde legea de atracție gravitațională a lui Newton, considerând o viteză finită de deplasare a interacțiilor gravitaționale? Răspunsul este *pozitiv*. Dacă vrem să construim o teorie în care influența gravitației să nu depășească viteza luminii, cea mai naturală încercare este să presupunem că gravitația se deplasează *exact* cu viteza luminii. Atunci, dacă am mișca aici înainte și înapoi un corp, am genera variații în forța de atracție a lui Newton, variații care se transmit din aproape în aproape, cu o viteză egală cu cea a luminii.

Matematic, soluția de mai sus se pune în aplicare cu ajutorul *câmpului gravitațional*, definit prin similitudine cu câmpul electric. Aici folosim faptul că forța de atracție gravitațională este proporțională cu masa corpului care este atras. Ne imaginăm atunci că un corp mai mare generează un câmp gravitațional în orice punct din spațiu iar acest câmp gravitațional, la rândul lui, acționează asupra corpurilor ce se află acolo, cu o forță proporțională cu masa acelui corp și cu intensitatea câmpului gravitațional. Variațiile acestui câmp gravitațional se transmit din aproape în aproape, cu viteza luminii, după cum și variațiile câmpului electric se transmit din aproape în aproape, tot cu viteza luminii (vezi figura 7.1).

Teoria astfel construită se aseamănă pe alocuri cu teoria electromagnetismului, doar că este mai simplă, având un singur tip de sarcină (masa corpurilor, care este mereu pozitivă) și un singur tip de câmp, cel gravitațional. Influențele se transmit cu viteza luminii, ca și în teoria electromagnetismului. O astfel de teorie, deși corectă într-o primă aproximație, nu este însă soluția finală! Cu alte cuvinte, aceasta nu reprezintă forma completă a teoriei gravitației, deși teoria gravitației se reduce într-o primă aproximație la ea.

Faptul că teoria gravitației este *mai mult* decât o simplă teorie a câmpului gravitațional a fost descoperit de Albert Einstein, urmând o altă cale de gândire. Astfel, Einstein a fost nemulțumit de faptul că teoria relativității restrânse se limitează la cazurile sistemelor de referință inerțiale. El a sesizat legătura dintre sistemele de referință inerțiale și câmpul gravitațional, pentru că sistemele inerțiale trebuie căutate la *depărtare* de câmpuri gravitaționale, și a presupus că influența câmpului gravitațional trebuie să fie mai profundă.

Epopeea căutării sale a durat câțiva ani, până în anul 1915, când formulele principale au fost găsite. Să încercăm și noi să urmărim în parte această curgere a ideilor, pornind de la acele observații care l-au făcut pe Einstein să creadă că gravitația joacă un rol mai profund în natură decât o simplă forță de atracție.

După cum vom vedea în final, gravitația se va dovedi mult mai mult decât o interacțiune oarecare ce se propagă cu viteza finită a luminii. Astfel, forța gravitațională va fi intrinsec diferită de tot restul forțelor din univers (electromagnetică, nucleară sau slabă). *Gravitația va fi în final o manifestare directă a proprietăților spațiului-timp asupra obiectelor care se află în el.*

În termeni tehnici, după cum vom vedea, metrica spațiului-timp este cea care va determina cum se mișcă obiectele, și nu forța gravitațională. De aceea, așa cum vom aminti des, fizicienii pun astăzi un semn de egalitate între *teoria gravitației* și *teoria relativității generale*. Cele două sunt același lucru.

67. Principiul echivalenței și cheia înțelegerii relativității generale

Poate părea ciudat, dar motivul pentru care Einstein s-a încăpățânat să creadă că gravitația joacă un rol special se regăsește în gândirea și experimentele lui Newton. Astfel, Newton a înțeles că teoria sa are un aspect pe care nu-l putea explica: echivalența dintre *masa inerțială* și *masa gravitațională*.

Am discutat acest aspect în secțiunea 13, dar să recapitulăm pe scurt aici. *Masa inerțială* a unui corp se calculează în experimente în care nu intervine gravitația. Ea se definește ca raportul dintre forța cu care se trage de un corp și accelerația pe care această forță o imprimă corpului. Pe de altă parte, *masa gravitațională* se definește ca raportul dintre forța cu care corpul este atras de Pământ (dacă ar fi așezat pe suprafața lui) și o constantă universală g, ce reprezintă accelerația cu care toate corpurile cad la suprafața Pământului (și care are valoarea $g = 9,8\text{m/s}^2$).

Cele două valori ale maselor au primit denumiri diferite, deoarece sunt rezultate ale unor tipuri diferite de experimente (experimente în imponderabilitate, respectiv în câmpuri gravitaționale). După cum se vede, primul experiment este *dinamic* (corpurile se mișcă, pentru că noi tragem de ele), iar cel de-al doilea este *static* și implică gravitația (Pământul „trage" de corpuri).

Egalitatea dintre masa inerțială și cea gravitațională scoate atunci în evidență o relație intrinsecă între mișcarea corpurilor și forțele de gravitație. Ea ne spune că un corp ce este accelerat cu greutate va și cântări mai mult (putea fi și altfel, de ce nu?). Rezultatul se explică tehnic presupunând că toate corpurile cad cu *aceeași* accelerație la suprafața Pământului (frecările se neglijează). Cu alte cuvinte, în condiții ideale, două corpuri diferite lăsate libere vor cădea în aceeași manieră pe Pământ, un lucru pe care îl știm din experimentele lui Galilei. Într-o formulare puțin diferită vom spune:

> ***Mișcarea unui corp punctiform:***
>
> *Mișcarea unui corp punctiform într-un câmp gravitațional este independentă de masa și compoziția sa, dacă se neglijează frecările.*

Și totuși, și-a zis Einstein, de ce corpurile nu cad diferit în câmpul gravitațional, dacă ele tot sunt diferite? Într-un câmp electric de exemplu, unele sarcini sunt accelerate mai mult, altele mai puțin sau chiar deloc (dacă nu au sarcină electrică). În câmp gravitațional însă, toate cad la fel, indiferent din ce sunt făcute. Ce *determină* atunci mișcarea acelui corp, dacă structura lui nu contează? Dacă mișcarea *nu* are de-a face cu corpul însuși (pentru că toate corpurile punctiforme cad la fel în condiții ideale) atunci ce poate fi? Poate fi vorba despre ceea ce se află în jurul corpului? Dar ce se află acolo, căci este numai spațiu vid. Ne apropiem de răspuns...

Figura 7.2: *Reprezentare a lui Einstein aflat în imponderabilitate într-un lift. Întrebarea este, va ști Einstein dacă se află într-un lift aflat în imponderabilitate cosmică, departe de stele? Sau poate că se află într-un lift în cădere liberă? Cum în cel de-al doilea caz toate corpurile cad sincronizat, Einstein n-ar observa diferența față de primul caz. Din interiorul liftului, Einstein nu poate vedea dacă este în imponderabilitatea spațiului interstelar sau în cădere liberă. Reprodus cu permisiunea autorului din articolul „How Can We Know Truth?", apărut în revista* Meridian Magazine *(2007).*

Pentru a răspunde la întrebare, Einstein a imaginat celebrul experiment al liftului (vezi figura 7.2). În lift, o persoană face experimente cu corpuri, neputându-se uita afară pe un eventual geam. O altă persoană, pusă pe șotii, fie pune liftul în spațiul imponderabil, fie îl lasă să cadă liber în câmpul gravitațional al Pământului. Deoarece toate obiectele din liftul în cădere cad sincronizat, observatorul din lift nu va remarca *nici o diferență* între cele două situații, cea în care liftul cade liber pe Pământ, sau cea în care liftul este în imponderabilitate undeva în spațiul îndepărtat.

Desigur, obiectele cad *sincronizat* tocmai datorită egalității celor două mase (inerțiale și gravitaționale), în conformitate cu observațiile lui Galilei. Rezultatul este însă remarcabil: un observator din lift nu poate sesiza diferența dintre cele două situații (căderea liberă sau imponderabilitate), cel puțin dacă se uită la corpurile din lift. Situațiile sunt identice. Este însă posibil ca situațiile să fie identice în toate privințele?

Albert Einstein, sub influența teoriei relativității restrânse, a presupus tocmai acest lucru. și anume că cele două situații (cea în care liftul cade liber, sau cea în care este adus în imponderabilitate) sunt echivalente *în toate aspectele.* Făcând orice fel de experimente în interiorul liftului, nu putem decide în care dintre cele două situații ne aflăm. Rezultatul este cunoscut ca *principiul echivalenței.*

Am introdus în secțiunea 60 metrica spațiului-timp $g_{\mu\nu}$ în cadrul teoriei relativității restrânse, într-un spațiu imponderabil, departe de câmpuri gravitaționale. Metrica spațiului-timp ne ajută să calculăm „distanța" dintre oricare două evenimente apropiate din spatiu-timp, „distanță" pe care am denumit-o *interval relativist* Δs. Dacă evenimentele sunt temporale, atunci „distanța" se măsoară cu un ceas în mișcare rectilinie și uniformă între cele două evenimente. Ea este dată de *timpul propriu* al ceasului în mișcare $\delta\tau = \Delta s/c$. Pentru că ceasul este în mișcare, el bate mai încet (întârzie), iar timpul propriu indicat pe ecranul lui va fi mai mic decât diferența de timp dintre momentele final și inițial calculată în sistemul nostru de referință. Acest timp propriu $\delta\tau$ de pe ecran este o măsură directă a intervalului relativist dintre evenimentele inițial și final.

Pentru simplitatea discuției vom numi metrica aceasta a spațiului-timp *minkowskiană*, pentru ca să știm că ea se aplică teoriei relativității restrânse. Și, pentru că forma acestei metrici (discutată în secțiunea 60) este asemănătoare teoremei lui Pitagora, o vom compara des cu metrica *spațiului euclidian*, cel în care se aplică teorema lui Pitagora.

Să revenim la observatorul din liftul în cădere liberă și să remarcăm că situația acestuia este echivalentă cu cea din liftul aflat în imponderabilitate, departe de câmpuri gravitaționale. În al doilea caz însă (departe de câmpuri gravitaționale) metrica spațiului-timp este minkowskiană. Atunci, dacă observatorul din liftul în cădere liberă își va trasa coordonate de spațiu și timp, și spațiul-timp observat de el va fi tot minkowskian! Cu alte cuvinte, aflându-ne în interiorul liftului în cădere liberă, *vom verifica în întregime legile relativității restrânse.* Aceasta deși ne-am afla în cădere într-un câmp gravitațional, și nu în spațiul imponderabil, așa cum am presupus când am construit teoria relativității restrânse!

Presupunerea lui Einstein este astfel crucială și ea lărgește spectrul situațiilor în care relativitatea restrânsă poate fi aplicată, cel puțin cu cazul liftului *în cădere liberă* în câmp gravitațional.

Să observăm însă că *oriunde* într-un câmp gravitațional putem alege un lift în cădere liberă. Într-un sistem inerțial fixat de lift, legile relativității restrânse vor fi local satisfăcute. *Local*, metrica spațiului-timp va fi minkowskiană, în acord cu teoria relativității restrânse. Atunci, în orice punct din spațiu (chiar și în cele în care acționează forțe gravitaționale) vom găsi *local* sisteme de referință (cele ale liftului deci) care satisfac legile relativității restrânse. Desigur, ele acționează pe o zonă mică (cea din interiorul liftului), de aceea și sublinierea noastră că aceste sisteme de referință sunt *locale.*

Ne putem imagina atunci *tot spațiul-timp*, chiar și acolo unde câmpurile gravitaționale sunt puternice, ca fiind construit din *bucățele* mai mici (locale) unde spațiul-timp este minkowskian (deci se supune teoriei relativității restrânse). Înseamnă aceasta că tot spațiul-timp este minkowskian? Nu, ci doar pe porțiuni locale. Și atunci, care poate fi structura acestui spațiu-timp construit din zone mici în care este minkowskian, ca într-un fel de puzzle?

Răspunsul pe care l-a găsit Einstein este cheia întregii povești. El se bazează pe asemănarea dintre spațiul-timp minkowskian și spațiul euclidian, la care se mai adaugă un

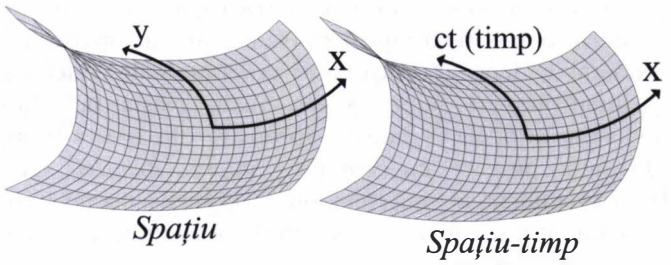

Figura 7.3: *Cheia teoriei relativității generale. Stânga: o suprafață spațială curbă, pe care este desenată o metrică (ca o plasă de pește) ce scoate în evidență proprietățile locale. Astfel, local, suprafața este plată, deși la distanțe mai mari ea rămâne curbă. Axele sistemului de coordonate sunt x și y. Dreapta: în același fel este și spațiul-timp curb. Pe zone mici, locale, spațiul-timp este minkowskian, adică descris de teoria relativității restrânse, dar pe distanțe mari va fi curb, și pentru acestea trebuie să dezvoltăm teoria relativității generale. Axele sunt acum x și ct (timp).*

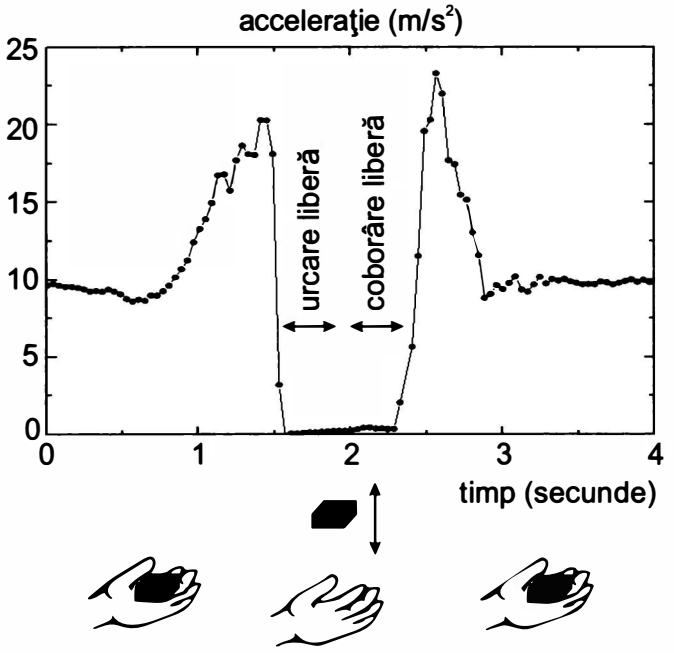

Figura 7.4: *În figură este reprezentată accelerația măsurată de un senzor inerțial, atunci când senzorul a fost aruncat vertical în sus de către autor (fără a introduce rotație). La început și la sfârșit, indicația senzorului este egală cu accelerația gravitațională $g = 9.8\text{m/s}^2$, căci el stă aproape pe loc și măsoară câmpul gravitațional al Pământului. Către mijloc, accelerația depășește această valoare, pentru că senzorul este accelerat de mână (pentru a fi aruncat în sus, sau prins la loc). În mijlocul figurii senzorul este în mișcare liberă prin aer. Acum accelerația măsurată este nulă (unitatea de măsură a senzorului se „crede" într-un spațiu imponderabil), deși senzorul este atât în urcare, cât și în coborâre. Valoarea nu este precis nulă datorată unei erori introduse de rotația slabă a senzorului în jurul axei sale.*

ingredient: *suprafețele curbe.* Astfel, se știe că suprafețele curbe sunt plane pe porțiuni locale. Atunci Einstein a generalizat: în prezența gravitației, vom presupune că *toate evenimentele se așază pe un spațiu-timp curb cu patru dimensiuni.* Local, pe porțiuni mici, putem alege o metrică minkowskiană. În totalitate însă, spațiul-timp va fi curb (vezi figura 7.3). Aceasta este „cheia" lui Einstein, și pe ea o vom detalia în continuare.

Un spațiu-timp curb poate fi imaginat prin analogie cu suprafețele curbe, un deal, să spunem. Metrica acestor suprafețe curbe (ca dealul, de exemplu) este *neeuclidiană*, spre deosebire de cea a unor suprafețe plate. Pe porțiuni mici ale dealului, putem considera însă suprafața plată și deci *euclidiană.* Tot așa, ne vom imagina că spațiul-timp este curb, ca un deal. Pe porțiuni mici însă, ni-l vom imagina plat, ceea ce înseamnă că putem construi local sisteme de referință minkowskiene (vezi figura 7.3). Metrica aceasta locală a fost introdusă în secțiunea 60 și, pe parcursul acestor discuții, ne vom referi la forma ei fără coeficientul dat de numărul complex i (care este numai o descriere particulară a secțiunii 61).

Sistemele de coordonate *locale* ale spațiului-timp ce vor satisface astfel legile relativității restrânse vor fi cel fix față de un lift aflat în cădere liberă și cele care au viteză constantă față de acesta. Consecința *principiului echivalenței*, cheia întregii probleme, devine:

Structura curbă a spațiului-timp

Într-un câmp gravitațional, toate evenimentele se așază pe un spațiu-timp curb cu patru dimensiuni. Local, metrica spațiului-timp este minkowskiană.

Recunoaștem principiul de mai sus de fiecare dată când ne așezăm pe canapea și dăm drumul la două obiecte să cadă. Neglijând rezistența aerului, acestea vor cădea în același timp, indiferent din ce sunt alcătuite. Putem atunci alege un sistem de coordonate local care se mișcă odată cu cele două corpuri în cădere. Acesta este de fapt un sistem local minkowskian. Aici corpurile ce au fost așezate inițial în repaus rămân în repaus unul față de altul, ceea ce nouă ne apare ca o sincronizare a căderii celor două corpuri.

O situație asemătoare este cea de pe Stația Spațială Internațională. Astfel, multă lume crede greșit că astronauții de pe stație au atins mediul imponderabil, de aceea plutesc în spațiu. În realitate însă, acest lucru nu se întâmplă, pentru că Stația Spațială Internațională gravitează la doar 400 km deasupra Pământului, o distanță mult mai mică decât cei aproape 6000 km cât reprezintă raza Pământului. Aceasta face ca gravitația din acel loc să fie aproximativ egală cu cea de pe Pământ.

Și atunci, de ce plutesc liber cosmonauții în stația spațială? Motivul este că Stația Spațială Internațională este în cădere liberă *tot timpul*, orbitând în acest fel în jurul Pământului (tocmai pentru că Pământul e rotund, vezi figura 2.6). Un sistem de referință fixat de pereții stației este de fapt un sistem minkowskian *local*, de unde iluzia de imponderabilitate.

Un alt exemplu al aceleiași concluzii este prezentat în figura 7.4. Aici se vede că un senzor inerțial nu „simte" câmpul gravitațional atunci când este în mișcare liberă

la urcare sau la coborâre. Când senzorul inerțial nu se rotește în aer, un sistem de referință fixat pereții senzorului reprezintă un sistem de referință inerțial local (valabil doar în apropierea senzorului).

Pentru a lămuri mai bine aspectele legate de geometria spațiilor, vom discuta în continuare despre suprafețele *curbe* (neeuclidiene). Acesta este însă numai un pas intermediar, căci în final va trebui să ne confruntăm cu exemplul unui *spațiu-timp* curb.

68. Geometria neeuclidiană exemplificată de suprafața sferei

Am discutat în secțiunea precedentă despre implicațiile fundamentale ale unei observații aparent simple, ca cea a principiului echivalenței. Am văzut cum acesta sugerează „cheia" teoriei relativității generale: spațiul-timp este *curb* dar, pe zone locale, el este *minkowskian*. Acum însă trebuie să intrăm mai adânc în subiect și să discutăm despre structura curbă a spațiului-timp. Vom începe de aceea mai simplu, cu geometria neeuclidiană (curbă) a spațiului.

Pentru a fixa la început noțiunile, menționăm că *geometria euclidiană* se aplică suprafețelor plate. Conform lui Euclid (cca. 325 î.Hr-265 î.Hr) ele sunt suprafețe pe care, printr-un punct, se poate duce doar o singură paralelă la o linie dreaptă dată. Din perspectiva noastră, cel mai important este că, în geometria euclidiană, distanța dintre două puncte se calculează din coordonatele punctelor cu teorema lui Pitagora. Pe de altă parte, *geometria neeuclidiană* se aplică suprafețelor *curbe*, de exemplu o sferă sau un cilindru. Aici distanța dintre două puncte va avea nevoie de o altă formulă decât teorema lui Pitagora.

Pentru simplitate, să luăm cazul unei foi de hârtie plate. Aceasta este o suprafață bidimensională, pentru că pe ea se pot desena doar două axe perpendiculare una pe alta. În același timp însă, dacă foaia este întinsă perfect, suprafața este și *euclidiană*, plată. Acum, printr-un punct se poate duce doar o singură paralelă la o altă linie, iar suma unghiurilor într-un triunghi este egală cu 180 de grade.

Să luăm acum o altă suprafață și anume suprafața *sferică* a globului pământesc, care nu este plată (vezi figura 7.5). Mai este aici valabil postulatul liniilor paralele al lui Euclid? Pentru a discuta de linii paralele pe suprafețe curbe, va trebui mai întâi să explicăm ce înțelegem aici prin *linie dreaptă*. În cazul euclidian (foaia de hârtie întinsă, de exemplu), linia dreaptă dintre două puncte este mulțimea punctelor intermediare care definește *distanța cea mai scurtă* dintre cele două puncte. Aceeași definiție o vom folosi pentru „linia dreaptă" și în cazul suprafețelor curbe.

În cazul sferei, sau al oricărei alte suprafețe curbe, situația este mai complexă. Aici nu mai este clar imediat care este distanța cea mai scurtă dintre două puncte. Desigur, distanța trebuie calculată de fiecare dată în funcție de forma locală a suprafeței sferice, și ea definește ceea ce se numește o *geodezică*. Geodezica este, prin definiție, linia cea mai scurtă dintre două puncte date. Ea

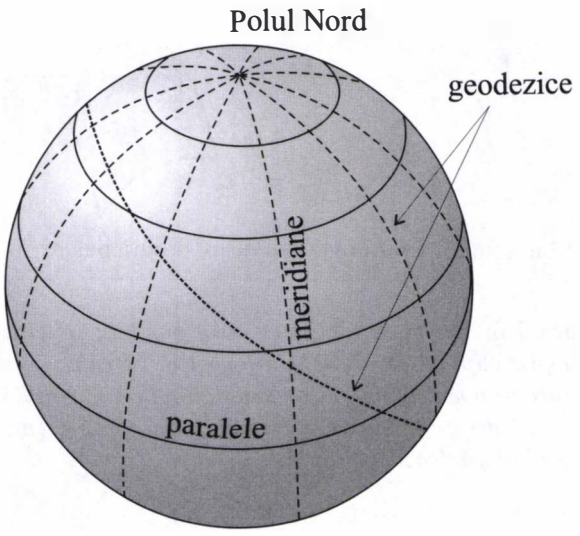

Figura 7.5: *Suprafața Pământului pe care sunt prezentate meridianele sale (liniile verticale) și paralelele (liniile orizontale). Toate meridianele sunt geodezice, definind linia cea mai scurtă dintre două puncte prin care trec. Geodezicele împart Pământul în două emisfere egale. Există și alte geodezice decât meridianele (în figură este exemplificată una oblică). Nu toate paralelele Pământului sunt geodezice. Ecuatorul este o geodezică, însă cercul polar și tropicele nu sunt geodezice.*

este echivalentul liniilor drepte din geometria euclidiană și trebuie aflată de la caz la caz.

Să luăm de exemplu cazul particular al suprafeței sferice a Pământului. Vă mai amintiți, *meridianele* sunt acele linii care străbat Pământul de la Nord la Sud, trecând prin cei doi poli. Să alegem acum două orașe aflate pe același meridian, unul mai la Sud și altul mai la Nord. Este clar, linia ce definește distanța cea mai scurtă dintre aceste două orașe este chiar meridianul. Meridianul este atunci o *geodezică* particulară.

Să observăm că orice geodezică în geometria sferei este o linie curbă (un cerc) care împarte Pământul în două emisfere perfect egale. În cazul meridianului, geodezica trece prin cei doi poli însă, în general, ea va trece prin puncte opuse pe suprafața sferei, construind cercul de diametru maxim care înconjoară Pământul (vezi figura 7.5).

Nu numai meridianele sunt geodezice, dar și ecuatorul. O linie care unește România cu Noua Zeelandă este o geodezică în această geometrie, pentru că cele două țări sunt situate la capete opuse ale Pământului. Dacă vrem să ajungem cât mai repede în Noua Zeelandă, trebuie să urmărim această linie a geodezicei, pentru că ea definește *distanța cea mai scurtă* între două puncte de pe o suprafață curbă.

Să testăm acum principiul lui Euclid pe suprafața curbă a Pământului și să luăm ca exemplu „linia dreaptă" (geodezica) chiar meridianul ce trece prin București. Putem duce acum o paralelă printr-un alt punct (să zicem Rm. Vâlcea) la meridianul Pământului ce trece prin București? Sunt multe geodezice („linii drepte") ce pleacă din Vâlcea, dar cea care are șansa să fie paralelă este chiar meridianul ce trece prin Vâlcea. Ghinion însă, meridianul ce trece prin

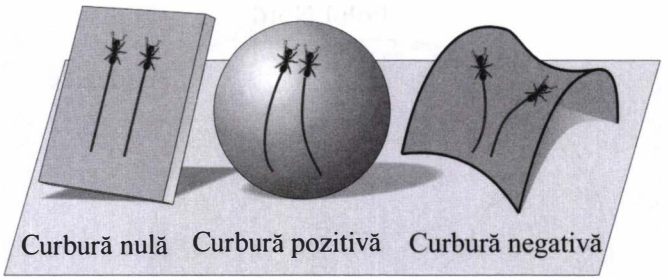

Figura 7.6: *Cele trei tipuri de geometrii: euclidiană (stânga), eliptică (centru) și hiperbolică (dreapta), exemplificate pe o suprafață bidimensională. Liniile paralele își păstrează distanța între ele (stânga), se apropie (mijloc) sau se îndepărtează (dreapta).*

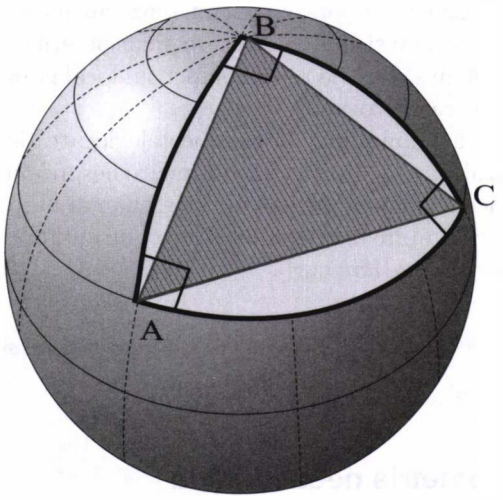

Figura 7.7: *Triunghiul ABC poate fi privit în două moduri. În modul obișnuit (suprafața hașurată) el „taie" interiorul Pământului, și are suma unghiurilor exact 180 de grade. ABC poate însă forma și un „triunghi" pe suprafața Pământului. În acest caz el este format din trei geodezice („linii drepte" pe suprafețele curbe, reprezentate îngroșat): două meridiane și un ecuator. Să remarcăm însă că acum toate unghiurile acestui „triunghi" (formate de câte două geodezice, pe suprafața Pământului) sunt unghiuri drepte! În consecință, suma unghiurilor acestui „triunghi" devine* 270 *de grade. Suprafața sferei este un exemplu de geometrie neeuclidiană.*

Vâlcea se întâlnește cu meridianul ce trece prin București de două ori, la cei doi poli!

Putem trage atunci prima concluzie: pe suprafața sferei, două linii paralele (cele două meridiane alese) se întâlnesc. Desigur, rezultatul este de așteptat, deoarece oricare două cercuri mari care înconjoară Pământul (împărțindu-l în două părți egale) se vor intersecta. Principiul lui Euclid nu mai este valabil, de unde denumirea de *geometrie neeuclidiană.*

Geometria neeuclidiană a fost dezvoltată de matematicieni în secolul al XIX-lea. Ea este unul din exemplele de succes ale matematicienilor care încearcă să evadeze din lumea reală cu ajutorul imaginației lor. De cele mai multe ori, exercițiile lor rămân fără urmări practice, uitate în istorie sau în manualele de universitate. În cazul acesta însă, din fericire, geometria neeuclidiană și-a găsit o aplicație practică în teoria relativității generale.

Matematicienii au arătat că există în principiu două forme de suprafețe curbe: *eliptice* și *hiperbolice* (vezi figura 7.6). Pe suprafețele curbe eliptice două linii paralele se întâlnesc, iar sfera este un astfel de exemplu. Pe suprafețele *hiperbolice*, printr-un punct putem duce mai multe paralele la o linie dreaptă dată, care nu se mai întâlnesc niciodată. Un exemplu de suprafață hiperbolică este o șa de cal, sau șaua care se formează pe creasta unui munte.

Pe suprafețele curbe, un triunghi este definit de intersecția a trei *geodezice* (echivalentul „liniilor drepte" de pe suprafața plată). Tot matematicienii au arătat că suma unghiurilor într-un triunghi este mai mare decât 180 de grade pentru o suprafață eliptică și mai mică decât 180 de grade pentru una hiperbolică (vezi figura 7.7).

Printre cei care au contribuit la geometria neeuclidiană a fost și matematicianul Carl Friedrich Gauss (1777-1855), care a îndrăznit să iasă afară din casă și să facă experimente. Așa cum am menționat, o consecință a geometriei neeuclidiene este faptul că suma unghiurilor într-un triunghi este *diferită* de 180 de grade. De fapt, aceasta rămâne o metodă practică de a testa dacă o suprafață este euclidiană sau nu. Gauss a fost atât de încântat de teoria suprafețelor curbe, încât a vrut să verifice această consecință, măsurând *curbura Pământului.*

Povestea spune că el și-a așezat telescopul succesiv pe vârful a trei munți (Hohehagen, Brocken, și Inselber) și a măsurat *suma* unghiurilor din „triunghiul" astfel obținut pe suprafața curbă a Pământului. De remarcat că el a orientat telescopul *paralel* cu suprafața Pământului, pentru a măsura „triunghiul" de pe suprafața curbă (vezi 7.7), deci nu îndreptându-l direct spre vârful vecin (atunci ar fi obținut triunghiul hașurat din figura 7.7). Unghiul măsurat de el a fost într-adevăr mai mare de 180 de grade, cu aproape 14 secunde de arc. Valoarea în exces confirmă că suprafața Pământului este sferică și conduce la o rază a Pământului apropiată de cea reală, de aproximativ 6000 de km.

O poveste interesantă este și cea a lui Janos Bolyai (1802- 1860), al cărui nume îl poartă Universitatea Babeș-Bolyai din Cluj. Tatăl acestuia, Wolfgang Bolyai, a fost un bun prieten al lui Gauss de pe vremea studiilor sale la Gottingen. În urma contactului cu Gauss, Wolfgang a devenit fascinat de problema geometriei neeuclidiene, fascinație pe care i-a transmis-o și fiului său. După ani de încercări, Janos reușește un lucru extraordinar, și anume să arate că postulatul liniilor paralele este *separat* de celelalte postulate ale lui Euclid. Cu alte cuvinte, se poate construi o altă geometrie consistentă matematic dacă postulatul liniilor paralele se schimbă, geometrie pe care o numim astăzi *geometrie neeuclidiană.*

Încântat de rezultate, tatăl Wolfgang Bolyai își îndeamnă fiul să publice imediat noile rezultate. Din păcate, o primă scrisoare pe care acesta i-o trimite lui Gauss se pierde pe drum, iar la următoarea primește un răspuns dezamăgitor din partea lui Gauss; acesta din urmă își însușește deja paternitatea descoperirii, motivând că astfel de teorii stau în sertarele sale de ani de zile.

Un lucru special pe care Gauss l-a remarcat a fost faptul că noi putem determina *din interiorul* unui spațiu dacă el este curb sau nu! Cu alte cuvinte, dacă suntem ființe bidimensionale pe o sferă, putem măsura că suprafața ei este curbă, nu trebuie să întrebăm pe nimeni în spațiu dacă este așa sau nu. Și aici se ridică problema fundamentală: dacă suprafața sferei este curbă, *se poate oare ca și întreg spațiul nostru tridimensional să fie curb*?

Întrebarea este cât se poate de relevantă, în lumina descoperirii lui Janos Bolyai (care spune că un astfel de univers curb este *consistent* matematic) și observației lui Gauss (pentru că putem vedea *din interiorul* acestui spațiu tridimensional dacă el este curb sau nu). Dar cum să facem o astfel de măsurătoare, cu să ne imaginăm un spațiu tridimensional curb? Sfera este într-adevăr neeuclidiană, curbă, însă ea este bidimensională și o putem vizualiza. Un spațiu tridimensional curb este însă mai greu de vizualizat.

Un exemplu de spațiu tridimensional curb este *hipersfera*, care este o generalizare a sferei în dimensiuni superioare (cu una mai mult în cazul nostru). Dacă spațiul nostru tridimensional ar fi o hipersferă, atunci două linii paralele s-ar întâlni, după cum se întâlnesc și două meridiane pe suprafața sferei. Dacă ne-am uita departe în univers, ne-am putea vedea de exemplu ceafa, pentru că lumina circulă în cercuri în această hipersferă, după cum circulă și pe suprafața unei sfere.

Și totuși, cum să testăm dacă *spațiul* nostru tridimensional este o hipersferă? Ei bine, am putea folosi din nou suma unghiurilor unui triunghi. În experimentul lui Gauss de pe cei trei munți, avem două posibilități să măsurăm unghiurile. Prima este să îndreptăm luneta în direcția muntelui vecin, însă să păstrăm luneta *paralelă cu orizontul* atunci când ne uitam spre celălalt vârf. În acest fel nu ne uităm direct spre vârf, ci *deasupra* lui, în așa fel încât luneta să rămână paralelă cu orizontul. Aceasta este exact ce a făcut Gauss, pentru a măsura curbura suprafeței Pământului (vezi figura 7.7).

Cum noi însă am vrea să măsurăm curbura *spațiului* tridimensional însuși, ar trebui să îndreptăm luneta *direct* către poziția de măsură de pe celălalt munte, deci direct către vârful muntelui, nu să o păstrăm paralelă cu orizontul, cum a făcut Gauss. Acum ar trebui să coborâm puțin luneta și să ne uităm precis la vîrful muntelui. În acest caz lumina merge drept de la un punct la altul. Dacă spațiul este *euclidian* am obține o sumă de exact 180 de grade, deoarece lumina „taie" distanțele, neținând cont de suprafața curbă a Pământului (vezi suprafața hașurată din figura 7.7). Dacă spațiul este neeuclidian, atunci suma unghiurilor ar fi diferită de 180 de grade.

În practică, Gauss nu ar fi putut măsura un astfel de efect de curbură, pentru că el este foarte mic. Astăzi știm însă că și spațiul nostru tridimensional este curb. Curbura spațiului a fost dovedită experimental în apropierea corpurilor masive (ca Soarele, de exemplu), însă nu adunând suma unghiurilor unui triunghi, ci măsurând traiectoria razelor de lumină. Înainte de a discuta aceste experimente, să vedem cum se descrie matematic curbura spatiului, pentru a putea descrie apoi curbura spațiului-timp.

69. Harta unei suprafețe curbe și metrica sa

Am discutat în secțiunea precedentă despre suprafețele curbe. Un exemplu a fost sfera. În aceste suprafețe guvernează geometria *neeuclidiană*, spre deosebire de suprafețele plate unde geometria euclidiană dictează regulile. În geometria neeuclidiană suma unghiurilor unui triunghi este diferită de 180 de grade, iar postulatul liniilor paralele al lui Euclid nu mai este valabil.

Întrebarea care se pune este următoarea: Dacă suntem ființe bidimensionale și trăim pe o suprafață curbă, ce legi vom găsi într-un triunghi? Cât va fi suma unghiurilor, de exemplu? Cum va apărea acest univers bidimensional neeuclidian văzut *din interiorul* lui? Practic, trebuie să răspundem la întrebările lui Gauss uitându-ne la sferă chiar de pe suprafața ei, și nu din afara sa, așa cum am făcut până acum.

Exercițiul este necesar pentru că, la sfârșit, vom vedea că spațiul nostru tridimensional este curb și pe acesta trebuie să-l descriem *din interiorul* lui. Din păcate, nu putem vedea în dimensiuni suplimentare, într-un univers plat cu multe dimensiuni, în care poate spațiul nostru ar fi scufundat. De fapt, fizicienii cred că există doar acest spațiu tridimensional pe care îl vedem, așa curb cum este, iar acesta nu este scufundat într-un alt univers euclidian de mai multe dimensiuni. De aceea suntem forțați să descriem

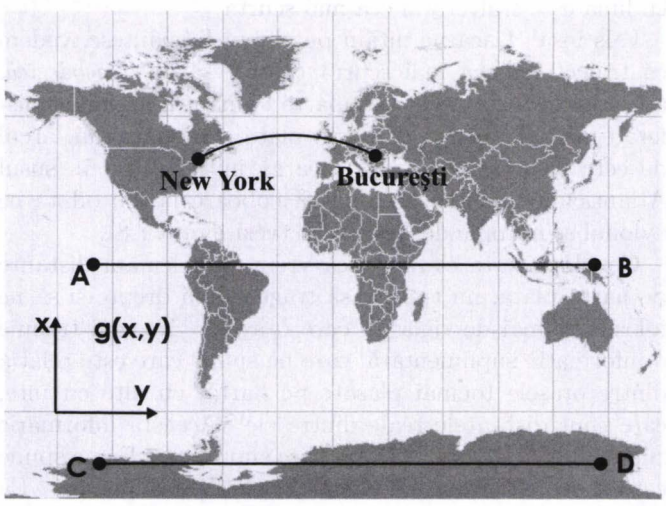

Figura 7.8: *Pe harta plată a globului Pământesc distanța cea mai scurtă dintre două orașe (geodezica) nu este dată de o linie dreaptă, lucru de care ne dăm seama urmărind zborurile avioanelor. Astfel, pentru a zbura de la București la New York, un avion va alege o traiectorie asemănătoare cu cea din figură. În plus, nici două distanțe egale pe hartă nu sunt neapărat egale în realitate. De exemplu, punctele C și D sunt mai apropiate în realitate decât A și B, pentru că ele sunt situate mai aproape de Polul Sud. Ați remarcat că în această reprezentare suprafața Groenlandei pare egală cu cea a SUA? În realitate, ea este mult mai mică.*

eventualul nostru spațiu curb numai cu instrumentele care se găsesc în el.

Problema nu este însă fără speranță, dacă facem comparație cu harta *plată* a Pământului (cea agățată pe pereți), deși Pământul este *sferic*. Cum se descurcă navigatorii cu o hartă ce nu reflectă imediat proprietățile reale (harta este plată, iar Pământul este curb), așa ar trebui să ne descurcăm și noi.

Să luăm deci o hartă plată care înfățișează globul Pământesc (vezi figura 7.8). Într-un fel aceasta trișează, pentru că Pământul este sferic, iar harta plată. Să ne imaginăm Pământul sferic înfășurat foarte bine cu o hârtie de cadou. Să desfacem apoi hârtia și să încercăm s-o întindem, s-o facem plată. Vom reuși? Niciodată! Hârtia rămâne curbată. Vedem că suprafața sferei nu poate fi niciodată aplatizată. Cu toate acestea, harta Pământului este plat. Cum se poate? Nu înseamnă că acei cartografi care au desenat harta ne păcălesc?

Nu chiar, ceea ce au făcut ei a fost să pună într-o primă fază orașele pe o hârtie plată, într-o ordine specială aleasă de ei (există nenumărate moduri de a pune orașele pe harta plată, noi însă o să ne restrângem la cea a cartografilor obișnuiți). Să remarcăm că în acest caz harta este plată. Putem desena axe orizontale și verticale pe acea hartă, măsura dimensiunile ei *în centimetri*, verifica teorema lui Pitagora, duce paralele etc. În acest sistem de coordonate ortogonal fiecare oraș va avea o poziție pe orizontală și una pe verticală.

Vrem acum să vedem, pe hartă, pe ce traiectorie scurtă trebuie să meargă un avion de la București la New York. La început putem desena pe hartă o linie dreaptă între cele două puncte, ca în geometria euclidiană, și presupune că linia este traiectoria cea mai scurtă.

Fals însă! Dacă ne uităm pe globul Pământesc, vedem că traiectoria cea mai scurtă trebuie să fie o *geodezică*, adică un arc de cerc care împarte Pământul în două emisfere egale. Transpus pe harta plată a Pământului, arcul de cerc face ca avionul să meargă inițial puțin în susul Atlanticului, pentru ca apoi să coboare la loc odată ce avionul se apropie de New York (vezi figura 7.8).

Concluzia este clară: dacă vrem să calculăm distanțe pe harta plată, nu trebuie să tragem linii drepte și să ne folosim numai de rigla pe care o avem. Ne mai trebuie o informație suplimentară, care ne spune care este relația dintre orașele tocmai plasate pe hartă, cu alte cuvinte, care sunt distanțele reale dintre ele! Această informație suplimentară o reprezintă *metrica* suprafeței. Ea ne spune care este distanța *reală* dintre oricare două puncte. Ea este ceea ne ascund în mare parte cartografii atunci când desenează o hartă, deși ei ne dau totuși indicii ajutătoare.

Astfel, putem trasa pentru început un sistem coordonate ortogonal pe suprafața plată a hărții. Acest sistem îl putem folosi pentru a măsura, *în centimetri*, distanța dintre oricare două puncte. Pe aceeași hartă putem însă citi și scara ei, care ne spune câți kilometri reprezintă un centimetru de pe hartă. O altă informație este dată de meridianele și paralele trasate pe harta plată. Meridianele sunt de exemplu geodezice ale acestei suprafețe. Cu puțină răbdare și ceva cunoștințe de matematică am putea reconstrui și noi drumul cel mai scurt de la București la New York.

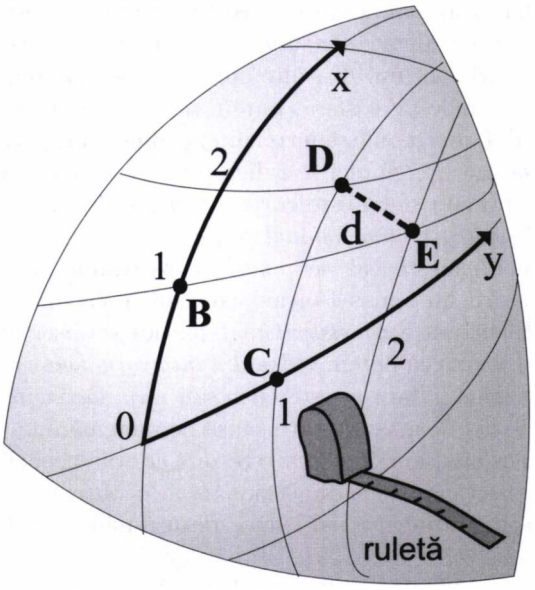

Figura 7.9: *În figură este reprezentat un sistem oarecare de coordonate (x, y) pe suprafață unei sfere. Diferența între coordonatele $D(2,1)$ și $E(1,2)$ este $\Delta x = -1$ și $\Delta y = 1$. Aceasta nu ne spune nimic despre distanțele reale între două puncte apropiate. De exemplu, aceeași diferență între coordonate se obține și între punctele $A(1,0)$ și $B(0,1)$. Cu toate acestea, distanța dintre ele este mai mare. Distanța reală d între D și D se calculează cu formula din text. Aici avem nevoie de trei numere reale g_{xx}, $g_{xy} = g_{yx}$ și g_{yy}, care sunt diferite în fiecare punct al spațiului, dar cu valori apropiate pentru puncte vecine.*

Ceea ce nu știm noi când vedem harta plată sunt elementele numerice exacte ale metricii, de aceea probabil că nu vom calcula decât în puține cazuri traiectoriile corecte ale avioanelor. Fiți însă siguri că softwarele de aviație care utilizează hărți conțin această metrică a suprafeței curbe, iar ele pot calcula astfel corect orice distanță parcursă de avion.

Ne putem imagina următoare procedură pe care o generalizăm la orice suprafață curbă. Pentru început, trasăm pe suprafața Pământului un sistem de coordonate *global* care poate fi oarecare, cum vrem noi (vezi figura 7.9), nu neapărat sistemul bazat pe latitudine și longitudine. Acest sistem *global* (este foarte important acest aspect!) pe care l-am ales îl vom descrie prin coordonatele (x, y).

Mai departe, special pentru acest sistem de coordonate (și numai pentru el!) va trebui să identificăm un *tensor metric*. Tensorul va fi un set de numere reale, câte *trei* pentru *fiecare punct* al suprafeței, pe care le vom nota cum g_{xx}, g_{xy} și g_{yy}. Pentru a sublinia că avem nevoie de câte trei numere diferite în *fiecare* punct al spațiului, se obișnuiește să se scrie această metrică printr-o *funcție* de poziția (x, y) astfel $g_{xx} = g_{xx}(x, y)$, $g_{xy} = g_{xy}(x, y)$ și $g_{yy} = g_{yy}(x, y)$.

O altă reprezentare a tensorului metric folosește faptul că putem defini un al patrulea termen $g_{xy} = g_{yx}$ și atunci putem scrie cele patru numere (funcții de poziție) sub o formă matriceală:

$$g = g(x,y) = \begin{pmatrix} g_{xx} & g_{xy} \\ g_{yx} & g_{yy} \end{pmatrix}$$

Metrica $g = g(x,y)$ din fiecare punct din spațiu depinde de *alegerea inițială* a sistemului de coordonate (x,y), căci pentru un alt sistem de coordonate va trebui să construim o altă metrică. Ea ne ajută să calculăm distanța corectă (reală) dintre oricare două puncte de pe hartă. Pentru două puncte *foarte apropiate* unul de altul pe hartă, trebuie să folosim următoarea formulă pentru a afla distanța d dintre ele:

$$d^2 = g_{xx}(\Delta x)^2 + 2 \cdot g_{xy}\Delta x \Delta y + g_{yy}(\Delta y)^2$$

Cu alte cuvinte, citim mai întâi diferențele de coordonate Δx și Δy dintre cele două puncte foarte apropiate, în sistemul de coordonate (x,y) ales. Acestea nu ne spune nimic despre distanțele reale între puncte, doarece sistemul (x,y) a fost ales în mod arbitrar.

Apoi introducem valorile obținute pentru Δx și Δy în formula de mai sus, precum și valorile metricii g_{xx}, g_{xy}, g_{yy} într-unul din cele două puncte între care vrem să aflăm distanța (nu contează care, pentru că oricum aceste valori sunt cam aceleași pentru puncte apropiate). Apoi obținem rezultatul corect pentru distanța reală d dintre cele două puncte!

Desigur, dacă vrem să calculăm distanța dintre alte două puncte apropiate, trebuie să folosim *alte* valori g_{xx}, g_{xy}, g_{yy}, corespunzătoare acestor două noi puncte. Valorile acestea sunt deci dependente de poziție, așa cum este explicitat în figura 7.9. Foarte important, putem folosi aceeași metrică $g = g(x,y)$ doar pentru sistemul de coordonate ales! Dacă alegem un alt sistem de coordonate, trebuie să recalculăm noul tensor metric $g' = g'(x,y)$ atașat lui, pentru a obține aceleași valori ale distanțelor reale dintre punct.

Restul rândurilor îl vom dedica „demistificării" formulei de mai sus. Astfel, se poate vedea că, în cazul suprafețelor plate, putem alege un sistem de coordonate ortogonal, și atunci putem folosi $g_{xx} = g_{yy} = 1$ și $g_{xy} = 0$ pentru a obține teorema lui Pitagora în relația de mai sus. De aceea, pentru unii cititori, formula introdusă mai sus va fi probabil repede recunoscută ca fiind teorema lui Pitagora *generalizată* (vezi figura 7.10), iar aceasta este chiar cheia problemei.

Astfel, să ne imaginăm următorul experiment. Alegem din nou suprafața sferică a Pământului (globul pământesc, nu harta plată) și lăsăm un prieten să deseneze linii strâmbe pe suprafață, linii ce definesc un sistem de coordonate *curb* (vezi figura 7.10). Apoi trimitem prietenul afară din cameră și, între timp, noi ne uităm îndeaproape la harta lui. Ce vom observa? Pe zone mici, foarte mici, liniile sistemului de coordonate curb formează paralelipipede. Mai mult, pe aceste zone mici putem considera suprafața sferei *plată*.

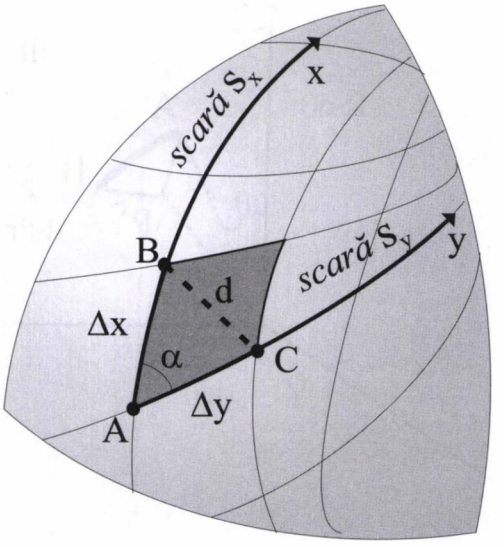

Figura 7.10: *Un sistem de coordonate global (x,y) este reprezentat pe o suprafață curbă. Pe zone mici suprafața este aproximativ plată, iar sistemul de coordonate formează mici paralelipipede. Fiecare axă are un factor de scară (s_x și s_y) cu care putem calcula distanța reală între două puncte de pe axe. Astfel, distanța reală dintre A și B va fi $AB = s_x \cdot \Delta x$, iar distanța dintre A și C este $AC = s_y \cdot \Delta y$. Aici $\Delta x = 1$ și $\Delta y = 1$ sunt diferențele dintre coordonatele celor două puncte în sistemul de referință ales. AB și AC sunt distanțele „reale" dacă am folosi, să spunem, un metru ca măsură. În general, avem nevoie și de unghiul α pe care îl formează local axele, pentru a afla distanța BC dintre punctele apropiate B și C. În acest caz, trebuie să folosim teorema lui Pitagora generalizată în triunghiul ABC. Cele trei mărimi s_x, s_y și α sunt reprezentări ale metricii, și ele diferă de la o zonă locală la alta (pentru că micile paralelipipede sunt diferite).*

Putem exprima distanța reală dintre două puncte *apropiate* (B și C figura 7.10), în funcție de coordonatele (x,y) *globale* ale sistemului de axe curb, folosind trei elemente: o scară s_x pentru coordonata x, una s_y pentru coordonata y și unghiul α pe care îl fac cele două axe curbe în punctul respectiv. Matematic, folosim precis *teorema lui Pitagora generalizată* pentru a afla distanța reală dintre cele două puncte, în funcție de diferența Δx și Δy dintre cele două coordonate ale punctelor:

$$d^2 = (s_x\Delta x)^2 - 2 \cdot (s_x\Delta x)(s_y\Delta y)\cos\alpha + (s_y\Delta y)^2$$

Comparând ecuația de mai sus cu relația precedentă, vedem că elementele s_x, s_y și α generează exact metrica $g(x,y)$! Avem astfel $g_{xx} = s_x^2$, $g_{xy} = -s_x s_y \cos\alpha$ și $g_{yy} = s_y^2$, în zona în care se află cele două puncte.

După ce măsurăm aceste trei valori ale metricii în fiecare punct de pe sferă (măsurând de fapt distanțele reale între punctele de pe suprafața sferei), ne putem uimi prietenul când se întoarce în cameră. Astfel, el ne poate da coordonatele a oricare două puncte apropiate, în sistemul global de coordonate (x,y) arbitrar pe care l-a desenat el pe sferă, iar noi îi spunem precis care este distanța *reală*, folosind desigur formula precedentă și valorile tensorului

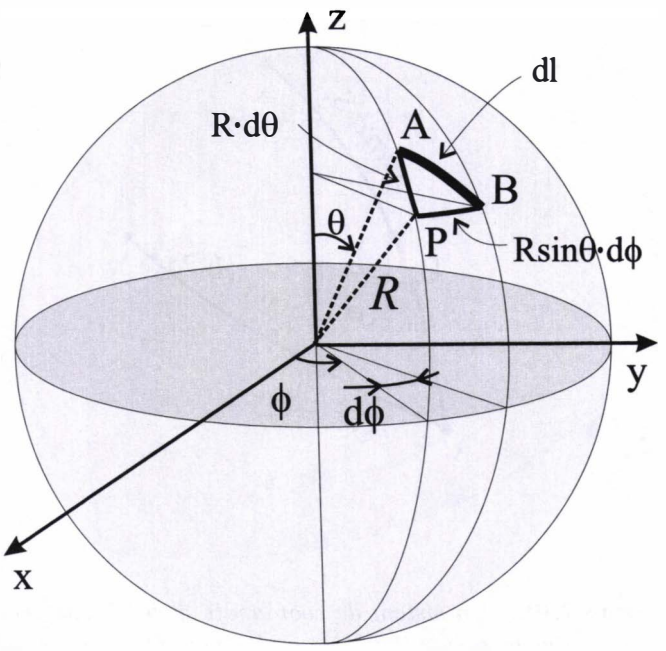

Figura 7.11: *Sistemul de coordonate sferice este descris de doi parametri: unghiul ϕ din planul ecuatorului (ce determină meridianul) și unghiul θ pentru înălțimea punctului (acesta determină latitudinea). Distanța dintre două puncte A și B infinitezimal apropiate se poate estima cu teorema lui Pitagora în triunghiul ABP de pe suprafața sferei, care este aproape dreptunghiular (vezi căsuța matematică).*

metric $g = g(x, y)$. Dacă este mai pretențios, putem calcula distanța reală și între puncte mai îndepărtate, însă în acest scop trebuie să descompunem distanța reală pe bucățele mici, pe care să le adunăm în final.

Desigur, este tentant ca, pe arii mici, acolo unde suprafața este aproape plată, să alegem un sistem de coordonate *local* cartezian, și atunci să folosim direct teorema lui Pitagora. Nimic nu ne împiedică să facem asta dacă vrem! Cu toate acestea, să nu uităm că nu putem construi un sistem ortogonal *global*. Cum însă noi tocmai asta vrem (să descriem toată suprafața cu același sistem de coordonate global (x, y)) vom fi forțați să folosim teorema lui Pitagora generalizată pe porțiuni mici, și deci formula distanței introdusă mai devreme, care utilizează tensorul metric g.

Metrica unei suprafețe curbe nu este altceva decât aplicarea teoremei lui Pitagora generalizate pe zone mici, acolo unde sistemul curb este format din mici paralelipipede, iar suprafața este aproape plată. Pentru că aceste paralelipipede *diferă* de la un punct la altul, metrica g este diferită în puncte diferite ale suprafeței, deci ea devine o *funcție* $g = g(x, y)$ de coordonatele x și y.

Pentru cei interesați de mai multe detalii matematice, prezentăm alăturat calculul metricii unei suprafețe sferice.

Calcul: *Metrica unei sfere*

Fie o sferă de rază R (vezi figura 7.11). Punctele de pe *suprafața* sferei se pot descrie cu ajutorul coordonatelor sferice globale ϕ și θ. Atunci pozițiile (x, y, z) ale unui punct se vor calcula cu formulele:

$$x = R\sin\theta\cos\phi;$$
$$y = R\sin\theta\sin\phi;$$
$$z = R\cos\theta$$

Acum însă, pe porțiuni mici (locale) suprafața sferei este *plată*. Dacă alegem două puncte *infinitezimal* apropiate, atunci distanța dintre ele pe suprafața sferei va fi aproximativ egală cu cea din spațiul tridimensional (tocmai pentru că suprafața este plată pe porțiuni mici). Obținem că distanța dl pe suprafața sferei dintre cele două puncte este:

$$dl^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$$

Aici dx, dy și dz sunt diferențele în coordonate ale punctelor. Folosind teorema lui Pitagora în triunghiul dreptunghic APB din figura 7.11, cu $AB = dl$, $AP = Rd\theta$ și $PB = R\sin\theta d\phi$, obținem:

$$dl^2 = R^2 d\theta^2 + R^2\sin^2\theta d\phi^2$$

Această formulă (care se putea obține și prin diferențiere directă) ne dă metrica suprafeței curbe, cu alte cuvinte distanța dintre două puncte foarte apropiate, știind numai coordonatele θ și ϕ ale punctelor de pe sferă, dacă facem comparația cu formula generală

$$dl^2 = g_{\theta\theta}\cdot d\theta^2 + 2g_{\theta\phi}\cdot d\phi\cdot d\theta + g_{\phi\phi}\cdot d\phi^2$$

Vedem că putem face identificarea:

$$g = g(\theta,\phi) = \begin{pmatrix} g_{\theta\theta} & g_{\theta\phi} \\ g_{\phi\theta} & g_{\phi\phi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R^2 & 0 \\ 0 & (R\sin\theta)^2 \end{pmatrix}$$

Am aflat astfel *metrica* $g = g(\phi, \theta)$ a sferei, pentru sistemul particular de coordonate sferice ales. Ea este descrisă de cele trei numere reale de mai sus în fiecare punct de pe sferă. Remarcăm de asemenea că $g_{\phi\phi}$ nu este o constantă, ci depinde de poziția pe sferă.

Recapitulând, iată cum vom descrie un spațiu curb de oricâte dimensiuni „din el însuși". Pentru început, alegem aleatoriu un sistem de axe, care poate fi curb, și atribuim coordonate tuturor punctelor din spațiu. Apoi, măsurând consecvent distanțele reale dintre punctele vecine, identificăm *metrica* g a acestui spațiu ca fiind un set de câteva numere în *fiecare* punct al spațiului.

Cu ajutorul metricii vom recalcula oricând distanțele dintre puncte cu ajutorul teoremei lui Pitagora generalizate, folosind coordonatele punctelor în acel sistem.

Desigur, la o altă alegere a unui sistem de coordonate vom avea un alt set de numere pentru tensorul metric (deoarece avem alte valorii pentru scările s_x și s_y și pentru unghiul α din figura 7.10).

Încheiem această secțiune cu un alt aspect, considerat crucial de Einstein. Astfel, procedura de mai sus introduce *tensorul metric* $g = g(x, y)$ (nu o să mai menționăm că el este un set de trei numere reale în fiecare punct din spațiu de acum acolo) iar ea se aplică la orice sistem de coordonate curb.

Această libertate în alegerea sistemului de coordonate este extrem de frumoasă, pentru că nu ne constrânge să alegem un sistem de coordonate special pentru a descrie lumea în el. Așa cum vom vedea, oricine poate descrie lumea cu același set de formule ale lui Einstein, *indiferent* ce sistem de coordonate trasează el inițial, oricât de curb este el! În plus, se pot deduce *legi de transformare* ale metricii de la un sistem de coordonate la altul, în așa fel încât distanțele să rămână corecte.

De fapt, în teoria relativității generale se vorbește de un *tensor metric*, tocmai pentru pentru că un tensor respectă anumite reguli de transformare, reguli care l-au ajutat crucial pe Einstein să găsească structura spațiului-timp în care trăim.

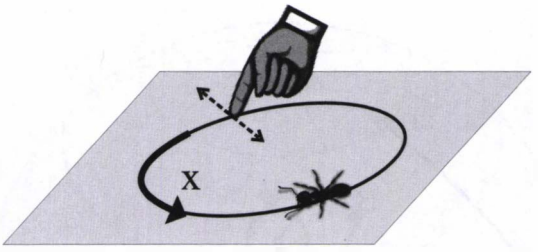

Figura 7.12: *O furnică trăiește într-un spațiu unidimensional, în acest caz o ață elastică legată sub forma unui inel. Noi putem trage de această ață și mări sau micșora diametrul ei, dacă vrem. Furnica nu poate vedea decât ce este pe ață, nu și interiorul cercului. Am notat cu x singura coordonată a spațiului unidimensional al furnicii.*

70. Metrica spațiului-timp curb. Analogia cu o sferă.

Am ajuns în punctul în care avem cunoștințele necesare pentru a discuta structura *spațiului-timp curb*, nu numai a spațiului curb. Construcția acestuia, necesară în teoria relativității generale, are nevoie de două ingrediente: spațiul-timp minkowskian, discutat în teoria relativității restrânse, și spațiile curbe, menționate în secțiunea precedentă.

Să pornim deci la drum și să construim acum un model simplu, care descrie viața unei ființe *unidimensionale*: o furnică pe o ață. Ața însă o vom închide sub forma unui cerc, în așa fel încât să formeze un *inel*. Ce obținem? Un spațiu curb și unidimensional, ce reprezintă tot universul furnicii (vezi figura 7.12). Desigur, furnica nu vede decât ața sa, nu și ce este în interiorul cercului!

La un moment ulterior, să lărgim cercul. În lumea furnicii, universul pare că se extinde, pentru că lungimea ței va *crește*. Ar zice furnica: „Mă, parcă acum am mai mult spațiu să mă mișc". Vom face acum o fotografie, pe care o vom așeza peste fotografia situației precedente, puțin deasupra ei, ca într-o stivă temporală (vezi figura 6.8). Apoi, vom continua procesul, în așa fel încât axa verticală a spațiului va reprezenta pentru noi timpul, iar raza cercului o tot mărim încetul cu încetul. La un moment dat putem chiar micșora raza cercului și reveni la un cerc mic. Spre sfârșit, dacă suntem îndrăzneți, putem micșora cercul așa de mult, încât să arate ca un punct.

Sa ne uităm acumm la *urma* lăsată de inelul de ață în fotografiile din stivă. Observăm că am construit ceva semănător unei sfere (vezi figura 7.13). Fiecare plan orizontal care se intersectează cu sfera este un cerc. Perimetrul cercului (inelul) este spațiul *unidimensional* în care este furnica la momentul respectiv, tot universul său. Dimensiunea pe verticală este *timpul*. Furnica poate vedea doar ce este pe perimetrul cercului (căci ea se află pe ața unidimensională, închisă ca un inel), nu și în interiorul cercului.

Am putea spune că întreaga sferă este *spațiul-timp curb* al furnicii noastre. Să observăm în plus că universul astfel construit se extinde la început, apoi se contractă. Cu alte cuvinte, am introdus un spațiu *dinamic* în universul furnicii.

Vedem astfel că o sferă poate fi considerată analogul unui *spațiu-timp curb* al unei ființe unidimensionale care trăiește pe perimetrul unui cerc. Acest spațiu-timp are două dimensiuni: timpul (ce poate fi imaginat de-a lungul meridianelor sferei, pe verticală) și spațiul unidimensional al perimetrului cercului (ce poate fi identificat de liniile de latitudine ale sferei, vezi figura 7.13).

Până acum nu am făcut decât să ordonăm toate evenimentele din spațiul furnicii, de la începutul universului său până la sfârșit. Situația am întâlnit-o și în cadrul relativității restrânse (secțiunea 60). Acolo am văzut însă că înșiruirea de evenimente în spațiul-timp al furnicii nu era o simplă etichetare de puncte, ea avea în plus o *structură*. Astfel, cu ajutorul unei rigle sau al unui ceas puteam măsura „distanța" fizică între oricare două evenimente ale spațiului-timp (vezi figura 6.10). Rigla sau ceasul erau un fel de „rulete" cu care puteam măsura suprafața spațiului-timp, precum un croitor măsoară materialul pentru haine. Lucrul remarcabil era că putea folosi aceste „rulete" pentru *oricare* dintre evenimentele din spațiu-timp.

De exemplu, dacă între două evenimente aflate într-un astfel de spațiu-timp minkowskian (vezi secțiunea 60) circula un ceas în mișcare rectilinie și uniformă, atunci „distanța" dintre ele (*interval relativist*) era chiar timpul propriu indicat pe ecranul ceasului (cu toată întârzierea sa relativistă, pentru că el era în mișcare).

Dacă cele două evenimente reprezentau capetele unei rigle măsurate într-un sistem inerțial în care capetele erau în repaus, atunci *intervalul relativist* era egal cu lungimea

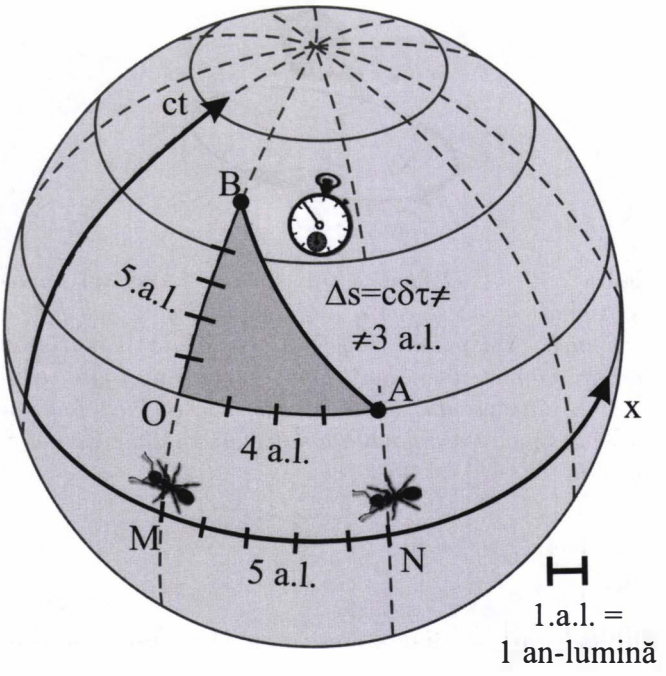

Figura 7.13: *Un model pentru spațiul-timp curb al furnicii care trăiește pe ața înfășurată ca un inel din figura 7.12. Liniile continue de pe orizontală (de latitudine) reprezintă spațiul furnicii la un moment dat. Liniile întrerupte de pe verticală (meridianele) reprezintă direcția timpului. În timp, cercurile orizontale se măresc sau se micșorează, ceea ce înseamnă că spațiul furnicii este dinamic. Unitatea de măsură a „distanței" în spațiu-timp este aleasă 1 a.l.=1 an-lumină. Ea se măsoară cu ceasul sau cu rigla. Distanța dintre furnicile M și N în repaus este de 5 ani-lumină la început, pentru ca apoi să devină 4 ani-lumină între O și A, deoarece spațiul s-a contractat. Ca și în figura 6.10, între A și B circulă un ceas. Dacă în figura 6.10 timpul propriu scurs, indicat pe cadran, era de de $\delta\tau = \Delta s/c = 3$ ani, acum el va avea o valoare puțin diferită, deoarece spațiul-timp este curb (vezi discuția din text).*

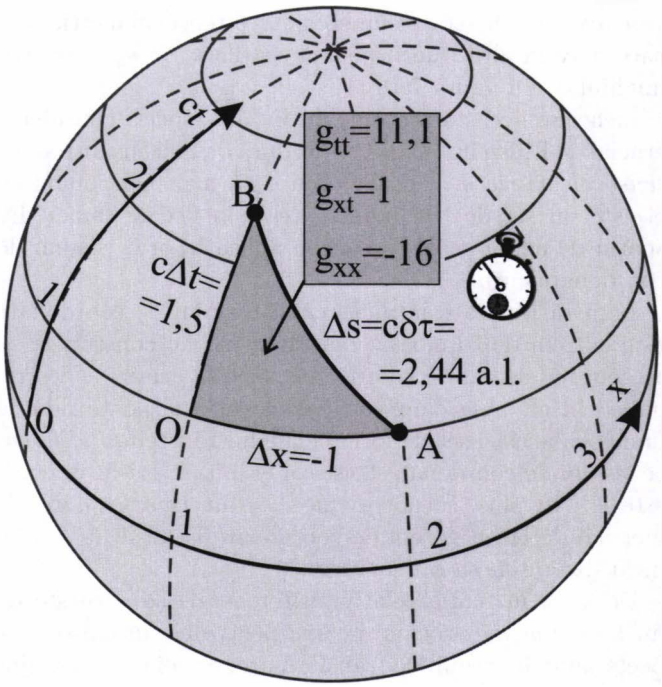

Figura 7.14: *Am reprezentat aceeași situație ca cea din figura 7.13. Aici însă au fost atașate numere reale sistemului de coordonate (t, x) format de meridiane și latitudini. Avem evenimentele de coordonate A(1,2) și B(2.5,1). Pentru a afla „distanțele" reale pe suprafața sferei, trebuie să folosim formula din text, care utilizează câte trei numere g_{tt}, g_{tx} și g_{xx} în fiecare eveniment al suprafeței. În zona hașurată, evenimentele au fost alese în așa fel încât triunghiul obținut să fie asemănător celui din figura 6.10, între O și B trecând cinci ani, iar între O și B fiind patru ani-lumină. Dacă un ceas circulă între A și B, timpul indicat de el nu va mai fi de trei ani, ca în figura 6.10, ci de 2,44 de ani, deoarece spațiul-timp este acum curb.*

fizică a acestei rigle. Practic, „distanța" (intervalul relativist) dintre *oricare* două evenimente ale spațiului-timp minkowskian se putea măsura fie cu ceasul, fie cu rigla.

Același lucru se întâmplă și cu spațiul-timp al furnicii noastre unidimensionale, așa cum este reprezentat în figura 7.13. Singura diferență este că, de data aceasta, spațiul-timp este curb. În rest, el poate fi măsurat cu riglele și cu ceasurile fizice, așa cum folosim o riglă și la măsurarea unui cerc obișuit, chiar dacă spațiul-timp este curb.

Să ne reamintim cheia problemei pe care am descoperit-o în *principiul echivalenței* lui Einstein (secțiunea 67). Ea ne spune că spațiul-timp este *curb* și așa poate fi și spațiul-timp al furnicii (de aceea am și ales modelul unei sfere). În plus, principiul echivalentei ne asigură că într-un spațiu-timp curb putem alege *local* sisteme de referință minkowskiene, tot așa după cum pe orice suprafață curbă putem alege mici porțiuni plate. Atunci și pe sfera spațiului-timp al furnicii putem alege porțiuni *mici* care satisfac geometria minkowskiană, cea a teoriei relativității restrânse.

Să încercăm să copiem metoda de la teoria relativității restrânse și să construim un sistem de referință și pentru spațiul-timp curb al nostru, așa cum am procedat în figura 6.5. Putem începe dintr-o zonă locală și folosi niște rigle de dimensiuni precise, să zicem de un an lumină, precum și niște intervale precise ale ceasurilor, să zicem de un an. În acest fel am avea un sistem de coordonate în care unitatea de măsură este de un an lumină atât pentru spațiu, cât și pentru timp, ca în figura 7.12.

Dacă pe zone locale putem face acest lucru, pe distanțe mari vom avea probleme. După cum se observă în figura 7.13, deoarece spațiul poate fi *dinamic*, distanța dintre două puncte nu se mai păstrează constantă! Dacă la început între cele două furnici ale figurii 7.13 erau cinci ani-lumină, după un timp distanța devine de patru ani-lumină.

Observația de mai sus se reduce la a spune că, pe distanțe *mari*, nu putem extinde astfel de sisteme de coordonate bazându-ne numai pe distanțele reale dintre obiecte. În cazul general, nu putem crea în acest fel un sistem de coordonate *global*. Situația este asemănătoare cu cea a suprafeței sferei, căci, deși este pe porțiuni mici locale plată, ea nu se poate plia toată, fără deformări, pe o suprafață plată. Practic, nu vom găsi niciodată un sistem

de coordonate ortogonal și global pentru toată suprafața sferei.

Aici teoria relativității generale se separă de cea a relativității restrânse, în același mod în care geometria neeuclidiană se separă de cea euclidiană. Astfel, ca și în geometria neeuclindiană, Einstein ne spune să trasăm un sistem de coordonate (ct, x) *arbitrar* pe suprafața spațiului-timp al furnicii. Acesta este însă un sistem de coordonate *global*, reprezentat de niște numere fără semnificație fizică (1,2,3, etc.), care doar *etichetează* evenimentele (vezi figura 7.14).

În figura 7.14 sistemul de coordonate ales a fost cel dat de meridianele și latitudinile de pe suprafața sferei. Diferența dintre dintre coordonatele a două meridiane este un număr (1, 2 sau 3 etc.) care nu are nici o semnificație fizică. Ne folosim apoi de acest sistem de coordonate pentru a calcula distanța reală (fizică) între două evenimente.

Această „distanță" o numim *interval relativist*, o notăm cu Δs și alegem s-o măsurăm în ani-lumină. Ea este valoarea care apare în figura 7.13 și care poate fi verificată măsurând efectiv cu ceasul sau cu rigla pe suprafața spațiului-timp. Întervalul relativist va reprezenta, ca și în cazul minkowskian, fie *timpul propriu* indicat de un ceas ce se mișcă între cele două evenimente, fie o riglă pe care o putem așeza fizic în așa fel încât să „atingă" cu capetele ei cele două evenimente.

Întrebarea următoare este ce formulă trebuie să folosim pentru a calcula „distanța" reală (intervalul relativist) între evenimentele spațiului-timp acum curb, pornind de la sistemul de coordonate ales arbitrar? Cu alte cuvinte, dacă știm coordonatele evenimentelor x_A și t_A și x_B și t_B în sistemul arbitrar ales (care reprezintă niște numere), cum putem calcula intervalul relativist Δs, cel care se măsoară în ani-lumină și are semnificație fizică?

Ei bine, Einstein ne spune să construim *tensorul metric* al spațiului-timp asociat sistemului particular de coordonate construit, tensor pe care să-l notăm cu $g_{\mu\nu} = g_{ij}(x, ct)$, prin asemănare cu metrica spatiilor curbe, discutată în secțiunea precedentă. Aici, μ și ν iau doar două valori $\mu, \nu = (x, t)$, corespunzătoare celor două axe, una spațială și alta temporală.

Desigur, deoarece noi am construit spațiul-timp al furnicii, tot noi trebuie să spunem care este de fapt această metrică $g_{\mu\nu}(x, t)$ a spațiului-timp, în fiecare eveniment al spațiului-timp, în sistemul de coordonate (x, t) deja ales. Cu ajutorul ei vom putea în sfârșit calcula „distanța" (intervalul relativist) între două evenimente *apropiate* ale spațiului-timp, „distanță" ce se măsoară în ani-lumină și pe care o verificăm mai apoi cu un ceas care se deplasează între cele două evenimente sau cu rigla. Metoda folosită nu este decât o generalizare a metodei prezentate în secțiunea precedentă pentru spațiul curb.

Astfel, dacă știm metrica $g_{\mu\nu}(x, t)$ a spațiului-timp curb al furnicii în sistemul de coordonate globale (x, t), putem calcula „distanța" (intervalul relativist) Δs între oricare două evenimente apropiate ale spațiului-timp, cu o formulă apropiată de cea a suprafețelor curbe din secțiunea precedentă:

$$(\Delta s)^2 = g_{tt}(c\Delta t)^2 + 2g_{tx}(c\Delta t)(\Delta x) + g_{xx}(\Delta x)^2$$

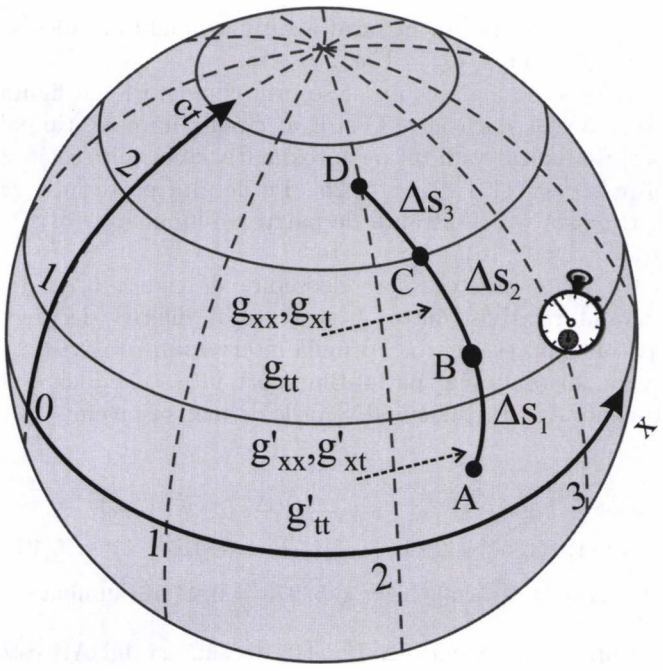

Figura 7.15: *În figură este reprezentă o linie curbă de univers AD. „Lungimea" acestei curbe în spațiu-timp se calculează „spărgând" curba în porțiuni elementare foarte mici. Pe fiecare porțiune se folosește formula din text pentru a determina „lungimea" fizică (reală) a porțiunilor Δs_n. Pentru aceasta trebuie folosită metrica $g_{\mu\nu}$ a spațiului-timp. Ea este o colecție de câte trei numere g_{xy}, g_{xt} și g_{tt} în fiecare eveniment al spațiului-timp (în figură sunt reprezentate doar două). Suma valorilor Δs_n este „lungimea" totală s a curbei în spațiu-timp. Dacă între A și B circulă un ceas, timpul propriu indicat pe cadran este dat precis de această „lungime": $\delta\tau = s/c$.*

Aici $\Delta x = x_B - x_A$ este este diferența dintre coordonatele x_A și x_B ale celor două evenimente A și B. La fel, $c\Delta t$ este diferența este diferența dintre coordonatele de timp ale acestora (vezi evenimentele A și B din figura 7.14). Mai departe, g_{tt}, g_{xx} și $g_{xt} = g_{tx}$ sunt trei numere reale ce reprezintă elemente ale metricii într-unul din cele două evenimente A sau B. Nu contează care eveniment alegem, deoarece aceste trei numere trebuie să aibă *aproximativ aceleași valori* în A sau B, cele două evenimente fiind foarte aproape în spațiu-timp.

Forma de sus s-ar fi redus la cea minkowskiană introdusă în secțiunea 60, dacă spațiul-timp nu ar fi fost curb și am fi ales un sistem de referință inerțial:

$$(\Delta s)^2 = (c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2$$

Atunci am fi avut $g_{tt} = 1$, $g_{xx} = -1$ și $g_{xt} = g_{tx} = 0$ iar Δx ar fi reprezentat distanța deja în ani-lumină, cum era cazul în teoria relativității restrânse.

Așa însă, în cazul figurii 7.13, spațiul-timp este *curb*, Δx este un simplu număr fără nici o semnificație fizică, iar funcțiile g_{tt}, g_{tx}, g_{xx} vor fi diferite față de valorile de mai sus, în fiecare eveniment al spațiului-timp.

Să aplicăm formula de mai sus în cazul triunghiului OAB din figura 7.14. Aici evenimentele A și B au coordinatele A(1,2) și B(2.5,1) și deci $c\Delta t = 2,5 - 1 = 1,5$ și $\Delta x =$

$1 - 2 = -1$. Local, în jurul acestui triunghi am ales să avem $g_{tt} = 11,1$, $g_{tx} = 1$, $g_{xx} = -16$.

Valorile de mai sus au alese prin comparație cu figura 6.10. Astfel, dacă între O și B ar circula un ceas, timpul propriu indicat va fi tot de aproximativ cinci ani: $(c\delta t)^2 = g_{tt}(c\Delta t)^2 = 11,1 \cdot 1,5^2 \approx 25$. Pe de altă parte între O și B există tot o distanță de patru ani-lumină: $-(\delta l)^2 = g_{xx}(\delta x)^2 = (-16)(-1)^2 = -16$.

Cu toate acestea, spre deosebire de figura 6.10, intervalul relativist între A și B va fi diferit, deoarece spațiul-timp este curb. Formula intervalului relativist Δs ne dă „distanța" în spațiul-timp curb între cele două evenimente A și B. Înlocuind valorile de mai sus avem:

$$(\Delta s)^2 = g_{tt}(c\Delta t)^2 + 2g_{tx}(c\Delta t)(\Delta x) + g_{xx}(\Delta x)^2 =$$
$$= 11,1(1,5)^2 + 2 \cdot 1 \cdot (1,5)(-1) + (-16)(-1)^2 = 5,975$$
$$\Rightarrow \quad (\Delta s)^2 > 0 \quad \text{cu} \quad \Delta s = \sqrt{5,975} = 2,44 \text{ ani-lumină}$$

După cum vedem, $(\Delta s)^2 > 0$, deci intervalul AB este temporal. Un ceas poate circula pe drumul cel mai scurt între cele două evenimente. Atunci timpul său propriu va indica $\delta\tau = 2,44$ ani lumină.

În general, dacă cele două evenimente apropiate din spațiul-timp curb nu pot fi corelate cauzal, atunci există un sistem de referință care local apare inerțial și în care evenimentele vor fi simultane. În acest sistem de referință putem pune o riglă între locațiile celor două evenimente (vezi cazul sistemlor inerțiale din secțiunea 60) și măsura lungimea L a riglei ca fiind:

$$(\Delta s)^2 = -L^2$$

Dacă cele două evenimente pot fi corelate cauzal, atunci trebuie să folosim un ceas care se poate deplasa cu viteză aproximativ constantă între ele. Intervalul relativist Δs se citește direct pe cadranul ceasului ca fiind

$$\Delta s = c\delta\tau$$

Aici $\delta\tau$ este *timpul propriu* indicat pe cadranul ceasului.

De remarcat că intervalul Δt între momentul inițial B și cel final A (vezi figura 7.13) este diferit de timpul indicat de ecranul ceasului $\delta\tau$. De exemplu, dacă ceasul este în mișcare între cele două poziții, el va fi bate mai încet, așa cum am discutat la teoria relativității restrânse. La aceasta se adaugă și alte efecte ale teoriei relativității generale, pe care trebuie să le descoperim. În acest fel, dacă știm metrica spațiului-timp, putem calcula întârzierile ceasului pe *orice* traiectorie, într-un mod asemănător celui din teoria relativității restrânse, doar cu formule ceva mai complicate acum.

Relația precedentă pentru metrica spațiului-timp ascunde o bogăție de nebănuit la prima vedere. În primul rând, tocmai pentru că evenimentele se așază pe o structură de spațiu-timp, înseamnă că putem calcula întârzierile relativiste ale unui ceas (timpul său propriu arătat pe ecran) știind doar traiectoria ceasului în mișcare. Astfel, indicația unui ceas (timpul său propriu) depinde de traiectoria lui. Dacă două ceasuri pleacă din aceeași poziție în același moment, dar pe rute diferite, și se reîntâlnesc în final, ele vor indica valori *diferite* ale timpului scurs (vezi figura 7.16).

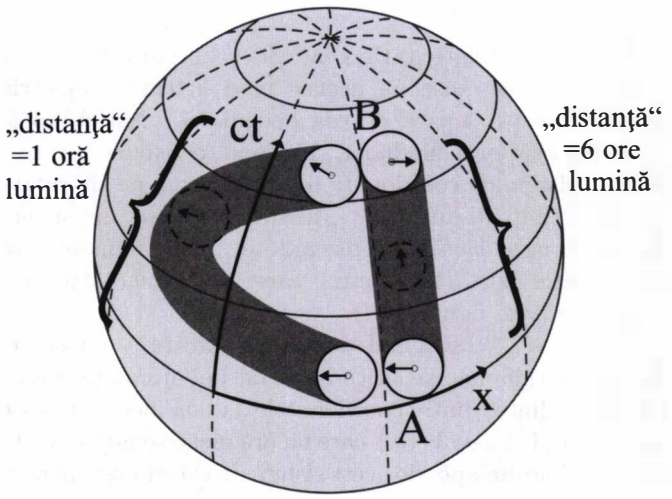

Figura 7.16: *„Distanța" în spațiu-timp (intervalul relativist) este măsurată cu un ceas sau cu o riglă. Precum un croitor întinde metrul pe suprafața materialului, tot așa și noi putem „întinde" linii de univers ale ceasurilor pe diverse traiectorii. Timpul propriu al ceasului este o măsură directă a „lungimii" acestora. În figură, două ceasuri sincronizate pleacă din același eveniment A și se reîntâlnesc mai târziu în B. Pe cadranul ceasului din stânga a trecut o oră, deci acesta a parcurs o „distanță" de o oră-lumină. Cel din dreapta a arată că au trecut șase ore, deci el a parcurs șase ore lumină în spațiu-timp. Remarcăm că „distanța" în spațiu-timp este contraintuitivă în raport cu schița noastră, căci este mai mare pentru segmentul temporal din dreapta, care apare mai mic în figură (vezi și figura 6.9). Mai remarcăm și că ceasurile arată la sfârșit timpi diferiți, deși au pornit la început având aceeași indicație pe ecran!*

Desigur, nici unul din ceasuri nu este stricat, doar că ele au urmat drumuri diferite în spațiu-timp, și deci au fost supuse la întârzieri relativiste diferite. Frumusețea structurii spațiului-timp este că noi putem calcula întârzierea fiecărui ceas doar știind drumul lui, fără să-l desfacem și să vedem ce au făcut rotițele sale sau circuitele sale integrate. Pe porțiuni infinitezimale folosim relația de mai sus, care ne spune că „distanța" parcursă în spațiu-timp poate fi citită direct pe cadranul ceasului (vezi figura 7.15).

„Distanța" totală a drumului în spațiu-timp o putem citi din timpul scurs pe cadranul ceasului. Nu trebuie să desfacem componentele ceasului, nu trebuie să verificăm orbitele electronilor în mișcare, pentru a calcula întârzierile etc. Timpul propriu al ceasului este o măsură a „lungimii" traiectoriei în spațiu-timp. Ceasul poartă în el o urmă nu numai a timpului, dar și a spațiului străbătut. Și, cum „lungimile" traiectoriilor prin spațiu-timp pot fi diferite, atunci și două ceasuri vor arăta timpi diferiți, chiar dacă pleacă unul de lângă altul și se reîntâlnesc mai târziu (vezi figura 7.16).

Rezultatele de mai sus pentru spațiul-timp al furnicii se generalizează la spațiul-timp al nostru (patru dimensional), în aceeași manieră ca cea în secțiunea 60. Astfel, pentru calculul intervalului relativist („distanța" între două

evenimente apropiate A și B ale spațiului-timp) trebuie să folosim formula:

Geometria spațiului-timp curb:

$$(\Delta s)^2 = \sum_{\mu,\nu=0}^{3} g_{\mu\nu}(\Delta x^\mu)(\Delta x^\nu)$$

Aici avem aceleași definiții ca acelea din secțiunea 60. Astfel, metrica $g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}(ct, x, y, z)$, unde $\mu, \nu = \overline{0:4}$, este o matrice 4×4 definită în fiecare eveniment (ct, x, y, z) al spațiului-timp:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} g_{tt} & g_{tx} & g_{ty} & g_{tz} \\ g_{xt} & g_{xx} & g_{xy} & g_{xz} \\ g_{yt} & g_{yx} & g_{yy} & g_{yz} \\ g_{zt} & g_{zx} & g_{zy} & g_{zz} \end{pmatrix}; \quad x^\mu = (ct, x, y, z);$$

Mai departe, Δx^μ este diferența dintre coordonatele acelor două evenimente A și B alese. Dacă între ele circulă un ceas pe „distanța" cea mai scurtă, indicația ceasului va fi $\delta\tau = \Delta s/c$.

Folosind relațiile de mai sus, putem calcula „distanțele" și pe regiuni mai mari ale spațiului-timp, oricât de curbe și lungi ar fi ele, adunând rezultatele pe elemente mici ale evoluției (acolo unde avem voie sa folosim formula de mai sus), așa cum este reprezentat în figura 7.15. Dacă un ceas circulă între cele două evemenimente pe acea traiectorie, putem verifica rezultatul citindu-l direct pe ecranul ceasului: el va fi timpul propriu al ceasului. De aici mai sunt numai două elemente care trebuie adăugate pentru a completa teoria relativității.

Primul element se referă nu numai la comportarea ceasurilor în mișcare, dar și la felul în care se mișcă obiectele lăsate *libere*, ori drumul urmat de o *rază de lumină*. Primul principiu al mecanicii ne spunea că un corp asupra căruia nu acționează forțe merge rectiliniu și uniform (drept). În spațiul nostru care este acum curb, ce înseamnă „drept"? Cum se va mișca acel corp?

Al doilea element este răspunsul la întrebarea: Cine determină structura curbă a spațiului-timp? În cazul furnicii, *noi* suntem cei care i-am construit spațiul-timp. Puteam alege să-l facem asemănător sferei (cum am și procedat, de altfel) sau asemănător unui con, sau orice altă formă am fi dorit. Dar în cazul *nostru* cine a determinat structura (metrica) spațiului-timp patru-dimensional în care *noi* trăim? Un alt Creator? Dacă nu un Creator, atunci cine?

În căsuța matematică alăturată prezentăm pentru cei interesați forma generală a metricii spațiului-timp cu patru dimensiuni (cea care conține o dimensiune a timpului și trei ale spațiului).

Calcul: *Metrica generală a spațiului-timp*

Cele patru coordonate din spațiu-timp sunt (ct, x, y, z), ca în cadrul teoriei relativității restrânse, și ele se notează de obicei de la 0 la 3, ca fiind $x^0 = ct$, $x^1 = x$, $x^2 = y$, $x^3 = z$, sau $x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (ct, x, y, z)$, unde $\mu = \overline{0:3}$.

Metrica $g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}(ct, x, y, z)$, unde $\mu, \nu = \overline{0:4}$ este o matrice 4×4 definită în fiecare eveniment (ct, x, y, z) al spațiului-timp:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} g_{00} & g_{01} & g_{02} & g_{03} \\ g_{10} & g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{20} & g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{33} & g_{33} & g_{33} & g_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{tt} & g_{tx} & g_{ty} & g_{tz} \\ g_{xt} & g_{xx} & g_{xy} & g_{xz} \\ g_{yt} & g_{yx} & g_{yy} & g_{yz} \\ g_{zt} & g_{zx} & g_{zy} & g_{zz} \end{pmatrix}$$

Să considerăm două evenimente A și B *infinitezimal* apropiate ale spațiului-timp. Diferența dintre coordonatele celor două evenimente le notăm cu $dx^0 = cdt$, $dx^1 = dx$, $dx^2 = dy$ și $dx^3 = dz$. „Distanța" (intervalul relativist) dintre cele două evenimente se notează cu ds.

Intervalul relativist ds este chiar *timpul propriu* $d\tau$ indicat de un ceas pe ecranul său, dacă acel ceas poate circula în mișcare rectiline uniformă între cele două evenimente:

$$c^2 d\tau^2 = ds^2 = \sum_{\mu,\nu=0}^{3} g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

Această relație *infinitezimală* trebuie folosită pe distanțe scurte, acolo unde metrica $g_{\mu\nu}(x^k)$ nu variază prea mult. Altfel, pentru distanțe lungi străbătute de ceas trebuie să integrăm pe toată traiectoria ceasului.

Să remarcăm că valoarea timpului propriu τ va reprezenta „lungimea" liniei de univers pe care circulă ceasul. Formula de mai sus se reduce la *metrica minkowskiană* dacă $g_{00} = 1$, $g_{11} = g_{22} = g_{33} = -1$ și $g_{\mu\nu} = 0$ pentru cazul când $\mu \neq \nu$:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Forma de mai sus a fost prezentată în secțiunea 60.

În final, câteva gânduri pe seama *analogiei* dintre sfera spațiului-timp furnicii și universul nostru (spațiul-timp în care trăim). Astfel, am ales o sferă tocmai pentru a sugera cât se poate de clar că spațiul-timp al furnicii este *curb*, deci că trebuie să folosim noua formă a metricii.

În general însă, toate aceste modele de suprafețe curbe sunt doar analogii și trebuie tratate ca atare. De exemplu, ele ne sugerează că anumite puncte sunt mai îndepărtate, altele mai apropiate însă, pentru a afla corect distanța dintre puncte, trebuie să folosim întotdeauna metrica ce li se atașează și sistemul de coordonate desenat pe ele. În figura 7.16 de exemplu, am văzut că „distanțele" temporale

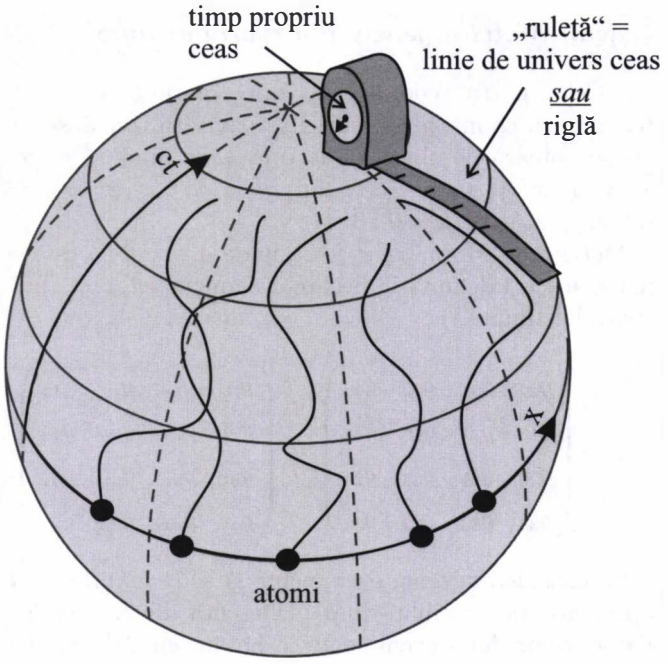

Figura 7.17: *În figură este reprezentată structura microscopică a spațiului-timp. Aici atomii formează o mulțime discretă de obiecte în spațiu. Pe de altă parte, liniile lor de univers sunt continue în timp. Suprafața spațiului-timp se măsoară cu o „ruletă", așezată între* oricare *două evenimente ale spațiului-timp. Ea reprezintă fie o riglă, fie linia de univers a unui ceas. Indicația „ruletei" în cel de-al doilea caz este timpul propriu al ceasului.*

sunt opuse fața de cele sugerate de figură: un segment temporal mic pe figură reprezintă de fapt un timp scurs mai lung.

Când sunt desenate spațiile curbe, se obișnuiește să se deseneze și linii ajutătoare, așa cum am făcut și noi în figura 7.13. Aici am desenat meridiane și latitudini. Să fim atenți la astfel de reprezentări, căci ele ne spun doar care este sistemul de coordonate ales. La intersecțiile acestor linii trebuie să punem valori ale coordonatelor, ca 1, 2, 3 și așa mai departe. Nu înseamnă că între puncte de aceleași coordonate „distanța" reală (intervalul relativist) este aceeași, în afară de cazul în care este specificat de autor. În figura 7.13 avem exemplul segmentelor MN și OA, care au aceleași diferențe între coordonate, dar „distanțe" reale diferite.

Lucrul acesta îl recunoaștem aducându-ne aminte că sistemul de coordonate ales la început este *arbitrar*. Pentru furnica noastră am ales să desenăm evenimentele pe o sferă, însă la fel de bine le puteam desena și pe o suprafață plată, oricum nu conta. Ce contează este doar metrica $g_{\mu\nu}$ asociată sistemului de coordonate ales, pentru că ea ne dă intervalul relativist, acela care se măsoară în ani-lumină și se verifică cu rigla și timpul propriu al ceasurilor. Noi am ales sfera doar pentru a sugera că spațiul este dinamic în timp.

Cu toate acestea, în orice sistem ales arbitrar la început, vom recunoaște că spațiul-timp are o geometrie bine definită. Mărimea acestuia este dată de intervalul relativist Δs, ce se măsoară în ani-lumină cu două instrumente fizice: ceasul și rigla. Tot așa cum un contructor întinde ruleta pentru a măsura dimensiunile unui zid, putem întinde și noi „ruletele" noastre pentru a măsura efectiv „distanțe" dintre evenimentele spațiului-timp. Aceste „rulete" sunt fie rigle, fie linii de univers ale ceasurile, „întinse" de-a lungul oricăror linii curbe ale spațiului-timp (vezi figura 7.17). Așa cum am menționat, rezultatul ne arată că spațiul și timpul sunt parțial unificate, putând fi măsurate împreună cu cele două tipuri de „rulete".

După cum vedem, unificarea nu este încă completă, iar acesta se recunoaște nu numai din asimetria dintre linia de univers a ceasului și riglă în discuția de mai sus, dar și la nivel microscopic. Astfel, spațiul lui Einstein este continuu, însă la nivel microscopic recunoaștem o structură discretă de atomi sau particule, una lângă alta. Așa cum vom vedea mai târziu, natura discretă a materiei (nu neapărat a spațiului) se regăsește în mecanica cuantică, care ne va spune că o particulă cuantică se găsește *în același timp* în toate pozițiile din spatiu.

Pe de altă parte, observațiile de mai sus nu se aplică timpului. Liniile de univers ale ceasurilor nu par să vină în „bucăți" discrete cum vine structura spațială a riglelor, care sunt formate din atomi. Până azi, linia de univers pentru un singur ceas (fie el atom sau particulă elementară) se consideră *continuă* și în mecanica cuantică standard (vezi figura 7.17). Unificarea gravitației cu mecanica cuantică nu s-a înfăptuit. Fizicienii încă nu au găsit soluția *gravitației cuantice.*

O altă observație este că furnica poate „vedea" doar ce este pe inel, dar nimic în afara sau în interiorul lui. Dacă era să fim corecți, ar fi trebuit să spunem că furnica trăiește într-un spațiu care este o *hipersferă unidimensională.* Cu alte cuvinte, inelul furnicii nu ar fi fost scufundat într-un spațiu tridimensional, așa cum am făcut noi pentru o vizualizare mai bună, ci ar fi fost pur și simplu numai unidimensional. În același fel, chiar dacă vom afla despre universul nostru că este curb, nu trebuie să ne imaginăm neapărat că acesta este scufundat într-un alt univers plat cu mai multe dimensiuni, căci se prea poate ca universul nostru să aibă doar aceste trei dimensiuni spațiale.

Apoi am văzut că spațiul furnicii (inelul de ață pe care trăiește) este *dinamic* (crește și se contractă în timp). Modelul este o *analogie* cu universul nostru după Big-Bang, când el se pare că s-a extins, așa cum vom vedea mai târziu. După cum universul furnicii se contractă până într-un punct, tot așa și universul nostru s-ar putea contracta la sfârșit printr-un Big Crunch, adică un colaps final într-un singur punct.

Modelul sferei pentru spațiul-timp al furnicii mai conține un ingredient special: începutul și sfârșitul *timpului* însuși! Să remarcăm că inelul furnicii (tot universul său) dispare în neant odată ce el a fost redus la un punct. Vedem cum însuși timpul se sfârșește cu același moment, lucru care s-ar întâmpla și cu universul nostru la un posibil Big Crunch. Cu alte cuvinte, sfârșitul timpului în „Polul Nord" al sferei spațiului-timp al furnicii este o analogie foarte bună pentru sfârșitul timpului nostru la Big Crunch. Aceeași analogie este valabilă și pentru crearea timpului la Big Bang.

Cum poate fi timpul „creat"? Cum se poate el „sfârși"? Iată unele din marile mistere ale luminii. Creația timpului ni se pare de neimaginat. Nici timpul *infinit* nu este mai ușor de imaginat, deoarece ni se pare că emoțiile s-ar

satura la un moment dat, dacă am trăi veșnic, și ar interveni plictiseala eternă. Analogia cu sfera spațiului-timp furnicii ne ajută să înțelegem *matematic* fenomenul, însă rămânem încărcați cu emoții și întrebări, mirați în fața unei perspective ce trece dincolo de experiențele noastre directe din realitatea înconjurătoare.

71. Mișcarea corpurilor și traiectoria unei raze de lumină

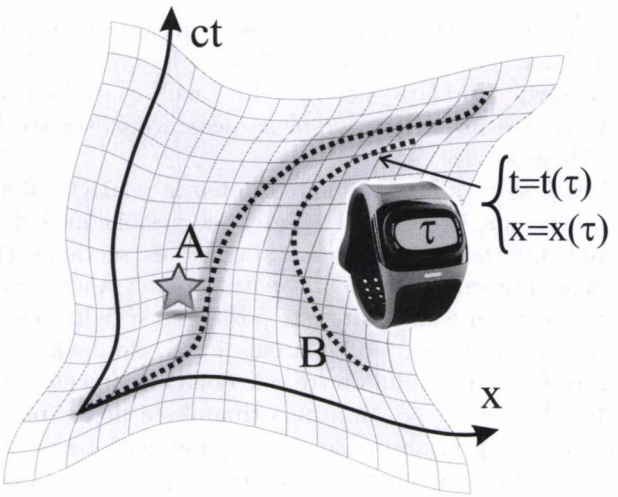

Figura 7.18: *Un exemplu stilizat de spațiu-timp curb. Geodezica în spațiu-timp este generalizarea geodezicii din spațiile curbe. În cazul A este exemplificată o geodezică nulă (pentru care $\Delta s = 0$) ce descrie linia de univers a unei raze de lumină. În cazul B este exemplificată o geodezică temporală ce descrie linia de univers a unui ceas lăsat liber. Timpul propriu indicat pe ceas este notat cu τ. Linia de univers a ceasului în spațiu-timp este descrisă de funcțiile $t = t(\tau)$ și $x = x(\tau)$. „Lungimea" totală Δs a liniei de univers se citește direct pe cadranului ceasului ca fiind timpul propriu scurs $\Delta\tau = \Delta s/c$.*

În secțiunea precedentă am introdus cheia înțelegerii relativității generale: *toate evenimentele se așază pe un spațiu-timp curb.* Metrica spațiului-timp curb (calculată pentru un sistem de coordonate arbitrar, ales la început) determină complet indicația riglelor și ceasurilor, pe orice traiectorie s-ar mișca ele. Nu am discutat însă pe ce fel de traiectorie o urmează ceasurile dacă sunt lăsate libere.

Pentru a răspunde la întrebare, să ne reamintim principiul echivalenței reformulat de noi sub forma: *mișcarea unui corp lăsat liber nu depinde de masa și compoziția sa.* Traiectoriile corpurilor nu sunt determinate de ceea ce este înăuntrul lor (culoare, masă etc.) și atunci nu pot depinde decât de ceea ce este în imediata lor apropiere (pentru că nu admitem interacțiuni instantanee la distanță). Or, pentru niște corpuri lăsate libere, în imediata lor apropiere este doar spațiu vid, care nu are decât o singură caracteristică, *metrica* sa $g_{\mu\nu}$. Ajungem astfel la concluzia că *mișcarea corpurilor punctiforme libere este determinată de metrica spațiului-timp.*

Noua abordare, datorată lui Einstein, ignoră complet câmpul gravitațional. Ea nu ne spune, ca în abordarea lui Newton, că un corp generează un câmp gravitațional, care la rândul lui acționează asupra altor corpuri. De fapt, abordarea lui Einstein ne spune că nici nu există vreun câmp gravitațional! Tot ce există este spațiul-timp curb, și acesta este cel care determină mișcarea unui corp punctiform într-un loc sau altul din univers.

Odată însă ce suntem de acord că mișcarea corpurilor este dată doar de metrica spațiului-timp, tot ceea ce avem de găsit este legea acestei mișcări. *Cum* se mișcă un corp lăsat liber într-o metrică (curbură) oarecare a spațiului-timp?

Pentru aceasta să observăm că, în spațiul euclidian, atunci când asupra corpului nu acționează nici o forță (nici măcar cea gravitațională) mișcarea este rectilinie și uniformă. Traiectoria este o linie dreaptă, și tot așa va fi și linia de univers, dacă e desenată în spațiul-timp minkowskian. Pe de altă parte, am văzut că generalizarea liniilor drepte într-un spațiu-timp curb este o *geodezică.* Pare atunci natural să presupunem, împreună cu Einstein, că mișcarea corpurilor libere în spațiul-timp curb are loc după linia unei geodezice. Or, generalizând unul dintre principiile mecanicii, vom spune că:

Mișcarea unui corp liber

Un corp punctiform lăsat liber va urma o mișcare de-a lungul unei geodezice în spațiul-timp curb unde se află.

Să nu uităm că prin același punct într-un spațiu curb trec mai multe geodezice, tot așa după cum prin același punct dintr-un spațiu euclidian trec mai multe linii drepte. În același fel, într-un eveniment din spațiu-timp trec *mai multe geodezice* pe care corpul lăsat liber le poate urma. Diferența dintre acestea este dată de viteza inițială cu care este aruncat corpul în spațiu și direcția pe care o ia el. Fiecare dintre liniile de univers pe care corpul le va urma după ce este aruncat va fi însă una dintre geodezicele ce trec prin acel eveniment al spațiului-timp.

Să observăm acum puterea de generalizare a presupunerii anterioare, deoarece ea nu vorbește despre forțe, ci doar despre spațiul-timp curb în care se află corpul. Așa cum bănuiți, vom elimina cât de curând forțele, iar linia noastră de gândire va fi cam așa: cineva (rămâne să vedem cine) generează un spațiu-timp curb, iar apoi corpurile lăsate liber (mai bine spus *aruncate* liber) se mișcă în acest spațiu-timp curb după liniile geodezicelor. Vedem că nu mai există interacțiune între corpuri așa cum o gândeam noi.

Până atunci, să analizăm puțin mișcarea acestor corpuri pe geodezice. În cazul unei simple suprafețe bidimensionale plate (euclidiene), *geodezica* este linia cea mai scurtă dintre două puncte de pe suprafață, adică linia

dreaptă. Dacă această suprafață este curbă (geometrie neeuclidiană), geodezica devine o linie curbă (vezi secțiunea 69 pentru suprafața sferei). În cazul spațiului-timp, situația este puțin mai complexă deoarece există trei tipuri de geodezice.

Astfel, să ne aducem aminte din teoria relativității restrânse că există trei tipuri de intervale posibile între două evenimente: *temporale*, *spațiale* și *nule* (vezi secțiunea 61). În cazul intervalelor *temporale*, pătratul intervalului dintre două evenimente apropiate este pozitiv ($\Delta s^2 > 0$), ceea ce înseamnă că un ceas poate circula între cele două evenimente. Dacă intervalul dintre cele două evenimente apropiate este *nul* ($\Delta s = 0$), atunci timpul stă pe loc pentru un ceas care prin absurd ar merge pe această traiectorie. Practic, numai lumina poate pleca de la primul eveniment și ajunge la cel de-al doilea (lumina poate fi imaginată, la limită, ca un ceas a cărui bătaie stă pe loc). În final, dacă intervalul este *spațial* ($\Delta s^2 < 0$), nici un semnal cu o viteză mai mică sau egală cu viteza luminii nu poate circula între cele două evenimente.

Cele trei tipuri de geodezice corespund exact celor trei tipuri de intervale de mai sus, cu completarea că în toate cele trei cazuri geodezica este și un *extrem* local al lungimii curbelor care se pot construi între evenimentul inițial și cel final.

Urmând definițiile de mai sus, vedem că un corp poate circula numai pe o geodezică temporală. De aceea, trebuie să completăm presupunerea noastră: corpurile lăsate libere circulă numai pe geodezice temporale! În plus, tot din definițiile precedente mai deducem o lege importantă:

Traiectoria unei raze de lumină

Lumina circulă pe geodezicele nule $\Delta s = 0$ ale spațiului-timp.

Mai multe detalii matematice despre forma acestor geodezice, pentru cei interesați, se găsesc în căsuța alăturată.

Calcul: *Godezica în spațiu-timp*

În secțiunea precedentă am folosit un spațiu-timp simplicat, bidimensional, al unei furnici. Acum însă vrem să modelăm spațiul-timp cu patru dimensiuni și să descriem *geodezicele temporale* din acest spațiu-timp.

Ecuațiile geodezicelor se obțin de către matematicieni din metrica $g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}(ct, x, y, z)$, ce reprezintă o matrice 4×4 în fiecare eveniment al spațiului-timp. Pentru aceasta, mai întâi trebuie calculate *simbolurile lui Christoffel* $\Gamma^l_{ik} = \Gamma^l_{ik}(ct, x, y, z)$, care sunt niște derivate speciale ale metricii g_{ij}:

$$\Gamma^l_{ik} = \sum_{m=0}^{3} \frac{g^{lm}}{2} \left(\frac{\partial g_{im}}{\partial x^k} + \frac{\partial g_{mk}}{\partial x^i} - \frac{\partial g_{ik}}{\partial x^m} \right)$$

Aici $i, k, l = \overline{0:3}$, matricea g^{lm} este inversa matricei g_{lm} în fiecare eveniment din spațiu-timp, iar notația $\partial/\partial x^k$ definește derivata parțială în raport cu una dintre coordonatele spațio-temporale $x^0 = ct$, $x^1 = x$, $x^2 = y$, $x^3 = z$ (vezi secțiunea precedentă și secțiunea 209 din anexa matematică).

Geodezica este o curbă în spațiu-timp, ce se descrie printr-o funcție de un singur parametru, de exemplu $x^\mu = x^\mu(\tau)$, pentru $\mu = \overline{0:3}$. Aici τ poate fi orice parametru, însă noi îl alegem chiar timpul propriu al unui ceas, dacă ceasul se mișcă pe acea geodezică, deci timpul care se citește pe ecranul său. Atunci $x^\mu = x^\mu(\tau)$ sunt patru funcții care asociază fiecărui timp τ citit pe ecran patru coordonate spațio-temporale x^μ, deci poziția acelui ceas în spațiu-timp (un punct de pe curba parametrizată) la momentul τ indicat pe ecran (vezi figura 7.18).

Ecuațiile curbei parametrizate a geodezicei $x^\mu = x^\mu(\tau)$, pentru fiecare componentă μ (de la 0 la 3) sunt

$$\frac{d^2x^\mu}{d\tau^2} + \sum_{i,k=0}^{3} \Gamma^\mu_{ik} \frac{dx^i}{d\tau} \frac{dx^k}{d\tau} = 0$$

Un exercițiu interesant este calculul mișcării accelerate a corpurilor lăsate libere. Astfel, dacă vom considera că ceasul este în mișcare *nerelativistă*, atunci timpul său propriu τ este apropiat de cel al unui sistem de referință ales corespunzător t (aproape minkowskian), deci putem scrie $\tau \approx t$. Recunoaștem în dreapta ecuației termenii de viteză, de exemplu $dx^1/d\tau \approx dx^1/dt = v_x$.

Pe de altă parte, termenii de timp devin $dx^0/d\tau \approx dx^0/dt = c$. Acești termeni de timp sunt mult mai mari decât restul termenilor, pentru că viteza luminii este mai mare decât viteza corpului v. Pentru componentele spațiale $k = \overline{1:3}$ ecuația se reduce la:

$$\frac{d^2x^k}{dt^2} + \Gamma^k_{00} \frac{dx^0}{dt} \frac{dx^0}{dt} = 0$$

Acum însă în termenii din dreapta rămași recunoaștem chiar viteza luminii, $dx^k/dt = c$, și obținem deci

$$\frac{d^2x^k}{dt^2} = -c^2\Gamma^k_{00}$$

Aceasta este însă chiar ecuația lui Newton de mișcare accelerată a unui corp lăsat liber, dacă facem identificarea $\Gamma^k_{00} = g_k/c^2$, pentru $k = \overline{1:3}$, unde g_k este componenta k a accelerației g a corpului în cădere liberă în acel loc. De exemplu, pentru $k = 3$ obținem

$$\frac{d^2z}{dt^2} = -g_z$$

Semnul negativ este ales pentru o axă z îndreptată „în sus", adică în direcția opusă forței gravitaționale din acel punct (cazul $g_z = g$). Vedem astfel că un corp lăsat liber în mișcare nerelativistă se deplasează cu accelerația g, așa cum spun mecanica lui Newton și Galileo Galilei.

Vedem că propunerea lui Einstein pentru mișcarea corpurilor elimină complet noțiunea de forță, înlocuind-o cu cea de spațiu-timp curb. Formularea corectă, pe care o s-o prezentăm de acum încolo, este următoarea: toate fenomenele fizice generează, într-un fel pe care încă trebuie

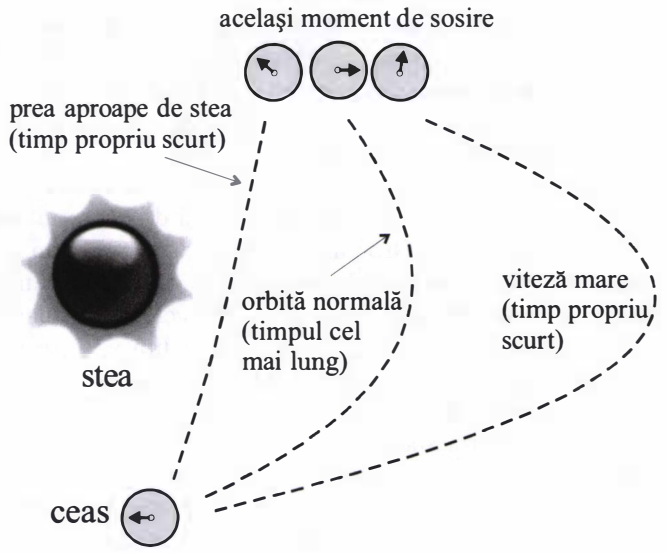

Figura 7.19: *În figură ne întrebăm pe ce orbită va merge un ceas din poziția de jos în cea de sus, în așa fel încât să-și maximizeze timpul propriu (care va fi diferit de timpul trecut pe ceasurile noastre din sistemul de referință). Dacă ceasul merge pe traiectoria din dreapta, el trebuie să circule cu viteză mare pentru a se întoarce în evenimentul final la momentul determinat de noi. Mișcarea rapidă l-ar fi făcut să „bată" mai încet, conform cu teoria relativității restrânse. Timpul propriu între cele două evenimente ar fi fost atunci mic (trei ore în figură). Dacă ceasul ar fi ales să urmeze orbita din stânga, el s-ar fi apropiat prea mult de Soare și din nou ar fi „bătut" mai încet (o oră pe figură), datorită unui efect de dilatare a timpului în câmp gravitațional, pe care îl vom descrie în secțiunea 80. Pentru a-și maximiza timpul propriu (șase ore în figură), ceasul va urma orbita din mijloc, dată de linia geodezicei din spațiu-timp.*

să-l deducem, un *spațiu-timp curb*. Acesta, la rândul lui, determină geodezicele, care, la rândul lor, sunt liniile de univers pe care se mișcă lumina și corpurile aruncate liber. În teoria relativității generale, mișcarea corpurilor libere este un rezultat numai și numai al metricii sale $g_{\mu\nu}$. Forțele nu mai există.

Să observăm că, în teoria relativității generale, gravitația încetează de a fi ceea ce noi numim în mod normal *o forță*. Într-un mod pe care încă trebuie să-l găsim, cineva deformează spațiul-timp unde se află un corp de probă. Corpul de probă însă continuă să se miște liber, ca și cum asupra lui nu ar acționa nimic. Mișcarea aceasta are loc pe geodezicele spațiului-timp, ceea ce nouă ne dă impresia *greșită* că o forță gravitațională trage de corp. Atenție însă, nimeni nu trage de corp, el nu face decât să-și urmeze liber una dintre geodezice (determinată de viteza și direcția sa inițială).

În plus, „lungimea" unei geodezice temporale pe care se mișcă un corp (în termeni matematici intervalul relativist) reprezintă *timpul propriu* pe care îl măsoară un ceas intern aflat în interiorul corpului. Dacă vrem să vedem cu cât întârzie un ceas care este lăsat liber, nu avem decât să calculăm „lungimea" acelei geodezice pe care ceasul se va deplasa. „Lungimea" reprezintă *timpul propriu* al ceasului, vizualizat pe ecranul său (vezi figura 7.15). Desigur, aceeași procedură pentru timpul propriu al ceasului o aplicăm și dacă plimbăm ceasul pe o traiectorie forțată, atâta doar că traiectoria nu trebuie să fie în acest caz o geodezică.

Faptul că mișcarea ceasului lăsat liber are loc pe geodezică ne mai spune un lucru. Astfel, geodezica este linia dreaptă din spațiu-timp, deci „distanța" cea mai „scurtă" în spațiu-timp dintre două evenimente (punem „scurtă" între ghilimele, pentru că intervalul relativist poate avea pătratul negativ și ar trebui să spunem în termeni tehnici că acesta este un *extrem*). Pe de altă parte, „distanța" se citește direct pe ceasul lăsat liber, ca fiind timpul propriu al ceasului. În practică, observația se reduce la a spune că ceasul lăsat liber circulă pe acea traiectorie între două evenimente date care *maximizează* timpul său propriu, deci acolo unde ceasul „trăiește" cât mai mult din punctul lui de vedere (vezi figura 7.19).

Observația precedentă se înțelege dacă ne imaginăm că ceasul ar cădea liber urmând o altă traiectorie (nu geodezica), în care ar fi plecat departe și apoi s-ar fi întors rapid în același eveniment final. În această situație însă, el ar fi trebuit să circule cu viteză mare, ceea ce înseamnă că bătăile sale să fi fost încetinite, deoarece așa ne spune teoria relativității restrânse. Mișcarea l-ar fi făcut mai „tânăr" în evenimentul final, deci ceasul nu și-ar fi maximizat eficient timpul său propriu de viață.

Recapitulând, vedem că metrica spațiului-timp determină geodezicele, ce reprezintă liniile care au „distanța" cea mai scurtă între două evenimente date. Corpurile *libere* se mișcă pe geodezice *temporale*, iar lumina pe geodezice *nule*. Mișcarea corpurilor nu mai este o consecință a unor forțe care accelerează corpurile, ci este o consecință directă a metricii spațiului-timp curb.

72. Metrica spațiului-timp și ecuația lui Einstein

Am văzut în secțiunea precedentă că spațiul-timp curb are o *structură* geometrică și cum, cu ajutorul ei, putem calcula lucruri esențiale: distanțe sau timpi indicați de ceasuri, precum și mișcarea corpurilor lăsate libere sau a unei raze de lumină. Pentru a utiliza această structură a spațiului-timp curb, avem nevoie de un sistem *oarecare* de coordonate (ct, x, y, z) și *metrica* $g_{\mu\nu} = g_{ij}(t, x, y, z)$ atașată sistemului. După aceea putem noi calcula restul.

Un punct esențial este însă următorul: *Cine* curbează spațiul-timp și cum o face? Căci, până acum, *noi* am fost cei care am construit metrica în puținele exemple menționate. Cine este responsabil pentru curbura universului în care trăim?

Pentru a răspunde la întrebare, să ne imaginăm un univers cu două corpuri: unul *masiv* și altul *mic*, de probă (vezi figura 7.20). În explicația lui Newton, corpul masiv îl atrage pe cel mai mic și îl pune astfel în mișcare. În explicația lui Einstein, corpul de probă nu este interesat absolut deloc de corpul masiv, el are o traiectorie dată numai de metrica spațiului-timp în regiunea în care se află.

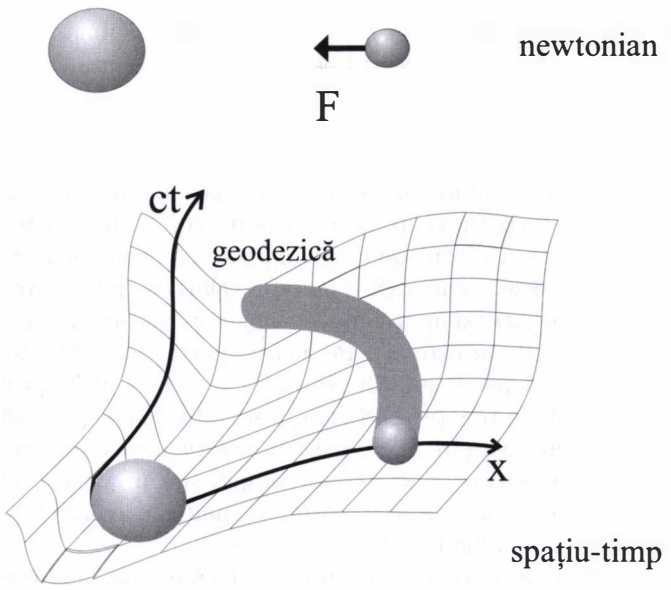

Figura 7.20: *În mecanica newtoniană (sus) corpul masiv din stânga atrage corpul de probă din dreapta. În teoria relativității generale (jos), corpul masiv deformează peste tot spațiul-timp, inclusiv în evenimentele unde se va afla corpul de probă. Corpul de probă va urma o geodezică temporală în acest spațiu-timp devenit acum curb. De remarcat că nu numai spațiul, dar întreg spațiul-timp este curb. Curbura spațiului-timp indusă de corpul de probă se consideră aici neglijabilă.*

Să înlocuim acum corpul masiv cu un altul. Dacă înainte corpul de probă avea o traiectorie anume, acum el își va schimba traiectoria (pentru că este atras de un alt corp masiv). Clasic, am putea spune că forțele de atracție s-au schimbat. În gândirea lui Einstein însă, nu avem forțe, și suntem obligați să admitem că s-a schimbat metrica spațiului-timp curb, odată ce corpul de probă are *o altă* traiectorie, pentru că doar metrica spațiului-timp determină mișcarea corpului de probă. Cine a modificat această metrică odată ce am adus corpul masiv? Raspunsul nu poate fi decât următorul: chiar corpul masiv!

Din observațiile de mai sus deducem că metrica spațiului-timp (curbura sa) este modificată de către corpurile masive. Dacă este așa, atunci de fapt toate corpurile din univers generează metrica spațiului-timp, în care ele însăși trebuie să se deplaseze apoi pe traiectoriile geodezicelor.

Desigur însă, a spune că aceste corpuri masive sunt cele care determină metrica spațiului-timp curb nu mai este suficient. Spre deosebire de toate presupunerile de până acum, de data asta Einstein a trebuit să pună mâna pe creion și să calculeze ecuația ce ne spune *cum* este creată metrica $g_{ij} = g_{ij}(t,x,y,z)$ a spațiului-timp curb de către corpurile masive, pentru *orice* sistem de coordonate (t,x,y,z) arbitrar ales.

La o primă impresie s-ar părea că este suficientă utilizarea *maselor* corpurilor masive pentru calcularea metricii spațiului-timp, odată ce știm poziția corpurilor în sistemul de coordonate ales arbitrar la început. În fond, în mecanica newtoniană masele corpurilor masive determină forțele de atracție, mișcarea corpului de probă și deci și metrica necesară a spațiului-timp care conduce la acea mișcare. Cu toate acestea, Einstein a fost pe deplin conștient de *echivalența dintre masă și energie*, pe care am discutat-o și noi în cadrul relativității restrânse. Dacă ele sunt echivalente, atunci putem folosi la fel de bine *energia* pentru a determina tensorul metricii. De aici și până la soluția corectă este însă o cale foarte lungă...

Se spune că Einstein nu era un geniu la matematică. A avut nevoie de câțiva ani și de ajutorul de neprețuit al colegului său Marcel Grossmann pentru a învăța cum să lucreze cu geometria neeuclidiană. Poate că în aceste momente Einstein a dovedit pe propria piele celebra afirmație a inventatorului Thomas Edison: „Genialitatea este un procent inspirație și nouă zeci și nouă transpirație".

În final, Einstein a găsit forma corectă a ecuațiilor ce determină curbura spațiului-timp. Ele implică nu numai energia, așa cum este de așteptat, ci o mărime mai complexă, denumită *tensor energie-impuls*. Noua funcție este de fapt o generalizare a energiei și impulsului, fiind descrisă în orice punct din spațiu de *densitatea de energie*, *densitatea de impuls* și de *transferul de impuls* pe diverse axe. Toate aceste noțiuni împreună formează așa-numitul tensor energie-impuls, care devine o matrice de numere în fiecare eveniment al spațiului-timp și care se notează de obicei cu $T_{ij} = T_{ij}(t,x,y,z)$. Remarcabil, dimensiunea acestei matrici este egală cu dimensiunea tensorului metricii g_{ij} a spațiului-timp.

Folosindu-se și de această coincidență, Einstein a reușit să scrie în final o ecuație care să conțină în partea sa stângă *metrica spațiului-timp* $g_{ij}(t,x,y,z)$, iar în dreapta *tensorul de energie-impuls* $T_{ij}(t,x,y,z)$ ce curbează acest spațiu-timp. Ecuația lui Einstein ne spune cantitativ care este metrica spațiului-timp generată de corpurile masive. Cu alte cuvinte, cum se curbează spațiul-timp atunci când știm tensorul energie-impuls al materiei care se află în el. Curbura este dată de metrica g_{ij} a spațiului-timp, pe care în acest fel o putem calcula în sistemul de coordonate ales arbitrar la început.

Concluzia lui Einstein trebuie menționată, pentru că ea stă la baza teoriei relativității generale:

Structura spațiului-timp:

Metrica spațiului-timp (curbura sa) este generată de către tensorul energie-impuls al materiei care se află în el.

Einstein a fost foarte încântat de ecuația descoperită de el, deoarece ea are o formă covariantă. Este un aspect foarte important în viziunea lui Einstein, care ne spune că *legile fizicii sunt aceleași indiferent de ce sistem arbitrar de coordonate* (t,x,y,z) *alegem.* Cu alte cuvinte, aceeași ecuație lui Einstein poate fi aplicată la orice sistem de coordonate cu care începem, rezultatele finale vor fi aceleași! De aceea și noua teorie se numește teoria relativității *generale*, spre deosebire de teoria relativității restrânse, care se aplică doar la sistemele de referință inerțiale. Cei interesați de mai multe detalii matematice pot urmări căsuța matematică alăturată.

Calcul: ***Ecuația lui Einstein***

Ecuația lui Einstein ne spune cum este generată metrica spațiului-timp $g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}(ct, x, y, z)$ de către tensorul $T_{\mu\nu} = T_{\mu\nu}(ct, x, y, z)$ de energie-impuls al materiei (materie ce poate fi praf interstelar, câmp electromagnetic sau orice altceva), în fiecare eveniment $x^\mu = (ct, x, y, z)$ al spațiului-timp:

$$\boxed{R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}}$$

Aici indicii $\mu, \nu = \overline{0:3}$ iau fiecare patru valori, G este constanta gravitațională a lui Newton iar c viteza luminii. Vedem astfel cantitativ că materia (termenul din dreapta) *curbează* structura spațiului-timp (termenul din stânga). Relația este valabilă în orice punct din spațiu (x, y, z) și la orice moment de timp t, lucru care nu a mai fost scris explicit. Să detaliem termenii.

$R_{\mu\nu} = R_{\mu\nu}(ct, x, y, z)$ definește tensorul de curbură al lui Ricci și el se calculează din metrica spațiului-timp $g_{\mu\nu}(ct, x, y, z)$. Același lucru este valabil și pentru R, care este curbura *scalară* a spațiului-timp (un fel de valoare medie a tensorului de curbură $R_{\mu\nu}$:

$$R_{\mu\nu} = \frac{\partial \Gamma^\rho_{\mu\rho}}{\partial x^\nu} - \frac{\partial \Gamma^\rho_{\mu\nu}}{\partial x^\rho} + \Gamma^\lambda_{\mu\rho}\Gamma^\rho_{\lambda\nu} - \Gamma^\lambda_{\mu\nu}\Gamma^\rho_{\lambda\rho}$$
$$R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}$$

Mărimea $\Gamma^\lambda_{\beta\alpha}$, ce poartă denumirea de *simbol Christoffel* a fost introdusă în secțiunea precedentă, ca și matricea $g^{\mu\nu}$ care este inversul matricii $g_{\mu\nu}$.

În relațiile de mai sus a fost folosită *convenția lui Einstein*:termenii în care un indice apare de două ori trebuie adunați pentru toate valorile posibile ale acelui indice. De exemplu avem $\Gamma^\lambda_{\mu\nu}\Gamma^\rho_{\lambda\rho} = \sum_{\rho,\lambda} \Gamma^\lambda_{\mu\nu}\Gamma^\rho_{\lambda\rho}$.

Toți termenii de mai sus sunt dependenți de timp și de spațiu, de exemplu $\Gamma^\lambda_{\mu\nu} = \Gamma^\lambda_{\mu\nu}(ct, x, y, z)$ sau $R = R(ct, x, y, z)$, lucru care nu a mai fost scris explicit. Recunoștem și derivata parțială ∂, care reprezintă viteza de variație a unei mărimi în raport cu o singură variabilă ($x^0 = ct$, $x^1 = x$, $x^2 = y$ sau $x^3 = z$), atunci când celelalte variabile se păstrează constante.

Termenul $T_{\mu\nu} = T_{\mu\nu}(ct, x, y, z)$ din dreapta ecuației lui Einstein este tensorul de energie-impuls al materiei. Pentru un model în care avem numai praf stelar în *mișcare nerelativistă*, tensorul energie-impuls are forma aproximativă:

$$T_{\mu\nu} \approx \rho \begin{pmatrix} c^2 & -cv_x & -cv_y & -cv_z \\ -cv_x & v_x^2 & v_x v_y & v_x v_z \\ -cv_y & v_y v_x & v_y^2 & v_x v_z \\ -cv_z & v_z v_x & v_z v_y & v_z^2 \end{pmatrix}$$

Aici $\rho = \rho(ct, x, y, z)$ este densitatea de masă a prafului stelar, iar $v_x = v_x(ct, x, y, z)$ este viteza prafului stelar în direcția x, praf aflat în poziția (x, y, z) la momentul t (v_y și v_z au o interpretare similară). Pentru că $v \ll c$, termenul dominant este densitatea de energie $T_{00} = \rho c^2$.

În final, o poveste frumoasă despre efortul pe care l-a depus Einstein pentru a găsi formula pentru curbura spațiului-timp generată de corpuri, celebra ecuație care îi poartă numele. Căci ecuațiile care ne spun care este metrica spațiului-timp se pot scrie nu numai cu *tensori energie-impuls*, cum a făcut Einstein, dar și cu ajutorul *principiului acțiunii minime*, așa cum a făcut matematicianul David Hilbert (1862-1943). Principiul acesta îl vom discuta și noi în capitolul 11.

Hilbert a fost unul dintre cei mai mari matematicieni ai ultimelor două secole, cu contribuții importante nu numai în matematică, dar și în fizică. A trăit în aceeași perioadă cu Einstein, pe când acesta din urmă căuta ecuațiile care acum îi poartă numele. Atras de problemă, invitându-l chiar pe Einstein la Göttingen să țină câteva seminarii pe marginea problemei, Hilbert a ales o altă abordare a problemei, una în care nu tensorul energie-impuls joacă un rol determinant, ci principiul acțiunii minime.

În viziunea lui Hilbert, un matematician, soluția problemei metricii spațiului-timp trebuia să fie una *geometrică*, axiomatică și generală. După numai 6 luni de studiu el a găsit ecuația corectă, cu câteva zile înaintea lui Einstein, care o căuta deja de mulți ani. Deși Hilbert a fost mai rapid, el nu a pretins niciodată vreo prioritate asupra acestor ecuații, pentru că, după cum el însuși a recunoscut, și-a construit soluția pe fundamentele deja formulate de Einstein. Totuși, mândru de el, se pare că Hilbert ar fi afirmat cu o altă ocazie: „Fizica devine prea grea pentru a fi lăsată pe mâna fizicienilor".

73. Teoria relativității generale, recapitulată în trei legi

Teoria relativității generale creează o nouă abordare a mișcării corpurilor. Astfel, înainte eram obișnuiți să gândim *în timp*, imaginându-ne cum corpurile se atrăgeau, apoi cum se mișcau în urma acestor atracții, cum se atrăgeau din nou și așa mai departe. O astfel de abordare *secvențială*, în timp, este cât se poate de normală pentru noi, căci noi percepem curgerea timpului din trecut către viitor. Parafrazând pe Mircea Eliade, „am fost aruncați în Spațiu și atinși de Timp".

Teoria relativității ne aduce însă un alt unghi de abordare a fenomenelor. Aici nu mai are sens noțiunea de simultaneitate absolută, și ca atare o tratare secvențială a evoluției fenomenelor pune nu numai probleme matematice, dar și filozofice. În teoria relativității timpul este o coordonată „înghețată" a spațiului-timp, aleasă la voia noastră. Acum trebuie să privim mai degrabă existența tuturor corpurilor (incluzând mișcarea lor) ca pe un *tot*, aflat într-un spațiu-timp „înghețat" pe veci.

Procedeul de mai sus este cu totul special în fizică, iar teoria relativității generale face din acest punct de vedere încă *notă aparte* față de celelalte teorii acceptate (mecanica cuantică sau teoriile diverselor forțe din univers). De aceea este momentul să ne oprim din drum și să aruncăm

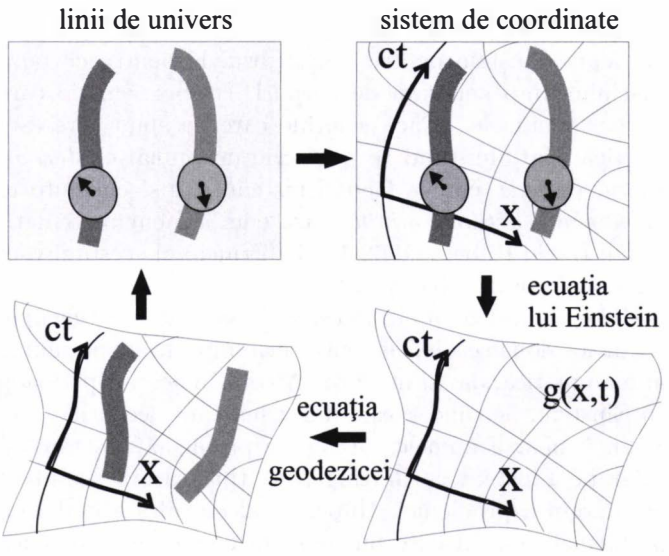

Figura 7.21: *Povestea ecuațiilor teoriei relativității generale. Sus-stânga: Începem prin a așeza corpuri într-un spațiu-timp gol, împreună cu relațiile dintre ele (de exemplu liniile de univers și intersecția lor). Sus-dreapta: Atribuim corpurilor un sistem arbitrar de coordonate. Jos-dreapta: Calculăm metrica spațiului-timp g_{ij} (practic curbura spațiului-timp) cu ajutorul ecuației lui Einstein, știind energia și impulsul corpurilor în sistemul de coordonate ales. Jos-stânga: calculăm geodezicele din metrică și verificăm rezultatul. Dacă alegerea inițială a fost corectă, geodezicele ar trebui să reprezinte precis liniile de univers alese inițial pentru corpurile lăsate libere. Dacă nu, universul construit de noi nu poate exista și trebuie să reîncepem iterația cu o altă alegere pentru liniile de univers și intersecțiile dintre ele.*

o privire mai atentă. În plus, pauza este extrem de reconfortantă deoarece am ajuns, în nu prea mulți pași, în punctul în care putem admira cele *trei* relații pe care se bazează teoria relativității generale. De aici încolo, orice student cu abilități matematice ar putea porni singur pentru a construi diverse universuri, dacă ar avea imaginația și răbdarea să facă toate calculele.

Să ne imaginăm de aceea o situație aparte: cum ar fi putut construi un Creator universul material. Desigur, ne referim doar la universul „material" pentru a evita discuțiile în jurul teologiei creației. Pentru noi, Creatorul este folosit doar ca un exercițiu pedagogic pentru a înțelege mai bine construcția spațiului-timp curb.

La început, ne-am aștepta ca Creatorul să fi început construcția universului cu celebrul Big Bang. Metoda nu este însă în spiritul relativității generale, deoarece cuvântul „început" sugerează un Creator care ar fi existat într-un timp, ori timpul nu exista înainte de Big Bang, el a fost creat odată cu spațiul la Big Bang. Astfel, dacă ne readucem aminte exemplul cu universul sferic al furnicii (figura 7.13) vedem că, pentru furnică, nu există decât acea sferă a spațiului-timp, în afara ei nu există timp, și deci nu există un „înainte" de Big-Bang.

Pentru că nu ne mai putem imagina acum Creația în timp, să încercăm să ne imaginăm cum Creatorul așază toate *evenimentele* spațio-temporale dintr-o dată, în toată istoria universului (vezi figura 7.21). Pentru simplitate, ne putem imagina că el începe cu un fel de „poziție" de spațiu-timp goală, în care așază diverse obiecte, mai mari sau mai mici, precum și relația dintre ele, sub forma *liniilor de univers*, care se intersectează unele cu altele.

Într-o a doua etapă, Creatorul atașază un sistem *oarecare* de coordonate de spațiu și timp. Cu alte cuvinte, el va spune acesta este primul obiect, acesta al doilea peste trei ore și așa mai departe. El atașează numere diverselor evenimente, numere ce identifică relația dintre obiecte, fără însă ca ele să aibă o ordine special aleasă (sistemul de coordonate este arbitrar).

Vedem că până în acest moment Creatorul are un univers umplut de materie, a cărui istorie este deja completată și care are atașate deja coordonate de spațiu și timp. Atenție însă, sistemul de coordonate ales la întâmplare nu reflectă deloc distanța dintre puncte sau timpul scurs! Pentru a calcula distanța reală și timpul care se scurge în realitate Creatorul trebuie să calculeze metrica corespunzătoare acestui sistem de coordonate ales!

Așa că el pune mâna pe creion și calculează metrica, conform ecuației lui Einstein prezentată în secțiunea precedentă. Metrica este reprezentată de un set de numere reale (16 numere g_{ij}, mai precis) ce trebuie calculate în *fiecare* eveniment al spațiului-timp, în funcție de tensorul energie-impuls al materiei, prezent deja în relațiile dintre obiecte. Creatorul va obține un spațiu-timp curb. Procedura se regăsește în prima relație fundamentală a teoriei relativității generale, *ecuația lui Einstein*:

1. Structura spațiului-timp:

Curbura spațiului-timp este generată de tensorul energie-impuls al materiei din univers.

După acest calcul, putem spune cu adevărat că universul se luminează. Acum Creatorul poate afla distanțele reale dintre obiecte și timpii reali care se scurg, folosind metrica tocmai calculată. Între oricare două evenimente Creatorul calculează intervalul relativist Δs, care este măsura „distanțelor din spațiu-timp" și care are unitatea de ani-lumină, fiind măsurabil direct (fizic) fie cu rigla fie cu ceasul.

Creatorul poate apoi *verifica* dacă distanțele reale dintre obiecte sunt cele calculate de el, ca și timpii reali indicați de ceasuri. Pentru aceasta nu are decât să plimbe ceasuri de probă pe traiectorii alese de el la întâmplare. Întârzierea ceasurilor este dată de *timpul propriu* al ceasurilor, care se citește pe cadranul lor. Timpul propriu al ceasurilor trebuie să fie egal cu „lungimea" liniei de univers pe care o parcurge ceasul în spațiu-timp. Ajungem astfel la cea de-a *doua* relație a teoriei relativității generale, care scoate în evidență semnificația structurii de metrică a spațiului-timp:

2. Curgerea timpului:

Timpul propriu al ceasurilor se calculează direct din metrica spațiului-timp, ca fiind dat de „lungimea" parcursă de ceasuri în spațiu-timp (intervalul relativist).

Dacă Creatorul plimbă două ceasuri între aceleași puncte, dar pe traiectorii diferite, atunci indicația finală a ceasurilor pe ecranele lor va fi *diferită*, pentru că „lungimea" parcursă în spațiu-timp este diferită.

Într-un final, Creatorul trebuie să treacă testul cel mai greu. Aici el va folosi cea de-a *treia* relație a teoriei relativității generale, pentru a calcula mișcarea corpurilor lăsate libere. Ea spune că:

3. Mișcarea corpurilor:

Corpurile lăsate liber se mișcă pe geodezicile temporale ale spațiului-timp curb.

Să ne aducem însă aminte că mișcarea tuturor corpurilor din univers a fost *deja aleasă* atunci când universul a fost construit la început, pentru că atunci Creatorul a umplut tot spațiul-timp, deci toată istoria universului! Dacă construcția universului a fost corectă, mișcarea corpurilor libere care rezultă din relația de mai sus trebuie să se potrivească *precis* cu mișcarea care a fost deja aleasă. În acest fel, geodezicele corpurilor lăsate libere (calculate din metrică) trebuie să fie identice cu liniile de univers ale acestora, alese deja la începutul calculelor. Dacă nu se potrivesc, ghinion, universul nu poate exista sub forma dată, și Creatorul trebuie s-o ia de la capăt cu construcția unui alt univers.

Povestea de mai sus este doar un exemplu pentru explicarea celor *trei* ecuații fundamentale ale teoriei relativității generale. Ea scoate în evidență câteva caracteristici fundamentale ale ecuațiilor ce descriu teoria relativității generale. Una dintre caracteristici este faptul că ecuațiile sunt *recursive*, că ele se determină unele pe altele. Astfel, comportarea materiei determină curbura spațiului-timp (prin ecuația lui Einstein), iar curbura spațiului-timp la rândul ei determină comportarea materiei (prin mișcarea pe geodezice).

În practică, rezolvarea problemei unui sistem de corpuri conduce la o situație complexă, în care *două* sisteme de ecuații trebuie satisfăcute în toate *evenimentele* spațiului-timp: ecuațiile ce arată care trebuie să fie metrica spațiului-timp (ecuațiile lui Einstein) și ecuațiile care spun că mișcarea corpurilor are loc pe geodezicele temporale. Metrica spațiului-timp și liniile de univers ale materiei trebuie să se potrivească *una cu celelalte* într-o relație de recurență. Din fericire, fizicienii moderni ne spun că există o multitudine de soluții la aceste ecuații, așa că nu trebuie să ne facem griji, universul are nenumărate forme sub care poate exista.

Recapitulând exemplul nostru, vedem că cele trei relații ale teoriei relativității generale sunt satisfăcute numai de *anumite* configurații ale materiei (pe care trebuie să le căutăm). Dacă noi am fi ales ecuații diferite de cele ale lui Einstein, am fi putut foarte bine sfârși cu niște ecuații recursive care nu ar fi avut soluții, deci cu un univers care nu ar fi putut exista sub nici o formă. Într-un fel, este bine că nu ne-a pus nimeni în mână creionul Creației...

74. Aproximarea ecuației lui Einstein

În secțiunile precedente am discutat cele trei relații esențiale ale teoriei relativității generale. Am văzut astfel că ecuația lui Einstein ne spune cum se curbează spațiul-timp datorită prezenței corpurilor. Am văzut de asemenea cum se deplasează corpurile lăsate libere în acest spațiu-timp curb (pe geodezice) și care vor fi indicațiile ceasurilor pe diverse traiectorii. Știind ecuația lui Einstein, putem construi *matematic* teoria relativității generale. Desigur, calculele sunt dificile. Cu toate acestea, pentru cineva care iubește rigurozitatea matematicii și în special a geometriei, nu poate fi decât frumos.

Noi vom face în capitolul de față doar câteva astfel de calcule. Acum vom încerca să discutăm împreună o parte din previziunile lui Einstein pe care teoria relativității generale le aduce *în plus* față de mecanica newtoniană. Ne vom referi în mod special la un *corp mic de probă*, aflat sub influența unor corpuri masive. Care sunt efectele subtile prezise de teoria relativității generale?

Într-o bună aproximație, ne putem imagina că suntem în sistemul solar și rugăm un prieten să măsoare foarte precis coordonatele și timpii evenimentelor într-un sistem de referință (ct, x, y, z) în repaus față de Soare, ales după bunul lui plac. Noi luăm setul de coordonate pe care ni-l dă prietenul, așa cum este, pentru că metoda noastră funcționează pentru orice sistem de coordonate.

Apoi, folosind poziția precis măsurată a materiei în acest sistem de coordonate și ecuația lui Einstein, calculăm valorile tensorului metric g_{ij} în fiecare eveniment din spațiu și timp. După ce terminăm calculele îi spunem prietenului: „Iată aici tensorul metric corect. Ai grijă de el, deoarece cu ajutorul lui și a geometriei neeuclidiene poți prezice și confirma experimental efecte surprinzătoare".

Efectele acestea, pe care noi le putem prezice și care descriu comportarea unui corp de probă mic în apropierea unor corpuri masive (de exemplu stelele sau planetele) sunt:

1. *Mișcarea corpului de probă nu este influențată instantaneu de celelalte corpuri masive.* Ecuațiile ne spun că influența gravitației se transmite cu viteza luminii. Efectul a fost deja menționat în începutul acestui capitol, atunci când am discutat despre câmpul gravitațional. El este o consecință a faptului că nici un fel de informație nu poate circula cu o viteză mai mare decât viteza luminii și anticipează astfel prezența *undelor gravitaționale*, despre care vom vorbi în secțiunea 82.

2. *Masa inerțială a corpului de probă crește în apropierea corpurilor masive.* Efectul ne arată că inerția corpului este influențată de prezența corpurilor masive, o idee susținută de fizicianul Ernst Mach (1838-1916) chiar înainte de dezvoltarea relativității generale. Atenție, nu este vorba de forța de atracție, care este normal să crească aproape de corpurile masive, este vorba de masa

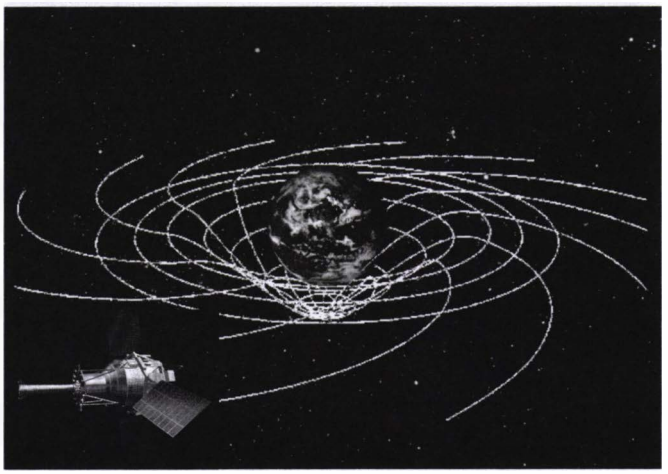

Figura 7.22: *În rotatia sa, Pământul „trage" după el spațiul curb din apropiere. În acest fel, Pământul acționează cu o forță suplimentară asupra obiectelor ce orbitează în jurul lui, în direcția rotației sale. Curbura spațiului este reprezentată în figură sub forma unui sistem de coordonate care este deformat în directia de rotație a Pământului. Efectul este prezis de teoria relativității și, pentru a fi verificat, NASA a lansat în anul 2004 satelitul Gravity Probe-B. Acesta a urmărit cu precizie mișcarea sa în jurul Pământului, în raport cu o stea îndepărtată. Efectele prezise de teoria relativității au fost confirmate cu o eroare de sub 15%, deși datele măsurate experimental încă nu au fost analizate complet până în anul 2010. Imagine reprodusă cu permisiunea autorului (James Overduin).*

inerțială m care ar fi trebuit să fie aceeași oriunde în univers conform teoriei lui Newton.

3. *Corpurile masive accelerate exercită asupra corpului de probă o forță suplimentară în sensul accelerației lor.* Este un efect direcțional, care în principiu ar putea fi folosit la detectarea undelor gravitaționale. Astfel, în exploziile stelare, mase uriașe de rămășițe stelare sunt accelerate în urma exploziei. Ele vor actiona cu o forță *suplimentară* către noi. Dar oare cum putem măsura această forță, sau mai bine spus variația ei? Este ea prea mică?

4. *În prezenta unui corp masiv care se rotește, un corp de probă este deviat, în plus, în directia rotației corpului masiv.* În teoria relativității ne putem imagina că un sistem de referință fix din jurul Pământului este efectiv „tras" de Pământ în mișcarea sa, fapt ce este astăzi testat experimental, cu ajutorul unor sateliți ce gravitează în jurul Pământului (vezi figura 7.22).

Este interesant de menționat că, în forma lor *aproximativă*, ecuațiile teoriei relativității generale sunt foarte asemănătoare ecuațiilor câmpului electromagnetic. Acesta este unul dintre motivele pentru care Einstein a crezut că poate *unifica* gravitația cu electromagnetismul. El nu a reușit însă, deși a depus un efort uriaș în ultimii ani ai vieții sale pentru a realiza unificarea.

75. Metrica Schwarzschild a spațiului-timp din jurul unei stele

La numai câteva luni după publicarea ecuației lui Einstein (cea care ne spune cum se curbează spațiul-timp în prezența materiei) fizicianul Karl Schwarzschild (1873-1916) a găsit soluția exactă a curburii spațiului-timp pentru cazul unei simetrii sferice particulare: o stea *în repaus.*

Einstein a folosit aproximații în coordonate ortogonale, însă Schwarzschild a adoptat coordonate sferice și a avut mai mult succes. El a trebuit să se lupte în același timp cu o boală autoimună, care i-a și luat viata în scurt timp.

Curbura spațiului-timp în jurul stelei este cunoscută azi sub numele de *metrica Schwarzschild* și ea descrie un spațiu static (care nu variază în timp) în afara stelei respective (vezi figura 7.23). Metrica conține principalele ingrediente pentru înțelegerea fenomenelor din jurul planetelor sau aștrilor masivi (stele, găuri negre) pe care le vom aborda în sectiunile următoare.

Cu ajutorul metricii lui Schwarzschild se poate calcula „distanța" ds infinitezimală (intervalul relativist) dintre oricare două evenimente apropiate din spațiu-timp care au loc în afara stelei. Să ne aducem aminte că, dacă cele două evenimente sunt *temporale* (adică pot fi conectate cauzal) atunci $ds = cd\tau$, unde $d\tau$ este *timpul propriu* indicat de un ceas care se mișcă între cele două evenimente pe drumul cel mai scurt (aproximativ cu viteză constantă, pentru că evenimentele se consideră apropiate). Dacă cele două evenimente sunt *spațiale*, atunci $-ds^2 = dl^2$ reprezintă chiar *lungimea proprie dl* a unei rigle care se potrivește perfect între cele două evenimente.

Metrica Schwarzschild reprezintă o soluție statică a curburii spatiului-timp în jurul unei stele sferice în repaus, calculată într-un sistem de coordonate *special ales*, care face mai usoară identificarea corectă a evenimentelor din spatiu-timp. Parametrii metricii nu depind de timp, ci doar de spațiu. Aceasta înseamnă că spațiul nu este dinamic, iar metrica lui $g_{\mu\nu}$ rămâne aceeași de la începutul universului până la sfârșit (în sistemul special de coordonate ales).

Metrica Schwarzschild se separă într-o componentă temporală și una spatială, ceea ce înseamnă că atât timpul, cât și spațiul însuși sunt curbe, însă au o formă mai simplă. Să încercăm să vizualizăm și noi rezultatele, concentrându-ne pentru început asupra *spațiului curb* din jurul stelei, care își păstrează deci aceeași curbură în timp. Pentru simplitate, ne vom restrânge la *planul ecuatorial* al stelei.

În mod normal, așa cum a fost detaliat în secțiunea 70, avem nevoie de metrica precisă g_{ij} atașată sistemului de coordonate ales special de Schwarzschild, pentru a spune cu exactitate care sunt distanțele reale între punctele spațiului sau timpul propriu trecut pe ecranul ceasurilor. Acum însă, vrem să reprezentăm curbura spațiului (si mai târziu a timpului) pe foaia de hârtie plată a acestei lucrări, foaie ce *trebuie văzută mereu ca un fundal.* Prin comparația cu pagina plată pe care e făcut desenul, vrem

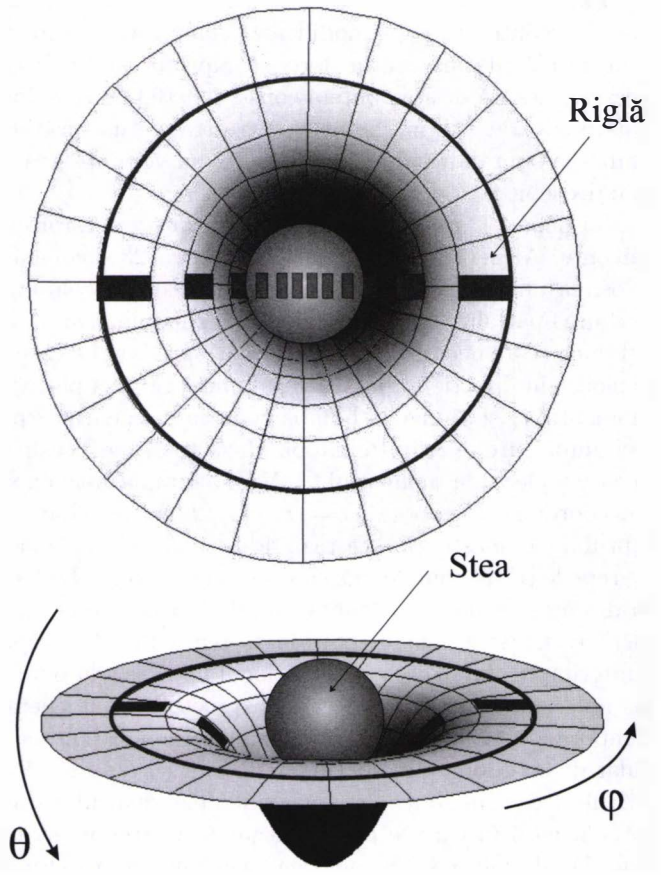

Figura 7.23: *Curbura spațiului curb din planul ecuatorial al unei stele. Sus: O hartă plată a planului ecuatorial, reprezentat în coordonate sferice (steaua este în centru). Lungimea unei rigle scade pe măsură ce ea se apropie radial de centru (rigla se contractă). Dacă ar fi să măsurăm diametrul unui cerc din jurul stelei, am avea nevoie de mai multe rigle puse una lângă alta decât ne-am aștepta. Jos: o altă reprezentare a aceleiași situații. Planul ecuatorial este reprezentat de o suprafață curbă cu aceeași metrică. Pe suprafață rigla nu se contractă, lungimea ei este aceeași, deși ea se poate deforma. Și aici este nevoie de mai multe rigle pentru a acoperi diametrul cercului pentru că „gaura" suprafeței cere mai multe rigle. Atenție însă, această suprafață este tot reprezentarea metricii din planul ecuatorial, chiar dacă suprafața este reprezentată sub stea...*

să reproducem elementele esențiale ale curburii spațiului sau timpului fără a detalia sistemul special de coordonate ales de Schwarzschild și metrica g_{ij} atașată lui.

De exemplu, pentru a vizualiza spațiul curb în planul ecuatorial al stelei putem folosi două metode (vezi figura 7.23). Prima metodă constă în a desena o hartă plată a planului ecuatorial, asemănător hărții plate a Pământului (partea de sus a Figurii 7.23). Pe hartă sunt desenate explicit câteva rigle identice, așezate radial. După cum vedem, riglele se contractă pe măsură ce ele sunt mai aproape de stea.

Schița modelează într-un mod simplu un rezultat surprinzător al metricii Schwarzschild, cel care spune că spațiul se *dilată* în jurul stelei, că încape mai mult în el decât ne așteptam să încapă înainte. Pe harta plată din figura 7.23 vedem cum o riglă se *contractă* pe măsură ce se apropie radial de stea, ceea ce înseamnă că ne trebuie mai multe rigle ca să completăm diametrul stelei decât ne așteptam!

Consecința contracției riglei așezate radial în apropierea stelei este interesantă. Astfel, putem estima la început diametrul unei orbite circulare pentru o planetă ce orbitează circular în jurul stelei. Estimarea o facem de la depărtare de stea. Apoi însă, ne putem apropia de stea și măsura efectiv diametrul orbitei, punând rigle una lângă alta. Spre surpriza noastră, vom vedea cum avem nevoie de mai multe rigle decât ne așteptam. Nu este de mirare, deoarece riglele se vor contracta în direcția radială.

Putem face și un alt experiment interesant și anume să măsurăm raportul dintre *circumferința* orbitei circulare și *diametrul* său. În mod normal ar trebui să obținem π, însă acum vom obține o valoare mai mică! Astfel, pentru că riglele se contractă numai *radial*, nu și tangențial, circumferința cercului rămâne neschimbată. Acum însă avem nevoie de mai multe rigle ca să umplem diametrul, iar raportul dintre circumferință și diametru va fi mai mic decât π. Cu alte cuvinte, valoarea lui π este o caracteristică a cercului în spațiul euclidian, care nu mai este aplicabilă în jurul stelei.

O a doua metodă de vizualizare a spațiului curb din jurul stelei este mai răspândită. Ea presupune construirea unei *suprafețe curbe* în spațiul euclidian tridimensional, suprafață care are (în spațiul tridimensional unde este desenată) o curbură *identică* cu cea a planului ecuatorial al stelei (vezi schița de jos a figurii 7.23). Suprafața curbă *nu* mai este acum plată, deoarece ea este scufundată în spațiul tridimensional euclidian. Rezultatul este acea poză cunoscută, cu o plasă ca o pânză de păianjen care are în centrul ei o „groapă".

În acest al doilea caz nu mai avem nevoie sa explicităm forma etaloanelor de lungime (a riglelor) în apropierea stelei, căci ne imaginăm că etaloanele sunt aceleași din spațiul tridimensional în care este scufundată suprafața. Riglele nu se mai contractă sau dilată, ci doar se îndoaie puțin pentru a urmări curbura suprafeței. Lungimile lor sunt aceleași și, dacă rigla este foarte mică, ea va rămâne aproape dreaptă pe porțiuni locale.

Astfel putem calcula de exemplu distanța parcursă de un obiect pe suprafața curbă cu ajutorul teoremei lui Pitagora în spațiul *tridimensional* în care suprafața este scufundată. Nu mai avem nevoie de metrica g_{ij}, căci ea a fost inclusă în construcția suprafeței curbe. Riglele nu se mai contractă ci doar se îndoaie pentru ca să urmărească suprafața. Nu avem decât să întindem ațe pe suprafața curbă, ca niște adevărați croitori, ca să măsurăm diametrul ei, adâncimea „gropii", sau orice altceva din spațiul nostru tridimensional din care privim. Și, după cum un croitor vede că are nevoie de *mai mult* material pentru a construi această suprafață curbă, tot așa putem vedea și noi că încap mai multe rigle în groapă decât dacă ea n-ar fi fost acolo. Cineva care *știe* că rămâne în planul ecuatorial al stelei nu poate deduce decât că riglele se contractă.

Imaginea precedentă este de obicei îmbunătățită, punând steaua *deasupra* plasei ce reprezintă suprafața curbă, așa cum am exemplificat și noi în figura 7.23. Desigur, este frumos, însă se poate crea falsa impresie că spațiul curb

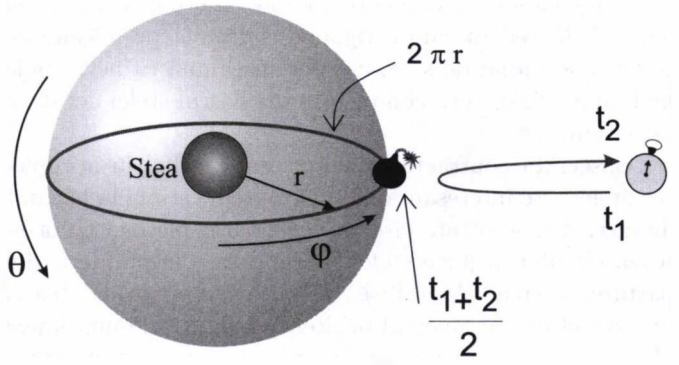

Figura 7.24: *În figură am reprezentat metoda de atribuire a coordonatelor (t, r, θ, ϕ) unui eveniment oarecare (explozia unei bombe în cazul de față). Coordonatele θ, ϕ le atribuim în modul obișnuit, datorită simetriei sferice. Coordonata r o atribuim măsurând circumferința L a unui cerc în jurul stelei care trece prin locul unde se află bomba și alegând $r = L/(2\pi)$. Pentru coordonata de timp alegem mai întâi un ceas aflat la depărtare de stea, care este în aceeași direcție radială ca și bomba. Trimitem apoi o rază de lumină care pleacă la timpul t_1 de la ceas, ajunge la bombă și se reflectă de bombă exact la momentul exploziei sale. Raza se întoarce la ceas în momentul t_2. Momentului exploziei bombei îi vom atribui coordonata temporală $t = (t_1 + t_2)/2$.*

este scufundat în chiar spațiul tridimensional al stelei, ceea ce *nu* este cazul! De aceea trebuie să ne amintim mereu că această imagine este numai o reprezentare a *planului ecuatorial* al stelei. Cu alte cuvinte, obiectele rămân mereu în planul ecuatorial, chiar dacă imaginea sugerează că ele s-ar deplasa pe undeva pe sub stea.

Până acum am considerat numai curbura spațiului în jurul stelei. Să discutăm mai departe curbura *spațiului-timp*. Pentru aceasta, trebuie să definim mai întâi sistemul de coordonate în care prezentăm curbura. Așa cum este exemplificat în figura 7.24, vom face următoarele alegeri. Pentru început, așezăm steaua de masă M în centrul sistemului de coordonate. Apoi, recunoscând simetria sferică, prezentă chiar și atunci când spațiul-timp este curb, vom atașa fiecărui eveniment spațio-temporal din jurul stelei patru numere reale (t, r, θ, ϕ).

Pentru un singur eveniment (exemplificat cu explozia unei bombe în figura 7.24), ne imaginăm că desenăm o sferă în jurul stelei, sferă care trece prin poziția evenimentului. Pe sferă construim mai întâi coordonatele sferice θ, ϕ. Apoi, luăm un metru și măsurăm efectiv aria sferei ca fiind A, după care atribuim tuturor punctelor de pe sferă coordonata radială $r = \sqrt{A/(4\pi)}$ (în figura 7.24 este prezentat un procedeu similar, în care măsurăm circumferința unui cerc în jurul stelei). Rezultatul este, datorită simetriei sferice, identic cu cel prezentat în secțiunea 69 și figura 7.11, atenție însă, doar pe suprafața sferei!

Astfel, am putea crede că r este raza sferei, însă ne-am înșela. Așa cum este detaliat în partea de jos a figurii 7.23, datorită geometriei curbe, un plan ecuatorial în jurul stelei nu mai are o geometrie plată, ci este curb! De aceea diametrul sferei va fi mai mare decât $2r$. În acest fel, o riglă apare contractată dacă este plasată în direcția radială și necontractată (nemodificată) dacă este în direcția tangențială (deoarece aria sferei se exprimă cu $4\pi r^2$). La fiecare distanță de stea putem construi astfel de sfere imaginare și, atâta timp cât ne vom restrânge măsurătorile numai la suprafața unei singure sfere, nu vom observa nimic deosebit față de sfera obișnuită.

Mai departe, atribuim momente de timp t acestor evenimente. Alegerea este detaliată în figura 7.23 și constă în folosirea unui ceas la mare depărtare de stea, acolo unde curbura spațiului-timp se consideră neglijabilă. Din punctul unde se află ceasul trimitem o rază spre bomba care va exploda, în direcție radială. Presupunem că raza pleacă la momentul t_1 și ajunge la bombă chiar în momentul exploziei, după care se reflectă înapoi. Raza va atinge ceasul de la care a plecat la momentul t_2. Vom atribui atunci exploziei coordonata temporală $t = (t_1+t_2)/2$. Aceasta datorită faptului că ne așteptăm ca raza de lumină să circule la fel de repede pe drumul de dus ca și pe cel de întors. La fel ca în discuția despre coordonata radială, nu ne așteptăm ca alegerea noastră pentru coordonata temporala t să reprezinte timpul care trece efectiv în locul unde se află bomba. Ea reprezintă pentru început doar o metodă de etichetare temporală a evenimentelor, o alegere a unui sistem particular de coordonate în spațiu-timp.

După ce am *etichetat* evenimentele spațiului-timp, într-un mod în care le putem recunoaște, trebuie să trecem la al doilea pas: metrica spațiului-timp. Ea ne spune care este „distanța" reală ds dintre evenimentele spațiului-timp, intervalul relativist. Există în principiu două metode: una geometrică, care ne ajută să vizualizăm ce s-ar putea întâmpla și una riguroasă matematic, cu ajutorul căreia facem calculele. Să începem, pentru ușurință, cu prima.

Așa cum am amintit, în jurul unei stele nu numai spațiul se curbează, ci întreg *spațiul-timp*. Vizualizarea acestei curburi este mai dificilă, însă dorim să încercăm, pentru a reproduce parțial nu numai dilatarea spațiului, așa cum am văzut până acum, dar și un efect similar ce are loc asupra timpului. În figura 7.25 facem o încercare.

Axa orizontală reprezintă spațiul, cea verticală timpul, iar steaua se află în *originea* sistemului de coordonate ale spațiului (linia sa de univers este chiar axa verticală ct). „Plasa" din figură reprezintă sistemul de coordonate (r, t) ales, unde r este coordonata radială, iar t timpul. Liniile orizontale reprezintă o mulțime de evenimente care au loc la același moment de timp t al sistemului de coordonate, iar cele verticale o mulțime de evenimente în aceleași puncte din spațiu ale sistemului de coordonate r (reprezentăm doar secțiunea spatiului în direcția radială). Curbura spațiului-timp este sugerată de deformarea „plasei", iar primul lucru pe care trebuie să-l facem este să „descifrăm" o astfel de reprezentare.

Astfel, „plasa" spațiului-timp din figura 7.25 trebuie privită mereu *față de spațiul euclidian* în care ea este desenată (pagina aceasta de carte, reprezentată în figură cu o rețea rectangulară de culoare gri). Spațiul euclidian ne indică măsura *reală* a intervalului relativist, dacă presupunem că fiecare centrimetru de pe suprafața euclidiană reprezintă precis un an-lumină al intervalului relativist. Să ne aducem aminte că intervalul relativist se măsoară fie cu

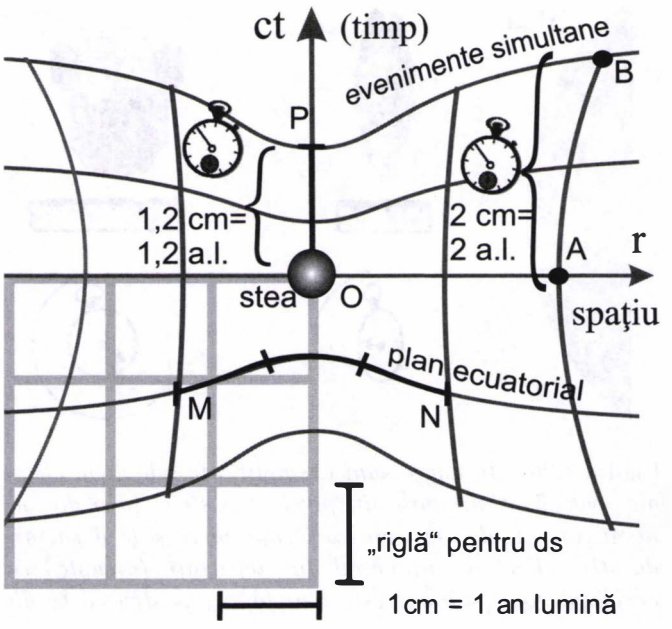

Figura 7.25: *„Plasa" din figură schițează nu numai curbura spațiului din jurul unui stele masive, dar și a timpului. Steaua este așezată în centrul sistemului de coordonate spațial, iar linia lui de univers este chiar axa verticală a sistemului de coordonate. Figura modelează contracția riglelor așezate radial față de stea, pentru că acum ochiurile plasei sunt alungite aproape de centrul sistemului de coordonate și încap mai multe rigle în direcția radială (vezi punctele M și N, între care sunt 3 ani-lumină). Figura modelează și încetinirea ceasurilor, deoarece ochiurile plasei sunt apropiate în direcția verticală și între două ochiuri verticale „distanța" (timpul propriu) s-a redus (vezi evenimentele O și P între care sunt 1,2 ani). De observat că evenimentele P și B sunt considerate simultate în acest desen. Detalii în text.*

o riglă (pentru intervalele spațiale), fie cu un ceas (pentru cele temporale).

În sistemul nostru de coordonate (departe de stea) toate evenimentele de pe o linie orizontală sunt *simultane* și se află pe o direcție radială din planul *ecuatorial* al stelei. Deoarece liniilw orizontale sunt curbate, suprafața ecuatorială este curbă.

Astfel, observăm în figura 7.25 cum liniile orizontale se curbează în apropierea stelei într-un mod similar părții de jos a figurii 7.23. După cum vedem, spațiul este curb în apropierea stelei, iar liniile orizontale devin mai lungi în apropierea stelei. Ca și în figura 7.23 interpretăm acest lucru ca pe o *dilatare* a spațiului. De unde, în direcția radială, ne așteptam să avem doi ani-lumină între punctele M și N (măsurând cu o linie dreaptă doi centimetri între ele pe figură), vom măsura efectiv cu rigla trei ani-lumină (pentru că trebuie să măsurăm de-a lungul liniilor curbe orizontale). Cum liniile orizontale reprezintă direcții radiale, înseamnă că încap mai multe rigle în direcția radială a stelei, deci spațiul s-a dilatat, ca și în figura 7.23.

Figura 7.25 modelează și un efect suplimentar asupra timpului. Astfel, liniile orizontale reprezintă evenimente care au loc *la același moment de timp* pentru un observator îndepărtat. Pentru acesta, evenimentul P este *simultan* cu evenimentul B. Cum între evenimentele A și B trec doi ani (doi centimetri pe hârtie), observatorul îndepărtat se așteaptă ca tot doi ani sa treacă și între evenimentele O și P. Ne putem întreba, dacă punem un ceas în O, cât timp trece efectiv pe cadranul său (timpul propriu) până când ceasul „trăiește" evenimentul P?

Privind figura 7.25, vedem că între O și P sunt aproximativ 1,2 centimetri. Timpul propriu citit pe ecranul ceasului în repaus va fi atunci de 1,2 ani! Aceasta deși pentru noi, de la depărtare, evenimentul P este simultan evenimentului B, evenimentul O evenimentului A, și deci ne așteptam să treacă doi ani... În acest caz avem de-a face cu o *întârziere* a ceasurilor din apropierea stelei. Aici vedem efectiv că ceasurile „bat" mai încet. Avem atunci un efect similar ceasurilor în mișcare, pentru că și ele „bat" mai încet față de ceasurile în repaus. Teoria relativității generale ne spune că același lucru se întâmplă pentru ceasurile ce se află în apropierea câmpurilor graviționale intense (reprezentate de o stea în cazul nostru).

Modele ca cel din figura 7.25 ne ajută să „vedem" mai ușor ce se întâmplă în jurul corpurilor masive. În aceste reprezentări, trebuie să ne imaginăm mereu structura „plasei" față de spațiul euclidian al paginii de carte pe care este desenată. „Plasa" vizualizează sistemul de coordonate ales (evenimentele simultane de exemplu), iar spațiul euclidian este un ajutor vizual pentru a ghici valorile reale ale intervalului relativist (timpii proprii sau distanțele reale) pe care am ales să le măsurăm în ani-lumină.

Tot ce avem de făcut este să măsurăm cu centimetrul pe desenul paginii de carte distanțele în centimetri, între diversele ochiuri ale plasei: distanțele reprezintă fie timpul propriu al unui ceas exprimat în ani, fie lungimea unei rigle în sistemul propriu de referință, exprimată în ani-lumină. De aceea, curbura „plasei" față de spațiul euclidian scoate în evidență elementele de bază ale metricii curburii spațiului-timp. Cu toate acestea, un model ca cel de mai sus rămâne limitat și ne dă doar câteva elemente ale curburii.

Pentru a face calcule, trebuie să ne îndepărtăm de aceste modele și să ne imaginăm doar „plasa" care reprezintă sistemul de coordinate ales la început. Aici trebuie să venim și cu o funcție matematică ajutătoare asociată aceste „plase", metrica spațiului-timp $g_{\mu\nu}$, care este definită în fiecare dintre ochiurile sale.

De exemplu, în cazul figurii 7.24, să alegem două evenimente apropiate A și B care au coordonatele spațio-temporale $(t_1, r_1, \theta_1, \phi_1)$ și $(t_2, r_2, \theta_2, \phi_2)$. Vom nota cu $r = (r_1 + r_2)/2 \approx r_1 \approx r_2$ coordonata radială aproximativă a celor două evenimente. Diferențele coordonatelor celor două evenimente le vom scrie ca $dt = t_1 - t_2$, $dr = r_1 - r_2$, $d\theta = \theta_1 - \theta_2$ și $d\phi = \phi_1 - \phi_2$. *Metrica Schwarzschild* ne spune atunci că „distanța" reală ds dintre cele două evenimente în spațiu-timp (intervalul relativist) are forma:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_0}{r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - r_0/r} - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2\theta d\phi^2$$

Mai sus $r_0 = 2GM/c^2$ poartă denumirea de rază *critică* a stelei. G este constanta gravitațională a lui Newton, iar M masa stelei. În mod normal, raza critică r_0 este mult

mai mică decât raza efectivă a stelei. Pentru Soare, raza critică este de aproximativ trei kilometri.

Prin comparație cu formula generală a metricii din secțiunea 70, vom identifica elementele metricii Schwarzschild ca fiind

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 - r_0/r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(1 - r_0/r)^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r^2 \sin^2\theta \end{pmatrix}$$

Aici indicii $\mu, \nu = (0, 1, 2, 3)$ reprezintă coordonatele (t, r, θ, ϕ), iar elementele nediagonale ale metricii sunt nule ($g_{\mu\nu} = 0$ pentru $\mu \neq \nu$).

Pentru mase mici ale stelei ($M \to 0$), sau distanțe mari de la stea ($r \gg r_0$), metrica găsită de Schwarzschild se reduce la metrica minkowskiană, aceea a teoriei relativității restrânse (vezi secțiunea 60), exprimată însă în coordonate sferice: $g_{00} = 1$, $g_{11} = -1$, $g_{22} = -r^2$ și $g_{33} = -r^2 \sin^2\theta$ (metrica sferei am introdus-o în secțiunea 70).

În apropierea stelei, două efecte suplimentare ies în evidență: *dilatarea timpului* și *contracția riglelor* așezate pe direcția radială. Astfel, să considerăm că evenimentele A și B se desfășoară in *același* loc din spațiu (identificat prin coordonata radială r), dar au coordonate temporale t_1 și t_2 diferite. Timpul propriu $\delta\tau$ între cele două evenimente, care se scurge efectiv pe cadranul unui ceas care se află acolo va fi, conform metricii Schwarzschild:

$$\delta\tau = \frac{\Delta s}{c} = \Delta t \sqrt{1 - \frac{2GM}{rc^2}}$$

Timpul $\delta\tau$ indicat pe cadranul ceasului este mai mic decât timpul $\Delta t = t_1 - t_2$ din sistemul nostru de referință (măsurat cu ceasul din depărtare, vezi figura 7.24). Vedem că bataia ceasului a fost *încetinită* de prezența câmpului gravitațional al stelei.

Al doilea efect în soluția lui Schwarzschild este *contracția riglelor* (etaloanele de măsură a spațiului) pe o direcție radială în apropierea stelei. Astfel, să alegem cele două evenimente A și B având loc la același coordonată temporală t (pentru observatorul de la distanță din figura 7.24 ele vor fi simultate), dar aflate la coordonate radiale $r_1 \neq r_2$ diferite și pe aceeași direcție radială față de stea ($d\theta = d\phi = 0$). Notând cu $\Delta r = r_1 - r_2$ și cu r coordonata radială medie, obținem din formula de mai sus distanța Δl dintre pozițiile celor două evenimente, măsurată cu o riglă:

$$\Delta l = \frac{\Delta r}{\sqrt{1 - 2GM/(rc^2)}}$$

Distanța Δl este mai mare decât Δr. Cumva, spațiul în apropierea stelei se dilată, și acolo încape mai mult spațiu. Lucrul acesta a fost reprezentat în figura 7.23, unde vedem că putem așeza mai multe etaloane de măsură a distanței în direcția radială decât de-a lungul circumerinței unui cerc în jurul stelei. În acest fel, intră mai multe etaloane de măsură în direcția radială, pentru că ele sunt contractate și se înghesuie mai bine.

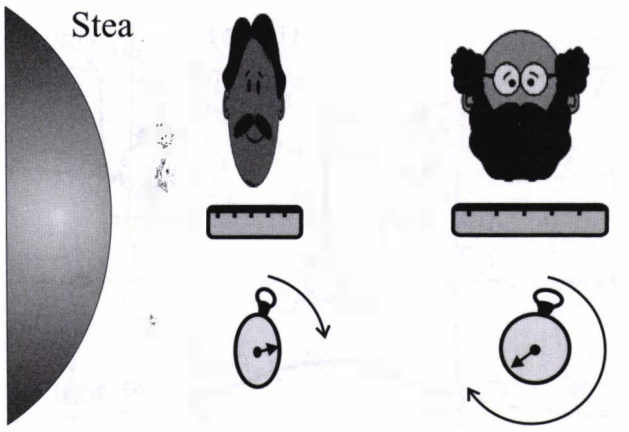

Figura 7.26: *În figură sunt exemplificate cele două efecte ale spațiului-timp curb din jurul unei stele, prin doi gemeni care au ales să trăiască în apropiere și la depărtare de stea. Față de geamănul din depărtare (dreapta) cel de lângă stea (stânga) este mai tânăr, pentru că bătaia ceasurilor sale interne încetinește. În același timp, pentru geamănul din dreapta, cel din stânga este „turtit" în direcție radială, lucru pe care fratele lui din stânga nu îl va observa imediat, pentru că toate lucrurile vor fi „turtite" pe lângă el în același mod.*

Dacă în loc de distanțe radiale ne-am restrange măsurătorile pe suprafața unei singure sfere în jurul sferei, aflată la coordonata radială r, nu vom observa nici o contracție a etaloanelor, deci vom găsi metrica obișnuită a sferei $dl^2 = d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta d\phi^2$, prezentată în secțiunea 69. Desigur, lucrul acesta este adevărat tocmai pentru că am ales coordonata radială r în așa fel încât ca ea să fie dată de aria sferei. Contracția etaloanelor de măsură are loc doar în direcția radială.

După cum vedem, metrica Schwarzschild are o particularitate interesantă când un corp este la distanța $r_0 = 2GM/c^2$ față de stea, deoarece atunci termenul de mai sus devine infinit! Să remarcăm că valoarea lui r_0 nu depinde de raza stelei ci doar de masa ei M. Știind masa stelei, putem calcula valoarea acestei raze r_0, care se numește *rază critică*.

Pentru Soare, raza critică r_0 are valoarea de 3km. Cum însă modelul lui Schwarzschild trebuie folosit doar *în afara* stelei și nu în interiorul ei, raza critică nu pune nici o problemă. Astfel, în interiorul stelei (acolo unde putem atinge r_0) trebuie să folosim un alt model, care este lipsit de divergențe.

Ce ne facem însă dacă raza stelei este mult mai *mică* decât r_0? Să zicem că luăm Soarele și îl comprimăm într-un metru cub. Atunci, desigur, putem atinge din afara Soarelui raza critică r_0, deoarece ea este de 3 km. Ce se va întâmpla? Ei bine, în acest caz avem de-a face cu o *gaură neagră*. Despre acestea însă, în secțiunea 84.

Până atunci, vom prezenta în sfârșitul acestei secțiuni deducția completă a metricii Schwarzschild, pentru cei interesați. Exercițiul este destul de complex, însă el ne permite să vedem direct cum folosesc fizicienii ecuațiile lui Einstein (vezi secțiunea 72) pentru calculul curburii

spațiului-timp. În secțiunile următoare vom folosi rezultate ale acestui calcul pentru a estima mișcarea planetelor și traiectoria razelor de lumină din apropierea Soarelui.

Calcul: ***Deducerea metricii Schwarzschild***

Să considerăm o singură stea de masă M aflată în centrul sistemului de coordonate și să încercăm să determinăm *metrica Schwarzschild* într-o zonă din jurul stelei, dar în afara ei (nu în interior). Pentru început alegem un sistem de coordonate pentru evenimentele din spațiu-timp (t, r, θ, ϕ), după procedura prezentată în text și exemplificată în figura 7.24.

Cu această alegere a sistemului de coordonate vom scrie acum o formă *generală* a metricii spațiului-timp ca fiind:

$$ds^2 = e^{2a(r)}c^2dt^2 - e^{2b(r)}dr^2 - r^2d\theta^2 - r^2\sin^2\theta d\phi^2$$

În relația de mai sus ds reprezintă *intervalul relativist* între două evenimente A și B infinitezimal apropiate („distanța" dintre ele în spațiu-timp, ce poate fi măsurată cu o riglă sau cu un ceas). Diferențele între coordonatele de timp și poziție ale celor două evenimente A și B au fost notate cu dt, dr, $d\theta$, $d\phi$, așa cum a fost discutat detaliat în text.

Dacă un ceas poate ajunge pe o geodezică de la un eveniment la altul pe drumul cel mai scurt (geodezică temporală), atunci $ds = c\delta\tau$, unde $\delta\tau$ este timpul citit pe ecranul ceasului.

În continuare, vom identifica elementele metricii g_{ij} comparând relația precedentă cu forma

$$ds^2 = g_{00}c^2dt^2 + g_{11}dr^2 + g_{22}d\theta^2 + g_{33}d\phi^2$$

Aici indicii $(0, 1, 2, 3)$ identifică coordonatele (t, r, θ, ϕ). Vedem că forma cu care am început mai devreme conține deja câteva simplificări, având de exemplu numai elemente diagonale:

$$g_{ij}(t, r, \theta, \phi) = \begin{pmatrix} e^{2a(r)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -e^{2b(r)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r^2\sin^2\theta \end{pmatrix}$$

Termenii $g_{22} = -r^2$ și $g_{33} = -r^2\sin^2\theta$ sunt neschimbați față de metrica minkowskiană (vezi secțiunea secțiunea 69), ceea ce înseamă că punctele ce se află pe sfera de coordonată r vor forma într-adevăr o arie egală cu $4\pi r^2$. Atunci când valorile metricii $g_{00} = e^{2a(r)}$ și $g_{11} = -e^{2b(r)}$ vor deveni $g_{00} = 1$ și $g_{11} = -1$, vom recupera metrica minkowskiană în coordonate sferice, lucru ce se va intîmpla pentru masa nulă $M = 0$ a stelei.

Toate cele patru valori nenule ale metricii g_{00}, g_{11}, g_{22}, g_{33} au numai o dependență de coordonata radială r dar nu de timp, pentru că ne așteptăm ca situația să fie statică. Mai mult, valorile $g_{00} = g_{00}(r)$ și $g_{11} = g_{11}(r)$ nu depind nici de θ sau ϕ datorită simetriei sferice.

Întregul exercițiu se reduce la aflarea funcțiilor $g_{00} = e^{2a(r)}$ și $g_{11} = -e^{2b(r)}$.

Pentru aceasta, să observăm că în afara stelei nu se află materie, și deci tensorul energie-impuls este nul $T_{ij} = 0$. Atunci, ecuația lui Einstein (vezi secțiunea 72) ne spune că tensorul Ricci de curbură în regiunile din afara stelei va fi de asemenea nul:

$$R_{ij} = 0$$

Trebuie acum să explicităm termenii lui $R_{\mu\nu} = R_{\mu\nu}(t, r, \theta, \phi)$ care depinde, atenție, de coordonata temporală t și cele spațiale r, θ, ϕ. Pentru aceasta însă, trebuie să scriem mai întâi simbolurile Christoffel Γ^l_{ik} din secțiunea 71.

$$\Gamma^l_{ik} = \sum_{m=0}^{3} \frac{g^{lm}}{2}\left(\frac{\partial g_{im}}{\partial x^k} + \frac{\partial g_{mk}}{\partial x^i} - \frac{\partial g_{ik}}{\partial x^m}\right)$$

Cele patru coordonate sunt $x^0 = ct$, $x^1 = r$, $x^2 = \theta$, $x^3 = \phi$. Matricea g^{lm} este inversa matricii g_{lm}. Cum aceasta din urmă este diagonală, avem direct $g^{00} = e^{-2a(r)}$, $g^{11} = -e^{-2b(r)}$, $g^{22} = -1/r^2$, $g^{33} = -1/(r^2\sin^2\theta)$, restul elementelor fiind nule.

Putem acum înlocui în relația pentru simbolurile Christoffel. Pentru început să profităm de forma diagonală a matricii g^{lm} pentru a scrie:

$$\Gamma^l_{ik} = \frac{g^{ll}}{2}\left(\frac{\partial g_{il}}{\partial x^k} + \frac{\partial g_{lk}}{\partial x^i} - \frac{\partial g_{ik}}{\partial x^l}\right)$$

În relația de mai sus a dispărut suma și în locul termenului g^{lm} avem numai elementul diagonal g^{ll}, iar în rest am făcut înlocuirea $m = l$.

Mai departe, remarcăm că avem numai dependență de $x^1 = r$ a celor mai mulți termeni și doar o singură dependență de $x^2 = \theta$ a termenului g_{33}. De aceea, dintre cele 27 de elemente Γ^l_{ik} multe vor fi nule. Avem, de exemplu, primul element nenul:

$$\Gamma^0_{01} = \frac{g^{00}}{2}\left(\frac{\partial g_{00}}{\partial x^1} + \frac{\partial g_{01}}{\partial x^0} - \frac{\partial g_{01}}{\partial x^0}\right) = \frac{g^{00}}{2}\left(\frac{\partial g_{00}}{\partial x^1}\right) =$$
$$= \frac{e^{-2a(r)}}{2}\left(e^{2a(r)}2\frac{\partial a(r)}{\partial r}\right) = a'(r)$$

Aici prin $a'(r)$ am desemnat derivata funcției $a(r)$ față de variabila r. Un alt element este

$$\Gamma^1_{33} = \frac{g^{11}}{2}\left(\frac{\partial g_{31}}{\partial x^3} + \frac{\partial g_{13}}{\partial x^3} - \frac{\partial g_{33}}{\partial x^1}\right) = \frac{g^{11}}{2}\left(-\frac{\partial g_{33}}{\partial x^1}\right) =$$
$$= \frac{-e^{-2b(r)}}{2}\left(2r\sin^2\theta\right) = -re^{-2b(r)}\sin^2\theta$$

Calculul precedent trebuie să-l efectuăm pentru toate celelalte elemente nenule Γ^l_{ik}, urmărind aceeași procedură. Rezultatele vor fi:

$$\Gamma^1_{00} = a'e^{2(a-b)}; \quad \Gamma^1_{11} = b'; \quad \Gamma^1_{22} = -re^{-2b}; \quad \Gamma^3_{13} = \frac{1}{r};$$
$$\Gamma^2_{12} = \frac{1}{r}; \quad \Gamma^2_{33} = -\sin\theta\cos\theta; \quad \Gamma^3_{23} = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}; \qquad (1)$$

Cunoscând acum simbolurile Christoffel (la care mai adăugăm relatiile $\Gamma^k_{ij} = \Gamma^k_{ji}$ ce se pot verifica direct), putem calcula tensorii Ricci de curbură R_{ij} conform relației prezentate în secțiunea 72:

$$R_{\mu\nu} = \frac{\partial\Gamma^\rho_{\mu\rho}}{\partial x^\nu} - \frac{\partial\Gamma^\rho_{\mu\nu}}{\partial x^\rho} + \Gamma^\lambda_{\mu\rho}\Gamma^\rho_{\lambda\nu} - \Gamma^\lambda_{\mu\nu}\Gamma^\rho_{\lambda\rho}$$

În suma de mai sus avem convenția lui Einstein, care spune că trebuie să insumăm după indicii care se repetă (și care sunt ρ și λ). Să calculăm de exemplu R_{11}. Avem

$$R_{11} = \sum_\rho \left(\frac{\partial\Gamma^\rho_{1\rho}}{\partial x^1} - \frac{\partial\Gamma^\rho_{11}}{\partial x^\rho}\right) + \sum_{\rho\lambda}\left(\Gamma^\lambda_{1\rho}\Gamma^\rho_{\lambda 1} - \Gamma^\lambda_{11}\Gamma^\rho_{\lambda\rho}\right)$$

Folosind doar termenii nenuli enumerați mai devreme, avem:

$$\begin{aligned} R_{11} &= \frac{\partial\Gamma^0_{10}}{\partial x^1} + \cancel{\frac{\partial\Gamma^1_{11}}{\partial x^1}} + \frac{\partial\Gamma^2_{12}}{\partial x^1} + \frac{\partial\Gamma^3_{13}}{\partial x^1} - \cancel{\frac{\partial\Gamma^1_{11}}{\partial x^1}} \\ &+ \Gamma^0_{10}\Gamma^0_{01} + \cancel{\Gamma^1_{11}\Gamma^1_{11}} + \Gamma^2_{12}\Gamma^2_{21} + \Gamma^3_{13}\Gamma^3_{31} \\ &- \Gamma^1_{11}\Gamma^0_{10} - \cancel{\Gamma^1_{11}\Gamma^1_{11}} - \Gamma^1_{11}\Gamma^2_{12} - \Gamma^1_{11}\Gamma^3_{13} \\ &= a'' - \frac{1}{r^2} - \frac{1}{r^2} + (a')^2 + \frac{1}{r^2} + \frac{1}{r^2} - a'b' - \frac{b'}{r} - \frac{b'}{r} \\ &= a'' + (a')^2 - a'b' - \frac{2b'}{r} \end{aligned}$$

Aici am notat cu $a'' = d^2a(r)/dr^2$ a doua derivată în raport cu r. În același mod trebuie să efectuăm calculul și pentru ceilalți termeni. Din fericire vom observa la sfârșit că doar termenii diagonali ai tensorului R_{ij} rămân nenuli:

$$\begin{aligned} R_{00} &= -e^{2(a-b)}\left(a'' + (a')^2 - a'b' + \frac{2a'}{r}\right) \\ R_{22} &= e^{-2b}\left[1 + r(a' - b')\right] - 1 \\ R_{33} &= e^{-2b}\sin^2\theta\left[1 + r(a' - b')\right] - \sin^2\theta \end{aligned}$$

Așa cum am menționat mai devreme, ecuația lui Einstein ne spune că toate componentele R_{ij} trebuie să fie nule în afara sferei. Componenta R_{33} se scrie ca $R_{33} = R_{22}\sin^2\theta$, deci ne rămân doar celelalte trei componente $R_{00} = R_{11} = R_{22} = 0$:

$$\begin{aligned} a'' + (a')^2 - a'b' + \frac{2a'}{r} &= 0 \\ a'' + (a')^2 - a'b' - \frac{2b'}{r} &= 0 \\ e^{-2b}\left[1 + r(a' - b')\right] - 1 &= 0 \end{aligned}$$

Din primele două ecuații obținem $a' = -b'$, și deci $a(r) = -b(r) + C$, unde C este o constantă. Deoarece însă $a(r)$ și $b(r)$ trebuie să tindă la zero când $r \to \infty$ (pentru a recupera metrica minkowskiană la distanțe mari), avem $C = 0$ și deci $a(r) = -b(r)$. Înlocuind în a treia ecuație de mai sus avem:

$$e^{2a}\left[1 + 2ra'\right] = 1$$

Folosind $(e^{2a})' = e^{2a}2a'$, vom rescrie ecuația precedentă ca $e^{2a} + r(e^{2a})' = 1$. Soluția acesteia este forma următoare, care se verifică direct prin diferențiere:

$$\boxed{e^{2a(r)} = 1 - \frac{r_0}{r}}; \qquad r(e^{2a})' = r\left(\frac{r_0}{r^2}\right) = 1 - e^{2a(r)}$$

unde r_0 este o constantă de integrare ce poartă denumirea de *rază critică*. Ea se determină prin comparația cu mecanica newtoniană.

Astfel, în secțiunea 71 am aproximat căderea liberă a unui corp. Acolo am văzut că, în primul ordin de aproximație, la distanțe mari r de stea, avem $\Gamma^k_{00} \approx g_k/c^2$. Aici g_k este componenta k a accelerației gravitaționale g. Alegând pentru simplificare un punct în care $\theta = \phi = 0$ avem $g_1 = g$ și deci $\Gamma^1_{00} \approx g/c^2$.

Accelerația gravitațională este dată de forța F care acționează asupra unui corp de masă m, folosind definiția $F = mg$. În cazul nostru $F = GM/r^2$, unde M este masa corpului ceresc, r este coordonata radială, iar G este constanta gravitațională a lui Newton. Obținem:

$$g = \frac{F}{m} = \frac{MG}{r^2} = c^2\Gamma^1_{00}$$

Folosind forma lui Γ^1_{00} prezentată mai devreme în relațiile (1), ce se obține din metrica cu care am început, avem:

$$\Gamma^1_{00} = a'e^{2(a-b)} = a'e^{4a} = \frac{(e^{4a})'}{4} = \frac{1}{4}\left[\left(1 - \frac{r_0}{r}\right)^2\right]' \approx \frac{r_0}{2r^2}$$

Egalând cele două valori ale lui Γ^1_{00} pentru distanțe r foarte mari, obținem:

$$\Gamma^1_{00} = \frac{GM}{c^2r^2} = \frac{r_0}{2r^2}; \quad \Rightarrow \quad \boxed{r_0 = \frac{2GM}{c^2}}$$

În final, înlocuind rezultatele obținute pentru $e^{2a(r)}$ și $e^{2b(r)}$ în metrica generală cu care am început, obținem *metrica Schwarzschild* în afara stelei de masă M:

$$\boxed{ds^2 = \left(1 - \frac{r_0}{r}\right)c^2dt^2 - \frac{dr^2}{1 - r_0/r} - r^2d\theta^2 - r^2\sin^2\theta d\phi^2}$$

Raza critică $r_0 = 2GM/c^2$ are, în mod normal, o valoare mult mai mică decât raza stelei R (pentru Soare, raza critică are o valoare aproximativă de $r_0 \approx 3$ km). De aceea, termenul r_0/r care apare mai sus este foarte mic, pentru că formula se aplică numai în afara stelei $r > R \gg r_0$.

Dacă raza critică ar fi fost nulă (atunci când masa stelei este nulă), metrica de mai sus ar fi fost minkowskiană (exprimată în coordonate sferice), adică exact ce

ne așteptăm să găsim dacă spațiul-timp nu este curb. Același rezultat se obține și la distanțe r mari față de stea, ceea ce înseamnă că timpul sistemului de coordonate t este cel care corespunde unui ceas etalon aflat la o distanță mare de stea, așa cum a fost alegerea noastră inițială.

În final, să obvservăm că rezultatul metricii Schwarzschild are în fond o formă simplă, în ciuda unui calcul complex. El sugerează că ar putea exista și deduceri mai compacte, însă se pare că acestea fac întotdeauna presupuneri suplimentare și că singura deducere riguroasă este cea de mai sus.

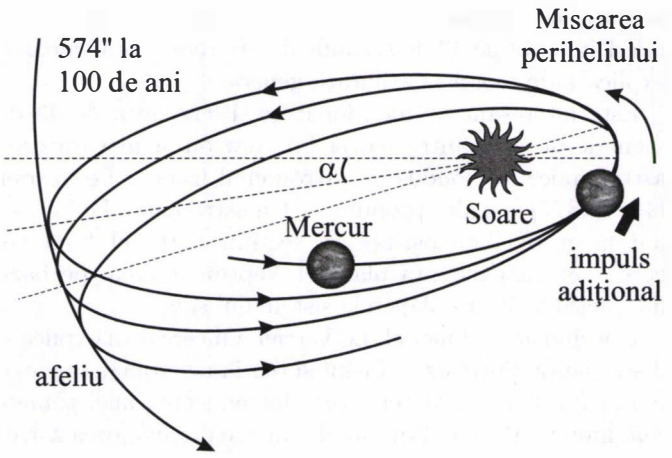

Figura 7.27: *În figură este reprezentată orbita planetei Mercur în jurul Soarelui. Dacă se neglijează influența celorlalte planete, orbita planetei Mercur este în modelul newtonian o elipsă statică, ce are Soarele într-unul din focarele sale (vezi figura 2.10). Periheliul reprezintă poziția planetei când ea este cel mai aproape de Soare. Datorită interacțiunii cu celelalte planete și curburii spațiului-timp, elipsa se rotește însă, așa cum este exemplificat în figură. Periheliul planetei Mercur avansează cu un unghi de* $\alpha = 574$ *de secunde de arc pe secol. Dintre acestea,* 43 *de secunde de arc sunt datorate teoriei relativității generale, restul fiind influența newtoniană a celorlalte planete. Aici, de fiecare dată când Mercur se apropie de Soare, crește masa sa inerțială, și Mercur primește un „brânci" suplimentar în direcția sa de mișcare, provocând rotația elipsei.*

76. Periheliul planetei Mercur

Până în anii '60, timp de aproape 50 de ani de la descoperirea ei, teoria relativității generale fusese confirmată în esență doar de trei teste. Ele însă au fost suficient de spectaculoase pentru a convinge majoritatea fizicienilor de corectitudinea teoriei. Aceste teste au fost: *curbura razelor de lumină* în jurul Soarelui, *deplasarea periheliului lui Mercur* și *deplasarea spre roșu* a razelor de lumină în câmpuri gravitaționale.

După cum vom vedea în secțiunea 79, *deplasarea spre roșu* este un fenomen care poate fi asociat cu principiul echivalenței, pe când curbarea razelor de lumină trebuie să considere în plus și curbura spațiului. De o importanță aparte a fost *deplasarea periheliului lui Mercur*, pentru că era singura predicție care nu avea de-a face cu lumina și care testează deci efectele teoriei relativității generale asupra *corpurilor*, nu numai asupra luminii.

Pentru Einstein, această verificare a fost și cea care l-a convins pe deplin de justețea argumentelor sale. Nu sunt deci de mirare rândurile pe care Einstein i le-a scris prietenului său Michele Besso în anul 1915, imediat după ce făcuse calculul relativist pentru periheliul lui Mercur și obținuse aceeași valoare ca cea observată experimental: *„Cele mai ambițioase visuri sunt realizate. Covarianța generală. Periheliul lui Mercur, minunat de precis."*

Dar să începem cu începutul. Am văzut în secțiunea 74 că mișcarea relativistă a unui *corp de probă* diferă de mișcarea newtoniană. Există câteva efecte care apar în plus față de dinamică newtoniană. Al doilea efect ne spune că masa inerțială (care ar fi trebuit să fie o constantă în modelul newtonian) *crește* în apropierea corpurilor masive. Atunci, cu cât planeta Mercur este mai aproape de Soare, cu atât crește mai mult forța de atracție față de cât ar fi prezis Newton.

Rezultatul imediat este că traiectoria planetei Mercur nu mai este o elipsă statică (așa cum prezice Newton), ci o elipsă care *se rotește* ușor în jurul Soarelui, în timpi foarte îndelungați. Aceasta pentru că, în apropierea Soarelui, planeta Mercur are o masă inerțială puțin mai mare și primește un impuls suplimentar față de cel newtonian, *în direcția sa de mișcare.* Impulsul primit face ca planeta să fie „deraiată" puțin de pe traiectoria newtoniană.

În final, traiectoria nu se mai închide în elipsa inițială, iar mișcarea seamănă cu una puțin spiralată, în care elipsa inițială se rotește ușor în timp, în direcția de mișcare a planetei (vezi figura 7.27). Rotația elipsei este cuantificată de deplasarea *periheliului* său, periheliu care reprezintă poziția cea mai apropiată de Soare.

De remarcat că termenul suplimentar introdus de teoria relativității generale (ce produce variația în masa inerțială), este de 10 milioane de ori mai mic decât termenii deja prezenți în formula lui Newton. Influența relativității generale este deci foarte mică. În urma calculelor reiese că periheliul lui Mercur *avansează* cu doar 43 de secunde de arc la fiecare secol, în direcția de mișcare orbitală a planetei Mercur.

Măsurători astronomice ale lui Mercur pe durate mari de timp au arătat că periheliul său avansează cu aproape 574 de secunde de arc pe secol, o valoare care este aproximativ de zece ori mai mare decât ceea ce prezice teoria relativității generale. Cu toate acestea, se știe că, în cea mai mare parte, avansul observat experimental se datorează *interacțiunii newtoniene* dintre planetele sistemului Solar. De fapt, luând în calcul interacțiunile clasice în teoria mecanică a lui Newton, se obține un avans de 531 de arc pe secol. Această valoare newtoniană este cu 43 de

secunde de arc mai mică decât cea măsurată experimental. Diferența de 43 de secunde de arc reprezintă valoarea explicată de teoria relativității generale.

Este interesant de menționat că discrepanța de 43 de secunde de arc dintre teoria lui Newton și măsurătorile astronomice l-a condus pe astronomul francez Le Verrier (1811-1877) la o altă propunere. Cu astronomul Le Verrier am făcut deja cunoștință în secțiunea 16, el fiind cel care a prezis existența planetei Neptun, tocmai pe baza interacțiilor dintre planetele sistemului solar.

Folosind același model, Le Verrier a încercat să explice și discrepanța dintre experiment și teoria newtoniană pentru periheliul planetei Mercur, prin introducerea unei *planete noi*, numită Vulcan. Nu este de mirare dezamăgirea astronomilor când noua planeta nu a fost găsită. Astăzi știm că diferența de 43 de secunde de arc este explicată perfect de teoria relativității generale.

În continuare, pentru cei interesați de detaliile matematice, vom calcula avansul periheliului planetei Mercur. Calculul se bazează pe rezultatele secțiunii precedente și pe cele obținute în mecanica newtoniană (vezi secțiunea 16) pentru mișcarea eliptică a planetelor. Exemplul ne va arăta din nou cum putem folosi matematic relațiile lui Einstein.

Calcul: ***Deducerea periheliului planetei Mercur***

Să calculăm împreună precesia relativistă a periheliului planetei Mercur, bazându-ne pe rezultatele secțiunii 75, în special pe metrica Schwarzschild. Pentru aceasta să considerăm că planeta Mercur de masă m orbitează în jurul Soarelui de masă M. Așa cum am discutat în secțiunea 71, mișcarea are loc pe o geodezică a spațiului-timp, descrisă de ecuațiile:

$$\frac{d^2x^\mu}{d\tau^2} + \sum_{i,k=0}^{3} \Gamma^\mu_{ik} \frac{dx^i}{d\tau}\frac{dx^k}{d\tau} = 0$$

Aici $x^0 = ct$, $x^1 = r$, $x^2 = \theta$ și $x^3 = \phi$ sunt coordonatele temporale și spațiale în reprezentarea sferică, așa cum a fost detaliat în secțiunea 75. Cele patru coordonate trebuie privite în relația de mai sus ca niște *funcții* de parametrul τ, care reprezintă timpul propriu indicat de un ceas care se află pe planeta Marte și se mișcă odată cu ea.

Avem deci $r = r(\tau)$, $\theta = \theta(\tau)$, $\phi = \phi(\tau)$ și $t = t(\tau)$, indicând care va fi timpul t atribuit de noi în sistemul de coordonate, undeva departe de Soare, față de timpul propriu τ al ceasului. În plus, vom face simplificarea că mișcarea are loc numai în planul ecuatorial $\theta = \pi/2$ (vezi figura 7.23 și figura 7.24).

Să scriem explicit ecuația de mai sus pentru coordonatele $t = t(\tau)$ și $\phi = r(\phi)$, alegând $\mu = 0$ și $\mu = 3$ în relația precedentă și folosind simbolurile Christoffel Γ^μ_{ik} calculate în secțiunea 75. Cum cele mai multe dintre ele vor fi nule, vom rămâne cu:

$$\frac{d^2(ct)}{d\tau^2} + 2\Gamma^0_{01}\frac{dr}{d\tau}\frac{d(ct)}{d\tau} = 0; \qquad \frac{d^2\phi}{d\tau^2} + 2\Gamma^3_{13}\frac{dr}{d\tau}\frac{d\phi}{d\tau} = 0$$

Să scriem simplificat relațiile de mai sus, folosind notația $\dot{t} = dt(\tau)/d\tau$ pentru derivata funcției (încă necunoscute) $t = t(\tau)$ în raport cu τ. Avem și $\dot{r} = dr(\tau)/d\tau$ sau $\dot{\phi} = d\phi(\tau)/d\tau$.

În toate aceste relații τ rămâne un parametru, iar mărimile $t = t(\tau)$ și $\dot{t} = \dot{t}(\tau)$ sunt niște funcții de τ, lucru pe care nu îl vom mai scrie explicit de acum încolo. După ce înlocuim mai departe valorile $\Gamma^3_{13} = 1/r$ și $\Gamma^0_{01} = a' = da(r)/dr$ (determinate împreună cu funcția $a(r)$ în secțiunea 75) vom avea:

$$\ddot{t} + 2a'\dot{r}\dot{t} = 0; \qquad \ddot{\phi} + 2\frac{1}{r}\dot{r}\dot{\phi} = 0;$$

Am scris $\ddot{t} = d^2t(\tau)/d\tau^2$ și $\ddot{\phi} = d^2\phi(\tau)/d\tau^2$. Avem însă $a'\dot{r} = da/dr \cdot dr/d\tau = da/d\tau = \dot{a}$. Prin simplificări succesive vom avea mai departe

$$\ddot{t} + 2\dot{a}\dot{t} = 0; \qquad \ddot{\phi} + 2\frac{1}{r}\dot{r}\dot{\phi} = 0;$$
$$\frac{1}{e^{2a}}\frac{d}{d\tau}\left(\dot{t}e^{2a}\right) = 0; \qquad \frac{1}{r^2}\frac{d}{d\tau}\left(\dot{\phi}r^2\right) = 0$$
$$\dot{t}e^{2a} = k; \qquad \dot{\phi}r^2 = h$$

Aici k și h vor reprezenta niște constante ale mișcării planetei Mercur în jurul Soarelui. De exemplu, h este aceeași mărime din secțiunea 16, fiind legată de momentul cinetic orbital al planetei Mercur.

Ecuațiile de mai sus nu sunt de ajuns pentru calculul mișcării planetei Mercur. În mod normal, am putea adăuga o ecuație similară coordonatei $r = r(\tau)$. Cu toate acestea, noi alegem o altă ecuație, pentru a simplifica calculul, și anume cea care descrie evoluția timpului propriu τ al ceasului aflat pe planeta Mercur. Ea este de fapt formula intervalului relativist, ce conține metrica Schwarzschild în jurul stelei. Copiem acum direct această ecuație din secțiunea 75, cu notațiile de acolo, ignorând dependența de θ (pentru că mișcarea are loc într-un plan ecuatorial în jurul Soarelui):

$$ds^2 = c^2d\tau^2 = e^{2a}dt^2 - e^{-2a}dr^2 - r^2d\phi^2$$
$$c^2 = e^{2a}\dot{t}^2 - e^{-2a}\dot{r}^2 - r^2\dot{\phi}^2$$

În a doua relație de mai sus am împărțit la $(d\tau^2)$. Mai departe înlocuim valorile $\dot{t} = k/e^{2a}$ și $\dot{\phi} = h/r^2$ calculate puțin mai devreme pentru a obține succesiv:

$$c^2 = e^{-2a}k^2 - e^{-2a}\dot{r}^2 - \frac{h^2}{r^2}$$
$$k^2 - \dot{r}^2 = e^{2a}\left(c^2 + \frac{h^2}{r^2}\right) = \left(1 - \frac{r_0}{r}\right)\cdot\left(c^2 + \frac{h^2}{r^2}\right)$$

În a doua ecuație am folosit relația $e^{2a} = (1 - r_0/r)$ dedusă în secțiunea 75 pentru funcția $a(r)$. Aici $r_0 = 2GM/c^2$ este *raza critică* a Soarelui.

Ecuația de mai sus ne dă evoluția coordonatei radiale a planetei Mercur $r = r(\tau)$ în funcție de timpul propriu τ al ceasului aflat pe planetă. Cu toate acestea noi suntem interesați de ecuația traiectoriei $r = r(\phi)$, adică

la orice ϕ să putem „afla" coordonata radială a planetei $r = r(\phi)$ pentru acel ϕ (nu ne interesează deloc când are loc acest lucru). De aceea facem aceeași substituție ca în secțiunea 16:

$$u = \frac{1}{r} \Rightarrow r = \frac{1}{u}; \quad \dot{r} = -\frac{\dot{u}}{u^2} = -\frac{1}{u^2}\frac{du}{d\phi}\frac{d\phi}{d\tau} = -\frac{du}{d\phi}h$$

Cu această substituție, ecuația precedentă se rescrie

$$k^2 - h^2\left(\frac{du}{d\phi}\right)^2 = (1 - r_0 u)\left(c^2 + h^2u^2\right) = \\ = c^2 - r_0uc^2 + h^2u^2 - r_0h^2u^3$$

Acum, știind constantele de mișcare k și h, precum și raza critică r_0 a Soarelui (care este în jur de trei kilometri) putem calcula traiectoria $u = u(\phi)$ din ecuația diferențială de mai sus. Cum însă pe noi ne interesează doar precesia periheliului, să simplificăm ecuația, derivând încă odată în raport cu coordonata ϕ:

$$-h^2\left(2\frac{du}{d\phi}\right)\frac{d^2u}{d\phi^2} = \left(-r_0c^2 + 2h^2u - 3r_0h^2u^2\right)\frac{du}{d\phi}$$

$$\frac{d^2u}{d\phi^2} = \frac{r_0c^2}{2h^2} - u + \frac{3r_0u^2}{2}$$

După ce înlocuim $r_0 = 2GM/c^2$ avem:

$$\boxed{\frac{d^2u}{d\phi^2} + u = \frac{GM}{h^2} + \frac{3GM}{c^2}u^2} \qquad (1)$$

Ecuația de mai sus este forma relativistă a *ecuației lui Binet*, calculată în secțiunea 16, pentru traiectoria newtoniană a unei planete în jurul Soarelui de masă M. Singurul termen suplimentar față de ecuația lui Binet este $3GMu^2/c^2$. La limita nerelativistă $c \to \infty$ acest termen este nul și obținem astfel traiectoria newtoniană. În acest caz, traiectoria planetei Mercur ar fi o elipsă perfectă (vezi secțiunea 16).

Termenul relativist $3GMu^2/c^2$ produce însă deviații de la traiectoria eliptică. Deviațiile sunt mici, pentru că termenul însuși este mic, datorită vitezei mari c a luminii (în cazul planetei Mercur termenul este de 10^7 ori mai mic decât termenul GM/h^2 dinaintea sa). Aceasta ne ajută să căutăm doar a *aproximare* a traiectoriei relativiste $u = u(\phi)$ și nu toată soluția exactă. Putem de exemplu încerca soluția aproximativă:

$$u \approx \frac{1 + \alpha + e\cos(\phi - \alpha\phi)}{p} \qquad (2)$$

Soluția aceasta este corectă pentru $e \ll 1$, ales de noi pentru ușurința calculelor. Ea se reduce la ecuația elipsei, calculată în secțiunea 16, la limita $\alpha \to 0$. Aici $p = h^2/(GM)$, iar sarcina noastră este să-l determinăm pe α. Să începem cu aproximația $\cos(\phi - \alpha\phi) \approx \cos\phi + (\alpha\phi)\sin\phi$ care conduce, prin derivări succesive, la:

$$pu \approx 1 + \alpha + e\cos\phi + e(\alpha\phi)\sin\phi$$

$$p\frac{du}{d\phi} \approx -e\sin\phi + e(\alpha)\sin\phi + e(\alpha\phi)\cos\phi$$

$$p\frac{d^2u}{d\phi^2} \approx -e\cos\phi + 2e(\alpha)\cos\phi - e(\alpha\phi)\sin\phi$$

Pe de altă parte, pentru $\alpha \to 0$ și în approximația $e \ll 1$ avem:

$$-\alpha(pu)^2 \approx -\alpha\left(1 + e\cos\phi\right)^2 = -\alpha - 2\alpha e\cos\phi$$

Adunând trei dintre termenii de mai sus, obținem:

$$p\left(u + \frac{d^2u}{d\phi^2} - \alpha pu^2\right) = 1$$

Ecuația de mai sus este identică cu forma relativistă a ecuației lui Binet (1) dacă facem identificarea:

$$\alpha p = \frac{3GM}{c^2}; \Rightarrow \alpha = \frac{GM}{h^2}\cdot\frac{3GM}{c^2} - \frac{3G^2M^2}{h^2c^2}$$

Vedem că, atunci când $c \to \infty$, avem într-adevăr limita newtoniană $\alpha \to 0$.

Soluția găsită (2) este foarte potrivită pentru calculul periheliului lui Mercur. Prin definiție, *periheliul* unei planete este punctul în care planeta este cel mai aproape de stea, și deci când $u = 1/r$ este maxim. Din relația de mai sus vedem ca acest maximum se obține atunci când cosinusul este 1, deci:

$$\cos[\phi_0(1 - \alpha)] = 1; \quad \phi_0 = \frac{2\pi}{1 - \alpha} \approx 2\pi(1 + \alpha)$$

În mod normal, dacă nu am fi avut corecția relativistă, $\phi_0 = 2\pi$, ceea ce înseamnă că la fiecare revoluție după perioada de rotație T periheliul planetei Mercur revine *precis* in aceeași pozitie $\phi_0 = 2\pi$ (elipsa traiectoriei este statică).

Datorită corecției relativiste însă, poziția periheliului $\phi_0 = 2\pi(1 + \alpha)$ are un avans la fiecare revoluție a planetei. În acest fel elipsa traiectoriei pare că se rotește în timp în direcția mișcarii, vezi figura 7.27 și figura 2.10. Avansul periheliului (rotația elipsei inițiale) este de $\Delta\phi_0 = 2\pi\alpha$ la fiecare revolutie:

$$\Delta\phi_0 = 2\pi\alpha = \frac{6\pi G^2M^2}{h^2c^2}$$

Pentru a face calcule numerice exacte, vom exprima h în funcție de mărimile cunoscute ale planetei Mercur. Astfel, la periheliu vom avea relația $1/r_{min} \approx GM(1 + e)/h^2$ și deci $h^2 \approx GM(1 + e)r_{min}$, unde r_{min} este distanța la periheliu față de Soare, iar e este excentricitatea orbitei.

Dacă așteptăm 100 de ani, planeta Mercur va avea $100/T$ revoluții (T este perioada mișcării sale orbitale

exprimată în ani), iar avansul *acumulat* al periheliului va deveni

$$\Delta\phi_{total} = \frac{100}{T}\Delta\phi_0 = \frac{600\pi GM}{Tc^2(1+e)r_{min}} = \\ = 0,00021 \text{ rad} = 43''$$

Rezultatul numeric se obține folosind mărimile asociate planetei Mercur: $T = 0,24$ ani, $e = 0,2$, $r_{min} = 4,6 \cdot 10^7$km și masa Soarelui $M \approx 2 \cdot 10^{30}$kg. „Minunat de precis", așa cum spunea Einstein.

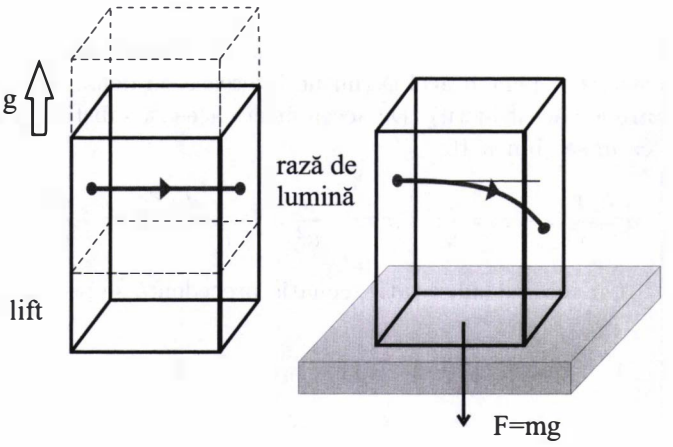

Figura 7.28: *Stânga: Un lift aflat în spațiul imponderabil (fără gravitație) este accelerat în sus cu accelerația g. O rază de lumină ce intră în liftul accelerat merge drept, însă ea lovește celălalt perete într-un punct mai jos din lift, pentru că liftul accelerează între timp. Dreapta: Situația unui lift în nemișcare, aflat într-un câmp gravitațional g. Principiul echivalenței ne spune că situația din liftul accelerat (stânga) coincide cu cea din liftul static aflat în câmp gravitațional (dreapta). Atunci raza de lumină trebuie să apară deviată, dacă este privită din liftul static aflat în câmp gravitațional (dreapta).*

77. Curbarea unei raze de lumină în câmpul gravitațional

În această secțiune vom discuta despre prima confirmare istorică a teoriei, și anume *curbarea razelor de lumină* în prezența câmpurilor gravitaționale. Pentru aceasta însă, să ne readucem aminte de *principiul echivalenței.*

Astfel, am văzut în secțiunea 67 că observatorul dintr-un lift nu poate face distincție între situația în care liftul este în cădere liberă sau în imponderabilitate. Remarcăm însă că, tot astfel, un observator nu poate face distincția între un lift *nemișcat într-un câmp gravitațional g* și unul *accelerat* cu o accelerație identică g prin spațiul liber interstelar. În ambele cazuri observatorul din lift va fi împins către podea cu aceeași forță.

Să ne imaginăm acum cea de-a doua situație, când liftul este accelerat în sus. Să presupunem că o rază de lumină străbate orizontal liftul, pe o direcție perpendiculară mișcării liftului (vezi figura 7.28). În mod normal, raza de lumină va merge drept, paralel cu podeaua. Cu toate acestea, pentru că liftul este accelerat în sus, raza de lumină va atinge peretele opus într-un punct din lift *mai jos.* Nimic special însă, dacă liftul se mișcă în sus, este normal să fie așa. Același efect este observat și de observatorul din lift, și anume că raza de lumină se va curba puțin în interiorul liftului și va ajunge mai *jos* pe celălalt perete.

Așa cum am menționat, situația este echivalentă în toate aspectele cu cea în care liftul este în repaus în câmp gravitațional. În acest caz, observatorul va vedea din nou cum raza de lumină ajunge mai jos pe celălalt perete. Tragem concluzia că și în acest caz raza de lumină apare curbată, chiar dacă liftul este nemișcat în câmp gravitațional!

Un astfel de raționament l-a condus pe Einstein la presupunerea că razele de lumină ce străbat câmpuri gravitaționale sunt *curbate* (vezi figura 7.28). Printre altele, atunci și o rază ce trece prin câmpul gravitațional al Soarelui va fi *deviată*, va avea o traiectorie curbă.

De remarcat că aceste gânduri îl preocupau pe Einstein încă din anul 1911, cu patru ani înainte ca el să definitiveze teoria relativității generale și să găsească ecuațiile de care ar fi avut nevoie. Folosind numai principiul echivalenței, Einstein a putut prezice o deviație a unei raze de lumină ce trece pe lângă Soare de aproximativ 0,87 secunde de arc (vezi figura 7.29).

Interesant însă, curbarea razelor de lumină în vecinătatea stelelor masive este prezisă și de teoria mecanicii newtoniene în situația în care lumina este *corpusculară.* Aici lumina ar fi formată din particule cu masă finită, ce ar fi astfel atrase de Soare. Mai mult, știm că mișcarea oricărui corp material punctiform, lăsat liber în câmp gravitațional, nu depinde de masa sa, o observație pe care am amintit-o mai înainte. Atunci și această deviație newtoniană a luminii în câmp gravitațional nu ar depinde de masa pe care ar avea-o ipoteticele particule de lumină, ci doar de viteza lor finită.

Situația o recunoaștem în figura 7.28, dacă trimitem în loc de o rază corp de masă de repaus mică ce se deplasează cu o viteză apropiată de viteza luminii. În situația din dreapta corpul va fi atras de câmpul gravitational, și este de așteptat ca traiectoria să fie deviată în jos. Dacă lumina ar fi făcută din mici particule, am obține același efect. Mai mult, pentru că deviația nu depinde de masa particulei, ci doar de viteza ei inițială, magnitudinea deviației corpului și razei de lumină vor fi aproximativ aceleași atunci când corpul se deplasează cu viteze apropiate de viteza luminii.

Un astfel de calcul newtonian a fost efectuat de către astronomul german Johann Georg von Soldner în anul 1801. El a arătat că o rază de lumină de la o stea îndepărtată care trece foarte aproape de Soare ar fi deviată cu un unghi de aproximativ 0,9 secunde de arc, o valoare apropiată de cea a lui Einstein.

Aceste calcule newtoniene au fost în mare parte ignorate în momentul formulării teoriei relativității generale, la început de secol XX, deoarece lumina era considerată o

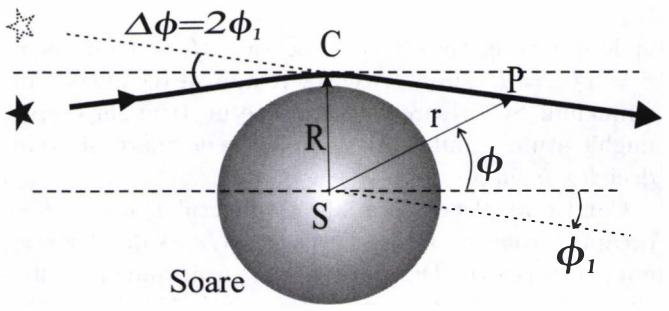

Figura 7.29: *În stânga se vede o stea (culoarea neagră) care trimite o rază de lumină ce este deviată de Soarele de rază R. Datorită acestui lucru, steaua are o poziție aparentă diferită, deviația fiind $\Delta\phi$. Poziția unui punct P de pe raza de lumină este desemnată prin coordonatele sferice r și ϕ.*

undă pură. Paradoxal însă, astăzi știm că ipoteza naturii corpusculare a luminii este parțial corectă.

Astfel, odată ce *cuantificăm* lumina, vom vedea că ea este formată din *fotoni*, pachete minuscule de lumină, cu o energie finită. Din echivalența energiei și masei din relativitatea restrânsă deducem că aceste pachete de energie au și o masă de mișcare nenulă. Cum pachetele de lumină au acum masă, ele vor fi atrase de Soarele pe lângă care trec și deci traiectoria lor va fi curbată.

Acum vedem că cele două valori pentru curbarea unei raze de lumină în jurul Soarelui ce au fost prezise de astronomul german von Soldner (prin mecanica newtoniană) și de Einstein (prin principiul echivalenței, în 1911) sunt apropiate. Astfel, atât teoria corpusculară a luminii, cât și principiul echivalenței conduc la aceleași valori ale deviației razelor de lumină în jurul Soarelui.

Cu toate acestea, valoarea corectă a deviației razei de lumină ce trece pe lângă Soare, calculată în teoria completă a relativității generale, este *dublă*, de aproximativ 1,7 secunde de arc! Factorul suplimentar de 2 este datorat *curburii spațiului* însuși, care nu are cum să apară în teoria newtoniană și care nu apare nici în principiul echivalenței (vezi figura 7.31). Din fericire, Einstein a reușit să găsească ecuațiile complete ale teoriei relativității generale în anul 1915, și astfel să-și *corecteze* calculele efectuate cu patru ani în urmă.

Presupunerea deviației razelor de lumină în câmp gravitațional și-a găsit *confirmarea* în celebrele experimente de măsurare a poziției unei stele din *vecinătatea* Soarelui, în timpul eclipsei de Soare din 1919. Imediat după război, vestea că două expediții britanice au verificat teoria unui german i-au adus o faimă și o publicitate uriașă lui Einstein, faimă de care puțini fizicieni au avut parte în timpul vieții lor.

Experimentul a fost efectuat de către două expediții britanice trimise în emisfera sudică pentru observarea eclipsei de Soare și conduse de fizicianul englez Sir Arthur Eddington (1882-1944). El a constat în observarea *poziției* unei stele din imediata vecinătate a Soarelui, pentru ca raza de lumină să fie puternic deviată. Alegerea momentului eclipsei se explică prin faptul că numai atunci putem observa o stea pe cer în apropierea Soarelui, altfel lumina provenind de la stea e mult mai slabă decât lumina Soarelui, și nu poate fi observată.

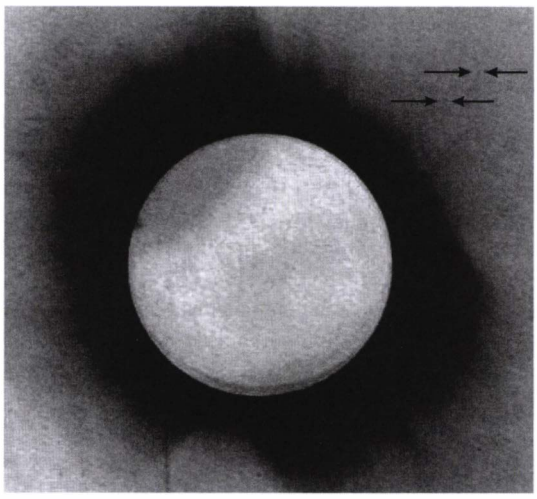

Figura 7.30: *Negativul fotografiei originale a eclipsei de Soare din 1919, efectuată de Sir Eddington și colegii săi. Deviația poziției stelelor care trebuie observată este de aproximativ o mie de ori mai mică decât diametrul aparent al Soarelui! Poziția unora dintre stelele folosite în evaluare au fost marcate în colțul din dreapta sus prin câte două linii negre orizontale. Imagine reprodusă cu permisiunea editorilor lucrării „A Determination of the Deflection of Light", de F. W. Dyson și A. S. Eddington, apărută în revista* Philosophical Transactions of the Royal Society of London *(1920).*

În principiu, tehnica folosită este simplă și constă în efectuarea a două fotografii: una cu steaua în timpul eclipsei de Soare, și alta cu ea în timpul nopții, atunci când Soarele nu mai deviază raza de lumină. Poziția stelei *față de stelele sale vecine* este puțin diferită în timpul eclipsei de Soare, datorită curburii luminii (pentru că raza de lumină trece pe lângă Soare).

Măsurătoarea astronomilor englezi a confirmat curbarea razelor de lumină în apropierea Soarelui și valoarea prezisă de teoria relativității generale (cea dublă față de teoria corpusculară sau cea care ia în calcul doar principiul echivalenței). Măsurătoarea s-a dovedit însă destul de dificilă (vezi figura 7.30). Să menționăm numai că valoarea deviației (1,7 secunde de arc) este aproximativ de o mie de ori mai mică decât diametrul aparent al Soarelui.

Experimentul a fost refăcut din nou mai târziu, însă erori mai mici au fost greu de obținut. De aceea ulterior au fost efectuate experimente cu *unde radio* emise de quasari. Rezultatele au confirmat din nou predicția teoriei relativității generale și implicit factorul 2 care o deosebește de teoria newtoniană sau numai de principiul echivalenței.

După ce măsurătorile au confirmat predicția deviației razelor de lumină, Einstein a fost întrebat de unul dintre asistenții săi ce ar fi făcut dacă nu ar fi fost așa. Răspunsul lui Einstein a rămas celebru: „Mi-ar fi părut rău de bunul Dumnezeu. Teoria mea este corectă."

În finalul secțiunii de față prezentăm pentru cei interesați deducerea matematică a curburii razelor de lumină ce trec pe lângă Soare. În încercare ne vom baza pe rezultatele obținute în secțiunile precedente.

Calcul: *Deviația unei raze de lumină*

Să calculăm împreună deviația razelor de lumină ce trec pe lângă Soare, folosind rezultatele și notațiile din secțiunile 75 și 76.

În mod normal, ar trebui să evaluăm geodezicele de interval relativist nul, cele pe care se mișcă lumina, într-un spațiu-timp descris de metrica Schwarzschild. Cu toate acestea, noi vom alege o scurtătură și o să pornim de la traiectoria traiectoria generală a planetei Mercur, așa cum a fost ea dedusă în secțiunea 76. Aducându-ne aminte că am notat $u = 1/r$, traiectoria are forma:

$$\frac{d^2u}{d\phi^2} + u = \frac{GM}{h^2} + \frac{3GM}{c^2}u^2$$

Mai sus ϕ este coordonata unghiulară din planul ecuatorial al Soarelui de masă M (vezi figura 7.24 dar și figura 7.29), G constanta lui Newton iar h este o mărime asociată momentului cinetic orbital al planetei $h = r^2\dot{\phi}$ (vezi secțiunea 76).

Acum să ne imaginăm ce se întâmplă dacă reducem masa planetei Mercur până la o bilă și apoi mai departe, până când devine aproape nulă. Să privim termenii ecuației precedente. În aceasta, u și ϕ sunt variabile, iar G, c și M (masa Soarelui) nu depind de masa planetei Mercur. Singura constantă care se poate schimba în relația de mai sus este $h = r^2\dot{\phi} = r^2 d\phi/d\tau$, unde τ este timpul propriu al unui ceas aflat pe planetă.

Atunci când planeta va fi așa de mică încât masa de repaus să fie aproape nulă, viteza ei va fi apropiată de viteza luminii (vezi discuția din secțiunea 65), iar timpul ceasului de pe planetă aproape că va sta pe loc $\delta\tau \approx 0$. Ca atare $h \sim 1/\delta\tau$ devine foarte mare, la limită $h \to \infty$. Putem atunci modela mișcarea unei raze de lumină punând $h \to \infty$ în relația precedentă:

$$\frac{d^2u}{d\phi^2} + u = \frac{3GM}{c^2}u^2$$

Ca și în secțiunea 76, ne interesează o soluție *aproximativă* a ecuației de mai sus:

$$u(\phi) \approx \frac{\sin\phi}{R} + \frac{GM}{c^2R^2}\left(2 - \sin^2\phi\right) = \frac{1}{r(\phi)} \qquad (1)$$

Această soluție aproximativă este diferită de cea din secțiunea 76, fiind ajustată pentru cazul figurii 7.29, unde raza de lumină trece razant pe lângă Soarele de rază R. Să verificăm soluția, calculând direct derivata de ordinul doi și înlocuind rezultatul:

$$\frac{du}{d\phi} \approx \frac{\cos\phi}{R} - \frac{GM}{c^2R^2}2\sin\phi\cos\phi$$

$$\frac{d^2u}{d\phi^2} \approx -\frac{\sin\phi}{R} + \frac{GM}{c^2R^2}(4\sin^2\phi - 2)$$

$$u + \frac{d^2u}{d\phi^2} \approx 3\frac{GM}{c^2R^2}\sin^2\phi \approx \frac{3GM}{c^2}u^2$$

Să detaliem proprietățile soluției aproximative $u(\phi)$ prezentate în ecuația (1), folosind figura 7.29. Astfel, la limita nerelativistă $c \to \infty$ sau $M = 0$ obținem $r = 1/u = R/\sin\phi$. Această relație se recunoaște în triunghiul SCP, care este aproape un triunghi dreptunghic atunci când raza este aproape de Soare, și avem deci $R \approx r\sin\phi$.

Când raza pleacă spre infinit (punctul P cât mai în dreapta) avem $r \to \infty$, și deci $u = 1/r \to 0$. Deviația am notat-o cu ϕ_1. Deoarece ea este mică, vom aproxima $\sin\phi_1 \approx \phi_1$ și $\sin^2\phi_1 \approx \phi_1^2 \approx 0$ în relația (1). Obținem:

$$0 \approx -\frac{\phi_1}{R} + \frac{2GM}{c^2R^2} \to \quad \phi_1 \approx \frac{2GM}{c^2R}$$

Datorită simetriei (vezi figura 7.29) deviația totală este dublul acestei valori:

$$\alpha = 2|\phi_1| = \frac{4GM}{c^2R} = \frac{2r_0}{R}$$

Aici $R = 0,695 \cdot 10^6$ km este raza Soarelui și $r_0 = 2GM/c^2 = 2,98$ km *raza critică* a sa. Obținem:

$$\alpha = 2\frac{2,95}{0,695 \cdot 10^6}\text{rad} = 8.49 \cdot 10^{-6}\text{rad} = 1.75''$$

Ținând cont că diametrul aparent al Soarelui este de aproximativ o jumătate de grad, vedem că deviația razei de lumină este de peste o mie de ori mai mică! Înțelegem atunci dificultatea măsurătorii inițiale, al cărui rezultat este prezentat în figura 7.30.

78. Curbura spațiului în apropierea stelelor masive. Lentile gravitaționale.

Am menționat în secțiunea precedentă că principiul echivalenței (experimentele cu liftul în cădere liberă) explică numai *jumătate* din curbarea unei raze de lumină în jurul Soarelui. Chiar și în cazul clasic, unde considerăm că lumina este formată din particule ce sunt apoi atrase de Soare, curbarea razelor de lumină în jurul Soarelui este explicată tot pe jumătate. Cea de-a doua jumătate a efectului real este dată de *curbura spațiului* însuși.

Deviația razei de lumină în apropierea Soarelui se explică complet în teoria relativității generale prin curbarea *spațiului-timp*, acolo unde lumina urmează geodezicele nule. În acest caz, deviația *totală* a poziției aparente a stelei va fi de aproximativ 1,7 secunde de arc, valoare egală cu cea măsurată experimental.

Rezultatul devierii razei de lumină în apropierea Soarelui, datorat în parte și curburii spațiului, este prezentat în literatura de popularizare a științei prin acele imagini care înfățișează o bilă grea ce se așază pe o suprafață plană moale, ca un fel de saltea (vezi figura 7.31 și figura 7.23). Greutatea bilei deformează suprafața iar suprafața devine astfel curbă. Imaginea de mai sus este desigur numai intuitivă (o analogie), nu și exactă.

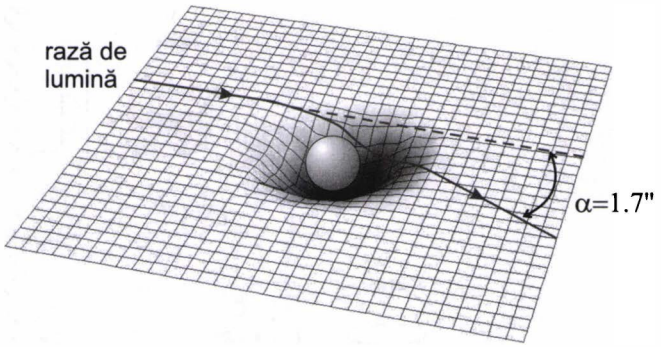

Figura 7.31: *Curbura spațiului într-un plan ecuatorial din jurul Soarelui (schițat în mijlocul figurii). O rază de lumină care trece pe lângă Soare își curbează traiectoria, pentru că ea urmează geodezica spațiului-timp curb. Suprafața desenată în figură are aceeași metrică (aceeași curbură) ca și planul ecuatorial al stelei, pe care îl exemplifică. Nu trebuie să ne imaginăm cumva că raza de lumină va „cobori" și apoi „urca" pe suprafața curbă (sub Soare), căci ea rămâne în realitate în planul ecuatorial al Soarelui, iar desenul acesta este doar o analogie. Unghiul este desenat exagerat în figură, în realitate el fiind de o mie de ori mai mic decât diametrul aparent al Soarelui.*

Căci, după cum am discutat în secțiunea 75, imaginea de mai sus reprezintă metrica spațiului *într-un plan ce conține mereu ecuatorul stelei.* Dacă spațiul era euclidian, suprafața aceasta plană avea metrica euclidiană, care este desenată de obicei printr-o rețea de linii perpendiculare. Pentru că spațiul este neeuclidian, suprafața are o metrică neeuclidiană, ce este *echivalentă* cu suprafața curbată desenată pe figură. Să fim însă atenți, ne referim mereu la o suprafață *plană* care intersectează ecuatorul, doar că metrica ei este neeuclidiană și echivalentă cu cea a suprafeței curbe desenate în figură (vezi și figura 7.23).

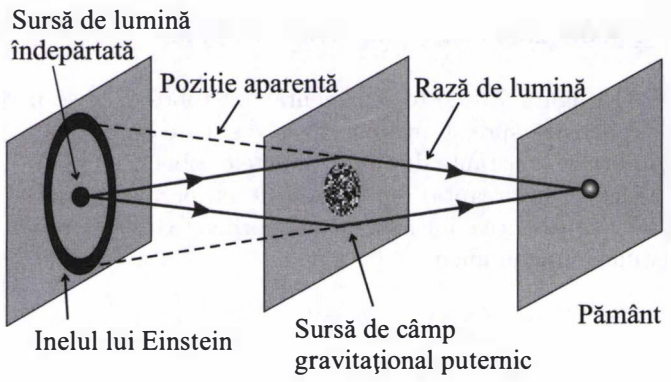

Figura 7.32: *Unul dintre efectele lentilelor gravitaționale este apariția unui așa-numit „inel al lui Einstein", exemplificat în figură. În stânga avem o sursă de lumină (de obicei o galaxie îndepărtată). Până a ajunge la Pământul din dreapta, razele de lumină trec printr-o regiune de câmp gravitațional foarte puternic (aflată în mijloc). Ca atare, traiectoria lor este curbată iar direcțiile aparente de unde avem noi senzația că au plecat razele sunt altele decât cele reale. Ansamblul aceasta de direcții aparente formează „inelul lui Einstein".*

Este interesant de menționat că obiectele masive (cu câmp gravitațional puternic) care curbează razele luminii pot fi privite si ca niște *lentile* uriașe. Această idee, deși sugerată de la apariția teoriei relativității, a fost verificată experimental abia 60 de ani mai târziu. Ea a condus la ceea ce poartă numele de *„lentile gravitaționale"*. Aceasta pentru că zonele de câmp gravitațional intens curbează lumina, după cum și lentilele curbează o rază de lumină. Sunt multe obiecte cosmice ce acționează ca lentile gravitaționale, de exemplu galaxiile masive, găurile negre sau materia întunecată despre care vom vorbi în secțiunea 90.

Trebuie adăugat că lentilele gravitaționale sunt niște lentile aproape complet *acromate.* Astfel, o lentilă gravitațională nu are un punct focal, deoarece lumina ce vine de la infinit într-un „mănunchi" paralel nu se adună într-un punct ca în cazul lentilei obisnuite. În general, lentilele gravitaționale produc imagini multiple ale surselor de lumină și diferite alte forme, de exemplu cunoscutul *inel al lui Einstein.*

Aici lumina ce vine din depărtare de la o sursă punctiformă și care trece printr-o zonă cu câmp gravitațional intens formează un cerc (un inel) pe fotografia noastră (vezi figura 7.32 și figura 7.33). Desigur, în acest caz sursa de lumină, zona de câmp gravitațional intens, precum și Pământul (de unde se fac observațiile) trebuie să fie aliniate (vezi figura 7.32).

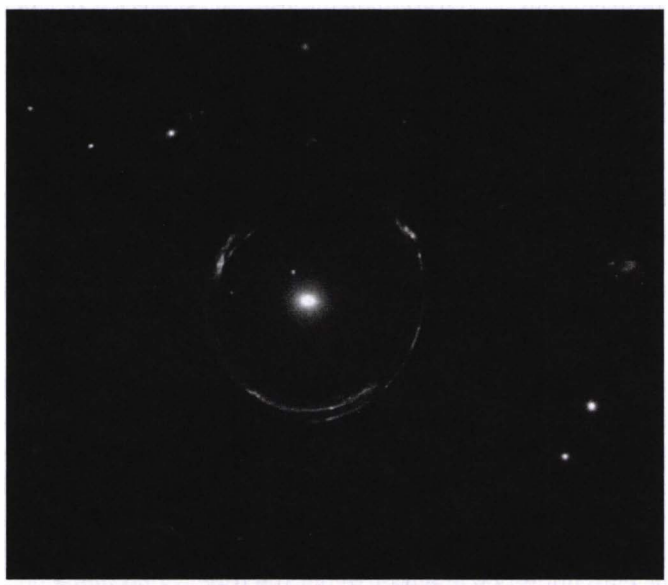

Figura 7.33: *În imagine este prezentată observația directă a unui inel al lui Einstein (LRG 3-757), fotografiat cu ajutorul telescopului spațial Hubble. Punctul luminos din centru este o galaxie aflată la 5 miliarde de ani-lumină depărtare. În spatele ei se află o altă galaxie, la o distață de 10 miliarde de ani-lumină, ascunsă în mod normal privirii noastre directe. Lumina acesteia trece însă prin câmpul gravitațional al primei galaxii, fiind curbată și formând astfel un inel al lui Einstein. Acest cerc luminos scoate în evidență detalii ale galaxiei mai îndepărtate, fizicienii fiind în stare să reconstruiască imaginea sa inițială* ©*NASA.*

Putem spune că fenomenul lentilelor gravitaționale este unul dintre cele mai spectaculoase care sunt observate pe imaginile noilor telescoape. *Inelele lui Einstein* de pe fotografii sunt nu numai frumoase, dar și o dovadă directă a teoriei relativității generale, mai precis a curbării razei de lumină în câmpuri gravitaționale puternice.

Cum în fiecare lună telescoapele spațiale fac publice alte imagini, o parte dintre ele conțin exemple noi de inele ale lui Einstein. Atunci când le veți admira frumusețea, sper ca gândul să vi se îndrepte nu numai asupra posibilelor lumi aflate la o depărtare așa de mare, dar și asupra faptului că puteți vedea direct, cu ochii dumneavoastră, teoria relativității generale în acțiune.

79. Efectul Doppler și deplasarea spre roșu a luminii în câmpuri gravitaționale

În secțiunile precedente am văzut cum se curbează o rază de lumină care trece prin câmpuri gravitaționale puternice. Curbura totală se explică prin metrica spațiului-timp curb, acolo unde lumina este constrânsă să circule pe geodezicele nule ale *spațiului-timp*. Vom încerca în următoarele secțiuni să reconstruim un alt efect al curburii spațiului-timp și anume deplasarea spre roșu a luminii în câmpuri gravitaționale intense. Acest efect este legat de cel al dilatării timpului, care a fost deja menționat în secțiunea 75. Pentru început însă, să spunem câteva cuvinte despre *efectul Doppler*, care va juca un rol important atât în această poveste cât și pe viitor.

Efectul Doppler (numit după fizicianul Christian Doppler) se aplică oricărei surse ce emite o undă de frecvență constantă, de exemplu o undă luminoasă sau sonoră. El ne spune că frecvența undei receptate de un detector este *diferită* de cea originală, atunci când sursa se mișcă în raport cu detectorul.

Astfel, să ne imaginăm că un tobosar aflat în repaus bate toba și că noi ne aflăm la o oarecare distanță de el (vezi figura 7.34). Dacă am sta pe loc față de tobosar, am auzi bătăile tobei mai târziu (pentru că sunetului îi ia ceva timp să ajungă la noi), însă exact la aceleași intervale unul după altul. Dacă însă ne-am apropia de tobosar, am veni în *întâmpinarea* sunetelor tobei. Aceasta face ca intervalul pe care noi îl percepem între bătăile tobei să fie *mai scurt*. Pentru noi, frecvența bătăilor tobei a crescut.

Desigur, dacă ne *îndepărtăm* de tobă, avem efectul *opus*. Aici ne vom îndepărta și de sunetele tobei care vin către noi, în așa fel încât fiecărui sunet îi ia mai mult să ajungă la noi. Ca atare, perioada dintre bătăile tobei receptate de noi va crește, și deci frecvența acestora va scădea. Vedem astfel că frecvența pe care o recepționăm de la sursă variază, depinzând de modul în care ne apropiem sau ne îndepărtăm de sursă.

Același efect se obține și dacă suntem în repaus, dar sursa se deplasează față de noi. Și aici, dacă sursa se îndepărtează, semnalul receptat de noi va avea o frecvență mai mică, deoarece semnalului îi ia din ce în ce mai mult timp să ajungă la noi (vezi figura 7.34). Dacă sursa se apropie

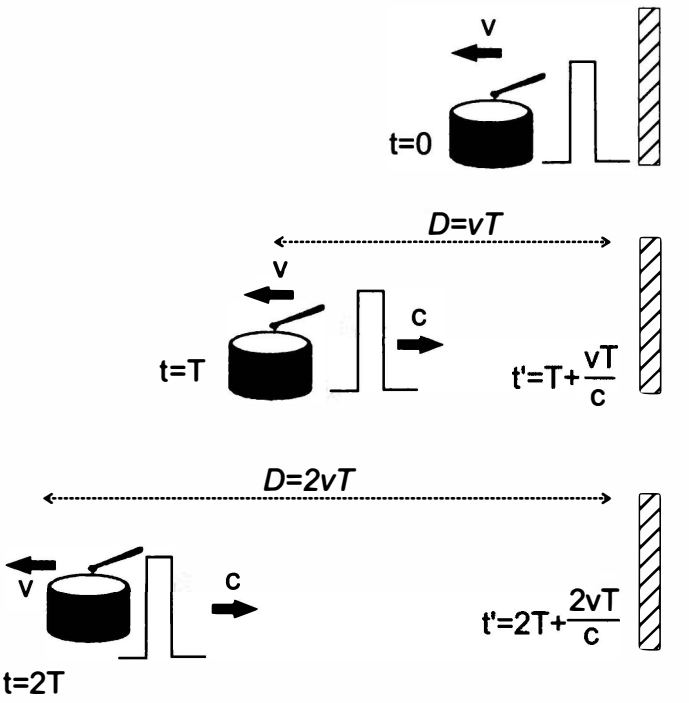

Figura 7.34: *În figură este reprezentat un tobosar care bate regulat toba pe măsură ce se îndepărtează de un ascultător aflat în dreapta. Frecvența sunetelor receptate de ascultător va fi mai mică decât frecvența de bătaie a tobelor, pentru că sunetul parcurge o distanță din ce în ce mai mare înspre ascultător. În figură T este perioada bătaii, v viteza tobosarului iar c viteza sunetului. Din figură se poate estima noua perioadă receptată a sunetelor ca fiind $T + vT/c$.*

de noi, atunci semnalul va avea o frecvență mai ridicată, deoarece sursa vine în întâmpinarea noastră și semnalul ajunge la noi din ce în ce mai repede, circulând însă în aer cu aceeași viteză constantă. Cei interesați pot urmări căsuța matematică alăturată.

Calcul: *Deplasarea spectrală Doppler*

În figura 7.34 este reprezentat un tobosar ce se îndepărtează spre stânga cu viteza v și care bate toba la intervale constante de timp. Sunetele tobei ajung la un receptor în dreapta, reprezentat de un perete. Situația de sus este cea inițială, și aici prima bătaie a tobei ajunge instantaneu

$$t_0 = 0$$

După timpul T (situația de mijloc) toba bate din nou. Pentru că toba este acum mai departe, semnalul ajunge puțin mai târziu decât timpul T la care a fost emis, pentru că trebuie să parcurgă distanța suplimentară $D = vT$, ceea ce îi va lua un timp suplimentar $\Delta t = D/c = vT/c$ unde c este viteza sunetului în aer (o constantă). Timpul la care ajunge devine

$$t_1 = T + \Delta T = T + \frac{vT}{c}$$

La momentul $2T$ toba bate din nou, iar acum bătaia tobei va ajunge la receptor la momentul

$$t_2 = 2T + \frac{2vT}{c}$$

Cum vedem, bătaia tobei ajunge periodic la receptor, însă perioada de timp T' este mai mare decat cea originală T a tobei, și anume

$$T' = T + \frac{vT}{c} = T + \Delta T$$

Vedem că bătaia tobei este recepționată având o frecvență mai mică $f' = 1/T'$ decât frecvența cu care a a fost emisă $f = 1/T$. Diferența de frecvență se poate estima ca fiind

$$\Delta f = \frac{1}{T} - \frac{1}{T'} \sim \frac{\Delta T}{T^2} = \frac{vT/c}{T^2}; \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Delta f = f\frac{v}{c}}$$

unde v este viteza tobei iar c viteza sunetului.

Efectul Doppler îl vom aplica și luminii, dacă facem o analogie între *bătăile tobei* și *fronturile undei luminoase*: fiecare front al undei (momentul când unda atinge amplitudine maximă) este ca o bătaie de tobă. Atunci, ne așteptăm ca frecvența unei unde luminoase pe care noi o receptăm să depindă de mișcarea relativă dintre sursa undei și noi.

De exemplu, dacă un bec ce emite lumină verde se îndreaptă către noi, frecvența luminii trebuie să ne pară nouă mai ridicată. Becul va apărea albastru, pentru că frecvența luminii albastre este mai ridicată decât cea a luminii verzi (vezi figura 7.35). Să ne aducem aminte că funcția ce caracterizează intensitatea undei electromagnetice asociate fiecărei culori dintr-o rază de lumină se numește *spectru*. De aceea fizicienii spun în acest caz că spectrul luminii este *deplasat către albastru*.

Dacă însă becul verde se îndepartează de noi, frecvența luminii receptată de noi este mai scăzută. Se spune în acest caz că spectrul luminii este *deplasat către roșu*, pentru că frecvența luminii roșii este mai scăzută decât cea a luminii verzi.

Desigur, efectul are loc și invers, atunci când noi ne deplasăm relativ față de sursa de lumină. Vedem astfel cum culoarea *percepută* a surselor de lumină se schimbă în funcție de miscarea lor relativă față de un observator (vezi figura 7.35).

Să ne întoarcem acum la experimentele dintr-un lift, cele pe care le-am menționat în secțiunea 67. Astfel, să considerăm un lift în spațiul imponderabil, care este accelerat în direcția tavanului, cu o accelerație identică cu cea gravitațională g. În momentul inițial, atunci când viteza liftului este nulă, o sursă emite de pe podea lumină cu o frecvență dată, către tavan, așa cum este exemplificat în figura 7.36. Văzută din afara liftului, lumina își *păstrează* frecvența în deplasarea ei către tavan și atinge tavanul după un interval de timp finit.

O persoană care stă pe tavanul liftului privește lumina emisă de podea. Cum această persoană merge în sus (pentru că liftul este accelerat în sus), înseamnă că ea se *îndepărtează* de lumina ce vine spre el. Atunci, conform

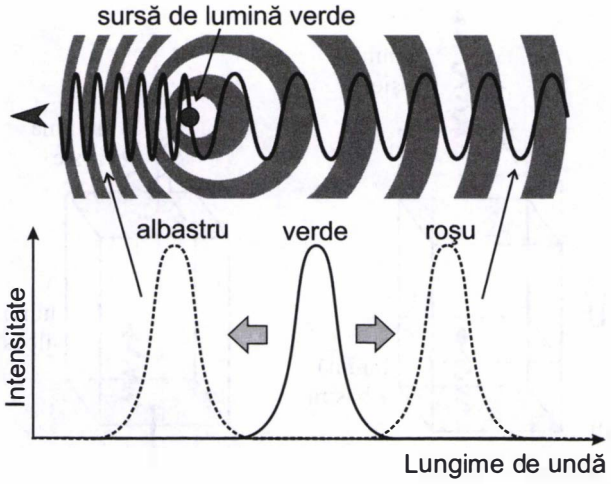

Figura 7.35: *În centrul figurii de sus este reprezentă o sursă de lumină monocromatică (de frecvență constantă) ce se deplasează spre stânga. Sursa se îndepărtează de un observator aflat în dreapta, care astfel va recepta o frecvență mai mică a luminii decât cea cu care a fost ea emisă (vezi figura 7.34) și deci o lungime de undă mai mare. Pe de altă parte, un observator aflat în stânga, către care sursa se îndreaptă, va recepta o frecvență mai mare a luminii și deci o lungime de undă mai mică. În figura de jos am considerat că lumina emisă de sursă are culoarea verde și am reprezentat spectrul luminii receptate de cei doi observatori (stânga și dreapta). În cazul observatorului din stânga spunem că lumina receptată are spectrul deplasat spre albastru iar pentru observatorul din dreapta spunem că lumina are spectrul deplasat spre roșu. Sursa: Wikipedia Commons*

efectului Doppler, ea va observa lumina ce se apropie ca având o frecvență mai mică („bătăi" mai rare ale frontului de undă). Lumina aceasta este deci spectral *deplasată către roșu*.

Principiul echivalenței ne spune însă că liftul accelerat în sus este similar celui aflat într-un câmp *gravitațional*. În acest fel, persoana de pe tavan nu distinge între cele două situații, cea în care liftul este accelerat sau cea în care liftul stă pe loc în câmp gravitațional.

Atunci, dacă și în cazul liftului aflat în câmp gravitațional punem o sursă de lumină albastră pe podea, lumina generată trebuie să fie *deplasată spre roșu* odată ce atinge tavanul, pentru că așa s-a întâmplat și în cazul observatorului de pe tavanul liftului accelerat în spațiul imponderabil (vezi figura 7.36). În noul caz însă, nimic nu se mișcă, totul este static, atâta doar că liftul se află în câmp gravitațional. Concluzia? Frecvența unei raze de lumină vizibile este deplasată spre roșu odată ce ea *iese* din câmpuri gravitaționale (pentru că pe podeaua liftului avem un câmp gravitațional mai puternic decât pe tavan).

Deplasarea spre roșu se poate în principiu verifica experimental ținând cont că toți atomii identici din univers emit lumină cu aceeași frecvență. Am putea verifica de exemplu frecvența luminii emise de atomii ce se află în Soare și compara-o cu cea emisă de aceeași atomi, dar de data aceasta aflați pe Pământ. Frecvența luminii ce vine de la Soare ar trebui să fie deplasată spre roșu (să devină

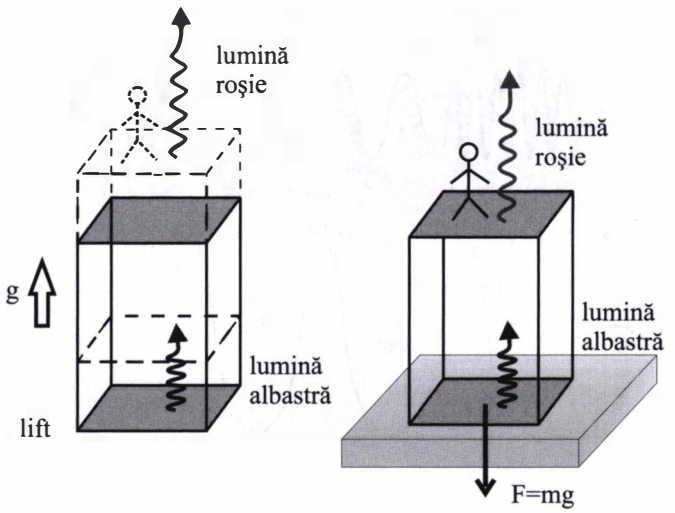

Figura 7.36: *Stânga: Într-un lift care se deplasează accelerat în sus (în spațiul imponderabil), o sursă emite lumina albastră de pe podea. Pe tavan se află un observator. Pentru că observatorul se îndepărtează odată cu tavanul față de lumina care se apropie de el, observatorul de pe tavan va vedea această lumină ca fiind roșie, datorită efectului Doppler. În dreapta: situația echivalentă a liftului static aflat câmp gravitațional, accelerația gravitațională fiind aceeași cu accelerația liftului din stânga. Datorită principiului relativist al echivalenței, este obligatoriu ca și în cel de-al doilea caz observatorul din tavan să vadă lumina albastră emisă de pe podea ca fiind roșie.*

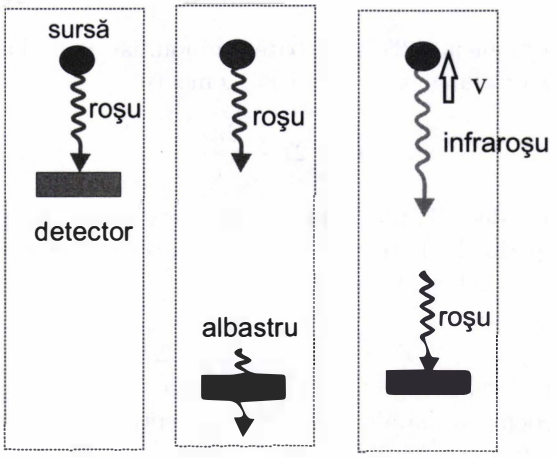

Figura 7.37: *Principiul experimentului lui Pound și Rebka, schițat cu alte frecvențe ale luminii decât cele folosite în realitate. Stânga: O sursă emite lumina roșie care este absorbită de detector. Mijloc: Detectorul este mutat mai jos. Datorită diferenței de înălțime în câmpul gravitațional al Pământului, lumina ce ajunge la el va avea culoarea albastră și nu va mai fi absorbită de detector. Dreapta: Sursa este mișcată în sus cu viteza v. Datorită efectului Doppler (provocat de mișcare), lumina emisă este infraroșie. Odată ce ea atinge detectorul, ea va avea o frecvență mai mare datorită câmpului gravitațional. Lumina va deveni roșie (pentru că era deja infraroșie). Acum lumina este din nou absorbită de detector.*

mai mică) față de cea a luminii emise de atomii de pe Pământ.

Studiul emisiei atomilor din Soare se dovedește în practică mult mai dificil, pentru că atomii din Soare au condiții diferite decât cei de pe Pământ. Nu numai câmpul gravitațional joacă un rol, dar și presiunea, temperatura etc. Astfel, frecvența luminii emise de Soare este diferită și din alte motive. Unul dintre motive este mișcarea termică a atomilor care (prin efectele Doppler) lărgește linia spectrală a luminii emise cu mult mai mult decât deplasarea spre roșu pe care vrem noi să o observăm.

De aceea, primul experiment care a verificat deplasarea spre roșu datorită câmpurilor gravitaționale a fost efectuat pe Pământ. În experiment, fizicienii americani Robert Pound și G. A. Rebka au așezat o *sursă* emițătoare de raze gamma (care este tot lumină, însă mai energetică, vezi figura 4.16) pe tavanul clădirii unde au efectuat experimentul, așa cum este reprezentat în figura 7.37. În plus, ei au așezat și un *detector* în subsolul aceleiași clădiri, diferența de înălțime dintre cele două poziții fiind de aproape 20 de metri.

Atât sursa, cât și detectorul folosesc o metodă specială (numită *Mössbauer*) pentru a emite și detecta radiații, care le face să emită și să „vadă" numai o *singură* frecvență. Aceasta deoarece ele conțin izotopi din același material, ceea ce face ca radiația emisă ori absorbită să aibă aceeași frecvență. Dacă sursa și detectorul ar fi una lângă alta, atunci lumina de la sursă ar fi absorbită de către detector (vezi stânga figurii 7.37). Dacă frecvența radiației gamma emise de sursă s-ar schimba puțin (dintr-un motiv sau altul), atunci detectorul nu ar mai absorbi nimic. Măsurând dacă detectorul absoarbe radiație, putem spune dacă frecvența sursei s-a schimbat.

În experiment, sursa de radiație era pe tavan și detectorul în subsol. Desigur, sursa emite cu aceeași frecvență ca și mai înainte. Însă, datorită diferenței de înălțime dintre sursă și detector, detectorul va vedea o frecvență diferită a acestor radiații gamma emise de sursă. Mai precis, frecvența razelor gamma ce vin la detector este *deplasată spre albastru*, pentru că detectorul se află de data aceasta mai jos decât sursa în câmpul gravitațional al Pământului. Acum radiația gamma emisă de sursa din tavan nu mai este captată de detectorul de la subsol, pentru că frecvența ei s-a schimbat (vezi partea de mijloc a figurii 7.37). După cum vedem, acum măsurăm o frecvență diferită, însă nu știm și *cu cât* s-a schimbat ea.

De aceea, printr-o tehnică ingenioasă, Pound și Rebka au pus în mișcare sursa de raze gamma cu o anumită viteză, pentru a crea un *efect Doppler artificial* în direcția opusă (spre roșu) și a compensa efectul gravitațional. Pentru o anumită viteză a sursei, frecvența razelor gamma ce ajung la detector a devenit din nou identică cu cea inițială, și a putut fi astfel detectată. Măsurând valoarea vitezei sursei, Pound și Rebka au aflat deplasarea spre roșu indusă de mișcarea sursei. Când sistemul era compensat această valoare era egală în valoare absolută cu deplasarea spre albastru datorată câmpului gravitațional, care astfel se poate măsura. Experimentul a verificat predicția teoriei relativității generale.

Pentru completitudine, trebuie menționat că sursa de radiație a fost o bucată plină de izotopi de fier (^{57}Fe) care emit radiații gamma. Mișcarea acesteia a fost indusă cu ajutorul unui difuzor, în centrul căruia a fost așezată sursa. Iar în practică, detectorul a fost de fapt un contor de scintilație, așezat *în spatele* unei bucăți de fier plină de izotopi ^{57}Fe. De câte ori razele gamma erau absorbite de către bucata de fier ^{57}Fe, de atâtea ori semnalul pe contor scădea (detecție prin lipsă, am putea spune).

Vedem că acesta este un exemplu de experiment major care poate fi construit cu nu prea multe elemente. Totul este să identificăm corect teoria din spatele experimentului și să avem imaginație și cunoștințe de ultimă oră pentru a fi primii care îl efectuează.

Mai târziu și alte tipuri de experimente au putut confirma deplasarea spre roșu a luminii ce iese din câmpuri gravitaționale intense. S-a măsurat de exemplu o frecvență radio emisă de sonda spațială Voyager I atunci când ea se afla în *câmpul de gravitație* al lui Saturn (în anul 1980) și s-a comparat valoarea ei cu frecvența emisă din spațiul interstelar. Din nou s-au obținut rezultate în concordanță cu teoria relativității generale.

Să remarcăm acum că experimentul lui Pound și Rebka (și deplasarea spre roșu, de fapt) scoate în evidență una din esențele principiului echivalenței. Astfel, clădirea unde Pound și Rebka au efectuat experimentul poate fi considerată *echivalentă* cu aceeași clădire aflată în accelerație în sus, în spațiul imponderabil. În această comparație, sursa de pe tavan emite cu o anumită frecvență într-un anumit moment. Pe de altă parte, podeaua se mișcă accelerat în sus, ea venind în întâmpinarea razei, și deci în această situație un observator de pe podea percepe o frecvență mai ridicată a razei gamma (pentru el, lumina este deplasată spre albastru).

Ce ne spune spune principiul echivalenței? El ne spune că aceeași clădire poate fi considerată la fel de bine în accelerație din punct de vedere al ecuațiilor, dacă obținem același rezultat care a fost verificat experimental. Pedagogic, pentru a ne readuce aminte această situație, nu este greșit să spunem că clădirea *se află* în accelerație verticală, chiar dacă ea stă pe loc pe Pământ! Cu alte cuvinte, de fiecare dată când ne așezăm pe canapea într-un câmp gravitațional putem considera că ne aflăm în mișcare accelerată în spațiul imponderabil, într-un sistem particular de coordonate, fără însă să fim conștienți de mișcare.

Deplasarea spre roșu a luminii ce iese din câmpuri gravitaționale a fost prezisă încă din anul 1783 de către John Michell, într-una din scrisorile sale, pe când încă se accepta o *teorie corpusculară* a luminii. Explicația lui presupune că lumina este formată dintr-un fel de corpusculi, care își redistribuie energia odată ce se mișcă în câmpuri gravitaționale. Odată ce corpusculii ies din apropierea unei stele, ei pierd energie cinetică (viteza lor scade, fiind atrași de stea), la fel cum și o piatră aruncată în sus își va consuma din energia sa cinetică. Pentru a explica deplasarea spre roșu, tot ce avem de făcut este să postulăm o relație între energia cinetică a acestor corpusculi și culoarea luminii pe care o reprezintă.

O astfel de presupunere este incorectă, deși conține câteva semințe de adevăr. Astfel, astăzi se știe că lumina este formată din pachete discrete de energie, numite *fotoni*. Ei pot fi considerați echivalentul unor corpusculi, deși numai

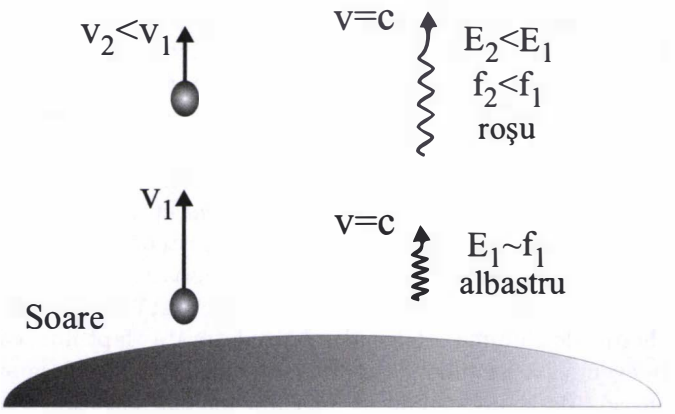

Figura 7.38: *O bilă (stânga) și un pachet de lumină albastră (dreapta) părăsesc suprafața Soarelui. Amândouă au nevoie de energie pentru a se elibera din câmpul gravitațional al Soarelui. Bila folosește energia sa cinetică, viteza ei scăzând astfel pe măsură ce se eliberează. Pachetul de lumină circulă însă cu viteză constantă, viteza luminii c. De data aceasta scade energia sa E pe măsură ce pachetul de energie urcă. Energia sa este, în mecanica cuantică, proporțională cu frecvența pachetului de lumină, $E \sim f$ care astfel va scădea și ea. Pachetul de unde va avea acum, datorită frecventei scăzute, culoarea roșie la înălțimi mari.*

parțial. Astfel, fotonii se deplasează mereu cu viteza luminii, care nu poate scădea, fiind o constantă universală. Pe de altă parte, niște corpusculi își pot varia viteza, mergând când mai încet, când mai repede. De aceea, fotonii nu sunt tocmai niște corpusculi.

Să observăm că, atunci când acești fotoni (pachete de lumină) urcă în câmp gravitațional, viteza lor nu poate scădea și ei trebuie să consume o altă parte din energia lor, decât energia cinetică clasică (vezi figura 7.38).

După cum vom vedea mai târziu în teoria cuantică (secțiunea 96), energia E a pachetului de lumină (a fotonului) este proporțională cu frecvența f a luminii $E \sim f$. O lumină ce este generată adânc în stea are o anumită frecvență inițială. Pe măsură ce ea părăsește straturile adânci, energia sa internă scade, așa cum am văzut, și deci scade și frecvența pachetului de lumină. Dacă lumina are o anumită culoare din spectrul vizibil când ea se află în adâncurile stelei, culoarea ei se deplasează către roșu odată ce scapă de acolo.

Un calcul direct al efectului de mai sus ne dă o valoare care este egală cu cea obținută din principiul echivalenței (vezi căsuța matematică alăturată). Este desigur remarcabil, căci analiza precedentă este una newtoniană, cu puțină „aromă" cuantică.

Legătura dintre energia pachetului de lumină și frecvența sa $E \sim f$ a fost scoasă în evidență de Einstein însuși, care și-a imaginat un dispozitiv care ar fi putut funcționa ca un *perpetuum mobile*. Aici, un corp este lăsat să cadă liber de la înălțime mare, după care i se recoltează energia potențială (printr-un arc pe care cade, de exemplu).

Apoi corpul este transformat într-un pachet de lumină (echivalența dintre masa și energie) și trimis din nou la înălțime sub forma unei raze luminoase, după care este

transformat la loc în corp. Dacă transportul la înălțime prin intermediul luminii nu costă energie, atunci la fiecare etapă am câștiga energia potențială a corpului datorită căderii sale. De aceea, spune Einstein, urcarea unui pachet de lumină (un foton de exemplu) *trebuie* să consume din energia sa. Mai mult, așa cum rezultă din ecuații, „costul" de energie trebuie să fie *proporțional* cu diferența de frecvență, pentru a obține rezultate consistente.

La o analiză mai atentă, se poate arăta că proporționalitatea dintre energie și frecvență pentru pachetul de lumină (fotonul) este datorată faptului că frecvența pachetului de lumină se transformă la fel ca și energia de la un sistem de referință inerțial la altul. Cu alte cuvinte, nu numai legile electromagnetismului trebuie să fie consistente cu teoria relativității, dar și cele ale mecanicii cuantice.

Calcul: ***Efectul Doppler în câmp gravitațional***

Să prezentăm pe scurt două metode pentru a calcula deplasarea spre roșu a luminii ce iese din câmpuri gravitaționale, referindu-ne la figura 7.36, unde sursa este pe podea.

Prima metodă este cea în care liftul este accelerat *în sus* cu accelerația g (vezi stânga figurii 7.36). Deoarece lumina circulă aproape instantaneu față de mișcarea liftului, timpul cât îi ia luminii să atingă tavanul este $\Delta t = h/c$, unde h este înălțimea liftului. Considerând acum că liftul pleacă din poziția sa de repaus (viteza inițială nulă), viteza liftului va fi după timpul Δt :

$$v = g\Delta t = \frac{gh}{c}$$

Către observatorul aflat pe tavanul în mișcare cu viteza v vine lumina cu frecvența f emisă de pe podea. Observatorul va percepe atunci o frecvență diferită, datorată efectului Doppler, cu o variație Δf dată de formula Doppler introdusă în căsuța matematică precedentă:

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{v}{c} = \frac{gh}{c^2}$$

În cea de-a doua metodă de calcul, prezentată în figura 7.38, vom considera un pachet de energie electromagnetică ce își pierde din energie pe măsură ce urcă în câmp gravitațional. După cum vom vedea în secțiunea 96, energia discretă a unui pachet electromagnetic (denumit *foton*) este, în mecanica cuantică, proporțională cu frecvența sa $E = hf$, unde h este constanta lui Planck. Variația relativă a frecvenței este atunci egală cu variația relativă de energie:

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta E}{E}$$

Energia pachetului de undă electromagnetică o vom asocia masei sale, conform principiului de echivalență dintre masă și energie. Masa pachetului de undă devine $m = E/c^2$. Mecanica clasică ne spune că pierderea de energie este $\Delta E = mgh$, unde h este înălțimea la care se urcă pachetul de energie electromagnetică, egal cu înălțimea liftului. Înlocuind în formula precedentă, obținem

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta E}{E} = \frac{mgh}{mc^2} = \frac{gh}{c^2}$$

adică un rezultat identic cu cel obținut în prima metodă, deși metoda este diferită. Cheia „potrivelii" stă în relația proporțională dintre energia $E = hf$ și frecvența f a pachetului de energie cuantic (fotonul).

80. Dilatarea timpului în câmpuri gravitaționale intense

Deplasarea spre roșu a luminii emise dintr-un punct aflat într-un câmp gravitațional poate fi interpretată și în termeni de dilatare a timpului. Astfel, să ne imaginăm niște atomi aflați în interiorul unei stele extraordinar de masive. Ei emit, să zicem, lumină albastră, care ajunge roșie la noi, pentru că lumina este *deplasată spre roșu* odată ce iese din câmpul gravitațional, așa cum am aflat din secțiunea precedentă.

Frecvența luminii albastre este însă mai mare decât cea a luminii roșie. Aceasta înseamnă că atomii din Soare emit *fronturi de undă* luminoase cu o frecvență mare (a culorii albastre), dar noi receptăm aceste fronturi de undă cu o frecvență mai mică (corespunzătoare luminii roșii). Situația este asemănătoare cu cea a unei mitralior care trage o sută de gloanțe pe secundă, dar noi primim doar unul pe secundă (vezi figura 7.39). Cum se poate?

Ei bine, explicația este simplă dacă acceptăm că timpul în apropierea stelei masive încetinește față de noi. În acest fel, dacă mitraliorul s-ar afla în apropierea stelei, el *ar avea senzația* că trage o sută de gloanțe pe secundă, însă timpul lui ar fi *încetinit*, el s-ar mișca de fapt foarte încet față de noi, în reluare parcă, în așa fel încât el nu va trage de fapt decât câte un glonț pe secundă.

Este ca și cum mitraliorul ar fi actor într-un film care rulează cu încetinitorul. Noi l-am vedea cum se mișcă încet, cum abia trage gloanțele unul după altul, însă el, în lumea lui din film, n-ar remarca nimic din această încetineală. El ar crede în continuare că trage repede, câte o sută de gloanțe pe secundă. El nu își dă seama că trage încetinit, pentru că toate părțile lui fizice sunt încetinite, atât mâna, cât și degetul, chiar și creierul. Concluzia este că *timpul însuși* este încetinit (dilatat) în câmpuri gravitaționale mai intense.

Desigur, o astfel de concluzie nu este surprinzătoare, ea a fost deja menționată atunci când am discutat despre metrica Schwarzschild a spațiului-timp din jurul unei

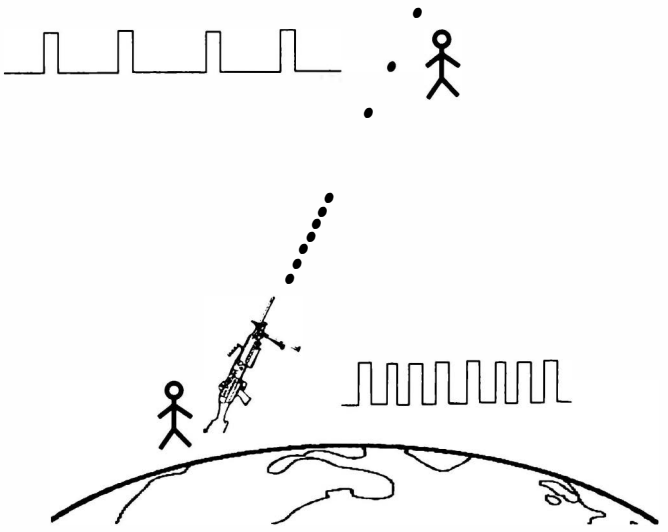

Figura 7.39: *Un mitralior trage de pe suprafața unei stele o sută de gloanțe pe secundă. Un observator aflat în spațiul cosmic primește doar câte un glonț pe secundă. Care este explicația acestui paradox?*

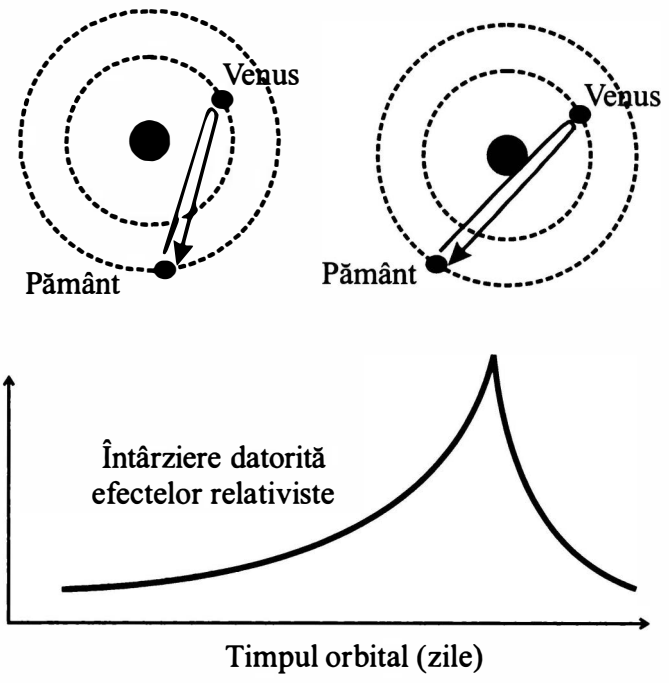

Figura 7.40: *Sus: o undă radar este emisă de pe Pământ. Ea se reflectă apoi de suprafața planetei Venus și se întoarce înapoi pe Pământ. Timpul de întoarcere este influențat de câmpul gravitațional al Soarelui. Întârzierea depinde de cât de aproape trece lumina de Soare. Cu cât raza de lumină trece mai aproape de Soare (dreapta figurii) cu atât partea de întârziere datorită efectelor relativiste este mai mare (partea de jos a figurii).*

stele masive în secțiunea 75. Acolo am văzut că nu numai spațiul este curbat, ci întreg spațiul-timp și că o parte a acestei curburi poate fi privită ca o dilatare a timpului în câmpurile gravitaționale puternice. Mai mult, metrica Schwarzschild ne dă direct și factorul de dilatare a timpului ca fiind $\sqrt{1-2GM/rc^2}$, unde G este constanta lui Newton, M masa stelei și r este coordonata radială a punctului de măsură. Coordonata radială r reprezintă distanța la care aria sferei este $4\pi r^2$, așa cum am detaliat în secțiunea 75, fiind diferită de distanța până la centrul stelei.

Să remarcăm că dilatarea timpului în câmpuri gravitaționale puternice rezolvă *paradoxul gemenilor* din relativitatea restrânsă (secțiunea 59): un geamăn rămâne pe Pământ, iar altul pleacă în spațiu și se întoarce. Fiecare îl va vedea *pe celălalt* în prima instanță fiind mai tânăr, pentru că situația este echivalentă. Odată însă ce fratele îndepărtat se întoarce, el trebuie să încetinească (pentru a-și schimba traiectoria) și să accelereze din nou în drumul său spre casă. Simetria este ruptă. Care din ei va fi mai tânăr, odată ce se văd din nou pe Pământ?

Pentru a răspunde la întrebare, să revenim mai întâi la principiul echivalenței, care ne spune că situația în care geamănul astronaut este accelerat trebuie să fie echivalentă cu situația în care el se află într-un *câmp gravitațional.* Noi știm că într-un câmp gravitațional timpul încetinește, stă parcă pe loc. Atunci trebuie ca timpul să încetinească și în primul caz, adică pentru geamănul *astronaut* care face mișcări accelerate. În final, timpul va trece mai încet pentru el, deci geamănul astronaut rămâne mai tânăr decât fratele său la întoarcerea pe Pământ.

Unele dintre primele verificări directe ale dilatării timpului în câmpuri gravitaționale sunt considerate experimentele propuse în 1964 de către fizicianul Irwin Shapiro (vezi figura 7.40). Aceste experimente constau în trimiterea unui semnal *radar* de pe Pământ către un reflector aflat de cealaltă parte a Soarelui. Semnalul reflectat este apoi recepționat din nou pe Pământ. Astfel vom măsura timpul dus-întors al semnalului radar.

Semnalul este însă trimis tangențial pe lângă Soare, în așa fel încât efectele teoriei relativității să fie cât mai proeminente. Deoarece semnalul radar traversează regiunea de câmp gravitațional intens al Soarelui, el va fi *întârziat* față de situația în care nu ar fi trecut pe lângă Soare, fiind efectiv încetinit în zonele din apropierea Soarelui, acolo unde însuși timpul se dilată. Măsurând aceste întârzieri, vom verifica *experimental* dilatarea timpului în câmpuri gravitaționale puternice.

Inițial, Shapiro a propus ca semnalul radar ce trece pe lângă Soare să fie reflectat de suprafața unei planete, atunci când planeta ajunge de cealaltă parte a Soarelui față de Pământ (acolo unde se află sursa radar). Calculele relativiste arătau întârzieri măsurabile cu tehnica anilor 60. Efectul a și fost confirmat imediat de cercetătorii americani (vezi figura 7.41), care au putut măsura semnalele foarte slabe reflectate de suprafața unor planete, deși eroarea măsurătorilor era destul de mare.

Pe de altă parte, reflexia semnalului radar de pe suprafața unei planete produce probleme la interpretare. De aceea, în anii următori, fizicienii au ales ca semnalul radar să fie reflectat de *sondele spațiale* Mariner VI și Mariner VII, care orbitau în jurul planetei Marte. Și în acest caz rezultatele au confirmat prezicerile lui Shapiro. În final, cercetătorii au îmbunătățit și mai mult tehnica, odată ce alte sonde spațiale au lăsat emițători și receptori direct pe suprafața planetei Marte.

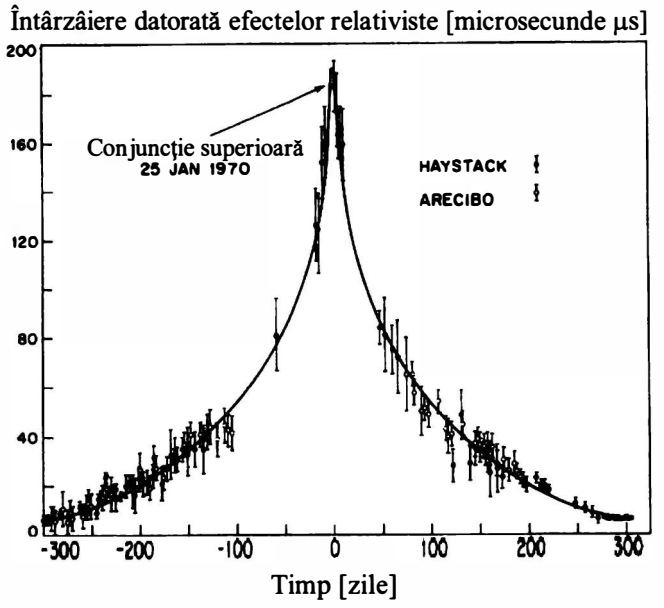

Figura 7.41: *Măsurătorile originale ale întârzierii unui semnal radar reflectat de suprafața planetei Venus. Pe axa orizontală este ziua când a fost efectuată măsurătoarea, iar pe cea verticală este întârzierea semnalului radar față de calculul newtonian, întârziere exprimată în microsecunde. Maximumul se obține când planeta Venus este în spatele Soarelui, așa cum prezice teoria relativității generale. Pentru măsurători au fost folosite două telescoape, unul la Arecibo și celălalt la Haystack. Reprodus cu permisiunea domnului profesor Shapiro din articolul „Fourth Test of General Relativity: New Radar Result", de Irwin I. Shapiro,* Phys. Rev. Lett. *26.* ©*1971 by The American Physical Society.*

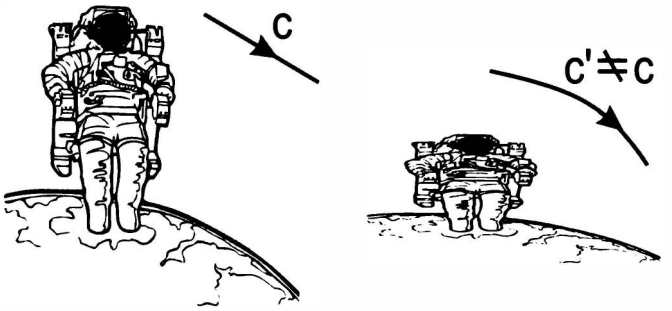

Figura 7.42: *Stânga: un astronaut aflat foarte aproape de Soare face plajă pe o orbită în jurul Soarelui, urmărind în același timp o rază de lumină ce trece pe lângă el. Din punctul lui de vedere, lumina circulă drept, cu viteza ei unică c. Dreapta: din punctul nostru de vedere, cei care am trimis raza de lumină special pe lângă Soare să îi măsurăm întârzierea, situația este alta. Aici astronautul pare turtit de câmpul gravitațional al Soarelui, atomii din el par că bat mai încet, iar raza însăși este curbată! Viteza luminii are atunci altă valoare pentru noi decât valoarea sa c, constanta universală. Nici nu se putea altfel, spune Einstein, deoarece lumina își schimbă sensul în mișcare, deci este accelerată (în sistemul nostru de referință neinerțial).*

O altă manieră de a verifica direct dilatarea timpului în spațiul cosmic a fost testată în anul 1976. Atunci a fost lansată în spațiu o rachetă Scout, care a avut la bordul ei un *ceas atomic* foarte precis. Timpul indicat de ceas, atunci când racheta se afla într-un câmp gravitațional intens, a fost comparat cu o referință terestră. Din nou, dilatarea timpului în câmpuri gravitaționale a fost confirmată. Astăzi, această dilatare a timpului este verificată zilnic de sistemele de poziționare prin satelit (GPS), după cum vom vedea în secțiunea 81.

Rezultatul experimentului lui Shapiro scoate în evidență un fapt interesant. Astfel, lumina este întârziată atunci când trece pe lângă Soare, ceea ce reprezintă o *variație* a vitezei luminii, care însă ne așteptam să fie o constantă universală! Cu toate acestea, așa cum însuși Einstein a remarcat, viteza luminii este constantă într-un sistem *local* de referință inerțial.

De exemplu, să considerăm un astronaut care face plajă pe o orbită în jurul Soarelui (și care este atunci în cădere liberă, așa cum este și Luna în cădere liberă, vezi secțiunea 14). Când astronautul vede lumina trecând pe lângă el, el va măsura precis viteza luminii ca fiind egală cu acea constantă universală c (vezi figura 7.42), pentru că spațiul-timp *local* pe care îl percepe el este minkowskian.

Noi însă știm că viața acelui astronaut este încetinită, pentru că timpul ce trece pentru el este *dilatat.* Cum noi calculăm viteza luminii ca fiind distanța parcursă în unitatea de timp, va trebui să ajustăm valoarea timpului cu factorul precedent. Pe de altă parte, trebuie să luăm în calcul și curbura spațiului, obținând în final o altă valoare a vitezei decât constanta universală c. Aceasta desigur, din punctul *nostru* de vedere, deoarece din punctul de vedere al astronautului aflat la plajă lumina își păstrează aceeași viteză c.

Observația de mai sus a fost scoasă în evidență frumos de Einstein, care spune că noi vom vedea o curbare a razei de lumină, odata ce aceasta trece pe lângă o stea (vezi de exemplu figura 7.29). O curbare a traiectoriei reprezintă însă o *accelerare*, chiar în cazul în care valoarea absolută a vitezei nu se schimbă. Aceasta pentru că variația vitezei (accelerația sa) este un *vector.* Lucrul acesta îl recunoaștem de exemplu în mișcarea circulară uniformă, unde valoarea absolută a vitezei este constantă, dar direcția ei se schimbă. Cu alte cuvinte, viteza luminii poate diferi față de valoarea cunoscută c într-un sistem de referința neinerțial, însă este egală cu valoarea constantei c într-un sistem de coordonate local minkowskian.

8

Implicațiile teoriei relativității în astronomia modernă

În capitolul precedent am introdus teoria relativității generale discutând aspectele ei teoretice (de exemplu curbarea spațiului-timp) dar și câteva aspecte experimentale (de exemplu, deplasarea spre roșu a spectrului luminii ce iese dintr-un câmp gravitațional intens).

În capitolul de față urmează să ne concentrăm asupra altor aspecte experimentale, dar și asupra unor consecințe ale teoriei relativității generale, de exemplu evoluția dinamică a universului. În final vom aborda subiecte recente, ca materia întunecată și energia întunecată.

81. Sistemele de navigație GPS

Am discutat în secțiunea 67 despre cheia înțelegerii teoriei relativității generale: evenimentele se așază pe un *spațiu-timp curb*. În practică, curbura acestui spațiu-timp este foarte mică, așa încât ea este observată și măsurată cu greu. De aceea pare că teoria relativității generale are numai o importanță teoretică pentru înțelegerea universului. Cu toate acestea, teoria relativității are și o aplicație practică: funcționarea corectă a sistemelor de navigație prin satelit.

Sistemul de navigație prin satelit poartă numele prescurtat de *GPS*, de la inițialele expresiei în limba engleză „Global Positioning Satellite". Sistemul GPS este o rețea de peste 20 de sateliți ce orbitează la aproape 20 000 de km deasupra Pământului (vezi figura 8.1). Ei sunt astfel distribuiți încât la orice moment de timp, în orice poziție de pe Pământ, cel puțin patru sateliți sunt vizibili.

Fiecare satelit poartă cu el un ceas atomic ce are o precizie de o nanosecundă (de un miliard de ori mai mică decât secunda). În plus, sateliții emit spre Pământ semnale radio la intervale regulate. Depinzând de poziția de pe Pământ și de poziția sateliților, semnalele sunt receptate la *intervale diferite* de un utilizator aflat pe Pământ (dat de timpul cât îi ia luminii să ajungă de la emițătorul din satelit la receptorul aflat pe Pământ). Din diferența de timp dintre semnale și știind poziția sateliților, utilizatorul își poate determina poziția sa, folosind un procedeu

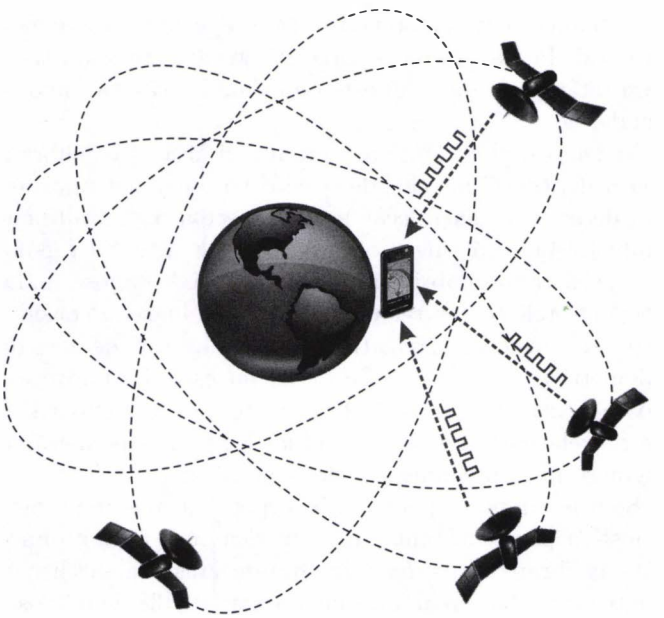

Figura 8.1: *În figură este prezentată ideea de bază a sistemului GPS. Aici un număr de sateliți artificiali orbitează la* 20 000 *km deasupra Pământului, având ceasuri atomice la bord. Timpul indicat de ceasul atomic este transmis pe o regiune largă către Pământ. Receptorul de pe Pământ este pasiv, el doar recepționează timpii de la diverșii sateliți în a căror rază de acțiune se află. Momentele în care semnalele ajung la receptor sunt însă diferite, depinzând de cât de departe sunt localizați sateliții față de receptor. Din întârzierea semnalului de la diferiți sateliți, receptorul aflat pe Pământ își poate calcula singur poziția, printr-un proces de triangulație. De remarcat că influențele teoriei relativității generale trebuie luate în considerare, fiind de mii de ori mai mari decât precizia necesară!*

direct de triangulație. Sistemul actual atinge o precizie mai mică de un metru, precizie dată în esență de distanța parcursă de lumină într-o nanosecundă.

Pentru a măsura poziția receptorului cu o precizie așa de mare, în afară de poziția sateliților mai trebuie luate în considerare două aspecte cruciale: mișcarea sateliților,

prin teoria relativității restrânse, și poziția lor în câmp gravitațional, prin teoria relativității generale. După cum am văzut în capitolul precedent, ambele efecte (atât mișcarea cu o viteză finită, cât și câmpul gravitațional) *dilată timpul* din sateliți, deci afectează timpul de referință al ceasurilor atomice față de receptorii aflați pe Pământ.

Astfel, am văzut că timpul curge mai încet în câmpuri gravitaționale mai intense. Atunci, timpul curge mai încet aici, pe Pământ, unde câmpul gravitațional este mai puternic, decât sus pe orbită, acolo unde sunt localizate ceasurile atomice ale sateliților. În practică, ceasurile de pe orbită vor bate *mai repede* decât echivalentele lor de pe Pământ, cu 45 microsecunde într-o zi, conform teoriei relativității generale.

Pe de altă parte, mișcarea sateliților GPS pe orbită încetinește ceasurile lor atomice, conform teoriei relativității restrânse. În practică, întârzierea ceasurilor datorită acestui efect este de aproximativ 7 microsecunde într-o zi. Combinând cele două efecte, vedem că ceasurile atomice „bat" mai repede cu aproape 38 microsecunde într-o zi. Pe de altă parte, precizia cu care vrem să măsurăm întârzierile de timp este de ordinul a câteva nanosecunde.

Vedem astfel că, dacă așteptăm o zi fără să recalibrăm ceasurile, timpii indicați de ceasuri vor devia cu valori de mii de ori mai mari decât precizia necesară. Cu alte cuvinte, trebuie să ținem cont de teoria relativității generale dacă vrem să obținem precizia dorită de nanosecunde. Dacă efectele teoriei relativității nu ar fi luate în considerare, sistemele de navigație ar acumula erori de zeci de kilometri în fiecare zi! De aceea nu este de mirare că, poate pentru prima dată, fizicieni teoreticieni experți în teoria relativității generale au luat loc la aceeași masă cu ingineri din companiile de telecomunicații.

Soluția adoptată pentru a încorpora efectele relativiste a fost în prima instanță una practică: ceasurile atomice sunt calibrate *intenționat* înainte de lansarea satelitului pentru ca să bată mai încet cu aproximativ 38 de microsecunde pe zi. În acest fel ele vor „tici" la frecvența corectă odată ce ajung pe orbită. Acest lucru este posibil pentru că orbitele sateliților sunt situate aproximativ la aceeași înălțime. După această primă corecție, inginerii au pus la punct și alți algoritmi de corecție necesari, care rulează în timp real.

82. Detecția indirectă a undelor gravitaționale

În secțiunea 66 am menționat că influența gravitației nu este instantanee, ci ea se transmite cu *viteza finită a luminii*, ca și în cazul electromagnetismului. Cu undele electromagnetice suntem familiarizați, pentru că experiența acestora o avem zilnic (radio, lumina), însă nu același lucru se poate spune despre undele gravitaționale, cele prin care se transmite energie prin intermediul gravitației. Se naște atunci întrebarea dacă undele

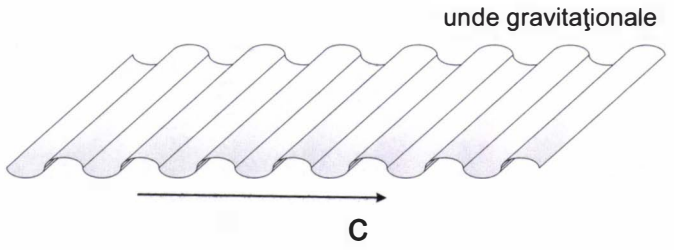

Figura 8.2: *Într-o primă aproximare, undele gravitaționale pot fi privite ca niște unduiri ale spațiului însuși, unduiri ce se deplasează cu viteza luminii. În figură este prezentat exemplul unui spațiu bidimensional ce ar fi fost plat în absența undelor gravitaționale.*

gravitaționale pot fi măsurate sau dacă pot fi folosite în astronomie (mai precis în *astronomia gravitațională*).

Trebuie spus de la început că nu orice influență a gravitației care se transmite în spațiu poate fi considerată undă gravitațională. Prin consens, se consideră unde gravitaționale numai acele tipuri de perturbații gravitaționale cu ajutorul cărora se transmite *energie*, deci informație. Cu alte cuvinte, o stea obișnuită nu emite unde gravitaționale, deși influenta gravitației generată de ea se deplasează cu viteza luminii.

În figura 8.2 este reprezentată schematic o undă gravitațională, care poate fi privită ca o unduire a spațiului însuși. Căci, deoarece spațiul-timp este curb în teoria relativității generale, înseamnă că spațiul este *dinamic*. Imaginea este însă puțin înșelătoare, pentru că sugerează că unduirea spațiului are loc într-un alt spațiu mai mare, ceea ce nu e cazul. Așa cum am discutat pe larg în secțiunea 69, un spațiu tridimensional este curb „în el însuși", fără a fi scufundat într-un eventual spațiu euclidian de mai multe dimensiuni. De aceea, unduirea spațiului (unda gravitațională) trebuie privită mai degrabă ca pe o variație în timp a metricii (curburii) spațiului. Astfel, spațiul poate deveni pentru scurt timp curb acolo unde era euclidian, dacă trece prin el o undă gravitațională, spațiul rămânând însă tridimensional.

Cum arată însă o sursă de energie gravitațională? Prin comparație cu dipolul electric oscilant, care radiază energie electromagnetică, am putea presupune că o stea sferică, a cărei rază oscilează, generează unde gravitaționale. Cu toate acestea, datorită formei particulare a metricii Schwarzschild, steaua nu radiază unde gravitaționale chiar dacă raza ei oscilează.

În cazul în care steaua este *asimetrică*, iar raza ei oscilează, atunci ea emite totuși unde gravitaționale, dar nu de tip dipolar, ci *cuadrupolar*, care sunt mai greu de detectat. Astfel de emisii s-ar putea observa în exploziile asimetrice ale supernovelor, care au loc la milioane de ani depărtare. Desigur, cantitatea de energie emisă prin undele gravitaționale ar fi proporțională cu asimetria, și deci nu poate fi prezisă simplu.

Prima dovadă indirectă a existenței undelor gravitaționale a fost găsită de către astrofizicianul american Joseph Taylor și studentul său Russell Hulse. Astfel, cei doi cercetători au studiat un *sistem binar* particular, care este un ansamblu de două stele ce orbitează

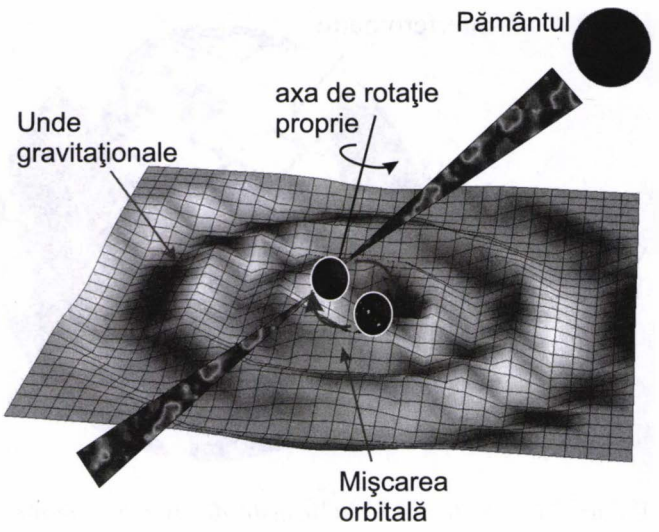

Figura 8.3: *Sistemul PSR 1913+16 este format din două stele neutronice care orbitează una în jurul celeilalte (sistem binar), schițate în centrul figurii. Stelele au dimensiuni de câteva zeci de kilometri, orbitează la distanțe comparabile cu distanța dintre Pământ și Lună și au perioade de revoluție orbitală de câteva ore. Când stelele se apropie mai mult una de alta, se emit unde gravitaționale (reprezentate aici prin unduiri ale spațiului curb). Acestea diminuează energia stelelor. În timp, datorită pierderii de energie, perioada de revoluție a celor două stele scade vizibil. Una din stelele neutronice este un pulsar ce emite unde radio pe la polii săi magnetici, în două direcții. Datorită rotației în jurul axei proprii (care este diferită de axa polilor magnetici!), direcția de emisie intersectează regulat sistemul Solar, generând pulsurile de unde radio pe care noi le receptăm pe Pământ. Putem astfel măsura direct timpului de rotație în jurul axei proprii, care se dovește a fi de câteva fracțiuni de secundă.*

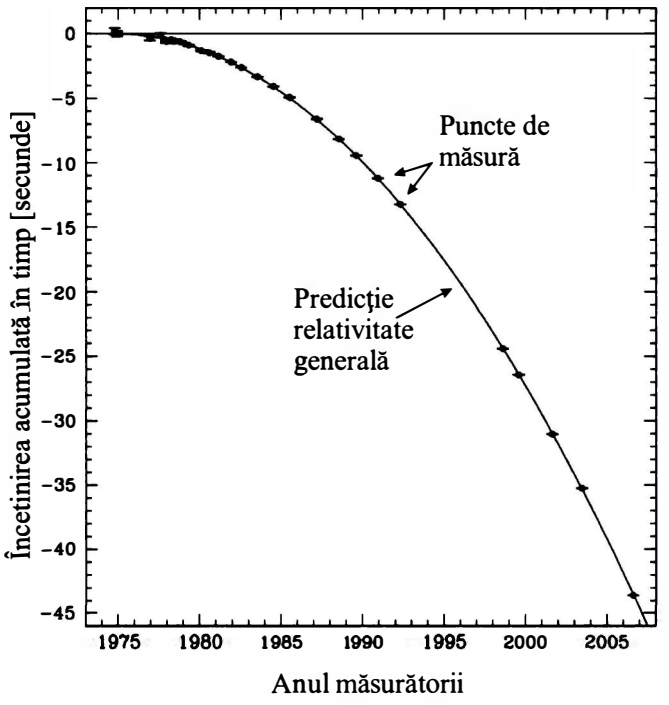

Figura 8.4: *În figură este prezentată variația în perioada de revoluție orbitală a sistemului binar PSR B1913+16. Măsurătorile au avut loc pe parcursul mai multor ani (axa orizontală). Ele arată că mișcarea orbitală a pulsarului încetinește cu aproximativ o secundă pe an (axa verticală, în secunde). Teoria relativității prezice corect încetinirea, prin emisia de unde gravitaționale. Imagine reprodusă cu permisiunea autorului din articolul „Timing Measurements of the Relativistic Binary Pulsar PSR B1913+16", de J.M. Weisberg, apărut în revista* The Astrophysical Journal *(2010).*

una în jurul celeilalte. Sistemul binar studiat poartă numele PSR B1913+16. Astrofizicienii Taylor și Hulse au studiat pe îndelete numai una din cele două stele. Ea era o *stea neutronică* cu proprietăți suplimentare, care îi îndreptățesc denumirea de *pulsar* (vezi figura 8.3).

Stelele neutronice sunt obiecte fascinante ale spațiului cosmic. Rezultate în urma exploziilor *supernovelor*, ele conțin practic numai neutroni, care sunt înghesuiți unul lângă altul atât cât le permite diametrul neutronilor. Dimensiunea neutronilor este de ordinul dimensiunii nucleelor de atomi, adică 10^{-15}m. Neutronii sunt atunci de câteva zeci de mii de ori mai mici în diametru decât atomii, care au dimensiuni de 10^{-10}m. Aceasta înseamnă că o stea neutronică de masa Soarelui este de zeci de mii de ori mai mică în diametru decât Soarele, acolo unde atomii sunt înghesuiți unul lângă celălalt. Știind că Soarele are un diametru de aproximativ un milion de kilometri, se estimează atunci că o stea neutronică va avea dimensiuni de câțiva zeci de kilometri!

Știind acum diametrul stelelor neutronice, se poate estima și mișcarea acestora de rotație în jurul axei proprii. Căci, precum un patinator își mărește viteza de rotație odată ce își apropie brațele de corp, tot așa și rămășița unei supernove își mărește viteza de rotație odată ce se restrânge într-o mică stea neutronică. În practică, perioadele de rotație în jurul axelor proprii ale stelelor neutronice ating valori de ordinul *fracțiunilor de secunde.*

Unele dintre aceste stele neutronice emit radiații electromagnetice foarte puternice, în direcția polilor săi magnetici, direcție care poate fi *diferită* de direcția de rotație. Cum steaua neutronică este în rotație rapidă, se poate întâmpla ca direcția de emisie să intersecteze la un moment dat Pământul, ceea ce înseamnă că noi vom recepta unde electromagnetice puternice la intervale sincronizate cu rotația stelei neutronice în jurul axei proprii. Spunem atunci că avem de-a face cu un *pulsar* (vezi figura 8.3).

În cazul *sistemului binar* PSR B1913+16 studiat de cercetătorii americani, pulsarul aflat sub observație se rotea în jurul axei proprii de 17 ori pe secundă. Pe de altă parte, același pulsar era una din cele două stele ce formau sistemul binar și care se roteau una în jurul celeilalte. Aceasta conducea la o mișcare suplimentară orbitală a pulsarului, în jurul centrului comun de masă, cu o perioadă de 7 ore.

Hulse și Taylor au observat că perioada de revoluție orbitală a celor două stele, atunci când se mișcă una în jurul celeilalte, este *încetinită* în timp. Această mișcare orbitală are o întârziere de aproximativ *o secundă pe an.* Valoarea este foarte mare, dacă ținem cont de faptul că perioada orbitală este de aproximativ 7 ore. Pentru corpurile cerești,

astfel de întârzieri sunt uriașe și neașteptate, fiindcă ele se mișcă în spațiul vid și numai interacțiunea cu alte corpuri cerești le poate încetini mișcarea.

În cazul pulsarului studiat, Hulse și Taylor au ajuns la concluzia că ceea ce încetinește mișcarea orbitală a celor două stele ale sistemului binar este *emisia de unde gravitaționale*! Astfel, datorită formei asimetrice pe care sistemul binar al celor două obiecte cerești o formează, se emit unde gravitaționale de mare energie. Un calcul direct al energiei gravitaționale emise de sistem a condus precis la valoarea măsurată pentru încetinirea mișcării orbitale (vezi figura 8.4). Pentru acest rezultat, o *confirmare indirectă* a prezenței undelor gravitaționale, Hulse și Taylor au primit Premiul Nobel în anul 1993.

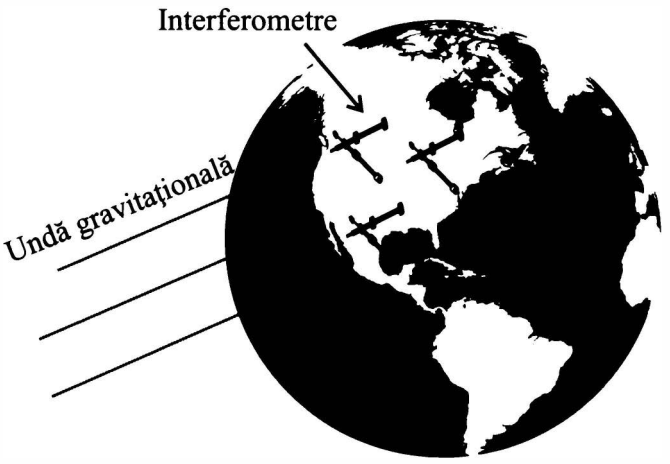

Figura 8.5: *Sistemul LIGO constă din trei interferometre situate la mii de kilometri unul față de altul, toate aflate pe teritoriul Statelor Unite (mărimea interferometrelor este reprezentată exagerat în figură). O undă gravitațională trece prin toate cele interferometre, deformând local spațiul, ceea ce este detectat în fiecare caz ca o deplasare a franjelor de interferență. Momentele de timp când unda gravitațională ajunge pe fiecare dintre cele trei interferometre sunt diferite, iar ele ne vor spune din ce direcție a spațiului provine unda gravitațională. Vorbim atunci de astronomie gravitațională.*

83. Sistemul LIGO de detecție directă a undelor gravitaționale

Undele gravitaționale nu au fost încă măsurate direct, ci doar indirect, așa cum am văzut în secțiunea precedentă. Aceasta pentru că interacțiunea dintre undele gravitaționale și sistemele noastre de detecție este foarte slabă.

Un proiect în curs de derulare, care încearcă totuși să detecteze direct undele gravitaționale, are în prezent loc sub îndrumarea universităților de la MIT and Caltech din Statele Unite. Proiectul se numește LIGO, de la inițialele în limba engleză „Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory" ceea ce desemnează un „interferometru cu laser pentru detecția undelor gravitaționale".

Astfel, LIGO este un ansamblu de trei detectoare de unde gravitaționale, așezate într-un triunghi, la distanțe de aproape 4 000 km unul de altul (vezi figura 8.5). Undele gravitaționale circulă cu viteza luminii. Depinzând de *direcția* din care vin, ele ajung în momente diferite pe cei trei detectori, cu diferențe de ordinul milisecundelor. Dacă ar putea nu numai detecta aceste unde gravitaționale, dar și momentul în care ele ajung la detectori, cu precizie suficientă, astronomii ar putea deduce din ce parte a universului vine semnalul. Desigur, ei vor compara rezultatele cu imaginile optice sau radio ale acelei părți de univers, pentru a vedea dacă s-a întâmplat ceva special acolo.

Fiecare din cele trei detectoare situate la mii de kilometri distanță este un uriaș *interferometru optic*, cu două brațe lungi de 4 km (vezi figura 8.6). În interferometru, o sursă de laser generează o undă de lumină, care apoi se împarte egal între cele două brațe. În fiecare din aceste brațe unda de lumină circulă înainte și înapoi de aproape 70 de ori, creând de fapt o lungime efectivă de 70 de ori mai mare a brațelor interferometrului. În final, cele două unde de lumină (câte una din fiecare braț) se recombină pe un detector optic, producând *franje de interferență*.

Când undele gravitaționale (cele pe care vrem să le detectăm) trec prin brațele interferometrului, ele vor modifica structura locală a spațiului-timp și în acest fel vor curba spațiul. Putem spune că brațele vor deveni efectiv *mai lungi* sau *mai scurte*, iar lumina dintr-unul din brațe va ajunge la detector mai târziu sau mai devreme decât lumina din celălalt braț.

Întârzierea aceasta conduce la o diferență de fază optică, care se manifestă în detector printr-o deplasare a franjelor de interferență, la stânga sau la dreapta (un exemplu de fraje de interferență se găsește în figura 5.12). Cu alte cuvinte, dacă o undă gravitațională trece scurt prin interferometru, franjele de interferență se vor deplasa, trădând *momentul de timp* și magnitudinea acestui eveniment, dar nu și direcția de unde vine unda.

Detectând variațiile franjelor de interferență cu toate cele trei detectoare, putem afla și *direcția* de unde provine unda gravitațională. Aceasta pentru că viteza luminii (viteza undelor gravitaționale) este finită și efectul va fi observat la momente de timp puțin diferite cu fiecare detector. Desigur, dacă procedeul ar fi de succes, el ar deschide calea *astronomiei gravitaționale*. El s-ar adăuga metodelor mai vechi sau mai moderne de investigare a cerului, ca astronomia clasică (cu telescoape optice), astronomia radio sau, mai nou, cea neutrinică (a neutrinilor).

Bazându-se pe modelele actuale ale proceselor astronomice, cercetătorii se așteaptă să detecteze pentru prima oară *direct* undele gravitaționale. Calculele lor arată că undele gravitaționale ar modifica spațiul din brațul interferometrului cu o valoare de aproximativ 10^{-18}m. Să observăm că valoarea este mai mică decât *o miime* din diametrul unui proton și că lungimea unui braț este de 4 km! Această variație a spațiului de o miime din diametrul unui proton este cea care trebuie detectată experimental de interferometru...

Desigur, pentru a măsura asemenea variații mici în lungimea brațului cu metode *optice* este extrem de dificil.

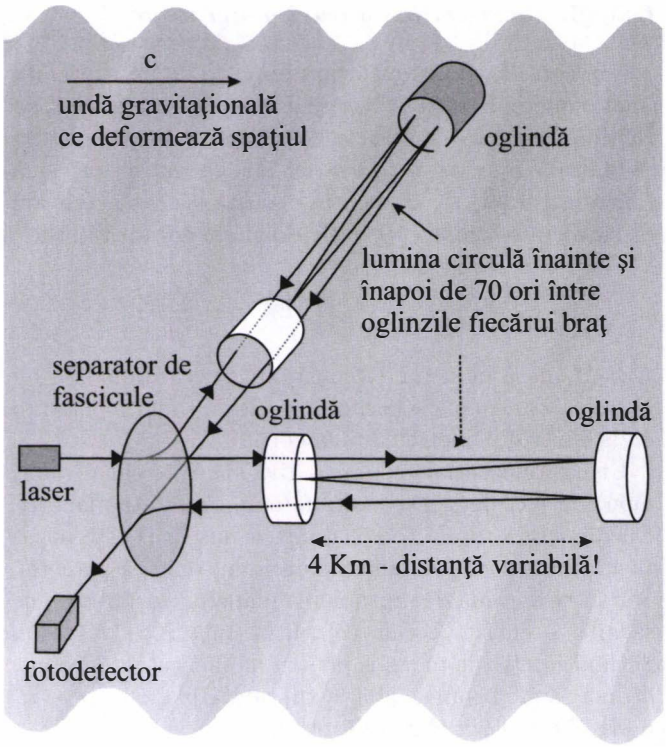

Figura 8.6: *În figură este prezentat schematic unul dintre cele trei interferometre ale sistemului LIGO. Lumina emisă de un laser (stânga) este împărțită cu ajutorul unui separator de fascicule în două direcții. În fiecare braț undele de lumină circulă de aproape 70 de ori înainte și înapoi pe o lungime de aproape 4 km, după care se recombină pe detector, unde formează franje de interferență. Undele gravitaționale incidente modifică structura spațiului, ceea ce face ca lungimea brațelor să varieze efectiv, cu aproximativ o miime din diametrul unui proton. Variațiile în franjele de interferență trebuie să scoată la iveală aceste variații minuscule ale lungimilor brațelor interferometrului, și deci prezența undelor gravitaționale.*

Aceasta pentru că *lungimea de undă* a laserului din interferometru este de aproape o jumătate de micrometru (fiind de fapt lungimea de undă a luminii vizibile) și ea este deci de sute de miliarde de ori mai mare decât distanța ce trebuie măsurată!

Lungimea de undă a laserului reprezintă în esență rezoluția interferometrului. În general, această lungime de undă este cea care ne limitează atât rezoluția telescoapelor optice cât și cantitatea de date pe care le putem stoca pe mediile optice, ca DVD-urile, de exemplu. Cum în cazul nostru rezoluția este de ordinul a o jumătate de micrometru (de o mie de ori mai mare decât un atom) iar noi vrem să măsuram variații de ordinul miimii din diametrul unui proton, sarcina nu este deloc ușoară.

De aceea, în practică, inginerii care au construit sistemul LIGO au trebuit să rezolve probleme tehnice incredibil de dificile. De exemplu, controlul *oglinzilor* din interferometre a trebuit să fie foarte precis, de ordinul a 10 nanoradiani. Ca să ne facem o idee, aceasta înseamnă să ținem oglinda în mână, reflectând o rază de lumină la distanța de 100 km față de noi, către obiecte separate de un *milimetru*! Oricât am părea de surprinși, performanța aceasta tehnică a și fost realizată.

Cercetătorii ce utilizează sistemul LIGO speră să prindă, măcar din întâmplare, un eveniment astronomic de intensitate mare, care s-ar produce simultan atât în domeniul *optic*, cât și în cel al *undelor gravitaționale*. În acest fel ei ar detecta direct, pentru prima dată, unde gravitaționale, punând astfel bazele astronomiei gravitaționale.

Până acum, nici un astfel de eveniment nu a fost detectat. De aceea, sistemul a fost îmbunătățit cu detectoare mai performante, ce au crescut de 10 ori capacitatea de detecție. Ele au inclus și folosirea unei stări speciale de „vid" în tuburile interferometrelor, denumit „vid comprimat", care va fi menționat în secțiunea 151. Noul sistem (*Advanced LIGO*) urmează a fi dat în funcțiune în anul 2014. Unii cercetători spun că acum detecția directă a undelor gravitaționale este iminentă.

În final, să menționăm că există și propuneri de construcție a unor sisteme similare de detecție a undelor gravitaționale în spațiu.

84. O călătorie spre găurile negre

Nu se putea să discutăm despre teoria relativității generale fără să menționăm unele dintre consecințele ei cele mai spectaculoase: găurile negre și expansiunea universului. Vom începe cu *găurile negre*, menționând că ele sunt un efect extrem al *deformării spațiului-timp* în jurul unei stele. Găurile negre curbează așa de mult spațiul și timpul, încât nimic nu mai poate scăpa din vecinătatea lor, nici măcar lumina.

Prin spectaculoasele lor proprietăți, găurile negre au devenit cunoscute și în afara comunității științifice. Știindu-se că nimic nu poate părăsi asemenea obiecte cerești, găurile negre sunt folosite în anecdote, pentru a sugera ceva ce oricum nu mai primești înapoi (printr-o asemănare parțială cu mai vechiul „sac fără fund"). Se spune astfel despre buget că este o gaură neagră: banii intră îl el fără să mai iasă.

Primul care a presupus existența găurilor negre a fost geologul J. Michell. El a calculat în anul 1784 *viteza minimă* pe care trebuie s-o aibă un obiect pentru a părăsi definitiv, în spațiul cosmic, suprafața unui corp ceresc. Viteza aceasta nu depinde de masa corpului, iar acest lucru se reduce la deja discutatul principiu al echivalenței: dacă aruncăm un corp mai greu și unul mai ușor cu *aceeași viteză* inițială, atunci ambele vor urma aceeași traiectorie.

În particular, pentru Pământ, viteza cu care trebuie aruncat un obiect pentru ca să scape de câmpului gravitațional al Pământului se poate calcula în cadrul mecanicii newtoniene. Această viteză depinde de masa Pământului și de raza sa. Ea are o valoare de 12 km/s la suprafața Pământului, aproximativ de zece ori mai mare decât viteza unui glonț (dacă se ignoră rezistența aerului, vezi figura 8.7).

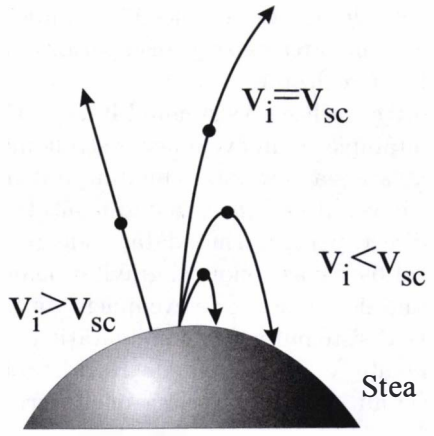

Figura 8.7: *Un corp este aruncat în sus de pe suprafața unei stele. Cu cât aruncăm corpul cu o viteză inițială v_i mai mare, cu atât merge mai mult în sus, deși la un moment dat va cădea înapoi (dreapta). La o viteză inițială suficient de mare $v_i = v_{sc}$, corpul va părăsi definitiv suprafața stelei. Această „viteză de evadare" $v_i = v_{sc}$ este dată de masa și dimensiunile stelei. Dacă steaua are la suprafață un câmp gravitațional foarte intens, se poate întâmpla ca viteza de evadare să fie mai mare decât viteza luminii. Atunci nici un corp nu ar mai putea evada (nici măcar lumina), pentru că nimic nu poate depăși viteza luminii.*

Cu cât corpul ceresc este mai masiv, sau cu cât are o rază mai mică, cu atât este mai intens câmpul gravitațional la suprafața sa. În acest caz crește și viteza minimă cu care trebuie să aruncăm un obiect de pe suprafața corpului ceresc pentru ca obiectul să-l părăsească definitiv. Dacă masa corpului ceresc este suficient de mare sau raza sa suficient de mică, se poate întâmpla ca viteza minimă să fie atât de mare, încât să depășească chiar și *viteza luminii*. În acest caz, nici măcar lumina nu mai poate părăsi corpul ceresc, pentru că nu are o viteză inițială suficient de mare.

Să remarcăm că argumentul de mai sus este valabil în primă instanță pentru *teoria corpusculară* a luminii, conform căreia lumina ar fi alcătuită din particule care și-ar pierde din energia cinetică odată ce ar fi aruncate în sus.

Teoria corpusculară a luminii era destul de răspândită pe vremea lui Michell. El a calculat, cu ajutorul relațiilor lui Newton, cât de mică trebuie să fie raza R a unui corp ceresc de o masă dată M, în așa fel încât nici măcar lumina să nu mai evadeze de pe suprafața lui. Ea poartă numele de *rază critică* și are forma $R_0 = 2GM/c^2$, unde M este masa corpului ceresc, G constanta gravitațională a lui Newton iar c este viteza luminii (formula se regăsește și în secțiunea 75). Corpul ceresc ar părea acum *negru*, pentru că lumina de pe suprafața sa nu ar putea ajunge la noi, de unde denumirea lui de *gaură neagră*.

Pentru o stea de masa Soarelui, raza critică are valoarea de aproximativ 3 km. Aceasta înseamnă că, dacă Soarele ar avea mai puțin de 6 km diametru, nici măcar lumina nu ar mai putea scăpa de pe suprafața lui, pentru că nu are o viteză suficient de mare. Am avea atunci o formă newtoniană de gaură neagră.

Calcul: ***Raza critică a unei găuri negre***

Să considerăm că aruncăm un corp de pe suprafața unei planete de rază R, vertical în sus (vezi figura 8.7). În timp, energia cinetică a corpului E_c scade, iar cea potențială E_p crește, în așa fel încât suma celor două (energia totală) să se mențină constantă, așa cum am discutat în secțiunea 19. Cele două energii au valorile

$$E_c = \frac{mv^2}{2}; \qquad E_p = -\frac{mGM}{r};$$

Aici M masa planetei, G constanta gravitațională a lui Newton, m este masa corpului, v viteza sa iar r distanța de la centrul planetei până la corp.

Energia potențială este negativă și crește către valori nule odată ce corpul se înalță față de suprafața planetei. Dacă energia totală (o constantă a mișcării) este negativă, atunci corpul se află mereu în apropierea planetei.

Pentru a evada din apropierea planetei, corpul trebuie să aibă o energie totală cel puțin nulă $E_c + E_p > 0$. Scriind relația de mai sus pentru momentul de început, atunci când corpul se află la suprafața planetei ($r = R$, unde R este raza planetei), obținem:

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{-mGM}{R} > 0 \quad \Rightarrow \quad v > \sqrt{\frac{2GM}{R}} = v_{sc}$$

Dacă această *viteză de evadare* v_{sc} este egală cu viteza luminii $v_{sc} = c$ (lucru ce se poate întâmpla dacă raza planetei R este foarte mică), atunci nici măcar lumina nu mai poate părăsi suprafața planetei. Aceasta se întâmplă când:

$$v_{sc} = c \quad \Rightarrow \quad R_0 = \frac{2GM}{c^2}$$

R_0 este *raza critică* la care planeta (de masă M) devine o gaură neagră.

Astăzi știm că lumina nu este corpusculară, ci o undă electromagnetică, și de aceea pare că argumentul de mai sus nu trebuie aplicat luminii. Cu toate acestea, așa cum am menționat deja în secțiunea 79 și cum vom discuta în capitolul de mecanică cuantică, putem considera lumina formată din mici pachete discrete de energie, numite *fotoni*. Acești fotoni nu sunt niște corpusculi obișnuiți, căci viteza lor nu poate crește sau scădea, fiind constrânsă să fie mereu aceeași constantă universală, viteza luminii.

Cu toate că viteza fotonilor este constantă, energia acestor pachete de energie se modifică în câmpuri gravitaționale, datorită efectelor de dilatare a timpului ce se regăsesc în deplasarea spre roșu, așa cum am discutat în secțiunea 79. Cu alte cuvinte, și acești fotoni pierd energie dacă urcă în câmp gravitațional. Într-un model simplificat, ne putem imagina că energia acestor fotoni nu este suficientă pentru a scăpa din câmpul gravitațional al unei găuri negre.

În timp, odată cu scăderea în popularitate a teoriei corpusculare a luminii în anii ce au urmat lui Michell, a dispărut și interesul pentru aceste posibile găuri negre. Interesul a revenit însă cu teoria relativității generale, în special odată cu rezolvarea *metricii Schwarzschild*

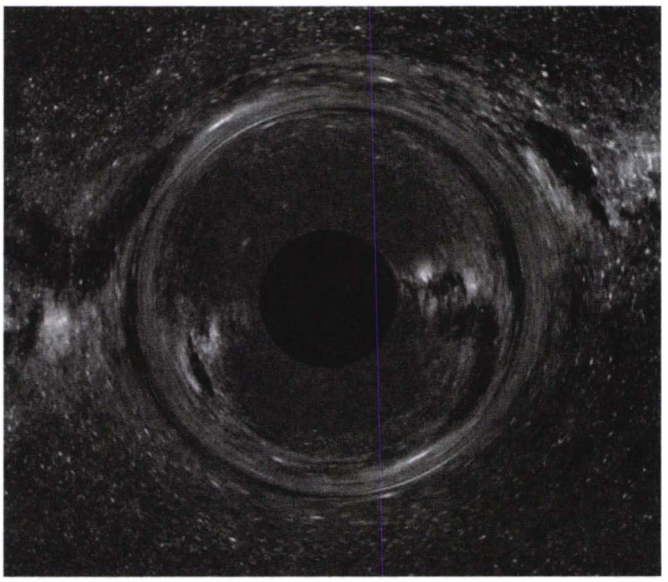

Figura 8.8: *Imaginea „artistică" (nu fotografiată) a unei găuri negre așa cum ar apărea dacă ne-am apropia de ea. Să observăm că toate corpurile ceresti din spatele găurii negre apar înghesuite la marginea acesteia, datorită efectului de lentilă gravitațională. În același fel ar apărea înghesuită la margine și o navetă spațială pe care am trimite-o eventual către gaura neagră. Din sistemul nostru de referință n-am vedea niciodată cum nava spațială depășește orizontul găurii negre. De fapt, nu am vedea nimic din ce este în interiorul găurii negre, de aceea aceasta apare ca un negru „total". Imagine reprodusă cu permisiunea autorului (Andrew Hamilton), de pe pagina de internet http://jila.colorado.edu/~ajsh/insidebh/schw.html.*

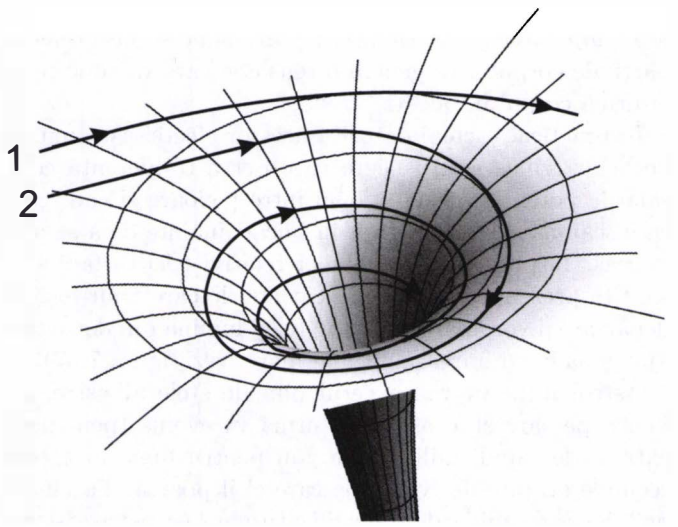

Figura 8.9: *Curbura spațiului în jurul unei găuri negre, dată de metrica Schwarzschild. De remarcat că imaginea de mai sus este o reprezentare a curburii din planul ecuatorial al găurii negre (aflată undeva în centru). Cu alte cuvinte, metrica suprafeței reprezentate este aceeași cu metrica planului în care se află ecuatorul găurii negre. Să observăm că adâncitura suprafeței curbe nu mai este finită, așa cum este la o stea obișnuită (vezi figura 7.23), ci infinită. Avem acum o gaură fără fund, în care orice alunecă nu mai atinge capătul, ci tot cade către centru. În figură este prezentată ca exemplu traiectoria 1 a unei raze de lumină care ocolește gaura neagră și traiectoria 2 a unei raze de lumină care formează o spirală înainte de fi „capturată" de gaura neagră.*

a spațiului-timp din jurul unei stele, discutată în secțiunea 75. Vom încerca și noi acum să vedem ce se întâmplă în jurul unei găuri negre, urmărind curbura spatiului-timp descrisă de metrica Schwarzschild.

Astfel, am văzut în secțiunea 75 că metrica Schwarzschild se aplică numai *în afara* stelei și că ea conține același număr special $r_0 = 2GM/c^2 = R_0$ care se regăsește si în analiza clasică a lui Michell, număr ce poartă numele de *rază critică*. Raza critică r_0 are în mod normal o valoare mult mai mică decât dimensiunea stelei (în cazul Soarelui de numai 3 km) si, cum metrica Schwarzschild trebuie folosită doar în puncte la distața r din afara stelei, avem $r \gg r_0$ si nu apar probleme.

Cu toate acestea, ne putem imagina situații extreme, în care steaua este atât de densă încât poate fi considerată aproape punctiformă. În acest caz, toată masa stelei este concentrată într-un singur punct foarte mic, către care noi ne apropiem virtual de la distanțe mari. Aceasta va fi și presupunerea noastră de acum încolo, și anume că raza stelei va fi *mai mică* decât raza critică (imaginându-ne de exemplu că vom comprima tot Soarele într-o minge de foc cu o rază mai mică de 3 km). În acest caz avem de-a face cu o stea ce a devenit o *gaură neagră*.

Urmărind curbura spațiului-timp descrisă de Schwarzschild, vom vedea că pe distanțe mult mai mari decât raza critică ($r \gg r_0$) metrica este aproape *minkowskiană*. Aceasta înseamnă că spațiul este aproape euclidian iar timpul trece conform teoriei relativității restrânse (vezi figura 8.9).

Pe măsură ce ne apropiem de raza critică r_0 a găurii negre, aproximativ la distanța r de centrul găurii negre, timpul *încetineste* cu factorul $1/\sqrt{1 - r_0/r}$ (vezi secțiunea 75), iar riglele etalon, așezate radial față de gaura neagră, se contractă cu același factor.

Dilatarea timpului și contracția riglelor etalon devine *colosală* atunci când ne apropiem de raza critică $r \to r_0$, deoarece factorul de dilatare tinde către infinit. Am putea spune că ceasurile *văzute din afară* rămân pe loc, iar o persoană devine mai turtită decât o plăcintă, întrecând și imaginația lui Alice din Țara Minunilor (vezi figura 7.26).

Toate acestea ne spun cum vedem noi o persoană care se apropie de *orizontul* găurii negre, definit de raza critică r_0. Pentru noi, persoana nu va depăși orizontul găurii negre, pentru că i-ar lua un timp infinit, la cât de încet se mișcă față de noi. Dilatarea timpului se apropie de infinit și pare că timpul stă pe loc în apropierea orizontului, acolo unde pare că se înghesuie toată materia ce cade în gaura neagră (vezi figura 8.8).

Un om care chiar îndrăznește să meargă în apropierea orizontului nu va observa însă că timpul încetinește, pentru că atât creierul, cât și inima lui încetinesc *cu același factor*. El nici nu va observa că devine mai mic, pentru că atât ochii, cât și mâna se vor contracta cu aceeași valoare, aceasta desigur dacă ignorăm efectele nonlocale ale câmpului gravitațional. Căci, în cazul în care

accelerația gravitațională nu este peste tot aceeași (și nu este) *diferența de accelerație* la care sunt supuse diferite părți ale corpului va genera o tensiune care va rupe până la urmă corpul în bucăți.

În practică, tocmai datorită acestor efecte, astronautul de la marginea găurii negre va observa o diferență colosală de potențial gravitațional între picioare și cap, ceea ce înseamnă că el va fi rupt în bucăți înainte de a se uita la ceas. În plus, efectul Doppler relativist își va face și el simțită prezența, în așa fel încât stelele care erau roșii în depărtare îi vor apărea *albastre* (căci lumina din depărtare ajunge la el cu o frecvență mai mare, vezi figura 7.37).

Astronautul va vedea cerul plin de stele albastre, iar lumea pe care el a lăsat-o în urmă va evolua (pentru el) extrem de rapid, milioane de ani pentru lume în câteva secunde arătate de ceasul pe care el îl poartă. Fascinant nu? Să vadă miliarde de civilizații cum își petrec istoria lor de milioane de ani în doar câteva secunde.

Ce se întâmplă însă dacă astronautul nostru *atinge* orizontul găurii negre definit de raza critică r_0? Poate trece el dincolo? Ce vede? Din păcate, formula lui Schwarzschild nu este tocmai potrivită, deoarece ea sugerează o *singularitate* la orizontul găurii negre. Cu toate acestea, singularitatea este numai aparentă și există matematicieni care au arătat că nu se întâmplă nimic special odată ce persoana depășește orizontul găurii negre. Pentru persoana respectivă timpul propriu continuă să treacă în mod obișnuit ca mai înainte, iar persoana va atinge centrul găurii negre într-un timp finit pentru ea.

Este interesant de menționat că noi, care ne uităm din afară, nu vom vedea niciodată cum acea persoană depășește orizontul găurii negre. Aceasta pentru că noi vedem cum persoana devine din ce în ce mai mică, cum se *înghesuie* la marginea găurii negre și cum avansează din ce în ce mai încet, încât nu o vedem niciodată trecând de linia magică a orizontului găurii negre.

Observația este interesantă, deoarece înseamnă că, *pentru noi*, nimic nu a depășit încă orizontul găurii negre odată ce ea a fost formată! Materia încă se înghesuie la marginea ei, și tot așa și orice navă spațială care a fost trimisă acolo. Instrumentele de măsură, lumina, tot ce trimitem să sondăm gaura neagră se va înghesui la marginea ei fără să treacă dincolo de orizontul găurii negre, din punctul nostru de vedere. Aceasta pare o limitare fundamentală, căci nu vom ști în acest fel *niciodată* ce se întâmplă în interiorul găurii negre, afară doar dacă cineva din interior ne-ar fi putut deja trimite niște informații.

Din păcate, nici acest lucru nu se întâmplă, deoarece *nimic* nu poate ieși din gaura neagră. După cum repede va sesiza persoana după ce a trecut de orizontul găurii negre (în sistemul ei propriu de referință), tot ceea ce trimite ea către orizontul găurii negre se întoarce înapoi, inclusiv *lumina*. Aceasta se observă încercând să desenăm *conurile de lumină* ale spațiului-timp din interiorul găurii negre (vezi figura 8.10). Vom observa că ele sunt îndreptate către *interiorul* găurii negre, ceea ce înseamnă că lumina nu poate merge decât înspre centrul găurii negre.

De fapt, dacă am folosi formula lui Schwarzschild pentru curbura spațiului-timp, am observa că termenii de timp și spațiu își schimbă semnul în ecuație, pentru evenimente din interiorul găurii negre. Simplu spus, aceasta înseamnă că ceea ce era spațiu devine timp, și invers. A merge „în viitor" înseamnă a merge „înainte", adică tot către centrul găurii negre.

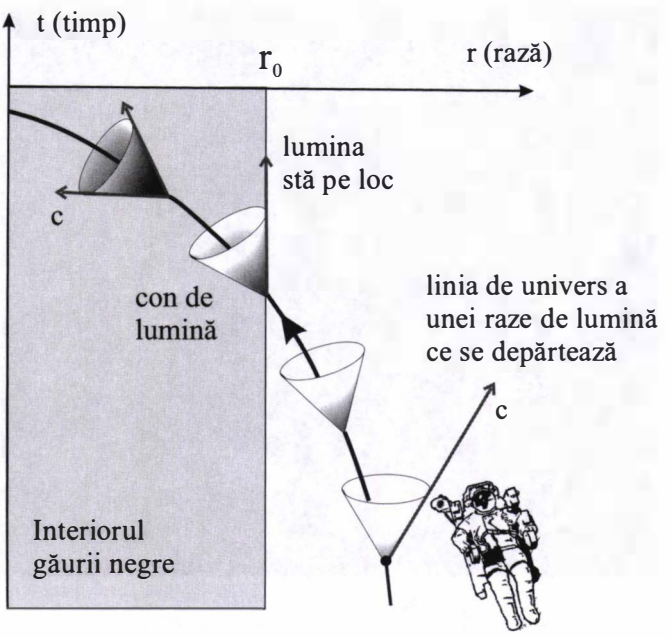

Figura 8.10: *Linia de univers a unui observator ce cade într-o gaură neagră, reprezentată în spațiu-timp (axa verticală este timpul). Pe ea sunt reprezentate conurile de lumină, care definesc mulțimea liniilor de univers ale unor raze de lumină ce pleacă de la observator într-un punct anume al căderii sale (vezi și figura 6.14). Marginea găurii negre (denumită și orizont) este definită de raza critică r_0. După cum se vede, în afara găurii negre lumina poate circula și la stânga și la dreapta. La marginea găurii negre lumina ce este trimisă la dreapta stă pe loc. În interiorul găurii negre, ambele direcții ale conului de lumină sunt orientate către centrul găurii negre. În acest fel, lumina circulă numai înspre centrul găurii negre (spre stânga). În orice direcție ar transmite acum observatorul un semnal, lumina tot înspre stânga o va lua, către centrul găurii negre.*

Este drept însă că cele mai multe cunoștințe ale noastre despre interiorul găurilor negre nu sunt decât deducții pe marginea unor modele, deoarece la ora actuală nu am putut măsura ce se întâmplă acolo. În plus, ne lipsesc și modele fizice complete despre interiorul găurii negre, în principal pentru că ele trebuie să ia în considerare *mecanica cuantică*, or nimeni n-a reușit încă să unifice mecanica cuantică cu teoria relativității generale.

Găurile negre continuă să atragă imaginația oamenilor, fie ei cercetători sau oameni obișnuiți, pasionați de astronomie. Ele sunt reprezentarea cât se poate de vie a dorinței omului de a-și depăși propriile limite, de a înțelege până și străfundurile universului. Dacă stăm să ne gândim, o asemenea ființă nu poate fi decât de admirat, dacă realizăm că ea a fost modelată în urma evoluției naturale, unde succesul este definit prin supraviețuire și reproducere. Cu alte cuvinte, omul a fost construit de natură pentru a supraviețui în mediul înconjurător și nu în mod necesar pentru a pătrunde cu mințile lui legile universului în care a apărut pe neașteptate (deși s-ar putea ca selecția

naturală să fi favorizat pe oamenii cu spirit de observatie, aceasta fiind o trasatură utilă pentru supraviețuire).

85. Dovezi experimentale ale existenței găurilor negre

Găurile negre au reprezentat o ipoteză teoretică până acum câteva zeci de ani, când datele experimentale au început să aducă, încetul cu încetul, dovezi în favoarea existenței lor. Cu toate acestea, la ora actuală nu avem o dovadă directă a existenței găurilor negre, de exemplu o fotografie care să ne arate efectiv o gaură neagră pe cer, așa cum este schițată în imaginea 8.8. Cele mai multe dovezi sunt indirecte și ele folosesc din plin modele astronomice. Punctul acesta este important căci, dacă teoria relativității generale prezice existența găurilor negre, nu înseamnă automat că ele există în realitate.

Pot obiectele cerești (stelele de exemplu) atinge *densități așa de mari* încât dimensiunea lor să fie mai mică decât raza critică r_0, pentru a forma o gaură neagră? Cât de mult putem înghesui materia? Poate fi Soarele înghesuit într-o zonă mai mică decât 6 kilometri, cât este diametrul lui critic, pentru a deveni o gaură neagră? Atunci Soarele nostru ar trebui să suporte densități ale materiei de aproape 10^{20}kg/m^3, ceea ce înseamnă că fiecare milimetru cub de materie cântărește aproximativ un miliard de tone!

Astrofizicienii au demonstrat că stelele care au o masă mult mai mare decât Soarele pot atinge în final densități ale materiei de aceste ordine de mărime. Astfel, odată ce o astfel de stea masivă își consumă combustibilul intern, ea poate exploda mai întâi sub forma unei *supernove*, iar apoi o parte din materie colapsează la loc datorită atracției gravitaționale. Evoluția stelei depinde în continuare de cantitatea de materie care, după explozie, se adună la loc în centru datorită atracției gravitaționale.

Subrahmanyan Chandrasekhar, un astronom de origine indiană, a arătat în anul 1931 că, dacă această cantitate este mai mică decât aproximativ 1,4 ori masa Soarelui, atunci materia rămasă va forma o *pitică albă*. Pitica albă este o stea nestrălucitoare de dimensiune apropiată de cea Pământului. Ceea ce oprește mai departe colapsul piticii albe este un principiu cuantic (principiul de excluziune al lui Pauli, vezi secțiunea 109) care ne spune că electronii evită să ocupe aceleași stări cuantice. Aceste forțe de excluziune contrabalează atracția gravitațională și păstrează pitica albă în echilibru.

Dacă însă cantitatea de materie care se adună la loc după explozie este mai mare decât aproximativ 1,4 ori masa Soarelui, atunci câmpul gravitațional este intens și forțele de excluziune cuantice ale electronilor nu pot contrabalansa forțele de atractie gravitațională. În acest caz, colapsul este atât de puternic încât electronii ajung să interacționeze cu protonii din nuclee. În urma reacției se vor forma neutroni și particule elementare mai mici, numite neutrini. De unde până atunci steaua era formată din atomi, ea devine acum un ansamblu de neutroni, adică o

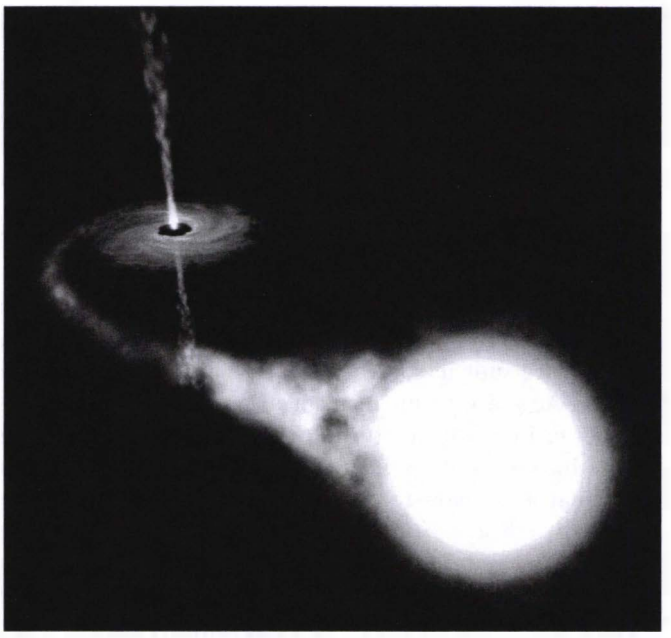

Figura 8.11: *Viziune „artistică" (deci nu fotografiată) a unei găuri negre. Aceasta se află în partea din stânga sus a pozei și înghite materie de la o stea învecinată (aflată în dreapta jos), formând un disc de acreție. Modelările pe computer arată cum gaura neagră ejectează materie într-o direcție perpendiculară pe discul de acreție. ©ESA, NASA și Felix Mirabel (French Atomic Energy Commission).*

stea neutronică. Colapsul se va opri când același principiu de excluziune cuantic acționează pentru neutroni. În acest caz, neutronii evită să ocupe aceleași niveluri cuantice și această forță de excluziune cuantică este cea care contrabalansează atracția gravitațională.

Dimensiunea stelei neutronice se estimează presupunând că toți neutronii sunt înghesuiți unul lângă altul, așa cum sunt înghesuiți și în nucleele atomilor. Diametrul unei astfel de stele neutronice este atunci de aproape 10 000 de ori mai mic decât diametrul stelei inițiale, pentru că diametrul unui proton (aproximativ 10^{-15}m) este de 10 000 de ori mai mic decât decât cel al unui atom (aproximativ 10^{-10}m). Aceasta pentru că în steaua inițială ne așteptăm ca atomii să stea apropiați unul de altul.

Dacă steaua care explodează are un diametru de ordinul Soarelui (aproape un milion de kilometri), diametrul stelei neutronice care se formează va fi de zece mii de ori mai mic, adică de câteva zeci de kilometri. Chiar și această densitate a materiei nu este încă suficientă să formeze o gaură neagră în cazul Soarelui, pentru că diametrul critic al Soarelui este mai mic de zece kilometri. Steaua neutronică se stabilizează și nu colapsează mai departe.

Se poate însă întâmpla ca masa materiei care se adună după explozia supernovei să depășească chiar și limita pe care o poate susține o stea neutronică (aproximativ trei mare solare). În acest caz, forțele de excluziune cuantică dintre neutroni nu mai sunt suficiente ca să contrabalanseze puternica atracție gravitațională. Steaua va colapsa mai departe, depășind dimensiunile critice la care

devine o gaură neagră. În acest caz nimic cunoscut nu mai poate opri colapsul, și steaua va deveni o *gaură neagră.*

Am văzut deci că natura *poate* înghesui fizic materia până la densități atât de mari încât să formeze o gaură neagră. Întrebarea este: putem oare găsi în univers locuri unde acest proces a avut deja loc? Cu alte cuvinte, putem observa găuri negre? Cercetătorii înclină să creadă că da, aducând dovezi pentru existența a două tipuri de găuri negre: *găuri negre stelare* și *găuri negre supermasive.*

Găurile negre de origine *stelară* sunt rezultatul exploziei supernovelor, așa cum am menționat deja. În plus, găurile negre stelare sunt în rotație, cu viteze apropiate de viteza luminii. Acesta este un rezultat al conservării momentului cinetic, în cazul în care materia stelară păstrează din rotația inițială a stelei în jurul propriei axe. După cum un patinator își mărește viteza de rotație aducând brațele aproape de corp, tot așa și o gaură neagră se rotește foarte rapid atunci când materia stelară se strânge la loc în urma exploziei. Este interesant de remarcat că această rotație angrenează spațiul însuși cu ea (vezi figura 7.22).

Astfel de găuri negre *stelare* pot fi detectate indirect, dacă în apropierea lor există stele masive cărora gaura neagră le „mănâncă" din materie. În acest caz, materia gazoasă care este atrasă de gaura neagră formează o spirală ce poartă numele de *disc de acreție* (o imagine artistică a unui astfel de disc de acreție se găsește în figura 8.11). Jetul de gaz ce cade apoi în gaura neagră suferă în apropierea acesteia (dar în afara orizontului găurii negre) accelerări puternice, în urma cărora se elimină energie.

Această energie încălzește gazul la temperaturi ridicate și generează ulterior radiație X, care este o formă de radiație electromagnetică de frecvențe mai mari decât cea ultravioletă (vezi figura 4.16). Conversia de energie poate fi foarte eficientă, atingând valori de 10% din energia totală relativistă înmagazinată în masa gazului! Radiațiile X sunt detectate de observatoarele de pe Pământ (sau de sateliții lansați special în spațiu) și ele constituie una dintre dovezile indirecte ale existenței găurilor negre stelare.

În practică, situația este ceva mai complexă, căci nu orice sursă de raze X stelară are la originea ei o gaură neagră. De fapt, multe dintre sursele cunoscute sunt stele neutronice (și nu găuri negre) care devorează steaua pereche. Generarea de radiație X are loc acum la impactul jetului de gaz cu suprafața stelei neutronice.

Din păcate, caracteristicile unui sistem binar care are o stea neutronică sunt destul de similare celui care are o gaură neagră, ceea ce nu face posibilă diferențierea lor decât folosind modele adecvate. De aceea cei mai multi astronomi se bazează în special pe masa stelei care generează radiație X. Dacă ea este foarte mare, avem probabil de-a face cu o gaură neagră, altfel ea este o stea neutronică. Cu cât masa stelei este mai mare, cu atât crește probabilitatea să avem de-a face cu o gaură neagră.

Un caz extrem este cel al sistemului binar care a fost descoperit în anul 2007 în galaxia Messier 33. În acest caz, steaua responsabilă de acreția materialului are o masă de aproape 16 ori mai mare ca Soarele și dimensiuni foarte mici, ceea ce face foarte probabil ca ea să fie o gaură neagră.

Cercetătorii americani au reușit să determine destul de precis masa presupusei găuri negre stelare, bazându-se pe perioada orbitală a mișcării celor două stele ce formează

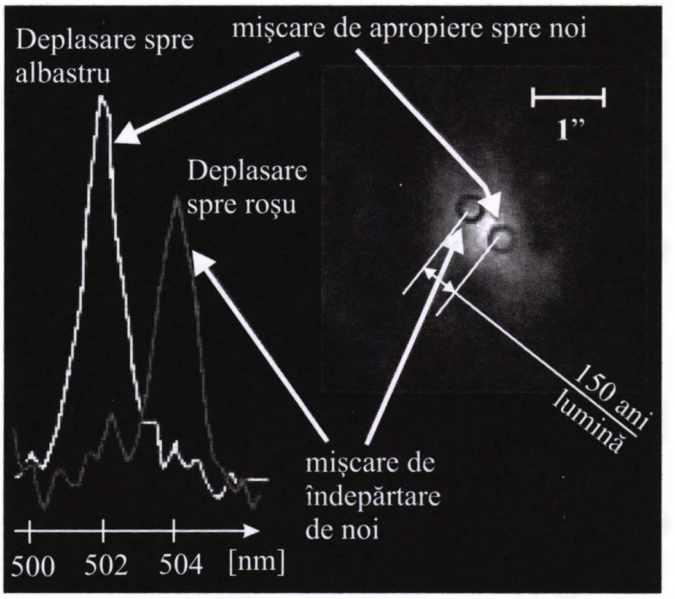

Figura 8.12: *În dreapta este prezentată o fotografie a centrului galaxiei M87, acolo unde se crede că există o gaură neagră supermasivă. În stânga se văd detaliate două măsurători spectroscopice ale gazului interstelar din cele două zone apropiate de centrului galaxiei (axa orizontală este lungimea de undă a luminii, vezi și figura 7.35). Partea din stânga a imaginii detaliază un spectru deplasat spre albastru, ceea ce înseamnă că spectrul reprezintă lumina de la o materie care se apropie de noi. Partea dreaptă a imaginii prezintă un spectru deplasat spre roșu, reprezentând materie care se îndepărtează de noi. Deplasările spectrale arată astfel că materia se rotește în jurul centrului galaxiei (figura din dreapta) cu aproape 500km/s, valoare obținută cu ajutorul formulelor lui Doppler. Rezultatul acesta conduce la concluzia că miliarde de mase solare se află îngrămădite într-o regiune mai mică decât 150 de ani lumină. Măsurătoarea a fost efectuată cu ajutorul telescopului spațial Hubble.* ©*NASA si Space Telescope Science Institute.*

sistemul binar. Astfel, steaua pereche trece prin fața găurii negre la fiecare 3, 45 de zile, eclipsând-o și blocând razele X emise de gaura neagră. Variația semnalului de raze X provenit de la gaura neagră ne dă deci *perioada orbitală* a mișcării, o caracteristică foarte utilă în determinarea masei inițiale a stelei care a generat gaura neagră.

O altă categorie de găuri negre este formată de *găurile negre supermasive.* Ele se găsesc în centrul galaxiilor (se pare că și galaxia noastră are una) și au mase de milioane de ori, sau chiar de miliarde de ori mai mari decât masa Soarelui. Astăzi se crede că acestea s-au format prin moartea stelelor, înghițind materia din jurul lor. Presupunerea, în general acceptată, lasă parțial neexplicat timpul scurt (la scară cosmică) în care găurile negre supermasive se formează.

Comunitatea științifică a reușit să găsească dovezi pentru existența găurilor negre supermasive în centrul câtorva dintre galaxiile cunoscute, iar părerea generală este că ele sunt probabil prezente în mai multe galaxii. Vom exemplifica și noi aici cu detecția găurii negre din centrul galaxiei

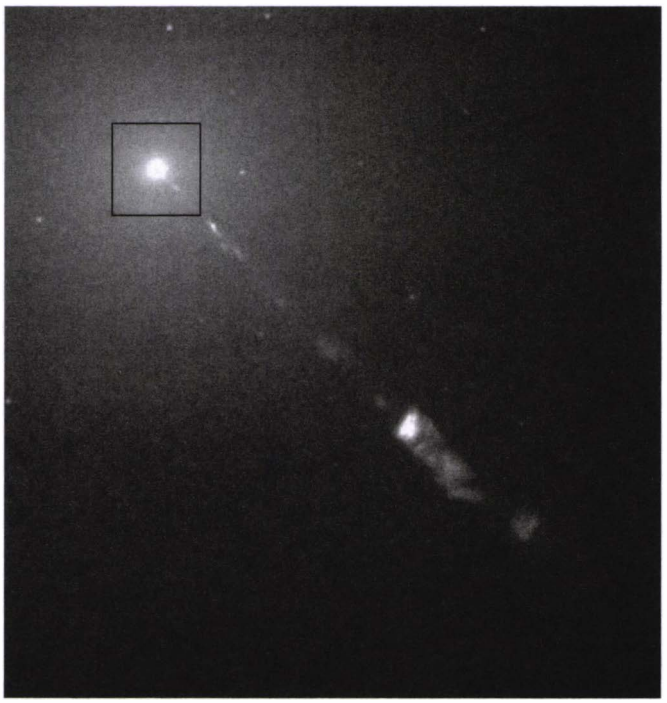

Figura 8.13: *O imagine mai largă a centrului galaxiei M87 obținută de telescopul Hubble. Pătratul din figură desemnează zona care a fost fotografiată în figura 8.12. Linia diagonală din imagine nu este o reflexie nedorită a lentilelor optice, ci un efect real. Cel mai probabil este vorba de un jet de electroni emiși de gaura neagră care se află în centrul galaxiei, jet care se întinde extrem de liniar pe o distanță de 6 000 ani-lumină.* ©*NASA și Space Telescope Science Institute.*

Messier 87 (denumită pe scurt M87), pentru a ne face o idee despre metodele utilizate.

Partea din dreapta a figurii 8.12 prezintă centrul galaxiei Messier 87. Imaginea a fost obținută cu ajutorul telescopului spațial Hubble, care în plus a avut și un spectrometru la bord, pentru a măsura *spectrul* luminii provenite din diversele colțuri ale imaginii. Spectrometrul a fost folosit pentru a studia mișcarea gazului stelar din apropierea centrului galaxiei și a deduce cantitatea de materie din interiorul centrului galaxiei.

În partea stângă a figurii 8.12 vedem două măsurători spectrale din două regiuni opuse centrului galaxiei. Să ne aducem aminte că un spectru ne dă intensitatea undei electromagnetice asociate fiecărei culori dintr-o rază de lumină. Din figură se vede că spectrul luminii dintr-o regiune este deplasat spre albastru, iar spectrul luminii dintr-o altă regiune, spre rosu. Aceasta înseamnă că materia din prima regiune se apropie de noi, iar cea din regiunea a doua se îndepărtează de noi (conform cu teoria Doppler detaliată în secțiunea 79). Astfel, gazul are o miscare de rotație în jurul centrului galaxiei, iar noi măsurăm această mișcare. Folosind formula Doppler de deplasare spectrală, cercetătorii au ajuns la concluzia că mișcarea de rotație orbitală a gazului are viteze de aproximativ 500 km/s.

Viteza cu care materia se învârte în jurul centrului galaxiei este dată însă de cantitatea de materie ce se află acolo. Știind acum această viteză, cercetătorii au putut estima că masa centrului galaxiei este de aproape un miliard de mase solare, întinse pe o regiune cu un diametru nu mai mare de 150 de ani-lumină.

Cum distanța medie dintre stele într-o galaxie este de ordinul a 5-10 ani lumină, o astfel de aglomerare de aproape un miliard de sori într-o regiune așa de mică este neobișnuită. Cu toate acestea, aglomerarea nu este încă o gaură neagră, care are nevoie de o dimensiune critică (pentru masa sa) de ordinul dimensiunilor sistemului solar, adică mult mai mică.

De ce cred totuși cercetătorii că în centrul galaxiei M87 este o gaură neagră? În primul rând, ei subliniază că o astfel de aglomerație de stele are o luminozitate aparentă mult mai mică decât este de așteptat, ceea ce o face intrinsec „neagră". Apoi, susțin ei, nu se cunosc mecanisme fizice care să adune atât de multă materie la un loc fără a deveni o gaură neagră. Ei nu-și pot imagina stele neutronice sau pitice albe (ambele având luminozitate scăzută) care să reziste în această formație compactă fără a colapsa mai departe într-o gaură neagră.

În plus, spun cercetătorii, modelări mai avansate ale rotației gazului din centrul galaxiei sugerează într-adevăr o sursă gravitațională cu o distribuție punctiformă, adică cel mai probabil o *gaură neagră supermasivă*. Ea ar genera și jetul de materie, fotografiat în apropierea centrului galaxiei și prezentat în figura 8.13. Jetul este real, nu doar o imagine artistică, și se întinde pe o distanță de 6 000 de ani-lumină. El ar fi format din electroni și protoni ejectați în apropierea găurii negre supermasive.

Calcul: ***Centrul galaxiei M87***

Să facem și noi un calcul aproximativ și să încercăm obținem densitatea de materie din centrul galaxiei M87, pe baza rezultatelor prezentate în figura 8.12. Calculul ne va învăța să căutam mereu esența în rezultatele experimentale, pentru a obține repede (dacă se poate) un rezultat estimativ.

Astfel, să ne imaginăm că fiecare particulă de gaz de la marginea centrului galaxiei M87 se mișcă independent. Forța cu care ea este atrasă gravitațional de centrul galaxiei trebuie să fie echilibrată de către forța centrifugă. Forța centrifugă este cunoscută în mecanica clasică, ea generând tendința particulei de a scăpa de pe o orbită circulară de perioadă T și rază R. Valoarea forței centrifuge se obține din cea a accelerației radiale introduse în secțiunea 16:

$$F = m|a_{radial}| = mR\dot{\phi}^2 = mR\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{m}{R}\left(\frac{2\pi R}{T}\right)^2 = \frac{mv^2}{R}$$

Tendința particulei de a evada de pe orbită datorită forței centrifuge este compensată de forța de atracție gravitațională, pentru ca particula să se miște pe o orbită circulară:

$$\frac{mv^2}{R} = G\frac{mM}{R^2}$$

Mai sus G este constanta gravitațională, m masa particulei de gaz, v viteza sa tangențială, R distanța până la centrul galaxiei, iar este M masa centrului galaxiei. Obținem:

$$M = \frac{Rv^2}{G}$$

Mai sus avem de estimat două valori, distanța R de la marginea centrului galaxiei până la centrul galaxiei și viteza v a particulelor de gaz care se află acolo.

Prima o estimăm din dimensiunea aparentă a imaginii (vezi figura 8.12), care ne spune că cele două regiuni de gaz unde a fost măsurat spectrul se află la aproximativ $\alpha = 0,7" = 3,4 \cdot 10^{-6}$ radiani una de alta. Folosind faptul că galaxia M87 se află la aproape D=53 de milioane de ani-lumină (a.l.) de noi, obținem distanța dintre cele două zone măsurate

$$2R = \alpha D = (3,4 \cdot 10^{-6})(5,3 \cdot 10^7) \text{ a.l.} \approx 150 \text{ a.l.}$$

Mai departe avem nevoie de viteza v a particulelor de gaz de la marginea galaxiei, în zonele încercuite din figura 8.12. Pe aceasta o obținem din măsurătoarea spectrală aflată în stânga figurii. Aici vedem că lumina care vine de la marginea centrului galaxiei este deplasată spre roșu sau spre albastru cu aproximativ $\Delta\lambda = 1nm$ față de valoarea medie $\lambda = 503nm$. Variația frecvenței devine:

$$\Delta f = f_1 - f_2 = \frac{c}{\lambda_1} - \frac{c}{\lambda_2} \approx c\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2} = f\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$$

Vom folosi formula Doppler din secțiunea 79 pentru a obține viteza materiei luminoase care emite această lumină:

$$v = c\frac{\Delta f}{f} = c\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 3 \cdot 10^5 \frac{\text{km}}{\text{s}} \frac{1 \text{ nm}}{503 \text{ nm}} \approx 600\frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Înlocuind această valoare în formula precedentă și folosind 1 *a.l.* $\approx 10^{13}$km obținem o masă M a centrului Galaxiei de aproximativ

$$M = \frac{Rv^2}{G} = \frac{(75 \cdot 10^{13}\text{km})(600\text{km/s})^2}{6 \cdot 10^{-11}\text{m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2)} = \approx 3 \cdot 10^{39}\text{kg} = 1,5 \cdot 10^9 M_\odot$$

unde $M_\odot \approx 2 \cdot 10^{30}$ kg este masa Soarelui. Obținem că, într-o zonă de numai 150 de ani lumină din centrul galaxiei M87 încap miliarde de sori.

După cum vedem, toate observațiile astronomice care susțin teoria găurilor negre sunt *indirecte*. Acest lucru se poate schimba însă în curând, odată cu apariția radiotelescoapelor VLBI („Very Long Baseline Interferometry"). Ele reprezintă un ansamblu de radiotelescoape aflate la distanțe foarte mari, capabile să lucreze împreună pentru a scruta cerul cu o rezoluție foarte mare.

În anul 2012 cercetătorii au reușit să demonstreze că o astfel de combinație poate detecta separat obiecte aflate la doar un an-lumină unul de altul, deși ele se află la 5 miliarde de ani-lumină depărtare de noi! Impulsionați de rezultat, cercetătorii au „fotografiat" mai bine cu aceste telescoape centrul galaxiei M87 din figura 8.13. Rezoluția lor a fost de cinci ori mai mare decât dimensiunea orizontului găurii negre ce se crede că se află acolo, și de aceea ei nu au putut „vedea" direct gaura neagră, deși au putut investiga discul de acreție ce se formează, confirmând mișcarea de rotație a lui.

Următoarea etapă este scrutarea centrului galaxiei noastre, unde un astfel de sistem ar putea măsura direct orizontul găurii negre supermasive ce se presupune că se află acolo, obținând o imagine asemănătoare celei din figura 8.8, în domeniul undelor radio însă. Un astfel de eveniment ar fi, desigur, o realizare deosebită și o confirmare directă a găurilor negre.

86. Radiația Hawking și „găurile de vierme"

Suprafața unei găuri negre situată la raza critică Schwarzschild se numește *orizontul* găurii negre și orice corp care cade dincolo de acest orizont este definitiv pierdut în gaura neagră. Ar părea că o gaură neagră nu poate fi detectată, însă am văzut în secțiunea precedentă că acest lucru nu este adevărat. Unele găuri negre (de exemplu cele care fac parte dintr-un sistem binar, având o stea pereche) generează radiații X ce sunt produse în afara orizontului găurii negre și pot fi astfel detectate.

Unii cercetători cred însă că chiar și o gaură neagră singuratică în spațiu (fără să facă parte dintr-un sistem binar) radiază totuși energie, prin ceea ce se numește *efectul Hawking*. Efectul se datorează unor proprietăți *cuantice* ale vidului, proprietăți care se manifestă pe orizontul găurii negre. Cu alte cuvinte, gaura neagră radiază la *orizontul* său, și nu din interior.

Pentru a discuta acest efect de radiație, trebuie să anticipăm puțin câteva noțiuni de mecanică cuantică pe care le vom dezvolta în capitolele următoare (de exemplu, în secțiunea 150). Astfel, după cum vom vedea mai târziu, vidul cuantic nu este chiar „gol", în el se creează în permanență perechi *virtuale* de *particulă-antiparticulă*, care se *anihilează* reciproc la un moment imediat ulterior. În mod normal, fluctuațiile cuantice ale vidului dau efecte mici asupra materiei, cum ar fi deplasarea Lamb a spectrului atomic.

Perechile virtuale de particule se formează oriunde în univers, dar la *orizontului* găurii negre apare un efect suplimentar. Aici câmpul gravitațional al găurii negre este foarte intens și are un gradient foarte ridicat. Datorită acestui lucru, cele două particule ale perechii virtuale vor fi atrase cu forțe diferite de gaură neagră și pot fi separate. În continuare, particula virtuală care este orientată în afara găurii negre poate părăsi zona (pentru că ea este deja în afara găurii negre), pe când cea care care intră în zona de sub orizont nu mai poate ieși din gaura neagră (vezi figura 8.14).

În acest fel, particula virtuală și antiparticula sa nu se mai pot întâlni ca să se recombine. În consecință, cele

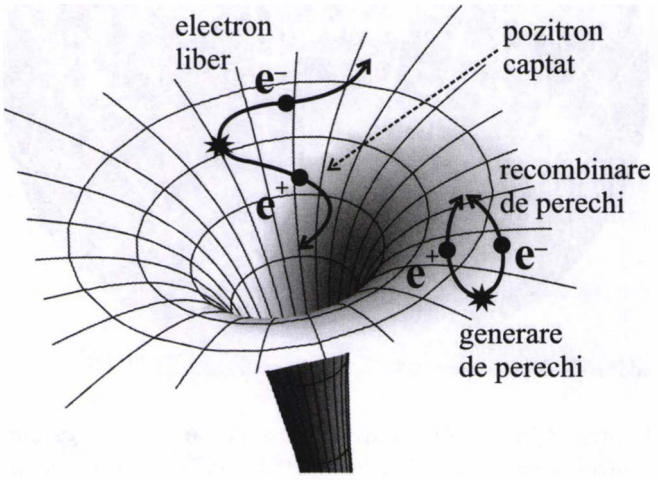

Figura 8.14: *În figură este reprezentat spațiul-timp din jurul unei găuri negre. La marginea ei apar, în urma proceselor cuantice, perechi de particulă-antiparticulă virtuale, exemplificate în figură printr-un electron (e^-) și pozitron (e^+). În mod normal, cele două particule se vor recombina și anihila reciproc (dreapta figurii). La marginea exterioară a găurii negre însă, câmpul gravitațional este foarte intens și are un gradient ridicat, separând particulele virtuale. Se poate întâmpla ca una din particule să cadă în gaura neagră (pozitronul în cazul de mai sus) și alta să pornească în direcție opusă, adică să se îndepărteze de gaura neagră. Particulele care scapă devin reale și formează o radiație ce poartă numele de radiație Hawking.*

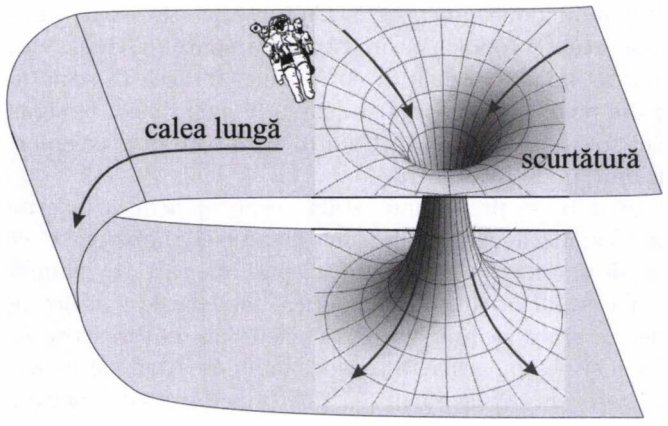

Figura 8.15: *Imaginea artistică a curburii spațiului generată de o „gaură de vierme". Aceasta reprezintă un fel de tunel între două universuri (sau în același univers), format dintr-o gaură neagră (pe unde intră materia) și o „gaură albă" pe unde iese. De remarcat din nou că ambele suprafețe reprezintă metrica planului ecuatorial al găurii negre și al celei albe. În plus, gaura de vierme este și dinamică, tunelul de trecere deschizându-se și închizându-se mult prea rapid pentru ca un astronaut să treacă nevătămat dintr-o parte în alta.*

două particule devin *reale* (cu o energie primită de la câmpul gravitațional al găurii negre), iar particula din afara găurii negre este mai apoi observată din depărtare. Gaura neagră emite astfel continuu o radiație compusă în mod egal din particule și antiparticule (pentru că oricare dintre cele două poate scăpa), ce poartă numele de *radiație Hawking*, după numele fizicianului Stephen Hawking.

Efectul prezis de Hawking consumă energia găurii negre pe care o transformă în *radiație Hawking*. Radiația ar putea fi în principiu detectată și, prin ea, ar putea fi detectată și gaura neagră. Din păcate, cantitatea de energie astfel radiată este foarte mică. De exemplu, o gaură neagră cu o masă cât a Soarelui emite radiație Hawking echivalentă cu cea a unui corp de o temperatură la doar $6 \cdot 10^{-8}$K. Este o temperatură mult mai mică decât cea a radiației de fond de 2,7 K, despre care vom vorbi în secțiunea 89. În acest fel, gaura neagră este foarte *rece*, iar emisia ei termică prin acest mecanism este foarte greu de detectat experimental.

Dacă gaura neagră nu primește materie din altă parte, masa ei va scădea prin această emisie, cu o rată din ce în ce mai mare. În cazul unei găuri negre de masa Soarelui se poate calcula timpul de viață al găurii negre și obține o valoare de ordinul a 10^{66} de ani, ce depășește cu mult vârsta universului. Acest efect este însă mai pronunțat pentru găurile negre de dimensiuni mai mici, așa cum vom discuta în secțiunea 187.

Radiația Hawking rămâne însă doar o predicție teoretică la ora actuală, urmând ca viitorul să decidă dacă ea este reală sau nu. Mai multe detalii ale acestui proces se găsesc în secțiunea 203, după ce o parte din noțiunile necesare de mecanică cuantică au fost introduse.

O altă consecință a curburii spațiului-timp în jurul găurilor negre sunt așa-numitele *găuri de vierme* (vezi figura 8.15). Ele pot fi imaginate ca fiind constituie dintr-o pereche formată dintr-o gaură neagră (pe unde intră materia) și o *gaură albă* (pe unde iese materia, într-un alt colț al universului).

În figura 8.9 am încercat să descriem vizual curbura spațiului din jurul unei *găuri negre*. Acolo am văzut că „adâncitura" în spațiul curb al planului ecuatorial nu are un capăt și că este cu mult țuguiată. Practic, suprafața ecuatorială din jurul găurii negre este ca o gaură fără fund, în care orice alunecă nu mai atinge centrul, ci tot cade înăuntru (rămânând însă în planul ecuatorial).

Ne putem imagina că luăm două astfel de suprafețe cu adâncituri mult țuguiate, cărora le tăiem capetele adâncițurilor. Apoi rotim una dintre suprafețe și unim țuguiturile tăiate ale celor două adâncituri. Ce obținem? Două suprafețe plane unite de cele două țuguituri tăiate, ca un fel de *tunel* (vezi figura 8.15). Un obiect de pe o suprafață poate trece pe cealaltă suprafață pe marginea acestui tunel, care se numește *gaură de vierme*. Numele de gaură de vierme provine de la analogia cu un vierme care, în loc să se deplaseze pe suprafața mărului, se deplasează prin măr.

Scriitorii de science-fiction au văzut imediat beneficiile unei astfel de situații. Dacă fiecare plan reprezintă un univers bidimensional aparte, atunci gaura de vierme unește cele două universuri! Pentru a putea circula dintr-un univers în altul trebuie să intrăm printr-o gaură neagră și să *ieșim* prin cealaltă parte.

Din păcate, nu se poate ieși din nici o gaură neagră, ceea ce înseamnă că o gaură de vierme nu poate fi construită

simplu din două găuri negre. Cu toate acestea, se pot imagina situații topologice în structura spațiului-timp, care sunt asemănătoare găurii de vierme. În această situație, gaura pe unde se iese a fost denumită *gaură albă*. Desigur, aici totul iese dinăuntrul găurii, prin opoziție cu gaura neagră, unde totul intră.

Ceea ce se presupune astăzi despre *găurile de vierme* este că, dacă există, ele sunt în același timp foarte *dinamice*, adică au o curbură a spațiului care se schimbă foarte rapid în timp. În practică, modelările găurilor de vierme arată că tunelul dintre cele două universuri se închide și deschide foarte repede, mult prea repede pentru ca un eventual astronaut să poată face tranziția nevătămat dintr-o parte în alta. Până astăzi, astfel de găuri de vierme nu au fost observate în univers, nici măcar indirect, deși sunt studiate în prezent de fizicieni. Rămâne ca și în cazul acesta timpul să decidă dacă ele există într-adevăr sau sunt doar rodul imaginației noastre.

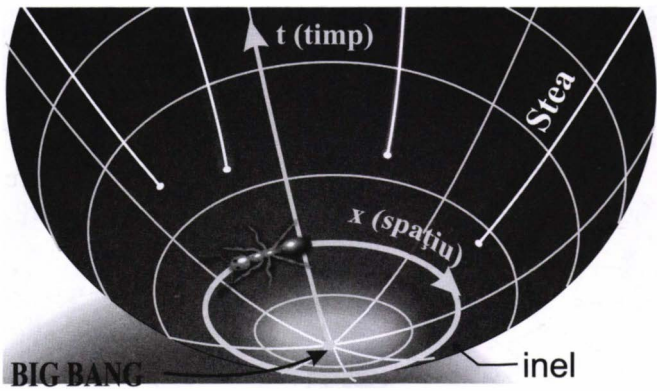

Figura 8.16: *O sferă (văzută de jos) ce reprezintă spațiul-timp al unei furnici aflate pe un inel (vezi și figura 7.13). Spațiul furnicii este unidimensional, fiind dat de inelele de latitudine la fiecare moment de timp. Pe linia meridianului avem coordonata de timp. Spațiul-timp este astfel curb, iar spațiul însuși este dinamic: cercul pe care trăiește furnica devine din ce în ce mai mare. Universul furnicii are un început (jos), numit Big Bang. Cu linii suplimentare sunt reprezentate liniile de univers ale unor stele în universul unidimensional al furnicii, stele ce au un moment de început.*

87. Friedmann și expansiunea prezisă a universului

În teoria relativității generale *spațiul-timp* este *curb*, cu o curbură dată de energia și impulsul materiei care se află în ea. De cele mai multe ori această curbură a spațiului-timp poate fi interpretată ca o curbură a spațiului în timp, cu alte cuvinte un spațiu *dinamic* ce își modifică în timp curbura sa. Spațiul devine când mai mic când mai mare, când mai curb sau mai plat, în funcție de energia și impulsul materiei care se află în el. Ecuațiile lui Einstein ne dau uneltele matematice cu care calculăm *evoluția* aceasta dinamică a spațiului.

Un exemplu de univers dinamic l-am introdus deja în secțiunea 70, atunci când am considerat o singură dimensiune spațială (și anume *un inel*) pe care trăiește o furnică. Aici ne este mai ușor să vizualizăm curbura spațiului unidimensional al furnicii și să reprezentăm *evoluția* dinamică a acestui spațiu în timp (vezi figurile 7.13 și 8.16).

Inelul furnicii reprezintă un spațiu *unidimensional*, echivalentul unui univers hipersferic. Raza inelului pe care trăiește furnica este chiar *raza de curbură* a universului său. În timp, mărimea inelului (și deci tot universul furnicii) crește, iar apoi, după un timp, poate descreste. În secțiunea 70 am văzut că putem construi spațiul-timp al acestei furnici punând planele care conțin inelele unele peste altele, și obține astfel o structura asemănătoare sferei. Timpul se desfășoară pe axa verticală (de-a lungul meridianelor), iar spațiul în planul orizontal (de-a lungul liniilor de latitudine, vezi figura 8.16).

Spațiul unidimensional al furnicii este deci *dinamic*, pentru că raza inelului (raza de curbură R a universului său) crește în timp. În plus, așa cum am menționat, întreg spațiul-timp este curb (analog unei sfere), și deci există un moment de naștere a universului furnicii (localizat la Polul Sud al sferei spațiului-timp), numit Big Bang.

Spațiul-timp al furnicii sintetizează destul de bine situația noastră reală, în cazul în care și universul nostru este *finit în spațiu* (pentru că poate fi și infinit, așa cum vom vedea mai târziu). Aici trebuie să ne imaginăm că „îngrămădim" cele trei dimensiuni ale universului nostru în singura dimensiune spațială a furnicii, și adăugăm timpul pentru a completa sistemul. Axa spațială a universului furnicii ar reprezenta simbolic cele trei dimensiuni curbe ale spațiului.

Pentru a scoate în evidență elementele esențiale ale universului nostru tridimensional dinamic, să considerăm situația în care el este *omogen* și *izotrop*, umplut peste tot, la fel, cu praf stelar. În teoria newtoniană ne așteptăm ca spațiul în care sunt aceste fire de praf să fie euclidian și infinit, etern și neschimbător iar fiecare fir de praf să rămână în echilibru, pentru că el este atras cu aceeași forță din toate părțile. În acest model, nimic nu se va întâmpla în timp, praful ar sta atârnat în spațiu pentru totdeauna, în echilibru perfect, iar distanța dintre două particule de praf învecinate s-ar menține constantă în timp (este interesant de menționat că Newton și-a dat seama că nu poate exista un echilibru static și a presupus că o forță divină intervine din când în când, așa încât echilibrul să fie păstrat).

În universul dinamic însă, *spațiul însuși* crește sau descrește, chiar dacă firele de praf nu își schimbă ele singure poziția unele față de celelalte, ci rămân mereu „în același loc". Cu toate că firele de praf nu se deplasează în spațiu, distanța dintre ele variază, tocmai pentru că spațiul însuși variază! Iar cauza variației, spune teoria relativității, sunt tocmai aceste fire de praf, care au energie înmagazinată în masa lor de repaus și modifică curbura spațiului-timp, generând un spațiu dinamic în timp. În cazul exemplului furnicii, numărul de fire de praf rămâne neschimbat, dar distanța dintre ele crește, pentru că inelul își mărește diametrul

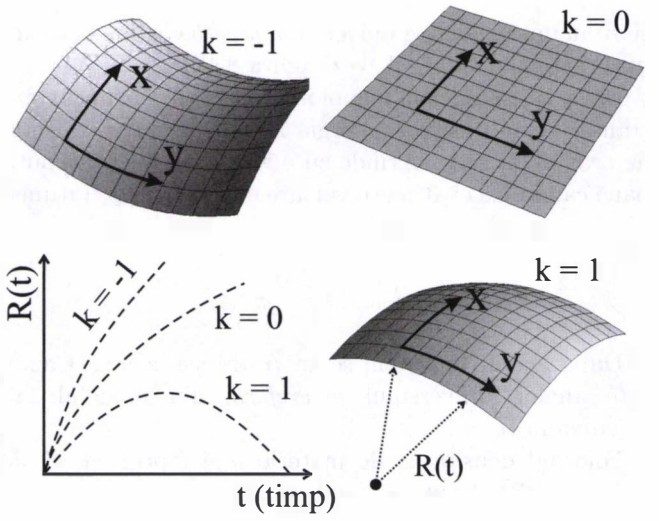

Figura 8.17: *În figură sunt reprezentate cele trei forme ale unui univers omogen și izotrop, precum și posibilele sale evoluții date de modelul lui Friedmann. În stânga jos raza de curbură $R(t)$ este proporționala cu evoluția în timp a distanței dintre două puncte vecine ale spațiului. Sus-stânga: univers hiperbolic și infinit ($k = -1$), descris prin intermediul unei geometrii neeuclidiene hiperbolice, continuă să se extindă la infinit. Dreapta-sus: universul euclidian ($k = 0$) se extinde și el la infinit, dar mai încet. Dreapta-jos: universul hipersferic și finit ($k = -1$) se extinde puternic la început, până atinge o rază maximă, după care colapsează la loc.*

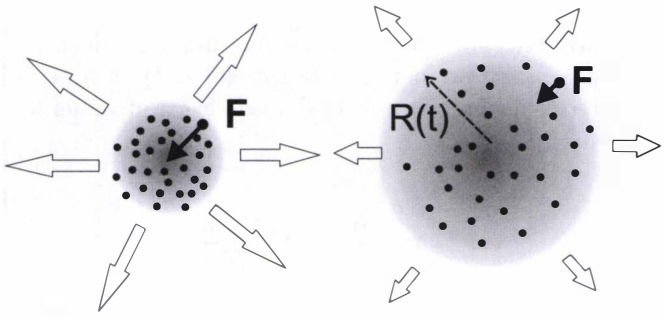

Figura 8.18: *Un model newtonian al evoluției universului. În stânga avem o sferă plină de praf stelar, umplută omogen exact până la marginea ei. Sfera este scufundată într-un spațiu euclidian. Odată ce explodăm sfera la început, raza ei $R(t)$ va crește (dreapta), însă din ce în ce mai încet, pentru că praful stelar este atras la loc de propria greutate. Dacă explozia este puternică, atunci particulele de praf înving gravitația proprie și sfera se va extinde la infinit. Dacă explozia este slabă, gravitația va învinge după un timp, iar sfera va colapsa apoi la loc într-un punct. Totul depinde de cât de mare este viteza inițială a exploziei.*

Exemplul ales cu praful stelar ne ajută să studiem dinamica unui univers *omogen* (în fiecare punct la fel) și *izotrop* (în orice direcție la fel). Pentru început ar trebui însă să stabilim ce forme curbe poate lua spațiul tridimensional, rămânând omogen și izotrop.

Una dintre forme este spațiul nostru *euclidian*, pentru că aici nu există o preferință pentru direcție sau pentru poziție. Matematicienii ne arată însă că mai există două posibilități: universul *hipersferic* (numit și „univers închis", pentru că este finit) și universul *hiperbolic* (numit și „univers deschis" pentru că este infinit). Și acestea două sunt omogene și izotrope (vezi figura 8.17).

Așa cum am mai menționat în secțiunea 68, *hipersfera* este generalizarea suprafeței sferei în mai multe dimensiuni. În cazul nostru, un spațiu hipersferic poate fi imaginat ca o sferă a cărei suprafață este tridimensională (cu una mai mult decât sfera obișnuită). Dacă secțiunea unei sfere este un cerc, secțiunea unei hipersfere este o sferă obișnuită. Să ne aducem aminte că suma unghiurilor unui triunghi de pe suprafața sferei este mai mic decât 180°. Același lucru este valabil și pentru universul nostru, dacă este hipersferic.

Pe de altă parte, spațiul *hiperbolic* este generalizarea curbei matematice numite hiperbolă în mai multe dimensiuni. Un spațiu hiperbolic tridimensional nu face parte din experiența noastră cotidiană. Dacă am face o secțiune în acest spațiu am obține suprafețe ce arată ca o „șa", scoțând în evidență caracteristica sa cea mai evidentă: faptul că este *infinit de mare* (vezi figura 8.17 și figura 7.6). Suma unghiurilor unui triunghi este mai mică decât 180°.

Vedem astfel că sunt trei tipuri de universuri în care praful stelar își poate duce existența. Pentru fiecare dintre acestea trebuie să rezolvăm *ecuațiile lui Einstein* ca să vedem care este evoluția dinamică a spațiului, evoluție dată de prezența prafului stelar în el, mai precis a densității de energie pe care spațiul o conține. Aceste ecuații au fost rezolvate complet pentru prima dată de matematicianul rus Aleksandr Friedmann (1888-1925).

În prima etapă, Friedmann a determinat *metrica* („harta") unui spațiu omogen și izotrop, numai pe considerente de simetrie, pentru toate cele trei tipuri de univers menționate (euclidian, hipersferic sau hiperbolic). În cea de-a doua etapă, el a introdus metrica generală obținută din ecuațiile lui Einstein și a găsit evoluția dinamică a acestei metrici (deci evoluția spațiului), dată de *densitatea de energie* a prafului stelar, pentru fiecare dintre cele trei cazuri. Amatorii de matematică vor găsi o analogie a fenomenului în căsuța matematică alăturată. Soluțiile lui Friedmann pentru evoluția dinamică a acestor trei forme posibile ale universului nostru sunt prezentate în figura 8.17.

Calcul: ***Expansiunea universului***

Să facem un calcul *newtonian* al expansiunii universului. Astfel, să ne ne imaginăm că avem un bulgăre de praf stelar, izotrop și omogen, aflat într-un spațiu tridimensional *euclidian* (vezi figura 8.18) și având masa totală M.

La un moment dat facem să explodeze această masă de praf stelar (păstrând omogenitatea) și o lăsăm să evolueze singură în spațiu. Ne întrebăm care va fi evoluția bulgărelui de praf stelar.

Pentru început, observăm că un singur fir de praf, de masă m, de pe marginea bulgărelui $R(t)$ va fi atras de interiorul sferei cu o forță dată de legea atracției lui Newton:

$$F = m\frac{d^2R}{dt^2} = -G\frac{m \cdot M}{R^2}$$

Să prelucrăm puțin această ecuație, simplificând masa firului de praf m și înmulțind și la stânga și la dreapta cu $2dR/dt$. Obținem:

$$2\frac{d^2R}{dt^2}\frac{dR}{dt} = -2MG\frac{1}{R^2}\frac{dR}{dt}$$

Să observăm că fiecare termen poate fi format ca o derivată:

$$\frac{d}{dt}\left[\left(\frac{dR}{dt}\right)^2\right] = \frac{d}{dt}\left[\frac{2MG}{R}\right]$$

Aceasta conduce la o soluție generală pentru evoluția razei sferei $R(t)$:

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = \frac{2MG}{R} - kc^2 \qquad (1)$$

unde k este o constantă de integrare, iar forma $-kc^2$ este aleasă din motive care se vor lămuri mai târziu.

Putem deduce valorea constantei k din condițiile de explozie inițiale, dacă presupunem că explozia are loc cu viteza inițială $v_0 = (dR/dt)_0$ atunci când raza sferei era R_0. Obținem

$$v_0^2 = \frac{2MG}{R_0} - kc^2; \quad k = -\frac{2}{mc^2}\left(\frac{mv_0^2}{2} - \frac{GmM}{R_0}\right) = -\frac{2E}{mc^2}$$

Mai sus recunoaștem energia cinetică și potențială a firului de praf de masă m prezentate în secțiunea 19. Atunci E este energia sa totală inițială, care se va conserva pe parcurs. Constanta k este fie *pozitivă*, fie *negativă*, în funcție de viteza inițială v_0, care poate fi mai mică sau mai mare decât *viteza de evadare* v_s:

$$v_s = \sqrt{\frac{2MG}{R_0}}$$

Recunoaștem în forma de mai sus aceeași relație pentru viteza de evadare a unui corp din gravitația unei planete, prezentată în secțiunea 84.

Dacă viteza inițială a exploziei depășește viteza de evadare v_s din câmpul gravitațional propriu, atunci constanta k este negativă (energia E va fi pozitivă) și sfera se va extinde la *infinit*, pentru că variația dR/dt din ecuația (1) este mereu pozitivă. În acest caz gravitația va fi prea slabă ca să opună rezistență exploziei inițiale, și avem un caz analog universului *hiperbolic* din modelul lui Friedmann ($k = -1$, vezi figura 8.17).

Dacă viteza inițială a exploziei este *mică*, atunci constanta k este pozitivă (energia E va fi negativă). Sfera de praf stelar se va extinde cu o viteză mare la început, până când raza ei atinge o valoare maximă R_{max} (atunci când partea din dreapta a ecuației (1) este nulă):

$$R_{max} = \frac{2MG}{kc^2}$$

După aceea, universul se va *restrânge* la loc. Cazul este analog universului *hipersferic* din modelul lui Friedmann ($k = 1$).

Folosind densitatea de materie ρ și faptul ca $M = \rho V = \rho 4\pi R^3/3$ putem rescrie ecuația (1) împărțind la R^2:

$$\boxed{\frac{1}{R^2}\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{kc^2}{R^2}}$$

Forma de mai sus este identică cu cea obținută de Friedmann în teoria relativității generale. În relația lui Friedmann însă, k ia numai *trei* posibile valori discrete $k = \{0, -1, 1\}$ (vezi figura 8.17). Aici $R(t)$ reprezintă curbura spațiului pentru cazul universului hipersferic și hiperbolic, iar în cazul universului euclidian reprezintă un parametru de scară.

Motivul pentru care o analiză atât de sumară a evoluției universului conduce la un rezultat apropiat de cel relativist este surprinzător. El se leagă însa de faptul că legile lui Newton trebuie satisfăcute pe zone mici, *locale*, și că într-un univers omogen și izotrop putem alege ca „centru" al universului orice punct din spațiu.

Pentru a înțelege soluțiile propuse de Friedmann, să ne imaginăm situația unui praf solar în universul omogen și izotrop, pentru fiecare din cele trei cazuri (univers euclidian, hipersferic sau hiperbolic). Pentru că un fir de praf este atras la fel din toate părțile, nu ne așteptăm ca el să se miște, însă ne așteptăm acum ca spațiul însuși să se modifice. Cu alte cuvinte, distanța dintre două fire de praf se va modifica în timp, dar aceasta nu pentru că firele de praf se atrag, ci pentru că spațiul dintre ele se contractă sau se dilată în timp.

Variația spațiului se măsoară prin distanța dintre firele de praf vecine. Dacă distanța crește, atunci spațiul se dilată, dacă ea scade, atunci spațiul se contractă. Rezultatele lui Friedmann sunt următoarele, pentru cele trei modele de univers (vezi și figura 8.17):

univers hipersferic Acesta este un univers descris prin intermediul unei geometrii neeuclidiene asociate suprafeței unei hipersfere. Raza de curbură R a hipersferei universului (care este aici finit) este nulă la început (momentul de Big Bang), crescând foarte repede în primele momente ale universului, până atinge o valoare maximă, proporțională cu masa totală din univers. După aceea viteza de evoluție dR/dt își schimbă semnul și universul colapsează la loc (raza

sa R scade în timp), sfârșind cu un moment ce mai poartă denumirea de Big Crunch. Raza maximă a hipersferei este determinată numai de masa totală M a universului plin de praf stelar (care este aici finit, pentru că e hipersferic), fiind proporțională cu ea. Dacă Creatorul pune puțină materie în univers, atunci universul atinge numai dimensiuni mici, după care colapsează repede la loc. În acest fel, universul ar avea o viață de câteva fracțiuni de secunde, și nu ar deveni poate mai mare decât o coajă de nucă. În acest caz, nici viața (sub forma pe care o cunoaștem noi) nu ar avea cum să apară.

univers hiperbolic Acesta este un univers descris prin intermediul unei geometrii neeuclidiene hiperbolice (analogul curbei numită *hiperbolă* în matematică). În acest caz, viteza de expansiune a universului este mereu pozitivă. Aceasta înseamnă că distanța dintre două particule de praf va crește la nesfârșit, spațiul dilatându-se continuu. Pentru că suntem în cazul universului hiperbolic, spațiul este infinit, *chiar și la început* evoluției. Putem vorbi de un Big Bang, dacă dimensiunea universului este infinită întotdeauna, chiar și la începuturile sale? Fizicienii preferă să menționeze totuși acest termen, deși se referă în general la *universul observabil.* El este finit și se întinde până la distanțele unde a ajuns materia a cărei lumină o mai putem primi și observa astăzi (lumina aceasta a plecat cu mult timp în urmă, aproape de momentul Big Bang, dar ea abia azi a ajuns la noi). Acest univers *observabil* a început la Big Bang dintr-un punct. Universul hiperbolic însă, în totalitatea lui, a fost infinit încă din primele momente ale sale.

univers euclidian Acesta este un univers în care sunt valabile legile lui Euclid (analogul suprafețelor plane). Rezultatele sunt asemănătoare cu cele ale universului hiperbolic. Aici avem fire de praf stelar într-un univers euclidian infinit. Cele două fire de praf vecine erau infinitezimal apropiate la Big Bang, însă distanța dintre ele crește continuu în timp, spațiul rămânând însă euclidian. În totalitate, universul a fost și în acest caz infinit la începuturile sale.

Cele trei cazuri (hipersferic, hiperbolic sau euclidian) au un echivalent clasic în aruncarea unei mingi de pe suprafața unei planete. Dacă viteza inițială este mică, atunci mingea revine pe suprafața planetei (analogul hipersferei), iar dacă viteza este suficient de mare, atunci mingea scapă pentru totdeauna de pe suprafața acesteia (analogul universului hiperbolic). În cazul universului în expansiune ne putem imagina că materia trebuie să scape *propriei sale* gravitații, spre deosebire de minge, care trebuie să scape de gravitația planetei.

După cum vedem, matematic, sunt trei soluții posibile pentru univers, așa încât întrebarea este: în care dintre cele trei versiuni ne aflăm noi? univers euclidian, hipersferic sau hiperbolic? Și chiar este universul nostru dinamic? Căpătăm și noi mai mult loc în univers, așa cum furnica obține mai mult loc odată ce cercul ei se mărește? Să ne întoarcem deci la experiment.

88. Hubble și expansiunea măsurată a universului

Pentru a verifica predicția lui Friedmann, ne putem întreba mai întâi, cum vom *observa* că universul este dinamic? Să ne imaginăm cazul furnicii, al cărei inel pe care trăiește devine din ce în ce mai *larg.* Atunci ea ar avea senzația că are din ce în ce mai mult loc, din ce în ce mai mult spațiu. În acest fel, distanța dintre ea și furnicile învecinate ar crește, chiar dacă toate ar rămâne „în același loc".

Situația este asemănătoare cu cea a suprafeței unui balon pe care desenăm câteva puncte: odată ce umflăm balonul, distanța medie dintre puncte *crește* (vezi figura 8.19). Un singur punct își va vedea toți vecinii săi cum se îndepărtează de el, deși punctele în sine nu se mișcă, ci rămân pe loc.

În același fel poate fi măsurată și expansiunea universului nostru, asemănând punctele de pe balon cu stelele sau galaxiile. Dacă universul în care trăim este în expansiune, atunci ar trebui să vedem toate stelele din jurul nostru cum se *îndepărtează în medie de noi*, și aceasta *indiferent* în ce direcție ne-am uita. Mai mult, ele trebuie să se îndepărteze mai repede pe măsură ce sunt mai departe de noi! Desigur, este vorba de viteza medie, pentru că stelele se pot deplasa local unele spre altele (în modelul nostru cu balonul, punctele noastre desenate ce reprezintă stelele s-ar și mișca pe suprafața balonului).

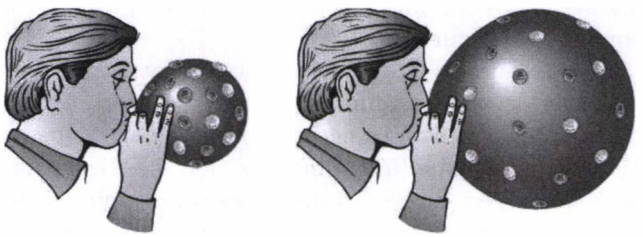

Figura 8.19: *Suprafața unui balon poate fi privită ca un univers bidimensional dinamic. Atunci când umflăm balonul, distanța dintre oricare două puncte statice (în repaus) crește, cu alte cuvinte universul este în expansiune. Cu cât două puncte sunt mai îndepărtate, cu atât mai rapid se vor îndepărta unul de celălalt. În acest fel, viteza cu care se îndepărtează punctele unul de celălalt este proporțională cu distanța dintre ele. În plus, pentru oricare punct de pe suprafață, toate celelalte se îndepărtează de el, ca și cum el s-ar afla „în centru". Aceasta este doar o iluzie, deoarece același lucru se întâmplă pentru toate punctele. Imagine reprodusă cu permisiunea editorului cărții* Universe by Freedman, *apărută la Freedman and Co.*

Primul care a reușit să arate că universul nostru este într-adevăr în expansiune a fost astronomul american Edwin Hubble (1889-1953), care a folosit modelul de mai sus. Astfel, el a măsurat în același timp, pentru câteva obiecte cerești (stele și galaxii), două lucruri: *distanța* până la ele și *viteza* lor față de noi.

În general, *distanța* până la obiectele cerești se determină prin metode diferite, în funcție de tipul obiectului ceresc. Pentru stelele mai apropiate de noi (mai puțin de 100 de ani-lumină) putem folosi metoda *paralaxei*, ceea ce înseamnă că observăm poziții diferite ale stelei pe cer atunci când Pământul se află la două extremități ale orbitei sale. Știind mărimea orbitei Pământului și unghiurile sub care se vede steaua din cele două poziții putem afla distanța până la stea.

Pentru distanțe mai mari se folosesc așa-numitele *cefeide*, stele a căror intensitate luminoasă se modelează și compară cu intensitatea *aparentă*. Astfel, cu cât stelele sunt mai îndepărtate, cu atât intensitatea lor scade. Știind însă care este intensitatea lor reală (pentru că le putem modela destul de precis în teorie și pe computer), putem spune cât de departe sunt, în funcție de câtă lumină ajunge la noi (intensitatea aparentă).

Pentru distanțe și mai mari se măsoară galaxiile. Aici se utilizează forma și dimensiunea aparentă a galaxiilor (presupunând că galaxiile asemănătoare ca formă au aproximativ aceeași dimensiune reală), sau prezența anumitor supernove în aceste galaxii (metoda cea mai precisă). În general, căutăm diverse obiecte cerești pentru care putem spune precis cât de *departe* sunt de noi. Apoi, pentru aceste obiecte măsurăm și *viteza* cu care se deplasează față de noi.

Viteza obiectelor cerești se poate măsura prin metode spectroscopice, folosind efectul Doppler, așa cum am mai discutat în secțiunile 79 și 85. Căci, dacă stelele sau galaxiile se mișcă în raport cu noi, atunci spectrul luminii lor este *deplasat spre roșu* sau *deplasat spre albastru*, în funcție de direcția mișcării față de noi, datorită efectului Doppler (vezi figura 8.20).

Dacă steaua se îndepărtează, atunci intervalul dintre fronturile de unde ale luminii care ajung pe Pământ devine mai lung, pentru că fiecare front succesiv de undă va fi emis de la o distanță mai mare de noi, și deci va ajunge mai târziu (vezi figura 7.34). Aceasta înseamnă că percepem o *frecvență mai mică* a luminii care a fost emisă, deci o altă culoare. Dacă lumina emisă de stea era albastră, ea va fi percepută ca fiind mai „roșie" acum. Vorbim atunci de o *deplasare spre roșu* a spectrului stelelor ce se îndepărtează de noi. În cazul în care stelele se apropie avem efectul opus și obținem o *deplasare spre albastru* a spectrului.

Pentru a măsura viteza și direcția de mișcare a stelelor, tot ce avem de făcut este să măsurăm spectrul luminii care vine de la stele și să-l comparăm cu spectrul unei stele similare statice, care nu este în mișcare față de noi (în practică alegem o stea foarte apropiată de noi). Din comparație aflăm cât de mare este deplasarea spre roșu sau albastru a spectrului stelei îndepărtate: ea ne dă *viteza* stelei față de noi și *direcția* ei de mișcare (vezi secțiunea 79). Desigur, aceeași procedură o putem aplica și galaxiilor.

În figura 8.20 prezentăm o măsurătoare a vitezelor galaxiilor. După cum se vede în figură, aceleași linii din

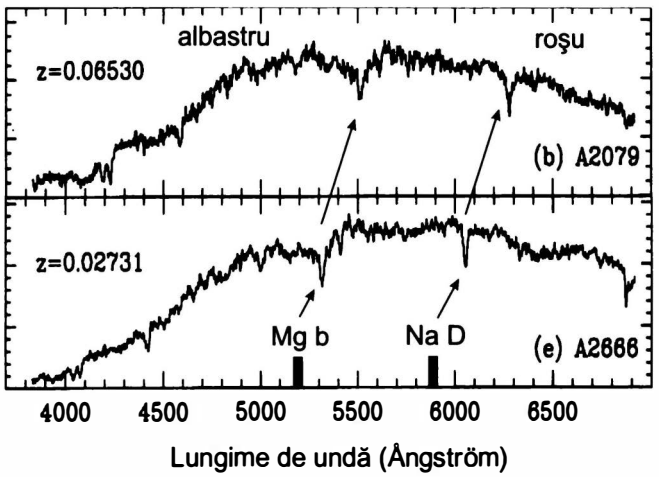

Figura 8.20: *Spectrul măsurat al luminii provenite de la o galaxie mai apropiată de noi (galaxia A2666, jos) și de la una mai îndepărtată (galaxia A2079, sus). Pe axa orizontală este lungimea de undă a luminii (culoarea), exprimată în Angström (1 Å= 10^{-10} metri), iar pe axa verticală intensitatea luminoasă asociată acelei lungimi de undă. După cum se vede, spectrele sunt foarte asemănătoare, deși galaxiile sunt diferite. Pe axa orizontală sunt schițate două linii de absorbție, pentru atomii de Mg (5180 Å) și Na (5890 Å), așa cum sunt ele măsurate în spectrul luminii solare. Recunoscând aceste linii în spectre, vedem că ele sunt deplasate spre dreapta, adică spre lungimi de undă mai mari. Avem o deplasare a spectrului către culoarea roșie, care ne spune că cele două galaxii se îndepărtează de noi. Reprodus cu permisiunea IOP și a autorilor din articolul „Dynamics of cD clusters of galaxies", apărut în revista* The Astrophysical Journal (1998).

spectrul luminii Solare apar și în spectrul galaxiilor îndepărtate, însă deplasate spre lungimi de undă mai mari. Vorbim atunci de o deplasare spre roșu. Ea ne spune că cele două galaxii se îndepărtează de noi.

Viteza de deplasare v se estimează folosind formula aproximativă pentru efectul Doppler (vezi secțiunile 85 și 79), $z \approx v/c \approx \Delta\lambda/\lambda$, unde λ este o lungime de undă oarecare a spectrului, iar $\Delta\lambda$ variația ei. Galaxia A2079 (partea de sus a figurii 8.20) se îndepărtează atunci de noi cu $z \approx (5500 - 5200)/5200 \approx 6\%$ din viteza luminii, iar galaxia A2666 cu $z \approx (5300 - 5200)/5200 \approx 2\%$ din viteza luminii. Vedem astfel că galaxia A2079 se îndepărtează de noi cu o viteză care este de câteva ori mai mare decât viteza cu care se îndepărtează galaxia A2666. Astfel de măsurători astronomice au condus la următoarele rezultate:

- Spectrele obiectelor cerești îndepărtate sunt în medie deplasate spre roșu, deci toate obiectele cerești se îndepărtează în medie de noi (exceptând variațiile locale de viteză).
- Obiectele mai îndepărtate au o viteză mai mare cu care se îndepărtează de noi decât cele apropiate (vezi figura 8.21).

- Raportul dintre viteza cu care se îndepărtează un obiect ceresc și distanța până la el este o constantă, denumită constanta lui Hubble. Astfel, la fiecare milion de ani-lumină viteza de îndepărtare crește cu aproximativ 20 km/s.

La început, Hubble a determinat pentru constanta pe care a descoperit-o o valoare de zece mai mare decât valoarea reală. Acest lucru a dus la o derută în comunitatea științifică de atunci, pentru că modelul Friedmann ar fi fost în contradicție cu timpii de viață ai stelelor. Valoarea corectă a constantei lui Hubble a fost ajustată de Hubble mai târziu, și ea este de aproximativ 20 km/s la un milion de ani lumină.

În acest fel, toate galaxiile aflate la un milion de ani-lumină de noi se îndepărtează în medie cu 20 km/s, cele care sunt la două milioane de ani-lumină se îndepărtează cu 40 km/s, cele care sunt la trei milioane de ani-lumină se îndepărtează cu 60 km/s și așa mai departe (vezi figura 8.22).

Este interesant că acest rezultat experimental sugerează imediat ideea unui *început* al universului observabil, cunoscut sub numele de „Big Bang". Aceasta pentru că viteza stelelor față de noi crește *proporțional* cu distanța până la ele. Dacă toate stelele și galaxiile pe care le observăm și-au început mișcarea din același punct (pe care îl putem considera chiar poziția noastră în exemplul balonului), atunci putem împărți distanța până la o galaxie la viteza ei, pentru a afla *momentul* când aceasta a plecat de lângă noi (presupunând că galaxia s-a deplasat cu aceeași viteză). Hubble ne spune că acest raport dintre distanță și viteză este constant pentru toate galaxiile, și deci momentul inițial este același pentru toate galaxiile. Toate au plecat de lângă noi la *același* moment inițial (vezi figura 8.22).

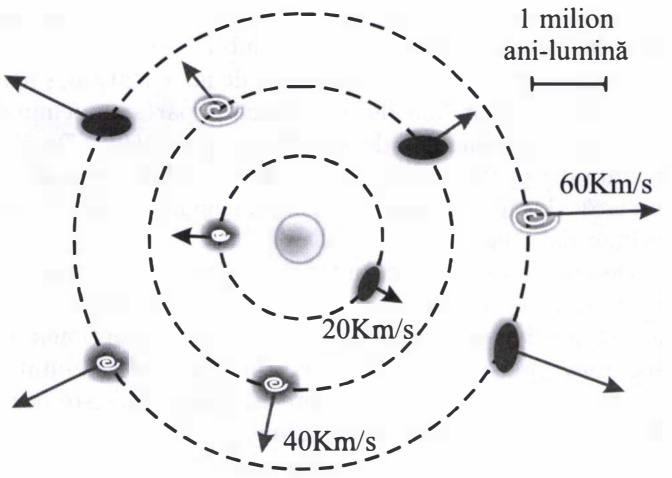

Figura 8.22: *Măsurătorile lui Hubble sugerează că acum 15 miliarde de ani toată materia se afla adunată într-un punct (centrul cercului, unde ne-am fi aflat noi atunci). Astfel, galaxiile care se deplasează față de noi cu* $v = 20$ *km/s au ajuns astăzi (după* $t = 15$ *miliarde de ani) la o distanță* $d = vt = 15$ *milioane de ani-lumină depărtare (primul cerc). Galaxiile care se deplasează cu* 40 *km/s au ajuns astăzi la două milioane de ani-lumină depărtare (al doilea cerc), iar cele care se deplasează cu* 60 km/s *au ajuns până la cercul al treilea. Ele sunt și valorile măsurate de astronomi.*

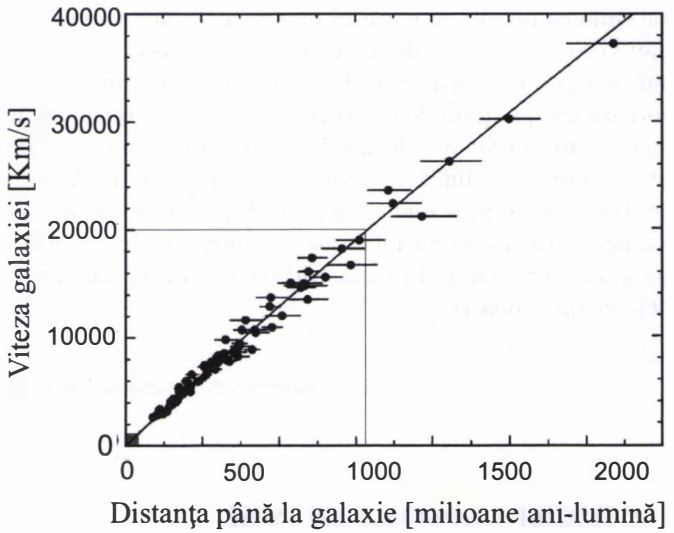

Figura 8.21: *Viteza de îndepărtare a galaxiilor față de noi, în funcție de distanța până la ele, așa cum rezultă din măsurătorile supernovelor de tipul Ia. Pe axa verticală este viteza galaxiilor în km/s, iar pe cea orizontală distanța până la galaxie, în milioane de ani-lumină. După cum se vede, viteza crește cu aproximativ* 20 000*km/s la fiecare 1000 de milioane de ani-lumină depărtare, relație care definește constanta lui Hubble. Imagine reprodusă cu acordul editorului din articolul „Hubble's diagram and cosmic expansion" de R.P. Kirshner, apărut în revista* PNAS *vol. 101. Copyright (2004) National Academy of Sciences, U.S.A.*

Momentul inițial al universului se estimează din constanta lui Hubble. Astfel, dacă o galaxie aflată la 1 milion de ani-lumină distanță se depărtează de noi cu 20 km/s, putem calcula momentul în care a plecat de lângă noi (la începutul universului), presupunând că a mers tot timpul cu aceeași viteză. Scenariul nu este absolut corect, probabil că greșim cu un factor, și vom obține un ordin de mărime orientativ.

Să remarcăm că galaxia se deplasează cu o viteză de 20 km/s, care este de aproximativ 15 000 de ori mai mică decât viteza luminii. Or, luminii i-a luat un milion de ani să ajungă de la galaxie până la noi, deci galaxiei îi va fi luat de 15 000 de ori mai mult (pentru că merge de 15 000 de ori mai încet). Aceasta înseamnă că ea a plecat acum 15 miliarde de ani de lângă noi. Putem spune atunci cu încredere că universul are o vechime de aproximativ 15 miliarde de ani!

Desigur, o galaxie care se află la două milioane de ani-lumină se îndepărtează cu 40 km/s. Acum distanța este dublă, dar și viteza cu care se îndepărtează de noi, ceea ce înseamnă că ea a plecat de lângă noi tot acum 15 miliarde de ani. Același lucru se întâmplă și cu galaxia care se află la 3 milioane de ani-lumină, pentru că ea se îndepărtează cu 60 km/s față de noi, și deci a plecat tot acum 15 miliarde de ani de lângă noi (vezi figura 8.22).

Vedem astfel că *expansiunea* universului observabil și vârsta sa sunt niște rezultate obținute din observații, care

lasă puțin spațiu de manevră. Tot ce trebuie să acceptăm sunt rezultatele măsurătorilor lui Hubble, care ne spun că fiecare obiect ceresc se îndepărtează de noi cu 20 km/s mai mult la fiecare milion de ani-lumină depărtare (definind ceea ce poartă numele de *constanta lui Hubble*). De aici rezultă direct vârsta universului observabil de aproape 15 miliarde de ani și sugestia că el ar fi început dintr-un punct primordial (Big Bang).

Desigur, expansiunea universului observată de Hubble nu vine ca o surpriză pentru fizicieni, la urma urmei ea a fost prezisă de Friedmann, așa cum am menționat în secțiunea precedentă. Ne putem întreba dacă rezultatul observației este identic cu cel prezis. Răspunsul este pozitiv, în limita erorilor experimentale.

Astfel, modelul lui Friedman ne oferă o relație dintre densitatea materie $\rho(t)$ la orice moment t al evoluției și viteza de expansiune $v(t)$. Dacă neglijăm constanta k în relația lui Friedman (vezi secțiunea 87) obținem $\rho \approx 3(v/R)^2/(8\pi G)$. La momentul actual $H = v/R$ reprezintă chiar constanta lui Hubble, adică viteza de expansiune de 20 km/s la fiecare milion de ani-lumină: $H = (20\text{km/s})/(10^6 \text{ ani-lumină}) = 2 \cdot 10^{-18}\text{s}$.

Obtinem că densitatea necesară pentru a explica expansiunea observată va avea o valoare de ordinul $\rho_{cr} \approx 3H^2/(8\pi G) \approx 3 \cdot 10^{-29}\text{g/cm}^3$. Densitatea de materie ρ_{cr} se mai numește și „densitate critică" a materiei din univers. Cât este valoarea observată a densității de materie, se apropie ea de aceste valori? Daca da, atunci expansiunea observata a universului se potriveste cu modelul prezis de teoria relativității.

Densitatea observată ρ_{exp} a materiei din univers se poate *estima*, adunând greutatea obiectelor cerești dintr-o porțiune finită de cer și împărțind la acel volum. În practică, situația se dovedește mai complexă, pentru că multe dintre obiectele cerești nu se văd. Materia vizibilă (luminoasă) este doar un mic procent din greutatea totală, cea neluminoasă (de exemplu, o parte din gazul intergalactic) putând fi de zece ori mai mare. În plus, la această materie neluminoasă mai trebuie adăugată și *materia întunecată*, despre care vom vorbi în secțiunile următoare.

Una peste alta, dacă adunăm toate contribuțiile, obținem o valoare *observată* pentru densitatea materiei de aproximativ $\rho_{exp} \approx 4 - 20 \cdot 10^{-30}\text{g/cm}^3$, cu posibile erori de un ordin de mărime. Aceasta înseamnă în medie câțiva atomi pe fiecare metru cub în univers. Vedem astfel că valoarea experimentală este de același ordin de mărime cu valoarea de care avem nevoie $\rho_{cr} \approx 3 \cdot 10^{-29}\text{g/cm}^3$ pentru a explica expansiunea observată de Hubble, ceea ce confirmă încă odată justețea teoriilor expansiunii universului.

În modele mai avansate, *diferența* dintre densitatea de materie estimată de astronomi (ρ_{exp}) și cea furnizată de *teorie* din măsurătorile de expansiune (densitatea critică ρ_{cr}) ne ajută să determinăm în ce tip de univers existăm: euclidian, hiperbolic sau hipersferic. În acest fel, îl aflăm pe k din ecuația lui Friedmann, prezentată în secțiunea 87. Din păcate, după cum am văzut deja, cele două mărimi ale densității de materie au valori destul de apropiate, iar eroarea de măsură a densității experimentale este încă destul de mare.

De aceea nu știm încă dacă universul este finit (hipersferic) sau infinit (hiperbolic), dacă el va avea un sfârșit sau dacă se va extinde pentru eternitate. Tot ce știm este că universul *observabil* a început dintr-un punct, pentru că toate cele trei tipuri de univers sunt în expansiune. Acest univers observabil se întinde până la aproximativ 45 miliarde de ani-lumină, distanța la care a ajuns materia căreia abia azi îi receptăm lumina trimisă la puțin timp dupa Big Bang (distanța este de trei ori mai mare decât ne așteptam, pentru că bucățile acelea de materie, devenite poate galaxii între timp, s-au mai îndepărtat chiar în timp ce lumina lor se apropia de noi).

Unii fizicieni ne atrag atenția că, chiar dacă nu știm în care tip de univers din cele trei existăm, un lucru este clar: universul este aproape *plat*. De fapt, lucrul este evident și pentru noi, deși nu suntem prea conștienți de el. Astfel, nu ne vedem deformați unul pe altul ca printr-un geam de proastă calitate, efect care ar fi putut apărea dacă spațiul ar fi fost extrem de curb. Așa însă, spațiul este aproape plat, ceea ce astronomii recunosc prin faptul că densitatea de materie din univers ρ_{exp} are o valoare apropiata de cea critică ρ_{cr}, menționată mai devreme.

De ce însă este universul așa de plat? Oare a „aranjat" Creatorul condițiile sale inițiale pentru a ne face viața mai ușoară? Căci, într-adevăr, la urma urmei există miliarde de miliarde de alte evoluții de universuri posibile, dacă schimbăm condițiile inițiale. În cele mai multe dintre ele universul va fi sau foarte curbat (având eventual și timpi de viață foarte scurți), sau va exploda foarte puternic la început încât materia se rărește repede în univers și nu mai e timp să formeze structurile cunoscute (protoni, atomi etc.).

Așa cum vom argumenta și în secțiunea 201, fizicienii se feresc să invoce mâna misterioasă a vreunui Creator, iar unii fac apel în ultimă instanță la *principiul antropic*. Ei ne spun că poate toate aceste universuri exotice au existat sau vor exista, atâta doar că în ele viața (așa cum o știm noi) nu poate evolua, și deci nu are cine să le observe. Din fericire însă, în multele încercări, cel puțin odată condițiile inițiale au fost favorabile apariției vieții, din moment ce noi stăm acum să admirăm frumusețile universului. Această ipoteză, dezvoltată mai târziu sub forma *multiversurilor*, nu ne poate lăsa decât meditativi și mirați că lumea poate să aibă o existență și dincolo de ceea ce observăm azi cu telescoapele noastre.

89. Radiația cosmică de fond, sau cum s-a întunecat universul

Am văzut în secțiunea precedentă că universul observabil are un început. Acum circa 15 miliarde de ani (mai precis 13,7 miliarde de ani) distanța dintre două stele care astăzi sunt vecine era aproape nulă. Atunci a avut loc Marea Explozie, cunoscută sub numele de Big Bang: *spațiul* s-a dilatat rapid și materia s-a rarefiat din ce în ce mai mult în acel spațiu în creștere.

Așa cum am menționat, forma universului actual este necunoscută, universul putând fi finit sau infinit, depinzând de densitatea medie de energie, care nu este deocamdată cunoscută cu precizie. În cazul în care universul este

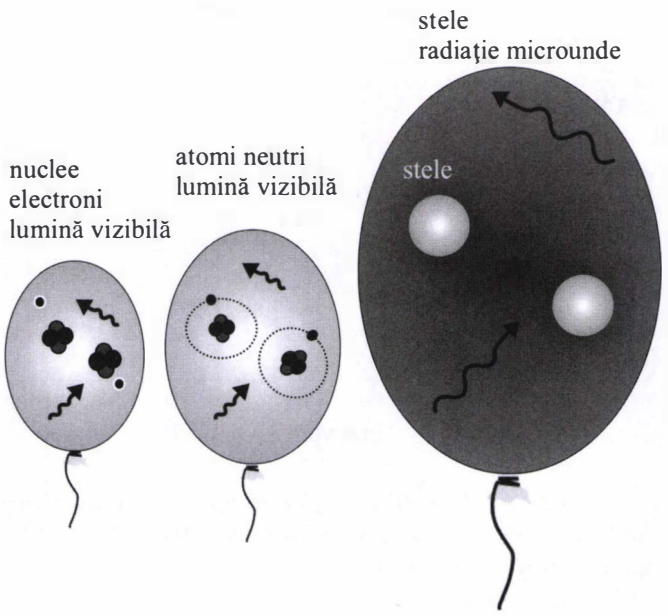

Figura 8.23: *În figură sunt prezentate etapele principale ale formării radiației de fond. În stânga este reprezentat universul la câteva minute după Big Bang, pe suprafața unui balon care se umflă. Radiația electromagnetică (reprezentată cu săgeți) era în echilibru termic cu materia ionizată. La mijloc este situația când universul avea 380 000 ani. Atunci s-au format atomii, iar radiația deja prezentă se decuplează de materie și se propagă liber prin univers. Pentru că radiația se manifestă și în domeniul vizibil, universul este încă un loc luminos. În dreapta este situația actuală. Atomii au format stele, spațiul s-a extins (balonul s-a umflat) și odată cu spațiul s-a extins și unda electromagnetică a radiației ce se află în el. Lungimea de undă a radiației a crescut odată cu suprafața balonului pe care se află (săgețile sunt alungite). Radiația a ajuns în domeniul microundelor (lungimea de undă este mai mare), iar universul s-a întunecat, luminat doar de prezența stelelor.*

infinit, el a fost infinit încă de la începutul lui. De aceea, pentru a evita confuziile, ne vom referi de acum încolo la *universul observabil*, cel care se întinde până la distanțe de unde lumina pe care o vedem acum a plecat spre noi chiar la Big Bang. Acesta este mai mare decât 13,7 miliarde de ani (de aproximativ trei ori), pentru că spațiul s-a dilatat între timp chiar și pe porțiunile pe unde lumina a trecut deja în calea ei spre noi. Universul observabil este finit și a început dintr-un punct, în ambele cazuri (chiar și în cazul universului infinit de la început) și are o rază aproximativă de 45 miliarde de ani-lumină.

Considerând deci universul observabil, el va fi fost la origine aproape un punct și ne putem întreba: cum a încăput toată materia universului observabil în acel punct originar? Pentru a ne face o idee cum a fost acest lucru posibil, să ne aducem aminte că stelele sunt organizate în galaxii. O galaxie are o dimensiune medie de câteva sute de mii de ani-lumină, pe când distanța dintre galaxii este de aproximativ zece ori mai mare, câteva milioane de ani lumină. Vedem astfel că universul este în mare un loc aproape gol în care plutesc galaxii la distanțe mari una față de alta, cu zone de milioane de ani-lumină sau chiar mai mult în care nu se află nici o stea (o imagine recentă a structurii filamentare pe care o formează galaxiile se vede în figura 18.4).

Într-o galaxie nu găsim prea multă materie. Astfel, dimensiunea Sistemului Solar este de aproximativ câteva ore-lumină (cât îi ia luminii de la Soare să ajungă până la Pluto), pe când distanța până la următoarea stea este de aproximativ câțiva ani-lumină. Din nou, foarte mult vid între stele. La rândul lui, și un sistem solar este umplut în cea mai mare parte de spațiu vid, deoarece raza Soarelui este de doar 6 secunde-lumină iar planetele contribuie nesemnificativ la masa totală a sistemului solar.

Desigur, povestea poate continua la nivelul particulelor, acolo unde un atom din Soare este un loc gol umplut pe alocuri de un nucleu și electroni. Se prea poate ca această construcție, mult vid umplut cu puțină materie, să se repete la scară din ce în ce mai mică. Și atunci când comprimăm materia, nu facem decât să umplem vidul, aducând părțile componente una lângă alta, rând pe rând, mai întâi galaxiile, apoi stelele, apoi nucleele și electronii și așa mai departe. Astfel, am putea comprima tot universul observabil în vârful unui ac, de ce nu? Limita nu poate fi decât *principiul de incertitudine* al lui Heisenberg, așa cum vom vedea în mecanica cuantică. De aceea, ne așteptăm ca universul să fi putut fi comprimat la dimensiuni infinitezimale, în momentul de început al Big Bang-ului.

Poate că momentele primordiale ale universului ar fi fost pierdute pentru totdeauna, dacă natura nu ne-ar fi venit în ajutor, prin prezența *radiației de fond*. Ea ne furnizează cea mai veche fotografie a universului, la numai 380 000 de ani de când a fost creat.

Să ne imaginăm acum primele momente imediat după Big Bang (vezi figura 8.23 și figura 8.24). Atunci, o grămadă uriașă de particule elementare a fost împrăștiată în univers. Cele mai multe particule erau încărcate cu sarcină electrică și circulau liber prin spațiu, fără încă să formeze atomi. Fiind particule în mișcare, încărcate cu sarcină electrică, ele emiteau o cantitate uriașă de *radiație electromagnetică*.

Radiația era permanent emisă și reabsorbită de particule, fiind în *echilibru termic* cu materia de care era produsă. Așa cum vom discuta în secțiunea 93, o radiație electromagnetică aflată în echilibru termic cu materia are un spectru al radiației bine definit. Principalul parametru al spectrului este *temperatura* materiei care îl generează. Cu alte cuvinte, dacă știm temperatura materiei care este în echilibru termic cu această radiație, putem prezice imediat cum arată spectrul luminos al radiației. Și reciproca este adevărată: măsurând spectrul luminii, știm precis care este temperatura materiei care a generat-o.

Să ne imaginăm că, în acele momente inițiale ale universului, „cerul" era inundat de o lumină orbitoare, partea vizibilă a acestor radiații electromagnetice. Lumina venea din toate direcțiile și se găsea peste tot, fiind în echilibru termic cu materia care o genera (particule libere ca electroni, protoni etc.). Dacă am fi măsurat spectrul luminii, am fi știut imediat temperatura materiei în acest început al universului.

La câteva minute după geneza universului, protonii s-au unit cu neutronii formând nuclee de atomi (vezi figura

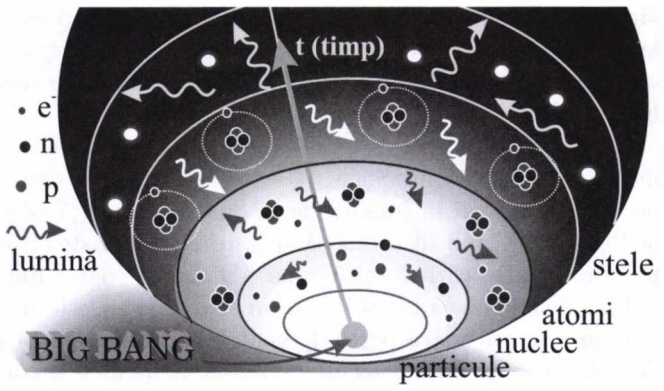

Figura 8.24: *Istoria Big Bang-ului exemplificată pe spațiul-timp al furnicii din figura 8.16. Cercurile de latitudine ale sferei reprezintă dimensiunile spațiale ale universului (inelul furnicii), iar meridianele dimensiunea timpului. La începutul universului (punctul luminos de jos), electronii (e^-), neutronii (n) și protonii liberi (p) generau și absorbeau lumină (reprezentată prin săgeți). La câteva minute după Big Bang, neutronii și protonii s-au unit formând nuclee. Când universul avea 380 000 de ani (acolo unde se termină zona albă pe figură), nucleele și electronii au format atomi. Atomii însă sunt neutri și ei nu au mai absorbit (ori generat) decât puțină lumină. Radiația electromagnetică deja existentă la acel moment a devenit dintr-o dată liberă să circule prin univers. În timp, datorită expansiunii universului, lungimea de undă a acestei radiații libere a crescut (săgețile luminoase sunt mai lungi), ajungând în domeniul invizibil, iar cerul s-a întunecat. Radiația aceasta este detectată astăzi (sus) sub forma radiatiei de fond în domeniul microundelor.*

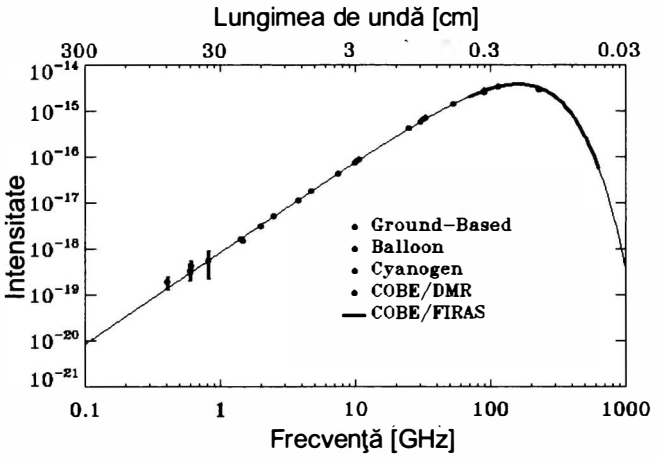

Figura 8.25: *Spectrul radiației de fond, așa cum a fost măsurat în mai multe experimente. Spectrul este modelat aproape perfect (până la miimi de procent) de către formula spectrului corpului negru, care se folosește atunci când materia este în echilibru termic cu radiația pe care o generează. Temperatura radiației se poate citi direct din grafic, fiind dată de frecvența la care avem maximumul spectrului. În acest caz este vorba de 2,7 Kelvin.* ©*NASA*.

8.24), iar mai apoi, la 380 de mii de ani după Big Bang, nucleele astfel formate și electronii au început să alcătuiască *atomi* (în principal atomi de hidrogen și heliu). Atomii sunt însă *neutri* din punct de vedere electric, ei nu emit sau absorb decât foarte puțină lumină.

În acel moment, radiația electromagnetică deja prezentă (formată mai înainte) a început să se propage nestingherită prin univers, pentru că nu mai era reabsorbită de particule (care formaseră atomi neutri). Am putea spune că ea s-a *decuplat* de materie.

Cu timpul însă, datorită expansiunii universului, un alt fenomen a avut loc, și anume „răcirea" acestei radiații electromagnetice. De data aceasta expansiunea spațiului a „întins" pur și simplu *lungimea de undă* a luminii prezente în radiație (vezi figura 8.23). Fenomenul este asemănător cu un desen pe care l-am face pe un balon pe care apoi l-am umfla: desenul crește odată cu dimensiunile balonului. Tot astfel, dacă am desena efectiv undele electromagnetice pe „balonul" spațiului, am vedea cum lungimea de undă crește odată ce spațiul se extinde.

În timp deci, datorită expansiunii universului, lungimea de undă a radiației a crescut, deci frecvența ei a scăzut, ajungând astăzi în domeniul *microundelor*. În acele momente cerul a devenit întunecat, luminat doar de stelele care începeau să se formeze, ca niște lumânări rătăcite prin univers. Și, pentru că spectrului radiației de fond îi putem asocia o temperatură, spunem că *temperatura* acestei radiații de fond a scăzut sau că radiația s-a *„răcit"*.

Fizicianul american George Gamow a prezis, la sfârșitul anilor '40, că rămășițele acestei radiații primordiale sunt detectabile și azi, sub forma unei așa-numite *radiații de fond*. Ea ar fi uniform împrăștiată în univers, s-ar afla în domeniul *microundelor* și ar avea astăzi o „temperatură" de câteva grade Kelvin. Surprinzător însă, descoperirea experimentală a radiației de fond s-a făcut din pură întâmplare, de către niște ingineri care nu aveau cunoștință de teoria lui Gamow.

Astfel, în anul 1965, americanii Arno Penzias și Robert Wilson erau preocupați de instalarea unei antene pentru comunicații cu sateliții și de radio-astronomie. Antena lor avea însă un *zgomot de fond*, a cărui origine le era complet necunoscută celor doi, zgomot care se cuantifică printr-o temperatură în exces de câteva grade Kelvin. Mai târziu, prin contacte cu cercetătorii din domeniu, cei doi americani au putut confirma că era vorba de prima măsurătoare a *radiației de fond*, și au primit Premiul Nobel în 1978 pentru această realizare. Unii fizicieni cred că semnalul electric al radiației de fond este responsabil chiar de o parte (estimată la 1%) din zgomotul de „purici" al televizoarelor cu tuburi catodice!

Astăzi se știe că temperatura radiației de fond este de *2,7* Kelvin. Radiația este extrem de *uniform* împrăștiată în univers, cu variații de temperatură mai mici de *o zecime de miime* (vezi figura 8.25). Cu alte cuvinte, în orice direcție ne-am uita în univers, vom măsura *aproape același spectru*. Mai mult, acest spectru seamănă extrem de bine cu spectrul corpului negru, așa cum a fost descris el de fizicianul Max Planck și cum îl vom discuta și noi în secțiunea 93, ceea ce confirmă că radiația provine dintr-un *echilibru termic* cu materia care a generat-o.

Să menționăm că variațiile de temperatură mai mici de o zecime de miime (0,01%) în distribuția radiației de fond

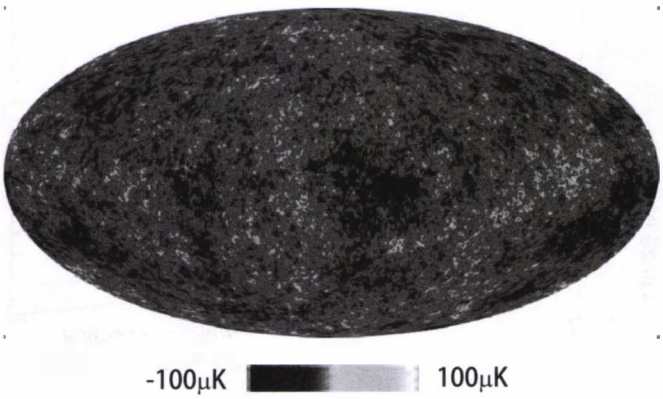

Figura 8.26: *Harta universului ce conține variațiile de temperatură ale radiației de fond. Harta a fost făcută cu ajutorul satelitului WAMP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe), lansat în anul 2001. De remarcat că aceste variații de temperatură sunt foarte mici, de ordinul a* $200\mu K$ *din valoarea absolută a temperaturii de* $2,7$K. *Aceastea reprezintă variații mai mici de o zecime de miime (*$200\mu K/2,7K \approx 0,0001$*). Ele scot la iveală fluctuațiile de temperatură atunci când universul avea doar 380 000 de ani. Imaginea reprezintă astfel cea mai veche fotografie a universului.* ©*NASA.*

nu sunt erori de măsură, ele sunt variații *reale* care s-au păstrat de la începutul universului. Practic, se poate ca într-o zonă din univers materia să fi fost mai concentrată decât în alta, și astfel și temperatura să fi variat cu mai puțin de o zecime de miime de la un loc la altul. Această variație în temperatura originară a materiei se regăsește apoi în temperatura radiației pe care a generat-o și pe care o măsurăm acum.

Dacă am măsura *acum* unde sunt aceste variații mici în temperatura radiației de fond, am putea spune în care zone materia a fost mai concentrată la început, atunci când universul avea 380 000 de ani. De aceea cercetătorii sunt interesați de fotografierea acestor *fluctuații primordiale* în temperatura radiației de fond. Ei sunt de părere că fluctuațiile sunt corelate cu sâmburele viitoarelor roiuri de galaxii.

Recent, cercetătorii au putut crea o hartă foarte precisă a acestor fluctuații minuscule în temperatura radiației de fond (vezi figura 8.26), cu ajutorul satelitului WAMP (de la Wilkinson Microwave Anisotropy Probe). Corelațiile pe care le-au găsit în fluctuații se potrivesc foarte bine cu modelele teoretice. Este interesant de spus că modelele au fost construite prima oară de cercetătorii sovietici, însă au rămas în mare neremarcate de comunitatea științifică mondială, pentru că au fost publicate numai în revistele de știință sovietice.

Mai mult despre radiația de fond, ca și despre alte subiecte de actualitate din cosmologie (cum ar fi modelul inflaționar), o să discutăm în capitolul 18, după ce vom căpăta mai multe cunoștințe despre structura particulelor elementare. Să remarcăm deocamdată că imaginea obținută de satelitul WAMP, a *variațiilor* în temperatura radiației de fond, este cea mai veche „poză" a universului, de când el avea o vârstă de 380 de mii de ani, scoțând în evidență variațiile de temperatură ale acelei epoci. Am putea spune că radiația de fond „îmbătrânită" pe care o măsurăm astăzi poartă cu ea amintirea acelui timp îndepărtat. Imediat după aceea, universul a intrat în era sa întunecată, până când primele stele au început să strălucească pe cer.

Prezența radiației de fond este o dovadă a expansiunii *spațiului însuși* în univers. Dacă expansiunea universului nu ar fi avut loc, atunci lumina primordială a radiației de fond ar fi inundat și acum cerul în spectrul său vizibil. Nopțile de azi ar fi fost albe. Faptul că radiația de fond se manifestă în domeniul microundelor este o dovadă directă a faptului că însuși spațiul din univers s-a dilatat, pentru că numai în acest caz putea crește lungimea de undă a luminii deja emise. Cu alte cuvinte, nopțile sunt întunecate pentru că universul s-a dilatat, ducând cu el radiația de fond din domeniul vizibil în domeniul invizibil al microundelor.

Un alt argument care scoate în evidență faptul că universul a avut un început este *paradoxul lui Olbers*, după numele astronomului Heinrich Olbers (1758-1840). În acest paradox, dacă se consideră că universul static ar exista de o *veșnicie*, cu toate stelele sale, atunci lumina s-ar tot aduna în timp și ar umple tot cerul, inundând până și nopțile cu lună nouă. Faptul că nu vedem un astfel de cer plin de lumină ne arată că universul (cu stelele din el) are o vârstă *finită*. și lumina nu a avut timp să se adune peste tot.

Să nu uităm deci să ne aducem aminte de aceste consecințe atunci când admirăm cerul plin de stele: putem vedea licăririle de departe prin *întunecimea* spațiului pentru că universul a avut un *început* (lumina nu a avut timp să se acumuleze la infinit) și pentru că universul este în continuă *expansiune* (spațiul s-a dilatat, și odată cu el și lungimea de undă a radiației de fond, care a ajuns astfel în domeniul microundelor).

90. Materia întunecată și rotația rapidă a galaxiilor

Iată-ne acum ajunși la două dintre subiecte recente ale cercetărilor în astronomie: *materia întunecată* și *energia întunecată*. Nu, nu suntem în Evul Mediu, ci doar în situația în care fizicienii, neștiind despre ce este vorba, au venit cu niște denumiri poate neinspirate. Să începem cu materia întunecată.

În jurul anului 1933, elvețianul Fritz Zwicky (1898-1974) făcea observații astronomice asupra mișcărilor grupurilor de galaxii. Într-o primă instanță, el a calculat masa totală a grupului de galaxii bazându-se pe mișcarea galaxiilor de la marginea grupului. Viteza acestor galaxii de margine se măsoară cu ajutorul spectrelor luminoase, datorită efectului Doppler, lucru pe care l-am detalit în secțiunea 79 și în secțiunea 88.

În mod normal, grupul de galaxii se rotește în jurul unui centru al său, iar viteza galaxiilor de margine este dată de

masa întregului grup de galaxii. Cu cât masa grupului de galaxii este mai mare, cu atât galaxiile de margine se rotesc mai repede în jurul centrului grupului de galaxii, pentru că ele sunt atrase mai puternic. În acest fel putem estima masa grupului de galaxii (o metodă asemănătoare a fost prezentată pentru masa centrului galaxiei M87 în secțiunea 85, vezi figura 8.12).

Pe de altă parte, aceeași masă a grupului de galaxii se poate măsura și pe baza *luminozității* totale a galaxiilor. Aici, cu cât grupul de galaxii dă mai multă lumină, cu atât el are mai multe stele. Când a comparat cele două metode, Zwicky a avut o surpriză: masa estimată prin prima metodă gravitațională era *mai mare* decât masa estimată prin metoda ce folosește cantitatea de lumina emisă!

Concluzia nu putea fi decât una singură: în interiorul grupului de galaxii există mult *mai multă materie decât se vede.* Dacă am considera numai materia care se vede din interiorul grupului de galaxii, atunci ea ar fi insuficientă pentru a explica viteza mare a galaxiilor din margine. În acest caz, galaxiile din margine ar scăpa datorită forței centrifuge, pentru că ele nu sunt atrase suficient de puternic de centrul grupului de galaxii. Trebuie atunci să existe materie în surplus care face posibilă coeziunea grupului de galaxii și care împiedică galaxiile de pe margine să scape. Toată această masă suplimentară a căpătat numele de *„materie întunecată"*, tocmai pentru că nu se vede.

Pentru a clarifica termenii, să menționăm că *materia întunecată* nu trebuie identificată întotdeauna cu orice materie care nu se vede pentru că nu este luminoasă. De exemplu, nici gazul intergalactic nu emite lumină, nici găurile negre nu se văd, dar ele nu reprezintă materie întunecată, pentru că lor le putem calcula masa și știm despre ce este vorba. Materia întunecată este restul de materie din roiul de galaxii despre care știm că există (pentru că se manifestă gravitațional), dar nu știm încă ce este. Cu alte cuvinte, materia întunecată nu este o mulțime de găuri negre care nu se văd, ci un tip nou de materie.

De remarcat că același efect al prezenței materiei întunecate este măsurat nu numai în masa roiurilor de galaxii, dar chiar și în interiorul unei *singure* galaxii. Aici astronomii văd că galaxiile se rotesc prea repede față de situația în care ar fi avut numai masa estimată din intensitatea luminoasă a galaxiei. Cu alte cuvinte, în interiorul galaxiei este și altceva (materia întunecată) care împiedică stelele din margine să scape din cauza forței centrifuge, și care este diferită de gazul interstelar sau de găurile negre (vezi figura 8.27).

Cercetătorii estimează astăzi că există aproximativ *de cinci ori* mai multă materie întunecată decât materie obișnuită în univers. Dar cum de nu este ea vizibilă, dacă este atât de multă? Răspunsul ține probabil de proprietățile masei întunecate.

Astfel, ne putem imagina că această masă întunecată nu are nici un fel de *sarcină* corespunzătoare unor forțe cunoscute, de exemplu sarcina electrică sau sarcină corespunzătoare forțelor nucleare. Atunci materia întunecată nu interacționează prin intermediul niciuneia dintre forțele cunoscute, *exceptând* forța gravitațională. Ea acționează astfel numai prin intermediul forțelor de atracție gravitațională în interiorul și în afara galaxiilor (mai exact, poate curba spațiul-timp unde se află). În

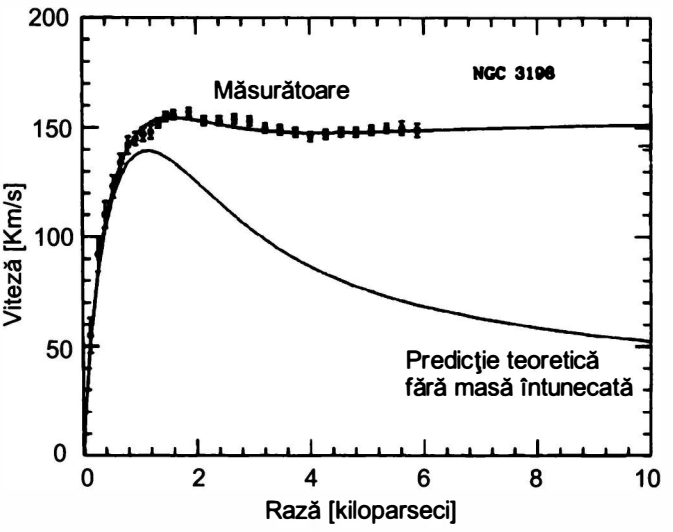

Figura 8.27: *Viteza de rotație a stelelor din marginea galaxiei NGC 3198, rotație care are loc în jurul centrului galaxiei. Viteza este prezentată pe axa verticală, în funcție de distanța până la centrul galaxiei, exprimată în kiloparseci (1 parsec este aproximativ 3,26 ani-lumină). În figură sunt prezentate datele experimentale (cu puncte) și modelul teoretic clasic (cu linie continuă). Predicția teoretică rezultă în cazul în care folosim doar masa estimată pe baza luminozității galaxiei (materia cunoscută). După cum se vede, experimentul nu se potrivește cu modelul simplificat. Pentru că stelele de la margine se mișcă mai repede decât estimează modelul, este probabil că galaxia conține si altă materie, invizibilă și necunoscută, care se numește „materie întunecată". Ea împiedică stelele de la margine să scape datorită forței centrifuge. Imagine reprodusă cu permisiunea IOP și a autorilor din articolul „Distribution of dark matter in the spiral galaxy NGC 3198" de van Albada și colaboratorii, publicat în revista* Astrophysical Journal *(1985).*

afară de acest efect, materia întunecată nu este luminoasă, nu este vizibilă cu ochiul liber sau cu telescoapele.

Ne putem întreba atunci, cum vom detecta prezența materiei întunecate și altfel decât prin atracții gravitaționale? Pentru aceasta, cercetătorii folosesc efectul de *lentilă gravitațională*, menționat în secțiunea 78 (vezi pentru detalii referitoare la efect figura 7.32). Acolo am văzut că un câmp gravitațional puternic *curbează* razele luminii, așa cum o lentilă curbează lumina. Ne așteptăm atunci ca materia întunecată să curbeze și ea o rază de lumină ce trece din întâmplare în zona în care se află! Simplu spus, dacă observăm inele ale lui Einstein într-o zonă de cer care nu conține materie cunoscută (altă materie decât stelele din departare ce generează lumina), atunci în acea zonă trebuie să fie materie întunecată. Doar ea mai poate curba razele de lumină în drumul lor spre noi, prin intermediul curburii spațiului indusă de materia întunecată.

În anul 2006, un grup de cercetători americani au anunțat că au putut detecta *indirect* prezența materiei întunecate. Știrea a făcut înconjurul lumii și descoperirea a rămas până astăzi una dintre probele cele mai puternice în favoarea existenței materiei întunecate. Merită să amintim această poveste, fie și numai pentru a exemplifica modul

în care cercetătorii își extrag cu greutate concluziile din fapte mai puțin evidente.

Ideea cercetătorilor americani este pe cât de simplă, pe atât de puternică: observarea materiei întunecate într-un loc *gol* din univers, lipsit de materie obișnuită! Cum însă să observăm acolo materia întunecată, dacă nu există materie luminoasă care să fie observabilă? Și unde ar exista un astfel de loc „gol" în univers, plin de materie întunecată? La urma urmei, materia întunecată *atrage* mereu materia obișnuită, acționând gravitațional, și este mai multă decât ea. Avem materie întunecată în galaxii, în stele și probabil chiar în corpurile noastre, si nu așa, un gram sau două, ci de aproximativ *cinci ori* mai multă!

După o analiză atentă a cerului, cercetătorii americani au înțeles că locul cel mai potrivit ar fi *clusterul (roiul) de galaxii* $1E\ 0657-56$, cunoscut sub numele de roiul de galaxii Bullet (ceea ce înseamnă „glonț" în limba engleză). El este rămășița unei coliziuni dintre două grupuri de galaxii, coliziune care a avut loc acum 150 de milioane de ani. Cercetătorii cred că, în urma coliziunii, este posibil ca aici materia întunecată să se fi *separat* de materia obișnuită, în cazul acesta materia intergalactică (vezi figura 8.28).

Mecanismul separării a materiei întunecate pornește de la observația că masa roiului de galaxii Bullet este dată de trei componente: *galaxiile*, *gazul intergalactic* și *materia întunecată*. Așa cum au arătat studiile precedente, gazul intergalactic din roiul de galaxii Bullet cântărește de aproximativ zece ori mai mult decât masa tuturor galaxiilor aflate acolo luate împreună. În mod normal, cele trei componente (galaxiile, gazul intergalactic și materia întunecată) sunt suprapuse una peste alta. În roiul de galaxii Bullet însă, coliziunea a reușit să *separe* aceste componente.

Astfel, într-o primă instanță, galaxiile din primul grup de galaxii ce formează roiul Bullet au trecut printre galaxiile celui de-al doilea grup de galaxii fără mari probleme. Aceasta deoarece galaxiile sunt situate la distanțe mari unele de altele, ceea ce face improbabilă coliziunea directă dintre ele, chiar și atunci când se ciocnesc două grupuri de galaxii, cum este acum cazul. Ca atare, galaxiile și-au continuat aproape nestingherite drumul prin univers.

Gazul intergalactic din primul grup de galaxii a interacționat însă cu cel din al doilea grup și a rămas în urmă cu mișcarea sa. Acest fenomen a fost posibil pentru că norii de gaz intergalactic sunt compuși în mare parte dintr-o plasmă ionizată (atomi ionizați de hidrogen, electroni etc.) care mărește interactiunea electromagnetică dintre ei. Această interacțiune dintre cei doi nori de gaz intergalactic se vede în imaginea grupului Bullet fotografiată în raze X (figura 8.28, imaginea de jos), unde se recunosc două zone puternic energetice.

Mișcarea gazului intergalactic a urmat inițial materia întunecată din cele două galaxii originare, de care este atrasă. Odată însă ce mișcarea celor doi nori de gaz intergalactic a fost încetinită de interactiunea dintre ei, materia întunecată a luat-o relativ *înainte*. Aceasta pentru că cei doi nori de materie întunecată nu interacționează între ei altfel decât gravitațional, spre deosebire de norii de gaz intergalactic, care interacționează și electromagnetic, și care vor fi deci încetiniți în urma interacțiunii.

În final, materia întunecată și galaxiile au luat-o înaintea gazului intergalactic în urma coliziunii celor două grupuri

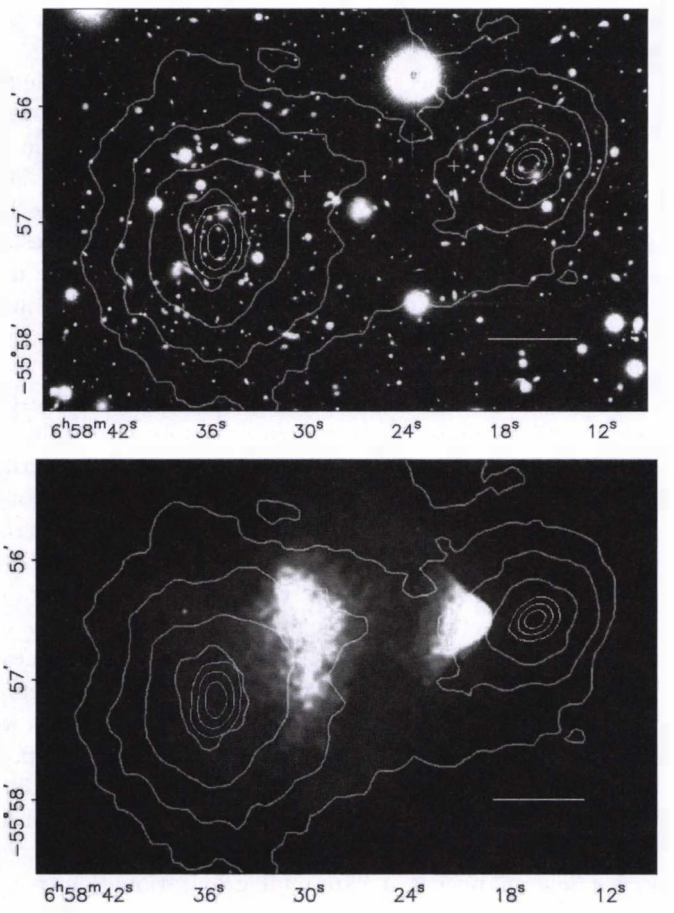

Figura 8.28: *Coliziunea a două grupuri de galaxii din roiul Bullet. Liniile de contur din figura de sus scot în evidență asimetria medie în forma galaxiilor care se află în fondul imaginii (mult departe în spatele roiului de galaxii Bullet). Desi galaxiile ar trebui să aibă o distribuție aleatoare în forma lor, ele apar alungite în medie în direcția liniilor de contur, datorită efectului de lentilă gravitațională. Liniile de contur scot astfel în evidență distribuția de materie întunecată în roiul de galaxii Bullet, responsabilă pentru efectul de lentilă gravitațională. În figura de jos este imaginea aceleiași regiuni de pe cer, de data aceasta în raze X, ce scoate în evidență gazul intergalactic (partea luminoasă). În urma coliziunii, gazul intergalactic a interacționat, rămânând în urmă față de materia întunecată. Imaginea este reprodusă cu permisiunea autorului și cea a AAS din articolul „A Direct Empirical Proof of the Existence of Dark Matter", apărut în revista* The Astrophysical Journal Letters *(2006).*

de galaxii. Avem deci situatia pe care ne-am dorit-o: o zonă de materie întunecată care este *separată* de sursa de masă majoră (plasma intergalactică ce reprezintă 90% din masa totală a roiului de galaxii Bullet).

Dar cum să măsurăm prezența materiei întunecate? Pentru aceasta, cercetătorii americani au folosit efectul de *lentilă gravitațională*, mentionat în sectiunea 78 (vezi pentru detalii referitoare la efect figura 7.32). Astfel, am menționat că un câmp gravitațional puternic curbează razele luminii, asa cum o lentilă curbează lumina. Ne

așteptăm atunci ca materia întunecată să curbeze și ea lumina în zona în care se află!

Pentru a verifica acest efect optic, tot ce avem de făcut este să fotografiem galaxiile care se află în *spatele* zonei de materie întunecate, și să măsurăm cât de deformate sunt! Desigur, aceasta ar fi deformarea *optică* (și nu reală) introdusă de faptul că lumina de la ele trece prin zona de materie întunecată și își curbează traiectoria. Practic, este ca și cum am privi niște obiecte în spatele unui geam de proastă calitate. Geamul nu l-am vedea, însă i-am bănui existența dacă am vedea că obiectele din spate se văd puțin deformate.

În teorie metoda este frumoasă, însă în practică este greu de aplicat, deoarece nu putem ști cum arătau galaxiile înainte ca imaginea lor să fie deformată optic de materia întunecată. De aceea, nu putem spune precis dacă deformarea pe care o vedem, a galaxiei, este cea reală (pentru că galaxia este strâmbă, să spunem) sau cea introdusă de efectul optic.

De aceea cercetătorii americani au folosit în practică o metodă statistică (vezi figura 8.29). Astfel, ne așteptăm ca imaginea pe care noi o vedem a galaxiilor eliptice, de exemplu, să fie alungită sau turtită *aleator*, pentru că noi nu le vedem dintr-un loc special, și le putem privi în principiu din orice unghi. Când însă lumina ce vine de la galaxiile din spatele roiului Bullet trece prin câmpul gravitațional al materiei întunecate, distorsiunea optică crește pe o *direcție perpendiculară* pe cea a câmpului gravitațional, într-un efect asemănător celui al inelelor lui Einstein (vezi și figura 7.32). Măsurând deci *direcția preferențială de distorsiune* a imaginilor galaxiilor, aflăm direcția de unde vine câmpul gravitațional puternic, și deci unde se află ascunsă materia întunecată! În acest fel vom descoperi zonele de materie întunecată.

Rezultatele experimentale ale cercetătorilor americani au confirmat previziunile. Într-adevăr, distorsiunea imaginilor galaxiilor din fond (măsurată cu telescopul Hubble) era *mai mare* într-o zonă din *afara* norului intergalactic. Cu alte cuvinte, deși zona de gaz intergalactic (plasma) cuprinde 90% din masa roiului de galaxii, efectul de lentilă gravitațională este mai puternic în alte zone! Aceasta nu lasă deschisă decât posibilitatea ca în acele zone să se afle chiar mai multă materie întunecată decât în zonele unde se află gaz intergalactic. Estimările cercetătorilor ne spun că masa materiei întunecate este de aproximativ cinci ori mai mare decât cea a gazului intergalactic (care, la rândul ei, am văzut că este de zece ori mai mare decât masa stelelor aflate în galaxii).

În final, să spunem că nimeni nu știe astăzi din ce este alcătuită *materia întunecată*. Consensul general este că ea nu are de-a face cu găurile negre, fiind de o cu totul altă natură. Cei mai mulți cercetători cred că materia întunecată este formată din particule elementare ce interacționează doar gravitațional cu materia obișnuită, de aceea nu ar fi vizibilă, însă nu s-a putut identifica *natura* acestor particule elementare. Sunt ele neutrini, așa cum s-a crezut o vreme, sau un tip nou de particule?

Indicii noi au început să apară odată cu creșterea capacității de simulare a calculatoarelor moderne. Astfel, fizicienii au realizat că structura macroscopică a galaxiilor (vezi figura 18.4, partea de jos) seamănă foarte mult cu o pânză de păianjen. Galaxiile nu sunt aruncate la

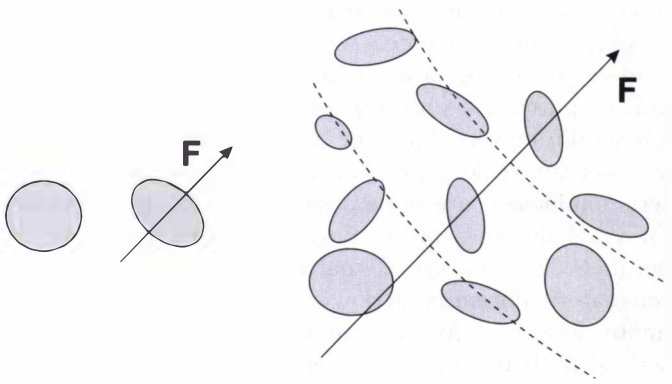

Figura 8.29: *Efectul de lentilă gravitațională prin care s-a măsurat prezența unui câmp gravitațional puternic (materia întunecată) în cazul roiului de galaxii Bullet. În stânga este schițată o galaxie rotundă a cărei lumină ajunge nestingherită la noi. Lângă ea se află schițată aceeași galaxie a cărei lumină trece acum prin câmp gravitațional până să ajungă la noi. Datorită efectului de lentilă gravitațională, galaxia va apărea turtită în direcția forței de atracție care acționează în zonele prin care trece lumina galaxiei până la noi (nu asupra galaxiei!). În dreapta este schițată situația mai multor galaxii. Aici avem un grup de galaxii eliptice, care sunt asimetrice, și văzute din diverse unghiuri. Lumina de la acest grup trece din nou prin zona de câmp gravitațional puternic, așa încât imaginea lor va fi deformată, în medie ele fiind turtite în direcția forței ce acționează în zona pe unde trece lumina.*

întâmplare prin spațiu, ci par adunate de-a lungul unor „filamente" de dimensiuni cosmice. Părerea generală este că *materia întunecată* a jucat un rol în formarea acestor filamente, agregând efectiv galaxiile prin intermediul forței de atracție gravitațională.

Modelările pe computer arată că acest lucru este posibil dacă materia întunecată este „rece", adică dacă particulele care o compun se deplasează cu o viteză mult mai mică decât viteza luminii, altfel structura filamentară ar fi împrăștiată de mișcarea rapidă a particulelor ce formează materia întunecată. Particulele acestea sunt numite WIMP, de la „weakly interacting massive particles", adică particule masive ce interacționează slab cu materia obișnuită (particulele sunt masive pentru ca viteza lor de deplasare să fie semnificativ mai mică decât viteza luminii).

Pentru a detecta particulele WIMP, fizicienii au construit experimente din ce în ce mai complexe. Ideea de bază este că ele interacționează cu materia obișnuită (nuclee de atomi) prin intermediul forței electroslabe de exemplu, însă foarte puțin. Un astfel de experiment are loc într-o mină părăsită din South Dakota (Statele Unite). Aici, ipoteticele particule ce formează materia întunecată (particulele WIMP) s-ar ciocni de nucleele unor atomi de Xeniu, generând scurte pulsuri luminoase, care trădează particulele originare.

În anul 2013 cercetătorii americani au publicat rezultatele acestui experiment. Daca fizicienii se așteptau până atunci la 1500 de coliziuni WIMP cu materia obișnuită

(atomi), în experiment s-au măsurat doar 2 coliziuni neidentificabile! Rezultatul constrânge și mai mult forma teoriei ce poate explica particulele WIMP, făcând existența lor mai puțin probabilă. Până acum, particulele WIMP nu sunt confirmate experimental.

În plus, modelări pe computer ale distribuției materiei întunecate în univers scot la iveală și alte dificultăți. Astfel, conform modelărilor, în jurul galaxiilor cum este cea a noastră ar trebui să se agrege mii de alte galaxii mai mici, ca niște sateliți. Cu toate acestea, galaxia noastră nu are mai mult de câteva zeci de astfel de galaxii satelit. De aceea există și cercetători care sunt de părere că modelele nu sunt complete. Alți cercetători merg mai departe, susținând că de fapt materia întunecată nici nu ar exista, și că ar trebui să modificăm doar teoria lui Einstein pentru a explica toate rezultatele experimentale de până acum. Despre aceasta însă, în secțiunea următoare.

Figura 8.30: *Galaxia M33 se rotește în jurul centrului său, ceea ce înseamnă că stelele orbitează în jurul centrului galaxiei. Cu săgeți sunt indicate vitezele orbitale ale stelelor, măsurate în diversele regiuni ale galaxiei. Surpriza este că vitezele nu scad pe măsură ce ne apropiem de marginea galaxiei, după cum ne spune mecanica newtoniană, ci rămân aproape constante.* ©*NASA și Space Telescope Science Institute.*

91. Teoria dinamicii newtoniene modificate

În anul 1999 am avut ocazia să urmăresc o prezentare pregătitoare a profesorului Martinus Veltman, cu ocazia primirii Premiul Nobel. Premiul i-a fost acordat în același an pentru contribuții la fizica particulelor elementare. În prezentare, profesorul Veltamn punea în discuție unele idei care începuseră să fie răspândite în comunitatea științifică: *găurile negre supermasive*. După părerea profesorului Veltman, astronomii se înșelau atunci când atribuiau imediat găuri negre supermasive centrelor galaxiilor (prezentarea era în urmă cu mai mult de zece ani, pe vremea când teoriile respective nu erau așa de larg acceptate ca zi). Poate că ar fi bine să revizuim teoria gravitației, spunea el.

Așa cum am văzut în secțiunea 85, masa mare pentru centrul galaxiilor se deduce din mișcarea materiei de lângă centrul galaxiilor (vezi figura 8.12). Pentru că această materie *aproape de centru* orbitează rapid, suntem forțați să presupunem existența unei mase mari în zona centrală, care să țină materia în orbită, altfel materia ar zbura în afară datorită forței centrifuge puternice. Această masă este atribuită în mod obișnuit unei găuri negre supermasive. Totuși, spunea profesorul Veltman, nu este mai simplu să presupunem că nu există găuri negre supermasive în centrul galaxiei care să păstreze această materie în mișcare orbitală rapidă, și să presupunem în schimb că legile gravitației nu mai sunt valabile în zonele respective și că trebuie îmbunătățite?

Între timp, găurile negre supermasive din centrul galaxiilor au ajuns să fie acceptate de majoritatea oamenilor de știință, nu numai pe baza argumentelor de mai sus, dar și pe baza altor observații astronomice (de exemplu, cele ale unor puternice fluxuri de energie emanând din aceste centre). De aceea nu s-a mai pus problema modificării legilor newtoniene în centrul galaxiei.

Apariția noii *materii întunecate* descoperite în galaxii a ridicat însă din nou mingea la fileu susținătorilor ideilor că legea de atracție a lui Newton ar trebui modifică substanțial (mult mai mult decât o face deja teoria relativității generale). Căci, să ne aducem aminte, mecanismul prin care am presupus existența materiei întunecate este asemănător celui precedent. Astfel, în acest caz avem nevoie de mai multă materie în galaxie pentru a explica mișcarea orbitală cu viteză ridicată a stelelor de la *marginea* galaxiei (nu cele de la centru, mentionate deja). Materia întunecată împiedică aceste stele de la margine să scape de pe orbită datorită forței centrifuge. Este însă oare posibil să explicăm mișcarea de rotație a galaxiei nu invocând materia întunecată, ci numai modificând legea de atracție a lui Newton? Propunerea aceasta revoluționară a fost lansată în anul 1981 de către fizicianul Mordehai Milgrom.

La început, Milgrom a urmărit măsurătorile ce reprezintă viteza stelelor care orbitează la marginea unei galaxii spiralate. Căci o galaxie spiralată se află în mod normal în rotație, iar stelele orbitează în jurul centrului său precum planetele în jurul Soarelui (vezi figura 8.30). Ele trebuie atrase de centrul galaxiei după cum și Soarele atrage planetele. Să ne aducem aminte că măsurătorile vitezelor stelelor de la marginea galaxiei au impus existența materiei întunecate: viteza acestor stele marginale este *prea mare* pentru a fi explicată pe baza masei estimate din cantitatea de lumina emisă de galaxie.

În argumentația materiei întunecate, dacă masa galaxiei este atât cât estimăm numărând stelele și cântărind praful

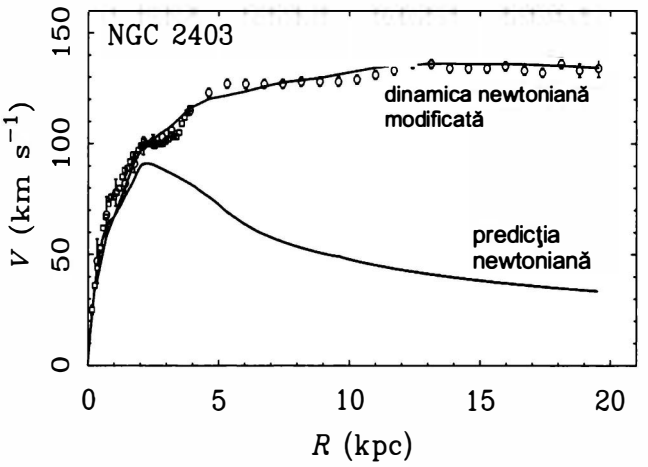

Figura 8.31: *În figură este reprezentată viteza de rotație a stelelor în jurul centrului galaxiei NGC 2403. Pe axa orizontală este distanța până la centrul galaxiei, exprimată în kiloparseci (1 parsec este aproximativ 3,26 ani-lumină). Datele experimentale sunt reprezentate prin cercuri. Vedem că viteza stelelor (axa verticală) crește odată ce ne îndepărtăm de centrul galaxiei, însă se saturează și are o valoare constantă de la un moment dat încolo. Linia în partea de jos a figurii reprezintă predicția modelului newtonian (fără materie întunecată). Predicția teoriei gravitației newtoniene modificate este reprezentată printr-o linie continuă în partea de sus a figurii. Imagine reprodusă cu permisiunea autorului (Stacy McGaugh).*

intergalactic, atunci ea nu ar putea ține pe orbita lor stelele de la *marginea* galaxiei. Stelele de la margine se mișcă prea repede și ar scăpa de pe orbita lor datorită forței centrifuge (care crește cu viteza). Trebuie cumva, a fost argumentația noastră, ca în interiorul galaxiei să se afle mai multă materie, necunoscută, care să împiedice aceste stele de la margine să scape de pe orbită. Această materie ar fi ipotetica *materie întunecată*.

Milgrom însă s-a uitat pe curba care arăta distribuția de viteză a stelelor și a observat un lucru deosebit: viteza stelelor de la marginea galaxiei este nu numai foarte mare, dar și *independentă* de distanța până la centrul galaxiei (vezi figura 8.31). Numai acest fapt în sine dă fiori reci teoriei lui Newton pentru orbite, deoarece în modelul newtonian viteza pe orbită *scade* pe măsură ce raza orbitei crește. Aceasta se întâmplă pentru planetele sistemului solar, ale căror viteze scad de la planetele apropiate de Soare către cele mai îndepărtate de el, și așa ar trebui să se întâmple și pentru stelele ce orbitează la marginea galaxiei.

În cazul acestor galaxii, astronomii au demonstrat însă că viteza orbitală a stelelor de la margine nu variază semnificativ cu distanța lor față de centrul galaxiei. Milgrom s-a întrebat atunci cum ar putea modifica ecuațiile lui Newton pentru a obține noua comportaee a vitezei stelelor de la margine, independentă de distanța până la centrul galaxiei. Or, în cazul planetelor, cum se poate modifica forța gravitațională a lui Newton pentru a obține o viteză constantă pentru toate planetele?

Modelele matematice ce pot modifica legea lui Newton pentru a explica o viteză orbitală independentă de raza orbitei sunt un exercițiu frumos. Două astfel de soluții sunt prezentate în căsuța matematică alăturată, pentru cei interesați.

Calcul: ***Modificarea mecanicii newtoniene***

Cum putem modifica ecuațiile lui Newton în așa fel încât viteza unei planete din sistemul solar să nu depindă de raza orbitei sale, adică să fie aceeași indiferent de raza orbitei? Iată aici două soluții.

Dependența newtoniană a vitezei planetelor v de raza orbitei R iese dacă egalăm *forța centripetă* cu cea de atracție gravitațională:

$$F = ma = m\frac{v^2}{R} = G\frac{mM}{R^2} \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

Aici $a = v^2/R$ este accelerația centripetă, M este masa Soarelui și m este masa planetei care se deplasează pe orbită cu viteza v, G este constanta lui Newton, iar R este raza orbitei. De aici iese că viteza planetei $v \sim 1/\sqrt{R}$ scade la raze mari ale orbitei.

Putem alege însă ca forța lui Newton să fie invers proporțională nu cu pătratul distanței dintre corpuri, ci cu distanța dintre ele: $F \sim 1/R$. Atunci avem

$$F = ma = m\frac{v^2}{R} \sim \frac{m}{R} \quad \rightarrow \quad v = \text{constant}$$

Cum termenul R din relația de mai sus se simplifică, obținem că viteza v va fi *constantă*, deci că ea nu va avea o dependență de raza R a orbitei.

O a doua soluție este să modificăm legea a doua a lui Newton și să facem ca forța ce acționează asupra unui corp să fie proporțională cu pătratul accelerației: $F \approx a^2$. Atunci avem

$$F = \frac{m}{a_0}a^2 = \frac{m}{a_0}\left(\frac{v^2}{R}\right)^2 = G\frac{mM}{R^2} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt[4]{a_0 GM}$$

Aici accelerația centripetă $a = v^2/R$ are aceeași valoare ca și mai devreme. Și acum obținem o *independență* a vitezei v a planetelor de raza orbitei R, pentru că termenul R^2 din relația de mai sus se simplifică.

Desigur, relațiile de mai sus trebuie să le folosim pentru galaxie. M devine acum masa galaxiei, iar v viteza stelelor de la marginea galaxiei.

Valoarea accelerației a_0 (constanta ce apare în relația de mai sus) se deduce din figura 8.31, dacă observăm că viteza stelelor din galaxia NGC 2403 devine aproape constantă la valoarea $v = 130$ km/s. Avem atunci din relația precedentă $a_0 = v^4/(GM) \approx 2 \cdot 10^{-10}\text{m/s}^2$, unde $M = 10^{10}M_\odot$ reprezintă masa aproximativă a galaxiei NGC 2403 exprimată în funcție de masa Soarelui $M_\odot$.

Milgrom a ales în final să modifice legea lui Newton care ne spune că forța este proporțională cu accelerația pe care o imprimă. Astfel, dacă am considera pe moment că forța ar fi proporțională nu cu accelerația, ci cu *pătratul* accelerației $F \sim a^2$, atunci viteza planetelor pe orbite ar fi aceeași pentru toate orbitele, indiferent de distanța lor până la centru (vezi căsuța matematică precedentă). La

fel s-ar întâmpla și pentru stelele ce orbitează la marginea galaxiilor.

Desigur însă, modificarea de mai sus nu trebuie adusă pentru toate traiectoriile stelelor din galaxie, deoarece cele din interiorul galaxiei urmează legile lui Newton, ci doar pentru cele care sunt relativ departe de centrul galaxiei, acolo unde deviația este observată (vezi figura 8.31). Pentru aceste stele accelerația centripetă (cea care ține stelele pe orbita lor circulară în jurul centrului galaxiei) este foarte mică, pentru că ele sunt departe de centrul galaxiei.

Cea mai simplă metoda de a modifica legea lui Newton după sugestia lui Milgrom este atunci următoarea: dacă stelele au o accelerație mai mare decât o accelerație critică a_0 (cazul stelelor din centrul galaxiei) atunci forța este proporțională cu accelerația; dacă însă stelele au accelerații mai mici decât accelerația critică a_0 (cazul stelelor de la marginea galaxiei), atunci forța este proporțională cu pătratul accelerației.

Cum modificarea precedentă explică viteza constantă a stelelor de la marginea galaxiei, nu este de mirare că ea a fost întâmpinată cu entuziasm de unii astronomi și fizicieni. La urma urmei, măsurătorile au acum o explicație.

Mai mult însă, mulți dintre fizicieni au sărit din scaunul lor atunci când au calculat această accelerație critică a_0 și au găsit valoarea $a_0 \approx 10^{-10}\mathrm{m/s^2}$ (vezi căsuța matematică alăturată). De ce? Pentru că ea este aproape egală cu rata de accelerare a expansiunii universului, pe care o vom prezenta în secțiunea următoare, cea care va introduce *energia întunecată*. Cu alte cuvinte, dacă suntem norocoși și aranjăm puțin teoria, am putea împușca dintr-un foc nu numai materia întunecată, dar și energia întunecată, explicându-le cu modele asociate acestei teorii newtoniene modificate!

În plus, valoarea accelerației critice a_0 (sub care trebuie să modificăm legea a doua a lui Newton) poate fi scrisă aproximativ ca o combinație de constante cunoscute. Avem de exemplu $a_0 \approx cH$, unde H este constanta lui Hubble (rata de expansiune a universului) iar c viteza luminii. Accelerația critică a_0 are atunci o valoare aproximativ egală cu accelerația cu care un corp pornește din repaus la începutul universului, pentru a ajunge la o valoare apropiată de viteza luminii abia în prezent $c = a_0 T$ (aici T este vârsta aproximativă a universului). Desigur, și-au spus fizicienii, aceste coincidențe nu pot fi întâmplătoare, trebuie să fie o explicație mai profundă și trebuie ca această versiune modificată a legii lui Newton să fie corectă.

Cu toate acestea, în timp, grupul de fizicieni susținători ai modificării legii lui Newton a început să scadă. Motivul este că măsurătorile din ultimii ani au fost destul de nefavorabile teoriei. În primul rând, noua propunere a primit o lovitură puternică odată ce a fost măsurată *curbarea razelor de lumină* în zone unde astăzi se crede că există materie întunecată. Căci, să observăm, modificarea legii lui Newton nu spune la început nimic despre deformarea spațiului.

În esență, teoria dinamicii newtoniene modificate ne spune că trebuie să modificăm teoria newtoniană în zone unde accelerația gravitațională este *mai mică* decât $a_0 \approx 10^{-10}\mathrm{m/s^2}$, în rest putem păstra teoria așa cum este. Aceasta sugerează că și efectul de lentilă gravitațională trebuie modificat, dacă e cazul, pentru regiuni din spațiu unde accelerația gravitațională este mai mică decât a_0. Dacă detectăm efectul de lentilă gravitațională în zone unde accelerația gravitațională este mai mare decât a_0, atunci trebuie să găsim materia responsabilă de efect. Dacă ea nu este nici materie vizibilă, nici gaz intergalactic, atunci trebuie să fie presupusa materie întunecată.

Măsurători recente (publicate în anul 2008 în revista *Physical Review Letters* de către I. Ferreras și colaboratorii săi) sugerează că razele de lumină sunt curbate și în zone vide de materie în care accelerația gravitațională *depășește* accelerația critică a_0. Aici, spun cercetătorii, trebuie să considerăm prezența materiei întunecate, căci ce altceva ar curba razele de lumină, dacă materia cunoscută nu este suficientă pentru a explica efectul? Și atunci, dacă trebuie oricum să introducem materia întunecată, de ce să n-o introducem peste tot, fără să mai fim nevoiți să ne imaginăm cum s-ar putea modifica teoria newtoniană?

Poate că aceste rezultate experimentale, defavorabile noii teorii, sunt numai ceea ce teoreticienii așteptau ca să-și justifice reticența față de noua propunere. Căci, chiar dacă este atrăgătoare la prima vedere, modificarea propusă a teoriei lui Newton ridică semne de întrebare. Unul dintre ele este faptul că nu există un motiv fizic pentru forma forței de atracție propusă de Milgrom. De ce așa și nu altfel? Mai mult, forma veche a lui Newton nu intră în contradicție cu principiile fundamentale ale fizicii (limitate desigur la mecanica newtoniană). Cine ne asigură că același lucru va fi valabil și pentru noua formă a forței?

Povestea continuă și este fără doar și poate fascinantă. Astfel, în anul 2015, cercetătorii de la Agenția Spațială Europeană (ESA) vor lansa în spațiu un satelit denumit *LISA Pathfinder*. Misiunea sa este de a testa tehnologiile necesare pentru construirea în viitor a unui sistem interferometric în spațiu, denumit *LISA* (de unde numele satelitului), ce ar urma să detecteze undele gravitaționale produse de găurile negre.

Satelitul LISA Pathfinder se va îndrepta către o zonă din spațiu unde câmpul gravitațional însumat al Pământului cu cel al Soarelui este aproape nul (puncte Lagrange), iar acolo va măsura foarte precis mișcarea și interacțiunea dintre două greutăți. Susținătorii teoriei dinamicii newtoniene modificate au văzut în aceasta o oportunitate căci, spun ei, zonele respective sunt cele în care accelerația gravitațională se apropie de valoarea critică a_0! Dacă tot trimiteți acolo satelitul, spun ei, nu puteți face și niște măsurători pentru noi? Rămâne de văzut dacă cercetătorii de la ESA vor asculta vocea lor.

92. Energia întunecată și expansiunea accelerată a universului

Un alt concept dezvoltat recent este cel al „*energiei întunecate*". Despre ce este vorba? Am discutat în secțiunile 87 și 88 despre expansiunea universului. Am văzut că modelul lui Friedmann, în oricare dintre situații (univers euclidian, hipersferic sau hiperbolic), prezice o expansiune a universului. Această expansiune este *decelerată* pentru

Figura 8.32: *O imagine spectaculoasă a galaxiei NGC 4526, realizată de telescopul spațial Hubble. În stânga jos se vede supernova SN 1994D, care face parte din această galaxie si care a explodat în anul 1994. Ea este o supernovă de tipul Ia.* ©*NASA si Space Telescope Science Institute.*

toate cele trei cazuri, în sensul că viteza expansiunii *scade* în timp (vezi de exemplu figura 8.17).

Expansiunea este decelerată pentru că materia din univers are tendința să se adune la loc în situatia originară. În cazul universului hipersferic, acest lucru se și întâmplă la sfârșitul universului, în momentul Big Crunch. Dacă universul este hiperbolic, un astfel de moment nu are loc, pentru că universul se va extinde până la infinit, însă expansiunea este decelerată, având loc cu o viteză din ce în ce mai mică.

Expansiunea universului a fost măsurată de Hubble și confirmată în anii de după aceea, de exemplu prin măsurători asupra *cefeidelor* (vezi figura 88). Pentru a verifica însă caracterul decelerat al expansiunii universului trebuie să măsurăm stele la distanțe foarte mari, acolo unde cefeidele nu mai sunt vizibile. De data aceasta, măsurătorile au fost făcute abia recent pe supernove de tipul Ia, stele a căror explozie scurtă le face să lumineze aproape cât o galaxie! Din această cauză supernovele sunt vizibile la distanțe foarte mari, făcându-le candidați ideali pentru a verifica dacă expansiunea este într-adevăr decelerată.

Supernovele de tipul Ia mai sunt numite și „candelele universului", tocmai pentru că ele sunt folosite la aflarea distanțelor din universul îndepărtat, deoarece exploziile tuturor supernovelor de tipul Ia sunt foarte asemănătoare. Teoria spune că aceste explozii sunt provocate de o stea foarte mică (o *pitică albă*) aflată în apropierea unei stele uriașe (o *gigantă roșie*).

Giganta roșie are o rază de sute de ori mai mare decât a Soarelui și ea apare în urma evoluției naturale a unei stele normale, atunci când steaua își epuizează energia nucleară și se extinde. O pitică albă este o stea ce nu mai luminează, cu o rază de sute de ori mai mică decât a Soarelui, dar aproximativ cu aceeași masă, si formată în principal dintr-o materie inertă de carbon și oxigen.

În teoria actuală a exploziilor supernovelor de tipul Ia, pitica albă îi „mănâncă" gigantei roșii materia din care e constituită. Când pitica albă atinge o dimensiune *critică*, ea va exploda violent sub forma unei supernove, cu o intensitate luminoasă ce o atinge pe aceea a unei galaxii mici, dar care durează un timp scurt, chiar și de câteva zile.

Exploziile diverselor supernove de tipul Ia se pot modela teoretic. Modelele ne spun care este cantitatea de lumină degajată în spațiu în urma exploziei, practic luminozitatea reală a supernovei. Măsurând apoi luminozitatea ei *aparentă* (strălucirea ei pe cer), putem calcula distanța la care se află supernova, căci, cu cât o supernovă este mai îndepărtată, cu atât luminozitatea ei aparentă va fi mai scăzută.

Calculând apoi deplasarea spre roșu din spectrul luminii sale, putem afla și viteza supernovei față de noi. Cu ajutorul celor două valori (viteza supernovei si distanța până la ea) măsurăm expansiunea universului la distanțe mari, acolo unde se află această supernovă.

Măsurătorile au fost efectuate în anul 1998 (vezi figura 8.33), și rezultatele lor au socat comunitatea științifică: expansiunea universului nu este decelerată, cum ne așteptam, ci *accelerată*! Cum se poate, ce se întâmplă?

În acest caz am avea de-a face cu o nouă forță, cu ceva necunoscut care încă „umflă" universul, în afară de impulsul inițial oferit de explozia Big Bang-ului. Această forță suplimentară a primit denumirea de „*energie întunecată*", pentru că originea ei este încă necunoscută. Estimările pentru energia înmagazinată în această forță arată că ea nu este deloc neglijabilă, fiind de aproape *trei ori* mai mare decât toată energia cunoscută a universului (și stocată în materia sa, fie ea obișnuită sau materie întunecată).

Astăzi se crede că avem următoarea distribuție pentru întreaga energie din univers (vezi figura 8.34): *energie întunecată* $\approx$ 75% (responsabilă pentru accelerarea expansiunii universului), *materie întunecată* $\approx$ 20% (responsabilă pentru coeziunea galaxiilor și a grupurilor de galaxii ce se rotesc rapid) și *materie obișnuită* $\approx$ 5% (din aceasta însă doar o zecime este materie stelară, planete sau găuri negre, restul fiind gaz intergalactic).

Impulsionați de noile rezultate, cercetătorii americani au pornit un nou proiect în anul 2010. Acesta se numește *Dark Energy Survey* (Studiul Energiei Întunecate) și constă în scanarea cerului cu scopul de a măsura mai precis valoarea energiei întunecate. Telescopul folosit a fost instalat în Chile.

Trebuie spus că teoria relativității generale poate explica o accelerare a expansiunii dacă se introduce un termen suplimentar la ecuația lui Einstein. Acest termen reprezintă un fel de presiune gravitațională *negativă*, pentru că *accelerează* expansiunea în loc s-o încetinească. Noul termen este numit *constantă cosmologică* și se notează de obicei cu Λ.

Este cunoscut faptul că această constantă cosmologică Λ a fost introdusă în astronomie de Einstein însuși, care a folosit-o pentru a păstra universul static, fără expansiune, așa cum credea el că este universul. În acest caz, valoarea constantei cosmologice era precis aleasă în așa fel încât să compenseze forța de colaps a universului (datorată caracterului atractiv al gravitației) care l-ar fi adus la loc într-un punct. După cum Atlas ținea cerul să nu cadă, așa

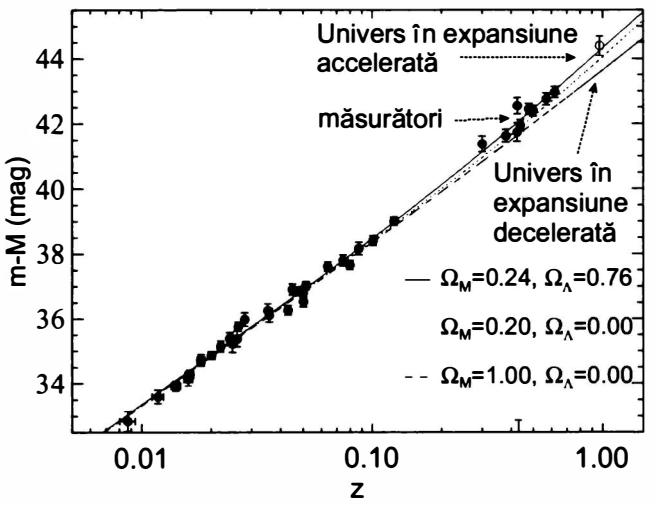

Figura 8.33: *Relația dintre viteza supernovelor de tip Ia față de noi și distanța până la ele, așa cum a fost ea publicată în anul* 1998 *de către o echipă internațională de cercetători condusă de Adam Riess. Pe scara orizontală este reprezentată deplasarea spre roșu $z = \Delta\lambda/\lambda$, care este o măsură Doppler a vitezei $v = z \cdot c$ cu care supernovele se îndepărtează de noi (pentru $z = 1$, viteza lor față de noi este egală cu viteza luminii). Pe axa verticală este reprezentată magnitudinea aparentă a supernovelor, care este o măsură a distanței până la supernove (cu cât acest număr este mai mare, cu atât supernova luminează mai slab, și deci este mai departe). În colțul din dreapta sus se vede o diferență mică între modelul clasic ($\Omega_\Lambda = 0$, linia de jos) și cel care ia în considerare energia întunecată ($\Omega_\Lambda = 0,76$, linia de sus), care modelează mai bine datele. Supernovele îndepărtate luminează mai slab decât ne așteptam (magnitudinea m este mai mare), deci ele sunt la o distanță mai mare de noi decât ar fi prezis modelul standard al lui Hubble. Aceasta înseamnă că mișcarea supernovelor față de noi a fost accelerată între timp, lucru pe care îl vom presupune pentru întreaga expansiune a universului. Imagine reprodusă cu permisiunea AAS.*

și constanta cosmologică a lui Einstein ținea universul să nu se prăbușească la loc într-un punct.

Desigur, constanta cosmologică a fost introdusă de Einstein în momentele în care el nu bănuia expansiunea universului. Mai târziu, când a aflat de modelele lui Friedmann și de măsurătorile lui Hubble ce confirmă expansiunea universului, Einstein a renunțat definitiv la acest termen suplimentar, declarând public că a fost cea mai mare greșeală a vieții lui.

Astăzi constanta cosmologică revine în actualitate, căci ea ar putea explica *accelerarea* observată a expansiunii universului. Desigur însă, în acest caz constanta cosmologică trebuie privită mai mult ca pe un instrument matematic potrivit pentru a modela accelerarea universului. Problema reală este identificarea fenomenului *fizic* ce stă în spatele acestei constante cosmologice.

Atunci când au căutat procesele fizice care ar putea explica constanta cosmologică, fizicienii au găsit un bun candidat în așa-numita *energie a vidului*. Despre ce este vorba? Ei bine, după cum vom vedem în teoria cuantică (secțiunea 150), vidul nu este chiar... vid. Clasic, vidul

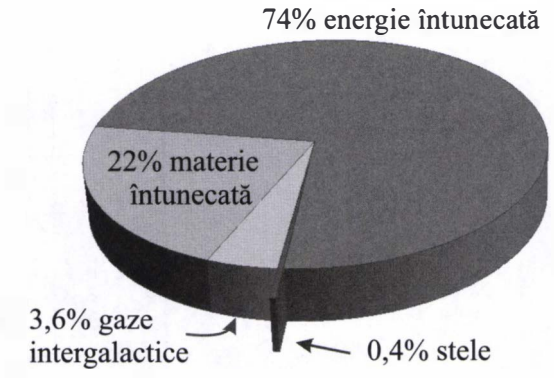

Figura 8.34: *Compoziția energiei în univers, așa cum o cunoaștem astăzi.*

este gol. Cuantic însă, vidul este plin de fluctuații de perechi de particule *virtuale*, precum cele deja menționate în secțiunea despre găurile negre. Aceste fluctuații sunt cât se poate de reale și ele au fost măsurate deja experimental.

Energia înmagazinată în fluctuațiile vidului este cunoscută sub numele de *energie a vidului*. Ea a fost necunoscută în momentul dezvoltării teoriei relativității generale și de aceea a fost ignorată de Einstein. Apoi însă fizicienii au înțeles că această energie a vidului ar putea fi energia întunecată căutată, pentru că ea modelează foarte bine constanta cosmologică a lui Einstein, și deci poate *accelera* expansiunea universului, așa cum arată noile observații astronomice.

Când însă fizicienii au calculat valoarea totală a *energiei vidului* din tot universul au rămas complet surprinși de valoarea ei. Astfel, energia vidului calculată *teoretic* în tot universul este de 10^{120} de ori mai mare decât energia întunecată! Dacă energia întunecată ni se părea deja prea mare (pentru că este de trei ori mai multă decât toată materia), nu putem rămâne decât perplecși față de această valoare teoretică.

Căci, conform teoriei relativității generale și această energie a vidului trebuie luată în considerare dacă vrem să calculăm expansiunea universului. Teoria actuală ne spune atunci că universul ar trebui să accelereze într-un ritm uluitor de mare, ceva ce sigur nu observăm în zilele noastre. Concluzia este clară: energia vidului nu trebuie să joace un rol în teoria relativității generale!

Iată cum, pornind de la o problemă mică (cea a energiei întunecate, care ar fi 75% din cea prezentă în univers), fizicienii și-au creat o problemă și mai mare. Sunt unii cercetători care spun că aceasta este cea mai mare discordanță ce a apărut vreodată între teorie și experiment, și poate nu sunt departe de adevăr.

Desigur, cercetătorii sunt acum în căutarea soluțiilor pentru ambele probleme, cea inițială (originea *energiei întunecate*) și cea pe care ei înșiși și-au creat-o (contribuția *energiei vidului* la expansiunea universului). Pentru a discuta despre energiei vidului avem însă nevoie de elemente mai avansate de mecanică cuantică, de aceea vom amâna discuția pentru secțiunea 151.

Ne vom întoarce deci mai târziu la această problemă a energiei vidului, deși este bine de spus de pe acum că nici o soluție satisfăcătoare nu a fost încă găsită. Acesta însă este un semn bun, pentru că avem un caz în care știm *experimental* că ceva nu se potrivește în teorie, și nu avem decât să construim teoria care trebuie, folosind un pix și o coală de hârtie. Vrea cineva să încerce?

9 Mecanica cuantică

În prima parte a lucrării de față am discutat teoriile *clasice* ale fizicii: mecanica, electromagnetismul, teoria relativității restrânse și cea a relativității generale. În partea ce va urma vom discuta corespondentele *cuantice* ale acestor teorii clasice.

Astfel, mecanica clasică va lua forma *mecanicii cuantice* iar electromagnetismul va lua forma *electrodinamicii cuantice.* Teoria relativității restrânse se va materializa în teoriile cuantice de câmp, adunate în *modelul standard al particulelor elementare.* Cât despre teoria relativității generale, nimeni nu a reușit s-o cuantifice până în prezent, așa că vom discuta numai o propunere ce încearcă să facă acest lucru, cunoscută sub numele de *teoria corzilor relativiste.*

Cuantificarea teoriilor clasice este mai mult decât un simplu truc matematic, este o nouă imagine a realității care iese la iveală, cu aspecte paradoxale pentru înțelegerea noastră clasică. Vom vorbi de incertitudinea cunoașterii, de teleportare, de atracția vidului sau de discontinuități în lumea aparent continuă.

Multe dintre aspectele paradoxale ale mecanicii cuantice au început să fie încorporate pe scară largă în tehnologie, însă ele nu ne-au cuprins viața de zi cu zi, care rămâne clasică. Astfel, ne așteptăm ca dimineața să ne trezim în același pat, deși mecanica cuantică ne spune că este posibil (dar cu o șansă infinitezimal de mică) să ne trezim și pe Lună. Noi încă vedem imagini netede și filtrate ale lumii din jurul nostru, deși ochii noștri sunt capabili să înregistreze „puricii" cuantici din imagini (dați de natura discretă a luminii, fotonii) atâta doar că această informație este cenzurată de creier.

Pe de altă parte este posibil ca, în viitor, oamenii să experimenteze direct cu simțurile lor forma cuantică a lumii. Poate că ochii lor vor percepe flash-urile discrete de lumină, fotonii, poate că gândirea lor va ieși din forma ei analitică și continuă pe care o simțim noi acum și va avea colapsuri cuantice. La urma urmei, revoluția cuantică este o revoluție a ultimei sute de ani, iar urmările ei peste mii sau milioane de ani sunt greu de prezis.

Noi vom urmări, în următoarele discuții, cum a avut loc această revoluție cuantică și în ce constă ea. Vom începe pe o linie „istorică", urmărind apariția diverselor concepte și evoluția lor ulterioară. În capitolul următor ne vom concentra pe aspecte mai avansate, care sunt la ora actuală subiecte active de cercetare.

93. Radiația corpului negru

Faptul că lumina ce vine de la Soare este compusă din mai multe culori a fost demonstrat cu succes de Isaac Newton prin experimentele sale cu o prismă optică. Newton a plasat o prismă în drumul unei singure raze de lumină albă, și fiecare culoare componentă a fost deviată într-o altă direcție. El a reușit astfel să separe fiecare culoare din raza albă de lumină. Proiectând apoi toate culorile astfel separate pe un ecran, Newton a obținut *spectrul* acelei raze de lumină albă, ce era în acest caz colorat ca un curcubeu, de la roșu la violet.

În anul 1859, Gustav Kirchhoff (1824-1887) era preocupat de prezența unor anumite linii întunecate în spectrul luminii de la Soare, pe care el le-a măsurat într-o manieră asemănătoare lui Newton. Aceste linii întunecate relevă *absența* culorilor respective din lumina particulară a Soarelui. În încercarea sa de a le înțelege, Kirchhoff a considerat absorbția și emisia de lumină a corpurilor încălzite în general, nu numai a Soarelui (vezi figura 9.1).

Faptul că Soarele fierbinte sau focul emit lumină ne este familiar. Pare normal că orice obiect încălzit se înroșește și emite lumină. Cu cât se încălzește mai mult, cu atât devine mai strălucitor și emite mai multă lumină. Kirchhoff a fost interesat de relația dintre *temperatura* corpului încălzit și *spectrul* luminii emise atunci cand corpul se află în echilibru termic cu radiația pe care o emite. Pentru o temperatură dată, cât de multă lumină se emite, care este spectrul acesteia?

Într-o primă etapă, Kirchhoff a arătat printr-un raționament ingenios că raportul dintre cantitatea de lumină *radiată* de un corp solid atunci când este încălzit și cantitatea de lumină *absorbită* în același timp este (la echilibru) o mărime universală, independentă de natura corpului și dependentă doar de temperatura lui. Fizicienii au ales să măsoare această mărime universală într-un caz particular, aproape ideal, cel al așa-numitului *corp negru.*

După cum sugerează numele, un *corp negru* absoarbe toată lumina incidentă pe el. Din toată lumina ce cade pe el nu se mai reflectă nimic, ceea ce îl face să apară negru. Contrar așteptărilor, un corp negru radiază lumină dacă

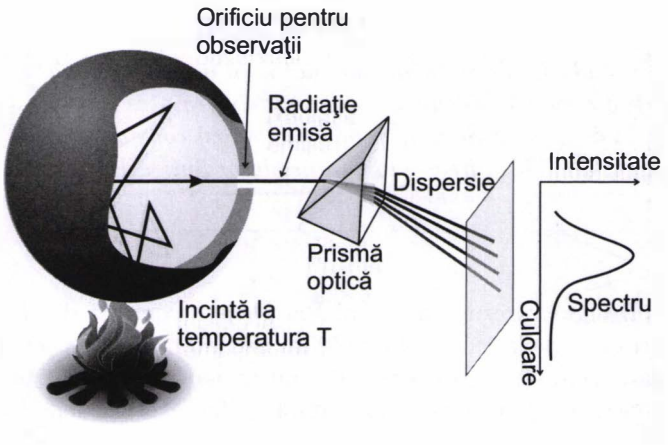

Figura 9.1: *Pentru măsurarea radiației corpului negru, se ia mai întâi o incintă închisă (stânga), ai cărei pereți interiori se înnegresc. Apoi incinta se încălzește uniform la o temperatură T și, datorită căldurii, ea se va înroși înăuntru chiar dacă inițial era neagră. Spectrul luminii radiate în urma încălzirii se măsoară printr-un orificiu mic practicat în incintă. În figură este prezentat principiul măsurării spectrului, cu o prismă optică așezată în calea luminii emise. Datorită dispersiei, lumina se separă în culorile componente. Apoi, măsurând intensitatea luminoasă a fiecărei componente, se reconstituie spectrul luminii generate de corpul încălzit.*

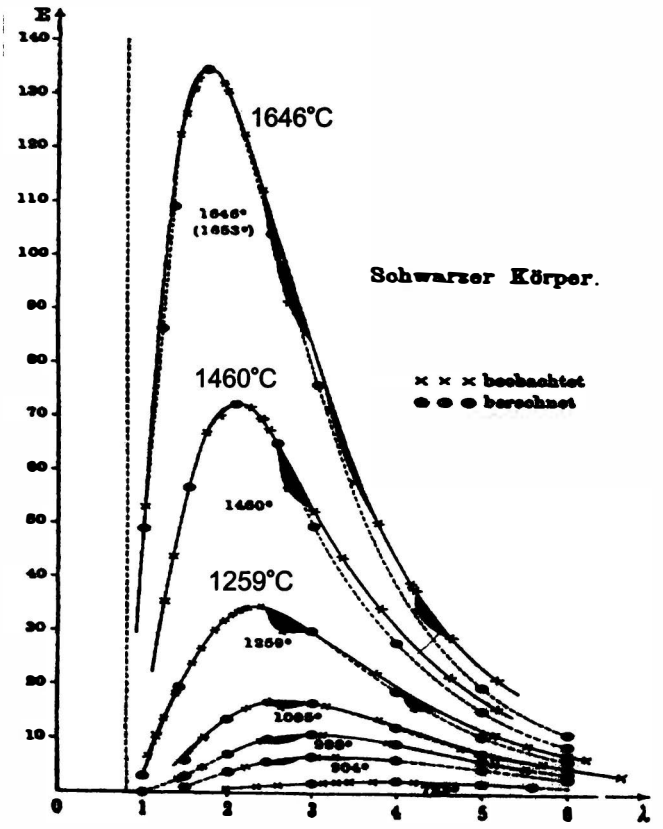

Figura 9.2: *Măsurătorile inițiale ale fizicienilor Lummer și Pringsheim (efectuate în anul* 1900*) pentru variația cu temperatura a spectrului corpului negru. Ele au fost publicate în cartea* Grundlagen, Ziele und Grenzen der Leuchttechnik *de Otto Lummer. Pe axa verticală este prezentată intensitatea unei anumite culori din spectru, iar pe axa orizontală este lungimea de undă a acelei culori, exprimată în micrometri. Spectrul de radiație al corpului negru este reprezentat la diverse temperaturi. Pe măsură ce temperatura crește, intensitatea luminii crește, iar lungimea de undă a maximului se deplasează spre valori mai mici (spre stânga). În plus, în figură mai apar și tot felul de efecte secundare ale măsurătorii, de exemplu o bandă suplimentară de absorbție a apei, vizibilă în jurul lungimii de undă de 3 micrometri.*

este încălzit! Cu alte cuvinte, un corp negru va apărea și el roșu odată ce este încălzit. Emisia corpului negru are deci un spectru de lumină (mai mult roșu, mai puțin galben etc.). În plus, spectrul este dependent de temperatură, deoarece, atunci când corpul este încălzit mai mult, el își schimbă culoarea dominantă.

Pentru un corp negru deci, absorbția luminii este egală cu unu (pentru că el absoarbe tot), pe când emisia este dependentă de temperatură. Mărimea universală căutată de Kirchhoff (raportul dintre emisie și absorbție) devine egală cu *emisia* acestui corp negru. De aceea, cercetătorii au început să fie interesați de măsurarea spectrului *radiației corpului negru* și dependența lui de temperatură. Desigur, spectrul ar trebui să fie o mărime universală, independentă de materialul din care e alcătuit corpul negru.

O măsurătoare de succes a spectrului de emisie al corpului negru și a dependenței sale de temperatură a fost efectuată de fizicienii Otto Richard Lummer și Ernst Pringsheim în anul 1900. Ei au considerat o cavitate *închisă*, cât se poate de neagră, care are numai un orificiu mic pe unde se măsoară lumina care iese din interiorul cavității (vezi schița din figura 9.1). Apoi au încălzit cu totul cavitatea, până când toți pereții din interior au ajuns la o temperatură uniformă.

Datorită temperaturii ridicate, pereții au început să emită lumină în interior. Lumina era radiată și absorbită de pereți încontinuu, ajungându-se după un timp la un *echilibru termic*. În final, Lummer și Pringsheim au măsurat spectrul luminii radiate prin micul orificiu. Încălzind incinta, ei au putut astfel măsura și variația spectrului cu temperatura.

Spectrul măsurat de cei doi fizicieni are un *maximum* de radiație la o anumită culoare a luminii, ce depinde de temperatură (vezi figura 9.2). La temperaturi mici, acest maximum este în *infraroșu*, iar la temperaturi din ce în ce mai mari el se apropie de roșu. De aceea corpurile încălzite ne apar *înroșite*.

Astăzi, efectele precedente sunt foarte bine cunoscute. Ele sunt folosite invers, la măsurarea temperaturii unui corp numai pe baza spectrului de lumină generat de el. Astfel se măsoară temperatura corpului uman cu ajutorul unui termometru în infraroșu, sau temperatura medie a Universului, cu ajutorul radiației de fond (comparați figura 9.2 cu figura 8.25).

Spectrul radiației corpului negru ar fi rămas o curiozitate, cu câteva aplicații tehnice, dacă el nu ar fi scos la suprafață unul dintre aspectele esențiale ale mecanicii cuantice: cuantificarea nivelurilor de energie.

94. Oscilatorul cuantic și nivelurile discrete de energie

Cuantificarea nivelurilor de energie:

Valorile discrete ale energiei unui oscilator armonic sunt echidistante, diferența ΔE dintre nivelurile de energie fiind proporțională cu constanta lui Planck h și frecvența f a oscilatorului: $\Delta E = hf$

Odată ce au măsurat spectrul de radiație al corpului negru, fizicienii au încercat să explice forma sa. Cel care a avut succes deplin a fost fizicianul german Max Planck (1858-1947). În mod remarcabil, el a putut modela tot spectrul de radiație al corpului negru, pentru toate temperaturile, cu o *singură* formulă. Interesant este că formula conține o constantă nouă față de cele deja cunoscute, care a primit mai târziu numele de *constanta lui Planck* și care se notează de obicei cu h.

Calcul: ***Radiația corpului negru***

Raportul dintre emisivitatea e a unui corp și capacitatea sa de absorbție a este dat de o constantă universală $K(\nu, T) = e(\nu, T)/a(\nu, T)$, unde ν este frecvența radiației, iar T este temperatura.

Corpul negru absoarbe toată radiația incidentă, deci $a = 1$ (pentru unitatea de arie), iar constanta universală K este atunci emisivitatea corpului negru. Planck a reușit să modeleze toate curbele de emisivitate (radiație) ale corpului negru, folosind următoarea formulă pentru densitatea de energie înmagazinată $u(\nu)$:

$$K(\nu, T) \sim u(\nu, T) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/(kT)} - 1}$$

Mai sus h este constanta lui Planck, c este viteza luminii, ν este frecvența luminii emise, k este constanta lui Boltzmann și T este temperatura corpului negru.

Densitatea totală de energie înmagazinată de corpul negru se obține integrând relația de mai sus:

$$u = \int_0^\infty u(\nu, T)d\nu = \left(\frac{8\pi^5 k^4}{15c^3h^3}\right) T^4 = \frac{4\sigma}{c} T^4$$

Aici σ este constanta Stefan-Boltzmann, iar relația de mai sus ne va folosi mai târziu, pentru că ea determină emisia totală de radiație σT^4 a corpului negru.

Planck a construit și o teorie care explică fizic formula folosită pentru spectrul de radiație. Pentru aceasta, el a aplicat legile termodinamicii, considerând că suprafața corpului negru care emite lumină este o mulțime haotică de *oscilatori armonici* (de frecvență constantă). Oscilatorii ar fi în *echilibru termic*, atât între ei cât și cu undele electromagnetice din incintă.

Pentru a obține formula corectă, Planck a trebuit să introducă o modificare esențială: energia acestor oscilatori ia *numai valori discrete*, și nu orice valoare, așa cum spune mecanica lui Newton:

Desigur, presupunerea lui Planck iese complet din cadrul fizicii clasice, acolo unde un oscilator de o frecvență dată poate avea orice energie (nu numai valori discrete), pentru că poate avea orice amplitudine a oscilației. Cu cât vibrează mai puternic un oscilator clasic (deci cu cât crește amplitudinea oscilației), cu atât crește și energia sa. În mecanica cuantică însă, simplu spus, numai anumite amplitudini ale oscilatorului sunt permise, și deci numai anumite energii.

Valoarea experimentală a constantei lui Planck h iese din modelarea spectrului de radiație al corpului negru. Ea aduce cu sine nașterea mecanicii cuantice, acolo unde energiile nu iau mereu orice valori clasice, ci trebuie *cuantificate*, adică iau în mod normal valori discrete. Constanta lui Planck h are dimensiunile acțiunii (pe care o vom introduce în capitolul 11) și ea este mult mai mică decât valorile mecanice obișnuite ale acțiunii: $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ m^{2}kg/s.

Pentru a ne face o idee despre cât de mică este constanta lui Planck, să calculăm diferența dintre valorile *discrete* de energie ale unui pendul care oscilează cu o frecvență f de o bătaie pe secundă (f=1Hz): $\Delta E = hf = 6,62 \cdot 10^{-34}$J. Pentru un pendul obișnuit, cu o masă de aproximativ 100 g, obținem că energia potențială se modifică cu această valoare la o cădere a pendului pe înălțimea de $\Delta z = \Delta E/mg \approx 10^{-34}$m. Deplasarea este tot atât de mică față de dimensiunea unui nucleu atomic cât este un nucleu față de dimensiunea noastră.

Un alt exemplu care ne arată cât de mică este constanta lui Planck este o coardă de chitară care oscilează

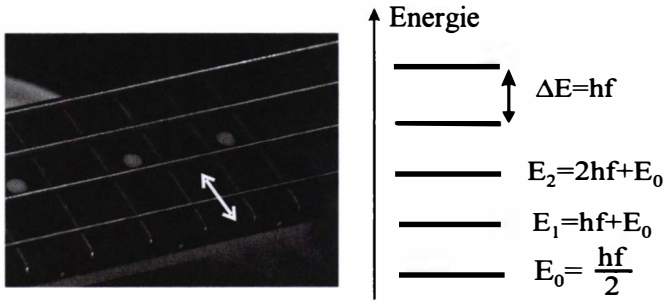

Figura 9.3: *În dreapta imaginii sunt reprezentate nivelurile cuantice de energie ale unei corzi de chitară care vibrează cu frecvența f. Nivelurile sunt discrete și echidistante. Dacă ordonăm nivelurile de energie după un număr cuantic n, atunci energia unui nivel este $E_n = nhf + hf/2$, diferența dintre ele fiind $\Delta E = hf$. Ea este pentru coarda de chitară de aproximativ 10^{26} de ori mai mică decât energia medie a corzii în vibrația sa. Pentru a scoate în evidență efectele cuantice, un chitarist ar trebui să ciupească de coardă și s-o deplaseze pe o distanță echivalentă cu dimensiunea unui nucleu atomic.*

pe frecvența sa fundamentală (vezi figura 9.3). În mecanica clasică, mișcarea corzii este continuă, iar amplitudinea oscilației poate lua orice valoare. Energia de vibrație a corzii o vom estima luând în considerare, de exemplu, energia cinetică $E_c = mv^2/2$.

Astfel, o coardă de chitară cântărește câteva grame, să zicem un gram pentru simplitate, $m = 10^{-3}$kg. Viteza medie de oscilație o vom estima din amplitudinea oscilației și din frecvența sa. Vom alege pentru amplitudinea corzii de chitară aproximativ 1 milimetru (pentru că mișcarea este vizibilă), iar pentru frecvență aproximativ $f = 100$ Hz.

Atunci coarda trebuie să parcurgă un milimetru într-un timp de aproape 0,01 secunde, deci aproape 100 milimetri pe secundă, adică $v = 0,1$m/s. Folosind acum formula energiei cinetice și masa corzii, obținem pentru energia medie o valoare estimativă de $E \approx mv^2/2 = 10^{-3} \cdot 0,1^2/2J = 5 \cdot 10^{-6}J$.

Pe de altă parte, diferența dintre nivelurile discrete de energie ale corzii de chitară este de $\Delta E = hf = 6,62 \cdot 10^{-32}$J. Vedem că diferența cuantică este de 10^{26} ori mai mică decât energia medie! Pentru a vibra cu această energie infimă, coarda trebuie să se miște cu o amplitudine de 10^{13} ori mai mică (energia este proporțională cu pătratul amplitudinii), adică ceva de ordinul de mărime al nucleului unui atom.

Vedem că, pentru a observa efectele cuantice în nivelurile discrete de energie ale corzii de chitară, trebuie să „ciupim" coarda și s-o deplasăm pe distanța unui nucleu de atom. Cu atât mai mult trebuie să admirăm rezultatul lui Planck care, iată, reușește să găsească o manifestare a acestei discretizări infime în măsurătorile radiației corpului negru.

Desigur, dacă vorbim de faptul că energia corzii de chitară ia numai valori discrete, trebuie să fim atenți cum interpretăm amplitudinea oscilației. Într-o imagine simplificată, vom spune că amplitudinea oscilației corzii de chitară poate lua numai valori discrete deși, mai corect, nu se poate vorbi de o mișcare *continuă* a corzii de chitară. Astfel, o mișcare continuă ar conduce la o trecere printre nivelurile de energie, ori acest lucru nu mai este posibil în mecanica cuantică, acolo unde nivelurile de energie au valori discrete.

În final, să menționăm un lucru surprinzător. Astfel, oscilatorii care sunt în *echilibru termic*, responsabili de emisia de lumină în cazul radiației corpului negru, nu sunt dați de structura internă a atomilor, așa cum poate ne-am fi așteptat. În schimb, ei sunt dați de oscilațiile atomilor în jurul pozițiilor lor de echilibru! Cu alte cuvinte, nu structura internă a atomilor a relevat forma cuantică a energiei, ci mișcarea lor de oscilație.

Acest lucru este surprinzător, pentru că atomii sunt elemente *compuse*, formate din electroni, protoni și neutroni. În acest fel, oscilația întregului sistem compus (atomul) este cuantificată. Lecția de învățat este una singură: *orice mișcare a unui obiect compus este cuantificată* în mecanica cuantică, chiar și cea a atomilor, a pietrelor, a leagănului sau a stelelor.

95. De ce corpurile încălzite apar roșii și nu albastre

În secțiunea precedentă am văzut că diferența dintre nivelurile de energie cuantificate este foarte mică. Pentru noi, în lumea noastră macroscopică, nivelurile de energie apar continue, și nu discrete. De aceea, în fizica clasică, energia unui corp va evolua continuu. În realitate însă, evoluția are loc prin salturi de la un nivel de energie la altul. Pentru că diferența dintre nivelurile discrete de energie este foarte mică, noi nu percepem această evoluție în hopuri.

Așa cum am văzut în secțiunea 93, discretizarea nivelurilor de energie are o consecință macroscopică: forma spectrului corpului negru. Consecința aceasta este de fapt experimentată de noi în viața de zi cu zi, prin *culoarea* obiectelor care sunt încălzite. Căci, așa cum vom argumenta în această secțiune, dacă nivelurile de energie ar fi fost continue, atunci corpurile încălzite ar fi trebuit să fie cel puțin albastre, dacă nu chiar ultraviolete și cu radiații mortale de energii mai înalte. Așa însă, pentru că nivelurile de energie sunt discrete, ele apar înroșite și nevătămătoare sănătății noastre.

Astfel, corpul negru poate fi privit ca fiind constituit dintr-o serie de oscilatori aflați în *echilibru termic* la temperatura aleasă pentru măsurătoare. Aceștia au frecvențe diferite de oscilație, iar ceea ce îi interesează pe fizicieni este *numărul* total al oscilatorilor având o frecvență dată si amplitudinea (sau *energia*) medie a oscilației. În felul acesta ei pot calcula energia radiată de corpul negru.

Pentru a calcula numarul de oscilatori care au o frecvență dată, cel mai simplu este să ne imaginăm că oscilatorii sunt chiar modurile de vibrație ale câmpului electromagnetic, ca acelea din interiorul unui cuptor cu microunde (vezi figura 4.11). Ele se află, de data aceasta, în incinta de măsură, cum este cea din figura 9.1.

În situația clasică, consecința este următoarea (vezi partea din stânga a figurii 9.4). Aici avem o frecvență minimă de oscilație a câmpului electromagnetic și o lungime de undă maximă, dată de dimensiunea incintei. Oscilații cu frecvență mai mari (deci cu lungime de undă mai mici), pot fi oricând acomodate în incintă. Energia medie a unei singure oscilații se determină folosind legile termodinamicii și se dovește a fi, pentru toate frecvențele, de ordinul kT, unde k este constanta lui Boltzmann și T este temperatura corpului negru.

Așa cum vedem, la frecvențe din ce în ce mai mari sunt din ce în ce mai multe moduri de oscilație. Ele au, în medie, aceeași energie. Cum ar arăta atunci emisia unui astfel de corp negru încălzit? El ar emite frecvențe luminoase din ce în ce mai mari, către albastru (frecvența luminii albastre fiind mai mare decât cea a luminii roșii) iar corpul încălzit nu ar mai arăta înroșit pentru noi, ci *albastru*! Mai mult, orice bec ar fi un potențial pericol în casă, căci ar emite raze X, ele având o frecvență mai mare decât undele electromagnetice vizibile. De fapt, efectuând calculele clasic, vom deduce că un corp încălzit va emite o cantitate

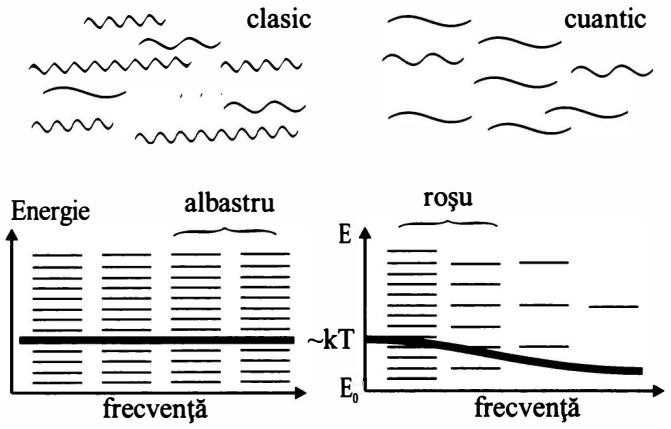

Figura 9.4: *În figura sus sunt reprezentate câteva moduri de oscilație ale câmpului electromagnetic din incinta prezentată în figura 9.1, pentru cazul clasic și cuantic. În cazul clasic, (stânga jos) oscilatorii pot lua orice energie la o frecvență dată. În medie, ei vor avea energia kT (linia îngroșată). Deoarece mulți oscilatori vor avea frecvențe ridicate (pentru că sunt multe frecvențe), corpul încălzit va arăta albăstrit. În cazul cuantic (dreapta jos), oscilatorii au puține niveluri de energie disponibile la frecvențe ridicate, pentru că nivelurile de energie sunt discrete, iar diferența de energie dintre ele crește cu frecvența. Oscilatorii de frecvențe ridicate vor rămâne pe starea de energie minimă (ei nu au mai fost desenați în figura de sus), iar energia medie scade cu frecvența (linia îngroșată). Corpul negru nu va radia la frecvețe ridicate.*

infinită de energie luminoasă (datorită frecvențelor ridicate) ceea ce evident nu este cazul în practică. De aceea, paradoxul acesta clasic poartă numele de „*catastrofă ultravioletă*" și a fost scos în evidență de Lord Rayleigh și Sir James Jeans în 1905.

Din fericire însă, nu așa stau lucrurile în realitate, care de data aceasta este cuantică și salvează „catastrofa ultravioletă". Astfel, în situația cuantică, fiecare oscilator poate lua, pentru o frecvență dată, numai niveluri *discrete* de energie. Diferența ΔE dintre valori este proporțională cu constanta lui Planck și frecvența f a oscilatorului $\Delta E = hf$. Aceasta înseamnă că, la frecvențe mai mari, diferența dintre nivelurile de energie devine din ce în ce mai mare! Cu alte cuvinte, la frecvențe mari sunt *mai puține* niveluri de energie corespunzătoare unei frecvențe anume de oscilație (vezi partea din dreapta a figurii 9.4), iar oscilatorii sunt obligați să ia numai acele valori.

Cu cât diferența dintre nivelele de energie devine mai mare decât kT, cu atât oscilatorii sunt obligați să ia energia nivelului minim (considerat zero în această analiză sumară). În consecință, la frecvențe din ce în ce mai mari, energia medie a oscilatorilor tinde să devină nulă, spre deosebire de cazul clasic, unde avea o valoare constantă. Consecința? Deoarece oscilatorii de freecvență mare nu vor fi excitați, lumina emisă de corpul negru va avea numai frecvențe mici și va fi deci *roșie* și nu albastră. Astfel, jarul incandescent se va înroși și nu albăstri. Mai mult, frecvența razelor X este atât de mare, încât probabil puțini oscilatori vor avea (din întâmplare) energie suficientă, iar jarul nu va radia, din fericire, raze X.

Iată cum simpla culoare roșie o obiectelor încălzite ascunde în spatele ei un principiu fundamental al mecanicii cuantice, cel de discretizare a nivelurilor de energie. Poate că veți medita asupra acestui lucru atunci când veți privi în liniștea serii jarul ce se formează la un foc de tabără. Vă va trece desigur un fior plăcut, știind că puteți înțelege culoarea jarului pe care îl vedeți, că puteți vedea mecanica cuantică direct în acțiune.

Este același fior pe care l-a simțit și fizicianul olandez Fritz Houtermans, după ce a înțeles mecanismul nuclear din interiorul stelelor. Se spune că, într-o seară, acesta privea cerul înstelat împreună cu prietena sa. "Nu-i așa că sunt frumoase?", spuse ea. "Da, și chiar acuma, eu singurul om din lume care știe de ce strălucesc!", ar fi adăugat el.

96. Efectul fotoelectric. Fotonii.

O confirmare ulterioară (după cinci ani) a propunerii lui Planck de discretizare a nivelurilor de energie a venit odată cu explicarea *efectului fotoelectric* de către Albert Einstein, pentru care acesta a și primit Premiul Nobel.

Astăzi pare ciudat că Premiul Nobel i-a fost acordat lui Einstein nu pentru contribuția sa covârșitoare la teoria relativității, ci pentru o contribuție în mecanica cuantică. Nu este însă de mirare, teoria relativității a fost percepută ca fiind paradoxală, și de aceea controversată la început. În timp însă, rolurile s-au schimbat, astăzi mecanica cuantică fiind considerată mai paradoxală decât teoria relativității.

Einstein cunoștea observațiile experimentale efectuate de Philipp Lenard (1862-1947) și alți fizicieni la trecerea în secolul XX. Aceștia au studiat comportarea electronilor smulși de pe o suprafață metalică atunci când suprafața este *iluminată*, măsurând viteza cu care electronii erau ejectați.

Faptul că se smulg electroni într-o astfel de situație nu este surprinzător. Clasic, ne imaginăm că lumina incidentă creează un câmp electric oscilant $\mathbf{E}(t)$ (vezi figura 9.5, stânga). Acesta pune în mișcare electronii prin intermediul forței electrice $\mathbf{F} = q\mathbf{E}(t)$, discutată în secțiunea 22 ($q = -e$ este sarcina electrică negativă a electronului). În cea mai mare parte, electronii vor rămâne în metal, dar, dacă forța este suficient de mare, o parte dintre ei vor fi „smulși" definitiv din metal. Ne așteptăm deci ca viteza electronilor smulși să *crească* pe măsură ce creștem *amplitudinea* câmpului electric $\mathbf{E}$ incident, pentru că electronii sunt smulși din material din ce în ce mai violent (forța electrică este proporțională cu câmpul electric $\mathbf{E}$ incident).

Cu toate acestea, experimentatorii au observat un lucru foarte ciudat: *energia cinetică maximă a electronilor emiși nu depinde de amplitudinea radiației incidente*! Practic, iluminăm din ce în ce mai intens suprafața, câmpul electric crește, cu el și forța electrică ce acționează, dar electronii care ies *nu* depășesc o anumită viteză maximă. Extrem de ciudat... Putem crește câmpul electric al luminii de o sută de ori, viteza maximă a electronilor smulși rămâne aceeași.

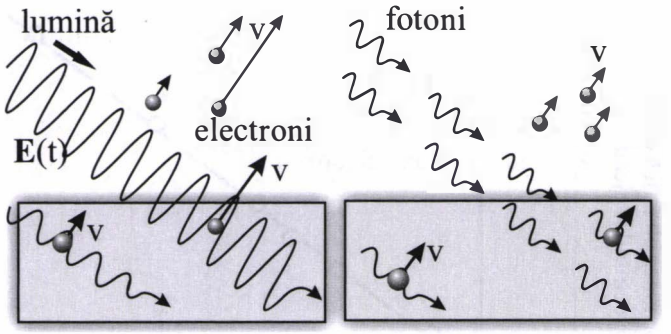

Figura 9.5: *Efectul fotoelectric în situația clasică (stânga) și cuantică (dreapta). În cazul clasic (stânga) lumina incidentă pe un metal creează un câmp electric* $\mathbf{E}$ *oscilant. Electronii din metal sunt puși în mișcare de câmpul electric, prin intermediul forței electrice* $\mathbf{F} = -e\mathbf{E}$*. Unii dintre electroni vor fi chiar smulși din metal, dacă forța este destul de mare (dreapta sus). Cu cât este mai mare intensitatea luminii incidente, cu atât sunt mai mari câmpul electric și forța cu care sunt smulși electronii, și deci cu atât e mai mare viteza* v *a electronilor smulși, fără limită. În cazul cuantic (dreapta) lumina este compusă din pachete discrete de energie numite fotoni. Fotonii sunt desenați ca un fel de vagoane, unul după altul. Cu cât crește intensitatea luminii, cu atât crește densitatea de fotoni, însă fiecare dintre ei își păstrează aceeași energie. Un electron primește doar energia unui singur foton (pe care îl absoarbe), ceea ce înseamnă că electronul smuls are o viteză maximă dată de această energie, indiferent de intensitatea luminii.*

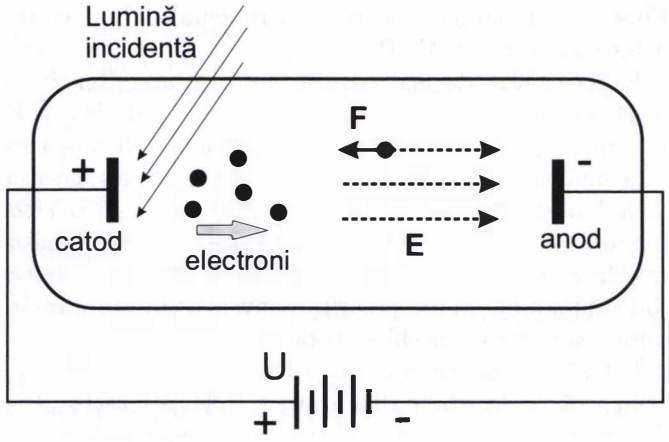

Figura 9.6: *Schema experimentului prin care se măsoară energia maximă a electronilor smulși de pe catod, în cadrul efectului fotoelectric. Aici lumina care cade pe catod smulge electroni din el. Între catod și anod se aplică o tensiune electrică* U*. Tensiunea generează un câmp electric* $\mathbf{E}$ *care încetinește electronii, pentru că el acționează cu o forță* $\mathbf{F} = -e\mathbf{E}$ *în sens opus mișcării (electronii au sarcina electrică* $-e$ *negativă). Energia maximă a electronilor smulși este dată de tensiunea electrică* U *pe care trebuie s-o aplicăm pentru a împiedica electronii să ajungă la anod.*

În plus, se arată experimental că, deși viteza maximă a acestor electroni ejectați din metal nu depinde de intensitatea luminii (amplitudinea oscilației câmpului electric), ea depinde liniar de *frecvența* luminii incidente. Cu cât frecvența luminii incidente este mai mare, cu atât electronii smulși sunt mai energetici.

Einstein a „văzut" imediat explicația acestor fenomene în presupunerea lui Planck, pe care însă a generalizat-o mai întâi. Astfel, a zis el, să presupunem că nu numai oscilatorii de pe pereții corpului negru sunt cuantificați (adică au niveluri de energie discrete), ci și lumina! Cu alte cuvinte, să presupunem că *lumina este formată din pachete discrete de energie*, numite *fotoni.*

Energia unui „pachet" de lumină ar fi dată de aceeași relație a lui Planck, $E = hf$, unde de data aceasta f este frecvența luminii, iar h constanta lui Planck:

Cuantificarea luminii

O undă electromagnetică de frecvență constantă f *este formată din pachete discrete de energie* $E = hf$ *care se numesc fotoni.*

Generalizarea la lumină nu a fost inclusă în modelul lui Planck și ea este deci contribuția lui Einstein la mecanica cuantică. Cu această presupunere, a zis Einstein, putem explica efectele experimentale de mai sus în felul următor.

Astfel, electronii pot primi de la lumină numai *un singur* „pachet" de energie luminoasă hf (o singură *cuantă* de energie, un singur *foton*), nu mai multe, pe care îl vor „folosi" ca un fel de combustibil pentru ca să fie accelerați. Energia cinetică a electronilor „smulși" nu va depăși această valoare de energie primită, indiferent de amplitudinea câmpului electric, pentru că electronii pur și simplu nu au mai multă energie la dispoziție ca să fie accelerați. Cu alte cuvinte, noi putem crește cât vrem amplitudinea câmpului electric, electronii primesc numai un singur pachet de energie hf, după care nu mai primesc nimic, oricât ne-am juca noi cu câmpul electric al luminii.

Desigur, odată ce creștem intensitatea luminii, creștem și *densitatea* pachetelor de energie (densitatea de fotoni), însă electronul va primi (absorbi) numai un singur pachet. De aceea, nu viteza electronilor ejectați va crește, ci numărul lor, cu alte cuvinte curentul electric pe care acești electroni ejectați îl formează. Cum însă energia primită de un electron este hf, indiferent de intensitatea luminii, și viteza electronului va avea o limită dată de această energie.

Dacă este așa, obținem și dependența *liniară*, observată experimental, dintre valoarea *energiei maxime* cu care iese electronul din metal și frecvența luminii. Căci, dacă toată energia cuantei de lumină hf se transferă electronului și electronul nu întâmpină nici un fel de rezistență, atunci energia lui va fi chiar $E = hf$, și deci proporțională cu frecvența! Cu cât lumina incidentă are o frecvență f mai mare, cu atât energia fotonilor smulși este mai mare.

Electronul întâmpină rezistență pentru a ieși din metal, iar rezistența are o valoarea minimă ϵ (rezistența este mai mare pentru electronii aflați în profunzimea metalului). De aceea, energia *maximă* a electronilor smulși devine $E_{max} = hf - \epsilon$, păstrând astfel o relație liniară cu frecvența luminii. Observăm că, efectuând un astfel de experiment, putem măsura constanta lui Planck h din relația liniară dintre energia maximă a electronilor emiși și frecvența luminii folosite. În acest fel, vom verifica propunerea lui

Einstein, comparând valoarea experimentală a lui h cu cea determinată înainte de Planck.

Experimentul de mai sus este atât de accesibil, încât se efectuează astăzi în laboratoarele școlare de liceu. El presupune prezența unui *catod*, o bucată metalică pe care cade lumina (vezi figura 9.6). Electronii ce primesc energia de la lumină vor ieși din metal și vor merge la un *colector* (anod), creând astfel un curent electric care este măsurat. În experiment, se aplică o tensiune electrică între catod și anod, alegând o polaritate inversă, care *încetinește* mișcarea electronilor eliberați de catod.

În fapt, mișcarea se oprește (curentul electric devine nul) atunci când electronii abia ajung să atingă colectorul, și deci energia lor cinetică este egalată de energia potențială a câmpului electric pe care trebuie s-o învingă și care este citită de pe voltmetru. În experiment punem lumină de o culoare știută și citim pe voltmetru tensiunea electrică ce oprește electronii din mișcare, cea care ne dă în final energia cinetică maximă E_{max} a electronilor smulși. Astfel, una dintre constantele fundamentale a naturii, constanta lui Planck, se poate măsura și într-un experiment școlar.

Calcul: ***Efectul fotoelectric***

Analiza matematică a experimentului asociat efectului fotoelectric este următoarea (vezi figura 9.6). Energia primită de un electron este exact cea a unui foton, adică hf, unde f este frecvența luminii, iar h constanta lui Planck. Pentru că electronul trebuie să consume o energie minimă ϵ pentru a ieși din metal, el va avea o energie maximă E_{max} cu care atinge colectorul:

$$E_{max} = hf - \epsilon$$

Din păcate pentru electron, tensiunea electrică U are polaritatea inversă, în așa fel încât să-i incetinească mișcarea. Forța electrică pe care electronul trebuie s-o învingă este $\mathbf{F} = -e\mathbf{E}$, unde $\mathbf{E}$ este câmpul electric dintre anod și anod. El are valoarea $|\mathbf{E}| = U/d$, unde d este distanța dintre anod și catod (vezi figura 3.6). Energia pe care electronul trebuie s-o consume pentru a ajunge la anod este dată de lucrul mecanic L efectuat împotriva forței

$$L = |\mathbf{F}|d = e|\mathbf{E}|d = eU$$

Pentru a opri toți electronii să atingă anodul, trebuie ca ei să-și consume toată energia lor inițială E_{max}:

$$E_{max} = L \quad \Rightarrow \quad hf - \epsilon = eU$$

Relația ne dă tensiunea electrică U pe care trebuie s-o folosim pentru a împiedica electronii să atingă colectorul. După cum vedem mai sus, tensiunea U este liniară cu frecvența luminii f, iar din constanta de proporționalitate obținem chiar constanta lui Planck h pe care vrem s-o măsurăm. Rezultatele unui astfel de experiment sunt prezentate în figura 9.7.

În figura 9.7 prezentăm rezultatele originale ale lui Millikan, care confirmă teoria de mai sus. Observăm cum, dintr-o măsurătoare de cu totul altă natură decât cea a

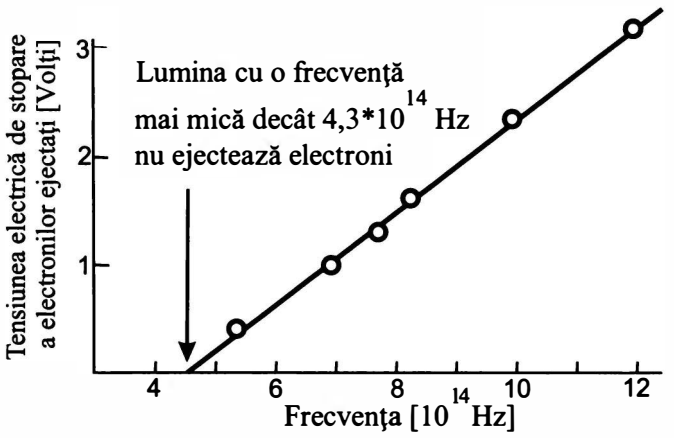

Figura 9.7: *O prezentare a rezultatelor originale ale lui Robert Millikan ce confirmă efectul fotoelectric. Pe axa verticală este tensiunea electrică U necesară pentru a stopa toți electronii smulși, în Volți. Pe axa orizontală este frecvența f a luminii folosite, în Hertzi. Un electron primește doar un pachet de energie hf (un foton). De remarcat că energia maximă a electronilor smulși din catod variază liniar cu frecvența luminii incidente $eU = hf - \epsilon$, iar panta liniei h/e ne dă constanta lui Planck $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \mathrm{m^2 kg/s}$. Lumina cu o frecvență mai mică decât $f_0 = 4,3 \cdot 10^{14}$ Hz nu ejectează electroni, pentru că energia primită de ei este mai mică decât energia minimă necesară ca să scape din metal.*

corpului negru, se obține *aceeași* valoare a constantei lui Planck. Acestea confirmă nu numai justețea presupunerilor, dar și faptul că energia luminii este cuantificată (așa cum a propus Einstein), nu numai energia oscilației atomilor, ca la corpul negru.

O consecință a noii presupuneri a lui Einstein este că putem considera că lumina e compusă din „pachete" de energie $E = hf$. La rândul lor, „pachetele" de energie luminoasă pot fi privite ca niște particule a căror energie este hf, numite *fotoni*. Lor le atribuim o viteză constantă c (viteza luminii) și chiar o *masă relativistă* (de mișcare), folosind relația de echivalență a energiei și masei inerțiale: $m = E/c^2 = hf/c^2$ (vezi figura 9.8).

O astfel de supoziție schimbă radical punctul de vedere asupra naturii luminii, pe care până acum o vedeam ca pe o undă electromagnetică, deși nu este o întoarcere la modelul corpuscular al acesteia. Lucrul acesta îl înțelegem odată ce ne dăm seama că fotonii sunt constrânși să circule mereu cu viteza luminii, o viteză pe care o particulă clasică (electronul, de exemplu) n-o poate atinge. Fotonii nici nu-și pot încetini mișcarea lor.

Astfel, să de aducem aminte din secțiunea 63 că masa electronului m crește cu viteza, cu atât mai mult cu cât electronul se apropie de viteza luminii c, devenind $m = m_0/\sqrt{1 - v^2/c^2}$, unde m_0 este masa de repaus a electronului iar v viteza sa. De aceea electronul nu poate atinge viteza luminii $v = c$, căci atunci ar avea o masă m infinită și am avea nevoie de o energie infinită să-l accelerăm la viteza luminii.

Dacă ne imaginăm că și fotonul este o particulă, cum explicăm atunci, în modelele relativiste, că el atinge totuși

viteza luminii? Orice masă nenulă am alege pentru fotonul în repaus ar însemna că el nu poate fi accelerat la viteza luminii, pentru că masa lui crește la infinit. Vedem că singura soluție este să postulăm că *masa de repaus a fotonului este nulă* $m_0 = 0$, și, în plus, că acești fotoni nu pot fi decelerați din mișcarea lor în vid cu viteza luminii.

Calcul: ***Energia și impulsul fotonului***

În secțiunea 65 am detaliat comportarea energiei E a unei particule clasice în mișcare și am văzut că ea are forma $E^2 = m_0^2c^4 + p^2c^2$, unde m_0 masa ei de repaus a particulei și $p = mv$ este impulsul său (m este masa dinamică și v viteza particulei). Cum fotonii sunt particule ce au energia $E = hf$, vom scrie aceeași relație și pentru ei, în care considerăm masa de repaus a fotonilor nulă $m_0 = 0$:

$$(hf)^2 = E^2 = 0^2c^4 + p^2c^2 = p^2c^2$$

Obținem pentru impulsul fotonului $p = E/c = hf/c = h/\lambda$, unde am folosit lungimea de undă $\lambda = c/f$. Relațiile acestea sunt foarte utile, de aceea le scriem din nou sub forma:

$$p = \frac{h}{\lambda}; \qquad E = hf = \frac{h}{T};$$

Aici p este impulsul particulei numită *foton*, h constanta lui Planck și λ lungimea de undă a pachetului de energie luminoasă care este descris de foton. E este energia pachetului de energie iar $T = 1/f$ este perioada oscilației sale.

În timp, existența fotonilor individuali (ca niște particule) a fost confirmată prin măsurători cu fotomultiplicatoare (fotodetectoare foarte sensibile). Ele „ticăie" de câte ori *un singur* foton cade pe ei. Cu toate acestea, o fotografie în care să se vadă nu numai o casă să spunem, dar și fotonii individuali ce formează imaginea casei, a fost efectuată doar recent (vezi de exemplu figura 9.14). Desigur, datorăm totul revoluției ce are loc acum în detectoarele de imagine, revoluție pe care o vedem cu propriii noștri ochi dacă urmărim numărul în creștere de pixeli ai aparatelor de fotografiat digitale.

Oricât ar părea de ciudat, fotografiile cu fotoni individuali au început să fie obținute în laborator doar în urmă cu câteva zeci de ani, deși *ochiul uman* are capacitatea de a-i vedea individual! Astfel, cu toată tehnologia modernă, am putut să le facem o fotografie fotonilor abia acum, deși natura ne-a înzestrat cu această capacitate cu milioane de ani în urmă. O asemenea bizarerie este mai greu de întâlnit, nu-i așa?

Explicația ține de structura ochiului și a creierului. Un receptor molecular de pe retină este capabil să detecteze un singur foton și să trimită semnalul de confirmare la creier. Semnalul însă nu este lăsat să ajungă la creier de anumite filtre neuronale, decât dacă *mai mult* de 10 fotoni diferiți sunt detectați în mai puțin de 100 ms! Cu alte cuvinte, creierul nu trimite informația dacă un singur foton cade pe retină, ci doar dacă cel puțin un tren de zece astfel de fotoni ating retina.

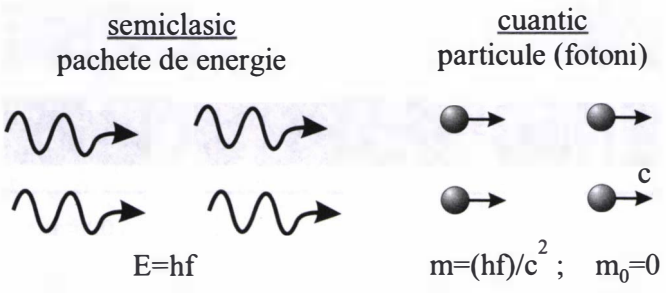

Figura 9.8: *În stânga sunt reprezentate pachetele de energie discrete hf ale unei luminoase. În dreapta sunt reprezentate aceleași pachete de energie, în interpretarea lor de particule (denumite fotoni). Fotonii se deplasează mereu cu viteza luminii c, iar energia lor hf este echivalentă cu o masă inerțială $m = hf/c^2$ care li se poate atribui în mișcare. Pentru că aceasta are o valoare finită deși fotonii se deplasează cu viteza luminii, trebuie ca masa de repaus a fotonilor să fie nulă, $m_0 = 0$.*

Creierul și-a creat astfel propria cenzură a informației. Noi nu vedem în practică fotonii individuali, dar i-am vedea dacă am ști de unde să oprim circuitul neuronal de cenzură. Una dintre explicațiile adoptate de biologi este că în acest mod ochiul uman a eliminat „zgomotul cuantic", în urma unui proces de evoluție naturală.

Vă las pe dumneavoastră să va imaginați ce am putea realiza dacă am reuși să anihilăm acest circuit de cenzură prin diverse metode neinvazive și nevătămătoare (de exemplu, pulsuri magnetice concentrate pe regiunea creierului unde s-ar afla circuitul).

97. Emisia și absorbția luminii. Atomul de hidrogen.

Spectroscopia s-a dovedit crucială la începuturile mecanicii cuantice, nu numai prin măsurarea spectrului radiației *corpului negru* dar și prin cel al *gazelor*. Gustav Kirchhoff (1824-1887) a fost printre cei care au măsurat spectrul luminii ce vine de la Soare. Interesant, spectrul prezintă linii negre în dreptul anumitor frecvențe. Aceste frecvențe identifică culorile care lipsesc din raza luminoasă provenind de la Soare.

Kirchhoff a presupus corect că aceste culori lipsă sunt *absorbite* de gazele de la suprafața Soarelui, prin care trebuie să treacă lumina ce vine mai din adâncul Soarelui. Astfel, ele nu mai ajung la noi, iar noi le detectăm ca pe niște linii negre în spectrul luminii solare. Frecvența acestor linii identifică atunci atomii substanțelor care absorb lumina.

Mai târziu, Kirchhoff a verificat acest lucru direct trecând o rază de lumină albă printr-o flacără de *azot*. Frecvențele liniilor de absorbție în acest experiment s-au dovedit identice cu cele ale liniilor de absorbție din lumina Soarelui. Atomii de azot trebuie să existe deci și pe

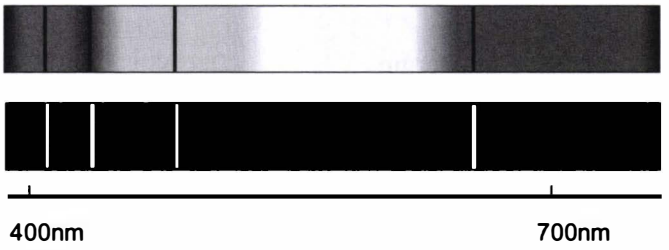

Figura 9.9: *Sus: Spectrul luminii albe trecute printr-un gaz de hidrogen. Pe axa orizontală este prezentată lungimea de undă a luminii, în nanometri. Spectrul are patru linii negre de absorbție, unde anumite culori lipsesc (în particular, frecvențele de 410,2nm, 434,1nm, 486,1nm și 656,3 nm). El scoate în evidență culorile care sunt absorbite de atomii de hidrogen. Jos: Spectrul luminii emise de gazul de hidrogen încălzit are numai câteva culori (restul este negru). Aceasta pentru că numai câteva culori discrete sunt emise de atomii de hidrogen. Remarcabil, liniile de emisie și absorbție coincid, ceea ce înseamnă că aceleași culori sunt atât absorbite, cât și emise de atomii de hidrogen. ©Stuart Robbins, 2008.*

suprafața Soarelui, a dedus corect Kirchhoff. Un rezultat asemănător este prezentat în partea de sus a figurii 9.9 pentru un gaz de hidrogen.

Este desigur cât se poate de surprinzător că atomii absorb numai anumite frecvențe *discrete* de lumină. În practică însă este extrem de util, pentru că astfel putem identifica tipul de atomi. De aceea încă de la început s-a urmărit crearea unor tabele cu frecvențele luminii absorbite de diverși atomi.

În cursul acestor studii a apărut o altă surpriză, atunci când a fost observată *emisia* luminii generate de diverse gaze încălzite. În acest caz, gazul nu emite tot spectrul luminii albe, ci numai anumite frecvențe discrete (de aceea unele gaze apar colorate). Mai mult însă, unele dintre aceste frecvențe sunt *identice* cu frecvențele din spectrul de absorbție ale aceluiași gaz (vezi figura 9.9). Ce face ca spectrele de absorbție și emisie ale atomilor să fie discrete? Și de ce unele frecvențe apar atât în emisie cât și în absorbție? Răspunsul fizicienilor este următorul:

Emisia și absorbția luminii

Lumina este emisă sau absorbită prin tranziții între nivelurile de energie ale atomilor. În aceste procese se emit fotoni de frecvență f și de energie $\Delta E = hf$, unde ΔE este diferența între nivelurile de energie ale atomului.

Astfel, dacă lumina este emisă, atunci atomul pierde energie, trecând de pe nivelul de energie înaltă pe unul de energie mai joasă. Dacă lumina este absorbită de un atom, atunci procesul este invers, iar atomul trece de pe un nivel de energie mai joasă pe unul de energie mai înaltă. Pentru că în aceste procese energia totală se conservă, pachetul de energie emisă sau absorbită are o energie $\Delta E = hf$ egală cu *diferența* dintre cele două niveluri de energie (vezi figura 9.10).

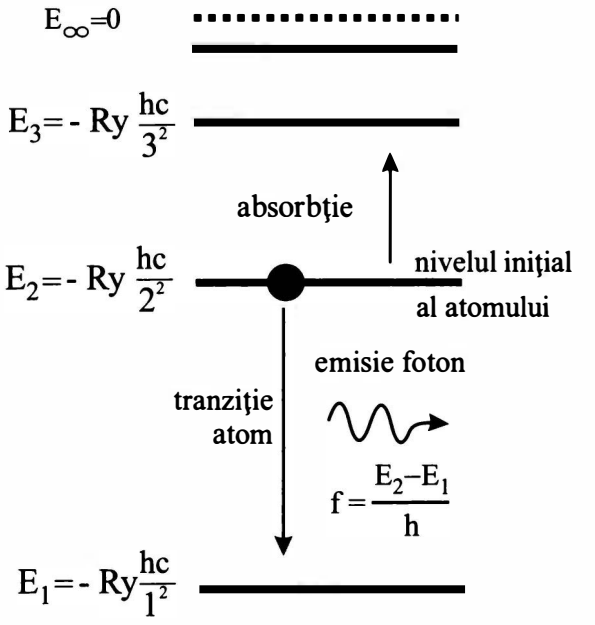

Figura 9.10: *În figură sunt prezentate cu linii orizontale nivelurile discrete de energie E_n ale atomului de hidrogen care au energia cea mai mică. Atunci când un atom emite lumină (mai precis, exact un foton), el trece de pe un nivel de energie mai ridicat pe altul mai coborât. Energia fotonului emis în acest proces este dată de relația lui Planck $\Delta E = hf$, unde ΔE este diferența dintre nivelurile de energie ale atomului, iar f frecvența fotonului. La absorbție procesul este invers.*

Presupunerea că nivelurile de energie ale atomului între care au loc tranzițiile pentru emisia și absorbția luminii sunt discrete vine în completarea propunerii lui Planck că nivelurile de energie ale oscilatorului armonic sunt cuantificate, că ele au energii discrete. Presupunerea naturală este că frecvențele f ale luminii pe care o observăm în spectrele de emisie și absorbție ale gazelor sunt date de energia fotonului care este emis sau absorbit de atom în aceste procese $f = \Delta E/h$, unde ΔE este diferența dintre nivelurile de energie respective ale atomului (vezi figura 9.10). Pachetul de energie emis sau absorbit este deci chiar *fotonul*, așa cum am arătat în secțiunile precedente.

Mecanismul explică de ce frecvențele luminii sunt aceleași, atât în procesul de emisie, cât și în cel de absorbție. Astfel, dacă luăm două niveluri date de energie ale atomului, atunci energia fotonului emis este egală cu diferența de energie dintre niveluri. Aceeași valoare o are și energia fotonului absorbit, numai că aici atomul se mută de pe nivelul de energie joasă pe cel de energie înaltă. Datorită relației lui Einstein $\Delta E = hf$ dintre energia fotonului și frecvența sa, atunci și frecvențele luminii emise sau absorbite vor fi egale, chiar dacă este un proces de emisie sau absorbție, pentru că diferența de energie ΔE dintre niveluri este aceeași. Cuantificarea nivelurilor de energie ale atomului explică astfel atât valorile discrete ale frecvențelor prezente în spectrele măsurate cât și *egalitatea* frecvențelor de absorbție și emisie.

Care este însă formula cu care putem calcula frecvențele de emisie și absorbție a luminii pentru diferiții atomi? Ea

poartă în ea o indicație despre valorile discrete ale nivelurilor de energie E_n ale atomului respectiv. De aceea nu este de mirare cursa fizicienilor în căutarea unei astfel de formule, numai pe baza acelor numere aparent arbitrare, care reprezintă frecvențele de absorbție și emisie ale atomilor.

După mai multe încercări, în cazul particular al *hidrogenului*, o astfel de formulă a fost găsită, iar forma ei nu este deloc complexă. Formula este cunoscută sub numele de *formula Rydberg-Ritz* (vezi figura 9.10). Dintre cei care au contribuit la descoperirea formulei, menționăm aici numai pe Johann Balmer (1825-1898), un profesor de liceu din Elveția, cu un doctorat în matematică. Deși a rămas la catedra de liceu, el a urmărit dezvoltările din știință, prezicând parțial această formulă.

Calcul: ***Nivelele atomice de energie***

În cazul hidrogenului, *toate* lungimile de undă λ ale luminii emise sau absorbite sunt modelate de o singură formulă, numită formula Rydberg-Ritz:

$$\frac{1}{\lambda} = Ry\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$$

Aici $n < m$ sunt două numere naturale, λ este lungimea de undă, iar *constanta lui Rydberg* are valoarea $Ry = 1,09737 \cdot 10^7 m^{-1}$.

Putem ghici atunci că energia E_n a nivelurilor de energie ale atomului, între care au loc tranzițiile, este dată de:

$$\boxed{E_n = -Ry\frac{hc}{n^2}}$$

unde numărul natural n identifică nivelul de energie iar h este constanta lui Planck (vezi figura 9.10). Energia este negativă, deoarece electronul este „legat" de nucleu în atom.

Pentru a verifica că este așa, să calculăm lungimea de undă λ a fotonului emis sau absorbit la tranziția dintre două niveluri n și m ale atomului, știind că frecvența f a fotonului este dată de relația $\Delta E = hf$. Folosind formula precedentă, obținem:

$$\frac{1}{\lambda} = f\frac{1}{c} = \frac{E_m - E_n}{h}\frac{1}{c} = Ry\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$$

adică exact formula inițială Rydberg-Ritz.

Ca și în cazul corpului negru, este remarcabil că fizicienii au reușit să găsească mai întâi formula matematică, valabilă pentru toate frecvențele de absorbție și de emisie ale hidrogenului, fără să pornească riguros de la un model fizic ce ar fi avut drept consecință acea formulă.

Modelând energiile de tranziție dintre două niveluri (date de spectrele de emisie sau absorbție), fizicienii au calculat pentru prima dată nivelurile energetice *discrete* ale atomului de hidrogen. Ei au constatat că, într-o primă aproximare, aceste niveluri de energie E_n sunt invers proporționale cu pătratul unui număr natural n, care indexează stările de energie.

Acesta însă este numai un singur pas. Acum că știm care sunt valorile numerice pentru energia E_n a nivelurilor discrete ale atomului de hidrogen, ne putem întreba care este *principiul* fizic care conduce în mod natural la ele, cu alte cuvinte ce se întâmplă în realitate.

98. Unda pilot a electronului și rezonanța ei în atom

În secțiunea precedentă am văzut că nivelurile de energie ale atomilor sunt discrete și că emisia sau absorbția de fotoni are loc prin tranziții între aceste niveluri. Cum ar putea fi însă produse nivelurile discrete de energie ale atomilor? De ce atomii ar avea numai acele valori ale energiei și nu altele? Pentru a răspunde, trebuie să facem niște pași înapoi și să ne reamintim structura internă clasică a atomului de hidrogen, discutată în secțiunea 31.

Atomul de hidrogen constă dintr-un electron încărcat negativ (considerat punctiform) și un nucleu încărcat pozitiv, de dimensiuni mai mici decât 10^{-15}m. Electronul orbitează în jurul protonului la o distanță mult mai mare, de aproximativ 10^{-10}m, precum o planetă în sistemul solar.

Modelul planetar al atomului satisface o parte din rezultatele clasice, deși vine și el cu o mulțime de probleme. Una dintre acestea, foarte serioasă, este „căderea" electronului către nucleu. Într-adevăr, spre deosebire de planetele în mișcare, electronul este încărcat cu sarcină electrică. Or, sarcinile electrice în mișcări accelerate emit continuu energie electromagnetică, numită în acest caz *radiație de sincrotron*. Electronul în rotație în jurul atomului este și el într-o astfel de mișcare accelerată, chiar dacă viteza lui este constantă în valoare absolută. Aceasta pentru că *direcția* vitezei trebuie să se schimbe, așa cum este bine cunoscut în mecanica clasică.

Ca atare, fiind accelerat, electronul în mișcare de rotație în jurul nucleului ar trebui să *emită* radiație electromagnetică, tot așa cum electronii accelerați din interiorul unei antene emit unde radio. În acest fel electronul din atom își va pierde energia sa care îl ține în mișcare perpetuă în jurul nucleului. Un calcul electromagnetic estimativ, clasic, ne arată că electronul își va pierde astfel energia sa în aproximativ 10^{-10} secunde. El va „cădea" imediat pe nucleu, precum ar cădea planetele direct pe Soare dacă și-ar pierde prin emisie energia inițială (lucru pe care ni-l putem imagina în cazuri extreme prin emisia de unde gravitaționale). Și totuși, este clar că electronul nu cade într-un timp așa de scurt pe nucleu. Ce e greșit în modelul de mai sus?

În plus, modelul clasic mai are o problemă. Astfel, el nu poate explica discretizarea nivelurilor de energie ale atomilor, considerând că energia atomului este în esență dată de energia electronului în mișcare orbitală. Aceasta pentru că electronul clasic s-ar putea mișca în jurul nucleului pe *orice* cerc, atâta timp cât își ajustează viteza conform cu ecuațiile de mișcare. Cu alte cuvinte, electronul poate

avea orice energie în mișcarea sa, și ca atare atomul însuși poate avea orice energie, nu numai anumite valori discrete.

Să remarcăm că problema nivelurilor discrete de energie este prezentă în orice model clasic obișnuit. Într-adevăr, într-un sistem clasic variabilele de mișcare iau orice valori într-un mod continuu. Numai un sistem complex, plin de *rezonanțe*, ar putea explica pentru început prezența unor niveluri discrete.

Cu toate aceste probleme, modelul planetar al atomului nu trebuie aruncat la gunoi, ci trebuie *completat* cu rezultatele spectroscopice discutate în secțiunea precedentă, pentru a obține un model „îmbunătățit". Acest lucru l-a făcut fizicianul Niels Bohr (1885-1962).

Niels Bohr și-a pus problema sub forma următoare: „Ce postulat de construcție a atomului de hidrogen pot găsi care să conducă la valoarea cunoscută a energiilor *discrete* cunoscute din atomul de hidrogen"? Aceste valori discrete ale energiei atomilor de hidrogen E_n au fost prezentate în secțiunea precedentă, unde am văzut că ele sunt legate de frecvențele de emisie și absorbție a luminii de către atomii de hidrogen.

Pentru început, Bohr a presupus că electronul nu se mișcă pe orice orbită circulară, ci *numai* pe orbitele circulare pentru care energia lui are precis acele valori E_n. Energia atomului observată în măsurătorile spectrale este atunci energia electronului, iar emisia sau absorbția fotonilor are loc prin tranziția electronului între aceste orbite ale sale. Răspunsul pare oarecum să ascundă după ușă problema esențială. La urma urmei, ce este special la aceste orbite? De ce tocmai ele?

Ei bine, Bohr a descoperit că, pentru aceste orbite, componenta verticală a *momentului cinetic orbital* al electronului în mișcare (definit ca produsul vectorial dintre vectorul de poziție și cel de impuls $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} = \mathbf{r} \times m\mathbf{v}$) este dată de o formulă extrem de simplă, fiind un *multiplu* întreg al constantei lui Planck reduse $\hbar = h/2\pi$:

$$L_z = n\frac{h}{2\pi} = n\hbar$$

Aici h este constanta lui Planck, iar L_z este componenta verticală a vectorului moment cinetic $\mathbf{L}$ (vezi figura 9.11). În plus n este un număr natural, care identifică orbita electronului de energie E_n. În situația clasică, momentul cinetic ar fi luat orice valori, însă cumva electronul alege în mecanica cuantică (în realitate, mai bine spus) doar anumite orbite. Ele au un moment cinetic care este un multiplu întreg al unei constante fundamentale $\hbar$.

Este remarcabil că noua relație pentru momentul cinetic orbital al electronului nu mai conține constanta lui Rydberg Ry ce intervenea în valorile nivelurilor de energie ale atomului de hidrogen $E_n = -Ry(hc)/n^2$ (vezi figura 9.10). Aceasta înseamnă că, în practică, constanta lui Rydberg este o *combinație* a unor constante fundamentale, combinație calculată și verificată de Bohr. Iată astfel un alt lucru remarcabil, forma nivelurilor de energie ale atomului de hidrogen E_n (atât de simplă pe cât era) conținea de fapt numai constante deja cunoscute, scoase la iveală de Bohr.

Pentru a completa modelul, Bohr a trebuit să postuleze că atunci când electronul se află pe orbitele discrete preferate el *nu radiază* energie, așa după cum am

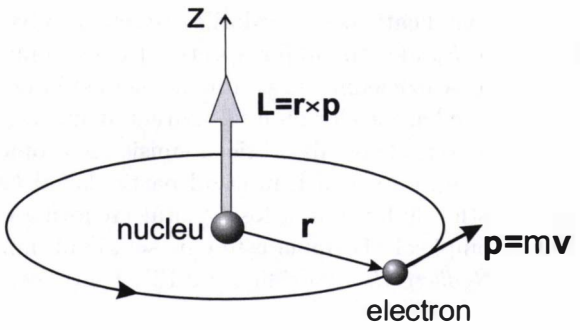

Figura 9.11: *În figură este exemplificat momentul cinetic orbital* $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ *al unui electron de masă* m *ce se învârte în jurul nucleului. Impulsul electronului este vectorul* $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$, *unde* $\mathbf{v}$ *este vectorul viteză al electronului. Componenta verticală a acestui moment cinetic este cuantificată în mecanica cuantică.*

menționat, altfel ar cădea pe nucleu. Postulatul elimină forțat problema clasică a căderii electronului pe nucleu, deși implicațiile sale sunt mai profunde. El ne spune în primul rând că electronul, la acest nivel, nu mai poate fi privit ca o sarcină electrică clasică într-o mișcare continuă pe orbita sa în jurul nucleului, altfel ar radia energie electromagnetică. Cel puțin în acest caz electromagnetismul clasic nu se mai aplică. În cazul general al unui sistem oarecare, radiația de energie electromagnetică are loc numai prin emisia *fotonilor*, atunci când sistemul suferă tranziții între niveluri de energie diferite.

Deși Bohr a identificat corect regula de construcție a orbitelor speciale ale electronilor, el nu ne spune care este *originea fizică* a acestei alegeri, ce face ca momentul cinetic orbital al electronului să fie cuantificat. În ciuda întrebărilor, ne aflăm probabil pe calea cea bună, căci nu este de ici, de colo ca un model așa simplu (precum cel dat de valoarea momentului cinetic orbital) să prezică complet spectrele atomului de hidrogen, fără nici o constantă suplimentară!

Cel care l-a urmat pe Bohr a fost fizicianul francez Louis de Broglie (1892-1987), care a fost intrigat de ecuația simplă a momentului cinetic orbital pe orbitele sale special alese. Louis de Broglie a venit în sfârșit cu un *model fizic* care explică în mod natural rezultatele observate. Astfel, el a presupus că electronul ar avea atașată o *undă*, denumită de el *undă pilot.*

Lungimea de undă λ a undei pilot, în propunerea lui de Broglie, este invers proporțională cu impulsul p al electronului pe orbită (impulsul $p = mv$ este definit clasic ca produsul dintre masa m a electronului și viteza sa v):

Unda pilot a electronului

Un electron în mișcare rectilinie și uniformă cu impulsul p are o undă pilot atașată, a cărei lungime de undă λ este:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

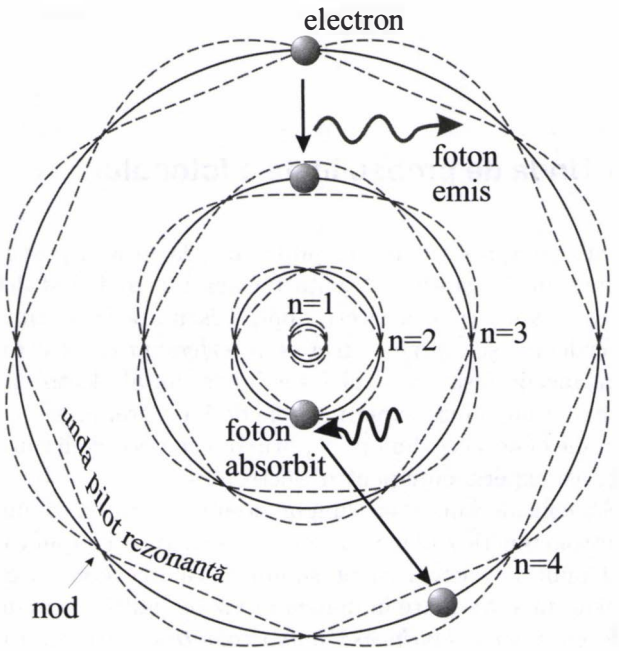

Figura 9.12: *În figură sunt prezentate primele patru orbite ale electronului în atomul de hidrogen și undele pilot atașate acestora. Clasic, orbitele sunt perfect circulare (linia continuă). În mecanica cuantică, electronul ar avea atașată însă o undă pilot. El va alege numai acele orbite în care unda pilot este rezonantă. Lungimea de undă a undei pilot încape de un număr întreg de ori în perimetrul cercului orbitei. Emisia de fotoni (schițată sus) se face prin tranziția de pe o orbită exterioară spre una interioară (unde energia este mai mică). Absorbția de fotoni (jos) se face printr-o tranziție a electronului de pe orbita interioară (mai puțină energie) spre una exterioară (mai multă energie).*

Pentru orbitele speciale descoperite de Bohr (acolo unde momentul cinetic este cuantificat), lungimea de undă a undei pilot ar fi cuprinsă de un număr întreg de ori în *perimetrul* orbitei (vezi figura 9.12).

Situația este asemănătoare cu cea a unei *corzi rezonante*, „încolăcită" însă exact pe orbita electronului. Aici lungimea de undă a vibrației fundamentale a corzii ar fi exact perimetrul corzii. Armonicile vibrației au lungimi de undă mai mici, care se cuprind de un număr întreg de ori în perimetrul orbitei $2\pi R = n\lambda$.

Vedem astfel că de Broglie ne oferă o justificare fizică a alegerii particulare a orbitelor lui Bohr: se „auto-aleg" acele orbite ale electronului pentru care unda atașată electronului este *rezonantă* pe orbită. Relația simplă introdusă de de Broglie explică în mod natural alegerea acelor orbite pentru care momentul cinetic este cuantificat, adică propunerea lui Bohr, și deci nivelele de energie ale atomului de hidrogen.

Calcul: ***Atomul de hidrogen***

Să calculăm energia unei orbite în atomul de hidrogen numai din relația de Broglie $\lambda = h/p$ și din faptul că lungimea de undă λ se potrivește de un număr întreg de ori n în perimetrul orbitei de rază R, și anume $2\pi R = n\lambda$.

Electronul se deplasează pe o orbită de rază R în planul xy, iar nucleul atomului este în centrul sistemului de coordonate (vezi figurile 9.11 și 9.12). Pentru început, să verificăm cum relația $\lambda = h/p$ conduce la momentul cinetic orbital al electronului propus de Bohr, folosind $\lambda = 2\pi R/n$:

$$L_z = |\mathbf{L}| = |\mathbf{r} \times \mathbf{p}| = Rp = R\frac{h}{\lambda} = \frac{Rh}{2\pi R/n} = \frac{nh}{2\pi} = n\hbar$$

Mai sus am folosit faptul că vectorii de poziție $\mathbf{r}$ (măsurată din centrul atomului) și impuls $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ ai electronului sunt perpendiculari între ei și situați în planul xy (de aceea momentul cinetic $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ este un vector orientat în direcția verticală z). Am notat cu $\hbar = h/2\pi$ *constanta redusă a lui Planck.*

Să calculăm viteza v a electronului pe orbită, egalând forța centrifugă (discutată și în secțiunea 85) cu cea de atracție electrică:

$$\frac{mv^2}{R} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{R^2} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 mR}}$$

unde m este masa electronului, e sarcina electrică elementară (sarcina protonului) iar ϵ_0 este constanta de permitivitate electrică.

Mai departe folosim relația $2\pi R = n\lambda$ pentru orbitele alese de electron în modelul Bohr și obținem:

$$2\pi R = n\lambda = n\frac{h}{p} = n\frac{h}{mv} = \frac{nh}{m}\sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0 mR}{e^2}}$$

Rezolvând ecuația de mai sus, obținem raza orbitei n:

$$4\pi^2 R_n^2 = \frac{n^2h^2}{m^2}\frac{4\pi\epsilon_0 mR_n}{e^2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{R_n = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi me^2}n^2}$$

Dacă am înlocui în formula de mai sus constantele ce apar, am obține pentru primele orbite valori de ordinul dimensiunii atomului $R_1 \approx 10^{-10}$m, ceea ce înseamnă că ne aflăm pe drumul cel bun.

Energia electronului este o sumă dintre energia cinetică și cea potențială. Pentru aceasta din urmă scriem direct forma ei, fără s-o mai deducem (relația se găsește în secțiunea 128, iar o formă asemănătoare în secțiunea 84, pentru energia potențială gravitațională). Obținem energia E_n a electronului:

$$E_n = \frac{mv_n^2}{2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{R_n} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{2R_n} = -\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2}\frac{1}{n^2}$$

Recunoaștem aici formula pentru nivelurile de energie introdusă în secțiunea 97, din care iese și valoarea constantei $Ry = me^4/(8\epsilon_0^2 h^3 c) \approx 1,1 \cdot 10^7 m^{-1}$. Vedem cum constanta Ry este o combinație de constante deja cunoscute.

De remarcat că energia totală este negativă, ceea ce înseamnă că electronul este legat de atom. La valori mari ale lui n, raza orbitei devine mare, iar energia se apropie de zero. Electronul se îndepărtează de nucleul atomului și devine din ce în ce mai liber, dar nu complet (dacă ar fi liber, energia lui ar fi pozitivă).

Remarcabil însă, aceeași relație a lui de Broglie între impuls și lungimea de undă a fost menționată în secțiunea 96 și pentru impulsul *fotonului* și lungimea sa de undă! Cu alte cuvinte, atât electronul (descris de unda sa pilot) cât și fotonul (descris de undele electromagnetice) au aceeași relație între impuls și lungimea de undă $\lambda = h/p$. Coincidența nu este o întâmplare. Un electron nu trebuie descris numai de proprietățile sale corpusculare, ci și de unele ondulatorii, așa cum ne spune unda pilot atașată.

Să recapitulăm acum principalele concluzii ale acestor prime discuții, pentru că ele ne vor fi extrem de utile în următoarele secțiuni, atunci când vom discuta esența mecanicii cuantice:

Începutul mecanicii cuantică:

- Energia oscilatorilor armonici este discretă. Diferența între aceste niveluri de energie este $\Delta E = hf$, unde f este frecvența oscilatorului.
- Lumina vine în pachete discrete de energie, a căror energie este hf, unde h este constanta lui Planck iar f este frecvența luminii. Un astfel de pachet de energie luminoasă se numește foton.
- Stările de energie ale atomului de hidrogen sunt de asemenea *discrete*, cuantificate, determinate de energia electronului pe anumite orbite pe care electronul le preferă.
- Emisia și absorbția de lumină (de fotoni) de către un atom de hidrogen are loc atunci când electronul suferă o tranziție de la o orbită la alta. Atomii emit sau cedează fotonii câte unul, niciodată doi deodată.
- Electronul are atașată o undă pilot, a cărei lungime de undă este dată de impulsul său: $\lambda = h/p$. Această undă este rezonantă în atomi, acolo unde perimetrul orbitei este un număr întreg de lungimi de undă.

99. Unda de probabilitate a fotonului

Iată-ne ajunși în miezul problemei, la primul postulat al mecanicii cuantice. Esența lui apare combinând două lucruri: *unda pilot* a electronului (discutată în secțiunea precedentă) și *experimentele de interferență* cu electroni. Vom începe însă cu cazul fotonilor, și nu al electronilor, pentru a introduce experimentele de interferență așa cum sunt ele cunoscute din optică, urmând ca apoi să discutăm aceleași experimente pentru electroni.

Să considerăm, de-a lungul acestei secțiuni, o undă electromagnetică plană în vid. Și, pentru a simplifica și mai mult problema, să presupunem că frecvența ei este constantă și că apare în domeniul vizibil, adică avem de-a face cu o *undă luminoasă monocromatică*. Așa cum am discutat în secțiunea 38, câmpul electric al undei luminoase oscilează fantastic de repede, cu frecvențe de milioane de miliarde de ori pe secundă (10^{14} Hz), bzzzzzzzz... În practică, nici ochiul nostru și deocamdată nici un detector modern nu pot urmări această vibrație în timp real. Ceea ce percepem noi este *amplitudinea* vibrației, sau mai bine zis intensitatea luminii, care nu este altceva decât pătratul amplitudinii vibrației câmpului electric.

În secțiunea 38 am introdus *interferența* între două unde luminoase. Ea se înțelege cel mai ușor dacă cele două unde sunt coerente, ceea ce înseamnă în termeni simpli că ele trebuie să fie *sincronizate* între ele. Sincronizarea se realizează în practică generând cele două unde cu aceeași sursă de lumină. În acest caz putem separa sursa în două unde și le lăsăm să interfereze mai apoi pe o placă fotografică (vezi figura 9.13).

Odată ce două unde luminoase coerente (sincronizate una cu alta) și de aceeași intensitate se întâlnesc (interferează), are loc un fenomen special. Astfel, într-un punct oarecare de pe placa fotografică, câmpurile electrice ale celor două unde pot vibra în *antifază*, una bzzzzzzzzzzz, alta bzzzzzzzzz, însă exact în opoziție. În felul acesta ele se anihilează *în orice moment de timp*, iar câmpul electric total din acel punct este mereu nul. Spunem atunci că avem *interferență distructivă* (vezi și figura 4.14).

Situația este cât se poate de bizară, să recunoaștem. Avem două raze de lumină ce vin într-un punct, fiecare cu câmpul ei electric oscilator: bzzzzzzzz, de milioane de miliarde de ori pe secundă. Dar, pentru că oscilațiile câmpului electric sunt perfect în antifază, câmpul electric total (suma celor două câmpuri electrice incidente) este zero, în orice moment de timp. Intensitatea luminii este atunci și ea nulă, iar acel punct va apărea pe hârtia fotografică sau în detectorul digital ca un punct întunecat, negru. În final, ansamblul acestor puncte de pe o placă fotografică definește zonele ce apar *întunecate* în franjele de interferență.

La fel de bine însă, cele două câmpuri electrice pot oscila și *în fază*, într-un alt punct de pe placa fotografică. În acest caz avem o undă similară cu cele două incidente, dar cu o amplitudine dublă a oscilației câmpului electric și vorbim de *interferență constructivă* (vezi și figura 4.14).

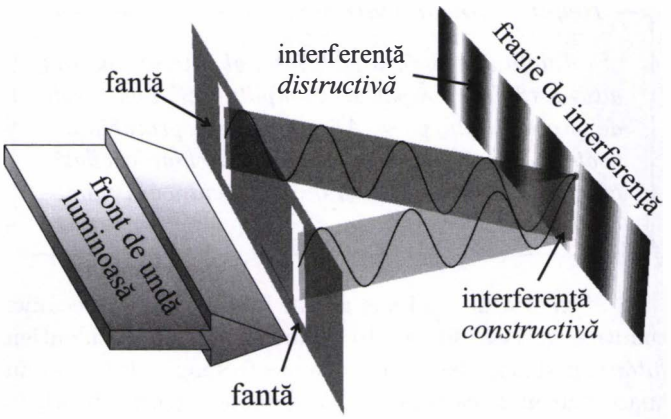

Figura 9.13: *În figură sunt exemplificate franjele de interferență în experimentul lui Young, ca și în figura 4.13. Din stânga vine o undă luminoasă care este apoi separată în două unde, cu ajutorul unor fante. În continuare, cele două unde (ce sunt acum sincronizate una cu alta) interferează pe un ecran, aflat în dreapta imaginii. În figură este exemplificată numai interferența constructivă într-un singur punct de pe ecran, cele două unde ajungând în fază la acel punct, în orice moment de timp (chiar dacă ambele unde oscilează în timp, sincronizarea în fază se păstrează). În alte puncte de pe ecran cele două unde vor interfera distructiv, ajungând în antifază. Succesiunea astfel formată din zone luminoase și întunecate poartă numele de franje de interferență.*

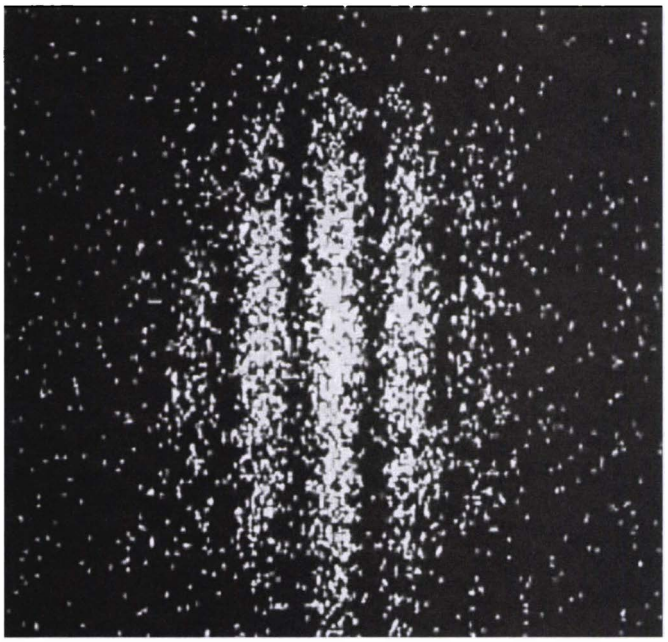

Figura 9.14: *O imagine de difracție a luminii monocromatice (o singură culoare) obținută cu un aparat de fotografiat digital CCD îmbunătățit, capabil să detecteze impacturile individuale ale fotonilor (punctele albe din imagine), rezultată în urma unui experiment asemănător celui din figura 9.13. Mulțimea de puncte formează cinci linii verticale albe, care nu sunt altceva decât zonele luminoase ale franjelor de interferență. Imaginea este obținută punând o intensitate minimă a sursei de lumină și așteptând fotonii să cadă pe detector unul câte unul, ca picăturile de ploaie. Astfel se vede cum fotonii cad mai mult în zonele luminoase, însă ei ajung și în celelalte zone. Aceasta înseamnă că imaginea poate fi interpretată ca o undă de probabilitate a apariției fotonului. Imagine reprodusă cu permisiunea autorului din articolul „Wave-particle duality of light for the classroom" de A. Weis, apărut în revista* Swiss Physical Society.

Ansamblul acestor puncte va genera *zonele luminoase* ale franjelor de interferență.

Experimentele de interferență cu lumină ne sunt familiare în viața de zi cu zi. Astfel, am văzut că cea mai simplă imagine de interferență se obține întinzând palma strânsă în fața unei surse puternice de lumină. Atunci, privind de aproape, vom distinge linii negre subțiri între degete, paralele cu acestea, care nu sunt altceva decât *franjele de interferență*.

În secțiunea 38 am detaliat experimentul lui Young de difracție a luminii monocromatice (o singură culoare), în care el a ales să separe unda luminoasă inițială în două unde cu ajutorul a două *fante* (vezi figura 9.13). În acest caz, lumina este lăsată să treacă simultan prin fante, care nu sunt altceva decât două orificii mici situate la o distanță comparabilă cu lungimea de undă a luminii. După trecerea prin orificii, avem de-a face cu două unde coerente (sincronizate), pentru că ele provin de fapt de la aceeași sursă. Fiind coerente, aceste unde vor interfera și vor crea *franje de interferență* pe un ecran situat la o distanță oarecare.

Să îmbunătățim acum experimentul și să punem în loc de ecranul lui Young un aparat de fotografiat digital, foarte modern și performant, care poate capta *fotonii individuali*. Aceștia reprezintă pachete discrete de energie a câmpului electromagnetic, așa cum am văzut în secțiunea 96. Un singur atom din detector va primi deci un singur astfel de pachet, un foton.

Dacă am reduce intensitatea luminoasă a undei inițiale la exact un foton, adică precis minimul de energie al unui pachet de lumină, atunci trebuie ca fotonul să fie preluat de un singur atom al detectorului. Consecința? Am vedea acel foton ca pe un singur punct, ca pe *un singur pixel* pe camera digitală, exact acolo unde se află atomul din detector care a absorbit fotonul.

Ce se întâmplă apoi dacă vom *crește* încet intensitatea luminoasă din experimentul nostru modern de interferență și așteptăm suficient de mult să privim *unde* ajung următorii fotoni la aparatul de fotografiat digital? Desigur, în acest caz avem mai mulți fotoni, mai multe pachete de energie și fiecare dintre ele va fi absorbit de câte un atom al camerei digitale. Vom avea atunci lumina detectată răzleț când de un pixel, când de altul, ca niște puncte luminoase în întuneric, ca niște „purici" în imaginea ce începe să se formeze, aruncați pe ici pe colo (vezi figura 9.14).

Dacă acum creștem și mai mult intensitatea luminoasă, în așa fel încât să avem miliarde de miliarde de fotoni, atunci desigur că trebuie să observăm figura *franjelor de interferență* cu care suntem obișnuiți. La tranziția aceasta dintre puțină lumină (câțiva fotoni) la miliarde (lumina clasică) există regimul care ne interesează, există poarta către mecanica cuantică. De ce? Să ne imaginăm, aici pornim cu câțiva fotoni răzleți (când este puțină lumină)

recepționați ca niște puncte pe imagine, însă în timp numărul crește, ca și distribuția lor. Odată ce creștem intensitatea luminoasă, ne așteptăm să găsim mai mulți fotoni acolo unde vom avea mai târziu *zonele luminoase* ale franjelor de interferență și mai puțini fotoni în zonele care vor apărea întunecate.

Rezultatul este cu adevărat special. Atunci când intensitatea luminii este mai scăzută (dar nu foarte scăzută), observăm impactul punctiform pe ecran al fiecărui *foton*, ca pe o ploaie de picături. Apoi însă, acolo unde franjele de interferență vor fi luminoase, vom vedea în timp *mai mulți* fotoni, iar acolo unde sunt întunecate, aproape nici unul. Aceasta este ceea ce ne așteptăm să observăm în experiment, și aceasta este și ceea ce se observă într-adevăr (vezi figura 9.14)!

Nu cu mulți ani în urmă aceste fotografii au putut fi făcute și ele confirmă comportarea descrisă mai devreme: așteptând puțin mai mult, vedem cum fotonii cad unul câte unul, în zone diferite ale ecranului. În timp însă, încetul cu încetul, observăm cum ei cad mai mult în zonele luminoase ale franjelor de interferență și mai puțin în cele întunecate. Să observăm însă acum că zonele albe ale franjelor au avut interferență *constructivă*, și că acolo oscilația câmpului electric este maximă (intensitatea luminii este maximă). Invers, în zonele întunecate, oscilația câmpului electric a fost mai mică, de aceea am văzut mai puțini fotoni acolo.

Am putea spune că unda electromagnetică a luminii (oscilația câmpului electric) este de fapt o *undă de probabilitate* pentru fotoni. Acolo unde amplitudinea oscilației câmpului electric este mai mare (zonele luminoase), acolo vom găsi mai mulți fotoni, iar unde este mai mică (zonele întunecate), mai puțini fotoni. Să observăm că *nu* valoarea câmpului electric într-un punct anume determină această probabilitate, ci *amplitudinea oscilației.* Cu alte cuvinte, câmpul electric poate trece prin valoarea nulă în timpul oscilației, căci este mărimea oscilației (amplitudinea) cea care determină câți fotoni găsim acolo.

Desigur, relația de probabilitate ar trebui determinată cu exactitate experimental. Cum însă am ales lumină *monocromatică*, frecvența f a luminii este constantă și deci energia fiecărui foton este de asemenea constantă (fiind $E = hf$). Folosind legea de conservare a energiei, bănuim că probabilitatea de a găsi un foton într-un anume loc este proporțională cu cantitatea de *energie* luminoasă în acel punct.

În electromagnetismul clasic, energia este însă dată de intensitatea luminii I. Ea este proporțională cu *pătratul amplitudinii* A a oscilației câmpului electric $I \approx A^2$ și deci tot așa va fi și probabilitatea de a găsi un foton acolo $p \sim I \approx A^2$. Folosind redefinirea câmpului electric al luminii ca o *undă de probabilitate* pentru foton, vedem că probabilitatea p de a găsi fotonul într-un loc sau altul este dată de pătratul amplitudinii A a undei de probabilitate $p \sim A^2$. Observația este extrem de utilă, așa că merită s-o repetăm:

> ***Regula probabilităților:***
>
> *Probabilitatea p de a găsi fotonul într-un loc sau altul este dată de pătratul amplitudinii undei sale de probabilitate $p \sim A^2$. Unda de probabilitate poate fi considerată pentru început chiar oscilația câmpului electric, pentru o undă luminoasă monocromatică.*

În afirmația de mai sus găsim fundamentele mecanicii cuantice, și iată de ce. În primul rând, aici evidențiem *fotonul* mai degrabă decât unda electromagnetică. Fotonul apare mai mult ca o *particulă*, detectată (prin absorbție) de un atom sau altul al detectorului. Acestei particule (fotonul) îi este atașată o *undă de probabilitate*, care ne spune care este șansa ca particula (fotonul) să „aterizeze" (să fie găsită) într-un loc sau altul. În cazul fotonului, unda de probabilitate poate fi aleasă pentru început oscilația câmpului electric al undei electromagnetice deși, cum vom vedea mai târziu, alegerea corectă este diferită.

Pentru că am schimbat puțin unghiul de vedere, ar fi util să reconstruim elementele *undei de probabilitate* în cazul luminii monocromatice în vid. Pentru aceasta, să ne readucem aminte că un foton de frecvență dată f are energia $E = hf$. În plus, dacă privim fotonul ca pe o particulă, teoria relativității ne dă și impulsul lui, așa cum am discutat în secțiunea 96. Acolo am văzut că impulsul fotonului (acum o particulă) trebuie să fie $p = E/c = hf/c = h/\lambda$, iar masa de repaus a fotonului trebuie considerată *nulă*, pentru că fotonul este constrâns să se miște mereu cu viteza luminii (vezi figura 9.15).

Să inversăm aceste relații și să calculăm lungimea de undă λ și frecvența f a undei de probabilitate (unda electromagnetică) din energia E și impulsul p al fotonului. Unda de probabilitate a fotonului în mișcare rectilinie și uniformă este atunci o *undă electromagnetică* plană, a cărei frecvență este $f = E/h$ și lungime de undă $\lambda = h/p$,

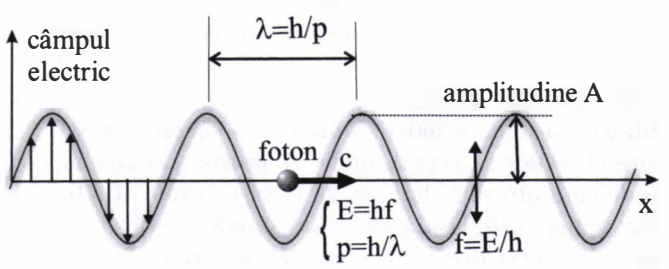

Figura 9.15: *O undă electromagnetică monocromatică în vid reprezintă un ansamblu de pachete de energie (fotoni) $E = hf$. În figură este reprezentată oscilația de frecvență f a câmpului electric al undei la un moment dat, care poate fi interpretată ca o undă de probabilitate pentru fotoni. Probabilitatea este proporțională cu intensitatea oscilației $I = A^2$, care este o constantă în timp și spațiu, pentru că oscilația este sinusoidală. Deoarece amplitudinea A are aceeași valoare în toate punctele din spațiu (câmpul electric variază instantaneu, dar amplitudinea oscilației nu se schimbă), un foton poate fi găsit cu aceeași probabilitate în toate pozițiile x. Energia unui foton este hf, iar impulsul lui este $p = h/\lambda$.*

unde E este energia fotonului și p impulsul său. Să observăm că relația aceasta pentru fotoni este identică cu relația lui de Broglie pentru electroni, introdusă în secțiunea precedentă, lucru care nu este de ici, de colo...

De ce am schimbat unghiul de vedere? Pentru că de acum încolo vom vorbi mai degrabă de *particule*, cărora trebuie să le construim undele de probabilitate, iar aceste relații se vor dovedi foarte utile. La baza tuturor contrucțiilor vom începe cu particule care se mișcă rectiliniu uniform cu un impuls constant p și energie E de asemenea constată. Undele de probabilitate ale acestor particule vor fi unde *plane*. Rezultatul e important și merită să fie subliniat:

Unda plană de probabilitate

Pentru o particulă în mișcare rectilinie uniformă cu impulsul constant p și energia E, unda sa de probabilitate este o undă plană ce se deplasează în direcția particulei. Ea are lungimea de undă λ și frecvența f date de relațiile:

$$\lambda = \frac{h}{p}; \qquad f = \frac{E}{h}.$$

În finalul secțiunii să facem câteva observații importante. În primul rând, în noua interpretare, fotonul este văzut ca o *particulă*. Lucrul acesta se deduce chiar din figura 4.11, acolo unde am măsurat viteza luminii cu ajutorul unui cuptor cu microunde. Să observăm din figură că zona topită din cașcaval este mai mică decât lungimea de undă a câmpului electromagnetic rezonant din cuptor. Cu alte cuvinte, fotonii ce reprezintă acest câmp pot fi considerați mai mici decât lungimea lor de undă, din moment ce ei au fost absorbiți într-o zonă mai mică decât lungimea de undă. Atunci însă, cât de mici sunt fotonii? Răspunsul este oricât de mici!

Astfel, interpretarea modernă a acestui fenomen este aceea că nu putem atribui o dimensiune fotonului, pentru că ea este o caracteristică a măsurătorii. De exemplu, fotonul poate fi privit chiar ca o particulă punctiformă, dacă îi măsurăm poziția cu precizie. Unda electromagnetică o vom asocia în acest caz undei de probabilitate de a găsi fotonul într-un loc sau altul.

A doua observație este următoarea. Dacă unui singur foton i se poate atașa o undă de probabilitate, atunci ce se întâmplă cu fotonul însuși în procesul de interferență? Unda de probabilitate (unda electromagnetică) se sparge în două la trecerea prin fante (vezi figura 9.13), dar ce face fotonul însuși? Fotonul apare acum ca o *particulă*, deci prin care fantă trece el? Așa cum vom vedea în secțiunile următoare, paradoxul apare și în cazul electronilor și el scoate în evidență *dualitatea undă-corpuscul*. Căci, cu toate că noua abordare cu fotoni pare o întoarcere la teoria corpusculară a luminii, nu este chiar așa. Fotonul poate fi privit ca o particulă, dar comportarea acestei particule nu este clasică, ci e descrisă neapărat de o undă de probabilitate (unda electromagnetică).

A treia observație o facem privind figura 9.15. Acolo am reprezentat unda de probabilitate a unui foton în vid, care a fost aleasă să reprezinte (pentru început) câmpul electric. Câmpulelectric *variază* în timp, el devenind când mai mare, când mai mic, în fiecare punct din spațiu. Probabilitatea de a găsi fotonul nu este însă dată de această valoare instantenee a câmpului electric, ci de *amplitudinea* oscilației acestui câmp, care este un număr nenul și constant în timp, chiar și atunci când câmpul electric ia o valoarea instantanee nulă.

100. Unda de probabilitate a electronului în experimentele de interferență

În secțiunea precedentă am prezentat unda luminoasă monocromatică în vid. Am văzut că ea poate fi privită ca o *undă de probabilitate* pentru poziția *fotonilor*. Discuția a urmărit în principal interferența luminii înregistrată de un aparat de fotografiat digital foarte performant, care recepționează lumina foton cu foton. Difracția este însă un fenomen general asociat tuturor undelor, nu numai luminii. Să ne întoarcem atunci la problema electronului și la unda atașată lui, pe care de Broglie a numit-o *undă pilot*.

Așa după cum am văzut în secțiunea 98, electronul are atașat o *undă pilot* atunci când se află în atom. Singurul lucru pe care l-am spus deocamdată despre unda pilot este că ea are o lungime de undă λ invers proporțională cu impulsul p al electronului $\lambda = h/p$, conform lui de Broglie (în mecanica clasică, impulsul este dat de relația $p = mv$, unde m este masa electronului și v viteza sa.)

Am văzut că electronul alege în atom acele orbite clasice pentru care unda pilot este *rezonantă*, adică lungimea sa de undă se cuprinde de un număr întreg de ori în circumferința orbitei. Cum numai anumite orbite îndeplinesc această condiție, electronul le alege în atom doar pe acestea și are în consecință stări discrete de energie.

Pentru a verifica experimental existența undei pilot, nu este atunci o idee bună să efectuăm experimente de *interferență* cu electroni, la fel ca acelea efectuate cu lumină? Nu ar trebui să construim decât două fante minuscule și să le așezăm la o distanță comparabilă cu lungimea de undă a undei pilot (vezi figura 9.16). Din păcate, această lungime de unda este foarte mică, chiar mai mică decât dimensiunea atomului, ținând cont că unda pilot este rezonantă în atomul de hidrogen. Experimentul pare imposibil de realizat, căci cine ar putea practica găuri într-un material de dimensiuni mai mici decât atomul însuși, pentru a construi cele două fante?

Cu toate acestea, așa cum ne spune relația lui de Broglie, lungimea de undă este invers proporțională viteza electronului $\lambda = h/(mv)$, deci la viteze mai mici (posibile dacă electronul este liber, în afara atomului) lungimea de undă devine mai mare. Chiar și așa construcția a două fante suficient de mici este dificilă, de aceea fizicienii au folosit la început foițe subțiri de *solide cristaline*, care au intrinsec atomii ordonați foarte exact în rețele atomice. Trecând

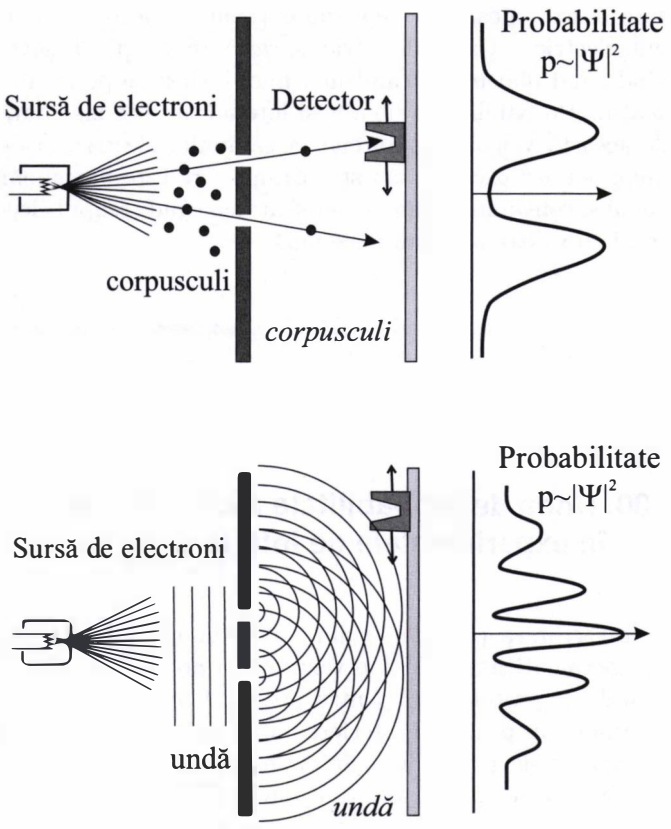

Figura 9.16: *Experimentele de interferență cu electroni, explicate principial. Electronii generați de o sursă (stânga) bombardează două fante foarte mici și apropiate, aflate la o distanță comparabilă cu lungimea de undă a undei pilot a electronului (care este aproximativ cât distanța dintre atomi). Sus avem cazul clasic, corpuscular. Aici, la trecerea de fante, se formează două fascicule de electroni. În dreapta este schițată curba de probabilitate pentru detecția electronilor. După cum se vede, ea are două maxime, corespunzătoare celor două locuri de impact. Jos este prezentat cazul cuantic. Aici vorbim de o undă pilot atașată electronului, care trece prin cele două orificii și generează franje de interferență pe un ecran, asemănător luminii. În dreapta este desenat profilul probabilității de a găsi electronul, care este acum o succesiune de maxime și minime (franjele de interferență). Experimentul validează cazul cuantic (cel de jos) și îl invalidează pe cel clasic (cel de sus): electronul nu este o bilă clasică (cazul de sus), ci este descris de o undă pilot (cazul de jos).*

prin aceste foițe, electronii vor forma de asemenea franje de interferență.

Experimentele efectuate de fizicienii americani Clinton Davisson and Lester Germer în anul 1927 pe cristale de nichel au confirmat așteptările: și *electronii formează franje de interferență*! Din experimente a reieșit de asemenea că lungimea de undă λ a undei pilot a electronilor este într-adevăr invers proporțională cu impulsul $p = mv$ al electronilor, $\lambda = h/p$, dată precis de această relație. Fizicianul de Broglie avea dreptate...

Privind figura 9.16, vom înțelege surprinderea fizicienilor atunci când au descoperit că electronii formează franje de interferență. Astfel, în partea dreaptă a figurii este prezentată probabilitatea de a găsi electronul în diferitele poziții pe ecranul de interferență. Cazul de sus este cel clasic. Aici electronul (privit ca o bilă) intră fie prin prima fantă, fie prin cea de-a doua, obținându-se două maxime, corespunzătoare celor două poziții. Cu toate acestea, rezultatele experimentale infirmă această așteptare.

Astfel, în realitate, experimentul confirmă figura de interferență din josul figurii 9.16. Aceasta însă pune probleme serioase modelului în care electronul este o bilă clasică. Cum ar putea ajunge electronul (privit ca o bilă) în mai mult de două locuri? Am putea să ne imaginăm că el se ciocnește de marginea fantei, însa atunci de ce nu a ajunge și în zonele unde probabilitatea e nulă?

Mai natural ar fi să explicăm rezultatul din partea de jos a figurii 9.16 presupunând că electronul este numai o undă, căci în acest fel figura de interferență și-ar găsi o explicație naturală. Dacă electronul este o undă, atunci de ce vedem electronul ca un punct în experimente? Este electronul o undă sau un corpuscul? Iată dilema din care trebuie să ieșim.

Mai târziu, în experimentele de interferență s-a observat că franjele de interferență funcționează asemănător celor formate de lumină: atunci când intensitatea sursei de electroni este mică, vedem cum electronii cad pe detector *unul câte unul*, ca picăturile de ploaie. La măsurători deci, electronul este o „bilă" clasică. După un timp mai lung de așteptare în experimentul de interferență cu o sursă de intensitate mică, vom vedea că electronii ajung în anumite zone cu o probabilitate mai mare decât în altele (vezi figura 9.17).

Mișcarea electronului este determinată atunci și de o undă, pentru a obține figurile de interferență, iar aceasta este unda ei pilot. Vom avea zone mai probabile pentru electroni (acolo unde unda pilot atașată electronului suferă o interferență constructivă) și zone mai puțin probabile (acolo unde interferența undei pilot este distructivă). Electronul este atât corpuscul (la detecție), cât și o undă (în procesul de interferență), iată esența *dualității undă-corpuscul*. Cum ieșim din paradox?

La fel ca în cazul fotonilor (prezentat în secțiunea precedentă), soluția este următoarea. Astfel, vom interpreta unda pilot a electronului ca pe o *undă de probabilitate* pentru electron, care ne dă *probabilitatea* de a găsi electronul într-un loc sau altul. Dacă în anumite zone interferența creează un maxim, atunci găsim acolo o grămadă de electroni, dacă interferența ne dă un minim, atunci, ghinion, nu găsim aproape nici un electron. „Ploaia" de picături (electronii) este în așa fel aranjată încât într-un loc „plouă" mai mult, în altul mai puțin, în funcție de intensitatea undei pilot, rezultată în urma interferenței. Cu alte cuvinte, unda de probabilitate ne dă *probabilitatea* de a găsi electronul într-un loc sau altul. Avem, în acest fel, o situație similară cu cea a interferenței luminii și a fotonilor.

Desigur, descoperirea faptului că unda pilot a lui de Broglie (care era rezonantă în atomi) este o undă de probabilitate pentru electroni schimbă radical punctul de vedere. Din experimentele de interferență vedem că nu mai putem considera electronul un corpuscul clasic. Dacă era așa, ar fi trebuit să obținem rezultatul prezentat în partea de sus a figurii 9.16. Cum acest lucru nu se întâmplă, comportarea electronului nu mai poate fi simplu clasică, electronul trebuie descris și de unda sa de probabilitate,

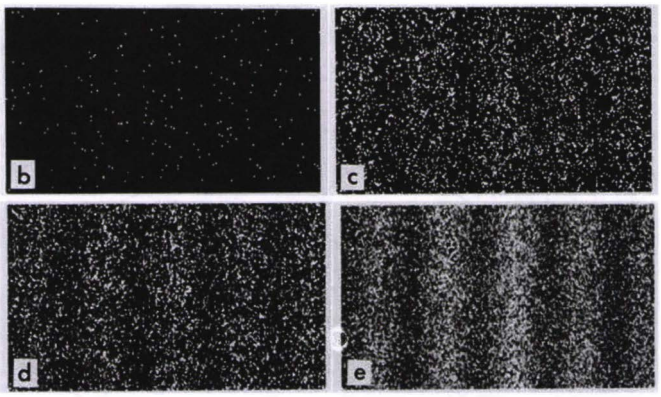

Figura 9.17: *În figură este prezentat rezultatul unui experiment de interferență cu electroni, în care sursa de electroni are o intensitate scăzută (vezi o schemă simplificată în figura 9.16, jos). La început (stânga sus, cazul a), electronii se văd căzând pe detector unul câte unul, ca picăturile de ploaie. Putem aștepta un timp mai lung și urmări căderea electronilor care pare aleatoare (cazurile b și c). În timp însă, vom vedea că electronii preferă anumite zone cu probabilitate mai mare, zone ce formează franje de interferență (cazul d). Aceasta pentru că unda pilot a electronului ce generează franjele de interferență (vezi figura 9.16) îi va „spune" electronului care este probabilitatea de a apărea într-un loc sau altul. Acolo unde interferența este constructivă (zonele luminoase din poza d) vor cădea în final mai mulți electroni, iar acolo unde este distructivă (zonele întunecate din poza d), vor cădea mai puțini electroni. Imagine reprodusă prin bunăvoința Dr. Akira Tonomura, Hitachi, Ltd., Japonia.*

cea care suferă un proces de interferență. Acesta, în sine, este o altă etapă din revoluția pe care mecanica cuantică o introduce.

Totuși, dacă rezultatele experimentelor de interferență cu lumină și cu electroni sunt asemănătoare, de ce este experimentul cu electronii cel care a dat lumea peste cap? Pentru că noi am fost obișnuiți până acum să considerăm electronul un corpuscul, o particulă pură? Pentru că am considerat că e firesc ca lumina să fie numai o undă? Experimentele de difracție ne arată că și electronul se comportă ca o undă, precum și lumina ca o particulă. Cumva, are loc o *unificare*: ambele se comportă atât ca o undă cât și ca o particulă.

Unii fizicieni interpretează rezultatele de interferență spunând că electronul este atât undă cât și particulă. Ei au introdus noțiunea de *dualitate undă-corpuscul*, pentru a sublinia paradoxul comportării cuantice a electronului. Spun ei: electronul este o *particulă*, pentru că îl detectăm numai individual. Pe de altă parte, el este o *undă*, pentru că trebuie să treacă prin ambele fante pentru a crea interferență (vezi figura 9.16). Paradoxul apare atunci când vrem să separăm cele două comportări, când ne imaginăm că electronul este fie o bilă în conductorii electrici, fie o undă în experimentele de difracție. Oscilăm între două caractere ale electronului, fără să știm cu adevărat ce este el.

Există însă și un alt mod de a raționa, care simplifică lucrurile și ne apropie de esența *dualității undă-corpuscul*. Bine, putem spune, electronul are o undă pilot atașată lui, dar ea este doar o undă de probabilitate. Unda de probabilitate trece prin cele două fante (pentru că este undă) și se împarte în două componente (vezi figura 9.16). Componentele vor interfera apoi (pentru că provin de la aceeași sursă, deci cele două unde vor fi coerente, sincronizate) și formează o figură de interferență.

În unele zone vom obține maxime, în altele minime. Electronul își va face apoi apariția mai mult în zonele maxime, pentru că probabilitatea de a fi găsit (dată de intensitatea undei de probabilitate) va fi mai mare. Cu alte cuvinte, electronul și fotonul rămân particule punctiforme (localizate) doar la măsurători, iar undele lor de probabilitate (undele pilot) le descriu comportarea între măsurători și probabilitatea de a fi găsite într-un loc sau altul. Lucrul acesta merită să-l subliniem:

Dualitatea undă-corpuscul

O particulă este descrisă între măsurători doar de unda sa de probabilitate. Unda poate suferi un proces de interferență ca orice altă undă. La o măsurătoare, vom găsi particula localizată într-o zonă sau alta, cu o probabilitate dată de unda sa de probabilitate. Acum se manifestă caracterul său corpuscular.

Felul acesta de a pune problema este nou. Oricine ne întreabă: „Bine, bine, dar ce faci cu electronii, pe unde trec ei, cât de repede merg etc." vom răspunde: „Prieteni, nu ne interesează. Noi calculăm mai întâi unda de probabilitate, evoluția sa, și apoi vom spune cu o anumită probabilitate pe unde s-ar putea găsi electronul".

Studiul electronilor devine în acest fel o teorie a undelor, mai exact a undei de probabilitate a electronilor, și o teorie statistică, adică o teorie a probabilităților. Simplu spus, în cazul experimentului de difracție, electronul este o undă între măsurători și un corpuscul la măsurători.

Așa cum am văzut, unda de probabilitate a electronului reprezintă *unda pilot* pe care fizicianul de Broglie a introdus-o, denumirea de „undă pilot" sugerând că ea ghidează cumva mișcarea electronului. Interpretarea aceasta nu este corectă, căci unda *nu* ghidează un electron care altfel s-ar mișca clasic, pentru că în acest caz nu am putea obține figura de difracție (acel electron clasic ar trebui să treacă printr-o fantă, pentru ca apoi să se întoarcă să treacă și prin cea de-a doua). Unda pilot ne spune doar *unde* poate fi găsit electronul, cu o incertitudine care a devenit astăzi un principiu, așa cum vom discuta în secțiunile ce vin (însemnând că nimeni nu poate prezice unde va fi găsit el de fapt).

De aceea, începând din această secțiune, vom denumi unda pilot a electronului *undă de probabilitate*, pentru a scoate în evidență faptul că electronul are o probabilitate de a fi găsit într-un loc sau altul (în limba engleză se spune „probability wave"). Numele ne va reaminti astfel mereu faptul că unda descrie probabilitatea de a găsi electronul.

În literatura de specialitate unda de probabilitate este denumită cel mai des *funcție de undă*, pentru a scoate în evidență un caracter chiar mai general decât cel de undă. Sperăm că, dacă vreodată veți studia fizica, veți

recunoaște această denumire. La urma urmei este o problemă de convenție, însă cumva denumirea de *undă de probabilitate* mie mi se pare că transmite în mod natural caracterul ei probabilistic și de aceea o vom folosi pe parcursul lucrării de față.

101. Caracteristicile undei de probabilitate a electronului

În secțiunea precedentă am văzut că experimentele de interferență a electronului confirmă unda pilot introdusă de fizicianul de Broglie, dar impun interpretarea acesteia ca o *undă de probabilitate* pentru electron. Prin asemănare cu fotonul (cuanta de energie a undei luminoase, discutată în secțiunea 96 și secțiunea 99), vrem să construim acum detaliile undei de probabilitate pentru un electron liber ce se deplasează cu un impuls constant $p = mv$ (unde m este masa electronului și v viteza sa) și care are o energie E constantă, fiind în mișcare *rectilinie* și *uniformă*.

Să ne aducem aminte că fotonul este descris de o undă plană de probabilitate (unda electromagnetică), având o frecvență de vibrație $f = E/h$ și o lungime de undă $\lambda = h/p$, unde p este impulsul fotonului (vezi figura 9.15) și E energia sa. Ne vom aștepta atunci ca și electronul în mișcare rectilinie și uniformă să fie descris de o *undă plană*, având relații identice pentru frecvența sa și lungimea de undă.

O undă plană este descrisă de trei elemente: *intensitatea*, *lungimea de undă* și *frecvența* sa (vezi secțiunea 38). Din experimentele de interferență știm deja că *intensitatea* undei de probabilitate dintr-un loc determină ceea ce îi spune numele, probabilitatea de a găsi electronul, la fel ca în cazul fotonilor. Cum însă unda plană are o intensitate constantă (o amplitudine constantă a vibrației), probabilitatea de a găsi electronul va fi *aceeași* în oricare punct al undei plane (vezi și figura 9.15). Rezultatul este extrem de interesant în sine, însă nu o surpriză totală. Astfel, la franjele de interferență obținem probabilități diferite pentru că unda finală este o superpoziție a două unde, corespunzătoare celor două fante. O singură undă plană are însă intensitate constantă, deci și probabilitatea de a găsi electronul va fi aceeași pentru toate pozițiile sale.

Pentru *lungimea de undă* a undei plane ce descrie un electron în mișcare rectilinie și uniformă vom considera direct propunerea lui de Broglie. Ea a fost verificată în experimentele de difracție cu electroni și ne spune că lungimea de undă este invers proporțională cu impulsul p al electronului în mișcare rectilinie și uniformă și că ea are aceeași formă ca la fotoni: $\lambda = h/p$, unde h este constanta lui Planck.

Ce valoare să alegem însă pentru pentru *frecvența* de oscilație a undei de probabilitate? Pentru lumină am văzut că frecvența f a undei electromagnetice descrisă de foton este proporțională cu energia fotonului, constanta de proporționalitate fiind chiar constanta lui Planck: $f = E/h$. Păstrând frumusețea dualismului, prin comparație cu lumina, vom folosi aceeași formulă pentru frecvența de oscilație a undei de probabilitate a electronului: $f = E/h$.

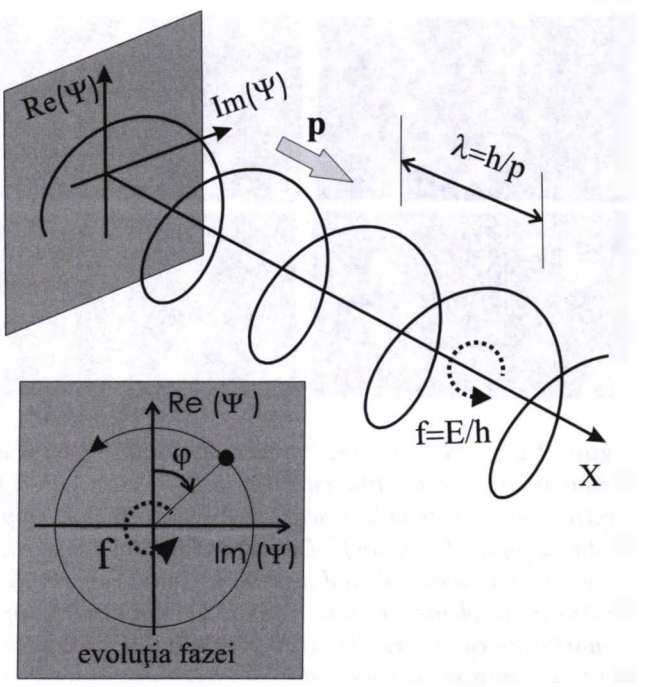

Figura 9.18: *În figura de sus este reprezentată cu linie continuă, la un moment dat t, unda plană de probabilitate $\psi(x,t)$ a unui electron în mișcare rectilinie uniformă cu impulsul p și energia E, care se deplasează în direcția x spre dreapta. De remarcat că funcția $\psi(x,t)$ este complexă, de modul constant, având forma unei spirale, dacă este proiectată pe spațiul complex (vezi și figura de jos). Lungimea de undă este dată de $\lambda = h/p$, iar frecvența de rotație a spiralei este $f = E/h$. Cele două dimensiuni în care se manifestă unda complexă a electronului (partea reală și cea imaginară a numărului complex) nu sunt spațiale. Ele sunt reprezentări matematice ale formei undelor.*

Alegerea de mai sus este cea corectă și ea are o semnificație fizică foarte profundă. Ea ne spune că unda de probabilitate a electronului liber, în miscare rectilinie și uniformă, vibrează cu o frecvență temporală care este dată direct de energia electronului E împărțită la h. Cu cât electronul este mai energetic, cu atât unda de probabilitate vibrează mai repede. Pentru valoarea energiei vom considera energia clasică $E = mv^2/2$, deși se poate alege și energia relativistă $E = mc^2$, care depinde de viteza electronului (pentru că masa electronului m depinde de viteză).

Până acum, am văzut că unda de probabilitate a electronului are aceleași caracteristici esențiale ca și ale fotonului ce descrie o undă luminoasă monocromatică în vid. Totuși, există o diferență importantă, și ea are de-a face cu forma matematică a undei plane în cazul electronului. Astfel, unda de probabilitate a electronului este descrisă matematic de o funcție *complexă*, nu de una reală. Căci, în cazul fotonului din situația exemplificată, câmpul electric era descris de un număr *real* în fiecare punct din spațiu. În cazul electronului, unda de probabilitate va fi descrisă de un număr *complex* în fiecare punct din spațiu.

Motivul fizic pentru care unda de probabilitate a electronului este complexă se leagă de faptul că electronul este încărcat cu sarcină electrică. Așa cum vom detalia în capitolul 16, simplul fapt că unda de probabilitate este descrisă de numere complexe ascunde unul dintre cele mai puternice principii ale fizicii, cel al invarianței la transformările de etalonare locale.

În secțiunea 163 vom vedea că faza acestui câmp complex poate fi privită ca un grad de libertate intern al electronului, ceea ce va face posibilă apariția interacțiunii dintre electroni. Interacțiunea electromagnetică se regăsește apoi în proprietatea electronului de a avea sarcină electrică, care nu este decât o altă formulare a faptului că electronii interacționează între ei prin intermediul forțelor electromagnetice. Cu alte cuvinte, alegând ca unda de probabilitate a electronului să fie descrisă de numere complexe, punem deja bazele interacțiunii dintre electroni, descrise de câmpul electromagnetic.

Calcul: ***Unda plană de probabilitate***

Să considerăm un electron care se deplasează *liber* într-un spațiu unidimensional de-a lungul direcției x și în sensul pozitiv al axei, fiind în mișcare rectiliniе și uniformă cu viteza v (vezi figura 9.18). Unda sa de probabilitate $\psi(x,t)$ devine o *undă plană complexă* având forma:

$$\psi(x,t) = A\exp\left[2\pi i\left(\frac{x}{\lambda}-\frac{t}{T}\right)\right]$$

Mai sus i reprezintă numărul imaginar $i=\sqrt{-1}$, A este amplitudinea undei, λ este lungimea de undă, iar T este perioada undei (toate aceste trei numere sunt reale). Proprietățile fizice ale electronului sunt introduse de relațiile:

$$\lambda = \frac{h}{p} \qquad T = \frac{1}{f} = \frac{h}{E}$$

Aici h este constanta lui Planck, $p=mv$ este impulsul electronului (m este masa sa), iar E energia electronului, ce poate fi considerată energia cinetică $E=mv^2/2$ pentru electronul liber. Funcția $\psi(x,t)$ este complexă, având o parte reală și una imaginară. Ea este reprezentată în figura 9.18.

Pentru că este descrisă de o funcție complexă, unda de probabilitate a unui electron în mișcare rectilinie și uniformă este asemănătoare unei *spirale*, spirală care reprezintă cele două dimensiuni ale numărului complex: partea sa reală și cea imaginară. În figura 9.18 este exemplificat rezultatul. După cum se observă din figură, amplitudinea undei A este în acest caz chiar *modulul* numărului complex ψ care reprezintă unda de probabilitate $A=|\psi|$. Probabilitatea de a găsi un electron este însă proporțională cu *intensitatea* undei, așa cum știm de la experimentele de difracție, deci cu *pătratul* amplitudinii oscilației, devenind $p\sim A^2=|\psi|^2$.

Dacă încercăm să calculăm *viteza de fază* a unei unde plane de probabilitate (cea care iese din oscilația undei,

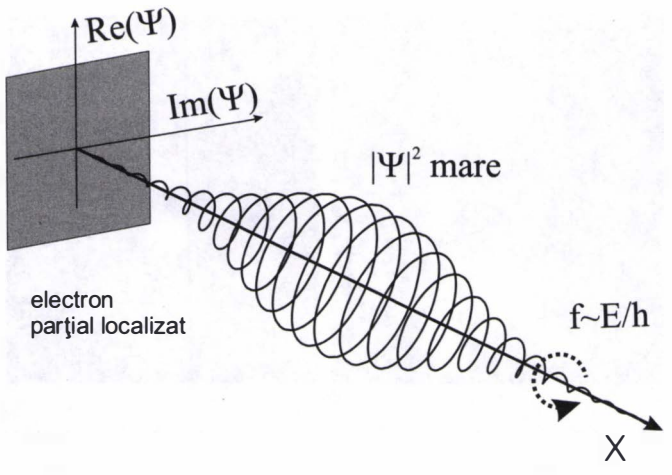

Figura 9.19: *Unda de probabilitate $\psi(x)$ a unui electron cât de cât localizat. Aici amplitudinea oscilației $|\psi(x)|^2$ este mai mare în zona din centru. Unda este reprezentată ca o spirală, pentru că ea ia valori complexe în fiecare punct al spațiului. Frecvența de rotație a spiralei este aproximativ egală cu raportul dintre energie și constanta lui Planck $f=E/h$.*

vezi figura 4.10), descriind un electron în mișcare rectilinie și uniformă cu viteza v, vom avea o surpriză neplăcută, căci ea este *diferită* de viteza v a electronului: $v_f=f\lambda=(mv^2/2)/h\cdot h/(mv)=v/2$ (am folosit aici forma simplificată a energiei cinetice a electronului liber). În consecință, viteza de fază a undei de probabilitate este diferită de viteza electronului, lucru care pare o contradicție. Cu toate acestea, observația nu este o contradicție, ci scoate în evidență foarte bine caracterul *probabilistic* al descrierii electronului.

Astfel, viteza *clasică* a electronului trebuie calculată uitându-ne la probabilitatea sa de a fi găsit într-un loc sau altul. Ceea ce ni se pare nouă că este o mișcare clasică este de fapt o evoluție în timp a distribuției de probabilitate. Pentru a scoate în evidență acest punct de vedere, să considerăm unda de probabilitate discutată până acum pentru electronul în mișcare rectilinie și uniformă. Ea este o undă plană și deci are *aceeași* amplitudine peste tot în spațiu! În acest fel, electronul se poate găsi *oriunde în spațiu*, lucru extrem de neplăcut dacă vom considera evoluția distribuției de probabilitate, pentru că ea nu se schimbă.

Interpretarea corectă a unui electron „clasic" consideră un *grup* de unde plane ce descrie electronul (vezi figura 9.19). Studiind mișcarea acestui grup de unde, și deci evoluția în distribuția de probabilitate a electronului (calculând probabilitățile să găsim electronul după un timp în altă parte), vom regăsi viteza clasică a electronului.

Unda de probabilitate pentru un electron care se mișcă rectiliniu și uniform (o undă plană) este doar un caz particular al undelor de probabilitate. Pornind de aici, să încercăm acum să construim elementele de bază ale undei de probabilitate pentru un electron într-o mișcare *oarecare*, nu numai rectilinie și uniformă.

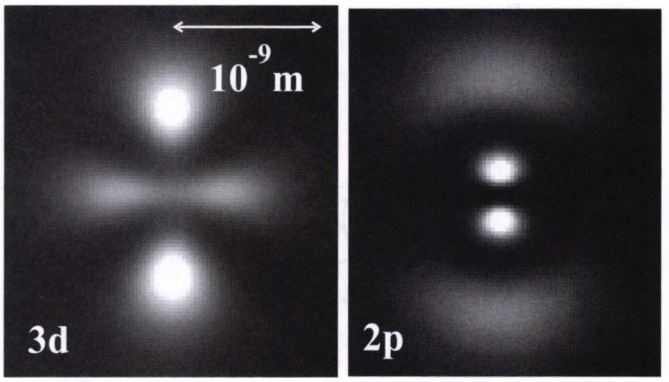

Figura 9.20: *Un exemplu al undei de probabilitate a electronului, în cazul atomului de hidrogen (nucleul acestuia se află, nedesenat, în centrul imaginii). Ea este descrisă de câte un număr complex în fiecare punct din spațiu, iar modulul acestui număr ne spune care este probabilitatea de a găsi electronul într-un loc sau altul. În figură sunt reprezentați doar doi dintre orbitalii nivelurilor energetice 3d și 2p. Zonele luminoase reprezintă o probabilitate mai ridicată pentru electroni, iar cele întunecate una redusă. După cum se vede, aceste forme aduc vag cu orbitele clasice care arată ca niște cercuri.* ©*Paul Falstad (www.falstad.com).*

Pentru aceasta, să observăm că orice funcție complexă poate fi descompusă în *unde plane*, utilizând seriile Fourier. Atunci, o undă de probabilitate generală a electronului poate avea o formă diferită de unda plană menționată mai devreme, fiind de fapt o *superpoziție* de unde plane. Matematic, soluția generală a undei de probabilitate va deveni în cazul general o funcție complexă *oarecare* $\psi(\mathbf{r},t)$, unde $\mathbf{r}$ este o poziție din spațiu și t momentul de timp. Ea poate fi deci diferită de unda plană.

Avantajul matematic al formei complexe iese la iveală dacă încercăm să aflăm probabilitatea de a găsi electronul într-un loc sau altul. Astfel, ea rămâne dată de *modulul* numărului complex din acea poziție (aceeași relație ca la unda plană). Mai precis, probabilitatea $p(\mathbf{r})$ (în termeni matematici mai exacți, densitatea de probabilitate) de a găsi electronul în poziția $\mathbf{r}$ este proporțională cu *pătratul* modulului undei de probabilitate:

$$p(\mathbf{r}) \sim |\psi(\mathbf{r})|^2$$

Să menționăm acum că, dacă vorbim despre *un singur* electron, atunci trebuie să introducem *normarea* undei de probabilitate. În esență, normarea înseamnă ajustarea intensității undei de probabilitate cu un factor constant, deoarece intensitatea undei reprezintă probabilitatea de a găsi un electron într-un loc sau altul.

Cum știm *sigur* că este un singur electron pe undeva prin spațiu (chiar dacă nu știm unde), probabilitatea însumată în tot spațiul trebuie să fie egală cu unitatea. Constanta de normalizare se alege în așa fel încât probabilitatea totală să fie într-adevăr egală cu unitatea. Alegerea conduce la apariția semnului de egalitate între densitatea de probabilitate și pătratul amplitudinii undei de probabilitate $p = |\psi(\mathbf{r})|^2$.

Calcul: ***Normarea undei de probabilitate***

Pe parcursul acestei cărți vom menționa des „probabilitatea $p(\mathbf{r})$ de a găsi electronul în poziția $\mathbf{r}$". Ceea ce înțelegem de fapt este *densitatea de probabilitate*. Astfel, amplitudinea oricărei unde de probabilitate $\psi(\mathbf{r})$ a unui singur electron o vom ajusta în așa fel încât

$$\int |\psi(\mathbf{r})|^2 dV = 1$$

Aici dV este elementul de volum după care integrăm în tot spațiul. Procedura poartă numele de *normare*. Dacă interpretăm $p(\mathbf{r})dV = |\psi(\mathbf{r})|^2 dV$ ca probabilitatea de a găsi electronul în volumul dV, atunci se spune despre $p(\mathbf{r})$ că reprezintă *densitatea de probabilitate*. Avem

$$\int p(\mathbf{r})dV = 1$$

și electronul se va găsi sigur pe undeva prin spațiu.

Să recapitulăm acum primul postulat al mecanicii cuantice, pe care l-am descoperit în această secțiune. Vom generaliza apoi postulatul la toate particulele:

Primul postulat al mecancii cuantice:

Comportarea unui electron considerat fără spin este dată de unda sa de probabilitate $\psi(\mathbf{r})$, numită și funcție de undă cuantică, reprezentând câte un număr complex în fiecare punct al spațiului. Modulul acestui număr complex ne dă probabilitatea de a găsi electronul în poziția $\mathbf{r}$ din spațiu: $p(\mathbf{r}) \sim |\psi(\mathbf{r})|^2$.

Menționam că relația precedentă este valabilă pentru electronul considerat fără spin, urmând să introducem noua proprietate (spinul) în secțiunea 108.

102. Ecuația lui Schrödinger pentru evoluția undei de probabilitate

Am văzut în secțiunea precedentă că electronul are o *undă de probabilitate* ce descrie probabilitatea de a fi găsit într-un loc sau altul. Vom generaliza rezultatul la toate particulele. Pentru foton am văzut că unda de probabilitate este dată chiar de câmpul clasic electromagnetic al undei luminoase. Am putea spune că aici, într-o primă instanță, am scăpat de probleme! Nu avem decât să calculăm unda electromagnetică ce descrie lumina, să vedem care este *intensitatea* sa, ea fiind egală cu probabilitatea

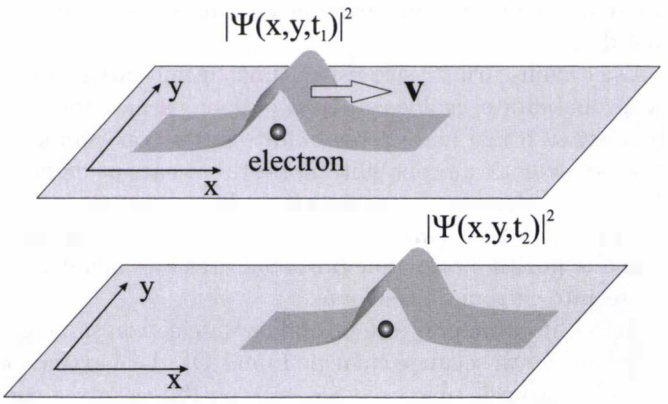

Figura 9.21: *Ecuația lui Schrödinger descrie cum evoluează în timp unda de probabilitate a electronului. În figură, amplitudinea undei de probabilitate ψ este schițată în două momente succesive de timp, pentru un electron pe o suprafață. În ambele situații avem o șansă mai mare de a găsi clasic electronul acolo unde unda de probabilitate are o intensitate mai mare: în stânga (figura de sus) și în dreapta (figura de jos). Cum amplitudinea undei de probabilitate pare că se deplasează de la stânga (sus) la dreapta (jos), tot așa vom avea și noi senzația că se va deplasa electronul. Astfel, mai întâi găsim electronul în stânga, iar apoi în dreapta, deci vom deduce clasic că el s-a deplasat de la stânga la dreapta. Cu toate acestea, am avut de-a face doar cu o evoluție a undei de probabilitate de la stânga la dreapta.*

de a găsi un singur pachet cuantic de energie, adică un *foton* într-o anumită zonă a figurii de interferență.

Se naște atunci o întrebare crucială și în cazul electronului: „Bine, bine, știm unda de probabilitate la început, dar cum va *evolua* ea în timp?" Căci fiecare undă își are ecuațiile sale de evoluție, și acesta trebuie să fie acum și cazul electronilor. Electronii nu mai pot fi descriși de modelele lui Newton, ca în mecanica clasică, ci trebuie să fie descriși de undele de probabilitate. Unda ne va spune care este probabilitatea de a găsi electronul într-un loc sau altul. Până atunci însă, trebuie să știm cum *evoluează* această undă de probabilitate.

De exemplu, pentru foton, evoluția undei de probabilitate va fi dată de *ecuațiile lui Maxwell*, din moment ce unda de probabilitate este chiar unda electromagnetică. Aici am răspuns deja la întrebare. Ce se întâmplă însă pentru electron? Cum *evoluează* unda sa de probabilitate în timp?

Pentru un electron liber, care se mișcă rectiliniu și uniform, soluția a fost menționată în secțiunea precedentă, ea fiind chiar *unda plană*. Ne interesează acum cazul general: care va fi evoluția undei de probabilitate când electronul se mișcă într-un câmp de energie potențială?

Exercițiul nu este ușor, însă un lucru e sigur: în final, comportarea electronilor trebuie să *aproximeze* comportarea clasică. Astfel, electronii trebuie să simtă puterea unui eventual câmp electric și să se miște aproximativ conform cu ecuațiile de mișcare clasice în acel câmp. Aceasta înseamnă că unda de probabilitate a electronului trebuie să evolueze în așa fel încât probabilitatea de a găsi electronul să fie mai mare tocmai pe traiectoriile clasice (vezi figura 9.21). În fond de aceea îl găsim acolo din perspectiva clasică!

Primul care a găsit o astfel de ecuație de evoluție a undei de probabilitate a fost fizicianul Erwin Schrödinger (1887-1961), în anul 1926, rezultat pentru care a și primit Premiul Nobel în 1933. Ecuația obținută de el poartă numele de *ecuația Schrödinger*. Ea este prezentată în căsuța matematică alăturată pentru cei interesați.

Calcul: *Ecuația lui Schrödinger*

Cum putem „descoperi" ecuația lui Schrödinger pentru un electron aflat într-un câmp unidimensional oarecare, în care energia sa potențială este $V(x)$? Energia potențială definește forța clasică ce acționează asupra electronului în fiecare punct x din spațiu, după relația $F(x) = -dV/dx$ (vezi căsuța matematică din secțiunea 19).

În cazul în care energia potențială este *constantă* în tot spațiul $V(x) = V$, atunci forța este nulă în orice punct, și electronul este în mișcare rectilinie și uniformă. În acest caz el este descris de o undă *plană* de probabilitate, care considerăm că are frecvența $f = 1/T = E/h$ și lungimea de undă $\lambda = h/p$ (vezi secțiunea precedentă).

Energia totală a electronului este suma energiei cinetice și a celei potențiale $E = mv^2/2 + V = p^2/(2m) + V$. De aici vm afla impulsul $p = \sqrt{2m(E-V)}$ și înlocui în formula lungimii de undă $\lambda = h/p$. Unda de probabilitate $\psi(x,t)$ se obține atunci pornind de la forma undei plane complexe:

$$\psi(x,t) = A\exp\left[2\pi i\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right] = A\exp\left[i\frac{\sqrt{2m(E-V)}x - Et}{\hbar}\right]$$

Mai sus A este amplitudinea undei, cea care ne dă probabilitatea de a găsi electronul $|\psi(x,t)|^2 \sim A^2$, iar $\hbar = h/(2\pi)$ este constanta redusă a lui Planck.

Relația precedentă este însă o soluție și *nu* o ecuație pentru mișcarea electronului. *Ecuația* pe care o căutăm trebuie să fie satisfăcută de soluția de mai sus și, pe deasupra, nu trebuie să conțină energia E în ea (pentru că E identifică deja soluția).

De aceea, să încercăm să scăpăm de E diferențiind parțial o dată în raport cu timpul t și de două ori în raport cu distanța x:

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{iE}{\hbar}\psi$$
$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = -\frac{2m(E-V)}{\hbar^2}\psi$$

Înlocuind termenul $E\psi$ din prima ecuație în cea de-a doua ecuație, obținem:

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = E\psi = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + V\psi$$

Pentru cazul în care energia potențială V nu este constantă, ci variază în spațiu $V = V(x)$, vom generaliza ecuația de mai sus sub forma:

$$\boxed{i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + V(x)\psi}$$

Ea reprezintă *ecuația lui Schrödinger* pentru evoluția undei de probabilitate $\psi(x,t)$ într-un câmp în care electronul are energia potențială oarecare $V(x)$.

În cazul în care electronul se mișcă într-un spațiu tridimensional, atunci unda lui de probabilitate va fi descrisă de o funcție $\psi = \psi(\mathbf{r},t)$, unde $\mathbf{r}$ este vectorul de poziție în spațiu. Câmpul de energie potențială va fi descris de $V(\mathbf{r})$. Față de forma unidimensională de mai devreme, ecuația lui Schrödinger se generalizează sub forma:

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + V(\mathbf{r})\psi$$
$$\nabla^2\psi = \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}$$

Proprietățile operatorilor ∇ și ∇^2 sunt detaliate și în secțiunea 209.

Ecuația lui Schrödinger reprezintă pentru electron ceea ce reprezintă ecuațiile lui Maxwell pentru foton: evoluția undei de probabilitate. O componentă a ecuației lui Schrödinger ne spune care va fi influența câmpurilor externe, iar o alta ne spune cum se schimbă în timp unda de probabilitate a electronului. În final, ecuația descrie *evoluția* undei de probabilitate a electronului *din aproape în aproape.*

Desigur, dacă vorbim de un singur electron, atunci el se va găsi undeva în spațiu, cu o probabilitate dată de amplitudinea funcției de undă. Așa cum am menționat, adunând toate probabilitățile de a găsi electronul în toate punctele universului, trebuie să obținem o valoare egală cu unitatea: practic, electronul se află sigur undeva. În termeni matematici, unda de probabilitate trebuie să fie *normată.* Dacă este așa, ecuația de evoluție a undei de probabilitate, adică ecuația lui Schrödinger, trebuie să *păstreze* normarea; la urma urmei, electronul nu dispare așa, dintr-o dată, din univers. Din fericire, ecuația lui Schrödinger păstrează unda de probabilitate normată.

Evoluția undei de probabilitate reprezintă al doilea postulat al mecanicii cuantice:

Al doilea postulat al mecanicii cuantice:

Ecuația lui Schrödinger descrie evoluția undei de probabilitate a unui electron fără spin. Ea ne asigură că unda de probabilitate rămâne normată și că probabilitatea de a găsi electronul este foarte mare pentru traiectoriile clasice.

Faptul că ecuația lui Schrödinger conduce la probabilități care aproximează mișcarea clasică este binevenit. În felul acesta avem senzația că electronul se mișcă pe traiectoriile clasice, deși el ar putea fi găsit în multe alte locuri din univers, dacă am măsura mai bine și mai des!

Esența mișcării clasice este atunci următoarea: unda de probabilitate evoluează, ceea ce face ca electronul să fie găsit cu o mai mare probabilitate într-o zonă sau alta. Această evoluție a probabilităților este cea care ne dă nouă senzația că electronul se mișcă clasic dintr-o poziție în alta (vezi figura 9.21). Faptul însă că electronul poate fi găsit și în alte poziții, acolo unde probabilitatea este nenulă, are consecințe extrem de fascinate.

Astfel, în principiu, este posibil ca un electron să fie găsit peste câteva secunde chiar pe Lună! Or, dacă extindem legea la corpurile macroscopice, este posibil ca întreg corpul nostru să se găsească în clipa următoare pe o plajă în Hawaii. Probabilitatea este matematic infimă, însă nenulă.

Cu toate acestea, deși posibil în principiu, nu este indicat să ne așteptăm la o vacanță în Hawaii conform legilor mecanicii cuantice, pentru că ar trebui să așteptăm foarte mult ca lucruul să se întâmple.

103. Cuantificarea oscilatorului armonic. Stări staționare.

Am văzut în secțiunea precedentă că ecuația lui Schrödinger se folosește la calculul *evoluției* undei de probabilitate (vezi secțiunea 102). Ea poate fi folosită nu numai atunci când un electron se mișcă de la stânga la dreapta, dar chiar și atunci când electronul este în interiorul atomilor. În plus, ecuația lui Schrödinger se aplică nu numai electronilor, dar și altor particule sau corpuri, de exemplu oscilatorul armonic.

Astfel, am mentionat că în cazul oscilatorului armonic (de frecvență constantă f) energia lui este discretă, diferența dintre nivelurile de energie fiind dată de relația lui Planck $\Delta E = hf$ (vezi secțiunea 94). Tot astfel, în cazul electronilor ce orbitează în jurul nucleului (formând un atom), energia acestora este de asemenea discretă (vezi secțiunea 98).

Se naște atunci întrebarea: dacă am folosi ecuația lui Schrödinger, am obține nivelurile de energie ale electronului pe orbitele sale, sau energiile discrete ale oscilatorului armonic, care au fost introduse în secțiunile precedente? Întrebarea este cât se poate de relevantă. Ar fi interesant de dovedit că energiile discrete ale sistemului sunt într-adevăr cele găsite deja. Dacă este așa, atunci cu atât mai mult ecuația lui Schrödinger trebuie să fie cea corectă!

Pentru început, să observăm că în cazurile enumerate (oscilatorul armomic sau electronii din interiorul atomilor), energia E totală a sistemului este constantă, pentru că sistemul este neperturbat din afară. Unda de probabilitate (a bilei în mișcare sau a electronului) este atunci *rezonantă*, pentru că vibrează cu o frecvență *constantă* $f = E/h$. Aceasta înseamnă că amplitudinea undei de probabilitate rămâne constantă în timp și doar faza se schimbă.

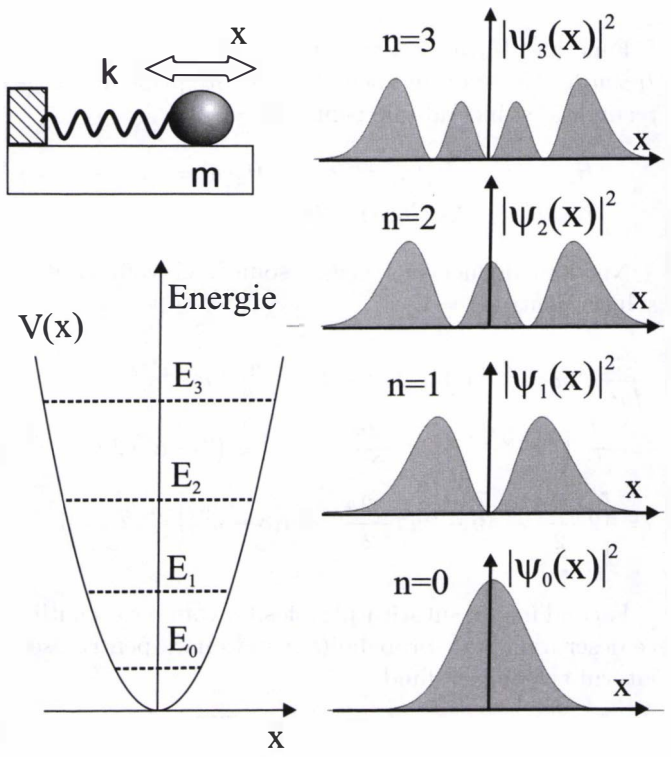

Figura 9.22: *În stânga sus este reprezentat un oscilator armonic sub forma unei bile legate de un resort ce oscilează pe frecvența f. În stânga jos sunt reprezentate cu linie discontinuă nivelurile de energie discrete ale oscilatorului. Ele sunt date de relația $E_n = (2n+1)hf/2$. Curba parabolică reprezintă energia potențială a bilei, energie ce are forma $V(x) = kx^2/2$, unde x este distanța de la poziția de echilibru. Dacă notăm cu $k = m\omega^2$ constanta elastică a resortului obținem frecvența sa de rezonanță $f = \omega/2\pi$. În dreapta sunt reprezentate undele de probabilitate staționare atașate fiecărui nivel de energie discret n. Unda de probabilitate (asociată bilei ce formează resortul) este staționară pentru fiecare nivel de energie discret, însemnând că intensitatea ei $|\psi(x,t)|^2 = |\psi(x)|^2$ este constantă în timp, având forma din figura din dreapta, deși faza ei se schimbă în timp $\psi(x,t) = \psi(x)e^{-iE/\hbar}$. După cum vedem, cu cât energia este mai mare, cu atât unda de probabilitate este împrăștiată pe o distanță mai mare de centrul oscilatorului, având însă în continuare noduri unde amplitudinea este nulă (deci unde probabilitatea de a găsi bila este nulă).*

Matematic, componenta spațială și temporală a undei de probabilitate se separă, luând forma $\psi(\mathbf{r},t) = \psi(\mathbf{r})e^{-iEt/\hbar}$. Vedem că amplitudinea undei $|\psi(\mathbf{r},t)| = |\psi(\mathbf{r})|$ rămâne constantă în timp, iar faza variază cu o frecvență dată de energia nivelului respectiv, $f = E/h$. Tocmai această formă este cea care, înlocuită în ecuația lui Schrödinger, ne spune care fi va ecuația prin care aflăm caracteristicile undei rezonante (numită și *staționară*), precum și valorile posibile ale energiei E (care vor fi, în cazurile exemplificate, discrete).

În cazul atomilor, de exemplu, rezonanța undei de probabilitate este cea care determină diversele energii *discrete* pe care le ia electronul (vezi figura 9.12). Același lucru este valabil și în cazul oscilatorului armonic format dintr-un corp de masă m legat cu un resort de un punct fix. Pentru el, se arată că nivelele de energie discrete E_n au forma:

Energiile oscilatorului cuantificat:

Un oscilator armonic a cărui frecvență de rezonanță este f are următoarele niveluri discrete de energie (aici $n = 0, 1, 2\ldots$):

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) hf$$

Energia minimă a sa este $E_0 = hf/2$.

Rezonanța undei de probabilitate este asemănătoare cu cea a corzii de chitară, deoarece amplitudinea vibrației într-un punct de pe coardă este constantă în timp (vezi figura 9.22). Și, după cum coarda de chitară formează eventuale noduri de vibrație (unde amplitudinea este mereu zero), tot așa și unda de probabilitate pentru oscilatorul armonic formează noduri. În acele noduri, probabilitatea de a găsi particula va fi mereu nulă.

Vedem că diferența dintre nivelele de energie ale oscilatorului cuantic este într-adevăr $\Delta E = hf$, așa cum spusese Planck. Ecuația lui Schrödinger descrie astfel corect nu numai evoluția unui sistem, dar și nivelurile de energie discretă pe care sistemul le poate lua, dacă ne uităm la soluțiile sale *rezonante* (denumite și *staționare*).

Să remarcăm că relația de mai sus ne aduce o surpriză, deoarece energia minimă E_0 a oscilatorului armonic nu este nulă, ci diferită de zero! Vom vedea mai târziu că această energie este responsabilă de energia minimă nenulă a vidului cuantic.

Pentru cei interesați, iată alăturat cum se folosește ecuația lui Schrödinger pentru a afla nivelele de energie discretă ale oscilatorului armonic.

Calcul: *Oscilatorul armonic cuantificat*

Să descriem împreună mișcarea cuantică a unui *oscilator mecanic*, reprezentat în figurile 9.22 și figura 2.4 sub forma unei bile legate de un resort. Mișcarea clasică a bilei a fost descrisă în secțiunea 12. Acolo am văzut că oscilația bilei in jurul punctului de echilibru (ales la $x = 0$) este desemnată prin funcția $x = x(t)$.

În mecanica cuantică nu putem ști cu precisie poziția bilei. Aici putem afla doar evoluția în timp a undei de probabilitate $\psi = \psi(x,t)$, cea care ne va da în final probabilitatea $|\psi(x,t)|^2$ de a găsi bila în poziția x la momentul t. Ecuația lui Schrödinger de evoluție a undei de probabilitate a fost introdusă în secțiunea 102:

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + V(x)\psi$$

Mai sus $\hbar = h/(2\pi)$ reprezintă constanta redusă a lui Planck, m este masa bilei iar $V(x) = kx^2/2$ este energia potențială a bilei. Constanta k este constanta elastică a resortului, și noi o vom scrie sub forma $k = m\omega^2$ unde $\omega = 2\pi f$ va fi frecvența unghiulară de rezonanță clasică a resortului.

În continuare, vom căuta soluții *staționare* ale ecuației de mai sus. Ele sunt acele soluții pentru care unda de probabilitate este rezonantă (staționară), având o amplitudine $|\psi(x,t)| = |\psi(x)|$ constantă în timp, dar o fază ce vibrează cu aceeași frecvență f în toate punctele din spațiu (asemănător unei coarde de chitară rezonante).

Ca și în cazul undei plane descrise în secțiunea 102, se arată că această frecvență este dată de *energia* bilei $f = E/\hbar$. De aceea, forma rezonantă pe care o căutăm este:

$$\psi(x,t) = e^{-iEt/\hbar}\psi(x)$$

Am folosit notația simplificată $\psi(x) = \psi(x,0)$ pentru forma spațială a undei de probabilitate. Ea este de fapt unda de probabilitate la momentul inițial $t = 0$ care ne dă și amplitudinea undei constantă în timp $|\psi(x)|$. Înlocuind soluția rezonantă în ecuația lui Schrödinger vom obține

$$i\hbar\frac{-iE}{\hbar}e^{-iEt/\hbar}\psi(x) = \\ = -\frac{\hbar^2}{2m}e^{-iEt/\hbar}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + V(x)e^{-iEt/\hbar}\psi(x)$$

Simplificând ecuația și scriind energia potențială a bilei sub forma $V(x) = m\omega^2x^2/2$ vom avea

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{m\omega^2x^2}{2}\psi = E\psi$$

Dependența de poziție $\psi = \psi(x)$ nu a mai fost scrisă explicit, așa cum vom proceda și mai jos. Pentru a rezolva ecuația, vom face substituțiile

$$u = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}x; \qquad \epsilon = \frac{2E}{\hbar\omega}$$

Ecuația pentru $\psi = \psi(u)$ ia forma simplificată

$$\frac{d^2\psi}{du^2} + (\epsilon - u^2)\psi = 0$$

Ecuația de mai sus are în principiu soluții pentru *orice* valoare a energie reduse ϵ. Soluțiile pe care le căutăm noi au o proprietate specială, anume că ele trebuie să conveargă la 0 atunci când $u \to \infty$, adică $\psi(u) \to 0$. Aceasta ne asigură că soluția descrie o bilă în jurul poziției de echilibru, deoarece atunci probabilitatea de a găsi bila la depărtare devine nulă, $|\psi(u)|^2 \to 0$.

Matematicienii au arătat că condiția de mai sus nu este îndeplinită decât de un set restrâns de energii reduse ϵ, și anume de cele care îndeplinesc relația

$$\epsilon_n = 2n + 1$$

Aici $n = 0, 1, 2\ldots$ reprezintă un număr natural. Pentru aceste valori ale lui ϵ soluțiile se vor scrie sub forma

$$\psi_n(u) \sim H_n(u)e^{-u^2/2}$$

Funcțiile $H_n(u)$ poartă numele de *polinoamele lui Hermite*. Ele se obțin unele din celelalte printr-o relație recurentă, știind valorile pentru $n = 1, 2$:

$$H_0 = 1; \qquad H_1(u) = 2u; \qquad H_2(u) = 4u^2 - 2$$
$$H_{n+1}(u) = 2uH_n(u) - 2nH_{n-1}(u)$$

Nu vom deduce aici aceste soluții, ci vom verifica soluția pentru $n = 1$.

$$\frac{d^2}{du^2}\left(2ue^{-u^2/2}\right) + \left[(2\cdot 1 + 1) - u^2\right]2ue^{-u^2/2} = \\ = \frac{d}{du}\left(2e^{-u^2/2} + 2u\frac{-2u}{2}e^{-u^2/2}\right) + \left(3 - u^2\right)2ue^{-u^2/2} \\ = \left[2\frac{-2u}{2} - 4u - 2u^2\frac{-2u}{2} + 2u(3-u^2)\right]e^{-\frac{u^2}{2}} = 0$$

Făcând înapoi substituțiile folosite, vom scrie soluțiile ce descriu unda de probabilitate staționară pentru oscilatorul armonic ca fiind

$$\psi_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2^n n!}}\left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{1/4} H_n\left(\sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}x\right)e^{-m\omega x^2/2\hbar}$$

$$\epsilon_n = 2n + 1 = \frac{2E_n}{\hbar\omega} \quad \Rightarrow \quad \boxed{E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega}$$

Pentru fiecare $n = 0, 1, 2, 3\ldots$ vom avea deci câte o soluție $\psi_n(x)$ și o energie E_n asociată ei. Soluția de mai sus conține un factor suplimentar $1/\sqrt{2^n n!}$, care are grijă de *normarea* undei de probabilitate

$$\int_{-\infty}^{\infty}|\psi(x)|^2dx = 1$$

Normarea ne asigură că probabilitatea totală de a găsi bila resortului într-un loc sau altul este egală cu 1.

O proprietate esențială a soluțiilor găsite este aceea că orice undă de probabilitate *generală* pentru oscilatorul armonic se scrie la momentul inițial $t = 0$ ca o sumă a soluțiilor $\psi_n(x)$

$$\psi(x,0) = \sum_n c_n\psi_n(x) \qquad (1)$$

Aici c_n este un set de numere complexe. Datorită acestei proprietăți, soluțiile $\psi_n(x)$ poartă numele și de *moduri de oscilație* (vezi și figura 9.22). Vedem că fiecare mod de oscilație are o frecvență de oscilație $f_n = E_n/h$ bine definită, dată de energia E_n asociată lui.

Pentru că fiecare mod de oscilație are o dependență de timp simplă $\psi_n(x,t) = e^{-iE_nt/\hbar}\psi_n(x)$ (în cazul oscilatorului armonic liber) și pentru că ecuația lui Schrödinger este liniară, evoluția undei de probabilitate generale se scrie la fiecare moment de timp t ca o sumă a modurilor de oscilație n

$$\psi(x,t) = \sum_n c_ne^{-\frac{iE_nt}{\hbar}}\psi_n(x)$$

Proprietatea de mai sus o vom folosi pe viitor. Ea ne spune că, dacă vrem să aflăm evoluția unui sistem cuantic *liber*, trebuie să descompunem soluția generală în modurile de oscilație n ale sistemului și să lăsăm fiecare mod de oscilație să evolueze pe frecvența sa de oscilație $f_n = E_n/\hbar$.

Unul dintre rezultatele cheie ale căsuței matematice precedente este relația (1). Ea ne spune că oscilatorul cuantic poate fi văzut, la orice moment, ca o *superpoziție cuantică* a stărilor sale ψ_n de energie E_n. În termenii secțiunii 213 din anexă, stările de energie bine definită ale oscilatorului formează o bază a spațiului său cuantic (numit spațiu Hilbert).

Să ne explicităm puțin. Așa cum am văzut, starea cuantică a unei particule fără spin putea privită și ca o *superpoziție cuantică* a stărilor în care ea este localizată într-un punct sau altul al spațiului (vezi figura 9.29). Fiecare astfel de stare primea câte un număr complex, de aceea unda de probabilitate $\psi(\mathbf{r})$ reprezenta câte un număr complex în fiecare punct al spațiului $\mathbf{r}$.

Același rezultat este valabil și pentru oscilatorul armonic. În plus însă, putem considera că oscilatorul armonic se află într-o stare de superpoziție cuantică a stărilor sale de energie bine definită E_n. Fiecare astfel de stare primește câte un număr complex, care a fost notat cu c_n în relația (1). Acest set de numere complexe reprezintă unda de probabilitate a oscilatorului armonic într-o altă reprezentare, cea a energiei.

Rezultatul de mai sus se dovedește general, chiar și atunci când mișcarea oscilatorului *nu mai este liberă*. Putem înțelege acest lucru privind unda de probabilitate $\psi(x,t)$ a particulei, care ne spune că particula este *întotdeauna* într-o stare de superpoziție a stărilor sale localizate, chiar și atunci când particula nu este liberă.

Tot astfel și oscilatorul nostru armonic va fi *mereu* într-o stare de superpoziție cuantică a stărilor sale de energie E_n, chiar și când asupra lui actionează forțe suplimentare. Atunci însă, numere complexe c_n vor evolua diferit față de cazul oscilatorului armonic liber, sub o formă oarecare $c_n = c_n(t)$, dată de particularitățile forțelor care acționează acum asupra oscilatorului. Acest rezultat va fi un ingredient important al modelelor noastre pentru univers, modele pe care le vom construi în capitolul 12.

104. Efectul de tunelare cuantică

O consecință directă a evoluției undei de probabilitate este *efectul de tunelare cuantică*. Astfel, din primul postulat al mecanicii cuantice (vezi secțiunea 101) deducem că o particulă se poate găsi *oriunde* se întinde în spațiu unda sa de probabilitate. Dacă ea se întinde de pe Pământ până pe Lună, atunci particula se poate găsi în următorul moment atât pe Pământ, cât și pe Lună. Sau, dacă unda de probabilitate se întinde în această cameră și în cea de dincolo de ușă, atunci particula însăși are șansa de a fi găsită în ambele locuri. Să detaliem exemplul din urmă.

În fizica clasică, dacă lovim mingea de un perete, ne așteptăm ca ea să ricoșeze mereu înapoi. În mecanica cuantică însă, mingea trebuie descrisă de o undă de probabilitate, iar traiectoria mingii trebuie descrisă de evoluția undei de probabilitate. În loc să ne imaginăm mingea îndreptându-se către perete, trebuie să ne imaginăm o undă de probabilitate care se îndreaptă către perete.

La contactul cu peretele, caracteristic undelor, o parte din undă se *reflectă* înapoi și alta este *transmisă* dincolo de perete, în camera vecină (în mod asemănător undelor luminoase care ajung la un geam, o parte se reflectă și alta se transmite mai departe). Situația este exemplificată în figura 9.23.

Raportul dintre unda de probabilitate transmisă și cea reflectată depinde de grosimea peretelui, materialul din care este făcut etc. În termeni tehnici, spunem că peretele este o *barieră de energie potențială*, sau mai simplu, o barieră de potențial pentru mingea noastră. Dacă peretele este gros, atunci unda de probabilitate a mingii care se transmite dincolo de perete este o parte mică din cea inițială, însă nu nulă. Cum unda de probabilitate ne dă tocmai probabilitatea de a găsi mingea, înseamnă că există o probabilitate infimă, dar *nenulă*, de a găsi mingea de cealaltă parte a peretelui. Dacă acest lucru se întâmplă, vorbim de un *efect de tunelare cuantică*.

Paradoxul situației iese în evidență dacă ne imaginăm procesul: lovim mingea de perete o dată, de două ori, de miliarde de ori și mingea ricoșează de fiecare dată. La un moment dat însă, atunci când ne așteptăm ca mingea să ricoșeze din nou, ea dispare pur și simplu de cealaltă parte a peretelui, fără să lase vreo urmă sau o gaură în perete. Mai mult, pentru că frecvența undei de probabilitate transmise este egală cu cea a undei incidente, atunci energia mingii de partea cealaltă a peretului (dată de frecvența undei de probabilitate $E = hf$) va fi egală cu energia sa inițială. Mingea a „trecut" prin perete *fără să interacționeze* cu el, fără să piardă energie!

Efectul de mai sus este aproape imposibil de întâlnit la scară macroscopică, dar aceasta doar pentru că *șansa* ca el să aibă loc este foarte mică, deoarece partea din unda de probabilitate care se transmite este mult mai mică decât cea care se reflectă. Situația se schimbă însă odată ce mărimea și masa mingii devin din ce în ce mai mici, ajungând la valori comparabile cu ale particulelor elementare. Așa cum vom exemplifica mai jos, efectele de tunelare cuantică ale particulelor elementare sunt des întâlnite în natură.

Un exemplu este cel al *dezintegrării alfa* (vezi figura 9.24). Aici, un nucleu se dezintegrează emițând particule alfa, care nu sunt altceva decât nuclee de heliu, conținând doi protoni și doi neutroni (anticipăm puțin structura nucleului de dragul argumentului). Cele patru particule se adună împreună în nucleul inițial deoarece se atrag, însă ele nu pot părăsi în mod normal nucleul, deoarece nu au energie suficientă pentru a învinge atracția nucleară a celorlalți protoni și neutroni din nucleu.

Particulele alfa ni le putem imagina ca niște mingi în nucleul inițial, lovindu-se de pereții nucleului precum mingea de pereții camerei noastre. Desigur, în acest caz pereții nucleului nu sunt fizici, ci virtuali, fiind dați de „marginile"

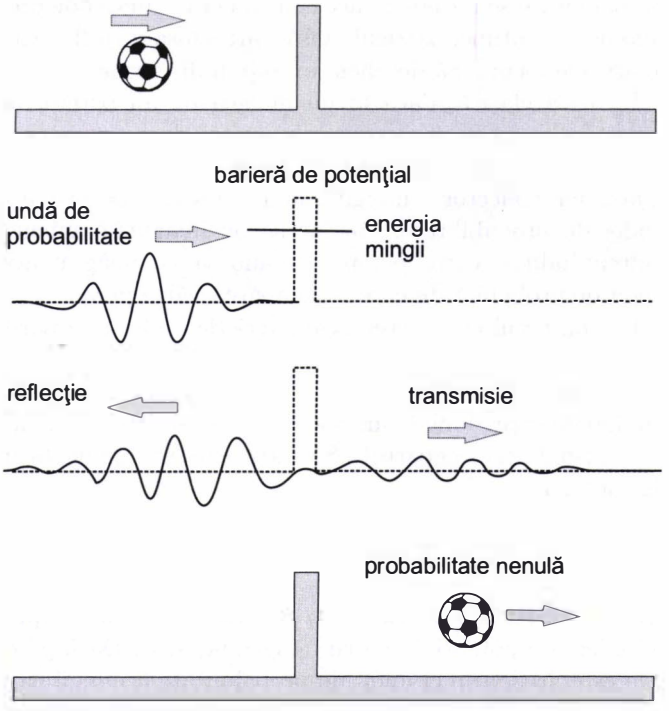

Figura 9.23: *Sus: o minge clasică ricoșează mereu de un perete. Mijloc sus: în mecanica cuantică, mingea este descrisă de o undă de probabilitate. Peretele este reprezentat printr-o barieră de energie potențială mai mare decât energia mingii, deci nu se așteptăm clasic ca mingea să treacă dincolo de perete. Unda de probabilitate se reflectă însă de bariera de potențial precum o undă luminoasă de un geam. În a treia figură vedem cum cea mai mare parte a undei a fost reflectată, însă o parte a ei a fost transmisă dincolo de bariera de potențial. De aceea mingea are o probabilitate finită de a fi găsită în dreapta barierei de potențial. De remarcat că lungimea de undă a pachetului de unde transmis (care ne dă impulsul mingii, deci energia sa) rămâne nemodificată. Dacă va fi găsită dincolo de perete, mingea va avea atunci o energie egală cu cea inițială, ca și cum ea nu ar fi interacționat cu peretele!*

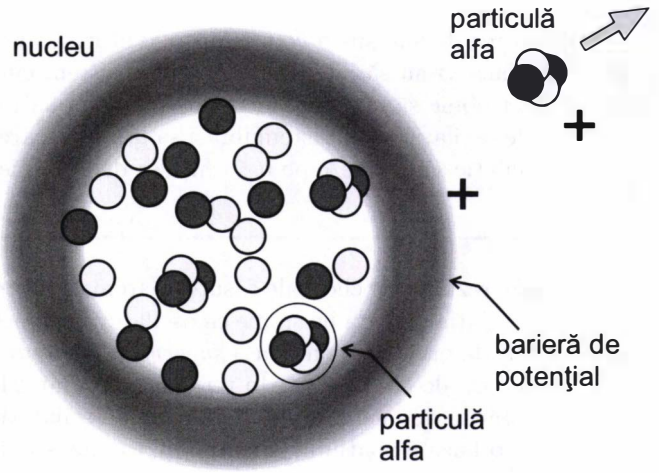

Figura 9.24: *În figură este reprezentată schematic dezintegrarea alfa. În stânga este un nucleu generic în interiorul căruia doi protoni și doi neutroni se unesc spontan, formând o particulă alfa. În mod normal, particula alfa rămâne în interiorul barierei de potențial create de forțele nucleare ale celorlalte particule. Cu toate acestea, există o probabilitate finită ca particula alfa să fie găsită în afara barierei de potențial. Când acest lucru se întâmplă, particula alfa este îndepărtată rapid de lângă nucleu datorită forțelor de respingere electrostatice dintre nucleu și particula alfa. Vorbim atunci de un eveniment de dezintegrare alfa.*

nucleului. Particulele alfa formate pentru scurt timp nu pot trece de „marginea" nucleului, pentru că nu au energia suficientă să învingă atracția nucleară exercitată de celelalte particule nucleare.

Tot așa după cum mingea noastră are o probabilitate finită de a fi găsită de cealaltă parte a peretelui (pentru că unda ei de probabilitate este transmisă parțial dincolo de perete în procesele de reflecție), la fel și particula alfa ce se lovește încontinuu de pereții nucleului va avea o șansă de a fi găsită în afara nucleului! Când acest lucru se întâmplă, particula alfa va fi *respinsă* imediat din apropierea nucleului, datorită forțelor de respingere electrostatică (protonii rămași în nucleu și cei din particula alpha au toți sarcini electrice pozitive și se resping). Avem atunci un eveniment ireversibil de dezintegrare alfa.

Un alt exemplu de tunelare cuantică este efectul de fuziune a doi protoni, care are loc în Soare. Astfel, în mod normal energia termică a protonilor din Soare nu este suficientă pentru a apropia doi protoni la distanțe mici, în așa fel încât atracția nucleară dintre ei să preia controlul, și cei doi protoni să formeze (fuzionând) nucleul de heliu. În mod normal, respingerea electrostatică dintre cei doi protoni este prea mare și nu poate fi învinsă de energia termică a protonilor la temperaturile din Soare.

Cu toate acestea, protonii ajung la distanțe suficient de mici pentru ca, din când în când, să aibă loc un efect de tunelare cuantică și cei doi protoni să se găsească mult mai aproape unul de celălalt decât le-ar fi permis energia lor termică. Atunci forța de atracție nucleară preia controlul, și cei doi protoni fuzionează. Cu alte cuvinte, strălucirea Soarelui pe cer este o dovadă indirectă a procesului de tunelare cuantică.

Efectul de tunelare cuantica este folosit astăzi pe scară largă în electronică. În diodele tunel, de exemplu, electronii pot trece printr-o barieră de potențial (o joncțiune puternic dopată) permițând funcționarea circuitelor la frecvențe foarte mari, de ordinul gigahertzilor. Unele dintre memoriile flash folosesc efectele de tunelare cuantică pentru a șterge datele stocate.

În general, se crede că tocmai efectele de tunelare cuantică sunt cele care pun o limită miniaturizării electronicii. Căci, cu cât facem mai mici circuitele integrate, cu atât scade distanța dintre componente și scad barierele de potențial dintre electronii ce circulă prin ele. La un moment dat nu mai putem miniaturiza sistemul, pentru că electronii vor trece necontrolat dintr-o parte în alta datorită efectelor de tunelare cuantică. În circuitele prezente, efectul este deja prezent într-o anumită măsură, provocând pierderi termice și încălzirea suplimentară a circuitului integrat.

105. Colapsul undei de probabilitate, sau misterul mecanicii cuantice

Am menționat în paragrafele precedente că *evoluția* undei de probabilitate a electronului trebuie să conducă într-o primă aproximație la comportarea clasică. Probabilitatea de a găsi electronul (dată de unda de probabilitate prin relația $p = |\psi(\mathbf{r}, t)|^2$) trebuie să fie mare *tocmai* pe traiectoriile clasice. Căci, deși mecanica cuantică ne învață că electronul poate fi găsit peste tot (așa cum am văzut la tunelarea cuantică), cel mai probabil trebuie să-l găsim acolo unde suntem obișnuiți: pe traiectoriile clasice.

În interpretarea undei de probabilitate însă, ecuația Schrödinger de evoluție a undei introduce o dificultate adițională. Astfel, traiectoriile clasice sunt date de valorile maxime ale probabilităților, pentru că acolo este cel mai probabil să găsim electronul. Cu toate acestea, deși valoarea maximă a amplitudinii ne asigură o traiectorie clasică a electronului, probabilitatea de a găsi electronul în alte părți din univers poate *crește* din ce în ce mai mult. Acesta nu poate fi decât un dezastru, și iată de ce.

Să presupunem că vedem un electron liber *în repaus*, într-o anumită poziție, cu o rezoluție de 1 milimetru. În acest caz, unda lui de probabilitate trebuie să aibă o amplitudine mare în acea zonă (pentru că a fost văzut acolo) și mică în rest (vezi figura 9.25, sus). Vom spune că unda de probabilitate a electronului este *localizată*.

Închidem apoi ochii și așteptăm un miliard de ani. Ce se întâmplă? În cazul clasic, electronul va fi găsit în același loc, pentru că era în repaus. În cazul cuantic, datorită ecuației lui Schrödinger de evoluție a undei de probabilitate, ea se va împrăștia, se va *delocaliza* din ce în ce mai mult.

Într-o primă instanță însă, comportarea cuantică aproximează comportarea clasică. Cum în cazul clasic electronul rămâne în același loc, în cazul cuantic maximumul amplitudinii undei de probabilitate se va găsi în aceeași poziție inițială. Aceasta înseamnă că este cel mai probabil să găsim electronul, după miliarde de ani, tot în aceeași poziție în care era la început, un rezultat care concordă cu cel clasic.

În plus însă, ecuația lui Schrödinger ne spune că unda de probabilitate a devenit în timp (după miliarde de ani) mai *delocalizată*. În acest fel, va crește probabilitatea să găsim electronul și în alte zone decât cea inițială. De dragul argumentului de față, să presupunem că vom găsi acum electronul cu o probabilitate rezonabilă într-o zonă de *câțiva metri* (vezi figura 9.25, mijloc).

Să închidem apoi *din nou* ochii și să-i deschidem după două minute. Unde vom găsi acum electronul? Am putea spune, într-o primă instanță, că a trecut foarte puțin timp, și unda de probabilitate nu a evoluat prea mult, a rămas aproximativ aceeași. Atunci vom găsi electronul, aproximativ cu aceeași probabilitate, *oriunde* într-o zonă de câțiva metri, pentru că unda de probabilitate este deja delocalizată (situația *3a* din figura 9.25).

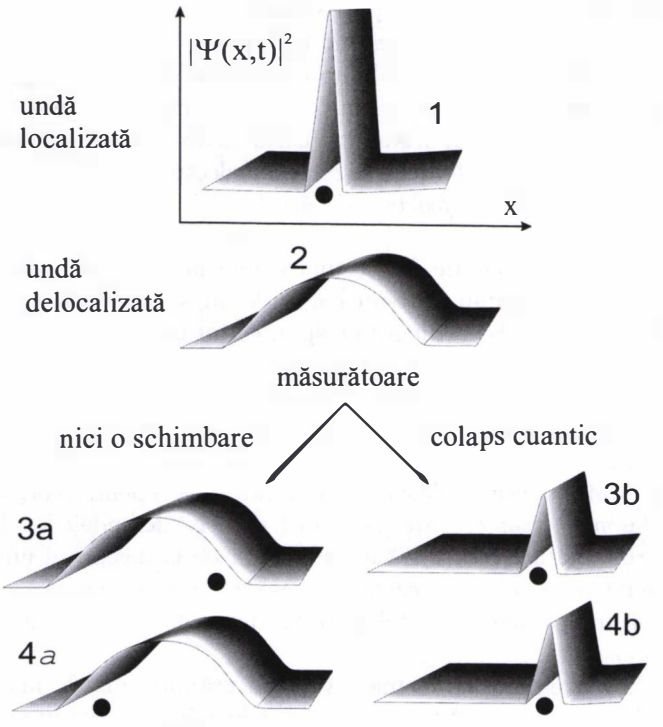

Figura 9.25: *În situația inițială (1) este reprezentată o intensitate a unei unde de probabilitate $|\psi(x,t)|^2$ pentru un electron aflat clasic în repaus. Probabilitatea de a găsi electronul este maximă în poziția din centru. În poziția (2) este prezentată aceeași undă de probabilitate care a evoluat după un timp. La acest moment (2) facem o măsurătoare. Ne așteptăm ca unda de probabilitate să nu se schimbe în cursul măsurătorii (stânga) sau să se schimbe (dreapta). Să zicem că nu se schimbă (stânga). De fiecare dată când am vrea să măsurăm poziția electronului, l-am putea găsi fie într-o parte (3a) fie în alta (4a). Acest efect „stroboscopic" nu se observă în practică. În dreapta este prezentată situația când folosim efectul de colaps cuantic la măsurătoare. Aici, după orice măsurătoare a poziției electronului, unda de probabilitate devine localizată în zona în care electronul sau obiectul a fost găsit ultima dată (situația 3b). Atunci, la o măsurătoare ulterioară (4b), electronul va fi găsit în aceeași poziție ca și ultima oară, și nu mai avem un efect „stroboscopic".*

Dacă închidem din nou ochii și-i deschidem, vom găsi din nou electronul într-o altă poziție în acea zonă de câțiva metri și tot așa (situația *4a* din figura 9.25). Vedem că, deoarece unda de probabilitate este atât de împrăștiată, *delocalizată*, vom găsi electronii „când ici, când colea", pe distanțe de metri, ca într-un joc stroboscopic de lumini!

Problema cu această observație este că un astfel de efect nu este observat în practică. În experimente, dacă găsim un electron în repaus într-o zonă localizată, peste câteva minute îl vom găsi tot acolo, și nu „ici, colea" pe distanțe mult mai mari (situația *3b* din figura 9.25).

Să observăm că efectul descris mai sus, de a detecta electronul „când ici, când colea", este de neevitat într-un univers în care sunt numai unde de probabilitate care evoluează. Nimic din ecuația lui Schrödinger nu asigură că undele vor deveni localizate în timp în urma evoluțiilor.

Din contra, undele de probabilitate se vor lărgi, se vor împrăștia, se vor *delocaliza* mai mult. De fapt, dacă evoluția undei de probabilitate (descrisă de Schrödinger) pornește de la începutul universului, acum ne-am aștepta ca unda de probabilitate a fiecărui electron să fie extrem de împrăștiată, de delocalizată, iar electronul să fie găsit succesiv în locuri *foarte îndepărtate.*

Pentru a ne face o idee, să considerăm electronul localizat într-o zonă de dimensiunea unui milimetru, la începutul universului, într-un loc unde nu sunt interacțiuni. Ecuațiile lui Schrödinger ne spun că, în timp, unda sa de probabilitate se delocalizează, ajungând până la distanțe ce depășesc dimensiunea sistemului solar. De fiecare dată când am măsura acel electron acum, l-am putea găsi oriunde în sistemul solar.

Mai rău însă, același lucru s-ar întâmpla și pentru corpurile *macroscopice*, care și ele vor fi descrise de undele lor de probabilitate cuantice care *evoluează* de la începutul universului. Evoluția aceasta este însă mai puțin dinamică pe măsură ce masa obiectelor crește, dar își face și ea simțită prezența.

De exemplu, se estimează că un grăunte mic de nisip (de aproximativ 0,01 mm) se va delocaliza pe distanțe de până la un centimetru de la începutul formării Pământului. Dacă am lua atunci o mână de nisip de pe marginea unui ocean care s-a format la început, ne-am aștepta ca grăunțele mici de nisip să fie găsite „când ici, când colea" în palma noastră, pe distanțe de un centimetru. Am simți atunci o mică mișcare cuantică aleatoare a grăunțelor, ca un fel de mici viermișori aflați în palmă. Efectul nu este observat.

Lumea noastră macroscopică pare astfel că este stabilă și continuă, lucrul confirmat și în laboratoarele cercetătorilor. Undele de probabilitate ale obiectelor create la începutul universului (electronii de exemplu) sau la începutul Pământului (grăuntele de nisip) nu par să fie foarte delocalizate, așa cum prezice ecuația lui Schrödinger.

Ce s-a întâmplat? De ce nu sunt undele de probabilitate delocalizate, căci a trecut timp destul de atunci? De ce nu observăm efectul stroboscopic la măsurători succesive?

Problema de mai sus i-a preocupat foarte mult pe fondatorii mecanicii cuantice. Deși multe soluții au fost propuse, în final soluția cea mai bizară a ajuns să fie predată pe băncile școlii. Ce spune ea? Într-o primă fază, soluția spune că unda de probabilitate evoluează conform cu ecuația lui Schrödinger.

În exemplul nostru cu electronul, dacă așteptăm un miliard de ani, unda de probabilitate a electronului se va delocaliza într-adevăr foarte mult. Deschidem apoi ochii și găsim electronul un metru mai la dreapta. În momentul respectiv însă, unda de probabilitate se schimbă *brusc*, în tot spațiul. Înainte ea fusese delocalizată. După ce noi am găsit electronul cu ochii noștri la un metru distanță, unda de probabilitate va deveni *din nou* localizată *în noua poziție.* Noua undă de probabilitate va descrie un electron aflat în jurul locului unde l-am găsit, cu o rezoluție din nou de aproximativ 1 mm (vezi figura 9.25, dreapta).

Se spune că unda de probabilitate a suferit un *colaps cuantic*, colaps cuantic indus de noi, pentru că noi am măsurat, am vrut să vedem unde era electronul. Dacă nu am fi măsurat, unda de probabilitate nu ar fi suferit un colaps cuantic și ar fi continuat să se delocalizeze pe distanța de un metru.

Se observăm acum că această propunere rezolvă problema comportării „stroboscopice" a electronului. Când vom închide ochii a doua oară, unda de probabilitate va evolua iarăși, dar de data aceasta ea va porni din noua situație inițială, unde este *deja* localizată în noua poziție. Practic, dacă deschidem din nou ochii peste două minute, vom găsi electronul în locul unde l-am văzut ultima dată (în cazul nostru un metru mai la dreapta), pentru că timpul este prea scurt și unda de probabilitate nu s-a delocalizat aproape deloc, ea a rămas localizată.

De fiecare dată când deschidem ochii și observăm poziția electronului, unda de probabilitate a electronului va avea un colaps cuantic, se va schimba brusc, se va localiza. Apoi însă, va evolua din *ultima poziție*, până la următorea măsurătoare. Dacă însă nimeni din univers n-ar măsura poziția electronului, atunci unda lui de probabilitate s-ar delocaliza pe distanțe uriașe, așa cum am amintit.

Soluția de mai sus este cât se poate de bizară, căci ea ne implică direct. Poate fi adevărat că unda de probabilitate suferă un colaps cuantic ori de câte ori noi, *oamenii*, observăm electronul? Sau că, dacă toți oamenii am închide ochii, unda de probabilitate a electronului ar evolua în sfârșit nestingherită?

Oricât de paradoxal pare, aceasta este în esență propunerea fizicienilor, care deocamdată este în acord cu *toate* experimentele. Atâta doar că fizicienii au formalizat procesul și au asociat închiderea și deschiderea ochilor unor observatori cu un proces de măsurătoare. Cu alte cuvinte, spun ei, procesul de colaps cuantic are loc la fiecare *măsurătoare* a electronului, fie ea făcută de oameni, pisici sau extratereștri. Să enunțăm deci acest al treilea postulat al mecanicii cuantice, în cazul particular al electronului:

Al treilea postulat al mecanicii cuantice:

La fiecare măsurătoare a electronului, unda de probabilitate a lui are un colaps cuantic (o schimbare bruscă). În cazul în care măsurăm poziția electronului, unda de probabilitate devine, după măsurătoare, localizată în zona în care a fost găsit electronul.

Desigur, sunt fizicieni care încearcă să înțeleagă procesul în profunzime și chiar să identifice exact în timp *când* are loc colapsul cuantic. Căci într-adevăr, *când* are precis loc colapsul cuantic al undei de probabilitate? Când fotonul care *ilumineză* poziția electronului atinge electronul pe care trebuie să-l măsoare? Când calculatorul înregistrează pe hard-disk poziția electronului? Când imaginea cu poziția electronului atinge retina? Când informația despre poziția electronului ajunge la *creierul* nostru? La toate aceste întrebări încă nu avem un răspuns satisfăcător (vezi figura 9.26).

Dincolo însă de aspectele precise ale procesului, toți fizicienii sunt de acord că procesul se observă în practică: de câte ori măsurăm poziția electronului, de atâtea ori unda lui de probabilitate suferă un colaps cuantic. Cum se întâmplă și de ce se întâmplă așa este astăzi o problemă de fizică, de filozofie și (pentru unii cercetători) chiar de

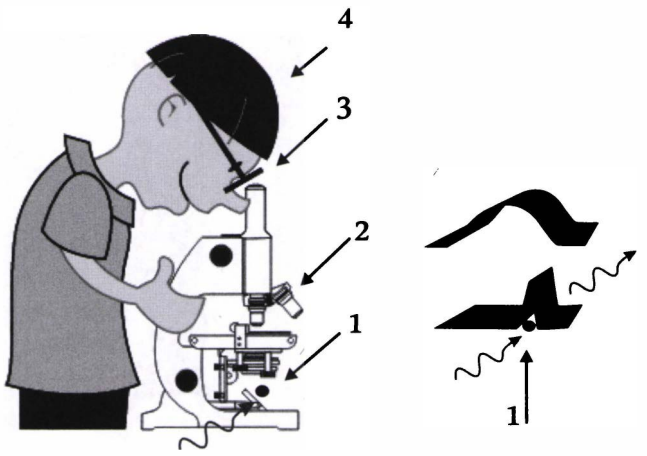

Figura 9.26: *Un observator măsoară poziția unui electron. În urma procesului de măsură, unda de probabilitate a electronului va suferi un proces de colaps cuantic, schițat în dreapta. Când are însă loc colapsul cuantic al undei de probabilitate? Când fotonul de la aparatul de măsură interacționează cu electronul (1)? Când lumina cu informația despre poziția electronului intră în aparatul de măsură (2)? Când informația ajunge la retina observatorului (3)? Când ea ajunge la creier (4)? Cei mai mulți fizicieni înclină să creadă că acest colaps cuantic are loc atunci când instrumentul de măsură interacționează direct cu electronul.*

știința neurologiei. Un lucru este însă clar: colapsul cuantic are loc la fiecare măsurătoare, și nu între măsurători! Între măsurători, unda de probabilitate evoluează *continuu* conform ecuației lui Schrödinger. La măsurătoare însă, ea suferă procesul de colaps cuantic, în așa fel încât la o măsurătoare ulterioară să se obțină același rezultat.

Să ne întoarcem acum la întrebarea simplă: „Dar ce se întâmplă de fapt cu electronul propriu-zis atunci când nu-l măsor?" „Trebuie să consider doar unda lui de probabilitate, care evoluează conform ecuației lui Schrödinger?" Mecanica cuantică modernă dă într-adevăr următorul răspuns: electronul *nu* trebuie conceput ca o bilă între momentul inițial și cel ulterior al măsurătorii, ci doar ca o *undă de probabilitate.*

În afară de faptul că el există între cele două momente, electronul nu are nici o proprietate (formă, dimensiune etc.), exceptând desigur unda lui de probabilitate care evoluează. Când vrem să vedem dacă el este într-un loc, ne „uităm" acolo, iar probabilitatea de a-l găsi e dată de unda de probabilitate. Dacă electronul este acolo, atunci unda de probabilitate suferă un colaps cuantic și devine din nou localizată, electronul cade practic „ca din cer" în acea poziție unde îl găsim.

În această interpretare electronul nu se află acolo înainte, și de fapt nici nu putem vorbi despre electron între două măsurători succesive, ci putem vorbi doar de unda lui de probabilitate care evoluează. Interesant însă, chiar și dacă nu găsim electronul în locul unde îl căutăm, unda de probabilitate tot va suferi un colaps cuantic, descriind un electron care cu certitudine nu se află în locurile unde l-am căutat!

O altă întrebare fundamentală: dacă vrem să măsurăm în ce poziție de spațiu se află electronul, unda de probabilitate ne dă direct valoarea probabilității să-l găsim într-un loc sau altul. Dar dacă ne interesează altceva, impulsul electronului sau energia, de exemplu?

Într-o primă instanță, acest lucru nu ar părea să ne deranjeze. În fond, atunci când detectăm electronul, noi de fapt obținem o „urmă" pe hârtia fotografică sau pe detectorul de siliciu, iar coordonatele spațiale ale acelei „urme" ne spun de fapt că noi am măsurat poziția electronului.

Fizicienii experimentatori au însă obiceiul să măsoare nu numai electronii înșiși, ci și alte particule ale căror mărimi pot fi *corelate* direct cu proprietățile electronului (ca energia sau impulsul electronului). Culoarea luminii e un astfel de exemplu. În unele experimente, frecvența luminii ne dă energia pe care o pierde electronul în mișcarea sa. Știm atunci *sigur* câtă energie a pierdut electronul, fără să fi detectat pe o placă fotografică electronul însuși. Ce se întâmplă în acest caz cu unda de probabilitate a electronului? Ea suferă și acum un proces de colaps cuantic, însă ce devine?

Fizicienii au și aici un răspuns precis, dar el implică o matematică superioară. Ei vorbesc de *spații Hilbert* (ele fiind spații abstracte în care se manifestă undele de probabilitate), de *vectorii* în acest spațiu Hilbert (care sunt de fapt undele de probabilitate), de *operatori* (care sunt operații ce se aplică în spațiul Hilbert și reprezintă procesul de măsurătoare), de *valorile proprii* ale operatorilor (ele fiind valorile ce se pot măsura în experiment) și de *vectorii proprii* (aceștia reprezentând unda de probabilitate după măsurătoare). Apoi atașează fiecărui tip de măsurătoare un operator și, în termeni tehnici, proiectează vectorul de undă. Pare complicat, dar este abordabil pentru oricine iubește matematica. Frumosul curs de mecanică cuantică al d-nei Viorica Florescu de la Facultatea de Fizică din București a stat mărturie. Pentru cei interesați, vom descriem și noi sumar acest proces în capitolul 23 din anexă.

În cazul general însă, se poate spune că unda de probabilitate suferă un colaps cuantic la fiecare măsurătoare, *în așa fel încât ea să descrie cu precizie valoarea tocmai măsurată în experiment*, la o măsurătoare succesivă identică.

Așa cum vom vedea mai târziu, dacă măsurăm poziția unui electron, atunci unda de probabilitate va deveni localizată după măsurătoare, iar dacă măsurăm impulsul electronului (viteza sa), atunci unda de probabilitate va deveni *plană* după măsurătoare, pentru că ea descrie un electron cu o viteză bine definită, cea tocmai măsurată. În acest fel, la o măsurătoare identică succesivă, vom măsura cu siguranță același lucru ca mai înainte. Principiul de mai sus ne asigură că nu vom avea un efect „stroboscopic" și dacă măsurăm alte proprietăți decât localizarea.

106. Superpoziția cuantică, statuia cuantică și pisica lui Schrödinger

În secțiunile precedente am văzut că electronul este descris de o undă de probabilitate, iar amplitudinea undei ne dă probabilitatea de a găsi electronul într-un loc sau altul. Așa cum am menționat, unda de probabilitate conține mai multă informație, de exemplu, cea legată de fază, care face posibilă în esență apariția franjelor de interferență. Cu alte cuvinte, unda de probabilitate este *mai mult* decât o simplă mulțime de probabilități, este un concept mai subtil.

Desigur, poate părea puțin ciudat, căci eram obișnuiți cu un electron ca o *bilă* clasică, iar acum trebuie să considerăm o *undă*. Ne putem întreba, pe bună dreptate, unde este electronul între două măsurători? Am primi însă un răspuns nesatisfăcător, căci aceasta nu este o întrebare acceptată de fizicieni! Ei spun că între două măsurători trebuie să folosim *doar* unda de probabilitate, putem să și uităm de electron, cel puțin în imaginea noastră în care el ar arăta ca o bilă. Ne vom aduce aminte de el numai când îi vom măsura poziția, când îl vom găsi într-un loc sau altul. Până atunci vorbim doar de unda de probabilitate.

Ciudățeniile mecanicii cuantice și marile ei paradoxuri încep de la observațiile precedente, dacă realizăm că mecanica cuantică descrie nu numai electronii, dar și *obiectele compuse*, mergând până la obiectele macroscopice. Un exemplu este radiația corpului negru, acolo unde oscilațiile cuantificate descoperite de Planck sunt cele ale atomilor. În acest caz, atomii întregi (cu tot cu nucleul și electronii din interiorul lor) vibrează termic în jurul poziției lor de echilibru în materiale. Vibrațiile sunt mai apoi sunt cuantificate și sunt responsabile de emisia radiației corpului negru.

Atomul este însă un sistem compus din electroni, protoni și neutroni. Cu toate acestea, el poate fi privit *ca un întreg*, a cărui mișcare oscilatorie este cuantificată, cel puțin așa ne spun Planck și radiația corpului negru. În aceeași măsură însă putem privi și un măr ca un sistem compus, ca *un întreg*, a cărui mișcare o vom cuantifica știind masa lui. Atunci și mărul va fi descris de o *undă de probabilitate* între două măsurători, și aceleași reguli ale mecanicii cuantice se vor aplica. Vedem că, dacă nu ne uităm la mărul în repaus, unda sa de probabilitate va evolua nestingherită conform legilor mecanicii cuantice. După un timp există o șansă mică, dar *finită*, să găsim mărul nu la locul lui, ci pe Lună.

Trebuie spus de la început că comportarea cuantică a obiectelor macroscopice este greu de observat în practică, deoarece evoluția undei de probabilitate e mai puțin pronunțată pentru ele (dacă le considerăm libere). Aceasta deoarece efectele cuantice sunt din ce în ce mai greu de observat dacă masa corpurilor crește. După cum am menționat în secțiunea precedentă, unda de probabilitate a unui grăunte mic de nisip abia se delocalizează pe o distanță de câțiva milimetri, dacă e să așteptăm de la începutul formării Pământului.

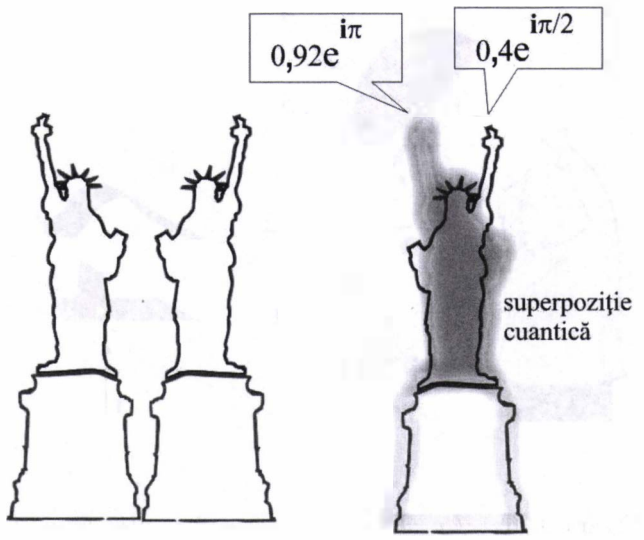

Figura 9.27: *În stânga figurii este reprezentată statuia Libertății în două posturi clasice, cu mâna dreaptă sau cu mâna stângă ridicată în sus. În partea dreaptă este reprezentată o statuie cuantică, care este de fapt o superpoziție cuantică a celor două poziții clasice. Fiecărei stări clasice i se asociază acum un număr complex, iar combinația celor două numere reprezintă unda de probabilitate a statuii.*

Cu toate acestea, mecanica cuantică se manifestă la nivel macroscopic, de exemplu, în materialele *supraconductoare*. Aici unda de probabilitate a electronilor conductori se întinde pe tot volumul cristalului supraconductor, ceea ce face ca și curentul electric să circule cu pierderi riguros nule. Comportarea cuantică a obiectelor macroscopice este foarte utilă în înțelegerea mecanicii cuantice, prin diverse exerciții de imaginație, și se prea poate ca într-un viitor mai mult sau mai puțin îndepărtat ea să fie mai prezentă în viața noastră macroscopică. Vom folosi și noi astfel de exerciții de imaginație în această secțiune, pentru a scoate în evidență mai bine paradoxurile mecanicii cuantice.

Să remarcăm mai întâi că, în toate exercițiile de imaginație, ne vom lovi de limitările experienței noastre, cele după care creierul nostru a fost „educat". Astfel, suntem obișnuiți să urmărim mișcarea unui măr și să presupunem că ea este continuă. Este normal să ne mirăm atunci când aflăm că mișcarea are loc „în salturi", în funcție de ce probabilitate are mărul de a fi găsit într-un loc sau altul.

Este bine să ne păstrăm această mirare și după un timp, deoarece ea este fără doar și poate izvor de inspirație. Căci în practică se întâmplă același lucru ca și cu alte lucruri speciale: ajungem să ne obișnuim cu ele. În același mod, tot repetând mintal experimentele cuantice, ajungem să ne obișnuim cu noile aspecte și să ni se pară normale, când de fapt ele sunt neobișnuite și extraordinare.

Când se discută despre comportarea cuantică a obiectelor macroscopice, noțiunea cea mai des întâlnită este cea de *superpoziție cuantică*. Ea este forma cea mai simplă de comportare cuantică, în mod special atunci când considerăm doar două stări clasice pe care corpul macroscopic le poate avea. De aceea să exemplificăm și noi superpoziția

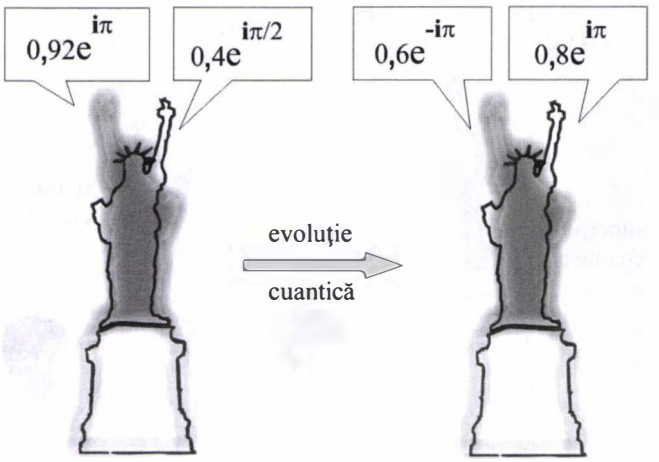

Figura 9.28: *În stânga figurii este reprezentată statuia cuantică a Libertății în starea sa inițială, descrisă de o undă de probabilitate formată din două numere complexe. În timp, cele două numere complexe se vor schimba, cu alte cuvinte unda de probabilitate va evolua, conform unei ecuații echivalente cu cea a lui Schrödinger. În dreapta este prezentată o situație ulterioară a statuii cuantice.*

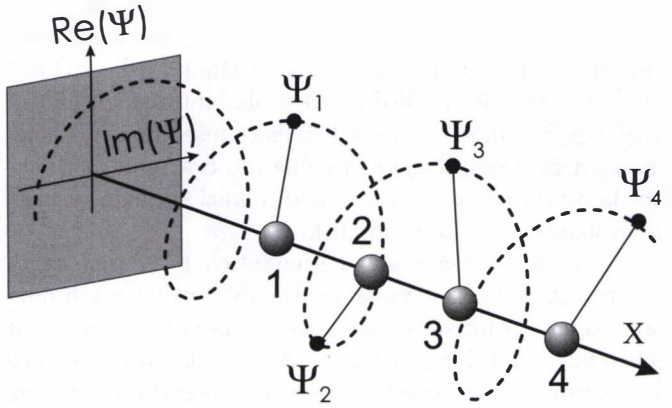

Figura 9.29: *În figură este reprezentată cu o spirală o undă de probabilitate a unui electron în mișcare rectilinie și uniformă de-a lungul axei x, ca în figura 9.18. Unda de probabilitate este o funcție $\psi(x)$, dată de câte un număr complex ψ în fiecare punct din spațiul x. Axa orizontală reprezintă pozițiile x_n ale electronului (în figură sunt reprezentate doar patru). Unda de probabilitate poate fi privită și ca o superpoziție cuantică a acestor stări clasice, fiecare stare clasică x_n având câte un număr complex $\psi_n = \psi(x_n)$ atașat ei. Electronul se află în același timp în toate pozițiile clasice x_n.*

cuantică printr-un exemplu exotic, cel al unei *statui cuantice*.

Pentru aceasta, să ne imaginăm că un artist sculptează o *statuie cuantică*, echivalentă cu cea a statuii Libertății din New York. Ea însă poate avea *două* poziții clasice, să spunem una cu mâna stângă ridicată și alta cu mâna dreaptă ridicată (vezi figura 9.27). Cum procedează artistul nostru? Mai întâi sculptează statuia cu mâna stângă ridicată, cu ciocanul și dalta. Ea este o statuie clasică și, conform mecanicii clasice, va rămâne așa până la sfârșitul universului (dacă nimeni nu vine s-o dărâme).

Apoi, sculptorul cheamă un fizician, care este în stare să cloneze informația despre statuie atom cu atom și s-o stocheze pe computer, după o metodă pentru care tocmai a luat Premiul Nobel. Fizicianul îl roagă pe sculptor să dărâme brațele statuii și să facă o statuie nouă, de data aceasta cu mâna *dreaptă* ridicată, folosind același material. Sculptorul se execută și face o statuie cu mâna dreaptă ridicată, perfect clasică. Și aceasta ar rămâne la fel până la sfârșitul universului. Numai că acum fizicianul ia câteva lasere, scrie informația copiată de la prima statuie direct pe noua statuie și, voilà, ca un magician, obține o *statuie cuantică* ce este o *superpoziție cuantică* a celor două clasice...

Ce e de fapt nouă stare a statuii? În principiu, statuia nu se poate afla, clasic, decât în două situații, cea cu mâna stângă ridicată, sau cea cu mâna dreaptă ridicată. Clasic, ea ar putea fi în oricare dintre cele două situații. Cuantic însă, ea este în *ambele* situații *în același timp*. Desigur, trebuie să formalizăm puțin mai mult descrierea, pentru a-i da substanță.

Astfel, în cazul electronului am văzut că unda de probabilitate este descrisă de câte un număr complex în fiecare punct al spațiului (vezi figura 9.29). Noi vom considera că un singur punct al spațiului corespunde unei singure situații clasice: un electron în acea poziție. În acest fel vedem că unda de probabilitate este reprezentată de câte *un număr complex* pentru *fiecare* situație clasică. Sau, cu alte cuvinte, unda de probabilitate este un set de numere complexe, câte un număr pentru fiecare situație clasică a electronului (poziția sa în spațiu).

Rezultatul este foarte important și el ne ajută să construim unda de probabilitate a oricărui sistem pe viitor. De aceea, merită să-l reamintim:

Superpoziția cuantică

Pentru orice sistem, unda de probabilitate este un set de numere complexe, câte unul atașat fiecărei stări clasice posibile. Spunem că sistemul cuantic este într-o stare de superpoziție cuantică a stărilor sale clasice, sau că sistemul cuantic este în același timp în toate stările sale clasice.

După cum vedem, și obiectelor macroscopice li se asociază unde de probabilitate. Care va fi unda de probabilitate a statuii cuantice, folosind rețeta de mai sus dedusă în cazul electronului? Ei bine, în cazul statuii cuantice, unda sa de probabilitate va conține doar *două* numere complexe, câte unul pentru fiecare stare clasică a statuii (una cu mâna stângă ridicată și alta cu mâna dreaptă ridicată).

Atunci, la fel ca ca la electron, pătratul modulului numărului complex ne va da probabilitatea de a găsi statuia cuantică într-una din cele două stări, iar faza sa va fi importantă în efectele de interferență. În termeni tehnici, spunem că statuia este într-o *superpoziție cuantică* a celor două stări clasice, după cum și electronul este într-o superpoziție cuantică a stărilor clasice (care sunt pentru el stările localizate de poziție bine definită).

De exemplu, în figura 9.27 cele două numere complexe ce definesc unda de probabilitate a statuii cuantice au fost alese $\psi_1 = 0,92e^{i\pi}$ și $\psi_2 = 0,4e^{i\pi/2}$. Probabilitatea de

a găsi statuia în prima stare clasică (mâna dreaptă ridicată) este $|\psi_1|^2 = 0,92^2 = 0,84$ iar cea de a găsi statuia în cea de-a doua clasică (mâna stângă ridicată) este $|\psi_2|^2 = 0,4^2 = 0,16$. Vedem că probabilitatea totală este $|\psi_1|^2 + \psi_2|^2 = 0,84 + 0,16 = 1$, ceea ce înseamnă că statuia cuantică va fi găsită sigur într-una din cele două stări clasice la o măsurătoare (în termeni tehnici spunem că unda de probabilitate este normată).

Acum, dacă lăsăm statuia cuantică în starea sa de superpoziție cuantică, unda de probabilitate se va schimba, va evolua, printr-o ecuație asemănătoare celei a lui Schrödinger (vezi figura 9.28). Aceasta înseamnă că cele două numere complexe (ψ_1 și ψ_2 în paragraful precedent) *se vor schimba în timp*, vor căpăta alt modul și alte faze. Procesul poate fi pus în opoziție cu statuia clasică, care ar fi rămas la fel până la sfârșitul universului.

Ce se întâmplă la o măsurătoare a statuii cuantice, atunci când primul vizitator al muzeului își aruncă privirea pe noua minune a lumii? Pentru aceasta, trebuie să facem din nou o comparație cu electronul. Astfel, pe electron îl vom găsi după măsurătoare a poziției într-un punct sau altul din spațiu (unda sa de probabilitate devine localizată). Am văzut însă cum cazul unui electron într-un punct dat este chiar situația clasică a electronului, în care el este un corpuscul cu o poziție bine definită.

În plus, unda de probabilitate a electronului suferă după măsurătoare un proces de colaps cuantic, ea *devine* localizată (vezi dreapta figurii 9.25). Cu alte cuvinte, la măsurătoarea poziției, electronul poate fi găsit într-una dintre stările sale clasice localizate (în care este un corpuscul) și, mai mult, în urma procesului de colaps cuantic, electronul ajunge instantaneu în starea clasică de corpuscul în care a fost găsit. Vom generaliza rezultatul pentru orice sistem sub forma:

Postulatul colapsului cuantic

La o măsurătoare a caracteristicii clasice a unui sistem cuantic, acesta poate fi găsit într-una dintre stările sale clasice. Mai mult, în urma procesului de colaps cuantic, sistemul ajunge instantaneu în starea clasică respectivă.

Aplicând metoda la statuia cuantică, putem spune că la o măsurătoare vom găsi statuia într-una din stările sale *clasice* (cu mâna stânga sau cu mâna dreaptă ridicată). Mai mult însă, *după măsurătoare* unda de probabilitate a statuii *va colapsa* în situația clasică în care a fost găsită statuia (vezi figura 9.30, ce trebuie comparată cu dreapta figurii 9.25 pentru electron).

Să ne imaginăm atunci ce se întâmplă când apare primul vizitator. Astfel, dacă el vede statuia cuantică în situația cu mâna stângă în sus, unda de probabilitate a statuii (cea care descria ambele stări) *colapsează* în situația în care a fost găsită statuia, cea cu mâna stângă în sus. Astfel, statuia *devine* imediat după măsurătoare, cu mâna stângă în sus, deși apoi unda sa de probabilitate va evolua din nou.

Cum însă timpul este scurt, iar masa statuii mare, evoluția este minimă. Aceasta înseamnă că un al doilea vizitator va vedea tot o statuie clasică, exact ce a văzut și primul vizitator, al treilea vizitator tot așa și așa mai

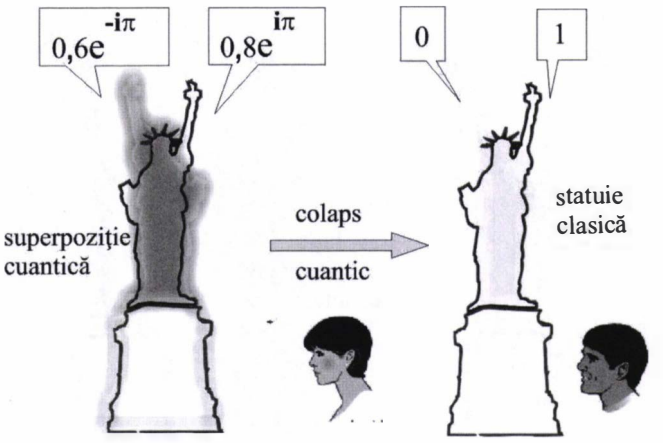

Figura 9.30: *În stânga figurii este reprezentată statuia cuantică a Libertății descrisă de o undă de probabilitate, formată din două numere complexe, la momentul deschiderii unui muzeu. Primul vizitator are șansa să vadă această unicitate mondială. Conform primului postulat al mecanicii cuantice, el va găsi statuia într-una din ipostazele sale clasice, cu niște șanse date de modulurile celor două numere complexe ce formează unda de probabilitate, adică* $0,6^2 = 0,36$ *și* $0,8^2 = 0,64$. *El are astfel o șansă de 36% să găsească statuia în prima situație, și o șansă 64% să găsească statuia în cea de-a doua situație. Să remarcăm că suma celor două probabilități este exact 100% ceea ce înseamnă că unda de probabilitate este normată. În cazul de față, observatorul găsește statuia cuantică în cea de-a doua poziție. Odată ce el se uită la statuie, unda de probabilitate suferă un colaps cuantic în starea în care a fost găsită (cea din dreapta), iar cele două numere complexe devin* 0 *și* 1. *Acum, ceilalți vizitatori vor vedea precis ce a văzut și el, adică o statuie pur clasică (dreapta figurii).*

departe. Păcat de munca primului sculptor și a fizicianului, căci nimeni nu le mai poate aprecia măiestria artei și științei lor, pentru că toți vizitatorii vor vedea statuia în poziția sa clasică în care a fost măsurată de primul vizitator.

Observația de mai sus scoate în evidență o problemă *fundamentală* a experimentatorilor: între măsurători avem o *undă de probabilitate*, care este un set de numere complexe, câte unul pentru fiecare stare clasică (pentru statuie avem două astfel de numere complexe). După măsurătoare însă găsim mereu numai o singură stare clasică, cu o probabilitate dată de unda de probabilitate (de pătratul modulului numărului complex). Cu alte cuvinte, nu putem măsura *complet* unda de probabilitate sub nici o formă directă.

Aceasta înseamnă, de exemplu, că nu putem „vedea" niciodată starea de *superpoziție cuantică* a statuii, unda sa de probabilitate cuantică. De câte ori ne „uităm" la ea, o *măsurăm*, și deci o vom găsi într-una din cele două stări clasice, niciodată în superpoziția cuantică a celor două stări. O dată într-o poziție, altă dată în alta, dar niciodată în combinația cuantică a celor două... Filozofic, spunem că Natura ne-a limitat fundamental capacitatea noastră de observație, capacitatea de cunoaștere, pentru

că, în cazul statuii, vom vedea mereu doar stările clasice, niciodată superpozițiile cuantice ale sale.

Și atunci, cum ne-am putea imagina starea de *superpoziție cuantică* a statuii? Ca un fel de combinație stroboscopică a celor două imagini? Ca un fel de suprapunere a două poze semitransparente? Creierul nostru nu își poate imagina, pentru că și el este *clasic*, cel puțin deocamdată. Matematic însă, unda de probabilitate a statuii este un ansamblu format din cele două numere complexe, asta e cam tot ce putem spune.

Fizicienii au o manieră aparte de a scrie unda de probabilitate pentru starea de *superpoziție cuantică* a unor stări clasice. Astfel, ei notează de multe ori o stare clasică între semnele „|" și „>" și așază un număr complex înaintea ei, număr ce reprezintă contribuția stării clasice în unda de probabilitate ce descrie superpoziția cuantică.

De exemplu, starea inițială de superpoziție a statuii cuantice exemplificată în Figura 9.27 se scrie:

$$0,92e^{i\pi}\,|\nwarrow\rangle + 0,4e^{i\pi/2}\,|\nearrow\rangle$$

Aici $\nwarrow$ este un simbol pentru starea clasică a statuii în care mâna dreaptă este ridicată în sus, iar $\nearrow$ este un simbol pentru cealaltă stare clasică a statuii, cea cu mâna stângă ridicată în sus. Numerele complexe ce reprezintă unda de probabilitate $\psi_1 = 0,92e^{i\pi}$ și $\psi_2 = 0,4e^{i\pi/2}$ sunt așezate în fața acestor simboluri și ele au nu numai modul, dar și fază.

O altă situație care scoate în evidență problematica *superpoziției cuantice* a fost concepută chiar de Erwin Schrödinger, cel care a găsit ecuația pentru evoluția undei de probabilitate. Schrödinger și-a imaginat o pisică închisă într-o cutie închisă. În aceeași cutie s-ar afla și un atom radioactiv. După cum se știe, atomii radioactivi se pot dezintegra aleator, în orice moment (vezi figura 9.31).

În cutie, atomul radioactiv este conectat printr-un sistem direct la un echipament de *distrugere* a pisicii (poate fi cianură eliberată, ciocan, bombă, orice). Cu alte cuvinte, dacă atomul se dezintegrează, mecanismul distructiv se va declanșa și pisica va muri. Dacă atomul nu se dezintegrează, pisica va rămâne în viață.

După ce punem pisica, atomul radioactiv și mecanismul aferent în cutie, *închidem* complet cutia, cu alte cuvinte nu ne mai uităm în cutie. După un timp însă, o vom deschide. Desigur, ne așteptăm la două posibilități: dacă atomul s-a dezintegrat pisica va fi moartă, dacă nu, pisica va fi vie.

În mod normal, scenariul de mai sus nu are nimic special. Într-adevăr, în cazul clasic, situația e simplă: la un moment dat atomul se dezintegrează, și pisica moare, sau nu se dezintegrează, și pisica rămâne în viață. Cu toate acestea, paradoxurile vin dacă începem să ne întrebăm ce s-a întâmplat în cutie, în timpul cât ea a fost închisă, din punctul de vedere al mecanicii cuantice.

Căci, în cazul cuantic, va trebui să considerăm *ambele* situații clasice și să construim o undă de probabilitate care este o *superpoziție cuantică* a celor două. Unda de probabilitate va conține *două* numere complexe, câte unul pentru fiecare stare clasică: |atom-nedezintegrat; pisică vie> și |atom-dezintegrat; pisică moartă>. Situația superpoziției cuantice este necesară, dacă ne dăm seama că

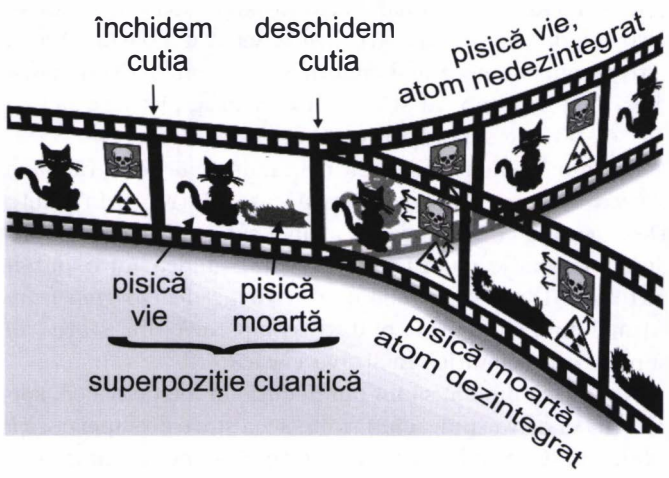

Figura 9.31: *Pisica lui Schrödinger este o pisică aflată într-o cutie împreună cu un atom radioactiv. În figură, fiecare imagine a filmului fotografic reprezintă un moment de timp din viata pisicii în cutie. Înainte de a închide cutia, pisica este în viață (partea din stânga). După închiderea cutiei (și atâta timp cât nu ne uităm în cutie), pisica este în superpoziția cuantică a două stări clasice: |atom-nedezintegrat; pisică vie> și |atom-dezintegrat; pisică moartă>. Atunci când deschidem cutia, vom găsi doar una din cele două stări clasice, iar unda de probabilitate va colapsa, descriind numai acea stare clasică. Pentru noi, pisica va fi sau vie, sau moartă, iar starea de superpoziție cuantică se va pierde. Sursa: Wikipedia.*

atomul însuși se află în superpoziție cuantică (fiind un sistem microscopic, asemănător celui din figura 9.24). Faptul că trebuie să luăm în considerare pisica apare clar odată ce vedem că starea atomului este direct corelată cu starea pisicii (atomul dezintegrat conduce la moartea pisicii).

La început, atunci când închidem cutia, sistemul se află în situația |atom-nedezintegrat; pisică vie>. Cu alte cuvinte, primul număr complex al undei de probabilitate este *unu* și cel de-al doilea *zero*, cel corespunzător situației |atom-dezintegrat; pisică moartă>. În timp însă, unda de probabilitate *evoluează* (printr-o ecuație Schrödinger adecvată situației), iar cel de-al doilea număr complex devine nenul, crescând astfel și probabilitatea de a găsi sistemul în cea de-a doua stare: |atom-dezintegrat; pisică moartă>.

Desigur însă, dacă deschidem cutia și ne uităm la pisică facem automat o măsurătoare a stării ei. Datorită măsurătorii, unda de probabilitate va *colapsa* cuantic într-una din cele două situații clasice |atom-nedezintegrat; pisică vie> sau |atom-dezintegrat; pisică moartă>. Acum, un număr complex va deveni de modul egal cu unitatea, iar celălalt nul. Noi vom găsi deci pisica numai *într-una* din cele două situații, vie sau moartă. Cu alte cuvinte, din nou nu o vom putea vedea în starea ei de superpoziție cuantică atunci când deschidem cutia.

Paradoxul apare dacă ne întrebăm ce se întâmplă cu pisica între măsurători. Este ea vie sau moartă? Iată întrebarea lui Schrödinger. O întrebare care în mecanica cuantică *nu* are răspuns clasic, căci între două măsurători trebuie să considerăm doar unda de probabilitate. Din punctul de vedere al mecanicii cuantice, pisica este în cutie într-o stare de *superpoziție cuantică* a celor două stări

(vie și moartă) și numai măsurătoarea noastră a adus-o într-una din cele două stări clasice, vie sau moartă. Acesta este răspunsul mecanicii cuantice, oricât ar părea de paradoxal. Atâta timp cât stă în cutia închisă, pisica se găsește într-o stare de superpoziție cuantică.

Desigur, comentariile sunt nenumărate la acest răspuns, așa că vom selecta doar câteva care vă trec prin minte. De exemplu, ce simte pisica atunci când este în acea stare de superpoziție cuantică? Nu știm, fiindcă nu o putem întreba. Dacă o întrebăm, o vedem, deci o *măsurăm*. Atunci unda de probabilitate colapsează din starea de superpoziție cuantică în starea clasică.

Am putea pune însă un om în cutie în loc de pisică, sperând că el ne va spune cum simte acea stare de superpoziție cuantică. O problemă majoră este că el poate muri și nu ne va spune ce a simțit în starea de superpoziție cuantică. O altă problemă este că *orice* observație a observatorului din cutie asupra sa poate fi considerată o măsurătoare! Cu alte cuvinte, el se va măsura *mereu* pe sine, se va vedea viu (dacă are noroc) și în acest fel nici nu are șansa să ajungă în acea stare de superpoziție cuantică pe care s-o poată observa, s-o poată simți.

Și atunci, care este răspunsul la întrebarea lui Schrödinger? Este pisica vie sau moartă în cutie? După cum vedem din discuțiile de mai sus, această întrebare nu are răspuns clasic în formalismul actual al mecanicii cuantice. Astfel, fizica spune că pisica este într-o stare de *superpoziție cuantică*, iar răspunsul nu este ușor de acceptat, pentru că noi nu experimentăm în viața noastră zilnică stări de superpoziție cuantică, ci doar stări clasice.

107. Principiul de incertitudine al lui Heisenberg

Iată-ne ajunși la o altă implicație crucială a mecanicii cuantice: *principiul de incertitudine*. El este o consecință a două dintre postulatele discutate până acum: faptul că fiecare electron este descris de o undă de probabilitate, și că unda de probabilitate suferă un *colaps* (o schimbare bruscă) la fiecare măsurătoare. În următoarele rânduri vom arăta că principiul de incertitudine este mai mult decât o consecință, că își merită într-adevăr numele de principiu. Aceasta ne va da și ocazia să construim bazele teoriei mai generale a mecanicii cuantice, nu numai a electronilor.

În secțiunea precedentă am discutat despre *superpoziția cuantică*, care a fost, în exemplele noastre, o stare cuantică formată din două stări clasice. Fiecare stare clasică primește un număr complex, al cărui modul ne dă probabilitatea să găsim sistemul în acea stare clasică. Mai mult, starea de superpoziție cuantică evoluează în timp, conform unei ecuații asemănătoare celei a lui Schrödinger, ceea ce nu înseamnă decât că cele două numere complexe se vor modifica de-a lungul timpului.

În cazul unui sistem cu mai multe stări clasice posibile, vom avea atunci câte un număr complex pentru *fiecare* stare clasică. Setul de numere formează acum unda de probabilitate a sistemului, numită și funcție de undă. Așa cum am văzut în secțiunea precedentă, aceasta este o generalizare a situației electronului, unde stările clasice erau cele de poziție: o stare clasică pentru fiecare poziție din spațiu unde putem găsi electronul.

Atâta timp cât nu măsurăm sistemul ales, el va rămâne într-o stare cuantică și va fi descris de acel set de numere complexe (unda de probabilitate) care se va schimba în timp. Dacă măsurăm în ce stare se află, starea cuantică va colapsa în starea clasică în care l-am măsurat. Acum, toate numerele complexe vor deveni zero, în afară de cel corespunzător stării clasice unde a fost găsit, care va deveni de modul egal cu unitatea (pentru că a fost găsit acolo).

Situația de mai sus este simplificată, căci dacă vorbim despre măsurarea sistemului într-una din stările lui clasice, trebuie să vorbim și despre ce *caracteristici* măsurăm. De exemplu, în cazul electronului am putea măsura poziția, care reprezintă chiar starea clasică în cazul ales de noi. Am putea însă, la fel bine, măsura și viteza sau energia lui. Cu alte cuvinte, putem măsura mai multe caracteristici clasice ale particulei, nu numai poziția.

Principiul de incertitudine iese la suprafață atunci când ne întrebăm: ce se întâmplă dacă măsurăm *toate* caracteristicile clasice? Să zicem, în cazul electronului, atât poziția sa, cât și viteza sau energia. Sau în cazul unei case, atât culoarea ei, cât și poziția, viteza sau greutatea. Întrebarea devine relevantă când înțelegem că, dacă suntem în stare să măsurăm toate caracteristicile clasice, atunci și sistemul însuși trebuie să se comporte clasic în continuare!

De exemplu, dacă măsurăm în același moment atât *poziția*, cât și *viteza* electronului, înseamnă că știm unde este electronul acum, dar și peste câteva momente (pentru că știm viteza). Cu alte cuvinte, știm *exact* cum se va mișca electronul, ceea ce nu este posibil în mecanica cuantică. Căci în mecanica cuantică știm unda de probabilitate (setul de numere complexe) care ne dă *probabilitatea* de a găsi electronul într-un loc sau altul, dar care nu ne spune exact unde îl vom găsi pe viitor.

Cu alte cuvinte, și aici este esența *principiului de incertitudine*, nu putem ști toate caracteristicile clasice ale sistemului, căci atunci sistemul s-ar comporta clasic și n-am mai avea nevoie de mecanica cuantică. Or, altfel spus, dacă vom descoperi cumva pe viitor că putem măsura toate caracteristicile clasice ale unui sistem, atunci putem arunca la gunoi mecanica cuantică și descrie sistemul cu mecanica clasică. Atunci vom ști cu precizie ce se va întâmpla cu sistemul.

Privind cu atenție exemplul electronului, „mirosim" deja de unde apare problema. Astfel, *viteza* clasică este un fel de a cunoaște poziția în viitor. Dacă știm poziția și viteza, știm cu precizie următoarea poziție în mecanica clasică, ceea ce nu se poate în mecanica cuantică. Ne așteptăm atunci să nu putem ști cu precizie atât poziția, cât și viteza unei particule la un moment dat. În mecanica cuantică, poziția și viteza se află într-o relație aparte, se spune că cele două observabile sunt *conjugate*.

Principiul de incertitudine în mecanica cuantică ne spune că două observabile *conjugate* nu pot fi măsurate cu precizie în același moment. În cazul electronului, poziția și viteza nu pot fi măsurate în același timp cu precizie, căci ar însemna să știm nu numai unde este acum electronul,

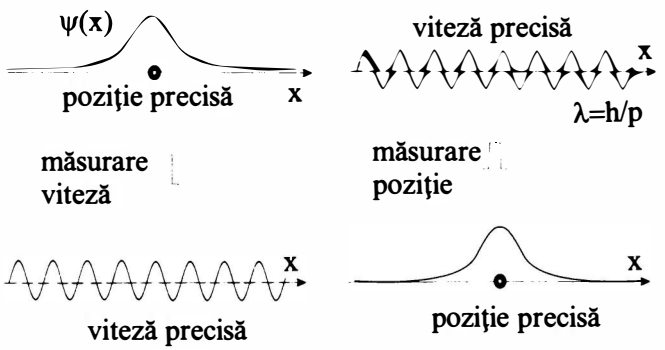

Figura 9.32: *În figură este reprezentată schematic unda de probabilitate $\psi(x)$ a unui electron în diverse situații. În stânga sus este o undă de probabilitate localizată, corespunzătoare unui electron a cărui poziție o știm și a cărui viteză vrem s-o aflăm. În stânga jos este unda de probabilitate rezultată în urma măsurătorii vitezei electronului. După măsurătoare, unda de probabilitate a electronului se va schimba brusc și va deveni o undă plană, pentru că unda plană descrie un electron de o viteză dată. Din păcate însă, amplitudinea undei plane este acum constantă, ceea ce înseamnă că putem găsi electronul oriunde în spațiu. Cu alte cuvinte, știm care este viteza electronului, dar nu mai știm poziția lui. În dreapta este situația inversă. În dreapta sus este unda plană de probabilitate pentru un electron de viteza dată. Dacă măsurăm acum poziția electronului, unda de probabilitate va deveni după măsurătoare foarte localizată. Ea însă se poate descrie ca o sumă de unde plane, corespunzătoare unor viteze diferite. Acum știm poziția electronului, dar nu mai știm precis care este viteza lui.*

dar și unde se va afla el în viitor. Electronul s-ar comporta atunci clasic, nu cuantic. Și totuși, chiar este așa? Chiar nu putem măsura în același timp poziția și viteza electronului? Ce se întâmplă dacă totuși am încerca? Să vedem.

Să presupunem că avem un electron localizat și că îi măsurăm apoi exact (cu precizie infinită) viteza (vezi stânga figurii 9.32). După măsurătoare, unda de probabilitate va *colapsa cuantic*, se va schimba brusc, pentru a descrie un electron în situația în care l-am găsit, adică un electron cu o viteză bine definită. Unda de probabilitate va deveni în mod necesar o *undă plană*, pentru că unda plană descrie mișcarea unui electron cu o viteză cunoscută, așa cum am arătat când am vorbit despre unda pilot a lui de Broglie (vezi figura 9.18).

Paradoxal însă, amplitudinea unei unde plane este constantă în tot spațiul, ceea ce înseamnă că avem aceeași probabilitate de a găsi apoi electronul în oricare dintre punctele din spațiu! Aceasta pentru că amplitudinea undei ne dă probabilitatea de a găsi electronul într-un loc sau altul. Or, deoarece amplitudinea undei plane este constantă peste tot, atunci și probabilitățile de a-l găsi într-un loc sau altul devin *egale*. Acum, dacă vrem să știm unde se va afla electronul căruia tocmai i-am măsurat viteza, nu mai putem ști cu precizie (am pierdut informația despre poziție pe care o aveam la început).

Știind acum cu precizie viteza electronului (chiar dacă nu mai știm poziția), putem continua și încerca totuși să măsurăm din nou *poziția* electronului (vezi dreapta figurii 9.32). Pentru început, unda de probabilitate a electronului este o undă plană, pentru că știm cu precizie viteza electronului. După noua măsurătoare (care este acum de poziție) vom găsi electronul într-o poziție anume. Atunci unda lui de probabilitate (care era o undă plană) se va schimba brusc în urma procesului de colaps cuantic, în așa fel încât să descrie *ultima* stare măsurată: un electron aflat în acea poziție în care l-am găsit. Unda de probabilitate devine atunci foarte localizată, în așa fel încât să descrie un electron care se află cu siguranță în zona în care tocmai l-am observat.

Matematic, se arată că o funcție localizată este o sumă de unde plane, fiecare undă plană descriind un electron de o altă viteză. Consecința? Viteza electronului nu mai e definită precis, pentru că funcția de undă nu mai este o undă plană! Dacă am măsura acum viteza, am obține tot felul de valori... De unde înainte știam care a fost viteza, după măsurătoarea poziției am modificat brusc unda de probabilitate și habar nu mai avem care este viteza.

Nu este greu de văzut ceea ce se întâmplă: de fiecare dată când măsurăm viteza, unda de probabilitate se schimbă în așa fel încât nu mai știm poziția, și, de fiecare dată când măsurăm poziția, unda de probabilitate se schimbă în așa fel încât nu mai știm viteza. Ghinion complet! Nu putem ști atât viteza electronului, cât și poziția lui în același moment.

Iată cum, la o analiză mai atentă, bănuiala noastră este confirmată: nu putem măsura cu precizie atât poziția, cât și viteza particulei în același moment. Desigur, putem încerca să le măsurăm în același timp, însă vom avea mereu o *incertitudine* în valoarea uneia sau alteia dintre variabile.

Fizicianul Werner Heisenberg (1901-1976) a arătat matematic că produsul dintre incertitudinea în poziție Δx și incertitudinea în impuls Δp ale unei particule are un minim, care este dat numai de constanta lui Planck:

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

unde $\hbar = h/2\pi$ este constanta lui Planck redusă.

După cum vedem, putem afla atât impulsul (viteza), cât și poziția electronului în același timp, însă cu anumite *incertitudini*. Cele două incertitudini sunt însă în așa fel încât produsul lor nu poate fi mai mic decât valoarea dată de Heisenberg: $\hbar/2$. Astfel, cele două incertitudini nu pot fi zero în același timp, deci nu putem ști în același timp atât poziția, cât și impulsul electronului.

Revenind la discuția inițială, impulsul și poziția electronului sunt variabile *conjugate* și de aceea ele nu pot fi cunoscute în același timp cu precizie. Cum există însă și alte variabile conjugate, și pentru ele se scriu relații de incertitudine. Un exemplu este relația de incertitudine dintre energie și timp. Ea ne spune că nu putem măsura precis energia instantaneu. De fapt, dacă vrem să măsurăm precis energia electronului, ar trebui să așteptăm un timp infinit, așa cum vom discuta în secțiunea 160.

Să observăm că linia noastră de argumentație urmează îndeaproape abordarea *teoretică*. Există însă și o altă

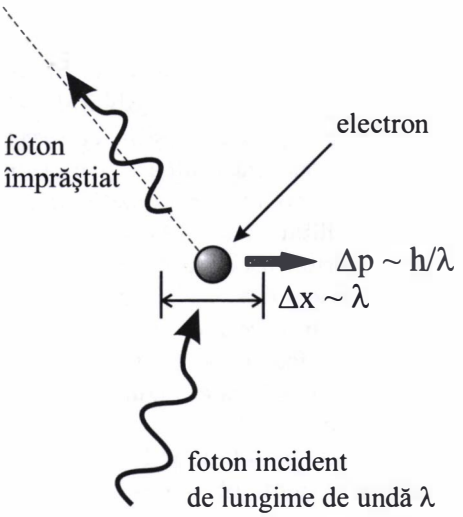

Figura 9.33: *Un foton din lumina microscopului (cel de jos) lovește un electron și îi determină poziția. Rezoluția în poziția electronului este dată de lungimea de undă a fotonului: $\Delta x \approx \lambda$. După interacțiune, electronul primește de la foton o parte din impulsul său, care este pentru foton aproximativ h/λ. Acesta modifică imprevizibil impulsul electronului aproximativ cu aceeași valoare $\Delta p = h/\lambda$. Vedem atunci că produsul dintre incertitudinea în poziția electronului și impulsul său este de ordinul $\Delta x \Delta p \approx \lambda \cdot h/\lambda \approx h$.*

explicație, poate mai la îndemână, căci este mai răspândită. Explicația ia în calcul ce se întâmplă atunci când măsurăm. Desigur, măsurătoarea este una din marile necunoscute ale fizicii moderne (la urma urmei, ea are drept consecință colapsul undei de probabilitate), însă merită totuși să facem un exercițiu de imaginație.

Astfel, să presupunem că vrem să măsurăm poziția electronului. Cum putem face asta? Desigur, cu un microscop. Privim prin el și *vedem* unde este electronul (Figura 9.33). Ghinion însă, pentru a vedea electronul, un foton de la bec trebuie să se lovească de electron, să se reflecte de el și să intre în ochiul nostru. Inevitabil, ciocnirea fotonului cu electronul este necontrolabilă, și electronul va căpăta un *impuls* de la foton.

Rezultatul? Impulsul electronului se va modifica, iar noi nu vom ști precis cât de mult. Știm acum poziția (căci vedem de unde vine fotonul), dar nu mai știm impulsul electronului, pentru că el s-a modificat necontrolabil la ciocnirea cu fotonul.

Interpretarea de mai sus ne ajută să înțelegem puțin clasic fenomenul, însă trebuie să subliniem că ea este numai o descriere a unui caz particular, care explicitează procesul de măsurare pentru a vedea ce se întâmplă efectiv în cadrul lui. O astfel de descriere primește mereu întrebări de genul: „Dacă măsurăm poziția altfel?", „Dacă alegem fotoni de impuls foarte mic?". Interpretarea generală este cea teoretică.

De fapt, o verificare a principiului lui Heisenberg am efectuat și noi indirect în figura 4.15. Acolo am văzut că, pe măsură ce fanta de difracție se strâmtează, cumva neintuitiv, fasciculul de lumină se lărgește pe panoul de difracție. Rezultatul ne spune că, pe măsură ce știm din ce în ce mai precis poziția fotonilor ce trec prin fantă, nu vom mai ști impulsul acestora într-o direcție perpendiculară pe cea de mișcare (de aceea fasciculul se lărgește). Acesta este însă tocmai principiul de incertitudine aplicat poziției și impulsului fotonilor într-o direcție perpendiculară pe cea de mișcare.

Principiul de incertitudine al lui Heisenberg are puternice implicații filozofice. Putem privi acest principiu nu numai ca pe o simplă descriere matematică a incertitudinilor în cazul unei măsurători cuantice, ci ca pe o *limitare fundamentală* a procesului nostru de cunoaștere a universului.

Până acum, în fizica clasică, eram convinși că atunci când facem o măsurătoare există un obiect al observației și un observator, care sunt separate, iar proprietățile obiectului observat sunt independente de observator. Mecanica cuantică ne învață însă că proprietățile obiectului nu sunt intrinseci obiectului, ci rezultă din relația obiect-observator. Când observatorul pune alte întrebări, se stabilesc *alte relații* cu obiectul și se obțin alte răspunsuri (de exemplu răspunsuri de tip undă sau corpuscul). Când nu punem întrebări sau nu efectuăm măsurători, obiectele cuantice nu au fost definite de întrebările ce determină relația obiect-observator.

În parte, observațiile de mai sus sunt o continuare a observațiilor pentru sistemele clasice. De exemplu, existența unui măr depinde de multe cauze care au conlucrat la prezența sa: un copac, procesul de fotosinteză, Soarele, solul. Nici măcar observatorul nu este chiar atât de separat, și durabil: suntem praf de stele! Proprietățile mărului și ale altor obiecte macroscopice sunt rezultatul conlucrării tuturor obiectelor din univers și a *relaționării* dintre ele.

Mecanica cuantică adaugă ingredientul special al observatorului în această relaționare, și subliniază că proprietățile obiectului nu sunt independente de observator, ci depind de modul în care acesta din urmă observă. Parafrazând celebra remarcă a lui Descartes, în mecanica cuantică putem spune: „Exist, pentru că cineva se uită la mine".

Principiul de incertitudine rămâne o manifestare a unei legi fundamentale a universului: nu putem măsura toate caracteristicile clasice (în special pentru variabilele care sunt *conjugate*) pentru că altfel sistemul s-ar comporta clasic și am putea arunca mecanica cuantică la gunoi. El poate fi adăugat celorlalte principii ale fizicii, de exemplu, principiul relativității sau principiul acțiunii și reacțiunii. Pe parcurs vom vedea cum puterea fizicii stă nu atât în ecuațiile Uuniversului pe care ni le descoperă, ci în *principiile* sale. Căci, știind principiile, putem găsi apoi doar un mic set de ecuații care să le satisfacă.

Am putea spune că, pe viitor, nu atât forma particulară a ecuațiilor va juca un rol important, cât principiile care stau în spatele lor. Poate nu vom găsi o ecuație ultimă a universului, ci un set de principii ultime. Un set de principii care să nu poată fi satisfăcut decât de un număr restrâns de ecuații, acelea pe care le și observăm în practică. Atunci, parafrazându-l pe Einstein, vom putea spune că ne-am apropiat mai mult de mintea marelui Creator.

108. Spinul electronului

După cum am menționat, mecanica cuantică nu ne spune cum „arată" efectiv electronul. Ea ne spune că electronul este o particulă punctiformă, descrisă până acum de două numere fundamentale: sarcina sa electrică și masa de repaus.

Față de mecanică clasică, mecanica cuantică mai aduce o nouă proprietate care nu apare în mecanica clasică, și anume *spinul* electronului. Denumirea ca și istoria conceptului sunt totuși asociate cu mecanica clasică, ceea ce creează adesea confuzie. Să încercăm să lămurim problema începând cu cazul clasic.

Spin vine de la cuvântul englez cu același nume, care înseamnă „a se roti în jurul propriei axe". În mecanica clasică, spinul reprezintă *momentul cinetic propriu* (numit și momentul unghiular propriu) al unui corp atunci când el se rotește în jurul propriei axe. Pământul, de exemplu, are *spin*, pentru că se rotește în jurul propriei axe la fiecare 24 de ore, iar un alt exemplu de corp care are spin este titirezul.

De remarcat că Pământul are și un moment cinetic *orbital* asociat mișcării în jurul Soarelui. El este o măsură a rotației sale în jurul Soarelui. Cu cât viteza orbitală a Pământului este mai mare, cu atât este mai mare și momentul cinetic. Pământul are deci două momente cinetice: cel de *spin* (rotația în jurul propriei axe) și cel *orbital* (mișcarea în jurul Soarelui).

Revenind la electron, să remarcăm că nu știm încă nimic despre structura sa internă (dacă are așa ceva, desigur). Este greu atunci de prezis dacă electronul are *spin* (în sensul clasic), căci nu știm în primul rând dacă are un volum *nenul*, pentru ca el să se poată mișca în jurul unei axe proprii. În mod sigur însă, electronul are un moment *orbital*, pentru că el se mișcă în jurul nucleului (vezi figura 9.34).

Să remarcăm că momentul cinetic orbital al electronului se manifestă și ca un *moment magnetic*, pentru că electronul are și sarcină electrică. Căci, după cum am văzut în secțiunea 25, sarcinile electrice în mișcare (curenții electrici) generează câmpuri magnetice. În același fel, mișcarea electronului în jurul nucleului poate fi privită ca un curent electric circular, ce generează un mic câmp magnetic. Electronul este deci, în mișcarea sa orbitală, un fel de magnet mai mic. Se spune că electronul are un *moment magnetic* asociat momentului orbital.

De fapt, pentru electron, momentul magnetic orbital ia valori discrete, pentru că orbitele sunt discrete. Să ne reamintim din secțiunea 98 că orbitele erau cuantificate de momentul cinetic orbital $\mathbf{L}$, care lua doar valori discrete $L_z = n\hbar$, multipli ale unei unități elementare $\hbar$. De aceea, și momentul magnetic orbital $\boldsymbol{\mu}_L = -n\mu_B$ va lua valori discrete, multipli ai unei valori teoretice fundamentale a momentului magnetic μ_B, care se numește *magnetonul Bohr-Procopiu*, după numele cunoscutului fizician danez Niels Bohr (1885-1962) și al savantului român Ștefan Procopiu (1890-1972).

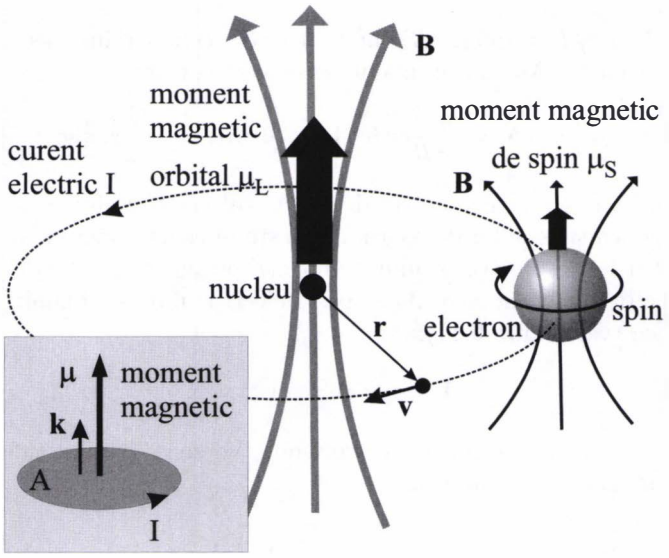

Figura 9.34: *În figură este schițat modelul clasic al electronului. Electronul orbitează în jurul nucleului și se rotește în același timp în jurul axei proprii. Direcțiile sunt alese aleator. Pentru că electronul are sarcină electrică, ambele mișcări generează curent electric, și deci câmp magnetic. Electronul devine un mic magnet în mișcarea sa, cu două componente: moment magnetic orbital $\boldsymbol{\mu}_L$, pe care îl putem atribui atomului, și moment magnetic de spin $\boldsymbol{\mu}_S$, care este intrinsec. În stânga jos este schițat momentul magnetic pentru un inel prin care circulă un curent electric I. Momentul magnetic este un vector $\boldsymbol{\mu} = I\mathbf{A}$ unde A este aria subîntinsă de inel și $\mathbf{A}$ este un vector normal pe suprafața inelului, având mărimea A.*

Magnetonul Bohr-Procopiu are valoarea $\mu_B = e\hbar/(2m) = 9,27 \cdot 10^{-24} J/T$, unde e este sarcina electronului, m masa lui, iar $\hbar$ este constanta lui Planck redusă. Profesorul Procopiu a obținut valoarea corectă în anul 1911, cu doi ani înaintea lui Bohr, însă a publicat rezultatul într-o revistă românească de circulație mai redusă peste hotare. Cei interesați de detaliile matematice pot urmări căsuța de mai jos.

Calcul: *Momentul magnetic orbital*

Să estimăm *momentul magnetic orbital* $\boldsymbol{\mu}_L$ în cazul electronului clasic. Pentru configurația unui inel simplu din figura 9.34, momentul magnetic este un vector ce are o valoare dată de $\boldsymbol{\mu} = I\mathbf{A}$, unde I este curentul electric, A aria subîntinsă de inel, iar $\mathbf{A} = A\mathbf{k}$ un vector normal pe suprafață, orientat în directia câmpului magnetic generat și având marimea A.

Dacă presupunem că viteza orbitală a electronului este v și raza orbitei R, atunci perioada mișcării orbitale este $T = (2\pi R)/v$. Curentul electric generat de mișcarea orbitală este dat de sarcina electrică deplasată în unitatea de timp. Considerând mișcarea pe un inel ca în figura 9.34, curentul electric va deveni

$I = q/T = qv/(2\pi R)$, unde $q = -e$ este sarcina electronului. Momentul magnetic orbital devine:

$$\boldsymbol{\mu}_L = I\mathbf{A} = \frac{qv}{2\pi R}(\pi R^2)\mathbf{k} = \frac{q}{2}(vR\mathbf{k}) = -\frac{e}{2}\mathbf{r}\times\mathbf{v}$$

Mai sus $\mathbf{r}$ este vectorul de poziție al electronului (originea sistemului de coordonate este în centrul inelului), iar $\mathbf{k}$ este un vector unitate normal pe suprafață. Pe de altă parte, momentul cinetic al electronului este definit ca (vezi figura 9.11):

$$\mathbf{L} = \mathbf{r}\times\mathbf{p} = m\mathbf{r}\times\mathbf{v}$$

Aici m este masa electronului. Vdem că momentul magnetic orbital este

$$\boxed{\boldsymbol{\mu}_L = -\frac{e}{2m}\mathbf{L}}$$

În mecanica cuantică, componenta verticală a momentului cinetic L_z este cuantificată sub forma $L_z = n\hbar$ (vezi secțiunea 98). Atunci și componenta verticală a momentului magnetic orbital lua valori discrete

$$\mu_z = -\frac{eL_z}{2m} = -\frac{e}{2m}n\hbar = -n\mu_B$$

Mai sus mărimea $\mu_B = e\hbar/(2m)$ poartă numele de magneton Bohr-Procopiu, iar n este un număr întreg ce poate fi și nul sau negativ.

Recapitulând puțin, electronul în atom are un moment *orbital*, pentru că se rotește în jurul nucleului. Mișcarea orbitală face ca atomul să se comporte ca un mic magnet, pentru că mișcarea electronului în jurul nucleului poate fi privită ca un curent electric, și de aceea spunem că atomul (sau mai simplu electronul) are un *moment magnetic orbital*. Cum electronul alege în mișcarea sa numai anumite orbite (în modelul lui Bohr), atunci momentul magnetic orbital este *discret*, componenta sa verticală devenind un multiplu întreg al magnetonului Bohr-Procopiu.

Până acum însă nu am spus nimic despre faptul că electronul ar avea *spin*, cu alte cuvinte, dacă electronul se mișcă *în jurul axei proprii*. Mai mult, dacă ar avea eventual un spin, are și un moment magnetic asociat spinului (deoarece electronul are sarcină electrică)?

Pentru a discuta despre *spinul* particulelor, să prezentăm un experiment efectuat de fizicienii Otto Stern (1888-1969) și Walther Gerlach (1889-1979) cu atomi de argint, pe care i-au trimis printre vârfurile ascuțite ale unui magnet (vezi figura 9.35).

Atomii sunt neutri electric, așa încât orice deviație a traiectoriei acestora în câmp magnetic nu poate fi datorată decât proprietăților magnetice ale atomului. Dacă atomul este un magnet, el va căpăta în primă instanță o mișcare de precesie în jurul centrului său, atunci când se mișcă în câmpul magnetic reprezentat în figura 9.35. Deoarece câmpul magnetic este pe deasupra *neuniform*, apare și o forță suplimentară magnetică ce deviază atomul în mișcarea sa.

Proprietățile magnetice ale atomului de argint sunt datorate nucleului și electronilor. Primele se pot neglija în

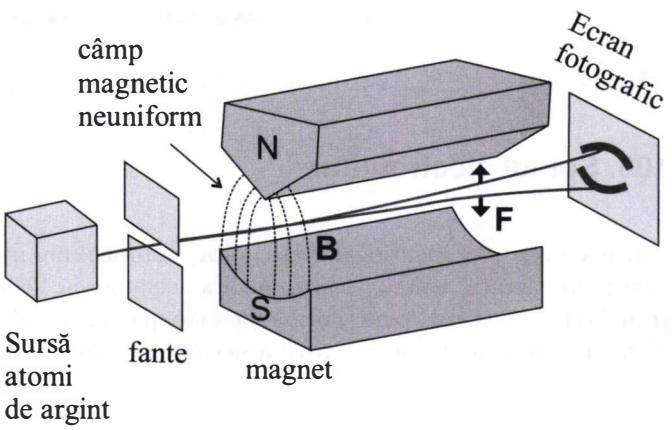

Figura 9.35: *În experimentul lui Stern și Gerlach, un fascicul de atomi de argint (stânga) este trimis într-un câmp magnetic neuniform. Fasciculul este deviat în direcția câmpului magnetic, ceea ce nu se poate decât dacă atomii liberi de argint se comportă ca niște mici magneți. Mai mult, fasciculul este împărțit de câmpul magnetic doar în două fascicule, ceea ce înseamnă că micii magneți ce reprezintă atomii de argint nu sunt orientați aleatoriu în toate direcțiile, ci pot avea doar două orientări.*

acest experiment, iar cele ale electronilor se reduc numai la un singur electron din atomul de argint, cel de-al 47-lea. Astfel, primii 46 de electroni formează grupuri compacte aproape de nucleu, pentru care momentul magnetic total este nul. Al 47-lea electron însă se mișcă singur mai departe de nucleu, pe orbitalul $5s$. Acesta este simetric față de centru, foarte asemănător cu orbitalul 1s al atomului de hidrogen prezentat în figura 9.20. Proprietățile magnetice ale atomului de argint sunt atunci date *numai* de proprietățile magnetice ale celui de-al 47-lea electron.

În modelul clasic ne-am aștepta ca electronul $5s$ al atomului de argint să posede moment cinetic orbital. Cu toate acestea, așa cum am menționat în secțiunea 101, în mecanica cuantică electronul nu se mișcă pe orbite clasice, ci el este găsit într-un loc sau altul. Orbitalul $5s$ are particularitea că este *simetric* față de centrul atomului, ca și cel prezentat în figura 9.20 și de aceea el are moment cinetic *nul*. Atunci și momentul magnetic orbital este *nul* (avem $n = 0$ în căsuța matematică precedentă).

Vedem astfel că, neglijând contribuția nucleului, nu ne așteptăm ca atomul de argint să aibă moment magnetic, deci să se comporte ca un mic magnet. Cu toate acestea, așa cum este prezentat în figura 9.35, fizicienii Stern și Gerlach au fost surprinși să măsoare că atomul de argint (și implicit cel de-al 47-lea electron) se comportă totuși ca un mic magnet!

Experimentul lui Stern și Gerlach demonstrează astfel că electronul cu numărul 47 din atomul de argint are un *moment magnetic intrinsec*. Prin termenul de *intrinsec* înțelegem că acesta nu este dat de mișcarea electronului, ci există chiar și când electronul este în repaus. În experimentul lui Stern și Gerlach, punem în evidență acest moment magnetic instrinsec, pe care îl asociem atomului.

Generalizând rezultatul, vom spune că toți electronii pot fi considerați niște mici magneți chiar și atunci când stau pe loc, nu numai simple sarcini electrice. Fiind nemișcați,

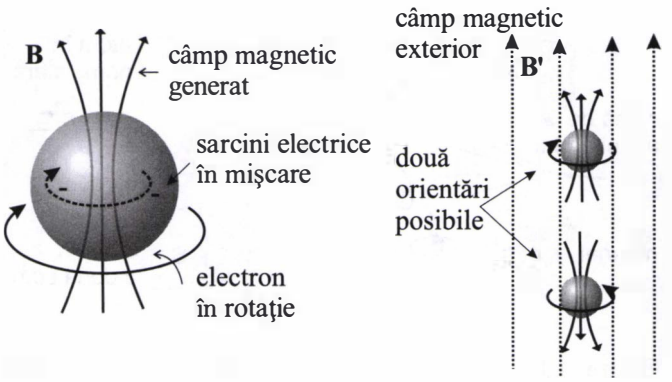

Figura 9.36: *În stânga este reprezentată explicația clasică a spinului electronului, o rotație în jurul axei sale. Deoarece electronul este în acest model alcătuit din sarcini electrice, acestea vor fi angrenate în mișcarea de rotație. Ele vor genera astfel un curent electric, deci și un câmp magnetic, căruia i se asociază un moment magnetic de spin (electronul va fi un mic magnet). Totuși, momentul magnetic nu poate lua în practică decât două valori discrete (vezi figura 9.35) de aceea, în dreapta, este prezentată situația semiclasică, acolo unde se consideră că momentul magnetic de spin al electronului are doar două orientări, una în direcția unui câmp magnetic aplicat, cealaltă în direcția opusă. Nici această explicație nu este cea corectă. În mecanica cuantică se consideră pur și simplu că electronul are două stări cuantice intrinsec diferite.*

dacă electronii au moment magnetic, el nu poate fi decât *intrinsec*, cel mai probabil candidat fiind rotația în jurul propriei axe, adică *spinul*. În acest model clasic, vom privi electronul ca pe o minge plină de sarcini electrice. Rotația în jurul propriei axe generează un mic curent circular, care, la rândul lui, generează câmp magnetic, deci electronul liber poate fi privit ca un mic magnet (vezi figurile 9.34 și 9.36).

Cu toate acestea, presupunerea că electronul ar fi un mic magnet în mișcarea de rotație în jurul unei axe proprii s-a lovit de un obstacol de netrecut: un calcul preliminar a arătat că viteza părților ecuatoriale ale electronului ar trebui să depășească de sute de ori viteza luminii, pentru a reproduce rezultatele experimentale! Cu alte cuvinte, rotația în jurul axei proprii nu este cea care face din electron un mic magnet, căci electronul nu are voie să se rotească atât de repede. Și atunci, care este soluția? Ce generează momentul magnetic intrinsec al electronului?

Problema se complică dacă uităm pentru moment de originea momentului magnetic al electronului și presupunem că el există pur și simplu. Cu alte cuvinte, electronul cu numărul 47 din atomul de argint este un mic magnet *chiar și în repaus*, dar nu știm de ce, nu știm ce îl face să fie un mic magnet. În acest caz însă, indiferent de originea magnetică a electronului, ne așteptăm ca momentul magnetic să fie orientat aleator în *toate* direcțiile spațiale, după cum și un magnet poate fi orientat în toate direcțiile din spațiu. .

În acest caz, mărimea *forței magnetice* din direcția câmpului magnetic neuniform (care depinde de orientarea momentului magnetic al atomului de argint) va putea să ia valori diverse. Fasciculul de atomi ar fi atunci împrăștiat pe un domeniu *larg* în direcția câmpului magnetic, în funcție de orientarea particulară a momentelor magnetice ale fiecărui electron din atom (vezi stânga Figurii 9.37). Cu toate acestea, în experimentul Stern-Gerlach se observă doar *două* devieri ale fasciculului de atomi! Cu alte cuvinte, momentul magnetic intrinsec al electronului 47 (cel de spin) ar părea că este orientat numai în două direcții (vezi figura 9.36).

Să încercăm să recapitulăm discuția de până acum. În primul rând, am văzut că electronul 47 al atomului de argint (și deci toți electronii) se comportă ca un mic magnet intrinsec, chiar și atunci când el este în repaus. În al doilea rând, electronul nu poate fi privit simplu ca un mic magnet clasic, pentru că acest mic magnet nu pare orientat în toate direcțiile, ci doar în două, față de câmpul magnetic aplicat. Dacă ar fi putut fi orientat în toate direcțiile, atunci am fi obținut nu două benzi de detecție în experimentul Stern-Gerlach, ci o zonă largă (vezi stânga figurii 9.37). Mai mult, nici nu putem explica existența comportării magnetice intrinsece a electronului printr-o mișcare de rotație în jurul axei sale, pentru că viteza de rotație ar depăși viteza luminii. Și atunci?

Soluția este în primul rând să eliminăm imaginea electronului clasic ca o bilă rotindu-se în jurul axei proprii. La urma urmei, rotația ar fi adus nenumărate *complicații*, de exemplu, forma electronului (este rotund, pătrat?) sau structura sa (este uniform umplut, cu ce este umplut, are margini etc). Putem afirma atunci din nou că electronul nu are structură, ci este doar o particulă *punctiformă* descrisă de câteva numere.

În acest caz, pentru a explica experimentul, trebuie doar să-i adăugăm electronului un nou număr care descrie comportarea sa de mic magnet, o *nouă proprietate cuantică*. Remarcăm însă că proprietatea și-a păstrat în istorie denumirea de „spin", prin analogia clasică, ceea nu face decât să încurce lucrurile, căci ea nu este mișcarea în jurul unei axe proprii, deoarece electronul este punctiform.

Pentru a descoperi această proprietate, sa mai discutăm o altă observație, făcută de fizicianul Wolfgang Pauli (1900-1958). El a fost preocupat cu ordonarea atomilor în tabelul lui Mendeleev, acolo unde fiecare atom are mai mulți electroni, așezați pe diverse orbite în jurul nucleului atomic. De fapt, pentru a fi mai preciși, ar trebui să spunem că, în mecanica cuantică, electronii sunt așezați pe *orbitali* și nu pe orbite, pentru că mișcarea electronului nu poate fi reprezentată ca o traiectorie clasică. *Orbitalii* reprezintă stările cuantice din atom, iar o reprezentare a unora dintre ele este găsită în figura 14.17.

Pauli a reconstruit ordonarea atomilor în tabelul lui Mendeleev bazându-se pe un postulat care îi poartă numele și pe care îl vom discuta și noi mai pe larg în secțiunea următoare. Postulatul lui Pauli spune că o singură stare cuantică nu poate fi ocupată decât de cel mult un electron. În acest caz, pentru un atom cu mai mulți electroni, fiecare *orbital* al electronilor în jurul nucleului reprezintă o stare cuantică și ne-am aștepta ca el să conțină cel mult un singur electron. Cu toate acestea, Pauli a observat că mecanismul său reconstruiește tabelul lui Mendeleev doar dacă fiecare orbital conține de fapt *doi* electroni, deci două stări cuantice!

Faptul că fiecare orbital conține de fapt *două* stări cuantice este confirmat și de spectrele atomilor în câmpuri

magnetice. Aici, liniile de absorbție și de emisie se dublează în prezența câmpului magnetic, lucru ce s-ar putea întâmpla numai dacă fiecare orbital ar conține de fapt *două* stări cuantice diferite.

Noua proprietate pe care o căutăm pentru electron nu poate fi decât o reprezentare a acestor două stări cuantice. Deoarece electronul 47 de pe orbitalul $5s$ al atomului de hidrogen are două stări cuantice, tot atâtea va avea și atomul de argint. În experimentul lui Stern și Gerlach, câmpul magnetic aplicat va dirija apoi atomii din cele două stări cuantice *în două fascicule*, câte unul pentru fiecare stare cuantică (vezi figura 9.37).

Vom pune acum cap la cap observațiile de mai sus, remarcând că electronul trebuie să aibă *două stări cuantice* intrinseci, diferite una de cealaltă, care sunt puse în evidență în mai multe experimente: măsurarea momentului magnetic de spin (formarea de două fasciscule), ordonarea atomilor în tabelul lui Mendeleev și dublarea liniilor spectrale în câmp magnetic.

Să ne întoarcem puțin la experimentul Stern și Gerlach și să remarcăm ciudățenia lui. Astfel, atomii incidenți în magnet se împart în doar două fascicule. Primul fascicul se explică clasic dacă atomul are un moment magnetic orientat în direcția câmpului. Cel de-al doilea fascicul ne dă iluzia că atomul de argint are un moment magnetic de aceeași valoare, dar orientat *în sens opus* câmpului magnetic. Rezultatul conduce la explicația semiclasică, incompletă, că atomul de argint (și deci electronul cu numărul 47) ar fi un mic magnet, orientat în direcția și sensul câmpului, sau în sens opus.

Cu toate acestea, am văzut că explicația cea mai potrivită este renunțarea la ideea că electronul ar fi un fel de mic magnet, orientat într-o direcție sau alta. În schimb, electronul are *două* stări cuantice diferite, conducând la două stări cuantice și pentru atomul de argint. Dacă atomul se află în prima stare, el va avea o undă de probabilitate care va evolua într-un fel care va conduce la *primul fascicul* de atomi observat în experiment. Dacă atomul se află în cea de-a doua stare cuantică, va evolua conform celui *de-al doilea fascicul* (vezi dreapta figurii 9.37).

Rezultatul de mai sus impune două stări ale atomului de argint, și deci două stări cuantice diferite ale electronului $5s$ din atomul de argint. Deoarece electronul are două stări cuantice, trebuie să generalizăm și ecuatia lui Schrödinger de evoluție a undei de probabilitate a electronului, căci acum sunt două stări, nu una. Primul care a reușit să scrie o astfel de ecuație a fost Wolfgang Pauli.

Astfel, în ecuația lui Schrödinger, electronul a fost descris de o undă de probabilitate în tot spațiul. În fiecare punct din spațiu aveam un singur număr complex, al cărui modul descria probabilitatea de a găsi electronul acolo. În teoria lui Pauli, unda de probabilitate are *două numere complexe* ce descriu electronul, căci electronul are acum două stări cuantice. Modulul primului număr complex $\psi_1(\mathbf{r}, t)$ descrie probabilitatea de a găsi la momentul t electronul în poziția $\mathbf{r}$ în prima stare cuantică 1, iar modulul celui de-al doilea număr complex $\psi_2(\mathbf{r}, t)$ descrie probabilitatea de a găsi electronul în același loc, dar în cealaltă stare cuantică 2. Pentru simplitate, Pauli a scris cele două

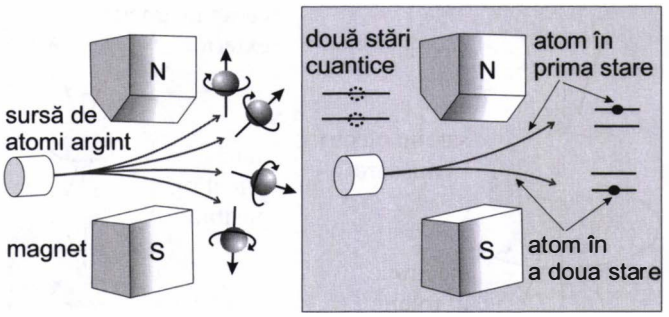

Figura 9.37: *În stânga este prezentată situația clasică a experimentului lui Stern și Gerlach. Aici trebuie să ne imaginăm că atomul de argint are un moment magnetic și că acesta poate fi orientat în orice direcție. În consecință, fasciculele de atomi s-ar împărți în mai multe direcții, ceea ce este infirmat de experiment. În dreapta este prezentată explicația corectă. Acum trebuie să ne imaginăm că atomul are doar două stări cuantice discrete. Pentru fiecare dintre ele vom calcula direcția fasciculului de atomi ca fiind dată de probabilitatea maximă de a găsi atomul, conform legilor mecanicii cuantice. Atunci fiecare stare cuantică va conduce la câte o traiectorie, obținând în final doar două fascicule, date de cele două stări cuantice ale atomului.*

funcții de undă sub forma unei matrice coloană cu două linii:

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \begin{pmatrix} \psi_1(\mathbf{r}, t) \\ \psi_2(\mathbf{r}, t) \end{pmatrix}$$

Apoi, Pauli a îmbunătățit ecuația lui Schrödinger, arătând că unda de probabilitate se modifică în prezența câmpului magnetic. Ecuația de evoluție a ajuns să fie cunoscută ca *ecuația lui Pauli.* Vom deduce și noi ecuația în secțiunea 132, atunci când vom discuta despre mișcarea relativistă a electronului.

Spinului electronului i se asociază și un *moment magnetic de spin* $\boldsymbol{\mu}_S$, deoarece cele două stări cuantice de spin conduc la evoluții diferite ale electronului în câmp magnetic. Experimentul Stern-Gerlach a măsurat valoarea acestui moment magnetic de spin, iar rezultatul a fost o supriză aproape totală: componenta sa verticală este egală în mărime cu valoarea magnetonului Bohr-Procopiu:

$$\mu_z = \pm\frac{e\hbar}{2m} = \pm\mu_B$$

De ce este rezultatul surprinzător? Pentru că în acest moment nu avem nici o idee despre natura spinului electronului (cele două stări cuantice), și deci nu putem explica valoarea obținută experimental. Momentul magnetic de spin putea lua orice valoare, dar vedem că nu este așa. După cum vom arăta în secțiunea 132, momentul magnetic de spin este o consecință a mișcării relativiste a electronului.

De acum încolo, pentru cele mai multe particule vom înțelege prin *spin* un număr care ne spune indirect câte stări cuantice distincte poate avea particula într-un loc din spațiu. În cazul electronului avem doar *două* astfel

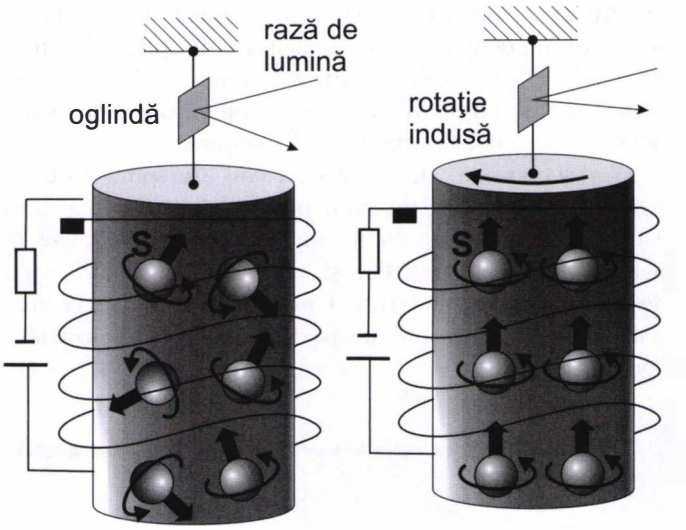

Figura 9.38: *O schemă simplificată a experimentului Einstein-de Haas, în care considerăm doar influența spinului electronilor. În stânga spinii sunt orientați aleator. În dreapta se aplică un câmp magnetic cu ajutorul unei bobine (întrerupătorul este închis). Câmpul aliniază spinii electronilor în aceeași direcție. Pentru că acum electronii se „rotesc" în aceeași direcție, întregul cilindru capătă un momentul cinetic propriu în direcția opusă de rotație a electronilor, fiindcă momentul cinetic total se conservă. Rotația cilindrului va fi măsurată prin deflecția unei raze laser.*

de stări cuantice. În cazul protonului și neutronului vor fi tot două. În secțiunea următoare vom vedea că există o distincție fundamentală între spinul particulelor, în funcție de tipul lor: fermioni sau bosoni.

Să menționăm că experimentului lui Stern și Gerlach a fost discutat la început nu în termeni de proprietăți ale electronului, ci ale spațiului. Astfel, au spus unii fizicieni, atomii de argint au ajuns în două poziții pentru că spațiul este cuantificat! Spațiul ar avea un fel de „tunele" care ar ghida atomul de argint (considerat fără moment magnetic) în două locuri diferite. Abia dupa câțiva ani au făcut fizicienii legătura cu alte experimente din fizică. Ei au interpretat apoi rezultatul nu în termeni de spațiu, ci de proprietăți ale atomului (și deci ale electronului), venind cu presupunerea că electronul are un moment magnetic intrinsec, diferit de cel orbital, dat de mișcarea sa de spin.

Recapitulând, am văzut că electronul se comportă în câmp magnetic asemănător unui mic magnet semiclasic, chiar și atunci când este în repaus, deși electronul este punctiform. Trebuie să considerăm că în fiecare punct din spațiu electronul poate fi găsit în *două* stări cuantice, și fiecare din ele are o evoluție diferită în câmp magnetic, în acord cu ecuația lui Pauli. Cele două stări cuantice sunt desemnate cu numele de „spin".

Pe parcursul discuției am insistat că electronul în nici un caz nu poate fi privit ca un corp rigid care se rotește în jurul axei sale, ci trebuie privit ca un obiect *punctiform*, fără formă și dimensiune. În acest caz, spinul său reprezintă cele două stări cuantice intrinseci, și nu rotația în jurul propriei axe. Aceasta va fi ipoteza noastră nu numai acum, dar și în viitoarele teorii, ca mecanica cuantică relativistă sau electrodinamica cuantică. De aceea puteți lua acum o pauză pentru a vă obișnui cu ea. Odată ce ați încheiat pauza, asezați-vă bine în scaun, pentru că vom prezenta acum un experiment care vine într-o aparentă contradicție cu presupunerile de până acum și ne întinde gândurile către limita imaginației.

Astfel, în figura 9.38 prezentăm schema experimentului propus de Einstein și Wander Johannes de Haas în anul 1915, care măsoară direct atât *momentul cinetic orbital* **L** cât și *momentul cinetic propriu* **S** al electronului. Aici cilindrul din figură reprezintă o bucată de feromagnet iar în interiorul lui am reprezentat șase electroni prin niște sfere (uitând pe moment că electronul este de fapt punctiform). Pentru simplitatea argumentului am considerat doar mișcarea clasică a electronului în jurul axei sale, deci *momentul cinetic propriu* **S**.

În starea naturală a feromagnetului, *momentele cinetice proprii* **S** ale electronilor sunt orientate în direcții aleatoare (stânga figurii 9.38). Odată însă ce aplicăm un câmp magnetic, cu ajutorul unei electromagnet (dreapta figurii) momentele cinetice proprii ale electronilor se orientează în aceeași direcție, deoarece electronii sunt în același timp și niște mici magneți și au și moment magnetic de spin $\boldsymbol{\mu}_S$.

După ce aplicăm câmpul magnetic, vedem în figură cum electronii (considerați niște sfere clasice) se rotesc toți în aceeași direcție. Datorită sincronizării, ne așteptăm ca întregul cilindru să capate un moment cinetic propriu, deci o mica tendință de a se roti în aceeși direcție cu impulsul primit de la electroni. Lucrul acesta se și observă în practică, acolo unde rotația se măsoară mai modern cu deflecția unei raze laser.

De ce este experimentul extraordinar? Pentru că tocmai ne-am convins că electronul este o particulă *punctiformă*... El nu are nici dimensiune, și nici formă, și nu arată în realitate ca sferele din figura 9.38. Fiind punctiform, nu ne așteptăm ca el să aibă moment cinetic propriu pe care să-l imprime cilindrului. Și totuși, experimentul demonstrează că *are* un moment cinetic propriu **S** chiar fiind punctiform! Iată paradoxul care pune în dificultate imaginația noastră.

Ajunși aici, să spunem că experimentul Einstein-de Haas măsoară și momentul cinetic orbital **L** al electronului, însă el se dovedește o fracțiune a momentului cinetic propriu **S** și de aceea noi nu l-am mai discutat, pentru a păstra simplitatea argumentului. De fapt, numai măsurători ulterioare au confirmat diferența clară dintre cele două.

Ne putem întreba cât este valoarea măsurată a momentului cinetic propriu **S** a unui electron punctiform, în experimentul Einstein-de Haas. Răspunsul este că el ia doar două valori posibile:

$$S_z = \pm\frac{1}{2}\hbar$$

De aceea, fizicienii spun că electronul are spinul 1/2, înțelegând de fapt 1/2 unități elementare de spin $\hbar = h/(2\pi)$. Să remarcăm că aceeași unitate elementară $\hbar$ a momentului cinetic orbital cuantificat a fost descoperită și de Bohr pentru orbitele atomului de hidrogen $L_z = n\hbar$

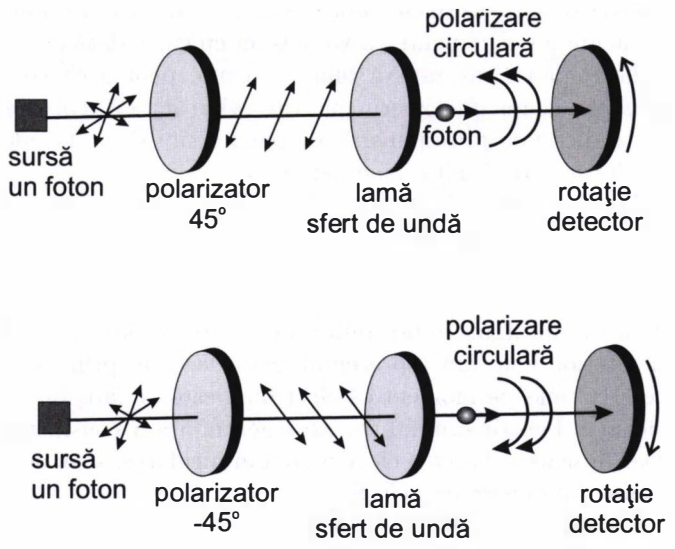

Figura 9.39: *În figură este schițat un experiment ce măsoară momentul cinetic intrinsec al unui singur fo-ton, anticipând noțiuni introduse în capitolul 10. Aici o sursă de intensitate scăzută trimite lumină care devine polarizată liniar la trecerea prin primul polarizor și apoi polarizată circular după trecerea prin lama sfert de undă. Dacă lumina are o intensitate foarte scăzută, atunci un singur foton polarizat circular ce ajunge la detector va avea un moment cinetic intrinsec $S_z = \pm\hbar$, în direcția sa de mișcare ($\hbar$ pentru polarizare circulară de stânga și $-\hbar$ pentru polarizare circulară de dreapta). Se spune că fotonul are spinul 1, în multipli de unități fundamentale $\hbar$. La absorbția pe detector, fotonul transferă aceast moment cinetic detectorului, care se va roti ușor.*

(vezi secțiunea 98). În ambele cazuri este vorba de valoarea acestor mărimi pe direcția verticală, definită de procesul de măsurătoare.

Calcul: ***Momentele magnetice ale electronului***

Să rezumăm diferențele dintre momentul cinetic orbital $\mathbf{L}$ și cel propriu $\mathbf{S}$ al electronului. Astfel, în mișcarea sa orbitală în jurul nucleului de hidrogen, momentul cinetic orbital este cuantificat, ca și cel propriu (care este mereu cuantificat). Într-o direcție preferențială dată de sistemul de măsură, ele vor lua valorile:

$$L_z = n\hbar \qquad S_z = \frac{1}{2}\hbar$$

Lor li se atașează momente magnetice, care au valorile

$$\boldsymbol{\mu}_L = -\frac{e}{2m}\mathbf{L} \qquad \boldsymbol{\mu}_S = -g\frac{e}{2m}\mathbf{S}$$

Aici factorul $g = 2$ este cunoscut ca factorul lui Landè.

Astăzi știm că nu numai electronul are moment cinetic intrisec (*spin*), dar și celelalte particule elementare, de exemplu, fotonii sau quarcii. Exemplul fotonului este detaliat în figura 9.39. Și aici, cu toate că fotonul se consideră punctiform, el poartă cu sine un moment cinetic intrinsec ce va lua doar unitățile elementare de spin $\hbar$ devenind $S_z = \pm\hbar$ în direcția de mișcare a fotonului și în funcție de polarizarea sa circulară. De aceea, spinul fotonului este 1, pentru că are doar un unitate elementară $\hbar$.

Să observăm că, chiar dacă fotonul are spin, el nu are și moment magnetic de spin, pentru că sarcina electrică a fotonului este nulă. Neutronii au nu numai moment cinetic intrinsec de spin dar și moment magnetic de spin, deși nu au sarcină electrică. Curios, nu? Observația sugerează deja că neutronul are particule încărcate electric în componența sa.

109. Situația mai multor particule. Bosoni și fermioni

Până acum am discutat despre cuantificarea unei singure particule, în particular a unui electron. Acum însă vom discuta pe scurt despre situația în care avem un sistem format din *mai multe* particule.

Căci, surprinzător, un ansamblu de particule *nu* este descris de un ansamblu de unde de probabilitate, câte una pentru fiecare particulă, așa cum poate ne-am fi așteptat. Modelul din urmă este doar o aproximare, folosită uneori de fizicieni: atunci când nu știm ce se întâmplă cu adevărat, scriem undele de probabilitate pentru fiecare particulă. Când vrem însă să studiem mai adânc tainele universului, trebuie să folosim o noțiune nouă: unda de probabilitate *multiparticulă*, numită și *funcția de undă multiparticulă*.

Motivul este următorul. Orice stare cuantică este o *superpoziție cuantică* de stări clasice. Statuia cuantică (exemplificată în secțiunea 106) era o superpoziție cuantică a situației în care mâna stângă era ridicată în sus și a celei în care mâna dreaptă era ridicată în sus. Pisica lui Schrödinger este o superpoziție cuantică a altor două situații: cea în care este vie și cea în care este moartă. Fiecare din cele două stări clasice ale situațiilor exemplificate primește un număr complex, iar setul celor două numere complexe formează unda de probabilitate (a pisicii sau a statuii), denumită și funcție de undă.

Starea clasică a unui electron fără spin este descrisă de poziția din spațiu unde îl putem găsi. Starea cuantică este *superpoziția cuantică* a tuturor acestor stări clasice. Fiecare stare clasică primește acum un număr complex. Modulul acestui număr ne dă probabilitatea de a găsi electronul în acea poziție din spațiu. Setul acestor numere complexe este *unda de probabilitate* a electronului, ceea ce înseamnă acum că electronul se poate găsi oriunde în spațiu, sau, cu alte cuvinte, că el este *în același timp* peste tot în spațiu. De aceea unda de probabilitate devine acum o funcție spațială cu valori complexe.

Pentru a cuantifica un sistem de mai multe particule, trebuie atunci să inventariem mai întâi *toate* stările clasice. Apoi trebuie să atașăm câte un număr complex fiecărei stări clasice și să construim unda de probabilitate (funcția

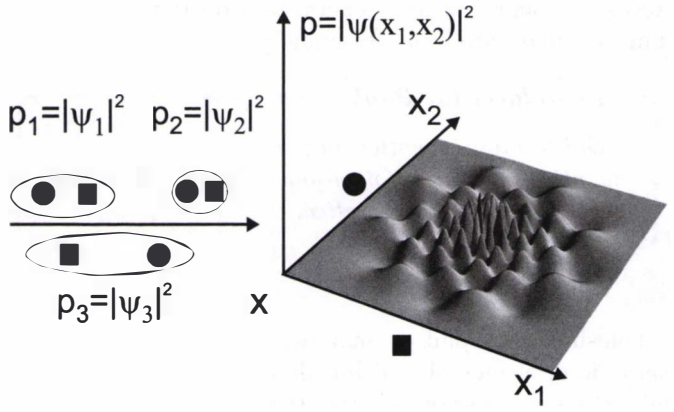

Figura 9.40: *Stânga: Două particule (un pătrat și un cerc) pot lua diverse poziții pe o axă x. Ele se află mai aproape sau mai departe una de alta, mai la stânga sau mai la dreapta. În figură sunt exemplificate doar trei configurații dintr-un număr infinit de configurații posibile. Fiecare configurație primește un număr complex ψ, iar modulul numărului ne dă probabilitatea de a găsi sistemul de cele două particule precis în acea stare clasică. În dreapta este prezentată situația generală, într-un sistem în care axele sunt pozițiile fiecărei particule. Aici fiecare combinație de poziții x_1 și x_2 pentru cele două particule primește câte un număr complex $\psi(x_1, x_2)$. Funcția ψ reprezintă atunci funcția de undă multiparticulă a celor două particule.*

de undă) ca o mulțime a tuturor acestor numere complexe. Să vedem.

Pentru simplitate să presupunem că avem un *proton* și un *electron*. O stare clasică este electronul la București, protonul la Râmnicu Vâlcea. O alta este cea în care ambii sunt la București, iar o cu totul alta cea în care electronul este la Moscova și protonul undeva pe Lună. După cum se vede, totalitatea stărilor clasice conține toate *combinațiile* posibile, unde fiecare particulă (electron sau proton) poate fi pe oriunde în univers. Aceste combinații se vor descrie, pentru cele două particule exemplificate, ca un set de perechi $(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$, unde $\mathbf{r}_1$ este poziția primei particule iar $\mathbf{r}_2$ poziția celei de-a doua particule (vezi figura 9.40).

În mecanica cuantică trebuie să atribuim *fiecărei* astfel de combinații $(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ un număr complex. Totalitatea acestor numere complexe este unda de probabilitate a sistemului, funcția de undă. De aceea, unda de probabilitate a sistemului este o funcție de două coordonate $\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ unde $\mathbf{r}_1$ desemnează coordonata protonului și $\mathbf{r}_2$ coordonata electronului. Această funcție $\psi : R^3 \times R^3 \to C$ ia valori complexe și ea reprezintă deci unda de probabilitate *multiparticulă* sau funcția de undă a sistemului.

Să remarcăm că funcția de undă multiparticulă *nu* poate fi scrisă decât în puține cazuri ca un ansamblu de două unde de probabilitate, câte una pentru fiecare particulă: $\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \approx \psi_1(\mathbf{r}_1)\psi_2(\mathbf{r}_2)$. Aici $\psi_1(\mathbf{r}_1)$ ar fi unda de probabilitate a primei particule iar $\psi_2(\mathbf{r}_1)$ a celei de-a doua particule. De cele mai multe ori acest lucru nu este posibil: funcția de undă multiparticulă este *mai mult* decât ansamblul câtorva unde de probabilitate, câte una pentru fiecare particulă.

În plus, urmărind postulatele mecanicii cuantice, putem spune că *intensitatea* funcției de undă ne dă probabilitatea ca sistemul celor două particule să se găsească într-o situație clasică. Cu alte cuvinte, $p = |\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2$ este densitatea de probabilitate de a găsi protonul în poziția $\mathbf{r}_1$ și electronul în poziția $\mathbf{r}_2$.

Desigur, și în cazul funcței de undă multiparticulă $\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ trebuie să găsim o ecuație Schrödinger de *evoluție* a ei. De cele mai multe ori ea se obține „spionând" puțin ecuațiile clasice, pentru că în final probabilitățile cele mai mari trebuie să corespundă traiectoriilor clasice. În cazul a două particule, ecuația se mai poate scrie cât de cât, însă când avem mai multe particule ea devine foarte complexă, dacă urmăm rețeta de mai sus. Din fericire, ecuația de evoluție ia forme mai accesibile în teoriile cuantice de câmp (de exemplu, *electrodinamica cuantică*), care nu sunt de fapt decât teorii cuantice pentru sisteme de mai multe particule, cu câteva ingrediente suplimentare.

Povestea sistemelor cuantice de mai multe particule nu se oprește aici. Din contra, ea devine foarte interesantă atunci când discutăm situația unor particule *de același tip*, identice (electroni să spunem). În cazul clasic, când avem două particule, ele sunt mereu *discernabile*, chiar dacă sunt de același tip. Astfel, putem urmări evoluția unor particule anume și spune: „Aha, asta e prima particulă, iar asta cea de-a doua". Iar faptul că le putem urmări separat înseamnă că le putem discerne.

A discerne însă evoluția unor particule identice în mecanica cuantică devine imposibil, și iată de ce. Să ne imaginăm situația unui singur electron fără spin (pentru a simplifica lucrurile). În timp, unda sa de probabilitate *evoluează*, iar eu pot să-l găsesc mai târziu într-o anumită poziție cu o anumită probabilitate. Dacă însă am doi electroni care nu interacționează, fiecare cu unda lui de probabilitate (cazul simplificat)? Desigur și acum trebuie să folosesc același formalism, iar undele de probabilitate ne vor da probabilitățile de a găsi primul electron într-un loc și al doilea în alt loc (vezi figura 9.41).

Să presupunem acum că eu măsor un electron într-o poziție și celălalt electron într-o altă poziție. Care este electronul ce provine de la prima undă de probabilitate și care este cel ce provine de la a doua undă de probabilitate? Imposibil de spus! Atâta timp cât undele de probabilitate se suprapun, în zona de suprapunere un electron poate proveni *fie* de la prima undă de probabilitate, *fie* de la cea de-a doua. Practic, se prea poate ca electronii să-și fi schimbat pozițiile între ei, fără ca eu să bănuiesc!

Aceasta pentru că electronii sunt indiscernabili, deci eu n-am cum să fac diferența dintre cei doi, nu știu care este „primul" și care „al doilea". Acum, eu nu știu care din cei doi electroni „a căzut din cer" în locul în care tocmai am măsurat un electron. Observăm astfel că această indiscernabilitate este strâns legată de mecanica cuantică, acolo unde electronii nu au traiectorii continue de mișcare pe care le-am fi putut urmări, ci pot fi găsiți în oricare loc, în funcție de unda lor de probabilitate.

Am văzut însă că, în general, probabilitatea de a găsi un electron în $\mathbf{r}_1$ și altul în $\mathbf{r}_2$ este dată de modulul numărului complex $|\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2$. Eu nu pot spune *care* electron este în poziția $\mathbf{r}_1$ și care în poziția $\mathbf{r}_2$. Atunci pot la fel de bine spune că *probabilitatea* de a găsi primul electron în $\mathbf{r}_1$ și al doilea în $\mathbf{r}_2$ este *egală* cu probabilitatea de a găsi al

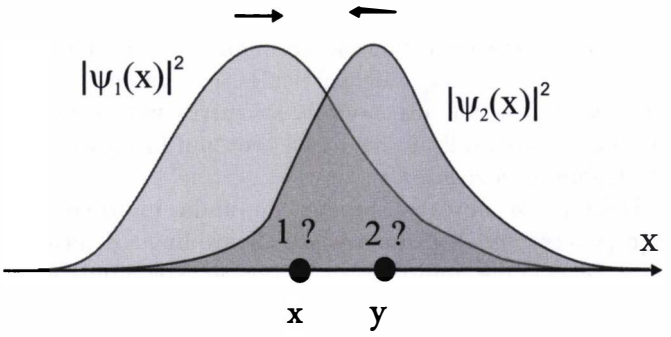

Figura 9.41: *În figură sunt reprezentate schematic două unde de probabilitate $\psi_1(x)$ și $\psi_2(x)$, pentru doi electroni care se mișcă pe aceeași direcție x. Dacă facem o măsurătoare și găsim un electron în punctul x și altul în punctul y, putem spune care este primul electron și care cel de-al doilea? Nu, pentru că ei sunt identici și pentru că pot proveni de la ambele unde de probabilitate. Practic, s-ar putea să ne înșelăm, iar primul electron să fie cel de-al doilea, și invers. Aceasta înseamnă că probabilitatea de a găsi primul electron în x și al doilea în y este egală cu cea de a găsi primul electron în y și al doilea în x.*

doilea electron în $\mathbf{r}_1$ și primul în $\mathbf{r}_2$. Matematic, aceasta înseamnă că modulul numărului complex $\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ trebuie să fie egal cu modulul numărului complex $\psi(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1)$, adică $|\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)| = |\psi(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1)|$. Rezultatul este o restricție obligatorie pentru particulele *identice*, datorită legilor mecanicii cuantice. El ne spune că funcția de undă diferă, până la o constantă complexă de modul egal cu unitatea, atunci când schimbăm coordonatele între ele ($\mathbf{r}_1$ devine $\mathbf{r}_2$, și $\mathbf{r}_2$ devine $\mathbf{r}_1$).

Wolfgang Pauli a propus ca, în cazul general, această constantă de proporționalitate ce apare la schimbarea coordonatelor între ele să nu poată lua decât două valori: -1 și $+1$. Ea depinde doar de ce tipuri de particule identice sunt cele două, *fermioni* sau *bosoni*. Pentru *fermioni* constanta de proporționalitate este -1, ceea ce înseamnă că funcția de undă este *antisimetrică*: $\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = -\psi(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1)$. Pentru *bosoni* constanta este $+1$, ceea ce înseamnă că funcția de undă este *simetrică*: $\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \psi(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1)$.

Atunci, la schimbarea a două coordonate, funcția de undă multiparticulă este simetrică în cazul *bosonilor* și antisimetrică în cazul *fermionilor*. Fiecare particulă elementară este fie boson, fie fermion, iar experimentul va decide în final care dintre particule sunt bosoni și care fermioni. De exemplu, electronul este fermion și fotonul este boson.

O primă consecință a acestui postulat are de-a face cu probabilitatea de a găsi două sau mai multe particule identice în *aceeași* stare cuantică. Astfel, ne putem întreba care este probabilitatea să găsim doi *fermioni* în același loc $\mathbf{r}$ din spațiu. Probabilitatea este desigur $|\psi(\mathbf{r}, \mathbf{r})|^2$. Funcția de undă multiparticulă este însă *antisimetrică* pentru fermioni și deci trebuie să punem semnul -1 atunci când schimbăm coordonatele între ele. Avem $\psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}) = -\psi(\mathbf{r}, \mathbf{r})$, care conduce la $\psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}) = 0$. Concluzia: probabilitatea să găsim doi *fermioni* identici în același loc este identic *nulă*!

Această concluzie a fost generalizată de Pauli sub forma unui postulat care îi poartă numele:

Postulatul lui Pauli:

Doi fermioni identici nu pot ocupa aceeași stare cuantică, pe când doi bosoni sau mai mulți pot ocupa aceeași stare cuantică.

Folosind principiul de mai sus, putem explica tabelul periodic al elementelor al lui Mendeleev. Astfel, mai întâi trebuie să construim toate stările cuantice posibile ale electronilor din atom (considerați fără spin), numite *orbitali* (vezi figura 9.20). Acestea ar fi descrise de niște unde de probabilitate rezonante în atomi. Apoi luăm în considerare spinul și postulăm că fiecare *orbital* adăpostește de fapt *două* stări cuantice diferite, pentru cele două valori ale spinului (am folosit faptul că electronul este fermion, deci nu putem pune decât maximum un electron pe o singură stare cuantică).

În continuare umplem orbitalii cu electroni, de la energie mai mică spre energie mai mare (deci de la centru spre exterior), exact cu câte *doi* electroni pe fiecare *orbital* (pentru cele două stări de spin). În acest fel, pentru pentru fiecare număr de electroni dat, putem descrie atomul corespunzător și proprietățile sale esențiale, de exemplu, valența.

Trebuie spus că simetria sau antisimetria funcției de undă este legată de *spinul* particulelor care sunt identice. Astfel, în secțiunea precedentă am văzut că particulele au un moment cinetic intrinsec, care se *măsoară* direct la impactul acestora cu un detector. Momentul cinetic intrinsec (denumit simplu *spin*) ia valori discrete față de o valoarea fundamentală $\hbar$.

Astfel, spinul electronului într-o direcție z determinată de configurația măsurătorii are valoarea $S_z = \pm\hbar/2$, și el pune în rotație materialul în care se află, așa cum am văzut în experimentul Einstein-de Haas (vezi figura 9.38). Se spune atunci că electronul are spinul $1/2$. În același fel, fotonul are un moment cinetic intrinsec de $S_z = \pm\hbar$, în funcție de polarizarea sa circulară, moment cinetic care pune în rotație detectorul care absoarbe fotonul (vezi figura 9.39). Se spune atunci că fotonul are spinul 1.

Știind spinul particulelor, vom spune care particule sunt bosoni și care fermioni. Astfel, fermionii au valori ale spinului *semi-întregi* (precum electronul, care are valoarea spinului $1/2$), iar bosonii au valori ale spinului *întregi* (precum fotonul, care are spinul 1). Această corelație este cunoscută sub numele de *conexiunea spin-statistică*, și ea se poate explica în cadrul teoriilor cuantice de câmp.

Așa cum am subliniat în secțiunea precedentă, pentru noi este mai important să ne aducem aminte că valoarea spinului ne dă numărul stărilor cuantice *distincte* din aceeași locație a spațiului. Pentru aceasta, trebuie să ținem minte o regulă nu foarte complicată. Astfel, dacă un *boson* are spinul n (unde n este un număr natural), stările sale cuantice *distincte* se desemnează prin $\{-n, -n+1, -n+2, \ldots, n-2, n-1, n\}$. Cu alte cuvinte, avem $2n+1$ stări. Dacă de exemplu bosonul are spinul 2, vor fi cinci stări cuantice distincte în aceeași poziție din spațiu, desemnate prin $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ (vezi figura 9.42).

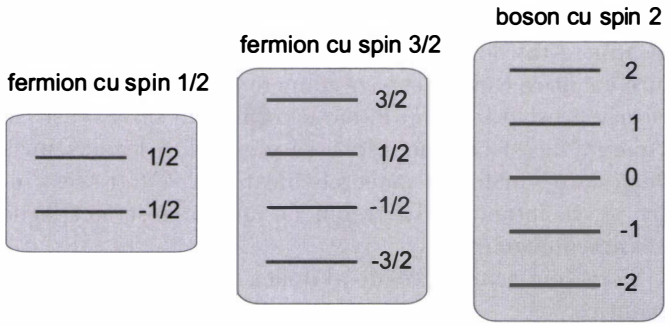

Figura 9.42: *În stânga sunt exemplificate stările cuantice discrete din aceeași poziție de spațiu pentru un fermion de spin 1/2, iar la mijloc cele pentru un fermion de spin 3/2. În dreapta sunt indexate stările de spin ale unui boson de spin 2.*

Aceeași regulă se aplică și fermionilor. Astfel, un *fermion* de spin $n/2$ va avea stările distincte indexate de $\{-n/2, -n/2+1, -n/2+2, \ldots, n/2-2, n/2-1, n/2\}$. Vom avea atunci $n+1$ stări. De exemplu, dacă un fermion are spinul $3/2$, el va avea stările distincte indexate de $\{-3/2, -1/2, 1/2, 3/2\}$, adică patru stări. Pentru electron (spin $1/2$) avem doar stările $-1/2$ și $1/2$, adică *două* stări cuantice distincte. Putem observa că un boson are un număr *par* de stări cuantice distincte, iar un fermion un număr *impar*.

În final, să facem câteva observații pe seama indiscernabilității cuantice a particulelor identice, de exemplu electronii. Căci, dacă electronii oricum sunt indiscernabili cuantic, nu este mai bine să privim un ansamblu de electroni ca pe un fel de manifestare a *întregii* funcții de undă multiparticulă, și nu ca pe o sumă a electronilor individuali ce o compun? Cu alte cuvinte, să considerăm că acest univers nu este un ansamblu de particule individuale, ci manifestarea unei funcții de undă multiparticulă?

Abordarea de mai sus scoate în evidență teza *holismului*, cea care spune că un sistem nu se poate reduce la suma părților componente. În cazul de față, nu putem scrie mereu funcția de undă pentru doi electroni ca un produs de *două* funcții de undă, câte una pentru fiecare electron: $\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \neq \psi_1(\mathbf{r}_1)\psi_2(\mathbf{r}_2)$. Cu alte cuvinte, sistemul de doi electroni cuantici este mai mult decât suma starilor cuantice ale celor doi electroni luați separați.

Astfel de idei au circulat și mai circulă în mințile multor fizicieni. Spun unii: dacă în mecanica clasică universul era un *ansamblu* de particule independente, în mecanica cuantică pare mai potrivit conceptul de *multiparticulă*, la fel cum la suprafața apei ni se pare că vedem mai multe plante, deși, dacă ne uităm sub apă, vom vedea că ele provin din aceeași tulpină.

Modelele de mai sus pun sub semnul întrebării *identitatea* unui singur electron, din moment ce el nu este decât o etichetare a unei stări particule a universului multiparticulă luat ca un tot, o aproximare utilă în anumite cazuri. Și, dacă identitatea unui obiect așa de simplu ca electronul este pusă la îndoială, ce putem spune despre identitatea noastră? Nu este aceasta un concept și mai artifical decât cel al unui singur electron?

Un caz opus este ideea fizicianului american Richard Feynman care, mulți ani la rând, a presupus că toți electronii din univers sunt una și aceeași particulă, din moment ce ei nu sunt oricum discernabili!

110. Postulatele mecanicii cuantice

Iată-ne ajunși într-un punct unde vom recapitula postulatele mecanicii cuantice deja discutate până acum. Să începem direct cu primul postulat:

Primul postulat al mecanicii cuantice

Comportarea unui sistem cuantic este dată de unda sa de probabilitate, numită și funcție de undă cuantică. Aceasta este un set de numere complexe ψ_n, câte unul pentru fiecare stare clasică posibilă n a sistemului (în cazul discret). Pătratul modulului unui număr complex din set este egal cu probabilitatea p_n de a găsi sistemul cuantic în acea stare clasică: $p_n = |\psi_n|^2$.

Dacă vrem să cuantificăm un sistem oarecare, trebuie să inventariem toate *stările clasice* posibile ale sistemului. Pisica lui Schrödinger are două: pisică vie sau pisică moartă. Statuia cuantică are tot două: cu mâna stângă ridicată sau cu mâna dreaptă ridicată. O particulă fără spin are o infinitate de astfel de stări clasice posibile, câte una pentru *fiecare* punct din spațiu în care poate fi găsită. Pentru fiecare stare clasică avem câte un număr complex, al cărui modul ne dă în esență probabilitatea de găsi sistemul în acea stare clasică. Totalitatea acestor numere complexe este denumită *unda de probabilitate* a sistemului sau *funcție de undă*.

Remarcăm că esența principiului pornește de la un set de stări clasice, pentru care trebuie să creăm o *superpoziție cuantică*. Definiția „clasic" trebuie puțin lărgită în cazul spinului, care am văzut că este o proprietate cuantică, dar care poate fi considerat clasic în discuțiile ce urmează, de dragul argumentului. Astfel, fiecare stare cuantică de spin primește câte un număr complex, în definiția de mai sus.

În cazul unei particule fără spin, unda de probabilitate este reprezentată de un *număr complex* pentru fiecare punct al spațiului $\psi(\mathbf{r})$. Pătratul modulului numărului complex (intensitatea undei) $|\psi(\mathbf{r})|^2$ este proporțional cu probabilitatea de a găsi particula în acel punct.

În cazul în care particula are spin, atunci ea are mai multe stări cuantice în *aceeași* poziție spațială, în funcție de valorile spinului. De exemplu, electronul are două stări cuantice diferite în aceeași poziție. Matematic, unda de probabilitate devine un set de două numere complexe în fiecare punct al spațiului. Pătratul modulului fiecărui număr complex este probabilitatea ca electronul să fie găsit în acea stare cuantică, în acel loc. De cele mai multe ori, cele două numere complexe se scriu sub forma unei matrice coloană, pentru simplitate atunci când vor fi mult mai multe elemente.

În cazul mai multor particule, trebuie să descriem tot sistemul cu o funcție de undă *multiparticulă*. Pentru două particule fără spin, trebuie să inventariem toate stările clasice, care reprezintă acum toate combinațiile posibile de poziții în care se pot găsi cele două particule. Unda de probabilitate *multiparticulă* devine $\psi(\mathbf{r_1}, \mathbf{r_2})$ unde $\mathbf{r_1}$ și $\mathbf{r_2}$ reprezintă pozițiile posibile ale particulelor în spațiu. Pătratul modulului numărului complex $|\psi(\mathbf{r_1}, \mathbf{r_2})|^2$ ne va da probabilitatea de a găsi prima particulă în $\mathbf{r_1}$ și a doua în $\mathbf{r_2}$. În plus, dacă particulele sunt *identice*, funcția aceasta de undă nu poate fi decât simetrică (pentru bosoni) și antisimetrică (pentru fermioni).

De aici încolo, numai imaginația ne poate fi limita. Căci pentru orice sistem clasic, trebuie să urmărim aceeași procedură: inventarierea stărilor și atribuirea câte unui număr complex pentru fiecare stare. Totalitatea acestor numere este unda de probabilitate.

Să menționăm totuși că unda de probabilitate este *mai mult* decât simpla noastră necunoaștere privind situația clasică a sistemului. La electron, de exemplu, faza undei de probabilitate apare în experimentele de interferență, deci ea prezintă o manifestare fizică a unei realități mai profunde: universul cuantic. De aceea mecanica cuantică este mai mult decât o teorie statistică a probabilităților de găsi electronul într-un loc sau altul.

În practică, alegerea stărilor clasice pune probleme, care sunt rezolvate de multe ori cu greutate. Cel mai des se întâlnește metoda fotografiei: ceea ce se vede într-o fotografie este o „stare clasică". De exemplu, poziția unei particule se poate citi din poză. Atunci începem considerând poziția electronului ca pe o stare clasică, când construim unda de probabilitate.

Un alt exemplu este cazul *fotonului.* Aici ne interesează de exemplu culoarea sa. Cum însă un foton de culoare determinată este descris de o undă electromagnetică plană, vom considera că situațiile „clasice" sunt determinate de *unde plane.* Așa cum am menționat mai devreme, nu există o regulă generală, iar alegerea „stărilor clasice" depinde și de ceea ce ne interesează pe noi de fapt. Iată în continuare câteva întrebări care se pot formula în legătură cu primul postulat al mecanicii cuantice și răspunsurile aferente:

Se întinde unda de probabilitate a unei particule în tot spațiul? Da. Asta înseamnă că particula poate fi găsită la un moment ulterior în orice punct din univers. Faptul e interpretat în multe feluri de către fizicieni. Unii spun că particula este în *același timp* peste tot, alții că particula este într-o *superpoziție cuantică* a stărilor sale clasice. În fond, este vorba de limbaj. În cazul pisicii lui Schrödinger, dacă cineva spune că pisica este în același timp și vie și moartă, nu înseamnă altceva decât că fiecare din cele două stări clasice primește un număr complex, iar unda de probabilitate este o superpoziție cuantică a celor două stări.

Cine decide unde va fi găsită efectiv particula atunci când este măsurată? Nu știm la ora actuală dacă există vreo lege sau cineva care decide unde va fi găsită efectiv particula. Mecanica cuantică ne spune doar care este probabilitatea de a o găsi acolo. Nu se știe dacă cumva Creatorul dă cu zarul (parafrazându-l pe Einstein) sau dacă procesul de măsurătoare este cel care decide. Momentan se consideră că *nimeni* nu decide unde va fi găsită efectiv particula. Pentru noi, procesul este complet aleator. Atât de aleator încât astăzi se fac cipuri electronice cuantice care generează numere aleatoare, ce folosesc efectiv acest principiu. Până acum nimeni nu a reușit să „spargă" acest cod cuantic și să găsească o lege ascunsă după care s-ar forma numerele aleatoare. Când acest lucru se va întâmpla, va trebui desigur să rescriem legile mecanicii cuanice.

Să trecem acum la cel de-al doilea postulat al mecanicii cuantice:

Al doilea postulat al mecanicii cuantice:

Ecuația lui Schrödinger pentru un sistem descrie evoluția undei sale de probabilitate în absența măsurătorilor, deci evoluția tuturor numerelor complexe atașate stărilor sale clasice. Ea ne asigură că unda de probabilitate rămâne normată și că probabilitatea de a găsi sistemul acolo unde prezice mecanica clasică este foarte mare.

Este clar că avem nevoie de o astfel de ecuație ca să descriem *evoluția* stării cuantice, fie aceasta dată de un electron sau de statuia cuantică. Evoluția ne arată în fond *cum se schimbă în timp* numerele complexe ce descriu starea de superpoziție cuantică.

Să ne imaginăm pentru moment situația universului întreg. Universul se găsește, conform principiilor de până acum, într-o superpoziție cuantică a tuturor configurațiilor sale clasice. Fiecare configurație primește un număr complex, iar ansamblul acestora este unda de probabilitate a universului. Numerele vor evolua însă în timp, printr-o lege pe care trebuie s-o descoperim și pe care o vom asocia numelui lui Schrödinger.

Mecanica cuantică devine atunci, în lipsa măsurătorilor, un uriaș „dans cosmic" al numerelor complexe ce reprezintă unda de probabilitate a Universului întreg. Scopul ultim al fizicienilor este să identifice stările clasice ale universului și evoluția în timp a tuturor numerelor complexe atașate lor. Când vor face acest lucru, probabil că pot ieși la pensie...

Postulatul de mai sus ne spune și că unda de probabilitate a sistemului ce evoluează trebuie să fie *normată.* Aceasta înseamnă că, dacă eu găsesc acum sigur un electron în tot spațiul, peste două ore voi găsi tot unul, nu doi! În final, toate probabilitățile din spațiu adunate trebuie să dea unitatea, în orice moment de timp, indiferent cum evoluează unda de probabilitate.

În plus, comportarea cuantică a sistemelor trebuie s-o *aproximeze* pe cea clasică. La urma urmei, în lumea clasică vedem o particulă deplasându-se de la stânga la dreapta. Aceasta înseamnă că probabilitatea cea mai mare trebuie să urmeze traiectoria clasică. Desigur, dacă mă uit cu lupa mai bine voi găsi particula puțin pe lângă traiectorie. Sau, dacă fac multe experimente, pot găsi la un moment dat o particulă nu pe traiectoria clasică, ci pe plajă la Mamaia! Ele nu sunt însă decât evenimente cu o probabilitate mai mică, în general particulele trebuie să urmeze evoluții *apropiate* de traiectoriile clasice.

Este interesant de menționat că ecuația lui Schrödinger pentru un electron are soluții *staționare.* Ele sunt soluțiile pentru care probabilitatea de a detecta un electron într-o

anumită poziție spațială nu se schimbă în timp, este constantă. Stările se numesc staționare pentru că șansa de a găsi electronul într-un anume loc este mereu aceeași. Aceasta este situația electronilor care orbitează în jurul nucleului. Astfel, putem spune că unda de probabilitate a electronului vibrează rezonant în aceste cazuri, iar spectrul de energie va fi discret (vezi secțiunea 103).

În cazul general (nu numai particule) ecuația de evoluție a undei de probabilitate se construiește pornind de la evoluția clasică a sistemului. Aceasta pentru că ecuația lui Schrödinger este valabilă în prima instanță doar pentru electronul fără spin. Există apoi variații ale ecuației pentru alte situații (ca în cazul în care electronul are spin), însă nu există o formă generală!

Construcția ecuației pentru un sistem oarecare devine un subiect de examen de facultate, în care imaginația trebuie combinată cu cunoștințele. În unele cazuri evoluția este aproape imposibil de ghicit, de exemplu pentru pisica lui Schrödinger. În acest caz evoluția depinde de multe elemente componente, despre care nu știm prea multe, cum ar fi influența exactă a atomilor radioactivi asupra sănătății pisicii vii. Iată acum câteva întrebări posibile pe marginea acestui postulat:

Este evoluția undei de probabilitate continuă? Da, dacă nu intervenim cu vreo măsurătoare, evoluția undei de probabilitate este perfect *continuă*.

Cum depinde evoluția undei de probabilitate de mărimea sistemului clasic? În general, cu cât sistemul este mai mare (de exemplu statuia cuantică, cu o greutate de câteva tone), cu atât evoluția undei de probabilitate este mai *lentă*. Acesta este unul dintre motivele pentru care efectele mecanicii cuantice nu prea sunt vizibile la sistemele macroscopice.

Am ajuns la cel de-al treilea postulat al mecanicii cuantice, care scoate în evidență *procesul măsurătorii*, sau mai bine spus ce rămâne în urma lui:

Al treilea postulat al mecanicii cuantice:

După fiecare măsurătoare, unda de probabilitate a unui sistem cuantic suferă un colaps cuantic. Ea se schimbă brusc în urma măsurătorii, în funcție de rezultatul obținut în măsurătoare, în așa fel încât la o măsurătoare identică celei de dinainte să se obțină sigur același rezultat ca precedentul.

Acesta este postulatul cel mai controversat al mecanicii cuantice, și poate pe bună dreptate, fiindcă pare să sugereze că nu putem „vizualiza" universul cuantic, iar ceea ce observăm direct sunt doar aspecte clasice. Postulatul a fost discutat pe larg în cadrul exemplului cu statuia cuantică, acolo unde am văzut că o singură „privire" asupra statuii este de ajuns pentru a o scoate din starea de superpoziție cuantică și a o aduce într-una din cele două stări clasice posibile (vezi figura 9.30). Desigur, dacă am aștepta miliarde de ani, unda de probabilitate a statuii cuantice va evolua la loc într-o superpoziție cuantică, atâta timp cât nimeni nu se mai uită la ea.

Să ne concentrăm acum asupra exemplului unei singure particule fără spin și să vedem ce se întâmplă. Dacă unda de probabilitate ar fi evoluat în mod continuu de la începutul universului, atunci ea ar fi foarte *delocalizată* până

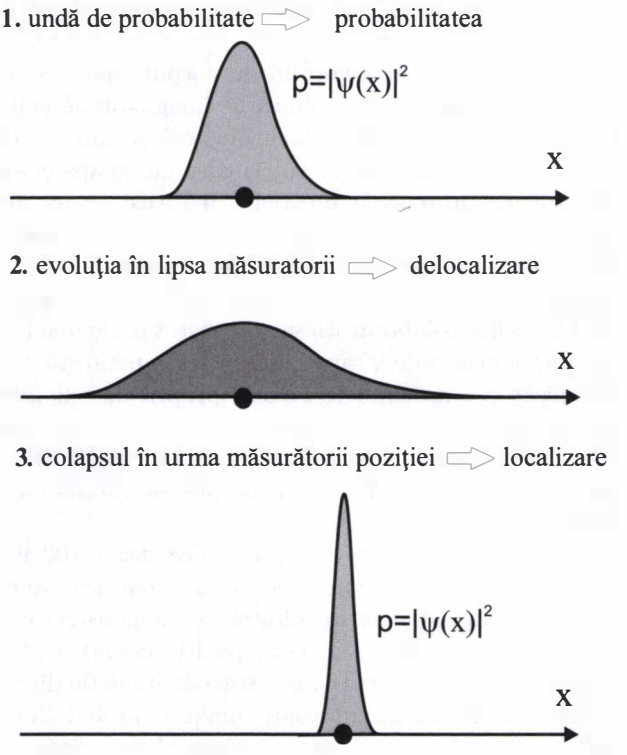

Figura 9.43: *Cele trei postulate ale mecanicii cuantice, ilustrate în cazul unei particule. Sus: unda de probabilitate $\psi(x)$ ne spune care este probabilitatea de a găsi particula într-un loc sau altul. Mijloc: unda de probabilitate evoluează, în absența măsurătorii, conform ecuației lui Schrödinger. În cazul în care particula este în repaus, unda de probabilitate devine, în timp, delocalizată. Jos: Dacă particula este găsită într-un loc, atunci unda de probabilitate suferă un colaps cuantic, se schimbă brusc, în așa fel încât să descrie apoi o particulă care se află în locul în care a fost găsită (unda de probabilitate devine localizată).*

astăzi. La măsurători succesive am fi avut un fel de efect stroboscopic: am fi putut găsi o particulă „când ici, când colea" (vezi stânga figurii 9.25).

Efectul acesta nu îl observăm în experimente, și cu atât mai puțin atunci când îl extrapolăm la corpurile *macroscopice*. De exemplu, în cazul unui grăunte foarte fin de nisip, ne așteptăm ca efectul să fie vizibil pe distanța a câțiva milimetri sau chiar centimetri, dacă luăm în considerare vârsta Pământului. Cu toate acestea, un grăunte de nisip rămâne la locul lui, fie privit la microscop, fie simțit în palmă, și nu suferă tranziții cuantice de la un loc la altul.

De aceea este necesar să introducem colapsul undei de probabilitate după fiecare măsurătoare. Atunci unda de probabilitate se schimbă brusc, în așa fel încât, dacă am măsura imediat *aceeași* proprietate, am obține din nou *același* rezultat.

De exemplu, unda de probabilitate a grăuntelui de nisip devine *localizată* de îndată ce efectuăm asupra ei o măsurătoare a poziției. Un alt observator care măsoară poziția la un moment ulterior va găsi cu siguranță grăuntele în același loc. Postulatul asigură astfel comportarea clasică a universului macroscopic, în așa fel încât obiectele să nu poate fi găsite „când ici, când colea" în momente succesive

de timp, ci aproape de locul unde au fost găsite ultima oară (vezi figura 9.43).

Desigur, atunci când vorbim de corpuri *macroscopice* (ca firul de nisip) ne este greu să ne imaginăm fie cum ar putea el exista în mai multe locuri în același timp, fie cum unda sa de probabilitate ar suferi câte un colaps cuantic la fiecare măsurătoare a poziției. Și totuși, exact acest lucru a fost verificat recent pentru un lamelă vibrantă de dimensiunea unui fir de păr (deci macroscopică).

Experimentul, publicat în revista *Nature* (2010) de către A.D. Connell și colaboratorii săi, a constat în răcirea lamelei la temperatura de 25 mK. Această temperatură e mai mică decât cea asociată frecvenței proprii de rezonanță, care se poate estima cu formula $T \approx hf/k = 100\ mK$, unde h este constanta lui Planck, k este constanta lui Boltzmann, iar f este frecvența proprie de rezonanță (de 6 GHz în experiment).

La temperatura de 25 mK (mai mică decât 100 mK), oscilațiile lamelei sunt numai de natură cuantică, iar cercetătorii care au publicat rezultatele au demonstrat că lamela se află într-adevăr în superpoziție cuantică atunci când nu e măsurată, între câteva stări de oscilație diferită. Mai mult, la fiecare măsurătoare, unda de probabilitate a lamelei suferă un colaps cuantic, alegând una dintre cele două posibilități. Cu alte cuvinte, starea de superpoziție și procesul de colaps cuantic se pot extinde într-adevăr la corpuri macroscopice.

Trebuie spus că postulatul colapsului cuantic are loc și pentru alte caracteristici ale unui sistem cuantic. De exemplu, pentru o particulă, dacă măsurăm cu precizie viteza sa, atunci unda de probabilitate devine sigur o undă plană după măsurătoare, pentru că unda plană descrie o particulă de viteză bine definită. Acum, dacă am măsura din nou viteza, am obține *cu siguranță* aceeași valoare ca mai înainte.

Consecința imediată a acestui postulat a fost *principiul de incertitudine* al lui Heisenberg. La două măsurători succesive diferite ale unor variabile conjugate (ca poziția și impulsul) unda de probabilitate se schimbă în așa fel încât ceea ce știam de la prima măsurătoare nu mai știm la a doua. De exemplu, am văzut în secțiunea 107 că nu putem măsura, atât impulsul, cât și poziția unui electron.

Astfel, după măsurarea vitezei, unda de probabilitate devine o undă plană. Acum electronul poate fi găsit oriunde, și nu îi mai știm poziția, chiar dacă îi știm precis viteza. După măsurarea poziției, unda de probabilitate devine localizată în zona unde particula a fost măsurată, iar aceasta poate fi scrisă matematic ca o sumă de unde plane, de lungimi de undă diferite (ceea ce înseamnă viteze diferite). Acum știm poziția electronului, dar nu mai știm exact viteza lui (vezi figura 9.32).

Iată și câteva întrebări interesante care s-ar putea pune în legătură cu acest postulat:

Este colapsul funcției de undă un proces continuu sau este ceva instantaneu? Fizica modernă consideră colapsul funcției de undă *instantaneu.*

Când se întâmplă colapsul? Când fotonul microscopului atinge electronul, când creierul meu ia cunoștință de noua valoare a poziției? Nu știm încă precis când are loc procesul sau cum are loc. Fizicienii îl descriu ca pe o „cutie neagră" și în privesc ca pe un rezultat al *procesului de măsurare.* Este un fel de a aduna gunoiul sub preș, însă prin sintagma „proces de măsurare" se înțelege de obicei sistemul complet, format din obiectul de măsurat, mediul ambiant (ca temperatura) și observatorul însuși. Cercetările sunt încă în curs, iar în secțiunea 111 vom descrie o propunere ce consideră un exemplu de „proces de măsurare", și anume interacțiunea cu mediul înconjurător.

Are loc colapsul în tot universul deodată, chiar depășind viteza luminii? Paradoxal, colapsul are loc în tot universul *instantaneu*, chiar dacă aceasta presupune aparent o viteză mai mare decât viteza luminii. Vom discuta în secțiunea 119 cum a fost verificat experimental acest lucru pentru sisteme de doi fotoni și cum rezultatul *nu* implică automat că putem trimite informații cu o viteză mai mare decât viteza luminii.

Cele *trei* postulate de până acum reprezintă postulatele esențiale ale mecanicii cuantice. Metodele menționate în ele pot fi aplicate oricând, nu numai la particulele elementare, dar și la corpurile compuse (atomul, masa din bucătărie sau televizorul). Cu alte cuvinte, în loc să *construim* soluția de la elementele componente (electronii, fotonii), noi o putem *ghici* direct uitându-ne la un sistem în totalitatea lui (atomul sau televizorul le putem considera indivizibile) pe care îl cuantificăm. În cel de-al doilea caz vom obține, surprinzător, rezultate destul de corecte.

Nu era însă mai natural să alcătuit din ce este făcut fiecare atom, și apoi să aplicăm principiile mecanicii cuantice pentru toate componentele prezente (electroni, protoni etc.)? Pentru aceia dintre cititori care au preocupări filozofice, situația nu trebuie să fie îngrijorătoare: universul în totalitate se poate explica prin *construcție* pornind de la componentele sale, datorită liniarității ecuației lui Schrödinger. Cuantificarea corpurilor ca un tot este numai un procedeu matematic (de exemplu oscilația atomilor în jurul pozițiilor de echilibru, model discutat în cadrul secțiunii 93 despre corpul negru).

Cunoscând acum fundamentele mecanicii cuantice, vom discuta în capitolul următor aspecte mai moderne ale teoriei. Vom încerca să abordăm nu numai propuneri mai mult sau mai puțin exotice, dar și aspecte experimentale ce se studiază abia de câțiva ani, de exemplu calculatoarele cuantice, teleportarea cuantică sau criptografia cuantică.

Până atunci, cei care vor să afle mai mult despre detaliile matematice ale teoriei, pot urmări elementele de bază ale metodei canonice, prezentate în capitolul 23. Capitolul prezintă calcule și notații mai complexe, de aceea el a fost mutat în anexă. Cu toate acestea, el scoate în evidență formalismul matematic al mecanicii cuantice în metoda canonică, util celor care îl vor folosi mai departe. De exemplu, un rezultat remarcabil, pe care îl vom folosi și noi, este calculul evoluției unei particule ca o sumă a tuturor traiectoriilor sale virtuale (vezi secțiunea 214).

10

Aspecte moderne ale mecanicii cuantice

În capitolul precedent am încercat să discutăm *bazele* mecanicii cuantice. Vom face acum un salt peste timp și teorie, pentru a ajunge direct în miezul unor probleme recente. Ele nu numai că scot în evidență preocupările cercetătorilor contemporani, dar subliniază faptul că multe întrebări fundamentale ale mecanicii cuantice au rămas *fără* un răspuns definitiv.

Este paradoxal că, după aproape 100 de ani de la construirea elementelor mecanicii cuantice, nu știm de exemplu cum are loc *colapsul* undei de probabilitate. Este o provocare pe care unii dintre dumneavoastră poate o veți aborda mai bine decât cei din generațiile de până acum.

Să începem următoarea secțiune cu această problemă: misterul *colapsului undei de probabilitate* și o posibilă soluție. De data aceasta ne interesează să intrăm mai în detaliu în proces, deși, trebuie spus de la început, nimeni nu știe astăzi precis cum are el loc. De aceea vom prezenta aici o ipoteză recentă a cercetătorilor, care implică *decoerența* undelor de probabilitate.

111. Decoerența și colapsul undei de probabilitate

Până acum am discutat despre măsurătoare mai mult ca niște teoreticieni. Astfel, în urma măsurătorii unei particule (a poziției, a impulsului etc.), unda de probabilitate colapsează *brusc* și ia o altă formă, care depinde de ceea ce se măsoară, în așa fel încât la a doua măsurătoare de același tip să se măsoare *exact* același rezultat (vezi secțiunea 105 și, pentru mai multe detalii matematice, secțiunea 213 din anexă).

De exemplu, să presupunem că unda de probabilitate a unei particule este la început atât de împrăștiată în spațiu (delocalizată), încât la momentul măsurătorii particula poate fi găsită atât în jurul nostru, cât și la distanța de zeci de kilometri, aproximativ cu aceeași probabilitate. Să presupunem acum că măsurăm poziția particulei și găsim particula în ceașca de cafea. Așa cum am văzut, după măsurătoare, unda de probabilitate va *colapsa*, se va schimba brusc. În cazul nostru, ea va deveni mai *localizată*, în așa fel încât de acum încolo să descrie o particulă care se găsește în cafea și care are o șansă aproape nulă de a mai fi găsită la depărtare.

Desigur, procesul colapsului undei poate avea loc pentru *orice* tip de măsurătoare, nu numai de poziție. Dacă am fi măsurat viteza cu precizie, unda de probabilitate ar fi devenit după măsurătoare o *undă plană*, pentru că aceasta descrie o particulă cu o viteză constantă. Unda plană s-ar fi întins poate din nou pe o distanță de kilometri (depinzând de precizia cu care am măsurat viteza). Am fi știut atunci viteza cu precizie suficientă, dar nu și poziția, așa cum spune principiul de incertitudine.

Sunt mulți fizicieni care au avut (și mai au) obiecții la această interpretare standard. Ei cred că nu trebuie să ne limităm la a descrie matematic procesul măsurătorii numai prin colapsul undei de probabilitate. Desigur, acesta este rezultatul final, însă nimic nu ne împiedică să ne uităm mai îndeaproape la procesul de măsurare, să vedem ce se întâmplă și să înțelegem cum are loc colapsul undei de probabilitate. În acest caz, ar trebui să identificăm procesele fizice care conduc la colapsul undei de probabilitate. Procesele ne-ar lămuri nu numai *când* are loc colapsul, dar și *unde*.

Vom prezenta mai jos un punct de vedere al unor fizicieni care au investigat pe îndelete procesul măsurătorii și care cred că, cel puțin câteodată, unda de probabilitate a unei particule este colapsată deja *înainte* de măsurătoarea noastră! În viziunea lor, unda de probabilitate colapsează în mod continuu, datorită *interacțiunii cu mediul înconjurător*, iar noi doar constatăm o alegere deja făcută de mediu. De fapt, acest proces particular de colaps ar fi unul de *evoluție rapidă* a undei de probabilitate, care ar rezulta dacă am considera interacțiunea cu mediul înconjurător. Evoluția rapidă noi o percepem ca pe un colaps brusc, pentru că are loc într-un interval foarte scurt de timp.

Interacțiunea cu lucrurile din jur, cu mediul, este prezentă aproape oriunde și este, de cele mai multe ori, un lucru de nedorit pentru sistemele cuantice. Astfel, dacă un sistem reușește să fie „plasat" într-o stare cuantică dorită (o *superpoziție* a unor stări clasice), el trebuie să supraviețuiască în această stare interacțiunii cu mediul său cel puțin până când noi îl măsurăm. Interacțiunea nedorită poate fi provocată de lumina Soarelui, de moleculele de aer care bombardează sistemul (și a căror viteză este dată de *temperatura* aerului) sau chiar de câmpul gravitațional

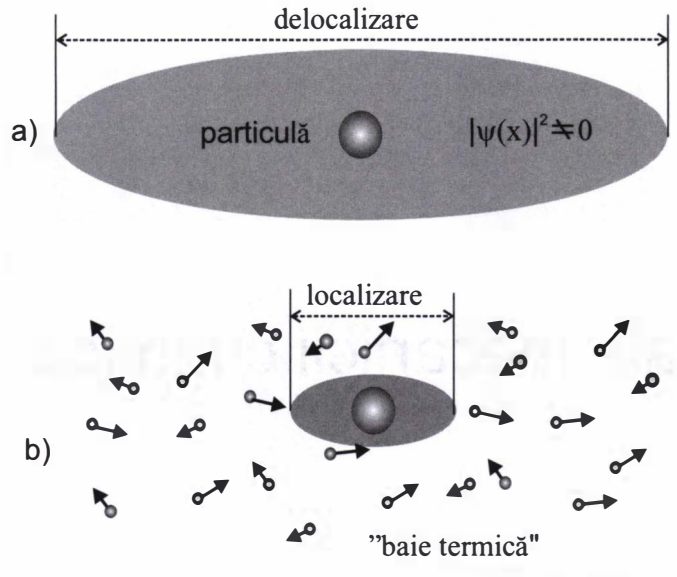

Figura 10.1: *Sus: În centrul imaginii este reprezentată o particulă aflată în repaus undeva în vid, iar norul gri din jurul ei reprezintă schematic zona unde unda de probabilitate a particulei este nenulă. Pentru că particula se află în vid, unda de probabilitate a evoluat nestingherit în timp, devenind foarte delocalizată. Jos: În urma interacțiunii cu mediul ambiant (reprezentată de interacții termice), unda de probabilitate evoluează rapid către stări localizate. Zona gri pentru care unda de probabilitate este nenulă este acum foarte restrânsă, iar particula se află cu certitudine în această zonă foarte restrânsă. Pentru noi, apare ca și cum unda de probabilitate a particulei colapsează odată ce ea este adusă în mediul termic, însă este vorba doar de evoluții continue, foarte bruște. Ele vor păstra unda de probabilitate a particulei localizată atâta timp cât ea e în contact cu „baia" termică.*

sau magnetic al Pământului (efecte la care nici nu ne mai gândim în mod obișnuit).

De ce ar fi însă toate interacțiunile de mai sus importante? Pentru că, în cele mai multe cazuri, mărimea lor nu este neglijabilă, deoarece sistemul cuantic este intrinsec sensibil la variații mici de energie. Teoria *decoerenței* (pe care încercăm s-o schițăm aici) afirmă că tocmai datorită acestor interacțiuni continue, undele de probabilitate *evoluează în mod continuu și rapid*, ele devenind în scurt timp localizate! Acest rezultat final, unda localizată, îl punem din ignoranță pe seama procesului de colaps, căci nu vedem cum unda de probabilitate evoluează de fapt în mod continuu și rapid către stările localizate.

În teoria decoerenței, obiectele macroscopice, un grăunte de nisip sau o minge, au comportări aparent clasice și nu cuantice tocmai pentru că unda lor de probabilitate a fost *localizată* continuu prin interacțiile cu mediul înconjurător. Sau, cu alte cuvinte, chiar dacă închidem ochii, unda de probabilitate suferă procese continue și rapide de evoluție, care o localizează. Când vom deschide ochii vom face doar o *constatare* asupra undei de probabilitate deja localizată (vezi figura 10.1).

Să ne reamintim că, în interpretarea standard, unda de probabilitate nu colapsează atunci când nu măsurăm nimic, și doar evoluează conform ecuației lui Schrödinger. Ea va colapsa doar când o măsurăm. În noua interpretare însă (prezentată în această secțiune), unda de probabilitate va colapsa continuu prin interacțiunea cu mediul înconjurător, chiar și atunci când n-o măsurăm, deși procesul de colaps este de fapt unul de o evoluție rapidă, datorită interacțiunii cu mediul ambiant.

Teoria decoerenței a fost adusă puternic în lumina reflectoarelor în anul 1991, odată ce modelări numerice pe computer au venit în sprijinul ei. Atunci fizicianul Wojciech Zurek a îndrăznit să scrie o undă de probabilitate pentru întregul „univers", format dintr-o particulă și mediul ambiant în care se află, și să *modeleze* apoi evoluția sistemului cuantic pe calculator. El a început cu cazul unei particule, aflată inițial într-o *superpoziție cuantică* de două stări localizate. Particula putea fi găsită la început fie în punctul A, fie în punctul B, cu o probabilitate egală. Pentru simplitate, contribuția altor locații se neglija.

Apoi Zurek a introdus particula într-o „baie termică" de temperatură dată, care modelează mediul înconjurător. În principiu, evoluția cuantică a undei de probabilitate pentru întreg sistemul (particula împreună cu mediul înconjurător) se calculează știind precis toate caracteristicile acestui mediu, poziția fiecărui fir de praf, direcția fiecărei raze de lumină etc. Problema cea mare este alta, și anume că mediul ambiant este practic necunoscut, căci există o mulțime de stări *microscopice* ale lui. De aceea Zurek a folosit calculatorul pentru modelări.

În modelările pe calculator, Zurek a început cu diferite stări microscopice precis definite ale mediului ambiant. Pentru fiecare stare microscopică a mediului ambiant el a urmărit *evoluția* undei de probabilitate a particulei și interacțiuna acesteia cu mediul. El a observat că, pentru anumite stări particulare inițiale ale mediului ambiant, unda de probabilitate a particulei evoluează către o formă care descrie în final o stare localizată în A. Pentru o altă stare particulară a mediului ambiant, el a observat cum unda de probabilitate a particulei *evoluează* în final către o undă localizată în B. Interesant însă, în toate configurațiile microscopice modelate pe calculator, rezultatul final a fost o undă de probabilitate *localizată*, fie în A, fie în B, niciodată o superpoziție cuantică a celor două stări (vezi figura 10.2).

În partea de jos a figurii 10.2 am reprodus matricea operatorului statistic în situațiile inițială și finală. Matricea este o măsură pe care fizicienii o folosesc pentru a urmări starea de coerență a particulei. Cele patru vârfuri din stânga ne arată că particula se află inițial într-o stare de superpoziție cuantică, între cele două poziții A și B. În dreapta sunt doar două maxime, ceea ce înseamnă că particula a ajuns după un timp (cu o probabilitate egală) fie în starea localizată A, fie în cea localizată B, în funcție de interacțiunea cu mediul înconjurător. În ambele cazuri însă (A sau B), unda de probabilitate s-a localizat, iar starea electronului nu mai este de superpoziție cuantică, ci pur și simplu clasică.

Rezultatul este remarcabil. Dacă am măsura acum particula, am găsi-o desigur fie în A, fie în B (în funcție de configurația precisă a mediului ambiant), pentru că unda de probabilitate era *deja* localizată acolo. Noi însă am

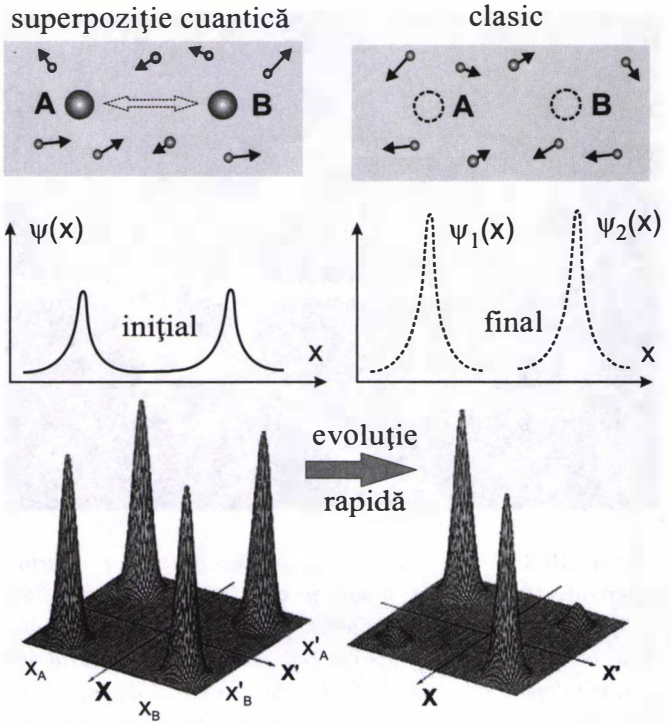

Figura 10.2: *În stânga sus este reprezentată o particulă aflată într-o superpoziție cuantică de doar două stări clasice, una în care se află în poziția A și alta în care se află în poziția B. Aceasta reprezintă starea inițială a unui calcul pe computer efectuat de Wojciech Zurek, în care particula este plasată în plus într-o „baie termică". În dreapta sus este reprezentat schematic rezultatul calculului evoluției sistemului. Aici particula devine localizată în urma interacțiunii cu „baia termică" fie în poziția A, fie în poziția B (starea de superpoziție cuantică se pierde). La mijloc este o reprezentare a aceluiași proces, în care unda de probabilitate $\psi(x)$ a particulei devine localizată fie în A, fie în B. Jos este reprodus, cu permisiunea autorului W. Zurek, rezultatul calculului numeric (detalii în text) din lucrarea „Decoherence and the transition from quantum to classical", apărută în revista* Physics Today. *Copyright 1991, American Association of Physics Teachers.*

face doar o *constatare*. Vedem că ceea ce numeam colapsul undei de probabilitate a fost un proces *continuu* de evoluție a particulei împreună cu mediul ambiant, proces care era deja terminat chiar înainte de a face măsurătoarea de poziție!

Desigur, sunt două lucruri esențiale care mai trebuie verificate pentru ca mecanismul să explice corect colapsul undei de probabilitate. Primul este ca, în urma interacțiunii cu mediul, probabilitățile ca unda să se localizeze fie în A, fie în B să fie *egale* cu cele prezise de abordarea standard a mecanicii cuantice. Din fericire, lucrul acesta e confirmat de modelările pe calculator.

Al doilea lucru important este ca *timpul* în care are loc decoerența să fie foarte scurt, în așa fel încât noi să găsim unda de probabilitate a particulei deja localizată atunci când facem măsurătoarea de poziție. Acest *timp de decoerență* se dovedește într-adevăr foarte scurt. Astfel, pentru o bilă de masă $m = 1\ g$ pe care să o plasăm în starea coerentă între două puncte aflate la distanță de un centimetru, obținem, la temperatura mediului ambiant, un timp al decoerenței de ordinul a $\tau = 10^{-60}$s! Cu alte cuvinte, procesul de decoerență este aproape instantaneu. Nu este deci de mirare că cele mai multe corpuri macroscopice apar localizate, deci că lumea se comportă clasic.

Să observăm că, în modelările lui Zurek, unda de probabilitate a particulei evoluează *continuu și rapid* către o stare localizată, conform ecuației lui Schrödinger și interacțiunii cu mediul ambiant. Pentru că evoluția este foarte rapidă (10^{-60}s în exemplul nostru), noi o vom percepe ca pe un colaps *brusc* al undei de probabilitate. În plus, să notăm că acest efect de colaps brusc al undei de probabilitate crește cu masa particulei. Astfel, cu cât o particulă este mai grea, cu atât ea evoluează mai rapid către o stare localizată. Iar evoluția cea mai rapidă o au corpurile macroscopice, pentru că masa lor este foarte mare în comparație cu a particulelor obișnuite. Ele vor apărea într-un timp extrem de scurt localizate, prin interacțiunea cu mediul ambiant.

Dacă procesul de localizare se generalizează la corpurile macroscopice ale universului nostru, există o consecință extrem de interesantă: *la nivel macroscopic, lumea rămâne cuantică*. Cu alte cuvinte, mecanica cuantică este prezentă la orice nivel, numai că localizarea corpurilor macroscopice, datorită interacțiunii cu mediul ambiant, ne împiedică să „vedem" aceasta. De aceea nu vedem efecte cuantice pe scara cosmică, deoarece corpurile macroscopice sunt localizate imediat, încontinuu, prin interacțiunea cu mediul.

În noua *teorie a decoerenței*, toate principiile mecanicii cuantice rămân aceleași, doar că trebuie să înlocuim procesul de colaps al undei de probabilitate în urma măsurătorii cu un proces fizic de interacțiune cu mediul ambiant, în care undele de probabilitate ale particulelor evoluează foarte rapid către stări localizate. În plus, corpurile vor rămâne în continuare localizate, prin interacțiunea continuă cu mediul.

O astfel de soluție nu reprezintă încă răspunsul *general* la problema măsurătorii și a colapsului undei de probabilitate. Cercetările prezentate în secțunea de față consideră numai *localizarea* undei de probabilitate, care este asociată unei măsurători de poziție a particulei. Pe de altă parte, poate că noi vrem să măsurăm viteza unei particule, și atunci teoria decoerenței trebuie modificată pentru a include și acest caz. Desigur, se prea poate ca în final teoria decoerenței să explice doar o parte a procesului de măsurare.

Paradoxal, o verificare a mecanismului de decoerență a venit nu direct dintr-un experiment special, ci indirect, dintr-o problemă inginerească: *calculatoarele cuantice*, despre care vom vorbi și noi în secțiunea 116. Ele au proprietatea fundamentală că memoria lor (așa-numiții biți cuantici) este descrisă de superpoziții cuantice, care trebuie să rămână coerente cât mai mult. Acest lucru nu se întâmplă în practică. Dezvoltarea calculatoarelor cuantice este încetinită tocmai din cauza efectelor de decoerență. Astfel, prin interacțiunea cu mediul ambiant, structurile cuantice își pierd repede starea de coerență și nu mai pot funcționa ca mediu de stocare a biților cuantici.

112. Creierul uman și mecanica cuantică

Titlul de mai sus va atrage probabil mulți cititori „nonconformiști", care ar dori poate să găsească o relație certă între *mecanica cuantică* și *conștiința* noastră. Pe de altă parte, este adevărat că și cărțile de fizică evită în cea mai mare parte să discute vreo relație între cele două, deoarece cunoaștem prea puține lucruri despre latura fizică a conștiinței pentru a ne da deja cu părerea.

De ce ar vrea acești nonconformiști să existe o relație între mecanica cuantică și conștiința umană? Pentru că o lume guvernată numai de legi *clasice* este exact ceea ce nu ne dorim, deoarece nu am avea altă șansă decât să fim niște mașini! Există astfel în cei mai mulți dintre noi dorința de a fi altceva decât un ansamblu de bile, fie ele și frumos ordonate. Vrem cumva să ne *deosebim* profund de dulapul de lângă noi și în mecanica clasică nu avem cum.

Astfel, în mecanica clasică, traiectoria bilelor este dată de condițiile inițiale, ceea ce înseamnă că atât viața noastră, cât și evoluția dulapului sunt un rezultat al legilor mecanicii, și deci *predictibile*, deterministe. Oricât de frumos ar fi ordonați atomii din noi, am rămâne în fond nu mai mult decât niște mașini mecanice *programate* să facă anumite lucruri. Nu am avea o libertate adevărată de a alege, aceasta fiind pentru noi doar o iluzie, căci acțiunile noastre ar fi perfect determinate de conjunctura mecanică inițială a mediului înconjurător și a neuronilor din creier.

Și, ceea ce este și mai descurajant, cele mai multe explicații ale comportării noastre par să fie mecanice. Un psiholog ne va explica o anumită reacție a noastră printr-o anumită „dorință ascunsă", de care se pare că nu ducem lipsă ca să justifice toate deciziile pe care le luăm de-a lungul vieții. Reflexul condiționat este un alt exemplu, la fel și repetitivitatea acțiunilor care ne umplu 99% din timpul zilei.

Memoria imaginilor este un alt exemplu care susține ideea de model mecanic în creierul nostru, iar aici ne referim la așa-numitele *rețele neuronale*. Există deja programe de calculator care modelează rețelele de conexiuni dintre neuroni. În modelări, mai multe imagini sunt stocate în matricea interacțiilor dintre neuroni. Când privim o anumită persoană, rețeaua de neuroni converge natural la imaginea stocată a persoanei, și spunem atunci că o *recunoaștem*. Iar rețelele neuronale funcționează atât de bine încât, pe baza lor, am făcut deja programe software pe care le folosim la recunoașterea literelor și cuvintelor dintr-un text de carte pe care îl fotografiem înainte.

Și atunci, din moment ce o mare parte din comportarea noastră umană nu pare să aibă nevoie, pentru a fi „explicată", de altceva decât de modelele clasice, de ce am apela la mecanica cuantică, mai ales când încă nu știm că există o legătură cu ea? Răspunsul e simplu, așa cum am amintit: chiar dacă în cea mai mare parte acționăm ca niște mașini clasice, vrem cumva ca, la nivel fundamental, să fim *altceva*. Căci suntem altceva, nu? Adică, muncim toată viața, creștem copii, ne dedicăm unei cariere, și toate

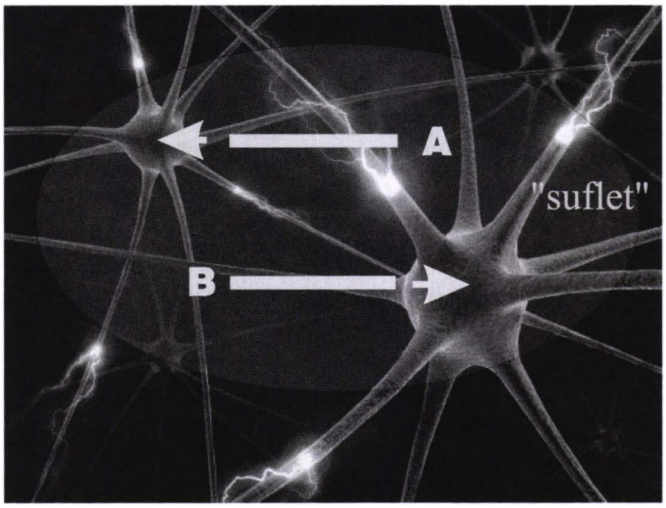

Figura 10.3: *În figură sunt reprezentați doi neuroni interconectați, într-un model în care un eventual „suflet" acționează asupra neuronilor. În mod normal, fiecare neuron generează un impuls electric odată ce potențialul său electric depășește o anumită limită. În cazul de față însă, situația este critică, pentru că oricare din cei doi neuroni ar putea genera impulsuri. În plus, noi presupunem că acești doi neuroni sunt într-o stare de superpoziție cuantică (desemnată prin cele două linii deschise). Creierul efectuează o măsurătoare asupra celor doi neuroni și, dacă sistemul va fi găsit în prima stare (A), atunci neuronul din stânga se va descărca și va trimite un semnal electric la mușchi pentru ca persoana să ridice mâna stângă. În celălalt caz (B) semnalul va fi trimis la mâna dreaptă. Mecanica cuantică ne spune că starea efectivă care va fi găsită în urma măsurătorii nu poate fi prezisă. Noi însă presupunem că un „suflet" (desenat cu un oval de culoare deschisă), aflat într-o altă lume imaterială, determină efectiv care stare va fi obținută și deci care mână va fi ridicată. Sufletul nu este atunci parte a acestei lumi, dar o poate influența.*

acestea pentru nimic? Trebuie să fim altceva, vom arăta că suntem altceva!

De exemplu, putem construi un mecanism prin care „sufletul" nostru (un fel de „abur" ce presupunem că aparține altei lumi paralele, lumea de dincolo, să spunem) își face prezente deciziile în lumea aceasta a materiei, prin intermediul *undei de probabilitate*. Ea ne spune care sunt probabilitățile pentru rezultatul unei măsurători, însă nu ne spune și care este rezultatul însuși. Și atunci, nu ar putea cumva influența sufletul nostru acest rezultat? Cum? Iată cum...

Semnalul electric transmis către una din mâini să se ridice este clasic. În mod normal, semnalul electric este generat de un grup de neuroni încărcați electric, a căror tensiune electrică depășește un prag critic. Neuronii se comportă ca niște condensatori (vezi și figura 3.6). Odată ce tensiunea lor electrică U depășește un prag, ei se pot descărca, iar sarcinile electrice (și cu ele informația) sunt distribuite neuronilor învecinați.

Să presupunem acum că semnalul clasic, cel care decide ce mână ridicăm, pleacă de la un set de *doi* neuroni

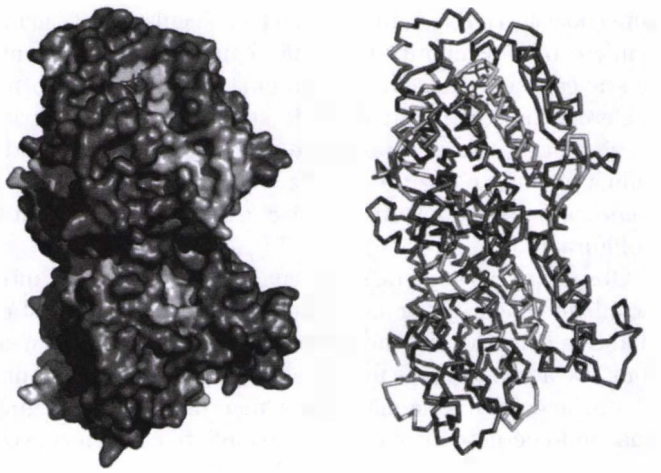

Figura 10.4: *Structura spațială a moleculei tubulină. Proteinele sunt adevărate cărămizi și motoare moleculare ale corpului nostru. În stânga este reprezentată suprafața moleculei, iar în dreapta structura sa internă, ca o panglică. Aceasta evidențiază succesiunea scheletului de aminoacizi, ce formeaza o structură liniară împachetată mereu în aceeași formă. Reprodusă cu permisiunea editorilor din articolul „Insights into the mechanism of microtubule stabilization", de Hui Xiao, publicat în PNAS vol. 103 (2006). ©National Academy of Sciences, U.S.A.*

ce se află într-o stare cuantică specială, de *superpoziție* a două stări clasice (vezi figura 10.3). Pentru claritate, să reamintim că *superpoziția cuantică* a două stări nu este altceva decât o undă de probabilitate care se întinde peste cele două stări clasice. În cazul nostru, cei doi neuroni sunt aleși într-o situație critică, gata să se descarce fiecare. Dacă se descarcă primul, atunci ridicăm mâna stângă în sus, dacă se descarcă cel de-al doilea, atunci ridicăm mâna dreaptă în sus, acesta este modelul clasic.

Creierul efectuează însă o *măsurătoare* asupra celor doi neuroni, care sunt acum în *superpoziție cuantică*. Atunci, dacă îi găsește în prima stare cuantică, vom presupune că primul neuron se va descărca și va trimite apoi semnalul să se ridice mâna stângă. Dacă măsurătoarea găsește sistemul de doi neuroni în starea a doua cuantică, atunci cel de-al doilea neuron se va descărca și va trimite un semnal la cealaltă mână să se ridice. Acesta este acum modelul cuantic.

Conform primului postulat al mecanicii cuantice, *probabilitatea* de a găsi neuronii într-una din cele două stări clasice ale superpoziției cuantice este cunoscută, fiind dată de numărul complex atașat stării clasice. Pe de altă parte, *rezultatul* final al măsurătorii este intrinsec *aleator*, pentru că nimic din fizica modernă nu ne spune cu exactitate care va fi acel rezultat (ignorăm, desigur, mecanismele de decoerență discutate în secțiunile precedente, cu care teoria prezentă nu este compatibilă). Noi însă putem presupune acum că „sufletul" influențează rezultatul măsurătorii, alegând astfel care mâna să se ridice!

Decizia de a ridica o mână sau alta pornește de acolo de unde se află sufletul, de undeva din alte lumi paralele. Lumea de dincolo s-ar manifesta în creier prin aceste alegeri ale rezultatelor măsurătorilor cuantice, pentru care fizica cuantică nu poate da decât probabilități. De remarcat că mecanismul conservă „voința proprie". Decizia noastră nu mai este un rezultat mecanic previzibil al interacțiunilor clasice dintre neuroni, ci o decizie venind din lumea cealaltă, a sufletelor.

Putem verifica experimental presupunerea de mai sus, dacă găsim în creier (sau oriunde în lume) un rezultat cuantic care se abate în *mod constant* de la probabilitatea prezisă de mecanica cuantică. În acel moment probabil că ar trebui să ne întrebăm dacă cineva din cealaltă lume nu încearcă să „comunice" cu noi. Deși, tot la fel de probabil, s-ar putea să fim în apropierea unor noi teorii ale fizicii, mai profunde decât mecanica cuantică.

Oricum, speculații precum cele dezvoltate de noi mai sus sunt nenumărate. Ele vor circula atâta timp cât există neclarități în mecanica cuantică. Chiar și după aceea probabil că vom încerca să căutăm în altă parte originile conștiinței noastre. Căci, dacă suntem într-adevăr „altceva", atunci trebuie să existe un mecanism prin care acest „altceva" să se manifeste în lumea moartă a materiei (cea de care ne ocupăm noi în fizică). Și noul mecanism nu are decât să se manifeste printr-o abatere de la legile cunoscute, fie ele clasice sau cuantice. Dacă însă nu suntem decât un ansamblu clasic de bile... atunci asta e!

Este interesant de văzut ce spun fizicienii despre propunerile de mai sus. Într-o primă instanță, ne-am aștepta ca cercetătorii să-și fi orientat microscoapele lor puternice către neuronii din creier, încercând să descifreze comportarea cuantică a acestora. Am fi dezamăgiți să aflăm că cercetările în acest domeniu sunt încă în faza copilăriei, cel puțin acelea efectuate direct pe creier (câțiva neuroni au fost investigați pe masa de lucru). Astfel, deși astăzi putem afla comportarea cuantică a unor particule mult mai mici decât moleculele din creier, nu putem testa direct *experimental* comportarea cuantică a creierului viu.

Răspunsul la paradoxul de mai sus nu se află numai în fragilitatea creierului, dar și în *complexitatea* lui, în numărul mare de neuroni pe care îi conține. Cu alte cuvinte, chiar dacă am afla comportarea clasică sau cuantică a unui singur neuron prin modelările pe calculator sau prin măsurători, comportarea clasică sau cuantică a miliardelor de neuroni luați împreună este încă imposibil de aflat. Aceste sisteme sunt denumite *sisteme complexe*, iar situația este în parte similară cu cea din fizica corpului solid, unde putem afla comportarea atomilor individuali, dar este foarte greu de prezis comportarea unei mulțimi vaste de atomi. De remarcat că în cazul fizicii corpului solid situația este chiar mai simplă, pentru că aici atomii sunt ordonați în rețele cristaline.

Un lucru pare însă acceptat de cei mai mulți cercetători (fie ei neurologi sau psihologi): conștiința nu este localizată într-un punct anume din creier, ci pare *distribuită* în tot creierul. Pentru eventualele sisteme cuantice din creier, aceasta înseamnă că ne așteptam să găsim o comportare cuantică nu a unui singur element (un neuron, de exemplu), ci una colectivă, care se întinde în tot creierul. Cu alte cuvinte, o stare cuantică *multiparticulă*, în care mai mulți neuroni formează superpoziții cuantice.

Altfel, dacă ceea noi numim conștiință ar consta dintr-o comportare cuantică a doar doi neuroni, creierul ar trebui

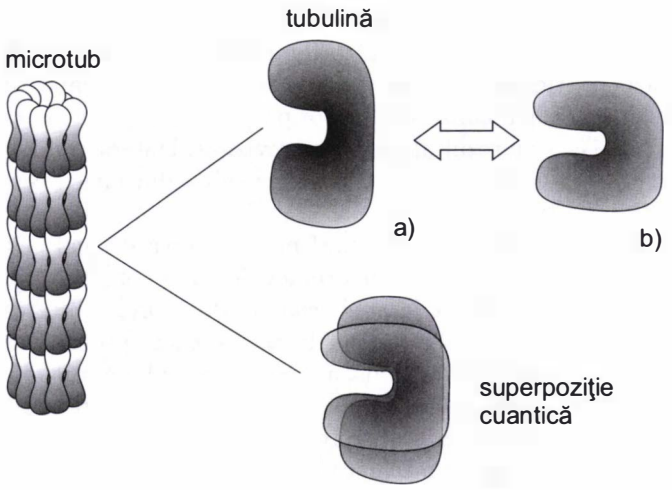

Figura 10.5: *În stânga este reprezentat schematic un microtub din interiorul neuronului. Microtuburile sunt construite din macromolecule ce poartă numele de „tubulină" și care pot avea două configurații geometrice, prezentate schematic în dreapta sus cu a și b (vezi și figura 10.4). În propunerea lui Roger Penrose, o singură macromoleculă de tubulină s-ar afla într-o superpoziție cuantică a celor două configurații geometrice (dreapta jos). Mai mult, starea cuantică ar fi întinsă pe lungimea întregului microtub, deci ea cuprinde mai multe macromolecule de tubulină, și chiar mai mulți neuroni.*

să redirecționeze toată informația către acei neuroni, ceea ce nu s-a observat în practică. Nimic în neurologie nu ne sugerează o conștiință localizată precis într-o zonă din creier, și în nici un caz în câțiva neuroni. Mai mult, studiile moderne sugerează că fiecare parte din creier își are rolul ei în luarea deciziilor. Pentru noi și modelul nostru cuantic al creierului, consecința este importantă: trebuie să căutăm o stare cuantică *delocalizată*, care se întinde în zone *mari* de creier, poate chiar în tot creierul.

Dintre mecanismele propuse pentru o conștiință cuantică întinsă în zone mari din creier, cel mai cunoscut este cel al fizicianului Roger Penrose, și pe care o să-l menționăm aici. Astfel, Roger Penrose a considerat *microtuburile* prezente în *dendritele* neuronilor ca fiind elementele ce generează stări de superpoziție cuantică în creier, întinse pe zone mari.

Microtuburile sunt structuri macromoleculare tubulare, prezente aproape în toate celulele creierului (vezi figura 10.5). Ele au nu numai rol de susținere a celulei nervoase, dar sunt implicate și în alte procese, de exemplu transportul de molecule. În acest caz microtuburile sunt folosite pe post de șină, pe care proteine speciale (adevărate motoare moleculare) transportă diverse molecule dintr-un loc în altul.

Pe de altă parte, *dendritele* sunt terminații ale celulelor nervoase care fac legătura dintre acestea și permit transmiterea informației (semnalelor electrice) de la un neuron la altul, prin intermediul sinapselor. Dacă microtuburile din dendrite ar putea realiza stări cuantice de superpoziție *colective*, atunci starea cuantică s-ar extinde între neuroni „traversând" sinapsele, căci tocmai dendritele sunt cele care conectează neuronii între ei.

După Penrose, la baza unei astfel de stări cuantice de superpoziție *colective* ar sta macromolecula constituentă a microtubului, numită tubulină. Din studiile precedente se știe că macromolecula de tubulină ia clasic două forme preferențiale, care sunt date de structura sa geometrică (vezi 10.4). Penrose presupune că macromolecula de tubulină nu alege o poziție sau alta, ci este într-o *superpoziție cuantică* a celor două stări clasice, așa cum este prezentat în figura 10.5.

Observăm că această stare cuantică este încă în interiorul unui neuron, or noi suntem în căutarea unei stări cuantice colective, în care să fie implicați mai mulți neuroni. De aceea Penrose mai face o presupunere, care spune că stările cuantice ale mai multor macromolecule de tubulină sunt coerente între ele, cu alte cuvinte că ele formează stări de superpoziție cuantică colective.

Deoarece microtuburile traversează toată celula și se întind în cele mai îndepărtate dendride, care conectează neuronii, următorul pas este să presupunem că o astfel de stare cuantică colectivă a mai multor macromolecule de tubulină se întinde pe distanța *mai multor neuroni*. Apoi, cu mai mult sau mai puțin efort, ne putem imagina o stare cuantică ce se întinde pe o arie destul de largă a creierului, sau chiar în întreg creierul.

În acest fel, creierul uman ar funcționa în mod asemănător unui uriaș *calculator cuantic*, în care stările cuantice colective și-ar păstra coerența în creier. Dacă această coerență ar dispărea, atunci ar dispărea și „conștiința" noastră odată cu ea.

Un argument în favoarea presupunerii lui Penrose este că forma *tubulară* a microtuburilor ajută la formarea stărilor cuantice colective. Acest lucru este parțial verificat în fizica stării solide. Aici au fost descoperite așa-numitele *nanotuburi de carbon*, tot structuri tubulare, care prezintă într-adevăr stări cuantice colective ale mai multor atomi, pe lungimi mari ale tubului. O diferență esențială între microtuburi și nanotuburile de carbon este că primele au constituenți formați din macromolecule de tubulină, iar celelalte din atomi simpli de carbon. Or este într-adevăr mult mai ușor de obținut stări coerente ale atomilor (ca în nanotuburile de carbon), decât ale unor întregi macromolecule (ca în macromolecula de tubulină).

Problema esențială a oricărui model de creier cuantic (inclusiv cel al lui Penrose) este dacă starea de superpoziție cuantică colectivă ar putea rezista *decoerenței* datorate mediului înconjurător. Am abordat această problemă în secțiunea precedentă, unde am văzut că mediul înconjurător (privit ca o „baie" termică) poate provoca colapsul undei de probabilitate, localizarea acesteia.

De observat că, în fizica stării solide (acolo unde studiem nanotuburile de carbon), interacțiunea cu mediul înconjurător poate fi redusă în experimente, prin crearea unui vid înaintat și prin reducerea temperaturii la câteva grade Kelvin. Cum am putea însă ignora sau reduce interacțiunea tubulinei cu mediul înconjurător în *creier*, acolo unde un mediu „cald, ud și zgomotos", precum cel din creierul uman este desigur nefavorabil proceselor cuantice colective? Aici nici nu putem vida mediul neuronilor, nici nu putem scădea temperatura creierului la câteva grade Kelvin.

Problema se pune atunci sub forma următoare. Dacă starea cuantică colectivă este dată de macromoleculele de

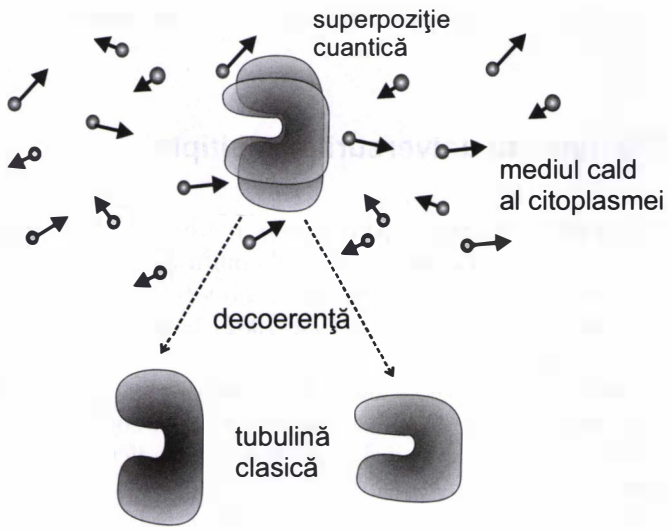

Figura 10.6: *Sus este prezentată schematic o macromoleculă de tubulină în mediul cald și apos al interiorului celulei (citoplasma). În propunerea lui Roger Penrose, o singură macromoleculă de tubulină s-ar afla într-o superpoziție cuantică a două configurații geometrice. Datorită interacțiunii termice cu moleculele din citoplasmă (reprezentate brownian prin mici săgeți) starea de superpoziție își pierde coerența, iar macromolecula ajunge într-un timp scurt într-una din cele două stări clasice prezentate jos. Max Tegmark apreciază că timpul de decoerență este de ordinul a $\tau = 10^{-13}$s, adică mult prea mic pentru a face posibilă o conștiință cuantică, invalidând astfel propunerea lui Penrose.*

tubulină din microtuburi, cât de mult rezistă această stare cuantică *decoerenței* provocate de celelalte molecule prezente, care formează un mediu înconjurător la temperatura corpului de 37 grade Celsius?

Unul dintre oponenții naturii cuantice a creierului este astronomul american Max Tegmark, care a încercat să calculeze care ar fi *timpul de decoerență* al unei astfel de stări cuantice colective. El este timpul în care coerența colectivă dispare și rămânem după aceea numai cu stări clasice. Însă, pentru a simplifica analiza, Tegmark a calculat mai întâi timpul de decoerență al unei *singure* macromolecule de tubulină, cea care s-ar afla în superpoziția cuantică dată de cele două geometrii posibile ale sale.

Mecanismul utilizat de Tegmark este asemănător celui prezentat în secțiunea precedentă, prin interacțiunea macromoleculei de tubulină cu mediul apos și cald al interiorului celulei (citoplasma sa). Pentru a juca un rol în procesele conștiente din creierul nostru, timpul de decoerență ar trebui să fie mai lung de câteva secunde, pentru că acesta e timpul în care se pare că se manifestă conștiința noastră.

Este demn de remarcat că un asemenea ordin de mărime este ușor de explicat într-o teorie mecanicistă, căci efectele mecanice ale diferitelor procese (întinderea unei mâini, deschiderea pleoapei etc.) sunt de ordinul secundei. Cu alte cuvinte, o conștiință care ar percepe fiecare nanosecundă s-ar plictisi îngrozitor, pentru că ar vedea mereu aproape aceleași imagini! În plus, ea nu ar avea un avantaj evoluționist imediat, căci reacția organismului (a mușchilor) este oricum înceată. Iar la capătul opus, o conștiință care are nevoie de ore pentru a lua o decizie iarăși nu are șanse mari de supraviețuire. Observația aceasta susține oarecum teoria apariției conștiinței într-un mod legat de evoluția naturală propusă de Darwin.

Mecanismul de decoerență analizat de Tegmark este interacțiunea macromoleculei de tubulină cu ionii de sodiu aflați în soluția apoasă din interiorul dendritei. El a aplicat acest mecanism unei singure macromolecule de tubulină, care s-ar afla inițial într-o stare de *superpoziție cuantică* formată de cele două geometrii posibile ale sale (vezi figura 10.6). Concentrația ionilor de sodiu este dată de ionicitatea soluției, mai cunoscută sub denumirea de pH. Într-o primă instanță Tegmark a efectuat un calcul analitic pentru o singură macromoleculă de tubulină. Apoi a folosit valori realiste ale diverselor mărimi ce apar (greutatea macromoleculei de tubulină și a ionilor, distanța dintre ei etc.).

În final, timpul de decoerență obținut de Tegmark este de ordinul a $\tau = 10^{-13}$s. În acest fel, dacă așezăm macromolecula de tubulină într-o stare de superpoziție cuantică între cele două configurații geometrice, obținem că unda de probabilitate are un colaps cuantic în $\tau = 10^{-13}$s, datorită interacțiunii cu mediul înconjurător. În acel moment macromolecula alege efectiv una din cele două configurații geometrice clasice, pierzând starea de superpoziție cuantică și devenind 100% clasică (vezi figura 10.6).

Astfel, într-un timp de numai $\tau = 10^{-13}$s, vedem că starea cuantică a unei singure macromolecule de tubulină își pierde coerența și macromolecula se comportă *clasic*. În acest timp se va distruge desigur și starea cuantică *colectivă* a macromoleculelor de tubulină, căci ea depinde de superpoziția cuantică a fiecărei macromolecule de tubulină. De fapt, ne așteptăm ca superpoziția colectivă a mai multor macromolecule să se distrugă chiar mai repede, pentru că ea este cu mult mai sensibilă decât cea a unei singure macromolecule, deoarece se întinde pe o distanță mai mare. În final, vedem că starea de superpoziție cuantică nu va supraviețui pe o durată de secunde, atât cât am avea nevoie pentru procesele conștiinței. Nici vorbă de comportare cuantică în cazul microtuburilor, este concluzia lui Tagmark la propunerea lui Penrose.

Cu toate acestea, așa cum se întâmplă des în disputele cercetătorilor, un colaborator al lui Penrose, și anume Stuart Hameroff, a replicat într-un articol ulterior că analiza lui Tegmark, prezentată mai sus, nu este cea mai potrivită. Astfel, interacțiunile între macromolecula de tubulină și mediul înconjurător ar trebui să fie descrise în termeni de moment electric de *dipol* (vezi dreapta figurii 3.4) și nu de *ioni*. Aceasta ar elimina în primul rând valoarea mare a sarcinii electrice și ar trebui să folosească interacțiunea electrostatică a dipolului, precum și efectul de ecranare al apei. În final, printr-un calcul asemănător, Hameroff obține o valoare mult mai mare pentru timpul de decoerență al unei singure macromolecule, și anume 0,1 milisecunde, care deja se apropie de valorile de ordinul secundei de care avem nevoie.

Este imposibil pentru noi să decidem acum care din aceste două posibilități este realistă și care nu. Cercetarea continuă și este posibil ca într-un viitor apropiat să avem rezultate mai clare. Nu este însă mai puțin adevărat că sunt greu de găsit mecanisme de interacțiune în creier care

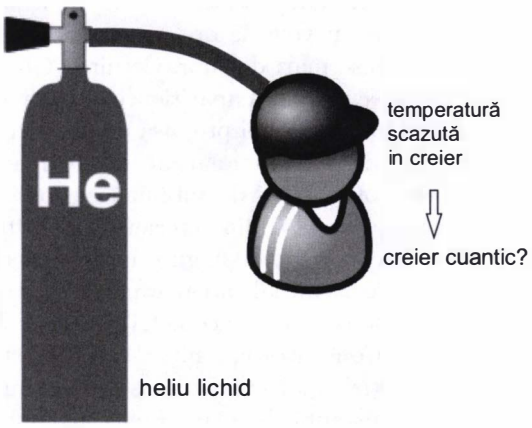

Figura 10.7: *Pentru a avea o conștiință cuantică, este foarte posibil ca o persoană să fie nevoită să se conecteze la un rezervor cu heliu lichid, pentru a permite răcirea creierului la temperaturi foarte joase. Aceasta poate conduce la apariția unor stări de superpoziție cuantică între neuroni care să reziste un timp mai îndelungat, pentru că efectul „băii termice" a mediului ambiant este mai mic (temperatura este mai scăzută). Din păcate, avem nevoie probabil de câteva grade absolute (Kelvin) pentru ca efectele de decoerență să fie distruse, or în practică temperatura creierului nu poate coborî cu mult sub 37° C.*

să păstreze stări cuantice *coerente* pe durata secundelor. Căci, după cum am văzut, procesele de decoerență joacă un rol important în distrugerea eventualelor stări cuantice colective din creier.

În general, părerea celor mai mulți oameni de știință este că decoerența distruge stările cuantice, și deci creierul nostru se comportă *clasic*, la nivel macroscopic. La nivel atomic, el se comportă cuantic, ca de altfel orice atom din univers. Un singur atom cuantic însă nu ne ajută la descifrarea conștiinței, căci conștiința trebuie să fie în același timp în tot creierul, deci avem nevoie de o stare cuantică colectivă, formată din multe macromolecule.

Numai în cazul în care am putea *răci* creierul într-un frigider foarte performant vom încetini procesul de decoerență, pentru că astfel mediul apos în care se află moleculele neuronilor ar îngheța practic. Din păcate însă, creierul nostru va face tot posibilul să mențină temperatura de 37 de grade Celsius, cel puțin atât cât este în viață (vezi figura 10.7).

Desigur, efecte cuantice *locale* există în neuroni, așa cum există și în alte molecule din organism, cum sunt cele gustative de exemplu (aici mecanica cuantică ajută la extinderea „ariei" de gust). Asta nu înseamnă însă că aceste efecte locale au de-a face cu ceea ce noi numim conștiință, ci că ele sunt pur și simplu niște procese fizice care fac parte din biologia organismului.

113. Ipoteza universurilor multiple

Una dintre cele mai extravagante ipoteze care încearcă să explice colapsul undei de probabilitate în urma măsurătorii este așa-numita teorie a *universurilor multiple*, propusă de Hugh Everett (1930-1982) în anul 1957. O prezentăm și noi aici nu numai pentru că este foarte răspândită, ci și pentru că ne arată că mințile unor fizicieni îndrăznesc să meargă dincolo de ceea ce profesorii lor i-au învățat în școală, fără însă a intra în contradicție vreuna dintre legile fizicii actuale.

Hugh Everett abordează procesul de *colaps cuantic* în urma măsurătorii, introdus de noi în secțiunea 105. Într-o primă instanță, Everett discută evoluția sistemului cuantic *complet* format din aparatul de măsură și obiectul de măsurat, luate împreună. El arată apoi că întreaga mecanică cuantică poate fi consistentă dacă se păstrează numai primele două postulate ale mecanicii cuantice (cel al undei de probabilitate și al evoluției sale) și se elimină cel de-al treilea (postulatul colapsului undei de probabilitate). Teoria lui se extinde asupra întregului univers, conducând la ideea de universuri paralele.

Pentru a prezenta propunerea lui Everett, să considerăm pisica lui Schrödinger (introdusă în secțiunea 106) într-o situație modificată. Astfel, să presupunem că atomul radioactiv din interiorul cutiei nu declanșează un sistem mortal, ci unul inofensiv: răstoarnă o găleată de *vopsea albastră* pe pisica ce altfel ar fi fost *maro* (vezi figura 10.8). În situația clasică, atomul fie nu se dezintegrează, și pisica rămâne maro, fie se dezintegrează, și pisica va fi vopsită în albastru. Atunci noi, când vom deschide cutia, vom găsi pisica fie maro, fie albastră. Aceasta este explicația clasică.

Explicația mecanicii cuantice în formularea standard spune că, atâta timp cât nu deschidem cutia, pisica este într-o stare de *superpoziție cuantică* între cele două situații clasice: maro sau vopsită în albastru. Odată însă ce deschidem cutia, unda de probabilitate a *întregului* sistem din cutie (pisică și atom) va suferi un colaps cuantic într-una din cele două situații clasice, pisica maro sau pisica albastră.

Așa cum a observat și Schrödinger, corect ar fi să scriem starea de superpoziție cuantică din interiorul cutiei în *totalitatea* ei, luând în calcul și prezența atomului care se dezintegrează sau nu. Cele două stări clasice care formează superpoziția cuantică ar trebui scrise ca:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\,|\text{atom dezintegrat, pisica albastră}\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}\,|\text{atom intact, pisica maro}\rangle$$

Am scris cele două stări clasice între parantezele $|\ \rangle$ pentru a-l obișnui pe cititorul care va fi interesat mai departe de fizică, deși ea este numai o alegere simbolică ce identifică starea clasică. În plus, am adăugat semnul de însumare „+" pentru a scoate în evidență că cele două stări clasice de mai sus formează o stare de *superpoziție cuantică* (mai

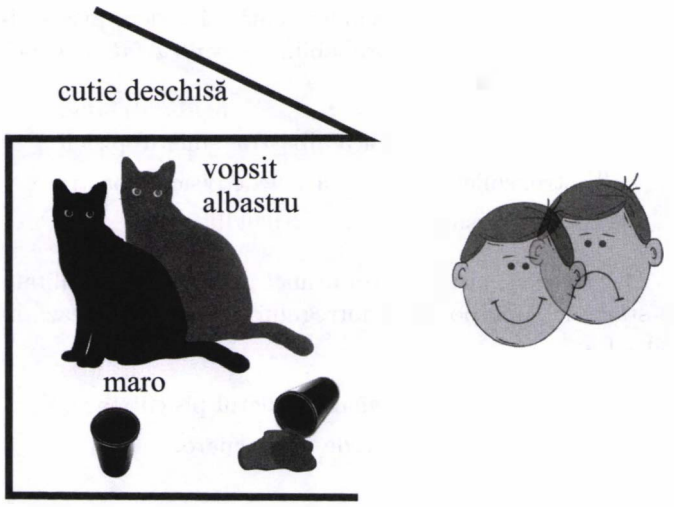

Figura 10.8: *În figură este exemplificată esența teoriei lui Everett. Aici considerăm că deschidem o cutie în care se află pisica din exemplul lui Schrödinger, într-o superpoziție cuantică a stării în care culoarea ei este naturală (maro) și a stării în care pisica este vopsită în albastru. Atunci când deschidem cutia, universul nostru se sparge efectiv în două universuri paralele în teoria lui Everett. Fiecare univers are câte o pisică și câte o persoană. Într-unul pisica este încă maro și persoana fericită, într-alta pisica vopsită în albastru și persoana nefericită. Deși cele două universuri își împart același spațiu și același timp, ele nu interacționează deloc unul cu altul.*

multe detalii asupra notației se găsesc în secțiunea 213 din anexă).

Fiecare stare clasică din cele două de mai sus primește câte un număr complex, al cărui modul ne dă probabilitatea de a găsi sistemul în acea stare. Numărul acesta complex se scrie în fața stării clasice identificată prin simbolul $|\ \rangle$. În cazul de față ambele numere complexe au fost alese $1/\sqrt{2}$. Alegrea conduce la o probabilitate de $|1/\sqrt{2}|^2 = 0,5$ pentru ambele stări. În acest fel, dacă vom deschide cutia, vom avea o probabilitate de 50% de a găsi pisica maro, și tot o probabilitate de 50% de a găsi pisica albastră. De acum încolo, nu vom mai menționa aceste două numere complexe ce definesc unda de probabilitate, și ne vom concentra asupra formei stărilor clasice.

Așa cum am menționat, alegerea foarte surprinzătoare a lui Everett este să *ignore* postulatul colapsului undei de probabilitate, și totuși să păstreze consistența mecanicii cuantice, ajungând la ideea de universuri paralele. Pentru a vedea cum este posibil, trebuie acum să detaliem starea de superpoziție cuantică, atunci când *nimeni* nu se uită în cutie. Pentru aceasta, să luăm în considerare un element surprinzător, „sufletul" pisicii.

Fizicienii evită noțiunea de „suflet", pentru că ea este foarte slab definită și nu poate fi încadrată în structurile deterministe și precise cu care fizica operează logic. Se întâmplă însă ca în acest caz sufletul pisicii să formeze un exemplu pedagogic destul de potrivit, care ne apropie mult de esența propunerii lui Everett, și de aceea îl vom lua în considerare. De data aceasta însă vom facem pe placul materialiștilor și vom presupunem că sufletul este o simplă consecință a organizării din creierul pisicii. Cu alte cuvinte, sufletul este un lucru *material.*

Să ne întoarcem la pisica noastră și să observăm că, dacă atomul nu s-ar fi dezintegrat, sufletul pisicii ar fi fost parte a stării clasice |atom intact, pisica maro>. Aceasta, desigur, pentru că în presupunerea noastră sufletul este o consecință a materiei, este determinat de neuronii din creierul pisicii, și deci nu există într-o lume paralelă. Sufletul face atunci parte integrantă din ceea ce numim „pisica maro", și ar trebui să scriem starea de mai sus ca |atom intact, pisica maro, sufletul pisicii maro>.

Dacă atomul s-ar fi dezintegrat, folosind aceleași argumente, ajungem la concluzia că sufletul pisicii ar fi fost cuprins în starea clasică |atom dezintegrat, pisica albastră, sufletul pisicii albastre>. Să ne readucem aminte că noi nu am deschis încă acea cutie să vedem ce este înăuntru. În interiorul cutiei avem încă o superpoziție a celor două stări clasice, și atunci unde este sufletul pisicii? Cum sufletul este în presupunerea noastră (materialistă) o *consecință* a materiei, răspunsul este simplu: unda de probabilitate totală este o superpoziție cuantică ce conține stările clasice și deci și cele *două* suflete:

$$|\text{atom dezintegrat, pisica albastră, sufletul pisicii albastre}\rangle + |\text{atom intact, pisica maro, sufletul pisicii maro}\rangle$$

Nimic special până acum, sufletul este o *consecință* a materiei, deci el se regăsește în *fiecare* din cele două componente. Sau, mai bine spus, fiecare din cele două componente conține un suflet al pisicii, pentru că fiecare conține *atomii și neuronii* care generează sufletul pisicii. Hmm, nu e rău câteodată să presupunem că sufletul este o consecință a materiei, ne scutește de complicații... Două suflete, nici o problemă!

Pentru a urmări linia de raționament a lui Everett, trebuie acum să ne concentrăm și asupra exteriorului cutiei, fără însă a deschide cutia. În principiu, trebuie să luăm în calcul tot universul, însă o să ne concentrăm asupra unui termen special din acesta, sufletul *nostru*! Atâta timp cât nu ne uităm în cutie, atât restul universului, cât și sufletul nostru sunt unitare, într-o singură stare de superpoziție cuantică, dată de următoarele două stări clasice:

$$|\text{atom dezintegrat, pisică albastră, sufletul pisicii albastre, sufletul nostru, restul universului}> + |\text{atom intact, pisica maro, sufletul pisicii maro, sufletul nostru, restul universului}>$$

După cum putem vedea, termenul „sufletul nostru" apare la fel în ambele părți, pentru că în oricare din cazuri el este la fel. La fel apare și restul universului. Să remarcăm că încă nu am deschis cutia, deci ansamblul de două stări clasice scris mai sus este o *superpoziție cuantică.* Mai mult, urmărind interpretarea standard a mecanicii cuantice, Everett ne atrage atenția că ea este o stare de superpoziție cuantică pentru *întregul univers*! În acest fel, întregul univers este într-o superpoziție cuantică a două posibile stări ale sale.

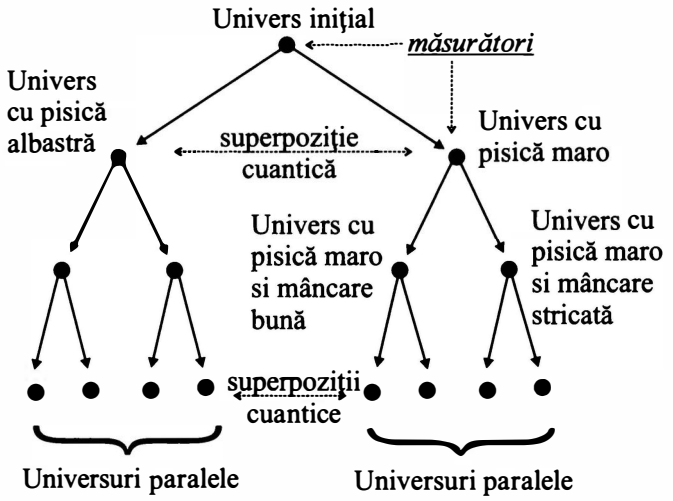

Figura 10.9: *În teoria universurilor paralele a lui Everett, fiecare măsurătoare împarte universul cunoscut în două sau mai multe universuri. Sus avem un univers inițial, în care măsurăm pisica lui Schrödinger așezată într-o cutie cu un dispozitiv radioactiv care îi poate colora blana, din maro în albastru. După măsurătoare, culoarea pisicii se schimbă. În teoria lui Everett, unda de probabilitate a întregului univers se sparge în două componente, câte una pentru fiecare univers paralel. Cele două componente formează o superpoziție cuantică, iar noi ne aflăm într-una din componente, în cealaltă aflându-se un alt suflet ca al nostru. La a doua măsurătoare verificăm mâncarea din cutia pisicii, care este stricată sau nu. Și la acest proces unda de probabilitate se sparge în două, și deci se dublează numărul de universuri. Procesul continuă la fel pentru fiecare măsurătoare. De remarcat că universurile paralele sunt reprezentări ale componentelor superpoziției cuantice. Ele împart același spațiu și timp, doar că nu interacționează una cu alta, datorită liniarității ecuației lui Schrödinger de evoluție a undei de probabilitate.*

Aceasta este încă interpretarea standard a mecanicii cuantice, și vom rămâne în cadrul ei pentru a vedea ce se întâmplă la o măsurătoare, așa cum ne spune postulatul colapsului undei de probabilitate. Atunci, dacă am deschide cutia, unda de probabilitate a întregului univers colapsează la una din cele două valori clasice care apar în superpoziție. Am sfârși fie cu un atom dezintegrat, o pisică albastră și sufletul pisicii albastre, fie cu un atom intact, o pisică maro și sufletul pisicii maro. În plus, la ambele cazuri ar trebui să adăugăm ce este în afara cutiei, pentru că am luat în considerare și ceea ce este acolo.

De exemplu, dacă deschidem cutia și vedem pisica maro, ar trebui să suferim o tranziție de la „sufletul nostru" la „sufletul nostru care vede pisica maro". Dacă vedem pisica albastră, ar trebui să obținem „sufletul nostru care vede pisica albastră". Distincția pare simplă, însă ea scoate în evidență faptul că are loc și cu noi o *tranziție*, odată ce ne uităm în cutie. Tranziția este de la „sufletul nostru" la „sufletul nostru care vede pisica maro" când deschidem cutia.

De aceea, dacă noi deschidem cutia și vedem pisica albastră, atunci unda de probabilitate *pentru întregul univers* devine brusc:

|atom dezintegrat, pisica albastră, sufletul pisicii albastre, sufletul nostru care vede pisica albastră, restul universului >

Dacă vedem pisica maro, atunci unda de probabilitate a stării de superpoziție a întregului univers colapsează în situația:

|atom intact, pisica maro, sufletul pisicii maro, sufletul nostru care vede pisica maro, restul universului >

Atenție însă, aceasta este interpretarea standard a mecanicii cuantice. Everett vine cu o altă propunere. Ce ar fi să presupunem că unda de probabilitate totală *nu suferă nici un fel de colaps* și că ea continuă să rămână așa? Adică o *superpoziție* cuantică a celor două situații? În noua propunere, unda de probabilitate a întregului univers va continua să aibă cele două componente, fără să existe nici un colaps. Ea se va scrie în continuare ca o superpoziție cuantică a celor două stări:

|atom dezintegrat, pisica albastră, sufletul pisicii albastre, sufletul nostru care vede pisica albastră, restul universului > +
|atom intact, pisica maro, sufletul pisicii maro, sufletul nostru care vede pisica maro, restul universului >

Nu se poate, veți spune, doar noi vedem că pisica este fie albastră, fie maro. Totuși, Everett vă va atrage atenția că și sufletul dumneavoastră face parte integrantă dintr-una din cele două componente, că este ceva material, rezultat în urma ansamblului de atomi. El insistă că nu există nici un fel de colaps și că unda de probabilitate a *întregului univers* evoluează în continuare cu cele două componente ale sale. Întregul univers *rămâne* într-o superpoziție cuantică a celor două stări, pe care Everett le denumește universuri paralele.

Și totuși, cum se poate? Să privim prima componentă a superpoziției cuantice a întregului univers. Ce descrie ea? Un atom dezintegrat, o pisică albastră, un suflet al pisicii care se vede albastră, un suflet al omului care vede o pisică albastră. Toate desigur, pentru că ambele suflete sunt consecințe ale ordonării atomilor. În acest fel, prima componentă are *obligatoriu* în ea sufletul pisicii și sufletul observatorului care vede pisica albastră, pentru că ea conține atât atomii și electronii care fac pisica albastră cât și neuronii noștri cu semnale ce detectează o pisică albastră.

În același fel, și a doua componentă are automat integrate în ea sufletul pisicii maro și al omului care vede pisica maro. Deci atunci, spune Everett, universul întreg este o sumă a celor două componente: câte un suflet de pisică și de om în fiecare. Să remarcăm puterea argumentului,

câte un suflet în fiecare componentă este posibil pentru că sufletul este o *consecință* a materiei.

Și atunci, de ce văd eu pisica albastră? Pentru că, spune Everett, fac parte din prima componentă. În mod sigur, cea de-a doua componentă are creat și ea un suflet de om, care vede însă o pisică maro. Eu văd pisica albastră pentru că fac parte din *prima* componentă a superpoziției (primul univers paralel), dar cea de-a doua componentă există la fel de bine, cu o pisică maro și cu celălalt suflet în ea. Atunci, spune Everett, nu mai este nevoie să presupunem colapsul undei de probabilitate, căci există *două* universuri care evoluează independent de acum încolo, care rămân separate, ca un fel de universuri *paralele*, fiecare cu câte un suflet de om și de pisică în el (vezi figura 10.9).

Dar, stați puțin. Chiar rămân cele două componente ale superpoziției cuantice separate? Cu alte cuvinte, chiar rămân cele două universuri paralele, fără să interfereze unul cu altul? Răspunsul este pozitiv și se leagă de liniaritatea ecuației lui Schrödinger de evoluție a oricărei unde de probabilitate. Cu alte cuvinte, pentru că vorbim de unda de probabilitate a *întregului univers*, și pentru că ecuația lui Schrödinger de evoluție a acestei unde este liniară, înseamnă că evoluția unei componente este aceeași indiferent ce evoluție va avea cealaltă componentă. În acest fel, orice s-ar întâmpla cu o componentă (orice ar face sufletul pisicii albastre să zicem) cealaltă componentă (sufletul pisicii maro, sau sufletul nostru care vede pisica maro) nu va fi afectată.

Să remarcăm acum că cele două universuri paralele (universul fiecărei componente) nu sunt departe unul de altul, ele împart *același timp* și *același spațiu.* Și totuși, veți spune din nou, dacă ele împart același spațiu și timp, de ce nu se încurcă? Dacă eu fac măsurătoarea, și universul se împarte în două componente, iar eu sunt parte numai a unei componente, de ce nu văd celălalt univers, căci doar mâncăm din aceeași „mămăligă" a spațiului?

Așa cum am menționat, răspunsul ține de *liniaritatea* ecuațiilor de evoluție ale mecanicii cuantice. Căci, oricât de paradoxal ar fi, deși ambele universuri împart același spațiu, cele două componente ale undei de probabilitate a întregului univers rămân *independente* în evoluția lor ulterioară. Orice aș face eu aici în universul meu va afecta doar componenta undei de probabilitate în care mă aflu, și nu va avea absolut nici o influență asupra componentei celeilalte a universului, care își va avea evoluția ei nestingherită. Cu alte cuvinte, nici eu nu pot influența universul celălalt, nici celălalt suflet nu poate influența universul în care mă aflu eu. În acest fel, ochii noștri din universul în care pisica este albastră *nu* pot vedea lumina din celălalt univers în care pisica este maro.

Pornind de la ideea universurilor paralele, Everett a mers mai departe și a construit conceptul de *nemurire cuantică.* Ea pornește de la observația că fiecare moarte este provocată de un defect al corpului. Moartea poate fi privită atunci ca o *măsurătoare* cuantică. În consecință, în momentul morții, când apare defectul, întreg universul capătă din nou două componente independente: într-una apare defectul, în cealaltă nu.

Atunci însă, în momentul morții ar trebui să apară și două suflete, câte unul asociat fiecărei componente. Din păcate însă, unul va trebui să moară (pentru că moare corpul). Celălalt, va supraviețui. În acest caz, noi avem șansa să supraviețuim morții. Și, cum universul se tot împarte în două componente la fiecare moarte, de fiecare dată sufletul va supraviețui odată cu trupul într-una din componente. Conform teoriei, este atunci sigur că există mereu o componentă a universului în care sufletul nostru nostru nu moare niciodată, devine nemuritor (de unde numele de *nemurire cuantică*).

Pe internet circula o metodă directă de verificare a acestei teorii, așa-numita sinucidere cuantică. Astfel, să lăsăm un eveniment cuantic (de exemplu, emisia unei particule radioactive) să ne provoace moartea. Dacă ea se întâmplă într-una din componentele universului, atunci automat nu se întâmplă în cealaltă. În această presupunere, sufletul nostru din cea de-a doua componentă va supraviețui evenimentului.

Povestea are un sfârșit tragic, care scoate în evidență confuzia ce apare atunci când credem că un concept particular este chiar realitatea. Fiica lui Everett, care suferea de boli psihice, s-a sinucis după aproape 15 ani de la moartea tatălui. Ea a lăsat un mesaj în care spunea că este sigură că se va întâlni cu tatăl său într-unul din universurile multiple în care nici unul din cei doi nu a murit.

114. Paradoxul măsurătorii fără interacțiune

Continuăm aici cu un alt exemplu ce scoate în evidență caracterul paradoxal al mecanicii cuantice. De data aceasta e vorba despre un paradox *verificat* experimental, deși verificarea s-a făcut sub o formă diferită de cea sub care va fi prezentat aici.

Astfel, ideea experimentului pornește de la primul postulat al mecanicii cuantice, faptul că orice sistem cuantic e descris de o undă de probabilitate. De exemplu, pentru un electron, unda de probabilitate e descrisă de câte un număr complex pentru fiecare poziție a spațiului, acolo unde ar putea fi găsit *clasic.*

Mulți fizicieni interpretează unda de probabilitate spunând că electronul este *în același timp* în toate pozițiile din spațiu. La o măsurătoare a poziției însă, el va fi găsit doar într-una. Ne putem întreba, dacă electronul se găsește într-adevăr în toate pozițiile din spațiu, nu este oare posibil ca el să ducă cu sine o *urmă* a istoriei vizitelor sale? Cu alte cuvinte, nu putem privi aceste posibilități cuantice (vezi de exemplu figura 213 din anexă) ca un fel de vizite „*virtuale*"? Atunci, dacă eu găsesc electronul pe Pământ, nu pot cumva să remarc, uitându-mă la el, ceva care să fi rămas de pe urma faptului că el a vizitat „virtual" Luna, în urmă cu câteva minute?

Așa cum vom discuta într-un capitol următor, evoluțiile virtuale ale particulelor și-au făcut loc într-o formulare alternativă a mecanicii cuantice, cea datorată fizicianului american Richard Feynamn. Cu toate acestea, răspunsul standard la întrebarea formulată mai devreme este în primă instanță *negativ.* Eu găsesc electronul pe Pământ, unda de probabilitate suferă un colaps cuantic în starea în care îl găsesc, și eu pierd automat toată istoria celorlalte

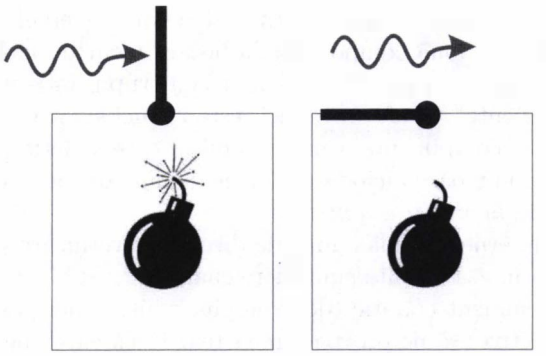

Figura 10.10: *Un model posibil al bombei lui Elitzur discutată în text. Stânga: Brațul bombei este armat (bomba este activată), iar un singur foton care cade pe ea o va face să explodeze. Fotonul este absorbit în proces. Dreapta: Brațul nu este armat (bomba este inactivă), iar fotonul trece mai departe fără să fie afectat în vreun fel.*

stări cuantice. Astfel, nu mai știu ce a „simțit" electronul atunci când a fost pe Lună.

Cu toate acestea, imaginația fizicienilor nu are limite. Vă prezentăm mai jos experimentul propus de fizicienii Avshalom Elitzur and Lev Vaidman în anul 1993 și publicat inițial în revista *Physical Review Letters*. În articolul lor, cei doi cercetători încearcă să arate cum putem identifica *bombe active* foarte sensibile, folosind ideea de mai sus.

Cei doi fizicieni se bazează pe faptul că o particulă (fotonul, în acest caz) urmează *virtual* tot felul de traiectorii până să fie detectată (pentru că unda ei de probabilitate este extinsă în acele locuri). Ei lasă astfel un foton să viziteze „virtual" bomba activă, fără s-o activeze. Apoi, atunci când fotonul este găsit pe detector, el duce cu sine *istoria* traiectoriilor pe unde a fost virtual, deci și vizita sa „virtuală" pe la bomba activă.

Bomba lui Elitzur și Vaidman este într-adevăr foarte sensibilă: ea explodează fie și numai dacă *un singur foton* o atinge! Bomba este special construită, cu un detector sub forma unui braț armat (vezi figura 10.10). Dacă fotonul cade pe brațul armat (atunci când bomba este *activată*), brațul este împins de foton și bomba va exploda. În acest caz fotonul este absorbit în cursul exploziei. Dacă însă bomba este *neactivată* (brațul nu este armat), atunci fotonul trece nestingherit, fără să pățească nimic, fără să fie absorbit. În acest caz bomba nu va exploda.

Având un șir de bombe despre care nu știm dacă sunt activate și neactivate (brațul este armat sau nu), întrebarea este cum putem alege *cu siguranță* o bombă *activată*. Clasic nu se poate, pentru că de fiecare dată când ne uităm la o bombă să vedem dacă este activată, ea primește un foton de la noi (pentru că noi o luminăm s-o vedem), și bomba *explodează* dacă este activată. Clasic deci, nu putem alege cu siguranță o bombă activată, pentru că, dacă am încerca să vedem dacă este activată, bomba va exploda. Nu avem decât să le alegem la întâmplare.

Cu toate acestea, în mecanică cuantică putem face o selecție sigură a unor bombe activate, fără să ne uităm la ele decât „virtual", ne spun Elitzur și Vaidman! Astfel, urmărind ideile din secțiunile precedente, am putea pune un foton într-o stare de *superpoziție cuantică*, în care el ar pipăi „virtual" bomba. Această superpoziție cuantică se scrie ca o sumă a *două* stări: într-o stare fotonul ar atinge bomba, iar în alta nu ar atinge-o:

$$|\text{fotonul atinge bomba, bomba explodată}> + |\text{fotonul nu atinge bomba, bomba intactă}>$$

Configurația de mai sus nu este însă suficientă, căci noi trebuie să detectăm fotonul în starea în care atinge bomba, fără însă ca aceasta să explodeze! O astfel de stare nu există printre cele două de mai sus. Efectuând o măsurătoare *obișnuită* asupra stării de mai sus vom avea un proces de colaps cuantic, sfârșind mereu doar într-una din cele două stări clasice. Ar părea că nu obținem nimic. „Șmecheria" este să realizăm o măsurătoare specială, de interferență, în așa fel încât rezultatul să conțină în el și cealaltă stare, în care fotonul a atins bomba. Rezultatul ne spune dacă bomba era sau nu activată. Întrebarea este atunci ce fel de măsurătoare trebuie să facem.

Să urmărim acum în detaliu această măsurătoare specială propusă de Elitzur și Vaidman. Astfel, pentru a obține starea de superpoziție cuantică a fotonului, cei doi fizicieni au propus construcția unui *interferometru Mach-Zehnder*. Aici, lumina de la o sursă este într-o primă instanță împărțită în două unde de către o simplă oglindă semitransparentă, ce mai poartă și numele de *separator de fascicule* (vezi figura 10.11). Deoarece oglinda este semitransparentă, jumătate din lumina ce vine de la sursă va trece prin ea, iar cealaltă jumătate va fi reflectată într-o direcție perpendiculară.

Mai departe, cele două unde de lumină obținute urmează traiectorii diferite, dar, după un timp, ele sunt aduse împreună, tot prin intermediul unei oglinzi semitransparente. Și aici lumina din fiecare undă are două opțiuni, să fie transmisă sau să fie reflectată, cu șanse egale. Cum avem deja două raze incidente, vom avea acum *patru* fascicule emergente după cea de-a doua oglindă semitransparentă. Astfel, fasciculul de lumină reflectat ce aparține primei unde de lumină se suprapune cu fasciculul de lumină transmis de cea de-a doua undă de lumină, ajungând pe unul dintre detectori. În același fel, fasciculul transmis din prima undă se suprapune cu fasciculul reflectat din cea de-a doua undă, ajungând pe cel de-al doilea detector. În final, două câte două din cele patru fascicule interferează unul cu altul, ajungând pe doi detectori separați (vezi figura 10.11).

În teoria electromagnetismului clasic, situația este următoarea. Aici avem de-a face cu două unde de lumină (generate de prima oglindă semitransparentă) care sunt apoi *din nou* împărțite în două de cea de-a doua oglindă semitransparentă. Datorită configurației alese, din cele patru fascicule rezultate, două câte două vor *interfera*, deoarece ele urmează aceeași traiectorie, interferențe pe care le observăm cu ajutorul a doi detectori.

Interesant este însă că interferența poate fi ajustată, în așa fel încât primele două dintre cele patru fascicule finale să interfereze constructiv, iar celelalte două fascicule care se suprapun să interfereze distructiv (vezi figura 10.11). Cu alte cuvinte, din cei doi directori, unul va primi *mereu* lumină, iar cel de-al doilea *deloc*. După cum am

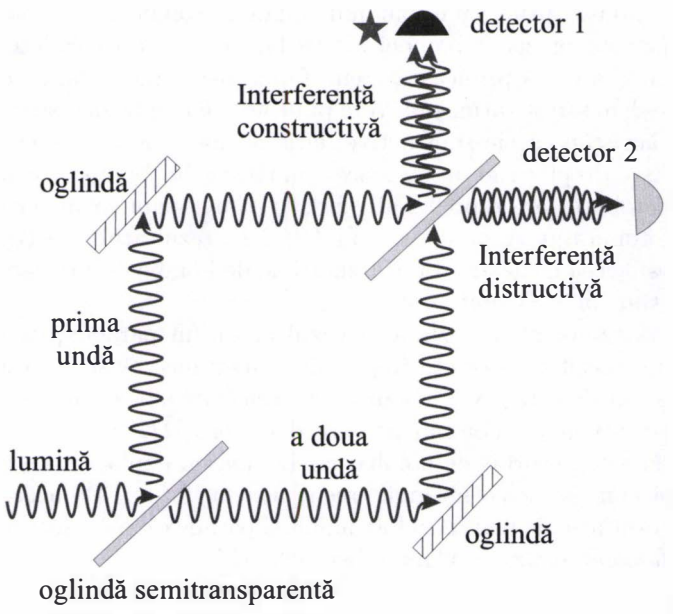

Figura 10.11: *Schema unui interferometru Mach-Zehnder. O undă de lumină monocromatică (stânga jos) întâlnește în calea sa două oglinzi semitransparente (numite separatoare de fascicule) și două oglinzi obișnuite. Prima oglindă semitransparentă împarte unda în două componente, care sunt apoi reflectate de două oglinzi obișnuite. A doua oglindă semitransparentă (dreapta sus) mai împarte încă o dată în două fiecare din cele două unde de lumină care ajung la ea. În final, se obțin patru fascicule, iar două câte două din cele patru fascicule vor interfera. Oglinzile sunt în așa fel așezate încât prima interferență este constructivă și cea de-a doua distructivă. În consecință, doar primul dintre cele două detectoare (detectorul 1) va primi lumină, cel pentru care interferența razelor este constructivă. Detectorul 2 nu va primi lumină.*

menționat, situația este descrisă clasic de teoria câmpului electromagnetic (vezi figura 4.14).

Să urmărim acum interpretarea mecanicii cuantice a acestui experiment de interferență, odată ce ajustăm oglinzile așa cum a fost menționat mai devreme. Ea spune că unda electromagnetică clasică descrie *probabilitatea* de a găsi un foton. Aceasta înseamnă că un detector din aranjamentul nostru (detectorul 2 în figura 10.11) are o probabilitate nulă de detecție (deci el nu detectează fotoni), iar celălalt detector are o probabilitate egală cu unitatea (deci el detectează toți fotonii trimiși de sursă).

Față de experimentele precedente cu interferometrul Mach-Zehnder, fizicienii Avshalom Elitzur și Lev Vaidman au venit cu o modificare (vezi figura 10.12). Ei și-au zis, ce-ar fi dacă am așeza bomba noastră *în calea* uneia din cele două unde care se formează la trecerea după prima oglindă semitransparentă? Bomba este una specială și foarte sensibilă: dacă bomba este activată, atunci ea va exploda la atingerea unui singur foton! În plus, fotonul ar fi absorbit. Dacă însă bomba nu este activată, fotonul trece nestingherit pe lângă brațul neactivat al bombei. Ce se întâmplă dacă punem această bombă în calea unuia din cele două brațe ale interferometrului? Să vedem.

Să considerăm pentru început cazul clasic, în care avem de-a face cu mai *mulți* fotoni. Și în acest caz unda de lumină se va despărți în două la trecerea de prima oglindă semitransparentă. Dacă bomba era inactivă, brațul ei este ca și inexistent (lumina trece pe lângă), și avem un interferometru Mach-Zehnder obișnuit (vezi figura 10.12 sus). Pentru că interferometrul este aliniat de dinaintea experimentului, unda electromagnetică interferează *constructiv* pentru unul din detectori ($D1$ în figura 10.12 sus) și *distructiv* pentru celălalt ($D2$). Acum, numai unul din cei doi detectori va căpăta lumină, așa cum am menționat mai devreme.

Dacă însă bomba este activată (vezi figura 10.12 jos), atunci toți fotonii din prima rază care ajung la acea bombă vor fi absorbiți, iar bomba va exploda. A doua rază de lumină se va împărți din nou în două după cel de-al doilea separator de fascicule. Acum însă efectele de interferență nu vor mai apărea, pentru că prima rază nu mai ajunge la acest al doilea separator de fascicule, fiind absorbită de bombă. În acest caz, ambii detectori $D1$ și $D2$ vor capta lumina.

Să recapitulăm acum situația clasică când avem mulți fotoni: dacă bomba nu este activată, atunci numai un detector „vede" lumina ($D1$), dacă însă ea este activată, ambii detectori primesc lumina, iar bomba va exploda. În mecanica cuantică însă, undele electromagnetice descriu probabilitățile de apariție a fotonului. Ne putem atunci întreba ce se întâmplă dacă sursa noastră trimite *doar un foton*. Unde va sfârși el? Vom vedea că răspunsul este surprinzător.

Astfel, dacă bomba *nu* este activată, avem situația interferometrului Mach-Zehnder (figura 10.12 sus). Unda de probabilitate a fotonului (în fond unda electromagnetică a luminii) trece prin ambele brațe ale interferometrului și interferează *constructiv* (datorită aliniamentului) pentru primul detector ($D1$) și *distructiv* pentru cel de-al doilea detector ($D2$). Aceasta înseamnă că probabilitatea de a detecta fotonul de către primul detector este de 100% și nulă pentru cel de-al doilea detector. Deci, dacă bomba nu este activată, fotonul va ajunge *sigur* pe primul detector $D1$.

Acum însă, dacă bomba este activată, unda de probabilitate a fotonului (unda electromagnetică, în fond) trece doar printr-un braț al interferometrului, cel de-al doilea fiind blocat de bombă, așa cum ne spune situația clasică. Apoi ea va fi împărțită în două de ce-a doua oglindă, *fără să existe acum efecte de interferență*, pentru că nu vine nimic de la primul braț. Unda de probabilitate a fotonului este acum egală pe fiecare din detectori, în lipsa interferenței constructive. Aceasta înseamnă că probabilitatea de a detecta fotonul nostru este *egală* pentru cei doi detectori. Acum, dacă bomba este activată, atunci și cel de-al doilea detector $D2$ are o șansă de a vedea fotonul!

Să remarcăm că acest lucru nu se întâmplă deloc în cazul bombei inactive. Atunci, dacă vom găsi singurul foton al sursei de lumină pe cel de-al doilea detector $D2$, știm sigur că bomba a fost activată, fără ca ea să explodeze (pentru că fotonul a fost absorbit de detectorul $D2$ și nu de bombă, iar noi aveam inițial doar acest foton). Iată „șmecheria" experimentului lui Elitzur și Vaidman.

Să detaliem acum cele două situații, pentru a vedea mai bine ce se întâmplă. Astfel, dacă bomba *nu* este activată,

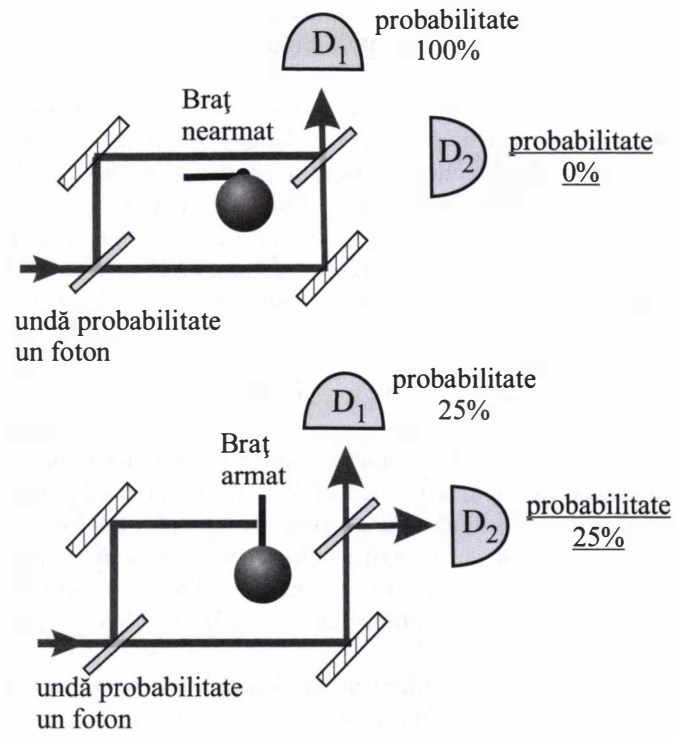

Figura 10.12: *Sus: unda de probabilitate a unui singur foton în cazul în care braţul bombei nu este armat (experimentul Elitzur şi Vaidman). Unda de probabilitate este reprezentată de câmpul electromagnetic şi, pentru că oglinzile au fost ajustate pentru interferenţa constructivă şi distructivă (vezi figura 10.11), fotonul ajunge doar pe un detector (detectorul D_1). Jos: Situaţia în care braţul bombei este armat. Aici există o şansă de 50% ca fotonul să treacă pe acolo, făcând bomba să explodeze. Pe de altă parte, dacă fotonul o ia pe cealaltă cale, el are o şansă egală să ajungă pe ambii detectori, pentru că efectele de interferenţă nu mai au loc. Acum şi detectorul D_2 are o şansă rămasă de 25% să observe fotonul, spre deosebire de situaţia de sus unde probabilitatea era nulă. Dacă se întâmplă, înseamnă că bomba amplasată a fost sigur activată, altfel am fi avut situaţia de sus unde detectorul D2 nu ar fi primit nici un foton. Cu alte cuvinte, am observat prezenţa bombei active fără ca ea să fi absorbit nici un foton (pentru că fotonul a ajuns la detectorul D2), deci fără să fi „văzut" bomba.*

numai primul detector $D1$ măsoară întotdeauna fotonul (figura 10.12 sus), cel de-al doilea niciodată. În cazul în care bomba este activată şi noi trimitem doar *un singur foton*, fiecare detector are o şansă de 25% să primească un foton, iar restul de 50% este probabilitatea ca bomba să explodeze (figura 10.12 jos). Observăm acum că şi cel de-al doilea detector $D2$ are o şansă de 25% să detecteze fotonul, caz în care bomba nu va exploda, cu toate că este activată. Aceasta pentru că fotonul a fost absorbit de cel de-al doilea detector şi nu de bombă, lucru posibil deoarece avem *un singur* foton şi el este absorbit fie doar de detectori, fie doar de bombă.

În final, dacă măsurăm un foton pe al doilea detector $D2$, atunci putem spune *cu siguranţă* că a fost o bombă activă acolo, căci în cazul în care bomba era inactivă acel detector nu primea nici un foton. Astfel, în 25% dintre „împuşcăturile" cu fotoni individuali pe bombe active vom detecta prezenţa bombei active fără ca ea să explodeze, fără ca ea să primească vreun foton, deci practic fără s-o vedem sau s-o atingem! Vom pune aceste bombe deoparte, căci *ştim* că ele sunt active, fără ca noi să le fi detonat. Este drept că în acest proces jumătate din bombe vor fi detonate, iar despre un alt sfert nu ştim ce sunt (pentru că fotonul ajunge pe detectorul $D1$) însă rezultatul selecţiei este ceea ce ne-am dorit, o mulţime de bombe despre care ştim *sigur* că sunt activate.

Rezultatul reprezintă în cazul clasic un paradox, căci am reuşit ceea ce era imposibil în mecanica clasică. Am putut detecta ceva (o bombă activată) fără s-o vedem, fără s-o atingem. Fotonul pe care detectorul $D2$ îl primeşte nu este absorbit de bombă, iar bomba nu explodează, ca şi cum pe acolo nu ar fi trecut nici un foton. De aceea rezultatul de mai sus a fost numit şi paradoxul măsurătorii *fără interacţiune*. Cum a fost posibil?

Să ne întoarcem acum puţin la ideea iniţială a experimentului, aceea că fotonul călătoreşte pe traiectorii „virtuale" în urma cărora noi vrem să aflăm câte ceva. În experimentul de mai sus putem spune că a existat o undă de probabilitate care a „testat" prezenţa bombei, fără însă ca fotonul să aleagă apoi să apară în zona undei de probabilitate unde era bomba, deci fără că bomba să explodeze. Într-un fel, unda de probabilitate a fotonului „ştia" că acolo se afla o bombă activată. Cum însă noi am avut *un singur foton*, şi el nu putea fi detectat decât într-o singură poziţie, rezultatul măsurătorii lui pe detectorul D2 nu a avut nici o consecinţă asupra bombei. Astfel, experimentul de faţă este o consecinţă directă a dualităţii undă-particulă.

Să facem acum o observaţie practică pentru viitorii experimentatori care se întâmplă să citească aceste rânduri. Astfel, am văzut cât este de important să considerăm unda electromagnetică identică (în prima aproximaţie) cu o *undă de probabilitate* de apariţie a fotonului. Mai important însă, pentru a scoate efectele cuantice la iveală, a trebuit să trimitem *câte un foton* pe rând. De aceea, dacă vrem să facem experimente de mecanică cuantică cu lumina, este bine să ne cumpărăm detectori care pot vedea doar un foton şi surse speciale de lumină care pot trimite doar câte un foton unul după altul. Aşa cum menţionat, ochiul nostru poate detecta un foton, atâta doar că informaţia este cenzurată de creier.

În final, să menţionăm că verificarea experimentală a propunerii lui Elitzur şi Vaidman a venit mai târziu şi fost prezentată la o conferinţă în anul 1994. Atunci Anton Zeilinger şi colegii săi de la Universitatea Innsbruck (Austria) au efectuat experimente asemănătoare (fără bombe adevărate) care au confirmat paradoxul propus de Elitzur şi Vaidman. Cu Anton Zeilinger ne vom întâlni şi în secţiunea 119, căci el a reuşit să facă şi alte lucruri uimitoare cu fotoni individuali.

115. Laserul și optica cuantică

În secțiunea 106 am introdus noțiunea de *superpoziție cuantică*, una dintre cele care fac diferența dintre mecanica cuantică și cea clasică. Am discutat despre superpoziția cuantică a unei statui, a pisicii lui Schrödinger sau a electronului. În toate aceste cazuri, superpoziția cuantică este un set de câteva numere complexe, câte unul pentru fiecare stare clasică, set ce reprezenta unda de probabilitate a sistemului (numită și funcția sa de undă). Într-o interpretare mai răspândită, vom spune că sistemul este *în același timp* în toate stările clasice care formează superpoziția cuantică.

În laboratoare, pentru a efectua experimente de mecanică cuantică, avem nevoie să creăm rapid și eventual ieftin stări de superpoziție cuantică. Dacă este posibil, măcar o superpoziție cuantică din două stări clasice, ele ne-ar fi de ajuns pentru câteva experimente. De aceea, în secțiunea de față vom introduce cea mai ieftină metodă de producere a stărilor de superpoziție cuantică: *laserul*. El face parte astăzi din echipamentul celor mai multe experimente care testează bazele mecanicii cuantice, de exemplu calculatorul cuantic sau teleportarea cuantică, dar și din echipamente electronice de larg consum, ca DVD-urile sau mouse-urile pentru computer.

Poate este mai puțin cunoscut că cel de-al treilea laser din lume a fost realizat pe platforma din Măgurele în anul 1962 de către un grup condus de Ion Agârbiceanu (fiul cunoscutului scriitor), la numai un an după prima reușită mondială. Profesorul Agârbiceanu utilizat cu succes cunoștințele obținute în Franța în domeniul oglinzilor Fabri-Perot pentru a construi apoi un laser cu gaz (heliu-neon) ce emitea lumină infraroșie.

Laserul este o invenție tehnică minunată, care are avantajul major de a fi, în multe cazuri, foarte ieftin. El constă în principal dintr-o *cavitate rezonantă*, aflată între două oglinzi reflectoare, unde lumina circulă de multe ori înainte și înapoi, după care poate părăsi cavitatea (vezi figura 10.14). În cavitatea rezonantă se află atomi care formează așa-numitul *mediu activ* al laserului, al cărui rol este să amplifice lumina ce trece prin cavitate. Pentru aceasta însă, laserul trebuie să consume energie.

Figura 10.13: *Profesorul Ion I. Agârbiceanu. Sub conducerea sa a fost realizat, în anul 1962, primul laser cu gaze din România.*

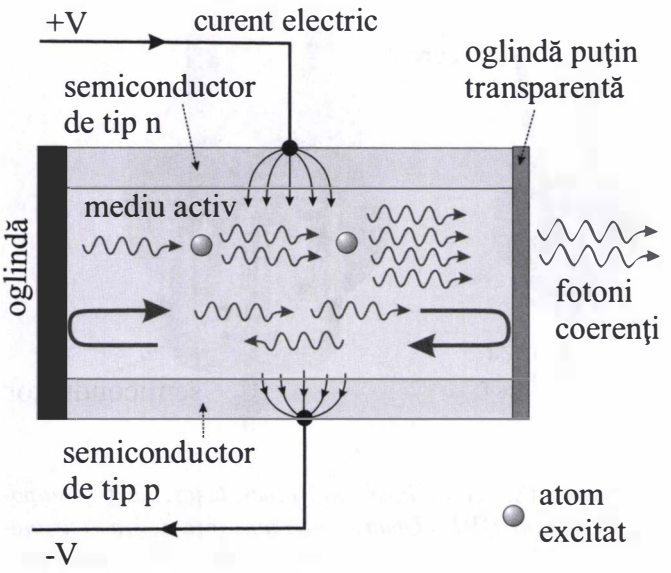

Figura 10.14: *Schema unei cavități optice pentru o diodă laser. În interiorul cavității se află un mediu activ format din atomi în stare excitată, menținuți în această stare datorită unui curent electric ce circulă între cele două medii semiconductoare dopate diferit. Dezexcitarea spontană a unora dintre atomii excitați produce fotoni care se deplasează înainte și înapoi între cele două oglinzi (cea din dreapta lasă o parte din fotoni să iasă afară din cavitate). Fotonii ce întâlnesc în calea lor un atom excitat îl vor dezexcita, prin emisia stimulată a unui alt foton de exact aceleași caracteristici (aceeași fază, frecvență, direcție și polarizare). După un timp, printr-un efect de avalanșă, cei mai mulți fotoni vor avea aceleași caracteristici, deci vor oscila sincron. La ieșirea din laser, raza de lumină va fi plină de fotoni coerenți, sincronizați unul cu altul.*

Astfel, atomii din mediul activ au în principiu două niveluri principale de energie, ei fiind în situația naturală pe nivelul de energie mai scăzut. În prima fază, o parte din atomi sunt excitați pe nivelul superior printr-un mecanism numit *pompaj optic*: atomii primesc energie de la o sursă externă și se excită astfel pe starea de energie ridicată. În diodele cu laser folosite în discurile optice mecanismul constă în trecerea unui curent electric prin diodă, care excită o parte din atomi pe nivelurile superioare de energie. După un timp, atomii aflați în stările excitate se vor *dezexcita* (vor reveni în starea de energii joase), prin emiterea unui foton. Pentru a păstra un număr cât mai mare de atomi în starea excitată, laserul este pompat în mod continuu de sursa sa de energie (vezi figura 10.14).

Fotonii emiși vor circula în cavitatea optică a laserului în toate direcțiile, dar cei care se îndreaptă spre oglinzile din marginea laserului vor rezista mai mult în interior, datorită reflexiilor succesive. Este posibil ca un astfel de foton

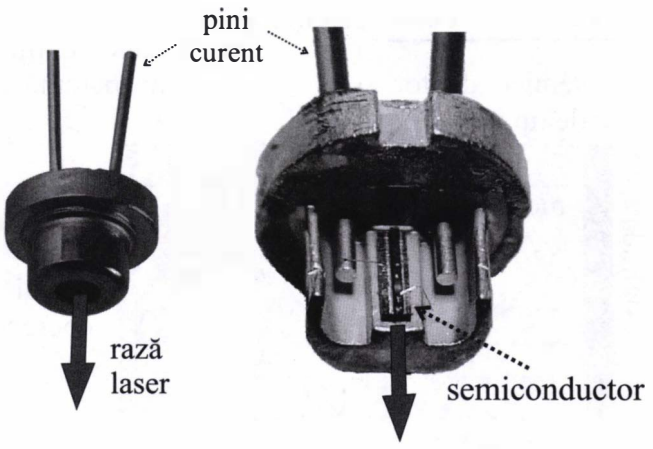

Figura 10.15: *Imaginea unei diode laser, parte componentă a unui DVD. Laserul este mai mic de un centimetru. În dreapta este o fotografie a interiorului laserului. Aici se poate vedea în centru o bandă, care reprezintă o fațetă a diodei semiconductoare ce emite lumina. Două fire subțiri aduc curentul electric de la cei doi pini ai laserului. Copyright HightechdealZ LLC 2013.*

să întâlnească în drumul său un *alt* atom într-o stare excitată. Atunci el provoacă dezexcitarea atomului, printr-un fenomen numit *emisie stimulată*.

Partea cea mai frumoasă este că atomul întâlnit se va dezexcita creând un al doilea foton *în fază* și cu aceleași caracteristici ca și acelea ale primului foton (frecvență și polarizare, de exemplu). Prin acest fenomen repetat, se creează o avalanșă de fotoni, care au toți aceeași fază, aceeași frecvență și aceeași polarizare (fotonii sunt perfect sincronizați). În final, o parte din fotoni părăsesc laserul printr-una dintre oglinzile care transmite puțină lumină (în general mai puțin de 0,1%), creând astfel un fascicul de lumină *coerentă* (vezi figura 10.14). După un timp, atomii dezexcitați se excită la loc prin trecerea curentului electric (de aici își iau ei energia necesară), făcând posibilă existența procesului atâta timp cât circulă curent electric prin diodă.

Prin lumina *coerentă* a laserului înțelegem faptul că toți fotonii emiși sunt *sincronizați* în timp și în spațiu (au aceeași fază, aceeași frecvență și aceeași polarizare). Datorită acestui lucru, putem însuma undele de probabilitate ale fotonilor, care sunt date de câmpul electric al oscilației electromagnetice. În acest fel obținem aproape un câmp electromagnetic clasic macroscopic.

Este interesant că nu putem vorbi de un câmp electromagnetic clasic pentru lumina emisă de Soare sau de un bec. Aceasta pentru că emisia este termică, iar fotonii emiși de atomi nu au nici o relație unul cu altul. Ei nu mai au decât din întâmplare aceeași frecvență, iar fazele lor nu mai sunt sincronizate. De aceea, trebuie să considerăm unda de probabilitate a fiecărui foton separat și nu ne mai este permis să le însumăm (dacă le-am însuma, am obține o medie nulă, în ciuda faptului că există mulți fotoni). Paradoxal, vedem astfel că lumina emisă de un laser este mai „clasică" decât cea emisă de un bec, pentru că fotonii laserului sunt sincronizați unul cu altul, pe când cei ai becului nu. Cu alte cuvinte, laserul produce un câmp electromagnetic macrocopic, pe când becul nu.

Să observăm acum că un foton emis de laser nu reprezintă încă starea de *superpoziție cuantică* pe care o căutam. Stări cuantice căutate sunt, de cele mai multe ori, o combinație liniară de *două* stări clasice. Ceea ce avem de făcut este să găsim două stări diferite ale fotonului, pe care le vom identifica apoi ca fiind „clasice". După aceea trebuie să construim o situație în care fotonul se va găsi în același timp în ambele stări „clasice", cu anumite probabilități. Aceasta va fi starea de *superpoziție cuantică* pe care o căutam.

În cazul fotonilor, putem construi destul de ușor stări de superpoziție cuantică, dacă luăm în calcul *polarizarea* acestora. Astfel, să ne aducem aminte că polarizarea este o caracteristică clasică a luminii. Ea este dată de *planul* în care câmpul electric al luminii oscilează, așa cum am discutat în secțiunea 38 (vezi de exemplu figura 4.12).

Există mai multe planuri în care câmpul electric al luminii poate oscila, toate aceste planuri conținând direcția de propagare a luminii (vezi figura 10.16). Vom alege două astfel de planuri care să fie *perpendiculare* unul pe celălalt. Ele dau două posibile direcții de polarizare a luminii, iar toate celelalte posibilități se vor scrie ca o combinație a acestor două polarizări ale luminii. Spunem că lumina are doar *două* polarizări.

Să considerăm acum o lumină monocromatică de intensitate minimă, în așa fel încât energia ei să fie chiar energia unui *singur* foton. Unda electromagnetică reprezintă unda de probabilitate pentru acest singur foton. Dacă lumina are câmpul electric polarizat în primul plan, spunem că fotonul asociat are polarizarea 0°. Ea este *prima* noastră stare „clasică" a fotonului, notată de obicei cu $|0°\rangle$. Dacă însă câmpul electric al luminii este în planul perpendicular, spunem că fotonul are polarizarea 90°. Aceasta este cea de-a *doua* stare „clasică" a fotonului nostru, notată cu $|90°\rangle$ (vezi figura 10.16).

Să remarcăm acum că cele două stări „clasice" se exclud una pe alta. Astfel, dacă fotonul este polarizat la 0° și noi vrem să-i măsurăm polarizarea la 90°, ce putem face? Putem așeza un *polarizor* (care este de obicei o foiță ieftină de plastic, ca în cazul celor integrate în mulți ochelari de Soare) în fața fotonului, polarizor care este orientat la 90°. Polarizorul va lăsa să treacă doar componenta câmpului electric care este orientată la 90° (vezi figura 10.16).

Cum câmpul electric inițial era polarizat la 0°, el are o polarizare perfect perpendiculară pe cea a polarizorului și câmpul electrimagnetic *nu* trece de polarizor. Atunci și fotonul nostru inițial polarizat la 0° nu va trece deloc de polarizorul orientat la 90°. În termenii noștri, fotonul $|0°\rangle$ nu poate fi găsit în starea $|90°\rangle$, și reciproc.

De aceea cele două stări pot fi considerate „clasice" în definiția noastră, în sensul că fotonul, odată măsurat într-una din cele două stări, nu mai poate fi găsit în cealaltă, tot așa cum un electron ce este găsit într-un loc și nu mai poate fi găsit în altul. În termenii introduși în secțiunea 213 din anexă, stările $|0°\rangle$ și $|90°\rangle$ formează o bază ortogonală a spațiului Hilbert al stărilor de polarizare al fotonilor.

Ce se întâmplă însă dacă *planul de polarizare al fotonului* este orientat la un unghi aleatoriu față de direcția de mișcare, de exemplu la 45°? Acum, dacă punem un polarizor rotit la 0° înaintea fotonului, pentru a vedea care este șansa ca fotonul să treacă de el, am obține o probabilitate

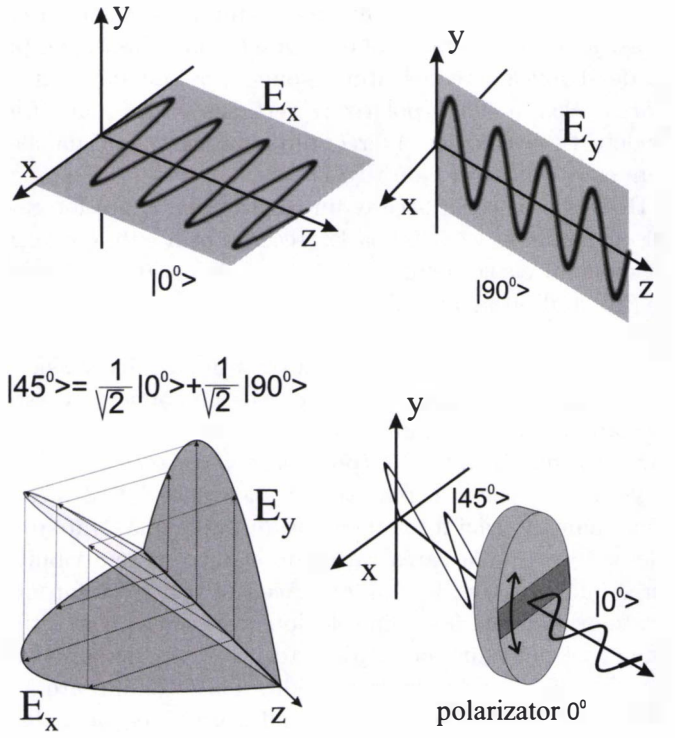

Figura 10.16: *Sus sunt schițate câmpurile electrice al unei unde electromagnetice polarizate orizontal (la 0 grade) și vertical (la 90 de grade). Ele reprezintă undele de probabilitate ale unui foton „clasic", desemnat fie prin* $|0°\rangle$ *(stânga) fie prin* $|90°\rangle$ *(dreapta). În stânga jos este câmpul electric al unei unde electromagnetice polarizată la 45 de grade. El reprezintă unda de probabilitate pentru un foton desemnat prin* $|45°\rangle$*. Câmpul electric se poate însă descompune liniar ca o sumă de două câmpuri electrice, corespunzătoare unor unde polarizate orizontal și vertical. Același lucru se poate spune și despre undele de probabilitate ale fotonului (care sunt aici chiar câmpul electric). Vom considera atunci fotonul* $|45°\rangle$ *ca fiind într-o stare de superpoziție cuantică a stărilor considerate „clasice"* $|0°\rangle$ *și* $|90°\rangle$*. În dreapta jos se vede că, dacă plasăm un polarizor orientat la* 0° *în fața unui unde polarizate la* 45°*, doar componenta undei polarizată la* 0° *va trece mai departe.*

de 50% (vezi figura 10.16). Am putea alege să punem un polarizor orientat la 90° și am obține tot o probabilitate de 50% ca fotonul să treacă de el.

Am puteam reformula rezultatul de mai sus spunând că fotonul polarizat la 45° are o șansă de 50% să fie măsurat în starea „clasică" de polarizare de 0° și încă o șansă de 50% să fie măsurat în starea „clasică" de polarizare de 90°. Nu înseamnă atunci că fotonul polarizat la 45° este o *superpoziție cuantică* a stărilor în care al ar fi polarizat la 0° sau la 90°?

Răspunsul este pozitiv și este confirmat de o analiză mai detaliată, acolo unde câmpul electric al fotonului polarizat la 45° se scrie ca o combinație liniară a celor două polarizări 0° și 90° (vezi figura 10.16). Cum însă câmpul electric este o reprezentare a undei de probabilitate, înseamnă că fotonul polarizat la 45° este într-adevăr o *superpoziție cuantică* a celor două stări „clasice": fotonul având polarizarea 0° și fotonul având polarizarea 90°.

Fizicienii obișnuiesc să scrie starea de polarizare a unui singur foton indicând unghiul său de polarizare. De exemplu, $|30°\rangle$ descrie un foton al cărui câmp electric oscilează într-un plan orientat la 30° (vezi de exemplu figura 10.17).

Interesant este că un foton polarizat la un unghi oarecare poate fi considerat o *superpoziție cuantică* a două stări, cea în care ar fi fost polarizat la 0° și cea în care ar fi fost polarizat la 90°. De exemplu, fotonul polarizat la 30° poate fi considerat în starea de superpoziție cuantică:

$$|30°\rangle = \cos(30°)\,|0°\rangle + \sin(30°)\,|90°\rangle$$

Mai sus $|0°\rangle$ și $|90°\rangle$ reprezintă cele două stări „clasice", iar $\cos(30°) = \sqrt{3}/2$ și $\sin(30°) = 1/2$ reprezintă numerele complexe atașate acestora. De remarcat că $\cos^2(30°) = 3/4$ reprezintă *probabilitatea* de a găsi fotonul în starea $|0°\rangle$ iar $\sin^2(30°) = 1/4$ probabilitatea de a găsi fotonul în starea $|90°\rangle$. Suma celor două probabilități este egală cu unitatea, așa cum trebuie (probabilitate totală de 100%).

Recapitulând, dacă un foton este polarizat la un unghi de 45° și noi îi măsuram starea de polarizare orizontală sau verticală, el are o șansă *egală* să fie găsit într-una din cele două stări de polarizare verticală sau orizontală. În acest fel, fotonul este într-o stare de *superpoziție cuantică*, iar dacă îi măsuram polarizarea verticală sau orizontală îl vom găsi fie în starea de polarizare 0° fie în cea de 90°.

Starea de superpoziție astfel obținută (foton polarizat la 45°) are însă un mic dezavantaj: stările clasice ce compun starea de superpoziție cuantică (cele de 0° și 90°, așa cum au fost alese de noi) urmează *aceeași* traiectorie în spațiu. Pentru a le măsura trebuie să interpunem detectorul mereu în fața aceleiași raze de lumină. De aceea fizicienii folosesc elemente optice suplimentare pentru a separa direcțiile celor două polarizări, putând mai apoi măsura mai ușor fiecare din polarizări. Un astfel de element este un cub special de sticlă, numit *separator de fascicule polarizate*, ce poate fi achiziționat la un preț de câțiva euro.

Separatorul de fascicule polarizate nu este altceva decât un cub transparent, format din două prisme alăturate, în așa fel încât o parte din lumină să fie transmisă și alta reflectată, în direcții diferite, în funcție de polarizarea pe care o are lumina (vezi figura 10.17). Între cele două prisme (pe diagonala cubului), s-a adăugat un strat special, care face ca lumina să interfereze pozitiv și negativ, în funcție de direcție și polarizare. Rezultatul net este că fiecare direcție va prefera o singură polarizare, pe care o știm din construcția prismei.

Astfel, dacă punem cubul în poziție orizontală, orice rază care intră în el va fi împărțită în două raze: una polarizată orizontal și alta vertical (vezi figura 10.17, sus). În plus, cele două raze ies în *direcții diferite*, în mod obișnuit orientate la 90 de grade. Sistemul este prin construcție un sistem perfect clasic, în care calculul pentru stratul special dintre prisme se face ținând cont numai de legile lui Maxwell pentru câmpul electromagnetic.

Comportarea cuantică se vede din nou dacă vom considera *un singur* foton polarizat, de exemplu la 30°, incident pe cubul separator de fascicule, așa cum este prezentat în

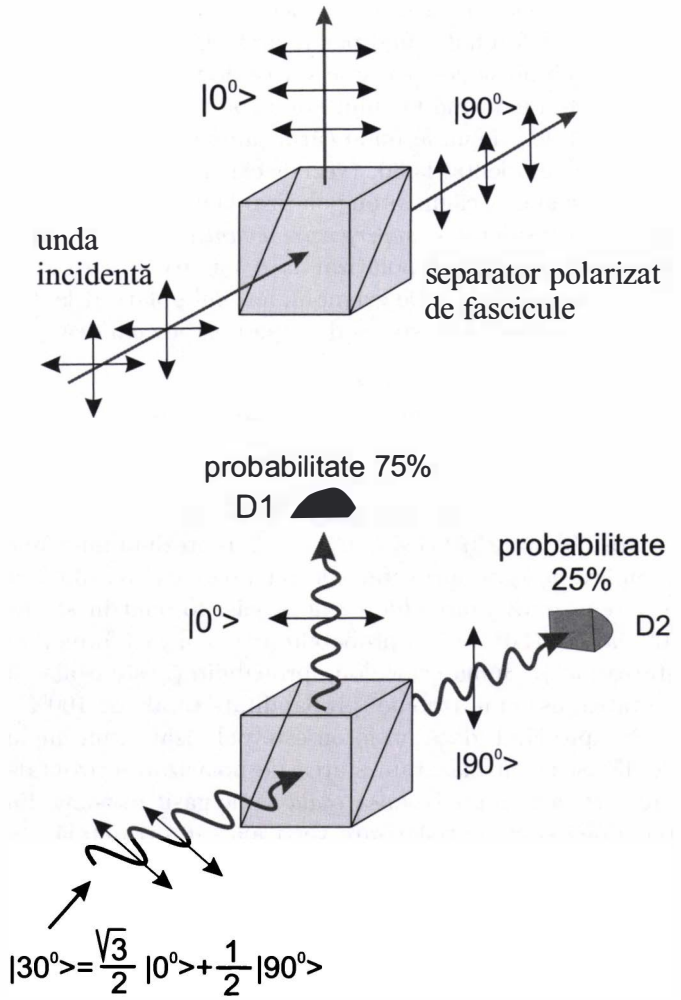

Figura 10.17: *Sus: un separator de fascicule polarizate de forma unui cub, în cazul câmpului electromagnetic clasic. Acesta împarte lumina incidentă în două unde emergente, de polarizări opuse, dar bine definite (prin săgeți duble este schițată oscilația câmpului electric al luminii). Jos: separatorul de fascicule polarizate este utilizat în cazul cuantic, atunci când un singur foton polarizat la* 30° *este incident pe el. Fotonul are o șansă de* $(\sqrt{3}/2)^2 = 0,75$ *să fie reflectat în sus și o șansă de* $(1/2)^2 = 0,25$ *să fie transmis (vezi discuția din text).*

figura 10.17 (fotonul îl putem genera cu un laser). Fotonul este descris de o undă de probabilitate care este chiar câmpul electromagnetic clasic. În acest caz obținem, la trecerea de separator, două unde de probabilitate (două unde electromagnetice) orientate în direcții diferite, una polarizată orizontal, iar cealaltă polarizată vertical. Starea inițială a fotonului (cea în care el era polarizat la 30°) este o *superpoziție cuantică* a celor două stări de polarizare care ies din cubul separator de fascicule (polarizare la 0° și 90°).

Cele două unde de probabilitate ale fotonului ies din cub și urmează direcții *diferite*, ceea ce înseamnă că putem așeza în fața fiecărei raze emergente câte un detector. Cum undele care ies sunt deja polarizate orizontal și vertical, nu mai avem nevoie de polarizori suplimentari. Fotonul este însă *indivizibil*, în așa fel încât el va urma *doar una* din cele două căi după separator! Dacă fotonul cade pe primul detector, atunci spunem că l-am detectat în starea „clasică" de 0° (polarizare orizontală), dacă însă cade pe cel de-al doilea detector, atunci spunem că l-am detectat în starea „clasică" 90°, (polarizare verticală). Probabilitățile de detecție se calculează direct din polarizarea inițială, așa cum este indicat în figura 10.17

De observat că în fiecare din cazuri polarizarea fotonului emergent se va schimba la trecerea prin cub, conform cu modelul clasic, pentru că direcția de oscilație a undei de probabilitate (câmpul electric) se schimbă. În interpretarea cuantică, spunem că fotonul incident $|30°\rangle$ se poate scrie ca o superpoziție cuantică a celor două stări „clasice" $|0°\rangle$ și $|90°\rangle$, iar măsurătoarea de sus ne spune care este probabilitatea ca fotonul să fie găsit în starea $|0°\rangle$ (polarizare orizontală) sau $|90°\rangle$ (polarizare verticală).

Vom recunoaște în plus și al treilea postulat al mecanicii cuantice, căci fotonul va *căpăta* după „măsurătoare" (detecția sa) polarizarea care știm sigur că este atribuită direcției respective, 0° sau 90°. Aceasta pentru că fotonul poate urma numai una din cele două căi și va ajunge astfel numai pe unul din cei doi detectori. Trebuie subliniat și că colapsul al undei de propbabilitate a fotonului are loc abia la sfârșit, atunci când fotonul „ticăie" pe unul dintre detectori, și nu în momentul când trece prin cuburile polarizatoare.

În următoarele secțiuni vom prezenta câteva aspecte ale mecanicii cuantice care utilizează noțiunile tocmai introduse în secțiunea de față. În termeni tehnici, am pus primele cărămizi la un capitol al fizicii ce poartă numele de *optică cuantică*. După cum sugerează denumirea, tehnica implică investigarea mecanicii cuantice cu ajutorul opticii.

Spre deosebire de optica clasică, cele mai multe experimente de optică cuantică folosesc detectori foarte sensibili, în așa încât să măsurăm fotonii individuali. Aceasta este limita ce separă optica clasică de optica cuantică. În *optica cuantică* măsurăm un singur foton individual, caz în care putem privi câmpul electromagnetic ca pe o undă de probabilitate a acelui foton.

Experimentele care vor urma au fost efectuate cu stări de superpoziție cuantică create cu ajutorul unui laser, a unor separatoare polarizate de fascicule și eventual a unor cristale optice speciale. La acestea se adaugă detectori foarte rapizi și foarte sensibili, capabili să măsoare fotonii individuali. Prin simplitatea și accesibilitatea instrumentelor optice, o parte din principiile mecanicii cuantice au putut fi testate direct.

116. Calculatoare cuantice

În ultimii ani, una dintre aplicațiile mecanicii cuantice a atras în mod special atenția opiniei publice: *calculatorul cuantic*. Nici nu este de mirare, dacă privim puțin lista de promisiuni ale acestuia: procesare paralelă, decriptare, viteză mult mai mare etc.

Diferența esențială față de un calculator clasic este sugerată încă din numele lui: un calculator cuantic folosește principiile mecanicii cuantice pentru *stocarea* și *procesarea* informației. Metoda conduce într-adevăr la multe avantaje, chiar dacă unele dintre ele sunt numai de principiu, pentru că sunt dificil de realizat în practică. În secțiunea de față facem o scurtă prezentare a calculatoarelor cuantice și a principalelor lor avantaje, începând cu o mică discuție despre calculatoarele clasice.

Astfel, să observăm în primul rând că ne-am înconjurat de calculatoare/computere clasice nu de foarte mult timp, doar de câteva zeci de ani. Multă lume se aștepta la început ca computerele clasice să depășească foarte repede puterea minții umane. Aceasta pentru că un computer clasic procesează foarte rapid datele și are în plus o memorie uriașă. La urma urmei, să încercăm să înmulțim 125 cu 345 și să vedem cine termină mai repede, computerul sau creierul unui om obișnuit? Sau să reținem un număr de telefon auzit prima dată, cine o face mai bine, nu tot computerul?

Pentru toți entuziaștii ai computerelor, teoria lor va fi fost confirmată odată cu prima victorie a unui computer asupra unui campion mondial de șah. Aceasta pentru că șahul este văzut ca „sportul minții", iar o astfel de victorie ar fi dovedit definitiv că un computer clasic este mai puternic decât creierul uman. După ce victoria ar fi avut loc, viața pe Pământ ar fi evoluat complet diferit, cu computere care ar fi luat locul omului în aproape toate activitățile sale zilnice, fiind mult mai puternice.

Un astfel de eveniment istoric a avut loc în anul 1997, atunci când computerul Deep Blue (construit de firma americană IBM) a reușit să câștige în fața campionului mondial de șah Garry Kasparov, cu două victorii, o înfrângere și trei remize. Cu toate acestea, o adevărată revoluție în relația om-computer nu pare să fi avut loc nici până acum. Mai mult, tot felul de proiecte internaționale au scos în evidență slăbiciunile computerelor în comparație cu creierul uman.

Dintre proiecte, merită menționat concursul internațional pentru automobile asistate de computer, organizat de Departamentul de Apărare al Statelor Unite. An de an se adună aici echipe de cercetare de la cele mai bune universități din lume. Ele proiectează și construiesc diferite automobile controlate în întregime de computer, dotate cu camere de luat vederi, senzori de detecție a obiectelor din apropiere, ori chiar vizibilitate pe timp de noapte. Rezultatul? De fiecare dată automobilele lovesc parapeții după câteva zeci de metri, intră în diverse obiecte așezate special în drum (care simulează pietonii), ori pur și simplu se răstoarnă!

Exemplul de mai sus scoate în evidență capacitățile fundamental limitate ale computerelor clasice moderne. Este cumva paradoxal că, deși un computer îl poate bate la șah pe campionul mondial, nici unul dintre computere nu poate conduce în siguranță un automobil în centrul unui oraș. Computerul nu poate recunoaște corect obstacolele din față, ceea ce orice copil sau furnică poate face. Nu este de mirare că motoarele de căutare de imagini pe internet funcționează încă asociind cuvinte pozelor din paginile indexate, dând și așa greș de multe ori.

Cum s-a înșelat vizionarii încântați de capacitatea de procesare a computerelor clasice? În esență, greșeala lor fundamentală este identificarea proceselor din creier doar cu acelea implicate în *conștiință*. Căci, atunci când adunăm două numere facem acest proces conștient, de aceea el este încet și greoi. Este un proces învățat în școală și „programat" într-un creier construit nu pentru a aduna și scădea, ci pentru a supraviețui în lupta selecției naturale.

De aceea, creierul nostru este mult mai rapid la recunoașterea de imagini (necesară pentru identificarea prădătorului), la mișcarea muchilor păstrând echilibrul (necesară la alergare) și așa mai departe. Creierul nostru este cu mult mai complex decât ceea ce scoate la suprafață *conștiința*, și cu acest creier ar fi trebuit comparat computerul clasic, nu doar cu procesele minimale de care suntem conștienți. Atunci vom vedea că de fapt computerele moderne sunt cu mult în urma capacității totale a creierului, în special când vorbim de procesarea imaginilor. Aici computerele cuantice ne pot da o mână de ajutor.

Dacă discutăm despre un calculator cuantic, trebuie să-i construim încetul cu încetul elementele de bază: memoria și procesorul, prin comparație cu calculatorul clasic. Astfel, într-un calculator *clasic*, datele sunt stocate sub forma unor șiruri binare de 0 și 1, de exemplu 01110010..., sau 10011010... și așa mai departe. O singură dată binară poate lua deci numai valoarea 1 sau 0, de unde numele ei de *bit*. Acești biți sunt stocați în *memorie*, de unde sunt extrași și procesați cu ajutorul *operațiilor logice*. Biții sunt de cele mai multe ori realizați practic cu ajutorul unor tranzistori bistabili: dacă tensiunea electrică la ieșire este aproape nulă, atunci avem un bit 0, dacă ea ia o valoare finită (să zicem 5 Volți) atunci avem un bit 1.

Operațiile logice seamănă mult cu ceea ce ne spune intuiția, dacă atașăm bitului 1 o propoziție „*adevărată*", iar bitului 0 o propoziție „*falsă*". Avem de exemplu operația logică „SAU", care conduce la rezultatul 0 SAU 1 = 1. Rezultatul se traduce prin a spune că dacă o propoziție este falsă (0) și alta adevărată (1), atunci una dintre ele („SAU") va fi sigur adevărată (1). Cu aceste reguli vom atașa oricărei operații logice un tabel, cel care definește matematic operația logică.

Dacă ne gândim la un bit clasic, *calculatorul cuantic* apare ca o prelungire naturală a celui clasic. Astfel, bitul clasic ia numai valorile 0 și 1. Vom cuantifica acest sistem, presupunând că bitul calculatorului cuantic ia o valoare care este o *superpoziție cuantică* a celor două stări clasice 0 și 1! Această superpoziție cuantică o vom numi *bit cuantic*.

În literatura de limba engleză s-a încetățenit denumirea de „*qubit*", de la „quantum bit", ceea ce înseamnă „bit cuantic". Noi vom păstra aici denumirea de *bit cuantic*, deși cititorul va regăsi denumirea de *qubit* și în literatura română.

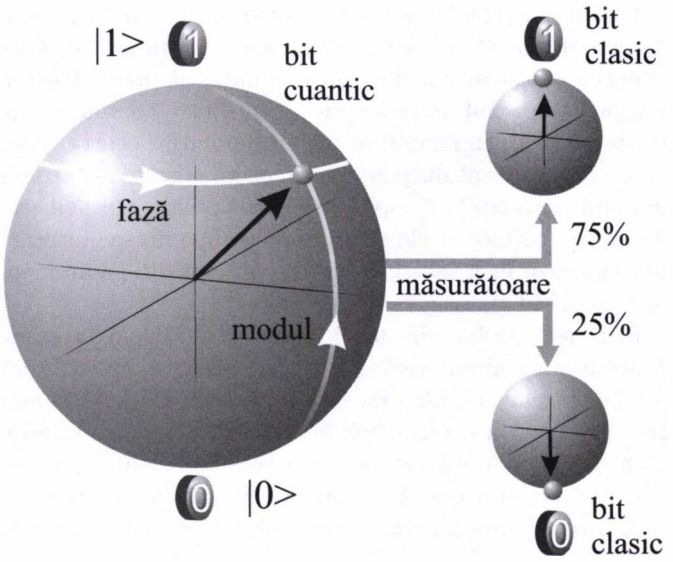

Figura 10.18: *În figură sunt schițate schematic elementele esențiale ale unui bit cuantic, reprezentat ca un punct pe o sferă. Bitul cuantic este o superpoziție cuantică a două stări clasice, notate cu* $|0\rangle$ *și* $|1\rangle$*. Superpoziția cuantică este dată în principiu de două numere complexe. Ele pot fi alese* $a = r_0 e^{i\phi_0}$ *pentru* $|0\rangle$ *și* $b = r_1 e^{i\phi_1}$ *pentru* $|1\rangle$ *. Deoarece bitul cuantic este deja normat* ($r_0^2 + r_1^2 = 1$)*, iar faza globală nu poate fi măsurată, el este descris de două numere reale: diferența de fază* $\phi_0 - \phi_1$ *(reprezentată ca o „latitudine" pe sferă) și raportul modulelor* $\arctan(r_0/r_1)$ *(reprezentat ca o „longitudine" pe sferă). Probabilitatea de a găsi bitul cuantic în starea* $|0\rangle$ *este* r_0^2 *și în starea* $|1\rangle$ *este* r_1^2*. De remarcat că, după măsurătoare, bitul cuantic ia obligatoriu una din cele două stări clasice, cu o șansă dată de probabilitatea respectivă* ($r_0^2 = 0,25$ *și* $r_1^2 = 0,75$ *în figură).*

Așa cum am discutat, o superpoziție cuantică a două stări clasice se descrie printr-un set de două numere complexe, câte unul pentru fiecare stare clasică. Vom spune că bitul cuantic se găsește *în același timp* în ambele sale stări clasice, 0 și 1. Modulul numerelor complexe atașate stărilor clasice 0 și 1 ne dă probabilitatea de a găsi sistemul (bitul cuantic) într-una din cele două stări, 0 sau 1. Faza numerelor complexe scoate în evidență procesele de interferență care apar între biții cuantici.

Matematic, un bit cuantic se scrie ca o superpoziție cuantică a stărilor clasice $|0\rangle$ și $|1\rangle$:

$$|\psi\rangle = a\,|0\rangle + b\,|1\rangle$$

La o măsurătoare, bitul cuantic va fi găsit fie în starea clasică $|0\rangle$, fie în starea clasică $|1\rangle$, numai una din aceste două posibilități.

Probabilitatea ca, la o măsurătoare, să găsim bitul cuantic în starea $|0\rangle$ este $|a|^2$, iar cea ca să găsim bitul cuantic în starea $|1\rangle$ este $|b|^2$. În plus, numerele complexe a și b satisfac relația $|a|^2 + |b|^2 = 1$, pentru că bitul cuantic va fi găsit sigur într-una dintre cele două stări. După măsurătoare, bitul cuantic va suferi un proces de colaps cuantic, *devenind* fie $|0\rangle$, fie $|1\rangle$, adică ultima stare clasică în care a fost găsit.

Un *registru cuantic* este o superpoziție cuantică a tuturor stărilor clasice posibile ale registrului. De exemplu, un registru cuantic de doi biți se scrie:

$$|\psi\rangle = a\,|00\rangle + b\,|01\rangle + c\,|10\rangle + d\,|11\rangle$$

Aici $|00\rangle$, $|01\rangle$, $|10\rangle$ și $|11\rangle$ sunt stările clasice ale registrului, iar a, b, c și d patru numere complexe. Se aplică aceleași principii ale mecanicii cuantice ca și pentru bitul cuantic din relația precedentă.

Să observăm că, odată *măsurată*, unda de probabilitate (superpoziția cuantică) va suferi un *colaps cuantic*, așa cum spune postulatul al treilea al mecanicii cuantice. Bitul cuantic va *ajunge* în starea sa clasică, fie valoarea 0, fie valoarea 1, cu probabilități date de modulul celor două numere complexe. Ideal ar fi să nu măsurăm bitul cuantic, în așa fel încât el să-și păstreze starea cuantică un timp cât mai îndelungat. Căci, odată ce l-am măsurat, el va deveni un bit *clasic*, o operație pe care ar fi de preferat s-o facem la sfârșitul șirului de procesare a datelor (vezi figura 10.18).

Veți întreba: să presupunem că putem face calculatoare cuantice, dar la ce ne folosesc ele? De ce ar fi mai bun un calculator cuantic decât cel clasic? Se pare că cel mai mare avantaj al calculatorului cuantic apare în cazul *procesărilor paralele* a datelor, acolo unde mai multe operații *identice* trebuie efectuate pe o bază mare de date. Iată acum mai detaliat această procedură.

Pentru început, să ne imaginăm mai întâi că avem un calculator *clasic*, în cazul nostru unul care va juca *șah*. Cum funcționează el? În primul rând, calculatorul are memorată poziția pieselor de pe tablă sub forma unor regiștri clasici: 100111101... etc. Regiștrii sunt un set de biți, cu ajutorul cărora se pot identifica piesele de pe tablă la un moment dat. Pentru simplitate, să zicem că primul bit 1 înseamnă că un pion se află pe căsuța $b2$ a tablei de șah, că al doilea bit 0 ne arată cum căsuța $b3$ este goală, al treilea bit 0 că și căsuța $b4$ este goală și așa mai departe (vezi figura 10.19).

Calculatorul clasic pornește cu un registru clasic atașat poziției de început, după care în timpul jocului registrul este în mod continuu *înnoit* cu poziția pieselor din acel moment. Sarcina computerului este de a decide, pe baza registrului, care este cea mai bună mișcare următoare.

Pentru aceasta, calculatorul are două instrumente. Cu primul el calculează care sunt mișcările posibile și care va *deveni* valoarea registrului dacă va efectua acea mișcare. Cu al doilea instrument, el evaluează noua situație de pe tabla de șah și vede dacă este în avantaj față de adversar. Evaluarea o va face, pentru început, atașând puncte diverselor piese (un pion are un punct, un cal sau un nebun are trei puncte și așa mai departe). Căci, dacă în noua situație crește numărul total de puncte față de adversar, înseamnă că mutarea respectivă este mai bună. Mai rafinat, calculatorul va apoi lua în considerare și numărul de atacuri asupra pieselor adversarului, sau numărul de linii sau coloane pe care le controlează.

Nu este atunci greu de intuit cum procedează un calculator clasic. La fiecare pas el analizează un șir de mutări posibile și evaluează situația la sfârșit cu *același* program

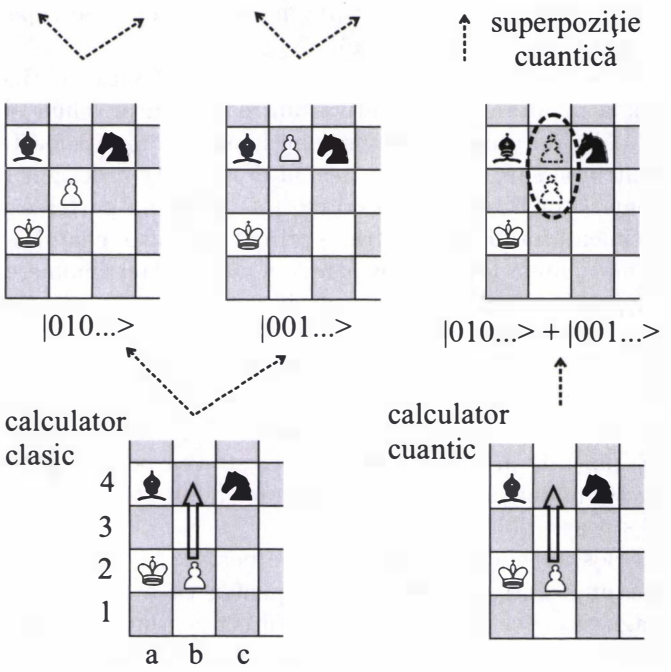

Figura 10.19: *În stânga jos avem o poziție inițială de șah. În stânga sus sunt prezentate două mutări dintre cele posibile, pentru pionul alb. Un calculator clasic ar trebui să introducă fiecare dintre cele două situații în memoria procesorului său și să evalueze situația folosind aceeași rutină de procesare, pentru a vedea care dintre mutări conduce la un rezultat mai avantajos. În dreapta este exemplificată simplificat situația calculatorului cuantic. Procesorul lui primește la intrare o superpoziție cuantică a celor două stări clasice. Apoi calculatorul cuantic va procesa dintr-o dată întreaga stare cuantică, deci toate mutările posibile în același timp (procesare paralelă), pentru că rutina necesară este aceeași. El va obține răspunsul într-un timp mult mai rapid decât calculatorul clasic.*

software. Apoi alege situația cea mai avantajoasă și efectuează mutarea corespunzătoare. Desigur, alegerea nu depinde numai de situația de pe tabla de joc, dar și de „tăria" adversarului, căci ea ne spune ce probabilitate are adversarul să găsească mutarea cea mai bună pentru el. În acest fel, dacă procesorul calculatorului este foarte rapid sau are zeci de ani la dispoziție, vaanaliza în avans un număr mare de pași succesivi și va prezice mutarea cea mai bună.

Astfel, să presupunem că tabla de șah se află la un moment dat în situația $\underline{100}111101\ldots$ exemplificată în figura 10.19. Procesorul trebuie mai întâi să efectueze „mintal" câteva mutări posibile. De exemplu, mutarea pionului de pe $b2$ pe $b3$ va aduce registrul în forma $\underline{010}111101\ldots$. Pe de altă parte, dacă ar muta același pion pe $b4$, va obține o valoare a registrului dată de $\underline{001}111101\ldots$. Pentru fiecare dintre mutări, calculatorul clasic trebuie să evalueze noua situație pe tabla de șah și să decidă care ar fi mai avantajoasă. Atunci când calculatorul a fost setat pe nivelul cel mai ușor, el va evalua situația finală calculând de exemplu numai numărul total de puncte în situația respectivă. Dacă nivelul este mai greu, calculatorul va efectua în memorie o succesiune mai mare de mutări și va evalua situația abia la sfârșit...

În mod normal, un om obișnuit se oprește cu evaluarea mutărilor undeva după al treilea pas. Cu alte cuvinte, el nu poate evalua mai mult de trei mutări una după alta și vreo trei-patru mutări la fiecare pas. De aceea jucătorul uman trebuie să se bazeze mult pe *intuiție* și pe memoria unor jocuri precedente. Pe de altă parte, un calculator nu are intuiție. În mod simplu, el va evalua *fiecare* mutare posibilă, la fiecare pas. El are însă un avantaj, timpul rapid de procesare.

Astfel, un calculator obișnuit are o frecvență de câțiva GHz (10^9 Hz), ceea ce poate fi asociat unei viteze de procesare de câteva nanosecunde (10^{-9} s) fiecărei operații. Cum la fiecare pas el are de făcut aproximativ 100 de operații (aproximativ egale cu numărul de mutări posibile, date de numărul de piese și posibilitățile fiecărei piese), înseamnă că după 4 pași el trebuie să facă în total aproximativ $100^4 = 10^8$ operații. Cum calculatorul clasic face aproximativ 10^9 operații pe secundă, înseamnă că el va evalua într-o secundă toate configurațiile posibile până la pasul 4 inclusiv! Hmmm..., nici o șansă pentru omul obișnuit de a bate computerul clasic.

Să ne întoarcem acum la *calculatorul cuantic* și să vedem cum este posibilă *procesarea paralelă*. Pentru aceasta, să considerăm din nou registrul inițial $\underline{100}111101\ldots$, care am văzut că devine $\underline{010}111101\ldots$ sau $\underline{001}111101\ldots$ la o mutare ulterioară a pionului (vezi figura 10.19). Pentru *fiecare* mutare ulterioară procesorul trebuie să evalueze situația ca să afle care din cele două situații este mai avantajoasă. El se uită la poziția pieselor pe tablă, la valoarea lor totală, numărul de diagonale controlate și așa mai departe. Interesant însă, programul software (codul) ce face analiza este *același* în cele două situații.

Dacă procesorul este clasic, atunci el trebuie să analizeze o situație, iar numai după aceea poate analiza și cea de-a doua situație. Aceasta cu toate că programul software pentru evaluare este același în ambele cazuri. Cu alte cuvinte, el trebuie să analizeze *separat* fiecare registru clasic al pozițiilor posibile $\underline{010}111101\ldots$ și $\underline{001}111101\ldots$ folosind *același* cod software.

Aici este locul unde intervine calculatorul cuantic. În acest caz, procesorul său cuantic primește o singură stare de evaluat. Starea este însă o *superpoziție cuantică* a celor doi regiștri, stare pe care o putem scrie matematic ca $|\underline{010}111101\ldots > + |\underline{001}111101\ldots >$. Ea se mai numește *registru cuantic*. Pentru că oricum programul software ce trebuie rulat este *același*, lăsam procesorul cuantic să evalueze întregul registru cuantic deodată! În acest fel vom obține la sfârșit tot o stare de superpoziție cuantică, ce conține toate rezultatele adunate la un loc, pentru fiecare registru cuantic.

Să remarcăm acum că acest calculator cuantic este mult mai *rapid*. Astfel, pe când un calculator clasic procesează doar un singur registru (să zicem $\underline{010}111101\ldots$), calculatorul cuantic le procesează pe toate *în același timp*! Aceasta este în esență ceea ce înțelegem prin procesare paralelă (vezi figura 10.20).

Din păcate, pe lângă acest avantaj, calculatorul vine și cu un dezavantaj fundamental. Astfel, să nu ne așteptăm că la urmă vom măsura *toată* starea cuantică finală (cea care ne dă rezultatele pentru *fiecare* pozițiile de evaluat), fiindcă nu este posibil! Să ne readucem aminte că nu putem măsura complet o stare cuantică, ci doar „bucăți clasice" din ea. În acest fel, de fiecare dată când măsurăm

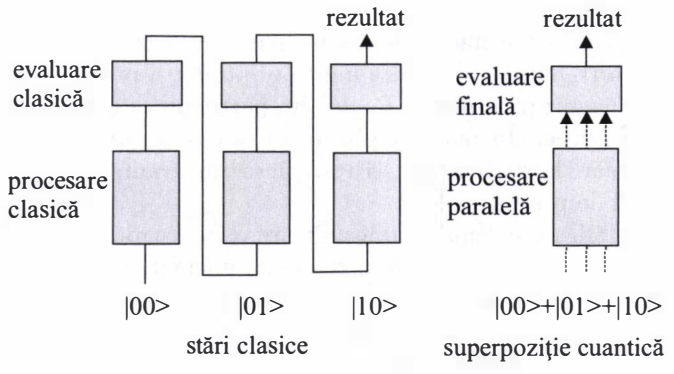

Figura 10.20: *În stânga este o schemă de procesare clasică. Pentru fiecare registru clasic inițial, procesorul efectuează aceeași operație urmată de o evaluare a rezultatului. Din cele trei stări clasice exemplificate, procesorul va determina la sfârșit care dintre stările clasice inițiale este optimă (pentru problema dată). În dreapta este reprezentat același proces într-un calculator cuantic. Aici registrul inițial este o superpoziție cuantică a stărilor clasice. Pentru că operația este aceeași, procesorul cuantic va efectua o singură evaluare, pentru întreaga stare cuantică, urmată de o evaluare finală a stării optime. El ne va spune în final care dintre stările clasice inițiale era optimă, însă nu ne poate da rezultatele pentru fiecare stare clasică (principiul colapsului cuantic).*

un set de regiștri cuantici, registrul este găsit în starea lui *clasică*, cu anumite probabilități.

S-ar părea că nu ne vom atinge scopul de a afla care este mutarea cea mai bună, însă nu e chiar așa. Astfel, în final, putem face o *operație logică* specială, care compară situațiile de pe tablă pentru toate mutările inițiale, și ne spune care este mutarea cea mai bună! Cu alte cuvinte, la sfârșit facem o măsurătoare specială și ea *nu* ne spune care este evaluarea finală în fiecare dintre alegeri, ci doar care este cea mai bună mutare. Nu e rău, căci tocmai asta ne dorim.

Exemplul de mai sus evidențiază faptul că nu putem folosi calculatoarele cuantice decât pentru situațiile când trebuie să evaluăm mai mulți regiștri cu *aceleași* operații logice. Dacă cineva ne cere să comparăm rezultatul aceluiași proces pentru doi regiștri inițiali, vom pune registrul cuantic în superpoziția cuantică a celor două stări clasice. Efectuăm apoi procesele cuantice pe acest *registru cuantic* de date, iar la sfârșit obținem ambele rezultate la un loc, după care efectuăm o operație logică finală care ne spune care alegere este cea mai bună.

Astfel, calculatorul cuantic poate da răspunsul privind alegerea cea mai bună pentru un număr mai mare de regiștri inițiali. Cel clasic ar fi trebuit să ruleze de mai multe ori același program, pentru fiecare registru inițial (vezi figura 10.20). Dacă însă procesele ce trebuie efectuate pentru cei doi regiștri clasici inițiali sunt diferite, nu mai putem aplica schema de mai sus.

În acest fel, în timp ce un calculator clasic efectuează o operație pe secundă, un calculator cuantic poate efectua mai multe operații de același tip pe secundă, depinzând desigur de numărul de biți cuantici folosiți. După părerea unor teoreticieni, un calculator cuantic de 30 de biți cuantici ar egala puterea de procesare a unui calculator clasic care rulează la 10 teraflopi (de mii de ori deja mai rapid decât calculatoarele actuale).

Aceste estimări optimiste încep să fie însă puse sub îndoială în ultimii ani. Câțiva dintre cercetători chiar se întreabă dacă un calculator cuantic ar îmbunătăți foarte mult procesarea în cadrul jocului de șah. Ar fi desigur o ironie a sorții ca, după atâta efort și trudă din partea experimentatorilor, să construim primul calculator cuantic și să nu-l putem folosi decât pentru a aduna câteva numere.

Să vedem însă care sunt soluțiile practice prin care putem *construi* un bit cuantic. O alegere naturală pentru bitul cuantic este *spinul electronului*. El poate fi plasat într-o superpoziție cuantică a celor două stări cuantice ale sale de spin (cele ce determină momentul magnetic propriu de spin). O alegere asemănătoare este cea pentru spinul *nucleului* unui atom. Ambele ar putea fi folosite ca metode de stocare a biților cuantici.

Folosirea nucleelor din atomi pe post de biți cuantici a fost una dintre primele alegeri, pentru că momentul lor magnetic se citește astăzi relativ direct cu ajutorul *aparatelor cu rezonanță magnetică*. Acestea au devenit destul de răspândite în spitalele moderne, acolo unde fac posibilă tomografierea corpului uman cu detalii de milimetri. O variantă mai modernă permite chiar vizualizarea în timp real a proceselor din creier.

În decursul primelor investigații a reieșit la iveală și problema fundamentală a realizării practice: *decoerența* biților cuantici. Astfel, bitul cuantic nu „rezistă" suficient de mult în starea de superpoziție cuantică, el colapsând destul de repede la un bit clasic. Despre această decoerență prin interacțiunea cu mediul ambiant am discutat în secțiunea 111. Acolo am văzut că ea este una dintre explicațiile pentru care universul nostru macroscopic arată clasic și nu cuantic.

În cazul nostru, decoerența împiedică funcționarea calculatorului cuantic, căci un registru cuantic al memoriei va colapsa într-un timp scurt în starea sa clasică, pierzându-se starea de superpoziție cuantică atât de necesară procesării paralele. De decoerență putem scăpa până la un punct *răcind* calculatorul la temperaturi joase, minimizând astfel efectele termice care provin din mediul ambiant. Cum nu ne dorim să avem în cameră, lângă calculator, o butelie mare de heliu lichid care păstrează calculatorul cuantic răcit la câțiva Kelvini, este foarte probabil ca pe viitor să asistăm la descoperiri noi ce fac posibilă răcirea locală a componentelor integrate.

Pentru a ne face o idee despre progresele realizate în lupta cu decoerența, să menționăm numai pe scurt un rezultat al unui grup de cercetători americani de la Universitatea Berkeley și publicat în revista *Nature* în anul 2008. Cercetătorii au folosit pentru bitul cuantic chiar *spinul electronului*, care a fost corelat prin niște structuri microscopice cu stările atomice ale unor impurități. Impuritățile au fost integrate într-un substrat de siliciu, mult mai *purificat* decât cele folosite în mod obișnuit în semiconductori. Datorită purității ridicate, timpul de decoerență a fost crescut până la câteva secunde.

Dacă stocarea biților cuantici întâmpină dificultăți fundamentale datorită proceselor de decoerență, nici transmiterea și procesarea lor la diverse porți logice nu este încă de mare succes. Alegerea cea mai răspândită se pare că

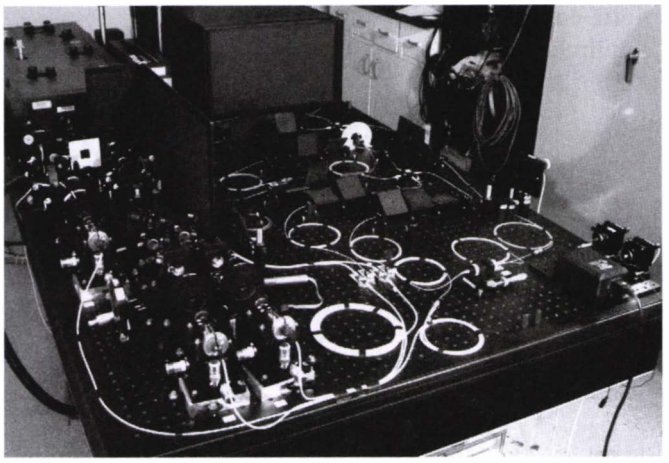

Figura 10.21: *O masă optică pe care au fost testate circuite optice pentru calculatoare cuantice, folosind metoda logicii optice distructive. Fotografia este reprodusă cu permisiunea lui T.B Pittman, autorul articolului „Quantum Computing Using Linear Optics", apărut în revista* Johns Hopkins APL Technical Digest, *25 (2004).* ©*The Johns Hopkins University Applied Physics Laboratory.*

este cea a *fotonilor*, pentru că lumina este un purtător natural de informație, folosită în actualele fibrele optice. Așa cum am discutat în secțiunea 115, fotonii polarizați la un unghi oarecare pot fi considerați o *superpoziție cuantică* a două stări clasice, cea de polarizare orizontală și cea de polarizare verticală (ele reprezentând biții clasici 0 si 1).

Din păcate, și această metodă are câteva limitări intrinseci. Astfel, pentru a funcționa, trebuie să trimitem și să măsurăm *foton cu foton.* Un singur foton însă are o șansă mare de a fi absorbit de impuritățile din fibra optică, ceea ce face să pierdem informație, și deci să avem erori în transmisia de date cuantice. În ultimii ani, această informație a fost deja transmisă pe distanțe de kilometri, ceea este de ajuns pentru procese în interiorul calculatorului cuantic și ne face să visăm la un „internet cuantic".

Desigur, dacă vrem să măsurăm un singur foton, avem nevoie de detectori foarte sensibili, capabili să detecteze foton cu foton. În plus, ne trebuie și circuite electronice de sincronizare. De acestea din urmă avem nevoie, fiindcă trebuie să *suprapunem* biții cuantici în circuitele logice, or fotonii circulă cu viteza luminii!

Trebuie să ne imaginăm că doi fotoni intră cu viteza luminii într-o poartă logică și ies din ea aproape instantaneu. Dacă unul ajunge doar cu puțină întârziere, atunci celălalt a și ieșit din poarta logică și ei nu se „întâlnesc". În acest caz nu va avea loc operația logică așteptată, iar rezultatul va fi altul decât cel dorit. De aceea, avem nevoie de circuite de sincronizare foarte precise, care să ne asigure că undele de probabilitate ale fotonilor (biții cuantici) s-au suprapus în circuitele logice.

Dacă doi fotoni se află în același timp în aceeași poartă logică, nu înseamnă automat că va avea loc o operație logică. Pentru aceasta, fotonii trebuie să *interacționeze* între ei, altfel cei doi biți cuantici (fotoni în cazul nostru) ar trece fără să se „vadă" unul pe altul. Interacțiunea dintre fotoni este în primă instanță *nulă*, pentru că două raze de lumină trec una prin alta fără să interacționeze (spre deosebire de săbiile din Războiul Stelelor).

Cu toate acestea, există cristale speciale în care interacțiunea e nenulă, numite adesea *cristale neliniare.* Problema tehnologică majoră este că, la ora actuală, avem nevoie de intensități luminoase foarte ridicate pentru ca măcar o *fracțiune* din fotonii incidenți să interacționeze unul cu altul în cristale. Cu alte cuvinte, șansa ca doi fotoni singuratici să interacționeze între ei, în aceste cristale neliniare, este foarte mică.

De aceea au apărut în prezent și alte grupuri de cercetători care s-au concentrat pe ceea ce ei denumesc „logică optică distructivă". Tehnica folosește numai elemente optice liniare (deci nu cristale neliniare), cu toate că aici fotonii nu interacționează fizic unul cu altul. Metoda are dezavantajul ca biții cuantici sunt *parțial distrusi* în operațiile logice, de unde numele de „logică optică distructivă". Un calculator cuantic *optic* realizat în acest mod arată ca o masă optică încărcată cu laseri, circuite de sincronizare a pulsurilor laser, fibre optice, polarizori, cuburi optice și desigur detectori optici (vezi figura 10.21).

Să remarcăm că fiecare din cele două metode (spinul și fotonii) are avantajele sale (stocarea informației cuantice pentru spini și transmisia ei pentru fotoni). La sfârșit, dacă alegem o astfel de soluție, trebuie să integrăm cele două metode, lucru extrem de dificil. Desigur, putem încerca o nouă metodă de transmitere a informației spinului (și atunci vorbim de spinotronică cuantică) sau de stocare a luminii (și atunci vorbim de lumină în nemișcare). În ambele cazuri avem de depășit bariere tehnologice majore.

Cu toate dificultățile, fizicienii anunță în fiecare an noi progrese. Între ele se regăsesc și rezultatele obținute în anul 2011 de un grup de cercetători californieni. Aceștia au reușit pentru prima dată să construiască o arhitectură completă de calculator cuantic, integrată într-un circuit minuscul. Arhitectura conține în esență doi biți cuantici (construiți din elemente supraconductoare) conectați prin intermediul unui rezonator electromagnetic. Timpul de decoerență al bitului cuantic a fost de aproximativ o microsecundă, suficient de lung pentru a efectua operații cuantice. În prezent, cercetatorii lucrează la extinderea arhitecturii pentru mai mulți biți cuantici. Provocarea nu este atât construcția unor biți cuantici adiționali, cât creșterea timpului de decoerență pentru fiecare bit cuantic individual, în așa fel încât operațiile pe mai mulți biți cuantici să poată avea loc.

În prezent nu se cunosc prea multe aplicații în care calculatoarele cuantice să fie net superioare celor clasice. Menționate des sunt *căutarea* rapidă într-o bază de date și *factorizarea* numerelor întregi (scrierea lor ca un produs de numere prime). De remarcat că factorizarea ajută la spargerea diverselor sisteme protejate cu parole. Calculatoarele cuantice fac atunci posibilă spargerea codurilor de securitate. În acest caz, desigur, ele ar deveni mai degrabă o problemă pentru noi decât un ajutor.

După cum vedem, calculatoarele cuantice sunt în principiu și în practică posibile, însă teoreticienii nu se pun încă de acord asupra utilității lor, iar experimentatorii au probleme majore în realizarea lor practică. La ora actuală se pare că nu vom avea un astfel de calculator cuantic în biroul nostru peste câteva ani, însă timpul lor va veni cu siguranță în viitor. Poate va fi vorba de câteva zeci de ani, poate de mii de ani. Este însă aproape cert că ele vor deveni realitate, în aceeași măsură în care era și apariția

submarinului pe vremea când Jules Verne scria povestirile despre căpitanul Nemo.

117. Teoria Bohm-de Broglie a undei pilot

După o incursiune în calculatoarele cuantice să ne întoarcem puțin la fundamentele teoriei mecanicii cuantice. Una dintre problemele pe care ni le pune în față mecanica cuantică este evidentă în măsurătorile de difracție. Astfel, de ce ar fi un corpuscul (electronul, de exemplu), descris de o *undă de probabilitate* ce se întinde în tot spațiul, pentru ca apoi el să fie detectat ca o *particulă punctiformă*?

Interpretarea de mai sus este cea standard, care se predă în manualele de fizică, și mai e cunoscută ca „interpretarea Copenhaga", după numele capitalei daneze unde era profesor Niels Bohr, unul dintre cei mai proeminenți susținători ai interpretării. Ea ne spune că între două măsurători putem vorbi *numai* despre unda de probabilitate a electronului, uitând pur și simplu de electron. Nu trebuie să ne imaginăm electronul nicidecum, mai bine să ne imaginăm că el nici nu există, pentru a fi siguri că tot ce avem în minte este unda sa de probabilitate. La o măsurătoare a poziției însă, electronul va fi găsit într-un punct sau altul. Cu alte cuvinte, avem fie o undă de probabilitate (între măsurători), fie o particulă (la măsurătoare poziției), dar niciodată amândouă în același timp.

O astfel de interpretare (standard la ora actuală) este greu de acceptat nu numai pentru cei interesați de subiect, dar chiar și pentru mulți fizicieni teoreticieni. Unii dintre aceștia au pus-o chiar la îndoială. Poate că Niels Bohr se înșeală, și-au spus ei, poate că electronul este numai o bilă clasică care se deplasează foarte repede și puțin aleatori, pentru a fi găsită apoi în locuri surprinzătoare. Dintre fizicienii care au pus la îndoială interpretarea standard, vom aminti două nume: Louis de Broglie și David Bohm (1917-1992). Vom prezenta de aceea teoria lor care este, atenție, o *teorie alternativă* la interpretatea standard, și e acceptată de puțini fizicieni.

Cu Louis de Broglie am făcut cunoștință la începutul capitolului precedent. Am văzut că de Broglie a fost cel care a introdus unda atașată electronului în mișcarea sa, având o lungime de undă λ dată de impulsul său p, și anume $\lambda = h/p$. Pentru de Broglie însă, unda atașată electronului era o *undă pilot*, care *ghidează* un electron clasic în mișcarea sa.

Cu alte cuvinte, spunea de Broglie, electronii există mereu, sunt clasici, au viteze și poziții *bine definite*, iar noi îi vedem într-o parte sau alta doar pentru ca ei sunt ghidați acolo de unda pilot atașată. În interpretarea lui de Broglie, *atât unda pilot, cât și particula* (electronul, de exemplu) sunt *reale*, ambele existând în orice moment de timp. Observați diferența față de interpretarea Copenhaga, unde numai una din cele două se manifestă la un moment dat, fie avem unda de probabilitate între măsurători, fie avem un electron punctiform (clasic) la o măsurătoare a poziției.

Pentru că interpretarea lui de Broglie considera electronul clasic, cu o poziție și o viteză la orice moment de timp,

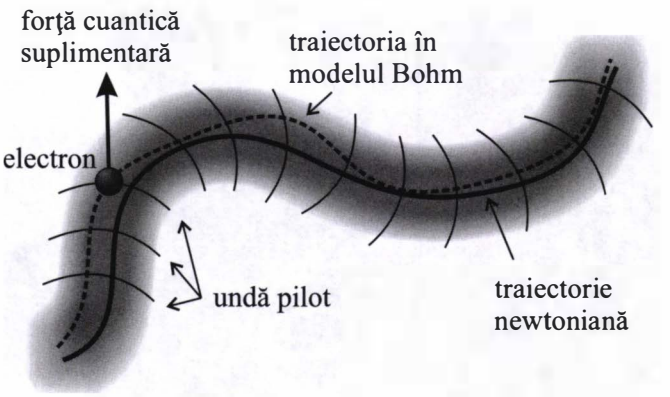

Figura 10.22: *În figură este reprezentată cu linie continuă traiectoria newtoniană a unui electron. În modelul Bohm-de Broglie, electronul este clasic și e însoțit de un undă pilot, care este și ea clasică. Unda pilot acționează asupra electronului cu o forță cuantică suplimentară, ce face ca electronul să se abată puțin de la traiectoria newtoniană, rămânând însă cu o traiectorie continuă (reprezentată cu linie întreruptă). Această traiectorie „reală" a particulei diferă de cea newtoniană, deși nu prea mult. Electronul ar fi găsit în jurul traiectoriei newtoniene, cu o probabilitate egală cu cea dată de teoria standard a mecanicii cuantice (regiunea este reprezentată printr-o umbră în jurul traiectoriei newtoniene).*

vom spune că ea este o teorie cu *variabile ascunse*. În acest caz, variabilele ascunse ar fi poziția și viteza electronului, pe care nu le-am putut afla până acum între măsurători, dar pe care le-am putea afla cu o tehnică viitoare pe care urmează s-o descoperim.

Interpretarea lui de Broglie a pierdut încă de la apariție teren în favoarea interpretării Copenhaga, fiind abandonată în scurt timp chiar de inițiatorul ei. După 25 de ani de la propunerea lui de Broglie, ea a fost revigorată de fizicianul David Bohm (1917-1992). Bohm a detaliat mecanismul prin care unda pilot dirijează electronul în mișcarea sa.

Astfel, Bohm a introdus noțiunea de *forță cuantică* ce acționează asupra electronului considerat clasic, forță cuantică dată de unda pilot a electronului (considerată și ea reală). Ea face ca electronul să se deplaseze pe traiectorii puțin diferite de cele clasice (vezi figura 10.22). Probabilitatea de a găsi electronul în aceste zone este, conform ecuațiilor lui Bohm, precis *egală* cu cea dată de modelul standard al mecanicii cuantice.

În modelul Bohm-de Broglie, electronul este deci o particulă *complet clasică*, ce se deplasează conform mecanicii newtoniene, însă asupra căruia acționează în plus și o nouă *forță cuantică* (diferită de cea electrică sau magnetică etc.). Forța cuantică este generată de unda de probabilitate a electronului (unda pilot, în denumirea lui de Broglie) care este, în aceste modele, la fel de reală ca și electronul însuși.

Datorită undei pilot și forței sale cuantice pe care o exercită asupra electronului, acesta se deplasează puțin diferit față de situația clasică, dar în așa fel încât probabilitatea

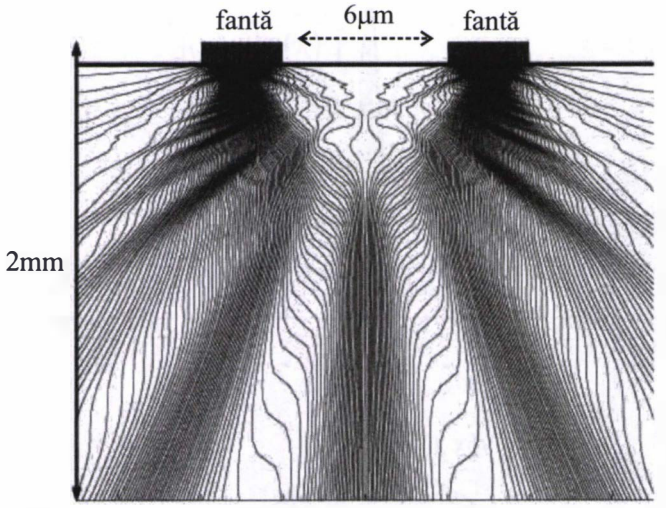

Figura 10.23: *În figură este reprezentată modelarea unei figuri de difracție în modelul Bohm-de Broglie, după un experiment de difracție care a avut loc cu atomi. Cele două fante prin care trec atomii sunt reprezentate în partea de sus a figurii ca două blocuri negre. După cum vedem, traiectoria unui atom duce de preferință numai către anumite zone (acolo unde densitatea de linii este mai mare), pentru că atomii sunt acum deviați puțin de forța cuantică suplimentară care este introdusă în modelul Bohm-de Broglie. În partea de jos se recunosc franjele de interferență. Imagine reprodusă din lucrarea „Numerical simulation of the double slit interference with ultracold atoms", de Michel Gondran și Alexandre Gondran, apărută în* American Journal of Physics. *©2005, American Institute of Physics.*

de a fi găsit într-un loc sau altul să fie egală cu cea calculată din legile mecanicii cuantice. Dacă însă ne-am uita cu un microscop puternic, am vedea că electronul are un impuls și o poziție *bine definite* în orice moment, doar că se mișcă puțin diferit (datorită forței cuantice) față de ceea ce prezice simplu mecanica newtoniană.

Desigur, o astfel de propunere vine la început în contradicție cu fundamentele mecanicii cuantice, de exemplu, interpretarea standard a figurii de difracție cu electroni, prezentată în schița 9.16. Acolo am văzut că, dacă vom considera că un electron clasic trece fie printr-o fantă, fie prin alta, ar trebui să obținem doar două maxime de intensitate pe detector. Cum explicăm atunci că în realitate obținem mai multe maxime, mai precis niște franje de interferență, considerând mișcarea electronului newtoniană? Cheia soluției o poartă unda pilot și noua forță cuantică introdusă de Bohm, care deviază mișcarea electronilor în experimentul de difracție chiar și *după* ce aceștia au trecut de cele doua fante, în așa fel încât să se obțină din nou franjele familiare ale figurii de interferență!

De exemplu, în figura 10.23 este prezentată o modelare a unei figuri de difracție măsurată în realitate cu atomi. Măsurătoarea a fost efectuată de un grup de cercetători japonezi (Fujio Shimizu și colaboratorii săi) și publicată în revista *Physical Review A* în anul 1992. Fapt remarcabil, acești cercetători au arătat că și atomii suferă un proces de difracție, deci au atașată o undă de probabilitate.

Modelarea din figura 10.23 a fost efectuată de un grup de cercetători din Franța special pentru rezultatele cercetătorilor japonezi. Ea folosește modelul Bohm-de Broglie. După cum se vede în figură, traiectoria electronilor este deviată de la liniile drepte de noua forță cuantică, în așa fel încât se obține (în partea de jos) o figură clasică de difracție, cu zone mai puțin probabile și zone mai probabile pentru a detecta un electron. Teoria lui Bohm-de Broglie reproduce astfel rezultatele experimentului de difracție. Să observăm că, în această interpretare, dacă detectăm un electron în figura de difracție este pentru că el deja se găsea acolo.

Cheia soluției lui Bohm este forma *forței cuantice* (derivată din unda pilot), cea care acționează asupra electronului și face posibilă mișcarea sa puțin diferită față de cea newtoniană (vezi figura 10.22), conducând însă la aceleași probabilități ca și cele date de mecanica cuantică.

Calcul: ***Teoria Bohm-de Broglie***

În această căsuță matematică vom încerca să prezentăm în linii mari ecuațiile din spatele teoriei de Broglie-Bohm, fără însă a efectua calculele aferente și anticipând noțiuni din capitolul următor.

Pentru început, să considerăm ecuatia lui Schrödinger pentru o singură particulă de masă m, descrisă de unda de probabilitate $\psi = \psi(\mathbf{r}, t)$ și aflată într-un câmp de energie potențială $V(\mathbf{r})$. Față de forma unidimensională din secțiunea 102, ecuația se generalizează sub forma:

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + V(\mathbf{r})\psi$$

În modelul lui Bohm, $\psi(\mathbf{r}, t)$ este o undă pilot, un câmp *clasic*, care va ghida efectiv particula în mișcarea sa clasică. Ecuația de mai sus trebuie privită atunci ca una de evoluție a undei pilot: astfel aflăm în care locuri este ghidată particula, considerată și ea clasică, la fel ca unda pilot.

Să scoatem acum în evidență amplitudinea $R(\mathbf{r}, t)$ și faza undei pilot $S(\mathbf{r}, t)/\hbar$ (ambele funcții reale), făcând descompunerea:

$$\psi(\mathbf{r}, t) = R(\mathbf{r}, t)\exp\left[\frac{iS(\mathbf{r}, t)}{\hbar}\right]$$

Atunci $P(\mathbf{r}, t) = R^2(\mathbf{r}, t) = |\psi(\mathbf{r}, t)|^2$ reprezintă densitatea de probabilitate de a găsi particula în poziția $\mathbf{r}$ la timpul t. Să înlocuim forma de mai sus în ecuația lui Schrödinger și să efectuăm cu atenție calculele (lucru pe care noi nu-l mai facem aici). Folosind explicitarea operatorilor ∇ și ∇^2 din secțiunea 209 și alte câteva formule ajutătoare, se obține:

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \nabla\cdot(P\mathbf{v}) = 0 \quad \text{unde} \quad \mathbf{v} = \frac{\nabla S}{m}$$
$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{(\nabla S)^2}{2m} + \left[V(\mathbf{r}) - \frac{\hbar^2}{2m}\frac{\nabla^2 R}{R}\right] = 0 \qquad (1)$$

Unii matematicieni vor recunoaște în prima relație ecuația de conservare în timp a densității de probabilitate $P(\mathbf{r},t)$, dacă interpretăm câmpul vectorial $\mathbf{v}(\mathbf{r},t)$ ca fiind „curgerea" densitatii de probabilitate. Întrebarea cheie este ce reprezintă a doua ecuație.

David Bohm a remarcat că, la limita clasică $\hbar \to 0$ cea de-a doua ecuație este de fapt cunoscută deja sub numele de *ecuația Hamilton-Jacobi.* Luate împreună, cele două ecuații descriu un *ansamblu* de particule clasice care se mișcă în câmpul de energie potențială $V(\mathbf{r})$ fără să interacționeze unele cu altele. Câmpul de probabilitate $P(\mathbf{r},t)$ reprezintă o măsură a densității de particule dintr-un loc sau altul, câmpul $\mathbf{v}(\mathbf{r},t)$ determină viteza particulelor aflate în poziția $\mathbf{r}$ la momentul t, iar câmpul $S(\mathbf{r},t)$ este dat de *acțiunea* particulelor pe traiectoria lor reală (noțiunea o vom introduce în capitolul următor).

În acești termeni, ecuația a doua poate fi interpretată ca o ecuație de conservare a energiei, folosind faptul că $\partial S(\mathbf{r},t)/\partial t = -E(\mathbf{r},t)$ din teoria Hamilton-Jacobi, unde $E = E(\mathbf{r},t)$ este energia particulei aflate în poziția $\mathbf{r}$ la momentul t:

$$-E + \frac{m\mathbf{v}^2}{2} + V(\mathbf{r}) = 0$$

Recunoaștem în primul termen energia cinetică și în cel de-al doilea energia potențială.

Dacă luăm în considerare că $\hbar \neq 0$, vedem că putem descrie mișcarea ansamblului de particule din ecuația (1) printr-un termen suplimentar la energia potențială, dat de energia potențială cuantică $U(\mathbf{r},t)$:

$$U(\mathbf{r},t) = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\nabla^2 R}{R}$$

Forța *cuantică* ce va acționa asupra particulei în poziția $\mathbf{r}$ la momentul t se deduce direct din energia potențială cuantică $U(\mathbf{r},t)$, printr-o relație identică cu cea din mecanica clasică (vezi secțiunea 19), dar scrisă în trei dimensiuni: $\mathbf{F}(\mathbf{r},t) = -\nabla U(\mathbf{r},t)$.

Vedem atunci că asupra electronului actionează nu numai o forță clasică, dată de potențialul $V(\mathbf{r})$, dar și o forță cuantică $\mathbf{F}$. Această forță este dată de unda pilot, prin intermediul câmpului $R(\mathbf{r},t)$, care reprezintă amplitudinea undei.

În modelul Bohm-de Broglie, ansamblul de particule are la început o distribuție care este identică cu cea dată de densitatea de probabilitate a undei pilot $P(\mathbf{r},t) = |\psi(\mathbf{r},t)|^2$. Relațiile de mai sus (incluzând forța cuantică) ne asigură că egalitatea se va menține și pe viitor. Unda pilot $\psi(\mathbf{r},t)$ (*reală* în modelul de mai sus) va „ghida" în acest fel particulele în mișcarea lor pentru ca această distribuție de probabilitate să se păstreze (vezi figura 10.24). „Ghidarea" are loc prin intermediul forței cuantice $\mathbf{F}$.

Desigur, ne putem întreba în ce măsura teoria de Broglie-Bohm explică alte aspecte experimentale ale mecanicii cuantice, de exemplu spinul, colapsul undei de probabilitate sau interacțiunea dintre mai multe particule. Răspunsul este în mare parte pozitiv. Spinul, de exemplu, nu mai este o proprietate intrinsecă a electronului în

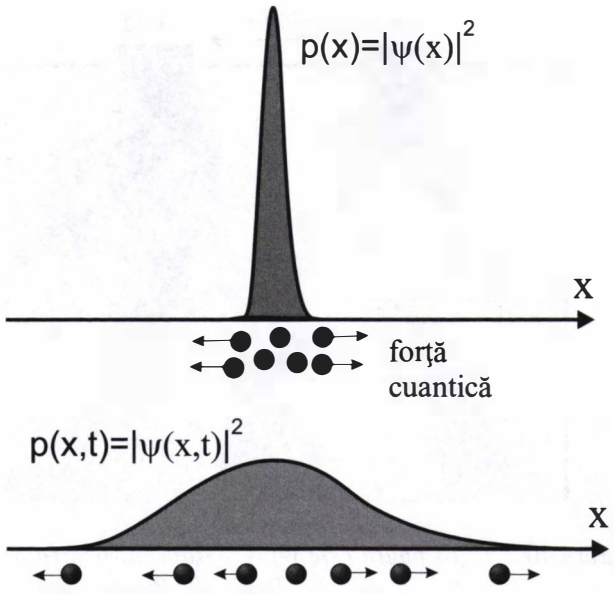

Figura 10.24: *În figura de sus este reprezentată un ansamblu inițial de particule în modelul Bohm-de Broglie, într-o zonă lipsită de câmpuri potențiale clasice. În acest caz este de așteptat ca particulele considerate clasice să rămână pe loc. Cu toate acestea, asupra lor acționează o forță cuantică în modelul Bohm-de Broglie, generată de unda pilot $\psi(x,t)$. În figura de jos se vede situația după un timp. Particulele au fost dispersate de forța cuantică, în așa fel încât distribuția lor de densitate să se potrivească cu cea de probabilitate dată de unda pilot $\psi(x,t)$. La rândul ei, și unda pilot a evoluat.*

modelul lui Bohm (nici nu ar avea cum, căci altfel ar trebui cuantificat, revenind astfel la modelul standard), ci o proprietate a forței cuantice, care este la rândul ei o consecință a undei pilot. Astfel, forța cuantică ce ar acționa la nivel microscopic asupra electronului ar avea mai multe componente, ea determinând două posibile traiectorii în experimentele cu câmp magnetic, pe care noi le interpretăm apoi ca spin în modelul standard.

Colapsul undei pilot (unda de probabilitate) are o descriere asemănătoare cu cea a interpretării standard, luând în calcul interacțiunea dintre sistemul pe care îl măsurăm (particula, de exemplu) și aparatul de măsură. Odată colapsată, unda de probabilitate va determina o altă evoluție ulterioară a particulei, prin intermediul forței cuantice. Particula rămâne clasică și răspunde diferit la noua formă a forței. Cât despre situația mai multor particule, ea este descrisă printr-o undă pilot *multiparticulă*, ca și în interpretarea stadard. Unda are o existență reală și pune astfel în mișcare particulele prin intermediul forțelor cuantice.

Și atunci, ne vom întreba, dacă teoria de Broglie-Bohm explică cele mai multe aspecte experimentale ale mecanicii cuantice, de ce a dispărut de pe firmamentul științei? Argumentul major este că nu are rost să ne legăm la cap dacă nu ne doare. Cu alte cuvinte, nu este nevoie să „înflorim" interpretarea standard cu noile elemente ale teoriei Bohm-de Broglie numai pentru a păstra electronul *clasic* între măsurători. De ce am forța natura să apară așa cum ne imaginăm noi clasic? Noi am apărut neașteptat în lume, și nu lumea după noi. La urma urmei, interpretarea stadard are un avantaj: dacă oricum nu măsurăm

electronul între timp, nu ne interesează ce face, și atunci nici nu trebuie să ne punem problema ce formă, culoare sau dimensiuni ar fi avut acel electron clasic.

David Bohm nu a fost de acord cu linia de gândire de mai sus și a urmărit mai departe liniile filozofice ale teoriei sale. El a observat că, în teoria lui, un ansamblu de electroni este mai mult decât o sumă a proprietăților acelor electroni, pentru că este determinată și de unda pilot multiparticulă, a cărui existență este reală. Nu este acesta *sfârșitul* teoriilor reducționiste, cele care încearcă să explice comportarea unui sistem folosind numai proprietățile elementelor componente? Căci, dacă am urmări fiecare particulă individual, (clasică în teoria Bohm-de Broglie) tot nu vom găsi o interacțiune între particule care să explice întotdeauna evoluția ansamblului (așa cum face mecanica newtoniană), pentru că mișcarea depinde și de unda pilot multiparticulă.

În timp, David Bohm a devenit un promotor al teoriilor *holistice* (care sunt opuse celor reducționiste), ce spun că un sistem de componente poate fi ceva mai mult decât suma componentelor sale. Cu alte cuvinte, comportarea sistemului depinde de ceva mai larg care nu poate fi descris numai de proprietățile individuale ale componentelor sale. Să fie acesta universul întreg? s-a întrebat Bohm.

Să remarcăm însă că esența observațiilor de mai sus apare și în interpretarea standard (modelul lui Bohm doar le aduce mai proeminent în față). Astfel, și aici universul este descris de o undă de probabilitate multiparticulă, ceea ce scoate la iveală deosebirea față de mecanica newtoniană.

Astfel, în mecanica newtoniană, întregul este suma părților sale. În mecanica cuantică însă, întregul (unda de probabilitate multiparticulă) este *anterior* părților sale, înțelegând că părțile (particulele) apar ca manifestări particulare ale întregului. Lucrul acesta va deveni și mai evident în cadrul teoriilor cuantice de câmp pe care le vom prezenta în capitolele ce urmează.

118. Caracterul non-local al mecanicii cuantice

O noțiune care se folosește des pe lângă cea de „*variabilă ascunsă*" este cea de „*localitate*". Aceasta din urmă înseamnă pur și simplu că evenimentele dintr-un anumit loc sunt influențate direct doar de evenimentele din locurile învecinate, și nu de altele foarte îndepărtate. Pare logic să presupunem că așa este făcută lumea, nu?

Într-o teorie *locală*, evenimentele se transmit mai departe din aproape în aproape. Într-o teorie *non-locală*, evenimentele din galaxii îndepărtate pot influența instantaneu evenimente de aici. În principiu, pare că teoria relativității pune chiar o limită de viteză influenței, și anume viteza luminii.

Cu toate acestea, teoria relativității limitează doar viteza de transmitere a *informației*, care altfel ar crea probleme grave relației de cauzalitate dintre evenimente (vezi secțiunea 64). Ea nu limitează teoriile non-locale (unde ceva se transmite instantaneu la distanță mare), atâta timp cât prin acest mecanism non-local nu se transmite informație. Datorită acestui lucru, se poate ca o teorie non-locală să nu violeze teoria relativității, deci ca ceva să fie transmis cu viteză mai mare decât viteza luminii, fără însă să poarte informație.

Un exemplu este teoria mecanicii cuantice, care este o teorie *non-locală*, fără să violeze teoria relativității. Cum se poate așa ceva? Să luăm cazul cel mai simplu, cel al undei de probabilitate a unui electron *în repaus*. Să presupunem că am lăsat unda de probabilitate să evolueze nestingherit miliarde de miliarde de ani. Conform ecuației lui Schrödinger, unda de probabilitate va fi *delocalizată*, foarte lărgită, așa cum am arătat în capitolul 9. Dacă ar fi acum să măsurăm poziția electronului, l-am putea găsi fie aici, fie în steaua Sirius, aproximativ cu aceeași probabilitate, să presupunem (vezi figura 10.25).

Dacă eu aș încerca să găsesc electronul, l-aș găsi aici, pe Pământ, iar dacă un extraterestru de pe Sirius ar încerca să-l găsească acolo, atunci are și el o șansă rezonabilă să dea de el. Să presupunem că facem un concurs, cine găsește primul electronul câștigă! Desigur, imediat ce se dă „Start", pornim amândoi să găsim electronul.

Să presupunem acum că eu găsesc primul electronul, pe Pământ. În acest caz, unda de probabilitate *colapsează* și devine mult mai localizată în jurul poziției unde am găsit electronul, așa cum ne spune al treilea postulat al mecanicii cuantice. Dacă acum extraterestrul ar încerca să găsească electronul pe Sirius, el n-ar mai avea nici o șansă!

În acest fel, *unda de probabilitate s-a schimbat instantaneu în tot universul*, și cu ea s-a schimbat automat și șansa extraterestrului să mai găsească electronul. Schimbarea este *instantanee* în modelul standard al mecanicii cuantice. Cu alte cuvinte, schimbarea este *non-locală*, pentru că în urma procesului de măsură unda de probabilitate colapsează instantaneu și brusc în tot universul, și nu din aproape în aproape.

Dacă acest colaps al undei de probabilitate s-ar fi transmis ca o undă, din aproape în aproape, atunci exista posibilitatea ca eu să găsesc electronul pe Pământ, dar și extraterestrul să-l găsească din nou pe Sirius, până ca procesul de colaps să ajungă al el. Pentru a evita o astfel de situație (care ar fi creat doi electroni), este *necesar* ca acest colaps al undei de probabilitate să fie instantaneu în tot universul.

Vedem că, datorită postulatului al treilea, mecanica cuantică este o teorie non-locală. Oricât ar fi de ciudat, caracterul non-local al mecanicii cuantice nu intră în contradicție cu teoria relativității. Astfel, eu nu pot transmite informație folosind acest mecanism de colaps al undei de probabilitate, pentru că nu-i pot *influența* rezultatul. Să explicăm.

Eu pot vorbi dinainte cu extraterestrul așa: măi, dacă tu găsești electronul, aprinzi lumina, dacă nu, nu aprinzi nimic. Să presupunem acum că eu vreau să-i trimit *mesajul* să nu aprindă lumina. În acest caz, aș face bine să detectez electronul pe Pământ, extraterestrul nu-l va găsi la el acolo pe Sirius și nu va aprinde lumina, așa cum vreau eu. Informația *ar fi* transmisă instantaneu.

Cum însă aș putea detecta *sigur* particula aici? Evident că nu se poate! După cum spun legile mecanicii cuantice, eu voi calcula *probabilitatea* de a găsi particula într-un loc

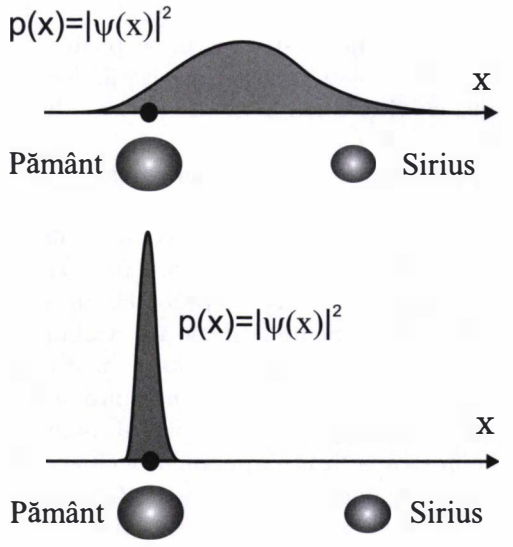

Figura 10.25: *Sus: în situația inițială, avem o undă de probabilitate $\psi(x)$ a unui electron. Unda este foarte delocalizată și se întinde de aici până la Sirius. În acest moment măsurăm electronul și îl găsim pe Pământ. Jos: după măsurătoare, unda de probabilitate colapsează, devine localizată în zona unde a fost găsit electronul. Procesul de colaps cuantic este instantaneu în tot universul. De remarcat că, prin procesul de măsură, am influențat instantaneu probabilitățile măsurătorii electronului de către un extraterestru pe Sirius. Extraterestrul crede că are o șansă să găsească electronul pe Sirius, însă el va căuta în zadar, nu va mai găsi electronul.*

sau altul, însă nu pot să fiu sigur sau să influențez unde o găsesc. Practic, unde va apărea efectiv particula este un proces complet *aleatoriu*.

În cazul nostru, dacă se întâmplă să detectez electronul, am noroc, extraterestrul nu va aprinde lumina. Dacă însă nu-l detectez pe Pământ, electronul are o șansă să fie găsit pe Sirius, și extraterestrul va aprinde lumina. Eu nu am cum să influențez *unde* va fi detectat efectiv electronul. Consecința? Nu pot transmite informație extraterestrului prin această metodă. Cu alte cuvinte, mecanica cuantică este non-locală, fără a contrazice teoria relativității, pentru că nu putem să transmitem informație cu o viteză mai mare decât viteza luminii, deși unda de probabilitate colapsează instantaneu în tot universul.

Și totuși, procesul colapsului undei de probabilitate în tot universul este cât se poate de deranjant. De ce ar putea colapsa unda de probabilitate în *tot* universul în *același timp*? Numai pentru a evita posibilitatea ca să detectăm doi electroni, dacă procesul de colaps s-ar fi transmis în univers ca o undă?

Vedem oricum că presupunerea *decoerenței*, discutată în secțiunea 111, nu va explica această caracteristică. Decoerența explică colapsul undei de probabilitate printr-un proces în care ea devine localizată *din aproape în aproape*, prin interacțiunea cu mediul înconjurător. Teoria decorenței nu va explica de ce colapsul undei de probabilitate în urma măsurătorii se petrece instantaneu în tot universul. Ea este o teorie *locală*, iar mecanica cuantică una *non-locală*.

Recapitulând, am văzut cum colapsul undei de probabilitate are loc instantaneu în tot universul. Prin intermediul lui afectăm probabilitățile de detecție a particulelor instantaneu, la distanțe uriașe față de noi, fără a fi însă capabili să transmitem informație prin această metodă. În acest fel, nu intrăm în contradicție cu teoria relativității.

Întrebarea următoare este dacă experimentele susțin o astfel de teorie. Poate că ne-am înșelat pe undeva...

119. Paradoxul Einstein-Podolsky-Rosen și verificarea lui experimentală

În secțiunea precedentă am discutat despre caracterul *non-local* al mecanicii cuantice, care face parte din interpretarea standard. Între timp, s-au găsit nenumărați fizicieni care să vină cu soluții pentru testarea experimentală a caracterului acesta non-local. Teoria ca teoria, dar stau într-adevăr lucrurile așa, chiar se schimbă unda de probabilitate *instantaneu* în tot universul după o singură măsurătoare?

Să observăm că este destul de dificil să testăm caracterul non-local al mecanicii cuantice sub forma prezentată de noi în secțiunea precedentă. Căci, pentru a lăsa unda de probabilitate a electronului să se delocalizeze suficient de mult ca să facem măsurători, trebuie să așteptăm un timp îndelungat. În plus, trebuie să facem multe astfel de încercări, pentru a studia caracterul statistic. Cu alte cuvinte, trebuie să arătăm că probabilitatea extraterestrului de a detecta electronul scade brusc la zero *exact* după momentul la care noi am găsit electronul pe Pământ.

De aceea, fizicienii s-au îndreptat spre experimente în care mai multe particule sunt corelate între ele (ele putând fi electroni sau fotoni) și unde se păstrează esența caracterului non-local: colapsul instantaneu al undei de probabilitate (care este acum *multiparticulă*) pe o distanță mare. Aceasta pentru că mai multe particule au avantajul că pot fi măsurate în același timp.

Cea mai cunoscută propunere de testare *experimentală* a caracterului non-local a fost făcută de fizicianul John Bell care, în anii '60, a pornit de la observațiile precedente ale lui Albert Einstein, Boris Podolsky și Nathan Rosen. În anii '80, ideile lui Bell au fost testate experimental cu succes, printre alții de fizicianul Alain Aspect. Rezultatele experimentale par să indice că, cel puțin, mecanica cuantică nu este o teorie locală cu „variabile ascunse".

Vom face mai jos o scurtă prezentare a experimentelor lui Aspect, pornind de la paradoxul propus de Albert Einstein, Boris Podolsky și Nathan Rosen, cunoscut ca *paradoxul EPR*, după inițialele celor trei. Paradoxul este o ilustrare a felului în care mecanica cuantică intră în contradicție cu intuiția noastră obișnuită.

Einstein, Podolski și Rosen au discutat cazul a două particule care se deplasează în direcții diferite și ale căror unde de probabilitate sunt puternic corelate. Ei au propus cazul corelației dintre *spinii* a doi electroni. În ultimii ani însă, experimentele au fost efectuate cu perechi de *fotoni*

ale căror polarizări sunt corelate între ele, și de aceea noi vom considera mai jos această situație.

În principiu, starea de *corelare* a fotonilor se înțelege pornind de la cea de polarizare. Astfel, am văzut în secțiunea 115 că un foton polarizat la 45° poate fi privit ca o *superpoziție cuantică* a două stări „clasice": foton polarizat orizontal (să-l notăm cu $|0\rangle$) și foton polarizat vertical (notat cu $|1\rangle$):

$$|45°\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle$$

Mai sus stările clasice $|0\rangle$ și $|1\rangle$ primesc câte un număr complex (în cazul nostru, același număr $1/\sqrt{2}$) iar setul celor două numere complexe reprezintă *unda de probabilitate* a fotonului. Fotonul nostru are deci o șansă de $(1/\sqrt{2})^2 = 0.5$ (adică 50%) de a fi găsit în starea de polarizare orizontală și 50% de a fi găsit în starea de polarizare verticală. În termeni cuantici, se spune că fotonul este în același timp atât polarizat orizontal, cât și polarizat vertical.

Fotonul poate fi polarizat și la un alt unghi decât 45°, ceea ce înseamnă că cele două numere complexe vor avea module diferite. Fotonul poate fi polarizat și *circular*, ceea ce înseamnă că *fazele* numerelor complexe vor fi diferite. În cazul general, cele două numere complexe vor diferi în fază și în modul, ceea ce înseamnă că superpoziția cuantică a celor două stări „clasice" va lua și alte forme.

Mai jos, vom considera cazul a *doi* fotoni, nu doar unul singur, ca în cazul precedent. Care este unda de probabilitate *multiparticulă* a acestora?

Pentru a scrie unda de probabilitate multiparticulă a ansamblului de *doi* fotoni, trebuie să inventariem toate stările „clasice" și să atribuim câte un număr complex fiecăreia. Cum fiecare foton are câte două stări „clasice" (polarizare verticală și orizontală), vedem că sunt *patru* stări clasice în total, pe care le vom nota cu $|00\rangle$ (ambii fotoni polarizați orizontal), $|01\rangle$ și $|10\rangle$ (un foton polarizat vertical și celălalt orizontal) și $|11\rangle$ (ambii fotoni polarizați vertical).

O *superpoziție cuantică* generală a celor doi fotoni este o superpoziție a tuturor celor patru stări clasice. În acest fel, ansamblul celor doi fotoni se va găsi *în același timp* în toate cele patru stări „clasice". Fiecare din stările „clasic" primește câte un număr complex, al cărui modul ne dă probabilitatea de a găsi sistemul celor doi fotoni în starea „clasică" corespunzătoare numărului. Unda de probabilitate multiparticulă are acum *patru* numere complexe.

Starea care ne interesează este o superpoziție cuantică specială, a numai *două* din patru stări „clasice" și anume $|01\rangle$ și $|10\rangle$. Numerele complexe asociate celor două stări au același modul, $1/\sqrt{2}$. Aceasta înseamnă că, dacă am măsura starea de superpoziție specială, am găsi sistemul fie în starea $|01\rangle$, fie în starea $|10\rangle$, cu probabilități egale. Unda de probabilitate multiparticulă a acestei stări speciale de superpoziție cuantică se va scrie ca

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}}|01\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|10\rangle$$

Ce înseamnă aceasta în practică? Înseamnă că, dacă măsurăm polarizarea fotonilor, vom găsi doar două stări clasice: fie primul foton este polarizat orizontal și cel de-al doilea vertical (starea $|01\rangle$), fie invers (starea $|10\rangle$). Cu alte cuvinte, măsurăm mereu polarizări *opuse*, corelate, ale celor doi fotoni!

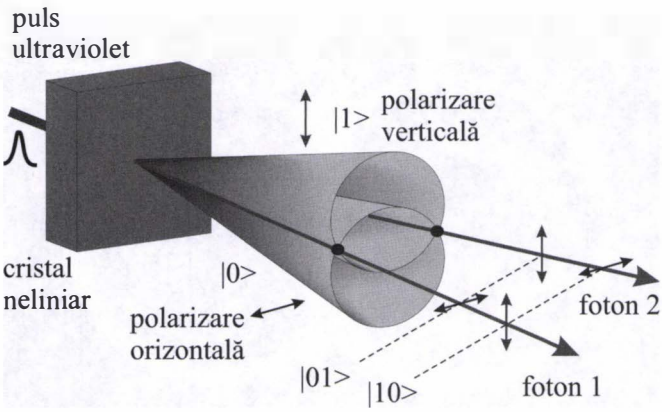

Figura 10.26: *În figură este prezentată metoda de obținere a unei perechi de fotoni a căror polarizare este corelată cuantic. Un puls ultraviolet ce pătrunde într-un cristal neliniar (stânga) generează două mici pulsuri de lumină identice. Datorită birefringenței cristalului, pulsurile din urmă pleacă în direcții diferite, formând două conuri de lumină ce au polarizări ortogonale (cel de sus are o polarizare verticală, iar cel de jos o polarizare orizontală). La intersecția conurilor, polarizarea unui foton poate fi atât verticală, cât și orizontală. O analiză preliminară arată că doi fotoni care ies pe la aceste intersecții au polarizări ortogonale una pe alta. Astfel, dacă primul foton este polarizat orizontal al doilea va fi polarizat vertical (starea „clasică" $|01\rangle$), și dacă primul foton este polarizat vertical, al doilea va fi polarizat orizontal (starea „clasică" $|10\rangle$). Analiza completă arată că cei doi fotoni se află de fapt într-o stare de superpoziție cuantică a celor două stări „clasice", dată de unda de probabilitate* $\psi \sim |01\rangle + |10\rangle$.

Cum starea specială de doi fotoni corelați joacă un rol crucial în experimentele următoare, este interesant să vedem și cum se obține ea în practică. Tehnica folosită se numește *conversie parametrică de coborâre*. Aici, lumina ultravioletă de la un laser intră într-un cristal neliniar. O parte din fotonii ultravioleți vor străbate nestingheriți cristalul, iar alții vor fi absorbiți definitiv. O altă parte însă, minoritară, este absorbită de cristal, care apoi, cu energia câștigată, emite alți doi fotoni de frecvență mai mică, dar ale căror frecvențe sunt egale (vezi figura 10.26).

Cum energia fiecăruia dintre cei doi fotoni generați este jumătate din energia fotonului ultraviolet inițial (pentru că energia se conservă), fotonii vor fi generați în spectrul vizibil sau infraroșu. Apoi, acești doi fotoni părăsesc cristalul în direcții diferite, datorită birefringenței cristalului (diferite proprietăți optice în diferite direcții, în funcție de polarizare), sub forma a *două conuri de lumină*.

În plus, tot birefringența este cea care determină o polarizare specifică a fiecărui con (vezi figura 10.26). Astfel, fotonul din primul con este polarizat vertical, iar cel din al doilea con este polarizat orizontal. Acestea reprezintă, în mod normal, niște stări clasice bine definite ale fotonilor, căci știm polarizarea fiecăruia.

Partea interesantă este că cele două conuri se *intersectează* în două puncte (vezi figura 10.26 și 10.27). Acum,

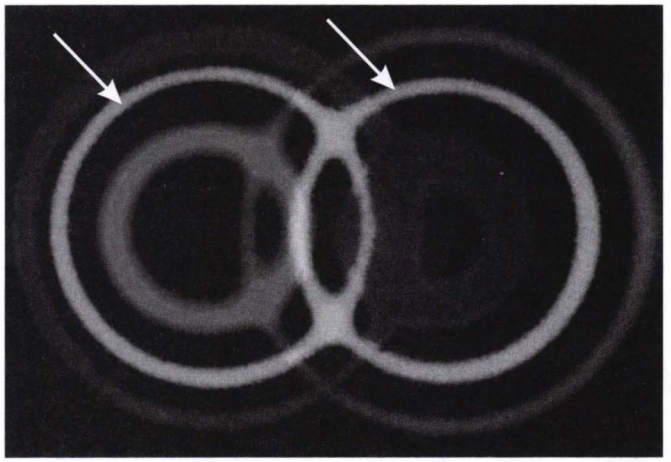

Figura 10.27: *O fotografie a conurilor de lumină formate în urma procesului neliniar prezentat în figura 10.26. După cum se vede, în practică sunt mai multe conuri. De interes sunt pentru fizicieni conurile care formează cele două cercuri egale de rază mijlocie (identificate cu o săgeată). Pe la intersectia acestora ies cei doi fotoni corelați. Imagine reprodusă prin bunăvoința și cu acordul lui Anton Zeilinger.*

dacă știm că primul con de lumină este polarizat vertical, iar celălalt orizontal, care este polarizarea fotonilor care ies chiar la *intersectia* celor două conuri? Este orizontală sau verticală? În principiu, poate fi atât orizontală, cât și verticală!

O primă analiză arată că cei doi fotoni care ies din cele două puncte de contact ale conurilor (câte un foton dintr-un punct) au polarizările opuse. Astfel, dacă polarizarea primului foton este orientată într-o direcție, atunci polarizarea celui de-al doilea este orientată *obligatoriu* în direcția perpendiculară. Analiza completă spune mai mult, și anume că cei doi fotoni sunt *corelați* cuantic. Aceasta înseamnă că starea cuantică multiparticulă a celor doi fotoni este o *superpoziție* a stărilor clasice în care ei au polarizări ortogonale, $|01\rangle$ și $|10\rangle$.

Astfel, unda de probabilitate multiparticulă ψ a celor doi fotoni este o superpoziție cuantică a situației clasice atunci când primul foton este polarizat vertical și al doilea orizontal $|10\rangle$, cu situația clasică în care primul foton este polarizat orizontal si al doilea vertical $|01\rangle$, așa cum am scris-o în ecuația precedentă, adică

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}}|01\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|10\rangle$$

Să remarcăm încă o dată că vorbim de unda de probabilitate multiparticulă a *întregului sistem* format de cei doi fotoni și că forma de mai sus este una particulară (cele două numere $1/\sqrt{2}$ ar fi putut fi altele, complexe sau negative).

Să lăsăm acum cele două unde de lumină care ies din cele două puncte de contact ale conurilor de lumină să meargă mii de ani-lumină, în direcții *opuse*. Să măsurăm apoi polarizarea fotonilor la fiecare din cele două capete. Această măsurătoare o putem face cu câte un cub special, denumit *separator de fascicule polarizate* și prezentat în figura 10.17.

Dacă montăm cubul *orizontal* (pentru simplitate), atunci unda de lumină ce vine la el se împarte în două raze: una polarizată orizontal și alta polarizată vertical. La capătul fiecărei raze vom pune un detector. Dacă numai *un singur* foton cade pe cub, el va urma numai *una* din cele două direcții. Dacă eu îl detectez pe primul detector spun atunci că i-am măsurat o polarizare orizontală, dacă vine pe cel de-al doilea detector spun atunci că i-am măsurat o polarizare verticală (vezi figura 10.17). Evident, dacă fotonul este polarizat *sigur* orizontal, atunci el cade mereu pe primul detector. În cazul general însă, el are o *șansă* să cadă pe oricare din cei doi detectori, șansă dată de unda sa de probabilitate (fotonul polarizat la 45° are șanse egale să cadă pe fiecare din cei doi detectori).

Să revenim acum la experimentul nostru cu *doi* fotoni corelați, ce sunt generați de un laser cu puls care trimite două raze la capete diferite ale universului. Să așezăm la aceste capete ale universului câte un astfel de cub special (separator de fascicule polarizate), pentru a măsura polarizarea fotonului incident (vezi figura 10.28). Atunci, desigur, fiecare cub va avea *câte doi* detectori dedicați, câte unul pentru fiecare polarizare verticală sau orizontală. Pentru simplitate, vom așeza unul din cele două cuburi (să zicem cel din stânga, pentru discuția noastră) puțin mai aproape decât celălalt. În acest fel vom avea două măsurători *succesive* ale polarizării, mai întâi pentru fotonul ce ajunge la stânga, și apoi pentru fotonul ce ajunge la dreapta, după convenția din figura 10.28.

Să presupunem acum că fotonul detectat pe primul cub (cel din stânga figurii 10.28) va avea polarizare verticală ($|1\rangle$). Practic, am auzit un „click" pentru detectorul $D1$ ce corespunde polarizării verticale. În acest caz, conform principiilor mecanicii cuantice, unda de probabilitate multiparticulă colapsează în situația „*primul foton polarizare verticală - al doilea foton polarizare orizontală*" (starea $|10\rangle$). Aceasta pentru că acum știm *sigur* că polarizarea primului foton este verticală, și la a doua măsurătoare trebuie să obțin în mod cert *aceeași* polarizare verticală, conform celui de-al treilea postulat al mecanicii cuantice. Starea sistemului de doi fotoni a devenit „clasică" după măsurătoare, și anume $|10\rangle$:

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}}|01\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|10\rangle \quad \Rightarrow \quad |10\rangle$$

Dacă cineva ar măsura acum polarizarea fotonului de la celălalt capăt (cel din dreapta), ar trebui să-l găsească în polarizarea *opusă*, adică orizontală ($|0\rangle$). În cazul lui, va „tăcăi" detectorul $D4$, după ce a „ticăit" detectorul $D1$.

Desigur, aceleași argumente sunt valabile și în cazul în care primul cub (cel din stânga) detectează o polarizare orizontală a primului foton ($|0\rangle$) cu detectorul $D2$. Atunci unda de probabilitate multiparticulă trebuie să colapseze în situația „*primul foton polarizare orizontală - al doilea foton polarizare verticală*" (starea clasică $|01\rangle$):

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}}|01\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|10\rangle \quad \Rightarrow \quad |01\rangle$$

Atunci, la o măsurătoare ulterioară a polarizării celui de-al doilea foton, el trebuie să fie găsit în polarizarea *verticală* $|1\rangle$. Acum va „tăcăi" detectorul $D3$, după ce a „ticăit" detectorul $D2$.

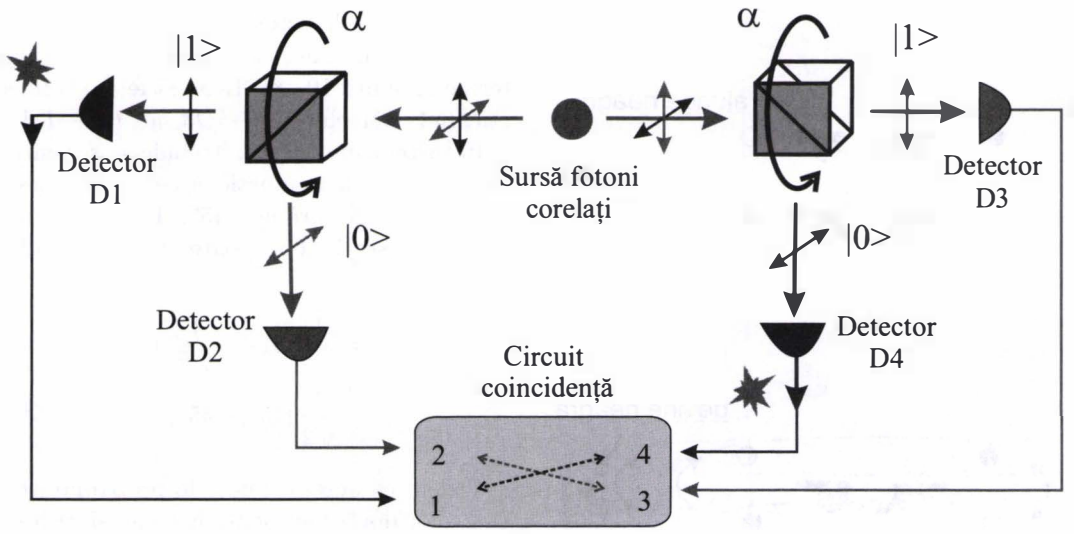

Figura 10.28: *O sursă de lumină trimite doi fotoni corelați în direcții opuse. Fotonii se găsesc într-o stare de superpoziție cuantică* $|01\rangle + |10\rangle$, *unde* 0 *desemnează polarizarea orizontală și* 1 *pe cea verticală (schițată cu săgeți duble în figură). Fiecare dintre fotoni întâlnește un cub polarizor, după care merge către unul din cei doi detectori din spatele cubului, în funcție de polarizarea sa. Cuburile polarizoare se pot roti amândouă cu același unghi. În mecanica cuantică, oricare ar fi orientarea egală a cuburilor, cei doi fotoni vor fi detectați având polarizări perpendiculare. Cu alte cuvinte, fotonii ajung fie pe detectorii* $D1$ *și* $D4$ *(cazul din figură), fie pe* $D2$ *și* $D3$, *indiferent de unghiul de rotație a cuburilor, care însă trebuie să fie același pentru ambele cuburi. Circuitul de detecție nu ar trebui să vadă niciodată o coincidență între celelalte două posibile combinații, de exemplu,* $D1$ *și* $D3$.

Unde este paradoxul? Ei bine, paradoxul se vede dacă ne aducem aminte că am pus detectorii la mii de ani-lumină unii de alții, și de aceea unda de probabilitate multiparticulă a colapsat *instantaneu* în tot universul. Astfel, după cum se vede, măsurătoarea asupra primului foton influențează probabilitățile celei de-a doua măsurători instantaneu, la mii de ani-lumină, cât este distanța dintre cele două cuburi. Aceasta este ceea ce ne învață interpretarea standard a mecanicii cuantice, așa cum am discutat în secțiunile precedente, și aici este paradoxul. În cazul nostru special, polarizările fotonilor ce sunt detectați vor fi mereu *perpendiculare* una pe cealaltă. La aceasta ne vom referi de acum încolo când vom spune simplu că cei doi fotoni sunt *corelați*.

Ar părea însă că și *mecanica clasică* explică rezultatul de mai sus. Astfel, să presupunem că, la ieșirea din cristal, unda de probabilitate multiparticulă a celor doi fotoni își pierde imediat coerența. Primul foton ar deveni polarizat vertical, iar cel de-al doilea orizontal, sau invers, după cum decide interacțiunea cu mediul înconjurător. Am avea atunci un mecanism de *decoerență* ce ar acționa rapid, până ce fotonii ar avea timp să iasă din cristal, de ce nu?

Care dintre cei doi fotoni va căpăta polarizarea verticală nu poate fi prezis, pentru că ține de temperatura cristalului, de particulele de praf etc., însă în acest caz cei doi fotoni vor fi polarizați ortogonal unul față de celălalt, și fiecare va avea o polarizare *bine definită*. Concluzia? Dacă cei doi observatori aflați la ani-lumină distanță vor măsura fotonii, vor găsi de asemenea polarizări ortogonale!

Să remarcăm încă odată diferența dintre cazuri. În cazul clasic, colapsul undei de probabilitate multiparticulă are loc în interiorul cristalului sau imediat ce lumina părăsește cristalul, deci la momentul de început al experimentului. În mecanica cuantică, colapsul undei de probabilitate multiparticulă are loc în *momentul măsurătorii*, adică la mii de ani după momentul de început al experimentului, la mii de ani *după* ce cei doi fotoni au plecat în spațiu, atunci când fotonii sunt măsurați la depărtare (vezi figura 10.29).

În mecanica clasică, decizia care foton este vertical polarizat și care este polarizat orizontal a fost *deja* luată, odată ce fotonii au părăsit cristalul. În mecanica cuantică, măsurătoarea primului foton influențează instantaneu *probabilitățile* celui de-al doilea foton la ani lumină distanță. Colapsul undei de probabilitate a celor doi fotoni are loc instantaneu în univers, dar la mii de ani după ce aceștia au părăsit cristalul neliniar, și anume atunci când un observator face prima măsurătoare a unuia din cei doi fotoni. În *ambele* cazuri însă cei doi observatori îndepărtați vor detecta polarizări ortogonale.

Cum putem face deosebirea între cele două situații? Cum putem fi siguri că acest colaps al undei de probabilitate a celor doi fotoni are loc după mii de ani și nu la început, în interiorul cristalului? Cum ne putem convinge care din preziceri este cea reală, cea din mecanica cuantică sau cea din mecanica clasică? Pentru a răspunde la această întrebare, să vedem ce este diferit în cele două cazuri, cel clasic și cel cuantic.

Astfel, în cazul nostru, dacă măsurăm numai polarizările verticale sau orizontale, observăm că nu putem face o diferență între cele două situații. Căci, în situația cuantică, dacă eu măsor primul foton ca fiind polarizat orizontal, atunci unda de probabilitate a sistemului de doi fotoni colapsează în situația: *primul foton polarizare orizontală - al doilea foton polarizare verticală*. Or, în cazul clasic, aceasta ar fi putut fi chiar situația inițială. Astfel, dacă starea sistemului ar fi fost această stare inițială, am

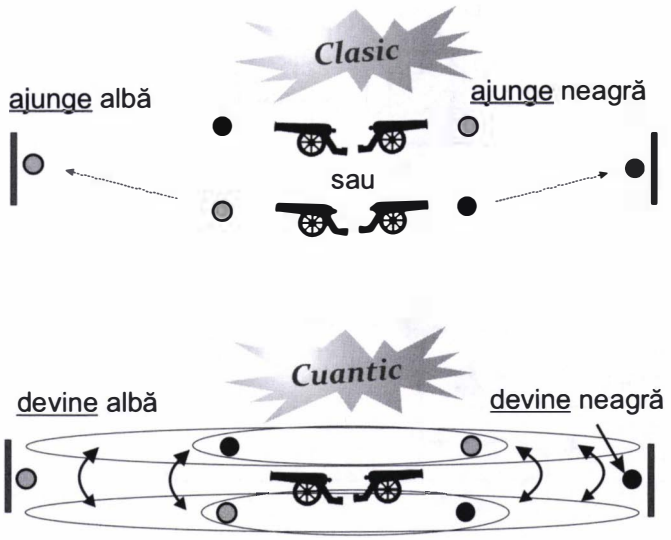

Figura 10.29: *Diferența dintre situația clasică și cuantică în cazul corelației a două particule. În cazul clasic (sus), două tunuri trimit în două direcții opuse două particule, care pot fi ambele albe sau negre. El poate alege să trimită, de la început, fie combinația* $|10\rangle$ *(prima particulă albă și a doua neagră), fie combinația* $|01\rangle$ *(adică invers). Doi detectori îndepărtați vor recepta atunci mereu culori diferite ale particulelor. În cazul cuantic (jos), tunurile vor trimite o superpoziție cuantică a celor două stări clasice* $|10\rangle + |01\rangle$*. La o măsurătoare, această superpoziție cuantică devine în tot universul fie* $|01\rangle$*, fie* $|10\rangle$*, cu același rezultat ca în cazul clasic. Față de situația clasică, să observăm că particula îndepărtată* devine *albă sau neagră numai odată ce o măsurăm. Cealaltă va lua obligatoriu culoarea opusă. Schimbarea are loc la momentul măsurătorii, instantaneu în tot universul.*

obține același rezultat atât în mecanica cuantică, cât și în cea clasică.

Cu toate acestea, nimic nu ne obligă să măsurăm numai polarizările verticale și orizontale! Astfel, putem *roti* cele două cuburi la ce unghi vrem noi față de orizontală, amândouă cu același unghi. În acest caz, putem face o distincție între situația clasică și cea cuantică, și iată cum (vezi figurile 10.28 și 10.30).

Pentru simplitate, să rotim cuburile la 45° față de direcția verticală și să considerăm un singur cub. În acest caz, polarizările celor două unde ce ies din cub vor fi de 45° și −45° (ortogonale una față de alta), și ele vor ajunge pe câte un detector (vezi figura 10.30). Dacă un foton incident este polarizat la 45°, atunci el va sfârși sigur pe primul detector. Dacă este polarizat *orizontal*, atunci el va avea o șansă egală să sfârșească pe fiecare din cei doi detectori, pentru că acum cubul nostru este rotit la 45° și fotonul polarizat orizontal este de fapt o superpoziție a celor două stări $|0\rangle \sim |45°\rangle + |-45°\rangle$.

Ce se întâmplă în acest caz cu fotonii noștri corelați, în mecanica cuantică? Există un răspuns simplu și unul mai complex. Răspunsul simplu este că, în mecanica cuantică, cei doi fotoni corelați cuantic vor fi mereu detectați cu polarizări *ortogonale*. Astfel, dacă primul foton va fi detectat cu polarizarea la 45°, atunci cel de-al doilea va fi sigur detectat cu polarizarea la −45°, și invers. Atunci, cum avem în total patru detectori (câte doi pentru fiecare cub) ei vor „tici" numai în aceleași perechi: $D1 - D4$ și $D2 - D3$ (în termenii figurii 10.28). În acest fel nu vom vedea niciodată „ticăind" perechile $D1 - D3$ sau $D2 - D4$.

În răspunsul complex, trebuie să scriem unda de probabilitate specială în funcție de cele două noi stări: polarizare la 45° și polarizare la −45°. Folosind formele prezentate în această secțiune se poate arăta că rezultatul este:

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}}|01\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|10\rangle = \\ = \frac{1}{\sqrt{2}}|45°;-45°\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|-45°;45°\rangle$$

Vedem că aceeași undă de probabilitate multiparticulă ψ a celor doi fotoni poate fi scrisă și ca o superpoziție cuantică a situației clasice când „*primul foton este polarizat la* 45° *și al doilea la* −45°", cu situația clasică când „*primul foton este polarizat la* −45° *și al doilea la* 45°". Dacă acum măsurăm polarizația primului foton la 45°, atunci unda de probabilitate a ambilor fotoni suferă un colaps cuantic în situația măsurată, adică cea care descrie primul foton cu polarizarea la 45°:

$$\psi \Rightarrow |45°;-45°\rangle$$

Remarcăm însă că în urma acestui colaps polarizația celui de-al doilea foton va *deveni* −45°. În plus, colapsul are loc *instantaneu* în tot universul, chiar dacă cei doi fotoni s-ar afla la mii de ani lumină depărtare. Desigur, dacă primul foton este găsit în starea „clasică" −45° se aplică aceleași argumente, și al doilea foton va *deveni* polarizat la 45° la celălalt capăt al universului.

Pe scurt, și în cazul în care cele două cuburi polarizoare din figura 10.28 sunt rotite la 45° cei patru detectori vor tici numai în aceleași *perechi* de doi detectori: $D1 - D4$ și $D2 - D3$ (în termenii figurii 10.28), *niciodată* în perechile $D1 - D3$ sau $D2 - D4$.

Să vedem acum că situația *clasică* conduce la rezultate diferite în cazul acesta în care cubul este rotit la 45°. Aici fotonii ce pleacă de la cristal au deja polarizări *bine definite*, chiar dacă ortogonale: dacă un foton este polarizat

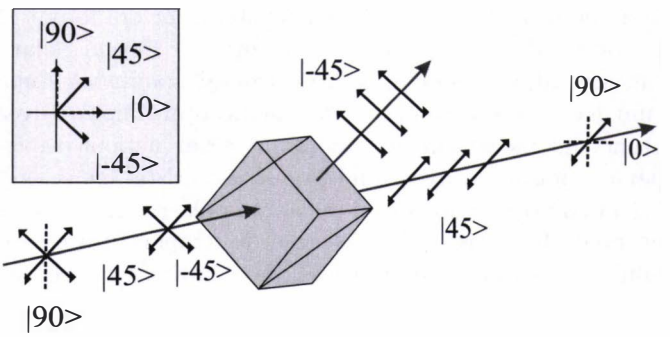

Figura 10.30: *Un cub polarizor (separator de fascicule polarizate) rotit la* 45 *de grade față de verticală. Datorită rotației cubului, unda incidentă polarizată la* 45° *este transmisă și cea polarizată la* −45° *este reflectată. O undă polarizată la* 0° *sau* 90° *va fi o combinație liniară a celor două unde precedente.*

orizontal, celălalt este polarizat vertical, și invers. Să presupunem acum că primul foton ce cade pe cubul din stânga (rotit la 45°) este „auzit" pe detectorul $D1$. Unde va „tici" celălalt foton din dreapta? Pe detectorul $D3$ sau $D4$? În dreptul cărei polarizări?

Ei bine, în situația clasică, al doilea foton este complet *independent* de primul, odată ce a părăsit cristalul. El poate fi polarizat fie orizontal, fie vertical, nu contează, își duce polarizarea cu el în singurătatea spațiului. Ajuns însă la aparatul de măsură din fața sa, fotonul întâlnește un cub orientat la 45°. În acest caz, indiferent dacă polarizarea fotonului este orizontală sau verticală, el are o șansă *egală* să meargă spre cei doi detectori atașați cubului. Practic, el va „tici" fie pe detectorul asociat polarizării de 45°, fie pe detectorul asociat polarizării de −45°, deci fie pe detectorul $D3$, fie pe $D4$. Putem obține atunci în măsurători perechea $D1 - D3$, lucru care nu era posibil în cazul cuantic!

Vedem atunci că, în cazul clasic, detectorii nu vor mai tici în aceleași perechi, ca în cazul cuantic, ci *la întâmplare*. Or, în termenii figurii 10.28, vom auzi *toate* perechile de detectori „ticăind" aleator: $D1 - D4$, $D2 - D3$, dar și $D1 - D3$ sau $D2 - D4$, spre deosebire de cazul cuantic, unde aveam doar perechile $D1 - D4$ și $D1 - D3$.

Tot ce avem atunci de făcut, pentru a compara predicția clasică și cea cuantică, este să rotim cele două cuburi la 45° și să „ascultăm" cei patru detectori așezați la mii de ani-lumină. „Ticăie" ei în *aceleași* perechi (cazul cuantic) sau în perechi aleatoare (cazul clasic)? Sau, și mai bine, să rotim *aleator* cele două cuburi și la alte unghiuri decât 45° (aceleași însă pentru ambele cuburi), pentru că și în aceste cazuri trebuie să obținem *aceleași* perechi opuse de detectori în cazul cuantic. În felul acesta ne-am ascunde de un eventual „demon" care ne urmărește mișcările și trimite fotonii clasici polarizați în direcțiile de orientare ale cubului.

În experimente, fizicienii reproduc ideea precedentă, cu doar două modificări. Astfel, ei pun cele două cuburi nu la distanțe de mii de ani-lumină, ci de eventual câteva zeci de kilometri. Apoi, ei aleg să rotească ușor cuburile și la unghiuri *diferite* unul față de celălalt, pentru a acumula mai multe date. În final, ei studiază statistic coincidența dintre cei patru detectori. Există perechi de detectori preferențiale? Cu ce procentaj? La ce unghiuri de rotație a cuburilor etc.? Desigur, ei compară rezultatele cu un calcul *clasic*, statistic, în care se presupune că polarizările fotonilor pot fi orientate oricum, cu probabilități aleatoare, dar sigur separate și bine definite odată ce au ieșit din cristal.

Un astfel de calcul clasic a fost efectuat de fizicienii John Clauser, Michael Horne, Abner Shimony și Richard Holt, care a fost apoi comparat cu rezultatul similar produs de mecanica cuantică. Ei au produs o inegalitate, cunoscută sub numele de *inegalitatea CHSH* (după inițialele numelor lor). Astfel, pentru orice orientări ale cuburilor (chiar diferite) se poate măsura o *rată de corelație* între „ticăiturile" date de fotoni pe cei patru detectori. De exemplu, dacă $D1$ „tică" mereu cu $D4$, iar $D2$ cu $D3$, atunci putem spune că avem o corelație maximă 1. Dacă, pe de altă parte, avem perechile $D1 - D3$ și $D2 - D4$ atunci obținem o corelație inversă -1.

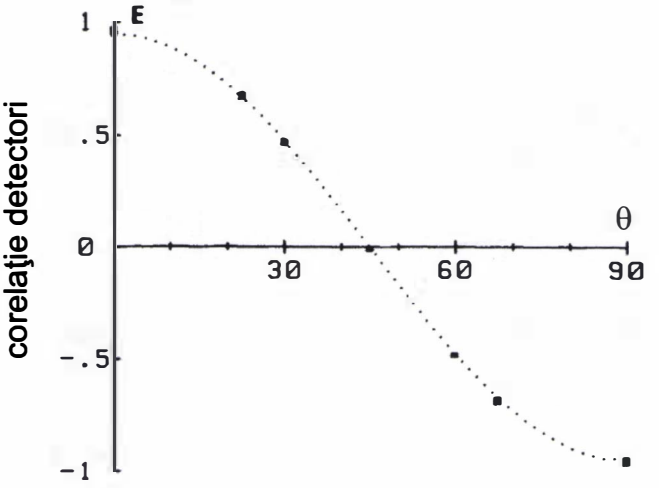

Figura 10.31: *Una dintre primele confirmări ale caracterului non-local mecanicii cuantice, publicată în anul 1982 de Alain Aspect în lucrarea „Experimental Realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm"*, Phys. Rev. Lett. *49 și reprodusă aici cu permisiunea autorului. În figură este reprezentată corelația dintre coincidența detectorilor experimentului EPR (vezi figura 10.28), în funcție de diferența relativă θ dintre unghiul de rotație al primului cub și al celui de-al doilea cub. Pentru $\theta = 0$ cele două cuburi sunt rotite cu același unghi. În figură, această corelație este egală cu 1 pentru $\theta = 0$, ceea ce înseamnă că numai perechile de detectori $D1 - D4$ sau $D2 - D3$ din figura 10.28 „ticăie" în același timp (nu și perechile $D1 - D3$ sau $D2 - D4$, așa cum prezice teoria variabilelor ascunse). Pentru $\theta = 90$, corelația este inversă, adică numai $D1 - D3$ sau $D2 - D4$ „ticăie" împreună, ceea ce este normal, pentru că al doilea cub a fost rotit la 90° față de primul. Rezultatele confirmă astfel predicțiile mecanicii cuantice: fotonii au rămas în starea de superpoziție cuantică până la momentul detecției.* ©*(1982) The American Physical Society.*

În final, toate aceste rezultate pot fi concentrate într-un număr S. Dacă cele două raze sunt deja decorelate la ieșirea din cristal (cazul clasic) atunci acest număr este mai mic decât 2 (în exemplul figurii 10.28, detectoarele ticăie în perechi aleatoare). În cazul *cuantic*, atunci când corelația celor doi fotoni se păstrează în timp, chiar și la mii de ani-lumină, acest număr poate fi mai mare decât 2 (în exemplul figurii 10.28 doar perechile de detectori $D1 - D4$ și $D2 - D3$ ticăie). Frumusețea propunerii este că putem testa acest număr prin măsurători.

Astfel de măsurători au fost făcute prima oară cu succes în anii '80 de către fizicianul Alain Aspect (vezi figura 10.31) și rafinate în 1998 de către Anton Zeilinger. În primul caz, Aspect a reușit să obțină o configurație experimentală pentru care numărul măsurat a fost mai mare decât 2, cu o valoare care depășea de câteva ori deviația standard a erorilor. Cu alte cuvinte, fotonii sunt corelați cuantic, și nu clasic! Practic, atunci când cuburile din figura 10.28 au avut aceeași orientare (aleasă de fiecare dată aleatoriu), doar perechile de detectori $D1 - D4$ și $D2 - D3$ au ticăit.

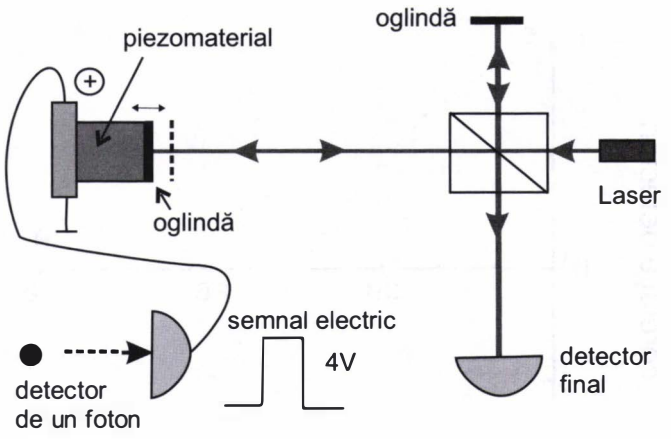

Figura 10.32: *Schema detectorului folosit în experimentul de la Geneva, care asigură că rezultatul măsurării unui foton determină rapid o schimbare macroscopică, ireversibilă. Aici semnalul de la detectorul din stânga jos, care primește un foton, este apoi trimis electric la un cristal piezoelectric. Acesta se dilată și mișcă o oglindă din brațul unui interferometru (dreapta). În final, un alt detector din brațul interferometrului înregistrează schimbarea.*

Anton Zeilinger a rafinat experimentul, având grijă ca distanța dintre detectori să fie foarte mare, pentru ca cei doi detectori să nu se poată influența pe căi necunoscute (cu alte cuvinte să nu permitem vreunui „demon" din cristalul neliniar să vadă în timp real cum orientăm noi cuburile și să ne „potrivească" polarizările unor fotoni clasici). Rezultatul experimental al lui Zeilinger a fost un număr de $S = 2,73$, care depășește valoarea maximă de 2 admisă de teoriile locale și este foarte apropiat de valoarea prezisă de mecanica cuantică pentru situația respectivă, $S = 2,83$.

Pare paradoxal, dar nici chiar experimentele lui Zeilinger nu i-au convins pe toți fizicienii de caracterul non-local al mecanicii cuantice, de faptul că unda de probabilitate multiparticulă colapsează *instantaneu* în tot universul. La urma urmei, au spus ei, chiar dacă distanța dintre detectori a fost suficient de mare, poate că informația referitoare la polarizarea fotonilor a circulat clasic, pe un canal necunoscut, după ce fotonii au fost absorbiți de detector și *până ce* datele să fie scrise pe hard-diskul computerelor care au făcut măsurătorile. Polarizările celor doi fotoni ar fi fost corelate nu datorită mecanicii cuantice, ci pentru că un detector i-ar fi „spus" celuilalt cât să măsoare, pe căi clasice ascunse privirii noastre.

Într-o încercare de a elimina și această posibilitate îndepărtată, un grup de oameni de știință de la Universitatea din Geneva a venit cu noi măsurători, care pun condiții și mai stricte asupra măsurătorii. Astfel, ei au urmărit ideile fizicianului Roger Penrose, care a încercat să definească *sfârșitul* unei măsurători cuantice. Căci, când se sfârșește o măsurătoare cuantică? Când fotonul a fost absorbit de detector? Când bitul de informație a fost scris pe hard-disk? Când creierul nostru a luat cunoștință de faptul că fotonul a fost absorbit?

Răspunsul lui Penrose este următorul: sfârșitul măsurătorii cuantice are loc atunci când măsurătoarea determină *schimbări macroscopice*, ireversibile, cum ar fi de exemplu căderea unui bloc de o tonă de la o înălțime de zece metri. Dacă acesta este sfârșitul măsurătorii cuantice, atunci trebuie să ne asigurăm că nici un semnal clasic, care circulă cu o viteză mai mică decât viteza luminii, nu poate ajunge de la un detector la altul până când blocul de o tonă cade. Dacă ajunge după, nici o problemă, căci nu mai poate influența măsurătoarea ireversibilă, blocul de o tonă este deja căzut.

Urmărind aceste idei, grupul de la Geneva a construit un experiment cu fotoni corelați, între trei localități elvețiene: Geneva, Satigny și Jussy, situate fiecare la o distanță de aproximativ 20 de km față de celelalte două. Cei doi fotoni corelați (de data aceasta în energie, și nu în polarizare) au fost generați în laboratorul din Geneva. Un foton a fost captat de un detector aflat în Satigny, și celălalt foton de un detector aflat în Jussy.

Măsurătoarea corelației fotonilor nu se sfârșește în experimente odată ce fotonii sunt absorbiți. Absorbția creează în plus un voltaj ce este aplicat unui cristal piezoelectric (vezi figura 10.32). Aflat sub tensiune, cristalul piezoelectric (considerat macroscopic, analogul blocului de o tonă din exemplu precedent) se dilată, mișcând la rândul lui o mică oglindă aurită. În final, absorbția fotonului este confirmată numai odată ce oglinda și-a schimbat poziția *macroscopic* și ireversibil, măsurătoare ce se poate face cu ajutorul unei raze laser suplimentare.

În experiment, tot acest proces de reacție în lanț, terminat cu schimbarea poziției macroscopice a oglinzii, este extrem de *rapid*, de ordinul a 7 microsecunde. Construcția asigură că cele două oglinzi, câte una pentru fiecare foton, se vor mișca în timp scurt. În acest fel nici o informație clasică nu poate circula între timp între orașele unde se află detectorii, căci informației i-ar lua cel puțin 60 de microsecunde (luând în calcul distanța dintre ele), dacă ar circula cu viteza luminii. Practic, oglinda macroscopică „cade" la 7 microsecunde după ce fotonul a ajuns acolo, iar orice altă informație care vine din cealaltă parte după 60 microsecunde nu mai poate schimba poziția oglinzii macroscopice. În final, și experimentul a confirmat caracterul non-local al mecanicii cuantice (vezi figura 10.33).

Vedem că s-a demonstrat *experimental* faptul că unda de probabilitate multiparticulă a celor doi fotoni își păstrează coerența și colapsează instantaneu abia atunci când se face măsurătoarea, chiar dacă cei doi fotoni sunt la distanțe mari unul de altul. Desigur că această observație nu se potrivește deloc cu mecanismul atât de elegant al *decoerenței* prezentat în secțiunea 111, care este un mecanism local, ce se transmite din aproape în aproape.

În cazul exemplelor din această secțiune, cei doi fotoni corelați cuantic care părăsesc cristalul își vor *păstra* corelarea oricât de departe ar fi unul față de altul, atâta timp cât nimeni nu le măsoară polarizarea. La ora actuală efectul acesta a fost confirmat deja pentru distanțe ce depășesc 100 km. Ne așteptăm atunci ca cei doi fotoni să fie, la miliarde de ani-lumină, în aceeași *superpoziție cuantică* a celor două stări „clasice": *„primul foton polarizat vertical - al doilea orizontal"* și *„primul foton polarizat orizontal - al doilea vertical"*.

Și, dacă peste miliarde de ani cineva măsoară polarizarea primului foton ca fiind verticală, atunci unda de probabilitate multiparticulă colapsează instantaneu în starea

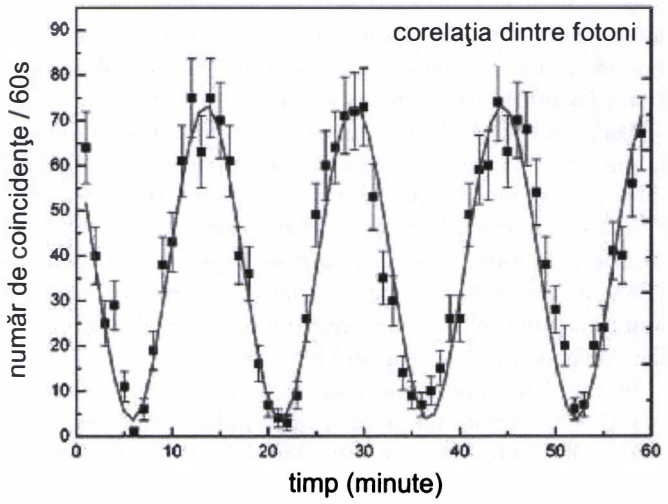

Figura 10.33: *Rezultatul măsurătorii corelației dintre fotoni, efectuată de grupul din Geneva. Pe scara verticală se regăsește numărul de coincidențe dintre detectori, care are fie valori maxime, fie valori minime, în funcție de un parametru de control al experimentului (asemănător figurii 10.31, unde parametrul de control era unghiul relativ de rotație dintre cuburi). Faptul că această corelație atinge valori maxime și nule confirmă mecanica cuantică. Dacă cei doi fotoni ar fi fost decoerenți de la început, am fi obținut o linie constantă, și nu această formă sinusoidală. Imagine reprodusă cu permisiunea autorilor lucrării „Spacelike Separation in a Bell Test Assuming Gravitationally Induced Collapses", H. Zbinden și colaboratorii,* Phys. Rev. Lett. *100. ©(2000) The American Physical Society.*

„clasică" *primul foton polarizat vertical - al doilea orizontal*, chiar dacă cei doi fotoni sunt la miliarde de ani-lumină depărtare. Vedem atunci că cel de-al doilea foton va ști să iasă *instantaneu* din starea de superpoziție cuantică și să devină un simplu foton polarizat orizontal.

Dacă m-ar ruga cineva să numesc paradoxul cuantic care m-a impresionat cel mai mult, atunci aș numi acest paradox. Dacă cineva mi-ar da câteva milioane de euro să construiesc un laborator, atunci aș investiga cu siguranță acest paradox. Aș cumpăra lasere, cuburi (separatoarele polarizate de fascicule), detectori și echipamente electronice pentru detectarea coincidențelor. La sfârșit însă, aș trimite doi fotoni *corelați* spre cer, în două colțuri *opuse* ale universului. I-aș privi cum se îndepărtează unul de altul, știind că vor rămâne îngemănați între ei, oricât de departe ar fi unul de altul. Căci, atunci când unul din ei va fi măsurat într-o polarizare anume, cel de-al doilea va ști să rupă corelația cuantică și să ia *instantaneu* polarizarea opusă, bine definită.

Desigur, nu înseamnă automat că voi avea succes cu un astfel de laborator. Acestea există cu zecile acum în lume, iar rezultatele lor s-au extins dincolo de problema teoretică a paradoxului celor doi fotoni corelați. Așa cum vom vedea, cercetarea în această direcție a condus la noi paradigme (de exemplu, *teleportarea cuantică*) și chiar la aplicații practice (*criptografia cuantică*).

Să remarcăm însă că paradoxul EPR a fost discutat în special pentru fotoni, care sunt particule ce circulă cu viteza luminii, deoarece au masa de repaus nulă. Cazul este particular și ne putem întreba dacă paradoxul a fost verificat și pentru particule cu masă de repaus nenulă. Răspunsul este afirmativ, căci procesul a fost confirmat pentru situația unor atomi de beriliu corelați cuantic. Merită să menționăm și propunerea Cătălinei Curceanu de la Institutul National de Fizică Nucleară din Italia și a colegilor ei, care constă în crearea de perechi kaoni-antikaoni și măsurarea corelației dintre aceștia. Experimentul (publicat în revista *The European Physical Journal C*, 2012) ar putea fi efectuat la acceleratorul DAFNE din Frascati, Italia. Despre acești kaoni vom discuta mai pe larg în secțiunea 182.

120. Teleportarea cuantică

Cu toții am fost fascinați în copilărie de acele filme în care un om este făcut să dispară dintr-un loc, reapărând într-un alt loc îndepărtat. Aceasta este ce am numi în mod obișnuit *teleportare*, și ne-ar fi așa de utilă în viața zilnică...

Pentru a teleporta un obiect material, ceea ce trebuie să facem este să teleportăm obiectul atom cu atom. Astfel, trebuie să facem ca fiecare atom să *dispară* din locul inițial și să *reapară* în alt loc. Conform principiilor cunoscute ale fizicii clasice, așa ceva nu este posibil, pentru că încalcă legile de conservare. De exemplu, în fizica clasică, energia este distribuită în spațiu, unde ea suferă un proces *continuu* de transport dintr-o parte în alta. Procesul este asemănător unei curgeri de ape și, așa cum apa nu dispare pe drum, nici energia nu se pierde la un moment dat, pentru a fi mai apoi recuperată în alt loc.

În plus, același lucru se poate spune despre sarcina electrică (a electronilor de exemplu). Și aceasta se conservă, deci nu poate „dispărea" pentru a „reapărea" mai târziu în alt loc. Am putea desigur muta sarcinile sau energia cu o viteză foarte mare (viteza luminii ne-ar fi suficientă ca să ajungem la cinematograf în câteva fracțiuni de secundă), însă atunci vorbim de *transport*, nu de teleportare.

Situația este diferită în mecanica cuantică. Aici particula poate fi găsită *peste tot* unde se întinde unda ei de probabilitate. Dacă, de exemplu, unda de probabilitate se întinde dincolo de ușă, atunci particula poate fi găsită în cealaltă cameră, în următorul moment. Avem atunci un *efect de tunelare cuantică* (vezi secțiunea 104). Or, dacă unda de probabilitate evoluează și se întinde de la Lună la Pământ, atunci particula poate fi găsită în următorul moment atât pe Lună, cât și pe Pământ.

Să ne imaginăm atunci următorul proces de „teleportare". Punem particula în fața noastră aici, pe Pământ și închidem ochii. Pentru că particula nu este observată, unda ei de probabilitate evoluează nestingherit fără a suferi vreun proces de colaps cuantic, *delocalizându-se* din ce în ce mai mult. După ceva timp rugăm un prieten de pe Lună să deschidă ochii. El are șansa (dar nu certitudinea) să găsească particula acolo. Dacă o găsește, voilà, am „teleportat" particula!

Desigur, în același fel ne-am putea teleporta și pe noi, trebuie doar să închidem ochii, să ne ascundem în dulap (pentru ca să nu ne observe nimeni) și să așteptăm miliarde de miliarde de ani în așa fel încât unda noastră de probabilitate să se *delocalizeze*. Apoi, deschidem ochii, ieșim din cutie și, dacă ne găsim pe Lună, vom considera experimentul nostru de „teleportare" reușit.

Am pus cuvântul „teleportare" între ghilimele, pentru că acestor tipuri de experimente le lipsește un element: cel de alegere intenționată. Astfel, după cum vedem, nu putem *alege* unde să găsim particula (sau să ne găsim pe noi), odată ce unda de probabilitate este delocalizată. Mecanica cuantică ne spune că există o șansă să găsim particula într-un loc sau altul, însă nu ne spune unde o vom găsi cu precizie. De aceea, astfel de „teleportări" sunt sortite eșecului, deoarece nu numai că trebuie să așteptăm mult, dar nici nu putem fi siguri de rezultat.

O manieră mai aparte de teleportare (cunoscută publicului din serialul Star Trek) ar fi să *scanăm* obiectul inițial, să aflăm pozițiile atomilor săi și apoi să reconstruim acest obiect într-un loc îndepărtat. Mecanismul ar părea însă mai mult de *clonare*, de copiere, căci nimic din fizica clasică nu ne obligă să distrugem obiectul inițial. Dacă vrem, putem să păstrăm și originalul.

Pe de altă parte, acest mecanism de clonare cu păstrarea originalului nu este valabil decât pentru sistemele clasice, și iată de ce. Pentru sistemele cuantice, scanarea înseamnă *măsurare* și, după fiecare măsurare, starea sistemului inițial se modifică, așa după cum ne spune postulatul al treilea al mecanicii cuantice.

Astfel, să ne reamintim „pisica lui Schrödinger" închisă într-o cutie. Starea ei este o superpoziție cuantică dintre starea „vie" și starea „moartă". Dacă deschidem cutia pentru a scana pisica, noi o vom găsi fie ca pisică vie, fie ca pisică moartă, însă nu în starea ei de superpoziție cuantică. Mai mult, *în urma măsurătorii*, unda de probabilitate a pisicii se schimbă brusc și devine ceea ce am măsurat, fie o pisică „vie" fie una „moartă". Cu alte cuvinte, *scanând* pisica, i-am distrus starea de superpoziție cuantică.

Un alt exemplu este cel al fotonului polarizat la 45°. Acesta era privit ca o superpoziție cuantică a fotonului în starea de polarizare *verticală* și cea de polarizare *orizontală*. Să ne aducem aminte că puteam măsura polarizarea unui foton așezând un cub polarizor (un separator de fascicule) orizontal, ca în figura 10.17. După acesta aveam două detectoare, iar fotonul (fiind particulă) trebuie să ajungă numai pe unul din cei doi detectori.

Dacă fotonul cădea pe primul detector, spuneam că el are polarizare orizontală, dacă ajungea pe cel de-al doilea, spuneam că are polarizare verticală. După ce trecea de cub însă, el chiar *căpăta* polarizarea respectivă. Cu alte cuvinte, dacă măsuram polarizarea orizontală a fotonului nostru polarizat la 45°, aveam o șansă de 50% să-l găsim în această polarizare, iar, după măsurătoare, fotonul *căpăta* polarizarea orizontală. După cum vedem, și în cazul acesta, dacă scanăm fotonul polarizat la 45°, îi *distrugem* starea de superpoziție cuantică.

Regula de mai sus se dovedește a fi generală, și ea spune că la fiecare măsurătoare (scanare) *distrugem* starea inițială de superpoziție cuantică a sistemului. Desigur, se poate întâmpla să avem noroc și să măsurăm exact starea dată. De exemplu, fotonul era polarizat orizontal, noi măsurăm că el este polarizat orizontal și el rămâne așa, nu se schimbă nimic. Totuși, acesta este doar noroc, ideea este că, în cazul general, nu putem măsura complet starea cuantică *întotdeauna*, iar ea să rămână neschimbată.

Mai mult însă, la o scanare a sistemului cuantic, nu numai că distrugem starea sa de superpoziție cuantică inițială, dar nici nu putem afla complet care a fost *toată* starea sa cuantică inițială, ci doar o parte a ei. Căci, făcând o măsurătoare a unei stări de *superpoziție cuantică*, noi vom găsi sistemul într-o anumită stare clasică, cu o anumită probabilitate, însă nu vom ști precis *din care* stare de superpoziție cuantică provine.

În cazul fotonului, dacă în urma măsurătorii obținem polarizarea orizontală, oare știm ce polarizare avea el înainte? După cum se vede din figura 10.17, el ar fi putut fi polarizat la 45° sau la 30°. În cazul pisicii, dacă deschidem cutia și o găsim vie, putem spune în care stare de superpoziție a fost în cutie? În cazul cel mai simplu, poate că ea nici nu ajunsese în starea de superpoziție cuantică, poate că a fost în aceeași stare clasică (vie) tot timpul.

Vedem că, dacă scanăm pur și simplu un sistem cuantic, nici *nu putem afla* cu precizie starea sa de superpoziție cuantică, și îi mai și *distrugem* această stare în timpul scanării. Ghinion pe toată linia... De aici și așa-numita teoremă de „ne-clonare" din mecanica cuantică: nu putem crea o clonă identică a unui *sistem cuantic*, rămânând atât cu clona, cât și cu originalul.

Pare astfel că pentru sistemele cuantice (și atomii sunt în ultimă instanță elemente cuantice) teleportarea prin clonare este imposibilă: niciodată nu vom afla exact starea cuantică a sistemului inițial prin scanare (prin măsurătoare). Cu toate acestea, speranța nu este cu totul pierdută, dacă ne dăm seama de următorul lucru: putem transfera complet starea unui sistem cuantic la un alt sistem cuantic *fără a încerca să aflăm starea inițială* (deci fără scanare)!

Cu alte cuvinte, am putea copia starea de superpoziție cuantică inițială a unui sistem cuantic la un alt sistem cuantic, fără însă a încerca să *aflăm* ce conține ea. Acest proces îl numim *teleportare cuantică*. În urma acestui transfer prin copiere, starea inițială a sistemului va fi distrusă (teorema de „ne-clonare"), dar sistemul final va fi identic cu cel inițial, fără însă ca noi să știm cumva care! Frumos, nu? Iată un mecanism permis de legile fizicii, pe care merită să-l încercăm experimental.

Să remarcăm că acest proces își merită numele de *teleportare*, căci starea cuantică este *copiată* complet în noul sistem, iar sistemul inițial este *distrus* în urma procesului. În plus, să observăm că aceasta este practic tot ce ne oferă fizica, cu cunoștințele de la ora actuală.

Astfel, am văzut că nu putem face ca un atom să dispară și să reapară în alt loc, fără a încălca principiile de conservare cunoscute. Pe de altă parte, nici nu-l putem scana și afla precis starea sa cuantică pentru a-l reconstrui în altă parte. Tot ce putem face (în limitele legilor cunoscute) este să transferăm starea cuantică a atomului unui alt atom, *fără* însă a afla exact care stare cuantică este aceasta, în plus *distrugând* și atomul inițial în decursul acestui proces.

Chiar dacă nu este exact ceea ce ne doream, acest mecanism de *teleportare cuantică* a fost verificat în laboratoarele moderne. Aici vă prezentăm mai detaliat un astfel

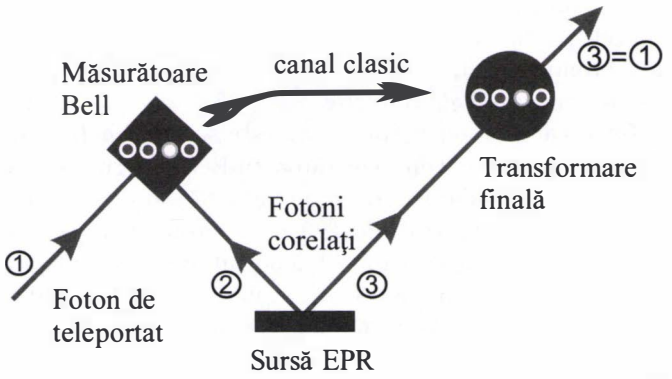

Figura 10.34: *Ideea unui experiment cu care putem teleporta starea cuantică de polarizare a fotonului 1 la fotonul 3. Pentru aceasta, trebuie să generăm mai întâi o pereche de fotoni 2 și 3, a căror polarizare este corelată, ca și în experimentele EPR. Apoi trebuie să stabilim ce fel de corelație este între fotonul 1 și fotonul 2, printr-o măsurătoare Bell. Sunt patru astfel de corelații posibile și, în urma măsurătorii, fotonul 2 va copia, într-o formă ce depinde de tipul de corelație, starea cuantică a fotonului 1. Pentru că fotonul 2 era corelat cu fotonul 3, starea cuantică se transmite automat în urma măsurătorii și fotonului 3 (paradoxul EPR). Tot ce avem nevoie acum pentru a reconstrui integral starea cuantică a fotonului 1 este să știm tipul de corelație care a fost obținut în măsurătoarea Bell. Această informație este transmisă unui operator îndepărtat pe canale clasice, care aplică apoi o transformare finală fotonului 3, pentru a obține o stare cuantică identică cu cea a fotonului 1.*

de experiment, efectuat în anul 1997 de către fizicianul olandez Dirk Bouwmeester, un elev al lui Anton Zeilinger (menționat în secțiunea precedentă) și publicat în articolul „Experimental quantum teleportation" în revista *Nature*. În experiment, Bouwmeester a reușit să transfere starea de *superpoziție cuantică* a unui foton către un alt foton, distrugând în urma experimentului starea inițială a primului foton. Al doilea foton a devenit însă cuantic identic cu primul, ceea ce justifică denumirea de *teleportare cuantică*.

În experiment, Bouwmeester a pornit cu un foton polarizat la un unghi *oarecare* și care poate fi considerat, așa după cum am văzut, o *superpoziție cuantică* de o stare polarizată orizontal și de o stare polarizată vertical. Acesta ar fi primul foton, fotonul 1 în terminologia figurii 10.34. Pentru a copia starea cuantică a fotonului 1 și a o transmite unui alt foton (fotonul 3), Bouwmeester a folosit un foton suplimentar (fotonul 2), un fel de *mediator* al procesului de teleportare de la fotonul 1 la fotonul 3.

Fotonii 2 și 3 au fost obținuți pe o cale specială, menționată în secțiunile precedente ca fiind „*conversie parametrică de coborâre*" (vezi figura 10.26). În practică, acești doi fotoni sunt obținuți cu un laser ultraviolet și un cristal neliniar special. Sistemul generează fotonii 2 și 3 *corelați cuantic* între ei. În sens clasic, dacă polarizarea unuia este verticală, atunci a celuilalt este orizontală, și invers.

În sens cuantic, avem o stare de superpoziție cuantică a celor două posibilități clasice: „*primul foton polarizat orizontal și al doilea vertical*" cu „*primul foton polarizat vertical și al doilea orizontal*". Spunem despre polarizările celor doi fotoni că sunt *corelate* cuantic. În plus, trebuie adăugat că starea de corelație a fotonilor 2 și 3 este puțin diferită de cea folosită în experimentele EPR prezentate în secțiunea precedentă. Lucrul acesta a fost posibil tehnic prin adăugarea unor elemente de optică suplimentare. Cei interesați de această mică diferență, pot urmări puțin mai jos o căsuța matematică, unde vor observa un semn negativ în definiția stării de superpoziție cuantică a celor doi fotoni, spre deosebire de semnul pozitiv care apărea în experimentele EPR prezentate în secțiunea precedentă.

Acum să vedem cum putem copia starea de superpoziție cuantică a fotonului 1 la fotonul 3, prin intermediul fotonului 2 (vezi figura 10.34). Ideea de bază este să corelăm, dacă se poate, starea fotonului 1 cu cea a fotonului 2. Cum fotonul 2 este corelat cu fotonul 3, înseamnă că starea fotonului 3 va purta informație despre fotonul 1.

În practică, situația este mai complexă. Aici trebuie să luăm cunoștință de faptul că există o undă de probabilitate *multiparticulă* care descrie întregul sistem format de cei *trei* fotoni! Această formă se dovedește a nu fi foarte complexă, așa cum a remarcat fizicianul John Bell, același care s-a ocupat și de caracterul non-local al undei de probabilitate.

Mult mai interesant însă, John Bell a reușit să rescrie starea *totală* a primilor doi fotoni ca o superpoziție de patru stări totale *speciale*, numite *stări Bell*. În fiecare dintre acestea, starea cuantică a fotonului 1 este corelată cu starea fotonului 2, în mod *diferit* însă.

Desigur, pare paradoxal, de ce ar exista o corelație oarecare între fotonul 1 și fotonul 2, pentru fiecare stare Bell? La urma urmei, cei doi fotoni pot fi generați complet *independent* unul de altul (deși, este adevărat, în experimentul lui Bouwmeester ei provin de la același laser inițial, însă aceasta este doar o alegere experimentală). Cu toate acestea, nu este nici un paradox, stările fotonilor 1 și 2 nu sunt corelate! Atâta doar că starea multiparticulă a celor doi fotoni poate fi scrisă ca o sumă de patru combinații speciale (stările Bell), iar pentru fiecare combinație fotonii 1 și 2 sunt corelați într-un fel anume.

Particularitatea precedentă este una dintre frumusețile mecanicii cuantice, care se folosește de avantajul liniarității. Simplu spus, ea seamănă cu situația când eu am doi lei și sora mea nici unul. M-aș putea însă exprima și astfel și spune că situația noastră este la fel cu cea în care avem suma a două situații: când amândoi avem câte un leu (egalitate) și când ea îmi datorează mie un leu (opoziție). Dacă ambele propoziții sunt adevărate, eu ar trebui să am doi lei și sora mea nici unul. Să observăm însă că în fiecare din cele două stări situația mea și a surorii mele sunt *corelate*: fie avem aceeași sumă, fie eu am suma pozitivă și ea „negativă", de aceeași valoare absolută. Ceea ce trebuie să știu este ce fel de corelații sunt (egalitate sau datorie) și cât de mult contribuie aceste corelații la starea finală.

În același fel și cele patru stări Bell ale fotonilor 1 și 2 sunt stări de corelație *diferite*, în care fotonii 1 și 2 sunt corelați într-un mod anume. Aici sunt însă *patru* astfel de corelații posibile. Primele două stări Bell sunt superpoziții cuantice a două stări „clasice" pentru care fotonii au aceeași polarizare: „*ambii fotoni sunt polarizați vertical*" și „*ambii fotoni sunt polarizați orizontal*" .

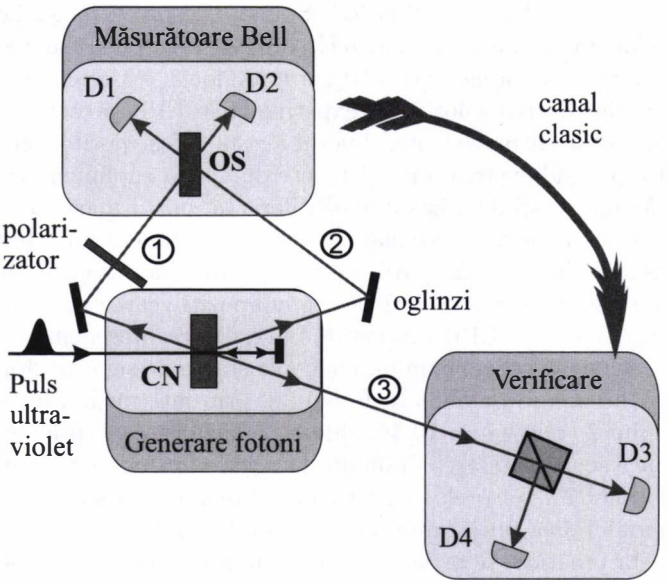

Figura 10.35: *Schema optică folosită de fizicianul Dirk Bouwmeester pentru a verifica teleportarea cuantică. Fotonii 2 și 3 corelați cuantic (cu polarizări opuse) sunt generați într-un cristal neliniar (CN), cu ajutorul unui puls de raze ultraviolete. Apoi însă pulsul mai trece odată prin cristal (cu ajutorul unei oglinzi) pentru a mai genera o pereche, din care numai fotonul 1 va fi folosit mai departe. Fotonul 1 trece apoi printr-un polarizor, obținând astfel o stare de polarizare ce trebuie teleportată fotonului 3. După aceea, asupra fotonilor 1 și 2 are loc o măsurătoare Bell, cu ajutorul unei oglinzi semitransparente (OS). Dacă cei doi detectori D1 și D2 „ticăie" simultan, starea cuantică a fotonilor colapsează într-o stare Bell particulară, în care polarizarea fotonului 2 devine opusă fotonului 1. Pe de altă parte, polarizarea fotonului 3 este mereu opusă celei a fotonului 2, și deci ea va deveni identică cu cea a fotonului 1. Starea fotonului 1 a fost astfel teleportată fotonului 3. Rezultatul se verifică folosind detectorii D3 și D4, care măsoară polarizarea fotonului 3.*

Următoarele două stări Bell sunt superpoziții cuantice ale unei alte corelații, ortogonalitatea. O stare clasică este „*primul foton polarizat vertical, al doilea orizontal*", iar cealaltă stare clasică este „*primul foton polarizat orizontal, al doilea vertical*". În final avem deci *patru* stări de corelație Bell în care pot fi găsiți fotonii 1 și 2, care formează toate împreună o stare de superpoziție cuantică.

Am ajuns acum la esența experimentului. Astfel, în situația inițială nu exista nici un fel de corelație între fotonii 1 și 2. Noi efectuăm însă o măsurătoare Bell asupra celor doi fotoni și rezultatul este *una din cele patru corelații*. Mai mult însă, conform principiului al treilea al mecanicii cuantice, starea finală va *colapsa* în situația care descrie rezultatul măsurătorii! Cu alte cuvinte, după ce eu găsesc în urma măsurătorii una dintre cele patru corelații, atunci și cei doi fotoni își vor *schimba* starea în așa fel încât să descrie perfect acea corelație. Or, simplu spus, fotonul 2 va *deveni* corelat cu fotonul 1, într-unul din cele patru moduri de corelație, dat de rezultatul măsurătorii.

Acum însă, fotonul 3 era deja corelat cu fotonul 2. Așa cum am discutat în secțiunea precedentă, la o măsurătoare a fotonului 2 se va schimba *instantaneu* și starea fotonului 3. Fotonul 2 a fost însă deja corelat cu fotonul 1, într-unul din cele patru feluri. În final, ca într-un lanț al slăbiciunilor, fotonul 3 devine corelat cu fotonul 1, *într-unul dintre cele patru moduri de corelație.*

Tot ceea ce avem nevoie acum este să folosim *tipul* de corelație determinat în măsurătoarea Bell pentru a face o transformare finală asupra fotonului 3 și a obține pentru acesta o stare cuantică *identică* cu a fotonului 1 (vezi figura 10.34). În acest fel am teleportat starea cuantică a fotonului 1 către fotonul 3. Cei interesați de mai multe detalii pot urmări căsuța matematică alăturată.

Calcul: ***Teleportarea cuantică***

În experimentul lui Bouwmeester (vezi schițele 10.34 și 10.35) fotonul 1 (cel inițial, pe care vrem să-l teleportăm) este polarizat la un unghi oarecare. Starea sa se scrie atunci ca o *superpoziție cuantică* a stărilor clasice în care el este polarizat orizontal $|0\rangle$ sau vertical $|1\rangle$ (folosim convențiile din figura 10.17):

$$\psi_1 = \alpha\,|0\rangle_1 + \beta\,|1\rangle_1$$

Aici am adăugat pentru claritate un indice 1 pentru fiecare stare clasică, pentru a fi clar că vorbim de primul foton.

Coeficienții α și β sunt cele două numere complexe atașate stărilor clasice, care împreună definesc de fapt unda de probabilitate ψ_1. În notațiile din secțiunea 115, dacă fotonul este polarizat la unghiul θ, avem atunci $\psi_1 = \cos\theta\,|0°\rangle + \sin\theta\,|90°\rangle$ și deci $\alpha = \cos\theta$ și $\beta = \sin\theta$.

Fotonii 2 și 3 sunt generați într-o stare comună specială, fiind corelați unul cu celălalt, așa cum a fost discutat în text:

$$\psi_{23} = \frac{1}{\sqrt{2}}\,|0\rangle_2\,|1\rangle_3 - \frac{1}{\sqrt{2}}\,|1\rangle_2\,|0\rangle_3$$

Aici am scris din nou indicii pentru a clarifica despre care foton vorbim. Notația $|0\rangle_2\,|1\rangle_3$ este puțin diferită de cea din secțiunea precedentă, pentru a identifica mai ușor fotonii. În termenii secțiunii precedente, am fi scris $|0\rangle_2\,|1\rangle_3 = |0_2 1_3\rangle$. În plus, remarcăm semnul minus dintre cele două stări „clasice" care definesc starea de superpoziție cuantică, spre deosebire de semnul plus folosit în secțiunea precedentă.

Starea cuantică *multiparticulă* ψ a celor trei fotoni se poate exprima direct ca produs al acestor două unde de probabilitate scrise mai devreme și descompune apoi în patru termeni speciali:

$$\begin{aligned} 2\psi = 2\psi_1\psi_{23} = \sqrt{2}\Big[\alpha|0\rangle_1 + \beta|1\rangle_1\Big]\Big[|0\rangle_2\,|1\rangle_3 - |1\rangle_2\,|0\rangle_3\Big] = \\ = \Psi_{12}^{-}\,(-\alpha\,|0\rangle_3 - \beta\,|1\rangle_3) \\ + \Psi_{12}^{+}\,(-\alpha\,|0\rangle_3 + \beta\,|1\rangle_3) \qquad (1) \\ + \Phi_{12}^{-}\,(+\beta\,|0\rangle_3 + \alpha\,|1\rangle_3) \\ + \Phi_{12}^{+}\,(-\beta\,|0\rangle_3 + \alpha\,|1\rangle_3) \end{aligned}$$

Aici stările Ψ_{12}^{-}, Ψ_{12}^{+}, Φ_{12}^{-}, Φ_{12}^{+} sunt așa-numitele stări Bell, ce sunt asociate *numai* fotonului 1 împreună cu

fotonul 2. Prin descompunere, se verifică direct că ele au forma:

$$\Psi_{12}^{+} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle_1 |1\rangle_2 + |1\rangle_1 |0\rangle_2\right)$$

$$\Psi_{12}^{-} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle_1 |1\rangle_2 - |1\rangle_1 |0\rangle_2\right)$$

$$\Phi_{12}^{+} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle_1 |0\rangle_2 + |1\rangle_1 |1\rangle_2\right)$$

$$\Phi_{12}^{-} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle_1 |0\rangle_2 - |1\rangle_1 |1\rangle_2\right)$$

Fiecărei stări Bell i se atașează o *măsurătoare Bell.* După o măsurătoare Bell asupra fotonilor 1 și 2, starea comună a acestora va *deveni* una din cele patru stări Bell Ψ_{12}^{-}, Ψ_{12}^{+},Φ_{12}^{-}, Φ_{12}^{+}. Aceasta deoarece, în termenii folosiți în secțiunea 213 din anexă, cele patru stări formează o bază *ortonormată* în spațiul Hilbert format de polarizările celor doi fotoni (rezultatul se verifică matematic calculând produsul scalar al celor patru stări de mai sus, două câte două).

În urma măsurătorii, *toată* starea multiparticulă a celor trei fotoni ψ va colapsa într-una din cele patru situații prezentate în relația (1). Matematic, rămânem numai cu unul din termenii dezvoltării undei de probabilitate ψ.

Vedem însă din relația (1) că în fiecare din cele patru cazuri fotonul 3 are o stare cuantică bine definită. Rezultatul măsurătorii Bell ne spune și care dintre cele patru posibilități este. De exemplu, dacă găsim sistemul de fotoni 1 și 2 în starea Ψ_{12}^{-}, atunci fotonul 3 va *ajunge* instantaneu în starea $-\alpha|0\rangle_3 - \beta|1\rangle_3$, devenind identic cu fotonul inițial. Polarizările fotonilor 1 și 3 sunt acum identice, chiar dacă apare un semn minus comun, pentru că unghiul de polarizare este dat de raportul $\tan\theta = (\beta/\alpha)$.

În fiecare dintre cele patru rezultate posibile putem aplica apoi o transformare corespunzătoare fotonului 3 pentru a compensa semnele și obține o stare de superpoziție cuantică identică cu cea inițială ψ_1 a fotonului 1 (aceasta pentru că știm din măsurătoarea Bell care dintre cele patru este). Practic, am teleportat cuantic fotonul 1 în fotonul 3 fără a ști însă care este starea cuantică a fotonului 1 (pentru că nu știm valorile precise ale constantelor α și β).

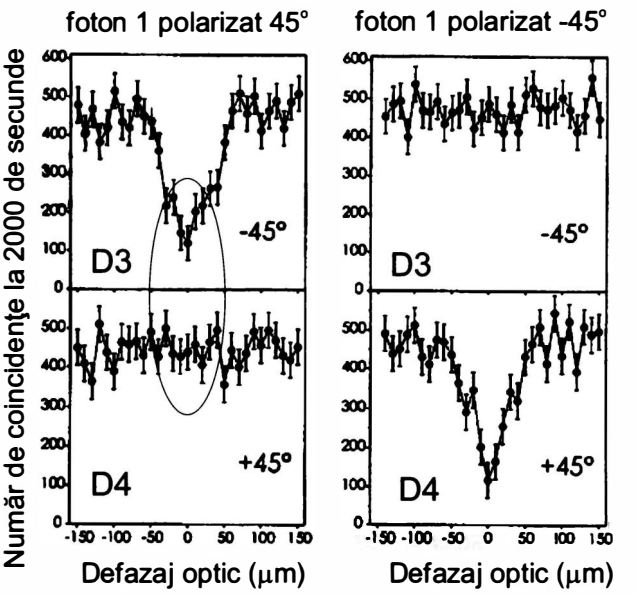

Figura 10.36: *Rezultatele experimentale obținute de Dirk Bouwmeester care confirmă succesul teleportării fotonului 1 (vezi figura precedentă), dacă acesta este polarizat la* 45° *(stânga) sau la* −45° *(dreapta). În fiecare caz este prezentat sus numărul de „ticăituri" de pe detectorul D3, orientat la* −45°*, iar jos numărul de „ticăituri" de pe detectorul D4, orientat la* 45°*. Cei doi detectori măsoară polarizarea fotonului teleportat 3. Pe axa orizontală este prezentată întârzierea optică δ dintre fotoni, care strică aliniamentul (pentru δ = 0 avem experimentul ideal). Toate datele sunt prezentate numai pentru cazul când detectoarele D1 și D2 ale măsurătorii Bell „ticăie" în același timp. După cum vedem, atunci când aliniamentul este perfect (δ = 0), „ticăie" numai detectorul corespunzător polarizării fotonului 1 teleportat (numărul de coincidențe pentru celălalt detector nu este nul, ci în jurul valorii* 100*, datorită unor erori experimentale). De exemplu, în stânga fotonul 1 este polarizat la* 45° *și ticăie doar detectorul D4 care măsoară fotoni 3 polarizați la* 45° *(D3 nu „ticăie" aproape deloc), deci și fotonul 3 a fost într-adevăr polarizat la* 45°*. Cu alte cuvinte, fotonul 3 ce a ajuns la analizor avea într-adevăr polarizarea fotonului 1 inițial, deci teleportarea a fost de succes.* ©*1997* Nature Magazine

În practică, fizicianul olandez Dirk Bouwmeester a folosit tot felul de elemente optice pentru a pune în aplicare schema de mai sus. Cea mai importantă este, desigur, *măsurătoarea Bell* asupra ansamblului de fotoni 1 și 2, ce ne spune care este corelația dintre cei doi fotoni. Aici Bouwmeester nu a fost așa de norocos, căci configurația experimentală nu i-a permis detectarea decât a *uneia* din cele patru stări Bell posibile(Ψ_{12}^{-} pentru cei care au urmărit și ecuațiile atașate).

Detecția acestei stări Bell particulară a fost realizează cu ajutorul unei *oglinzi semitransparente* și a doi detectori așezați după oglindă (vezi figura 10.35). Pe oglindă cădeau cei doi fotoni 1 și 2, iar în cazul în care cei doi detectori primeau fiecare exact un singur foton, atunci însemna că sistemul celor doi fotoni *ajungea* într-o stare Bell particulară Ψ_{12}^{-}.

În același moment însă se schimba și starea de polarizare a fotonului 3 (care era deja corelat cu fotonul 1) în așa fel încât polarizarea fotonului 3 devenea în final (datorită modului particular de corelație) *identică* cu cea inițială a fotonului 1. În acest moment Bouwmeester putea spune că a *teleportat cuantic* starea fotonului 1 în cea a fotonului 3.

În experiment, pentru a verifica teleportarea, Bouwmeester a trebuit să măsoare ratele de coincidență ale detectorilor. Atunci când cele două detectoare de după oglinda semitransparentă „ticăiau" simultan, însemna că primii doi fotoni ajungeau în starea Bell căutată Ψ_{12}^{-}. În momentul acela, Bouwmeester trebuia să verifice că

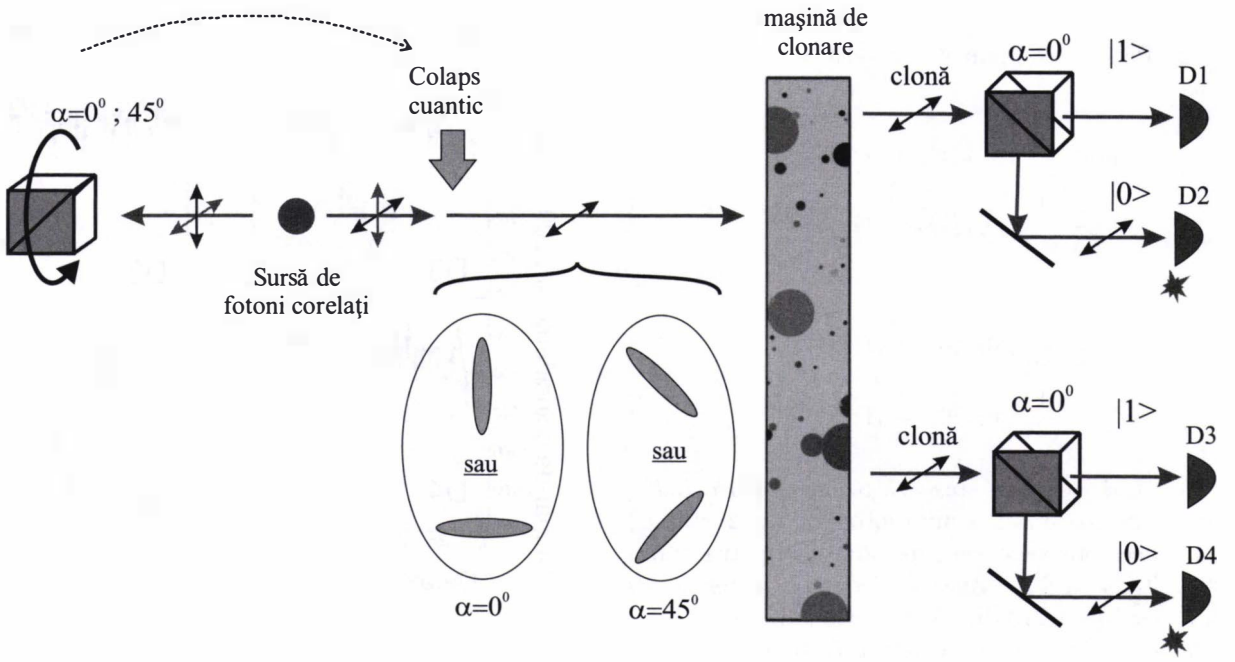

Figura 10.37: *În figură este prezentat un aparat care transmite informație cu o viteză mai mare decât viteza luminii, dacă am putea clona o stare cuantică. O sursă de lumină trimite doi fotoni corelați la două capete ale universului, ca și în figura 10.28. În stânga alegem să măsurăm polarizarea fotonului, orientând cubul polarizor la* $\alpha = 0°$ *sau* $45°$*. Orientația cubului este informația pe care observatorul din stânga vrea s-o trimită (el nu este interesat de rezultatul măsurătorii). Pentru* $\alpha = 0°$ *fotonul din dreapta* devine *polarizat orizontal (cazul din figură) sau vertical, iar pentru* $\alpha = 45°$ *acesta devine polarizat la* $45°$ *sau* $-45°$*. Rezultatul precis al colapsului nu este important, ci doar selecția celor două cazuri* $\alpha = 0°$ *sau* $\alpha = 45°$*. Fotonul din dreapta este trecut printr-o mașină de clonare, iar apoi fiecare clonă este măsurată separat printr-o „baterie" de mai multe sisteme de detecție identice (în figură sunt prezentate doar două). În acest fel măsurăm statistic starea de polarizare a fotonului din dreapta și știm astfel dacă ea provine de la* $\alpha = 0°$ *sau de la* $\alpha = 45°$*. Pentru* $\alpha = 0°$ *fotonul din dreapta va fi polarizat fie orizontal, fie vertical și vor „tăcăi" fie D2 și D4 (cazul de față), fie detectorii D1 și D3. Având multe astfel de baterii, putem apoi spune cu siguranță că fotonul a fost polarizat vertical sau orizontal, deci că* $\alpha = 0°$*, pentru că obținem doar aceste combinații de detectori. Dacă observatorul din stânga alege* $\alpha = 45°$*, atunci vor „tăcăi" și perechile D1 și D4 sau D2 împreună cu D3, deoarece clonele, fiind acum orientate la* $45°$ *sau* $-45°$*, pot ajunge pe oricare dintre detectori. O astfel de detecție în care nu există corelații între detectori ne „spune" că alegerea a fost* $\alpha = 45°$*.*

fotonul 3 are polarizarea dată de cea a fotonului 1, așa cum spuneau ecuațiile.

Experimentele au confirmat predicțiile teoriei (vezi figura 10.36) deși, trebuie să observăm, verificările nu s-au putut face decât dacă rezultatul măsurătorii Bell era o stare particulară din cele patru posibile, deci în 25% dintre cazuri.

Următoarea întrebare este dacă putem folosi mecanismul de mai sus pentru a teleporta polarizarea fotonului 1 *instantaneu* la fotonul 3 aflat la mii de ani-lumină. Astfel, să presupunem că trimitem undeva departe fotonii 2 și 3, la capete diferite ale universului, cu fotonul 2 venind înspre fotonul 1. Abia după mii de ani, atunci când fotonul 2 ajunge la fotonul 1, vom *interfera* fotonul 1 cu fotonul 2 pentru a efectua măsurătoarea Bell. În acest caz, conform celui de-al treilea postulat al mecanicii cuantice, unda de probabilitate totală (a celor 3 fotoni) va suferi un colaps instantaneu în *tot* universul, la ambele capete ale galaxiei.

Rezultatul este că fotonul 3 își modifică *instantaneu* starea cuantică, în funcție de ce polarizare ia fotonul 2 (și care este, la rândul ei, un rezultat al măsurătorii Bell). Metoda aceasta pare că scoate în evidență un avantaj al teleportării cuantice, faptul că am putem teleporta instantaneu sisteme cuantice la miliarde de ani-lumină. Din păcate, chiar dacă sună extraordinar, acest proces de teleportare instantanee nu este cu adevărat posibil, și iată de ce.

Astfel, deși fotonul 3 se modifică *instantaneu* în cealaltă parte a universului, cineva din acel loc nu știe care este rezultatul măsurătorii Bell. Prin urmare, el nu știe care este *tipul* de corelație dintre fotonul 1 și fotonul 2 rezultat în urma măsurătorii. Căci, să ne aducem aminte, măsurătoarea Bell are *patru* rezultate posibile, iar pentru a completa procesul de teleportare cuantică, noi trebuie să știm care dintre cele patru cazuri a ieșit după măsurătoare. Abia după aceea putem transforma în final starea fotonului 3, cu coeficienții corespunzători, pentru a obține o stare cuantică identică cu cea a fotonului 1.

Atunci, cineva de la capătul universului unde se află fotonul 3 trebuie *să aștepte* de la celălalt capăt al universului un mesaj cu rezultatul măsurătorii Bell, ce îi spune care este, după măsurătoare, *tipul* de corelație dintre fotonii 1 și 2 (vezi figura 10.34). El numai atunci va ști ce corelație

este între fotonul 1 și fotonul 2, și va putea aplica transformarea finală ce face ca fotonul 3 să aibă aceeași stare a fotonului 1.

Cum acest canal *clasic* de transmitere nu este mai rapid decât viteza luminii, înseamnă că *nu* vom avea un proces de teleportare cuantică instantaneu în tot universul. Avem nevoie de rezultatul măsurătorii Bell pentru a spune efectiv ce transformare finală să efectuăm pentru fotonul 3 ca el să primească precis starea cuantică a fotonului 1. Această informație vine pe un canal clasic (în plic să spunem) și ea nu poate depăși viteza luminii. Cu alte cuvinte, viteza de teleportare nu va depăși viteza luminii.

În plus, se observă că măsurătoarea Bell distruge starea inițială a fotonului 1, odată ce acesta trece prin oglinda semitransparentă și cade pe unul din cei doi detectori. Așa cum spune principiul general, am teleportat fotonul 1, însă i-am distrus starea cuantică în urma acestui proces. În plus, nici nu știm care este exact starea cuantică pe care am teleportat-o (constantele α și β, pentru cei care au urmărit ecuațiile) pentru că ne-am bazat doar pe corelațiile dintre stările fotonilor.

Așa cum ne așteptam din teorema imposibilității clonării, am copiat fotonului 3 starea de superpoziție a fotonului 1, distrugând-o pe aceasta din urmă după măsurătoare, și fără să știm care a fost ea de fapt. Vestea bună este că am putut face un experiment de teleportare cuantică fără să violăm nici un principiu fundamental al fizicii.

Observația pare trivială, însă ascunde o putere de nebănuit. Să ne aducem aminte că János Bolyai a presupus că se poate construi o geometrie tridimensională consistentă chiar dacă se renunță la postulatul paralelelor al lui Euclid, or, mai târziu, fizicienii chiar au descoperit această geometrie neeuclidiană în natură.

În același fel și noi putem spera să descoperim sau să inventăm lucruri neobișnuite, atâta timp cât acestea nu se opun principiilor cunoscute, oricât de nebunești ar fi ideile noastre. Să le dăm atunci credit scriitorilor de povestiri științifico-fantastice care obișnuiesc să păstreze caracterul științific în scrierilor lor.

În finalul acestei secțiuni să ne întoarcem puțin la teorema de non-clonare, căci ea pare fundamentală. Chiar așa, de ce a pus natura această limită? Motivul este că, dacă am clona o stare cuantică, atunci am putea trimite informație instantaneu la celălalt capăt al universului, cu o viteză mai mare decât viteza luminii.

De ce este așa? Să ne aducem aminte că, la orice măsurătoare, unda de probabilitate suferă un colaps cuantic în tot universul. Am putea atunci folosi principiul EPR (vezi secțiunea 119) și trimite două particule corelate la cele două capete ale universului. În figura 10.37 am ales ca particulele să fie doi fotoni.

La capătul din stânga alegem să măsurăm o caracteristică din două posibile, fără însă să ne intereseze rezultatul măsurătorii, ci doar colapsul undei de probabilitate. În figura 10.37 cele două caracteristici sunt orientarea cubului polarizor cu ajutorul căruia facem această măsurătoare. Aici putem măsura polarizarea verticală sau orizontală (alegerea $\alpha = 0°$) sau polarizarea la 45° sau $-45°$ (alegerea $\alpha = 45°$). Important este ca alegerea celor două caracteristici să modifice într-un mod cunoscut unda de probabilitate a particulei de la celălalt capăt al universului (ceea ce este cazul figurii 10.37, deoarece rezultatele vin în perechi).

Odată ce observatorul din stânga face o măsurătoare, unda de probabilitate a particulei din dreapta suferă un colaps cuantic, chiar dacă se află la celălalt capăt al universului. În mod normal, observatorul din dreapta nu va ști care este această undă de probabilitate, pentru că el măsoară doar o singură caracteristică. Dacă însă ar avea un aparat de clonare, atunci ar putea măsura fiecare clonă în parte, în toate modurile posibile, și, statistic, ar putea reconstrui complet unda de probabilitate a particulei.

În acest fel, observatorul din dreapta ar deduce *ce caracteristică* a măsurat observatorul din stânga (în cazul figurii 10.37, a fost $\alpha = 0°$ sau $\alpha = 45°$). Mesajul ar fi circulat atunci cu o viteză mai mare decât viteza luminii, căci observatorul din dreapta știe ce caracteristică a măsurat cel din stânga. Pentru a împiedica astfel de experimente, este necasar să postulăm că nici un sistem cuantic nu poate fi clonat, păstrând atât copia, cât și originalul.

Să observăm că una dintre consecințe este că nu putem construi un aparat ce măsoară complet, cu siguranță, unda de probabilitate a unui sistem. Cu un astfel de aparat am putea trimite informație cu o viteză mai mare decât viteza luminii și am încălca legile cauzalității.

121. Criptografia cuantică

Criptografia cuantică este un concept nou în transmisia de date, care se bazează pe proprietățile *cuantice* ale luminii și care promite securizarea garantată (100%) a transmisiei de informație. Criptografia cuantică ne apare ca o continuare și o aplicație a observațiilor făcute în secțiunile precedente.

În sistemele de criptografie cuantice, un laser produce doi fotoni, a căror polarizare este *corelată* cuantic, prin aceeași metodă de „*conversie parametrică de coborâre*" (vezi figura 10.26) utilizată și în secțiunile precedente. Aici, cei doi fotoni sunt într-o stare de superpoziție cuantică specială în care au polarizările ortogonale.

Apoi, acești doi fotoni sunt trimiși la cele două persoane care vor să comunice, câte un foton la fiecare persoană. Pe drum, fotonii își păstrează starea de superpoziție colectivă, însă starea este distrusă de îndată ce una dintre persoane (*transmițătorul* să spunem) face o măsurătoare a polarizării fotonului ce vine la el. Pentru că cei doi fotoni sunt corelați cuantic, cel de-al doilea foton va *căpăta* atunci automat polarizarea opusă.

Primul observator ar putea încerca să transmită informație celui de-al doilea prin acest mecanism, atașând fiecărei posibile polarizări câte un *bit* (0 să spunem pentru polarizarea orizontală și 1 pentru cea verticală). Ar putea încerca să măsoare 0 pentru ca fotonul de la celălalt capăt al universului să *devină* 1, și atunci observatorul care îl măsoară să descifreze acest mesaj și să zică: „Uite, măi, lui Ion de pe Pământ i-a fătat vaca!"

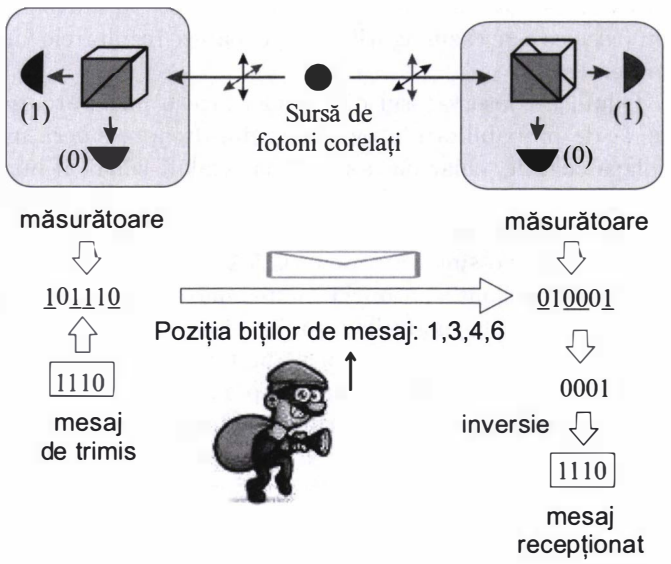

Figura 10.38: *O variantă simplă de comunicare prin „mesaje" cuantice. În centru avem o sursă de fotoni corelați, ca și în experimentele EPR (vezi figura 10.28). La capete avem doi observatori care măsoară polarizarea fotonilor, obținând 0 și 1, în funcție de polarizarea fotonului măsurat, orizontală (0) sau verticală (1). Cum fotonii sunt corelați, cei doi observatori obțin șiruri complementare de biți (101110 și 010001). În esență însă, șirul de biți este complet aleator, pentru că este un un rezultat al unei măsurători cuantice. De aceea, observatorul din stânga selectează din șir biții care formează mesajul pe care vrea să-l trimită, iar pozițiile acestora în șir i le trimite printr-un plic observatorului din dreapta, cu care acesta descifrează mesajul (selectând biții și inversând rezultatul). Un hoț care găsește plicul poate copia poziția biților relevanți, însă nu va ști valoarea lor.*

Am văzut însă că un astfel de scenariu nu este aplicabil în practică, pentru că rezultatul oricărei măsurători cuantice este *aleatoriu.* De aceea, primul oservator va obține fie 0 fie 1, fără însă ca rezultatul să fie alegerea lui, și deci el nu poate transmite bitul pe care îl vrea. Atunci, și cel de-al doilea observator va obține un șir de biți oarecare (chiar dacă ortogonali pe biții măsurați de primul observator), ce nu au nici o semnificație și nu poartă nici un mesaj. Cu alte cuvinte, primul observator (transmițătorul) nu poate forța rezultatul, pentru a transmite eventual informație cu o viteză mai mare decât viteza luminii, căci nu poate impune care să fie rezultatul măsurătorii.

Dacă nu putem transmite informație cu o viteză mai mare decât viteza luminii, ne vom întreba la ce să folosim totuși colapsul undei de probabilitate la două capete diferite ale universului, care în sine este un lucru extraordinar. Fizicienii au găsit o primă aplicație, care este transferul *securizat* de informație.

Pornind de la experimentul prezentat în figura 10.28, să vedem cum putem transmite cuantic informație printr-o primă metodă mai *puțin* securizată (începem cu ea pentru simplitatea argumentului), folosind în plus un canal clasic de transmisie. Astfel, aranjăm cuburile speciale ale figurii 10.28 (cele care determină direcția de măsură a polarizării fotonului ce ajunge la detectori) în așa fel încât ele să fie orientate ambele *orizontal.* În acest caz, fiecare dintre cei doi corespondenți va măsura o polarizare verticală sau orizontală a fotonului (vezi figura 10.38).

Să presupunem că transmițătorul face primul o măsurătoare a fotonului ce ajunge la el (deși argumentul este valabil și dacă receptorul face primul măsurătoarea). Atunci transmițătorul poate măsura *oricare* din cele două polarizări posibile ale fotonului, și care reprezintă biții clasici 1 și 0. Pentru că cei doi fotoni sunt corelați, cel de-al doilea foton (cel care ajunge la receptor) va *căpăta* atunci automat polarizarea *opusă* (0 sau 1) față de ce măsoară cel ce „transmite".

Desigur că, în acest caz, transmițătorul nu poate transmite nici un mesaj, căci el doar măsoară starea de polarizare a primului foton, stare care ia la întâmplare una din cele două valori 0 sau 1. Cu toate acestea, el știe *sigur* că receptorul a măsurat polarizarea *opusă*, pentru că fotonii sunt corelați. De aceea, dacă el vrea să transmită 1 de exemplu, trebuie să facă un set de măsurători și să aștepte până când măsoară 1. Atunci însă, își notează momentul de timp când a efectuat această măsurătoare, moment de timp pe care îl trimite receptorului într-un plic (un canal clasic de transmisie). Or, în termeni mai tehnici, transmițătorul își va nota poziția biților relevanți (care poartă mesaj) din șirul de biți măsurat de el.

Odată ce desface plicul, receptorul citește *când* a avut loc măsurătoarea ce reprezintă bitul pe care transmițătorul voia să-l trimită. După aceea se uită ce bit a măsurat în acel moment, îl inversează apoi (pentru că fotonii sunt corelați), și recuperează în acest fel bitul corect al mesajului. Citind deci din plic momentele în care biții măsurați au avut semnificație pentru transmițător, receptorul va reconstitui mesajul acestuia. Să remarcăm încă o dată că viteza de comunicare nu depășește viteza luminii, pentru că transmițătorul trebuie să trimită un mesaj și pe calea clasică (plicul), deși colapsul undei de probabilitate are loc *instantaneu* în tot universul, exact ca în cazul paradoxului EPR.

Tehnica aceasta pare ciudată, căci la urma urmei transmițătorul putea scrie în plic ce dorea să transmită. De ce ar pune în plic momentele relevante ale măsurătorii? Ei bine, pentru că, dacă cineva ar fi găsit în plic mesajul propriu-zis, l-ar fi citit pur și simplu în totalitate. Acum însă, dacă un hoț ar deschide plicul, nu va găsi decât o *înșiruire* a timpilor pentru măsurătorile relevante, dar nu și care sunt *valorile* acelor măsurători. Așa că hoțul nu poate reconstitui mesajul inițial.

Tehnica aceasta este însă numai pe jumătate securizată, și iată de ce. Un hoț mai inteligent ar copia scrisoarea cu timpii (pentru că a fost transmisă pe un canal clasic, nesecurizat), dar ar putea și interveni pe linia de comunicație *optică* între sursă și receptor. De exemplu, el ar putea pune un cub polarizor în poziție orizontală și ar măsura la început fotonul care ar fi trebuit să ajungă la receptor. Dacă vede că acesta este polarizat orizontal, își notează pe hârtie și apoi trimite mai departe un *alt* foton polarizat orizontal către receptor. Ar bănui ceva receptorul? Nu, nicidecum, el se așteaptă tocmai la acel foton polarizat orizontal.

În felul acesta, hoțul *măsoară* polarizările tuturor fotonilor trimiși (ai biților deci) fără ca transmițătorul sau receptorul să-și dea seama. Desigur, înșiruirea de biți încă

nu conține mesajul, căci hoțul nu știe care dintre ei sunt cei corecți. De aceea hoțul trebuie să intercepteze și plicul cu lista de măsurători relevante. Având atât plicul, cât și măsurătorile, hoțul ar putea descifra mesajul! Aceasta fără ca cei doi observatori să bănuiască ceva.

De aceea, pentru a evita o astfel de situație, fizicienii au complicat sistemul. Astfel, într-o situație de securitate îmbunătățită, cuburile speciale ale transmițătorului și receptorului nu mai sunt în poziție fixă (orizontală în cazul nostru). În schimb ele se vor *roti aleator* și independent în două poziții: 0° (orizontal) la 45° (vezi figura 10.39). Cum are loc transmisia de date acum?

Ei bine, dacă cele două cuburi sunt orientate la fel, atunci măsurătorile sunt corelate. Dacă transmițătorul detectează 0, receptorul va detecta 1. Dacă însă cuburile sunt orientate diferit, atunci rezultatele nu mai sunt corelate. De exemplu, dacă transmițătorul detectează cu cubul așezat orizontal un foton polarizat orizontal (0) atunci fotonul care se îndreaptă spre receptor va avea polarizarea verticală (1). Pe drum, el va întâlni însă cubul receptorului, care este acum orientat la 45°. În acest caz, fotonul poate lua *oricare* din cele două direcții posibile din cub, ceea ce înseamnă că receptorul va măsura fie 0 fie 1, fie 0 *la întâmplare*. Această măsurătoare nu mai este corelată cu cea a transmițătorului.

De aceea, într-o primă instanță, transmițătorul și receptorul își schimbă între ei, în niște plicuri (canal clasic) *lista de orientări* a cuburilor polarizatoare. Dacă hoțul găsește listele, nici o problemă, căci el nu știe oricum rezultatele măsurătorilor. Acum însă, atât receptorul cât și transmițătorul selectează din listă măsurătorile în care orientarea cubului a fost aceeași! Ei știu că *rezultatele* măsurătorilor astfel selectate sunt corelate cuantic.

Cu toate acestea, chiar și aceste rezultate sunt *aleatoare*, așa cum am văzut în primul caz, de aceea trebuie continuat cu procedura precedentă. Astfel, transmițătorul trebuie să selecteze din acest șir numai acei biți care formează mesajul dorit. De aceea el mai trimite un al *doilea* plic cu poziția biților ce codifică mesajul. Dacă hoțul îl găsește și pe acesta, tot nu poate face nimic, căci nu știe rezultatele măsurătorii.

Pentru a afla rezultatele, hoțul trebuie să se *interpună* în calea fotonului ce se îndreaptă spre receptor, să măsoare polarizarea acestuia și s-o noteze pe hârtie. În plus, trebuie să trimită apoi spre receptor un alt foton cu *aceleași* proprietăți, pentru ca receptorul să nu-și dea seama că este interceptat... Din păcate însă, acum cubul transmițătorului se rotește la întâmplare între cele două poziții, așa încât hoțul *nu* știe cum să rotească acel cub pentru ca să fie în aceeași poziție ca cea a cubului transmițătorului (lista cu rotațiile cuburilor este schimbată de transmițător și receptor abia după ce rotațiile au avut loc!). De aceea, hoțul intervine câteodată cu o rotație *greșită* în măsurătoare, să spunem în momentul când cuburile transmițătorului și receptorului erau aliniate bine. El distruge astfel transmisia de date, generând erori pe care transmițătorul le poate vedea în mesajul pe care îl descifrează, și care începe să fie lipsit de sens.

Să ne oprim acum puțin asupra esenței soluției, căci are un fundament teoretic foarte solid. Astfel, hoțul trebuie să măsoare *precis* polarizarea fotonului ce vine la el, pentru a

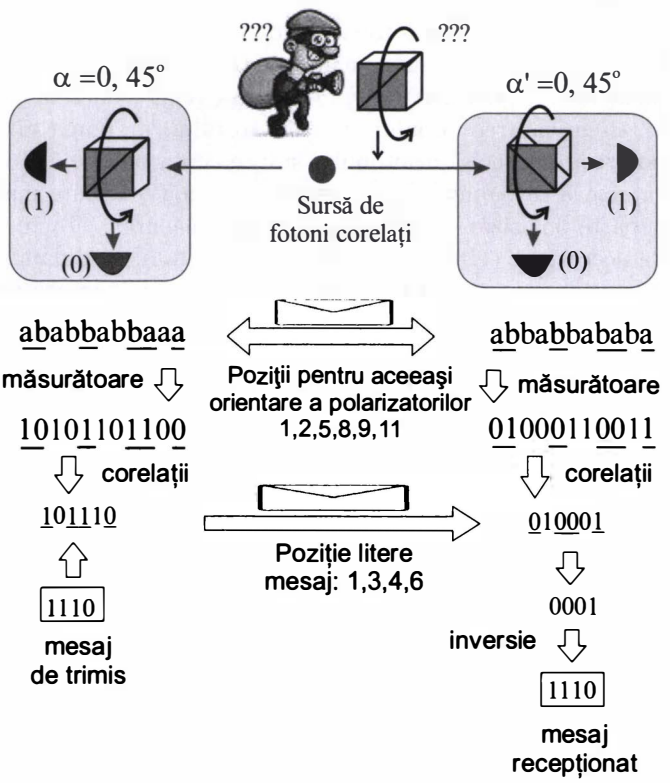

Figura 10.39: *O variantă securizată de comunicare prin „mesaje" cuantice. Față de figura precedentă, cei doi polarizori ai observatorilor sunt rotiți în mod aleatoriu cu două unghiuri* 0° *și* 45°. *Unghiul de rotație este desemnat cu* a *sau cu* b, *iar cei doi observatori își schimbă între ei într-un plic lista completă a unghiurilor folosite, după măsurătoare însă. Fiecare dintre ei poate vedea abia după ce primește plicurile când cei doi polarizori au avut aceeași orientare (pozițiile aceastea sunt subliniate cu o linie sub șirul de litere a și b) și extrage din rezultatele măsurătorilor biți despre care el va ști acum că sunt corelați (101110 în stânga și 010001 în dreapta). Apoi continuă procedura detaliată în figura precedentă, cu observatorul din stânga trimițând celui de-al doilea pozițiile biților care formează un mesaj, și cel de-al doilea observator extrăgând mesajul.*

trimite un altul identic apoi către receptor. În cazul precedent (mai puțin securizat) lucrul acesta era posibil, pentru că toți polarizorii (inclusiv cel al hoțului) erau orientați orizontal. Atunci fotonul pe care hoțul trebuie să-l intercepteze nu putea avea decât *două* stări cuantice, el fiind fie polarizat orizontal, fie vertical. Acesta le putea măsura direct cu cubul polarizor și cei doi detectori atașați lui, deoarece cubul era orientat orizontal.

În cazul *general* însă, atunci când hoțul trebuie să afle starea unui foton polarizat la orice unghi (inclusiv la 45° sau −45°, ca în noua configurație), hoțul are o problemă. Dacă el păstrează cubul orientat orizontal (0°), atunci nu măsoară de fapt decât una din cele două stări „clasice" ale superpoziției cuantice: foton polarizat orizontal sau vertical. El nu poate în acest caz detecta polarizarea *completă* a fotonului, fie ea 45° sau −45° (ce reprezintă biții 0 și 1 în noua configurație), starea de superpoziție cuantică.

Dacă hoțul alege să rotească cubul polarizor la 45° ar reuși în cazul în care fotonul incident era polarizat la 45° sau −45°, însă ar eșua din nou lamentabil dacă fotonul incident era polarizat la 0°. Cu alte cuvinte, dacă hoțul ar *ști* orientarea cubului transmițătorului, ar putea afla polarizarea precisă a fotonului și intercepta mesajele fără ca cineva să bănuiască asta (pentru că poate trimite mai departe polarizarea corectă a fotonului măsurat). Tocmai de aceea însă cei doi observatori *nu* își stabilesc dinainte o listă de orientare a cuburilor lor, ci măsoară fiecare cu orientări ale cubului alese *la întâmplare* și își schimbă lista cu orientările abia *după ce* măsurătoarea a fost efectuată. Dacă acum hoțul află lista corectă cu orientările, va fi prea târziu pentru el, pentru că măsurătoarea a fost deja efectuată (vezi figura 10.39).

Dacă hoțul insistă să intervină pe canalul optic, atunci când receptorul reface mesajul transmițătorului (cu ajutorul celor două plicuri) el va observa erori suplimentare în mesaj. Receptorul își va da seama că a fost ascultat, căci rata de eroare va crește considerabil cu fiecare bit interceptat. Când acest lucru se întâmplă, receptorul poate decide să oprească procesul de comunicare.

Să observăm că nici acum hoțul nu are biții corecți ai mesajului, pentru că el a măsurat câteodată 0 în loc de 1, datorită orientării incorecte a cubului pe care l-a folosit pentru interceptarea mesajului optic. Aproape tot ce măsoară hoțul este supus erorilor, care vor afecta și receptorul. Dacă receptorul are un mesaj curat (fără erori), el va fi sigur că nimeni nu a interceptat fotonii ce au ajuns la el. În final, avantajul noului sistem cuantic de transmisie a datelor este cel de securizare foarte ridicată.

Este interesant că acest concept a apărut prin anii 1950, odată ce fizicienii au început să pună la îndoială fundamentele fizicii cuantice, odată cu paradoxul EPR, discutat într-una din secțiunile precedente. Conceptul a rămas însă pe masa de lucru până prin anii '80, când laserii și cristalele neliniare speciale au făcut posibile măsurătorile. Atunci, un rol important l-au jucat cercetătorii din Viena, care au lucrat și la efectul EPR, și la teleportarea cuantică.

Se pare că, până astăzi, ei păstrează avansul dobândit în experimentele cu fotoni corelați. Este adevărat că, odată ce avantajul securizării rețelelor de comunicație a devenit evident, o mulțime de companii (bănci, de exemplu) au început să investească bani în această tehnologie exotică, ceea ce a condus la un progres tehnologic și mai rapid.

În anul 2004, Uniunea Europeană a decis chiar finanțarea cu 16 milioane de euro a unui proiect denumit *Secure Communication based on Quantum Cryptography* care susține introducerea comercială a noii tehnologii. În afară de universități, din proiect au mai făcut parte și opt companii, printre care Siemens, Thales, Toshiba și IdQuantique. Ultima este o companie mai mică a unor cercetătorii austrieci, ce urmărește comercializarea noii tehnologii.

În anul 2008, consorțiul de companii și universități a făcut o demonstrație la Viena. Astfel, ei au arătat că este posibilă utilizarea noii tehnologii pe rețelele de transmisie de date obișnuite. Rețeaua folosită pentru demonstrație includea în total mai mult de 200 de km de cabluri optice obișnuite, deja instalate în oraș.

Figura 10.40: *O fotografie a unei sesiuni de transmisie live cu ajutorul noilor tehnologii cuantice de criptare. Transmisiunea a avut loc în anul 2008 în Viena.* ©*Austrian Research Centers.*

Mai mult, rețeaua a avut șase noduri de comunicare între membrii ei, legăturile rețelei variind între 6 și 80 de kilometri lungime. Pentru a arăta că noua tehnologie este viabilă din punct de vedere comercial, cercetătorii au prezentat și o versiune cu cost scăzut.

În cursul demonstrației, cercetătorii au folosit nu mai puțin de șase metode diferite de criptare a datelor. Mai mult, una dintre acestea a luat direct calea aerului, laserii nefiind în acest caz conectați la fibrele optice. Operația întregului sistem a fost vizualizată pe un ecran prezent într-una dintre clădirile companiei Siemens. În plus, cercetătorii au criptat în timp real, cu noua tehnologie, date video sau audio, convorbiri telefonice și conferințe video. Și, pentru a arăta că noua metodă este într-adevăr mai bună în securizarea rețelelor, cercetătorii au modelat și un atac asupra fibrelor optice. Așa cum era însă de așteptat, sistemul computerizat a fost în stare să detecteze că este vorba de o interceptare și a schimbat automat canalul.

Cu tot succesul înregistrat, demonstrația pe viu a scos în evidență și câteva probleme. Astfel, fotonii corelați nu au putut circula în fibrele optice pe distanțe mai mari de 100 de km. Datorită intensității scăzute a sursei de lumină și pierderii optice în fibre, fotonii erau pierduți pe drum. Căci, să ne aducem aminte, pentru toate aceste experimente exotice (EPR, teleportare cuantică, criptografie cuantică), trebuie să trimitem și să detectăm *foton cu foton*. Or, e foarte probabil ca acel foton să fie absorbit din greșeală pe undeva prin fibra optică de un atom răzleț.

În plus, sistemele de detecție nu sunt suficient de rapide, tocmai pentru că fotonii trebuiau detectați unul câte unul, și circuitele de sincronizare trebuiau să fie sigure că este vorba de fotonii purtători de informație. Viteza de transmisie a datelor a fost destul de redusă în comparație cu cea a modemurilor din anii '80. Și, în final, dacă transmisia de date a fost securizată, nu același lucru se poate spune despre stocarea datelor în nodurile rețelelor, care a rămas încă clasică. Rămâne de văzut dacă noua tehnologie va deveni realitate și dacă își va dovedi într-adevăr utilitatea pentru societate.

11

Principiul acțiunii minime și teoriile clasice de câmp

Am ajuns la jumătatea drumului în povestea noastră. Prima parte a acestui drum a conținut în mare parte concepte familiare nouă sau idei cu care ne-am întâlnit la școală și în revistele de popularizare a științei. Acum însă, povestea va lua o cotitură și vom introduce noțiuni ce rămân de cele mai multe ori în lumea facultăților de fizică.

Ne vom pregăti în special pentru ciudata lume a fizicii particulelor elementare. Mulți și-o închipuie ca pe o mecanică a bilelor. Desigur, spun ei, suntem interesați din ce „bile" e alcătuit universul, însă ce lucru nou ar putea să apară?

Așa cum vom vedea, lumea fizicii particulelor elementare este departe de a fi o lume a „bilelor". Fiecare particulă este de fapt un pachet discret de energie a câte unui câmp ce se întinde de la un capăt la celălalt al universului, un fel de „saltea" cosmică. Aceasta conduce apoi la aspecte paradoxale în comportarea particulelor, cum ar fi de exemplu caracterul virtual al particulelor și posibilitatea ca această formă virtuală să strabată într-o secundă imensitatea cosmosului.

De aceea, fizica particulelor elementare nu este o simplă mecanică a unor „bile", ci scoate la iveală aspecte paradoxale și neobișnuite ale legilor celor mai profunde în universul în care trăim. Tocmai de aceea, cel puțin în zilele noastre, această fizică ocupă un loc central între celelalte domenii ale fizicii.

Pentru a ajunge însă să discutăm despre particule și traiectorii virtuale, sau despre „salteaua" cosmică ce le produce, trebuie să introducem niște noțiuni teoretice ajutătoare: principiul acțiunii minime și teoriile clasice de câmp.

În prima parte a capitolului vom discuta despre principiul acțiunii minime. El a fost folosit la început pentru a construi o alternativă la mecanica newtoniană, care se numește *mecanică analitică*. Atunci când fizicienii au descoperit că tranzițiile cuantice ale particulelor pot fi interpretate în termeni de evoluții virtuale, principiul acțiunii minime a fost revigorat, jucând azi un rol central în fizica particulelor elementare.

În partea a doua a capitolului vom folosi o parte din noțiunile dezvoltate pentru a discuta elementele generale ale teoriilor *clasice* de câmp. În capitolul următor vom dezvolta mai departe aceste modele în cadrul teoriilor *cuantice* de câmp, cele care descriu cum se comportă un ansamblu de particule cuantificate. Vom exemplifica cu modelul unei saltele pe suprafața căreia oscilațiile cuantice creează natural particule, numite de noi „salteloni".

Capitolul de față conține mai multe căsuțe matematice, pentru a pune bazele calculelor ce vor apărea în capitolele următoare. Ca și până acum, menționăm că textul se poate citi și separat. De fapt, cititorii care nu vor urmări de prima dată căsuțele matematice ale capitolelor ce urmează pot sări peste secțiunile acestui capitol, exceptând ultima secțiune, acolo unde vom introduce potențialele electrodinamice.

122. Formularea generală a principiului acțiunii minime

Știința oglindește efortul oamenilor de a descrie și reproduce fenomenele naturii. Unealta acestui proces este, pentru fizicieni, matematica. Ea ne permite în esență să descriem *analogiile* dintre diverse sisteme, cu o putere practică deosebită.

Să observăm că modelarea matematică a unui proces fizic începe tocmai de la observarea acestor analogii în natură. De exemplu, dacă accelerația dintr-un sistem necunoscut se comportă analog cu accelerația unui resort, vom spune că acel sistem se comportă ca un resort. Sau, dacă vom considera o moleculă compusă din doi atomi, iar mișcarea celor doi atomi se comportă asemănător cu mișcarea a două bile legate printr-un resort, vom spune că forța dintre atomi este *analoagă* forței unui resort.

Astfel, acea moleculă formată din doi atomi (atomi despre care nu știm mare lucru) devine *inteligibilă* pentru noi, deoarece ea are proprietăți similare cu două bile legate printr-un resort. Putem aplica în acest caz moleculei biatomice toate cunoștințele noastre legate de resort. Iar acest proces de *transfer de informație* îl vom descrie cu ajutorul matematicii.

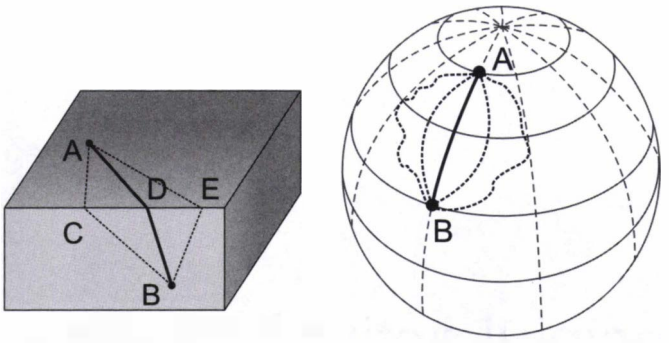

Figura 11.1: *Stânga: situația unui fir elastic fixat între capetele A și B. Acesta își minimizează lungimea, preferând forma ADB celorlalte două forme ACB și AEB. Dreapta: situația unui fir elastic constrâns să se afle pe o sferă, firul elastic având capetele fixate. Și în acest caz firul elastic preferă forma de lungime minimă față de toate celelalte forme (desenate cu linie întreruptă), formând un arc pe suprafața sferei.*

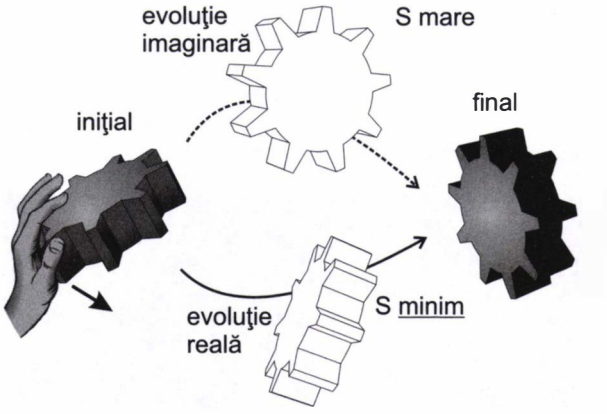

Figura 11.2: *În figură ne întrebăm cum putem „arunca" o roată dințată din configurația inițială pentru ca ea să ajungă în configurația finală după un timp dat. Principiul actiunii minime ne ajută mai întâi să găsim evoluția reală a roții dințate între cele două configurații (inițială și finală), prin minimizarea unei mărimi numită „acțiune" și notată cu S, între toate evolutiile care pot fi imaginate. Știind apoi ecoluția reală, vom afla cum trebuie „aruncată" roata dințată pentru ca ea să urmeze această evoluție.*

Exemplul de analogie pe care o căutăm în această secțiune este cel al unui *fir elastic* întins între capetele sale *fixate*. Așa cum este de așteptat, dacă îl întindem în aer, firul elastic va forma o linie dreaptă, *minimizând* lungimea sa. Mai interesant însă, putem încerca să-l întindem punând diverse constrângeri nu numai la capete, dar și pe lungimea sa.

De exemplu, îl putem întinde între două puncte, unul situat pe o masă, iar altul pe marginea mesei (vezi figura 11.1). Și în acest caz, așa cum vom observa, firul elastic va lua *lungimea minimă* care se poate construi între cele două puncte. Putem constrânge firul elastic pe suprafața unei sfere, caz în care firul elastic va lua forma unui arc între cele două capete ale sale, minimizându-și și în acest caz lungimea. Lucrul este remarcabil, deoarece pot fi imaginate nenumărate forme pe care firul elastic le-ar fi putut lua între cele două capete ale sale fixate, însă firul preferă mereu forma de lungime *minimă*.

Observația precedentă pare banală, deoarece la urma urmei ne așteptam ca firul elastic să ia lungimea minimă în orice caz, indiferent cum îi așezăm capetele și cum îl constrângem pe o suprafața neplană, pentru că forțele sale intrinseci trag de capete, conducându-l mereu către o situație în care va avea lungimea minimă.

Cu toate acestea, nu putem să nu admirăm simplitatea *principiului* acestui fir elastic, care spune că el va lua mereu lungimea minimă. Nu trebuie să rezolvăm ecuații complexe pentru fiecare parte a elasticului, nu trebuie să vedem cum este construit fizic firul elastic, vom ști mereu că el va lua forma care *minimizează* lungimea sa, între capetele fixe și cu constrângerile date.

Discuțiile de mai sus sunt doar baza unei analogii. Dorința noastră pe viitor este să descriem comportarea *oricărui* sistem clasic printr-un principiu asemănător, pe care îl vom numi *principiul acțiunii minime*. Un sistem fizic este însă mai complex, de exemplu, căderea unei bile sau mișcarea unei roți. Mai mult, spre deosebire de firul elastic exemplificat până acum, un sistem fizic *evoluează în timp*. Ce „lungime" poate fi minimizată aici, atunci când sistemul evoluează în timp?

Răspunsul este următorul. Ceea ce ne interesează pentru sistemele fizice este evoluția lor în timp atunci când ele sunt „aruncate" și lăsate apoi sa evolueze liber. Mai precis, evoluția lor *reală* între toate evoluțiile care ar putea fi imaginate între o configurație inițială și una finală date, evoluții care altfel ar fi încălcat legile fizicii. De aceea, pentru un sistem fizic general, trebuie să căutăm mereu *mărimea care este minimă pentru evoluția reală a sistemului*. Această mărime a fost denumită *acțiune* și se notează cu *S*.

Acum însă, există mai multe evoluții reale, tot așa după cum există mai multe feluri prin care elasticul din exemplele precedente își poate minimiza lungimea, în funcție de condițiile la capete, de suprafața pe care se află etc. De aceea, trebuie să restrângem căutarea evoluției reale și să specificăm mai bine condițiile.

Cele mai importante sunt condițiile la capete, la fel ca pentru elasticul nostru. Astfel, vom căuta evoluția reală între două stări, de început și de sfârșit, ale sistemului care sunt date, la momente de timp bine definite. Căci, dacă ne întrebăm cum poate evolua sistemul de la o stare inițială dată la o alta finală și ea dată, într-un timp și el specificat, atunci există în general o singură manieră prin care sistemul poate evolua liber pentru a îndeplini condițiile acestea de „capete". În acest fel vom calcula și cum trebuie să „aruncăm" sistemul pentru ca el să ajungă în configuratia finală exact la momentul dorit, nici mai devreme, nici mai târziu (vezi figura 11.2).

Cazul general al unui sistem fizic este atunci următorul. Evoluția lui *reală* în timp, cea pe care dorim s-o aflăm, este diferită de toate celelalte evoluții care pot fi *imaginate* (și care încalcă legile fizicii), între două stări, inițială și finală, date. Evoluția reală în spațiu-timp va fi aceea

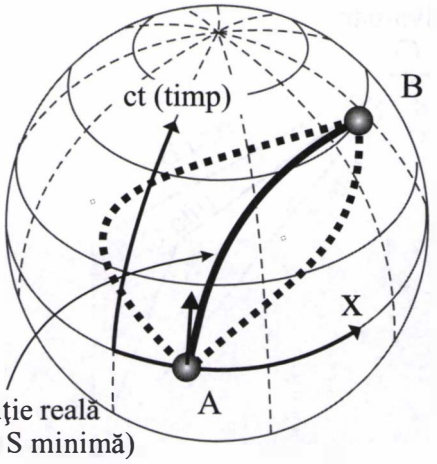

Figura 11.3: *În figură este exemplificat principiul acțiunii minime pentru cazul unei particule punctiforme care se deplasează într-un spațiu unidimensional x. Aici ne interesează pe ce linie de univers evoluează particula în spatiu-timp pentru ca ea să ajungă liber de la evenimentul A la evenimentul B. Această evoluție are asociată o acțiune S minimă, între toate celelalte evoluții posibile. Desigur, pentru a ajunge exact în evenimentul B (deci și la timpul dorit) particula trebuie „lansată" pe această evoluție. Evoluția în spațiu-timp se poate compara cu cea a elasticului, schițată în figura 11.1. Analogul lungimii elasticului este acum acțiunea S.*

pentru care *acțiunea* este minimă față de celelalte evoluții care ar încălca legile fizicii.

Vedem că situația seamănă acum cu cea a elasticului nostru, dacă ne imaginăm că „ținem" de capetele configurației sistemului într-un spațiu-timp al său, și ne întrebăm cum minimizează el „lungimea" evoluției sale (*acțiunea*), așa cum elasticul își minimizează lungimea (vezi cazul unei particule în figura 11.3). În final, trebuie să minimizăm această acțiune pentru a găsi comportarea reală a sistemului, așa cum în cazul firului elastic minimizăm lungimea lui pentru a afla cum se așază el în mod real pe o suprafață. „Lungimea" căutată pentru sistemul nostru va fi deci *acțiunea* sa, atâta doar că ea se manifestă într-un spațiu-timp al configurațiilor sistemului.

Sarcina fizicienilor este să identifice acea caracteristică specială a unui sistem fizic dinamic, numită *acțiune*, caracteristică ce este minimizată pentru evoluția reală a sistemului, între o stare inițială și una finală date. Sarcina matematicienilor este ca, știind care este acțiunea sistemului fizic, să calculeze evoluția lui reală (naturală) din multitudinea de evoluții ce pot fi imaginate de creierul nostru, dar care ar fi încălcat legile fizicii. Această evoluție reală va minimiza desigur acțiunea. De aceea, principiul de mai sus se numește *principiul acțiunii minime.*

123. Principiul lui Fermat

Pentru a înțelege mai bine principiul acțiunii minime, vom discuta în această secțiune câteva exemple similare. Primul este cel al *principiului lui Fermat.* El a fost formulat de avocatul și matematicianul amator Pierre de Fermat (1601-1665), și se aplică mișcării unei *raze de lumină* în medii cu indice de refracție variabil.

Astfel, după cum se știe, viteza luminii în vid este o constantă universală c. Cu toate acestea, dacă lumina circulă într-un mediu, viteza acesteia poate lua o valoare *diferită*, dată de relația $v = c/n$, unde n este indicele de refracție al mediului (vezi secțiunea 40). De exemplu, lumina circulă mai *încet* în apă sau sticlă decât în aer, pentru că aici indicele de refracție n este mai mare decât în aer. O consecință interesantă este că, dacă indicele de refracție $n = n(\mathbf{r})$ variază spațial, atunci lumina urmează o traiectorie curbă.

Comportarea aceasta o recunoaștem într-o zi de vară călduroasă, atunci când o imagine din depărtare este deformată datorită căldurii. Variația spațială a indicelui de refracție este indusă de diferențele locale în temperatură. Această temperatură nu este omogenă, ci se modifică de la un loc la altul, $\mathbf{r}$, și la fel va varia și indicele de difracție $n = n(\mathbf{r})$. Pe de o parte, viteza luminii nu mai este acum constantă, iar pe de altă parte, aerul poate fi privit ca un „sandwich" de medii cu indice la refracție diferit. La trecerea de la un mediu la altul, lumina se refractă (vezi

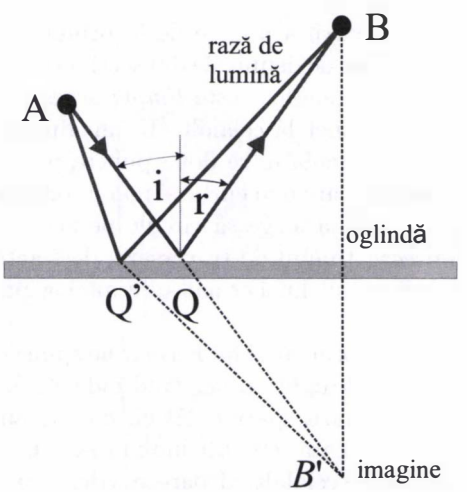

Figura 11.4: *În reflecție, lumina incidentă ia calea cea mai scurtă între punctul inițial A și cel final B. Astfel, dacă notăm cu B' imaginea punctului B în oglindă și Q punctul de impact pe oglindă, atunci putem arăta (folosind faptul că unghiul de incidență i și cel de reflecție r sunt egale) că cele trei puncte A, Q și B' sunt coliniare, adică distanța AQB' (și deci AQB) este minimă. Dacă lumina s-ar fi reflectat din punctul Q', atunci distanța ar fi fost mai mare AQ'B>AQB, pentru că avem* $AQ'B = AQ' + Q'B = AQ' + Q'B' > AB' = AQB$

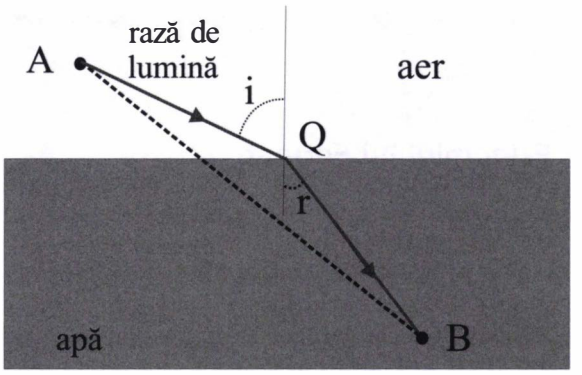

Figura 11.5: *În figură este exemplificat efectul de refracție ce are loc la trecerea unei raze de lumină de la un mediu (aer) la altul (apă). Legea refracției ne spune că unghiurile de incidență i și de refracție r sunt diferite, date de relația* $\sin(i) = n\sin(r)$ *unde n este indicele de refracție în apă față de cel din aer. Timpul cel mai scurt al luminii de la A la B este dat de traiectoria AQB ce rezultă din legea refracției. Aceasta pentru că lumina circulă mai repede în aer (unde are aproximativ viteza c) decât în apă (unde are viteza c/n). Traiectoria cu linie punctată necesită un timp mai îndelungat, pentru că lumina petrece prea mult timp în apă.*

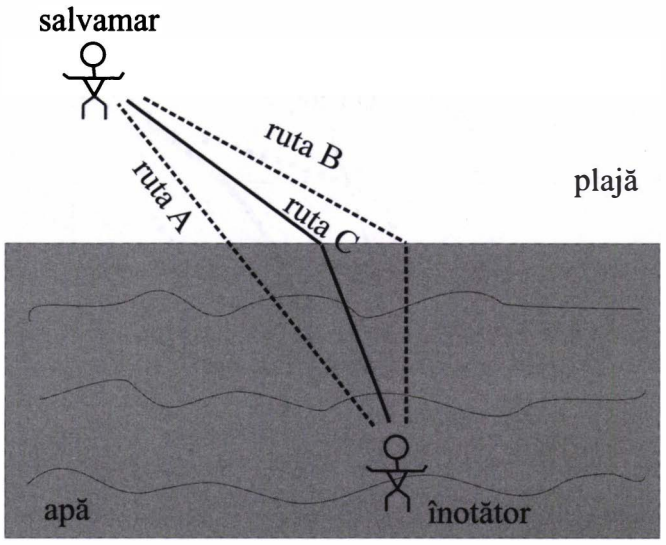

Figura 11.6: *Cum ajunge salvamarul cel mai repede unde trebuie să salveze un înotător? Dacă merge în linia dreaptă (ruta A), atunci trebuie să înoate mai mult în apă, iar aceasta îi va consuma din timp. Dacă merge până în dreptul înotătorului (ruta B), atunci se abate prea mult de la linia dreaptă. Așa cum instinctiv știe salvamarul, cea mai rapidă cale este să alerge ceva mai mult pe nisip și să se arunce în apă mai devreme (ruta C). Traiectoria rezultată seamănă cu refracția luminii.*

figura 11.5), și ca atare întreaga traiectorie a luminii va fi *curbată*. Acesta este și cazul aerului cald de deasupra asfaltului unei șosele, ce curbează atât de mult razele de lumină, încât mașinile din depărtare vor apărea reflectate în șosea.

Principiul lui Fermat ne spune că, în astfel de medii cu indice de refracție variabil, o rază de lumină circulă între două puncte spațiale în așa fel încât să *minimizeze* timpul necesar pentru a ajunge de la primul punct la al doilea. Ținând cont de definițiile din secțiunea precedentă, *acțiunea* acestui sistem fizic este *timpul* necesar luminii să ajungă de la un punct la celălalt. În imaginația noastră, lumina ar putea circula între două puncte pe o infinitate de căi, care mai de care mai curbe și mai întortocheate. Cu toate acestea, lumina alege să circule pe acea cale curbă care *minimizează* timpul de traversare, deci acțiunea. În acest sens, principiul lui Fermat este analog principiului minimei acțiuni.

Să observăm că principiul lui Fermat ne spune că lumina circulă pe o *linie dreaptă* atunci când indicele de refracție $n = const$ nu variază spațial. Căci, cu cât am alege o traiectorie mai curbată, cu atât luminii i-ar lua mai mult de la un punct la celălalt, deoarece viteza sa în mediu $v = c/n$ rămâne acum constantă. Numai circulând pe o linie dreaptă între punctul inițial și cel final poate lumina minimiza timpul între cele două puncte. Când însă indicele de refracție variază spațial $n = n(\mathbf{r})$, atunci ne așteptăm ca lumina să caute acele traiectorii pe care circulă mai repede $v(\mathbf{r}) = c/n(\mathbf{r})$, pentru a ajunge cât mai repede în evenimentul final. Aceste traiectorii vor fi curbe acum.

Un exemplu este *reflexia* luminii de către o oglindă (vezi figura 11.4). La urma urmei, de ce are loc această reflexie în așa fel încât unghiurile de incidență și de reflexie să fie *egale*? Principiul lui Fermat ne dă răspunsul: dacă lumina trebuie să plece de la primul punct, să se lovească de oglindă și apoi să ajungă la cel de-al doilea punct, atunci mișcarea cea mai rapidă care se poate imagina este cea pentru care unghiul de incidență este *egal* cu cel de reflexie (vezi figura 11.4).

Un alt exemplu este cel al *refracției* luminii. Așa cum am menționat, lumina are viteze *diferite* la trecerea prin medii diferite. De exemplu, lumina circulă mai încet prin apă decât prin aer. Să presupunem acum că ne interesează cum ajunge lumina de la un punct care este în aer, la un punct care este în apă, în mod special dacă punctul din apă nu se află exact sub cel din aer, față de suprafața apei (vezi figura 11.5).

Într-o primă instanță, ne-am aștepta ca lumina să circule pe o linie dreaptă între cele două puncte, linie dreaptă care intră deci *oblic* în apă. Cu toate acestea, să observăm că lumina circulă mai repede în aer decât în apă. Pentru a obține un timp și mai scurt, ar fi mai eficient ca lumina să circule o distanță mai lungă în aer și una mai scurtă în apă. Este exact ceea ce se și întâmplă în practică, unde traiectoria razei de lumină este compusă din două segmente care *nu* se află unul în prelungirea celuilalt. Pentru noi apare fenomenul de *refracție*: raza de lumină își schimbă brusc înclinarea la intrarea în apă. Rezultatul este vizibil dacă privim o lingură într-un pahar cu apă: lingura apare „îndoită" în punctul de contact.

Efectul de refracție este foarte asemănător cu un altul, care conține de asemenea un principiu de timp minim: cel prin care un *salvamar* trebuie să salveze un înotător din apă (vezi figura 11.6). Și aici, salvamarul trebuie să facă două lucruri: să alerge pe nisip și apoi să înoate. În mod normal, el aleargă mai repede pe nisip decât înoată. Într-o primă instanță, salvamarul ar putea alerga până în dreptul

celui care este gata să se înece și apoi să se arunce în apă și să înoate până la el.

El ar mai putea și să alerge pe o linie dreaptă care îl unește cu cel pe care vrea să-l salveze și, când ajunge la apă, să înoate restul de drum. În primul caz s-ar abate prea mult de la linia dreaptă, în cel de-al doilea caz ar înota prea mult în apă. Situația care minimizează timpul este una intermediară, în care salvamarul aleargă puțin diagonal pe plajă până ajunge la apă, după care înoată într-o direcție puțin diferită, direct către cel aflat în pericol (vezi figura 11.6).

Să remarcăm acum că, pentru exemplele de mai sus, *acțiunea* pe care o căutam este dată de *timpul parcurs* între punctul inițial A și cel final B. În cazul luminii, acțiunea (timpul parcurs) este minimă pentru traiectoria reală pe care o urmează lumina între cele două puncte, între toate celelalte traiectorii posibile. Pentru aceste sisteme putem aplica principiul minimei acțiuni.

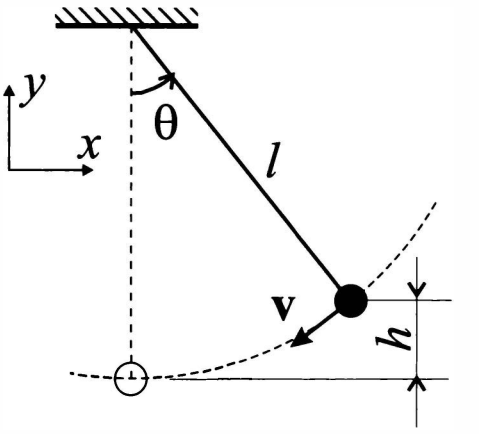

Figura 11.7: *În figură este reprezentat un pendul. La capătul brațului acestuia se află o bilă de masă m ce oscilează. În mecanica newtoniană poziția bilei este descrisă de două variabile x și y. În mecanica analitică, poziția bilei este descrisă de o singură variabilă: unghiul de înclinare θ al brațului. Ea reprezintă coordonata generalizată a sistemului.*

124. Mecanica analitică. Lagrangeanul unui sistem mecanic

În secțiunea 122 am introdus *principiul acțiunii minime.* Am menționat că el se aplică oricărui sistem fizic. Tot ce avem de făcut este să identificăm caracteristica sistemului care este minimă doar pentru evoluția reală (naturală), caracteristică ce poartă denumirea de *acțiune.* Odată știind care este acțiunea, vom calcula oricând evoluția reală a sistemului ca fiind acea evoluție ce minimizează acțiunea, între toate evoluțiile imaginabile, între o stare inițială și una finală.

A venit acum momentul să dăm mai multă substanță acestei aserțiuni și să introducem principiul acțiunii minime în mecanica newtoniană. Forma pe care o va lua noua descriere a mecanicii newtoniene poartă denumirea de *mecanică analitică.*

Mecanica analitică a fost introdusă la început pentru că simplifică analiza matematică. De exemplu, să luăm cazul pendulului ce are la capătul lui o mică bilă care oscilează (vezi figura 11.7). După cum se știe, frecvența naturală de oscilație a pendulului este o funcție numai de lungimea brațului și nu de amplitudinea oscilației. De aceea pendulul a fost folosit la început de Galileo pentru măsurarea timpului căci, dacă amplitudinea oscilației scade în timp, aceasta nu afectează puternic frecvența oscilației, și deci ceasurile nu rămân în urmă (pentru amplitudini nu prea mari ale oscilației).

În mod normal, după cum se vede din figura 11.7, ar trebui să descriem poziția bilei de la capătul pendulului prin două variabile, aflate în planul pendulului: înălțimea și poziția laterală a bilei. Ar părea astfel că, în mecanica newtoniană, trebuie să rezolvăm o problemă bidimensională pentru oscilația pendulului. Cu toate acestea, situația este mai simplă. Astfel, poziția unui pendul este dată numai de o singură variabilă, care poate fi aleasă unghiul său de înclinare. O astfel de variabilă se numește *coordonată generalizată* a sistemului. Aceasta pentru că ea singură va descrie întreaga configurație mecanică a sistemului.

Pentru orice sistem mecanic se pot defini astfel de *coordonate generalizate.* Ele reprezintă numărul minim de variabile ce definesc complet sistemul mecanic la un moment dat. Cu toate acestea, deși descriu situația sistemului la un moment dat, coordonatele generalizate nu ne spun și cum va *evolua* sistemul mecanic. De exemplu, în cazul pendulului, dacă știm că el este înclinat la un unghi de 45° nu înseamnă că vom ști în ce direcție va evolua el în următorul moment, sau unde va ajunge după o secundă. Cu alte cuvinte, coordonatele generalizate ne spun care este starea actuală a unui sistem, dar nu ne spun care va fi evoluția lui.

Pentru a studia evoluția unui sistem trebuie să mai introducem o noțiune nouă, cea de *viteze generalizate.* Ele nu sunt altceva decât variația în timp a coordonatelor generalizate. Atunci, cunoscând la un moment inițial nu numai *coordonatele generalizate*, dar și *vitezele generalizate*, și desigur legile de mișcare ale sistemului, putem afla evoluția completă a sistemului în viitor, dacă acesta este lăsat liber. În cazul pendulului, dacă știm nu numai că el se află la un unghi de 45°, dar și ce variație în timp are acest unghi (deci ce viteză unghiulară are bila) vom afla și în ce direcție va oscila pendulul și care va fi înclinația peste o secundă, dacă îl lăsăm liber între timp.

Desigur însă, putem calcula evoluția sistemului mecanic cu ajutorul coordonatelor generalizate și vitezelor generalizate numai dacă știm *legile de mișcare* ale sistemului, care sunt în esență legile newtoniene. Am vrea însă să descriem acum această evoluție cu ajutorul *principiului acțiunii minime.*

De aceea, conform celor discutate în secțiunea precedentă, trebuie să identificăm *acțiunea* pentru un sistem mecanic newtonian.

Sarcina aceasta a fost îndeplinită cu succes de fizicieni, printre care Joseph-Louis Lagrange (1736-1813) a jucat un rol proeminent. El a arătat că *acțiunea S* pentru un sistem

mecanic este suma de-a lungul evoluției a unei mărimi care astăzi îi poartă numele și care se numește *lagrangean*, fiind notată cu L.

Lagrangeanul are de cele mai multe ori o formă simplă, el fiind *diferența* dintre energia cinetică a sistemului și cea potențială. Cum acest lucru este important, să încercăm să-l punem într-un chenar:

Principiul actiunii minime:

Pentru evoluția unui sistem mecanic, acțiunea S este dată de valoarea unei mărimi însumate de-a lungul acelei evoluții, mărime ce se numește lagrangean $L(t)$. Dacă notăm cu T timpul final, avem:

$$S = \int_0^T L(t)dt$$

De cele mai multe ori, lagrangeanul $L(t)$ al sistemului la un moment dat t este *diferența* dintre energia cinetică E_c și cea potențială E_p:

$$L(t) = E_c(t) - E_p(t)$$

Acțiunea S este minimă pentru evoluția reală a sistemului între două configurații date.

În cazul pendulului, la orice moment de timp t al unei evoluții ar trebui să calculăm *energia cinetică* $E_c(t)$ a bilei (dată de viteza sa de mișcare la acel moment t), apoi *energia sa potențială* E_p (dată de înălțimea la care se află atunci), să *scădem* cele două valori și vom obține apoi lagrangeanul $L(t) = E_c(t) - E_p(t)$ la acel moment. Să remarcăm că *scădem* cele două valori, nu le adunăm, căci altfel am fi obținut energia totală.

Însumând apoi toate aceste valori ale lagrangeanului $L(t)$, pentru întreaga evoluție reală sau imaginară aleasă a sistemului (deci pentru toți timpii t ai evoluției, de la început până la sfârșit) vom obține *acțiunea* S pentru acea evoluție. Această acțiune S este cea care ia valori minime pentru traiectoria reală a bilei pendulului, între două situații, inițială și finală bine definite.

În calcule, trebuie să exprimăm lagrangeanul (și deci diferența dintre energia cinetică și cea potențială) în funcție de *coordonata generalizată* θ a pendulului și de variația sa în timp $\dot{\theta} = d\theta(t)/dt$, *viteza generalizată*. Să remarcăm că în acest tip de calcule folosim atât coordonata generalizată (prin energia potențială), cât și viteza generalizată (prin energia cinetică, care este funcție de viteza bilei). Forma lagrangeanului pentru cazul pendulului este detaliată în căsuța matematică alăturată.

Calcul: *Acțiunea unui pendul*

Acțiunea S pentru o evoluție oarecare (reală sau imaginată) a unui sistem mecanic se scrie ca integrala lagrangeanului L pentru acea evoluție, între o situație inițială la momentul t_1 și alta la momentul final t_2. Pentru un pendul ea are forma următoare:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L(\theta, \dot{\theta})dt$$

Aici *coordonata generalizată* este unghiul pendulului $\theta = \theta(t)$, iar *viteza generalizată* este variația sa în timp $\dot{\theta} = d\theta(t)/dt$. Lagrangeanul este dat de *diferența* dintre energia cinetică și cea potențială:

$$L(\theta, \dot{\theta}) = E_c - E_p = \frac{mv^2}{2} - mgh =$$
$$= \frac{ml^2\dot{\theta}^2}{2} - mgl(1 - \cos\theta)$$

Aici m este masa bilei, g accelerația gravitațională, iar l lungimea pendulului (vezi figura 11.7).

Lagrangeanul $L(\theta, \dot{\theta})$ trebuie citit ca o *funcție analitică* atât de coordonata generalizată θ cât și de viteza generalizată $\dot{\theta}$. La fiecare moment t din evoluția $\theta(t)$ considerată calculăm mai întâi coordonata generalizată $\theta = \theta(t)$ și viteza generalizată $\dot{\theta} = \dot{\theta}(t)$, apoi înlocuim aceste două numere obținute în forma analitică a funcției $L(\theta, \dot{\theta})$ pentru a afla valoarea lagrangeanului la momentul t.

Este remarcabil că fizicienii au reușit să găsească acțiunea S cu ajutorul căreia putem calcula evoluția unui sistem folosind principiul acțiunii minime. Iar această *acțiune* S chiar nu are o formă complexă: ea este însumarea de-a lungul evoluției a lagrangeanului L, care, la rândul lui, este *diferența* dintre energia cinetică și cea potențială a sistemului, la fiecare moment de timp. Acțiunea aceasta S va fi minimă pentru evoluția reală a sistemului, atunci când o vom compara cu toate evoluțiile care pot fi imaginate între aceleași stări inițiale și finale (vezi figura 11.8).

Astfel, alegem o stare inițială a sistemului, care poate fi un ansamblu de particule sau o singură particulă. Apoi alegem și o stare finală a aceluiași sistem, la un moment de timp bine definit. Ne întrebăm atunci dacă sistemul este „aruncat" din starea inițială, în așa fel încât să ajungă în starea finală exact la momentul dorit, ce fel de evoluție va avea el între timp, dacă nu este perturbat? Evoluția aceasta, cea reală dintre celelalte care ar putea fi imaginate, este cea pentru care acțiunea (așa cum a fost definită mai sus) este minimă. Tot ce va urma în acest capitol este explicitarea acestui rezultat și aplicarea sa la sisteme din ce în ce mai complexe, cum ar fi câmpul electromagnetic.

Rezultatul de mai sus este nu numai simplu, dar și elegant. Este de mirare că el conduce la evoluția corectă a sistemelor newtoniene. De ar fi tocmai acțiunea S de forma de mai sus minimă? Așa cum vom argumenta în secțiunea 205, pentru o particulă în câmp gravitational, forma aceasta este o consecință a teoriei relativității generale. Pâna atunci să arătăm în căsuța matematică următoare că, în cazul mișcarii unui corp punctiform într-un câmp gravitațional, acțiunea S de forma de mai sus este într-adevăr *minimă* pe traiectoria reală.

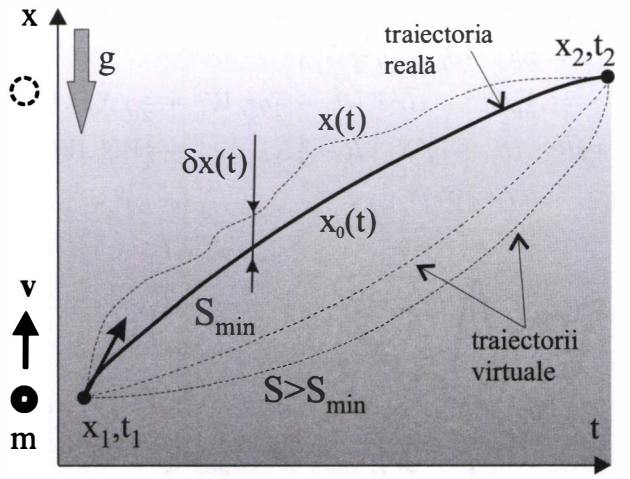

Figura 11.8: *În stânga este reprezentat în spațiu-timp un corp de masă m care, în poziția x_1 și la momentul t_1, este aruncat în sus (în câmp gravitațional) în așa fel încât el să ajungă în poziția x_2 exact la momentul t_2. Traiectoria reală $x_0(t)$ pe care corpul o va urma în această mișcare este desenată cu o linie groasă. Pe aceasta, acțiunea S va fi minimă față de toate traiectoriile care pot fi imaginate între evenimentul inițial și cel final. Cu $x(t)$ este reprezentată o traiectorie care se abate puțin de la traiectoria reală. Schița este o altă reprezentare a figurii 11.3.*

Calcul: ***Acțiunea în câmp gravitațional***

Cu referire la figura 11.8, să încercăm să arătăm că traiectoria pentru care acțiunea S este minimă este chiar traiectoria reală, între toate traiectoriile care se pot imagina între situația inițială și cea finală. Avem situația unui corp de masă m aruncat direct în sus, la momentul $t = 0$, când se află la înălțimea x_1. Ne interesează cum trebuie să aruncăm corpul și ce traiectorie va avea el pentru a ajunge la înălțimea x_2 în momentul T. Traiectoria aceasta o vom nota cu $x_0(t)$.

Pentru început, să considerăm că corpul se deplasează pe o traiectorie imaginară $x(t)$ puțin diferită de cea reală $x_0(t)$. Chiar dacă acesta se deplasează pe o traiectorie imaginară, lagrangeanul $L(t)$ este dat tot de diferența dintre energia cinetică și cea potențială pe acea traiectorie imaginară $x(t)$:

$$L(t) = E_c(t) - E_p(t) = \frac{mv(t)^2}{2} - mg \cdot x(t)$$

Să notăm viteza cu

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \dot{x}(t)$$

Acțiunea S pe traiectoria imaginară $x(t)$ este dată de suma (integrala) lagrangeanului $L(t)$ pe acea evoluție. Să considerăm că începutul mișcării are loc la $t_1 = 0$ și că momentul final este $t_2 = T$. Avem atunci:

$$S = \int_0^T L(t)dt = \int_0^T \left[\frac{m}{2}\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 - mgx\right] dt$$

Integrala aceasta se calculează știind evoluția $x = x(t)$ pe acea traiectorie virtuală. Să considerăm acum diferența $\delta S = S - S_0$ între acțiunea S pe traiectoria imaginară $x(t)$ și acțiunea S_0 de pe traiectoria reală $x_0(t)$:

$$\delta S = S - S_0 = m\int_0^T \left(\frac{(\dot{x})^2}{2} - gx - \frac{(\dot{x_0})^2}{2} + gx_0\right) dt$$

Mai departe, să scriem diferența dintre evoluția pe traiectoria imaginară $x(t)$ și cea reală $x_0(t)$ ca:

$$x(t) = x_0(t) + \delta x(t); \quad \Rightarrow \quad \dot{\delta x} = \frac{d(\delta x)}{dt} = \dot{x} - \dot{x_0}$$

Aici $\delta x(t)$ este o *funcție* oarecare cu valori apropiate de zero la fiecare moment de timp. Înlocuind prima relație, vom avea:

$$\delta S = m\int_0^T \left(\frac{\dot{x_0}^2 + 2\dot{x_0}\dot{\delta x} + (\dot{\delta x})^2 - \dot{x_0}^2}{2} - g\delta x\right) dt$$
$$= m\int_0^T \left(\dot{x_0}\dot{\delta x} + \frac{(\dot{\delta x})^2}{2} - g\delta x\right) dt$$

Primul termen îl vom calcula separat folosind metoda integrării prin părți:

$$\int_0^T \dot{x_0}\dot{\delta x}dt = \int_0^T \dot{x_0}\frac{d}{dt}(\delta x)\, dt =$$
$$= (\dot{x_0}\delta x)\Big|_0^T - \int_0^T \frac{d}{dt}(\dot{x_0})\,\delta x dt = 0 - \int_0^T \ddot{x_0}\delta x dt$$

După cum vedem mai sus, un termen din relație a dispărut, pentru că funcția $\delta x(t)$ are valori nule pentru $t = 0$ și $t = T$, deoarece toate traiectoriile imaginare care deviază cu $\delta x(t)$ încep și sfârșesc din aceeași poziție $\delta x(0) = \delta x(T) = 0$. Înlocuind rezultatul în valoarea lui δS obținem:

$$\delta S = m\int_0^T \left[-\ddot{x_0}\delta x + \frac{(\dot{\delta x})^2}{2} - g\delta x\right] dt =$$
$$= m\int_0^T \left[-(\ddot{x_0}+g)\delta x + \frac{(\dot{\delta x})^2}{2}\right] dt = m\int_0^T \frac{(\dot{\delta x})^2}{2} dt \geq 0$$

În relația de mai sus am folosit faptul că traiectoria $x_0(t)$ este cea *reală*, pentru care mișcarea este accelerată $m\ddot{x_0} = -mg$. După cum vedem, traiectoria imaginară cu o deviație oarecare δx are o acțiune S mai mare decât acțiunea S_0 a traiectoriei reale ($\delta S = S - S_0 \geq 0$), așa cum am menționat la început.

De remarcat că putem folosi și deducția inversă, adică ajunge la concluzia că mișcarea trebuie să aibă loc cu $m\ddot{x_0} = -mg$ pe traiectoria de acțiune minimă. Această metodă se poate folosi pentru deducerea ecuațiilor Euler-Lagrange din secțiunea 125.

Deși lagrangeanul este de cele mai multe ori dat de diferența dintre energia cinetică și cea potențială, acest lucru nu este în general valabil. Există cazuri în care cele două energii nu pot fi definite precis (în relativitatea restrânsă, de exemplu), dar în care totuși se poate defini un lagrangean corect. În general, nu există o rețetă ce funcționează mereu, iar fizicienii trebuie să-și folosească de multe ori imaginația pentru a afla forma corectă a lagrangeanului pentru un sistem oarecare.

Lagrangeanul va descrie întotdeauna *întregul sistem*, căci din el se obține acțiunea S pentru orice evoluție imaginară, prin însumarea (integrarea) lagrangeanului de-a lungul evoluției. Putem afla atunci oricând evoluția reală, între două configurații, inițială și finală date, alegând acea evoluție pentru care acțiunea S este minimă. De aceea, cunoașterea sistemului este conținută acum direct în *lagrangean*. El va fi noțiunea ultimă pe care o căutam, pentru orice sistem studiat.

În discuțiile ce urmează vom folosi lagrangeanul pentru a descrie nu numai sisteme mecanice, dar și sisteme cuantice, chiar universul în întregul lui. Tot ce avem de făcut este să identificăm *coordonatele generalizate* și să scriem forma corectă a *lagrangeanului*. Apoi obținem prin însumarea acestuia de-a lungul evoluției *acțiunea*, și putem aplica principiul acțiunii minime pentru a afla evoluția reală.

Astfel, se poate descrie tot câmpul electromagnetic cu un singur lagrangean, câmpul cuantic al quarcilor cu un alt lagrangean etc. La sfârșit, se poate scrie un singur lagrangean care descrie *tot universul* așa cum îl știm. Cunoșterea universului se reduce atunci la cunoașterea acestui lagrangean ultim (vezi figura 11.9).

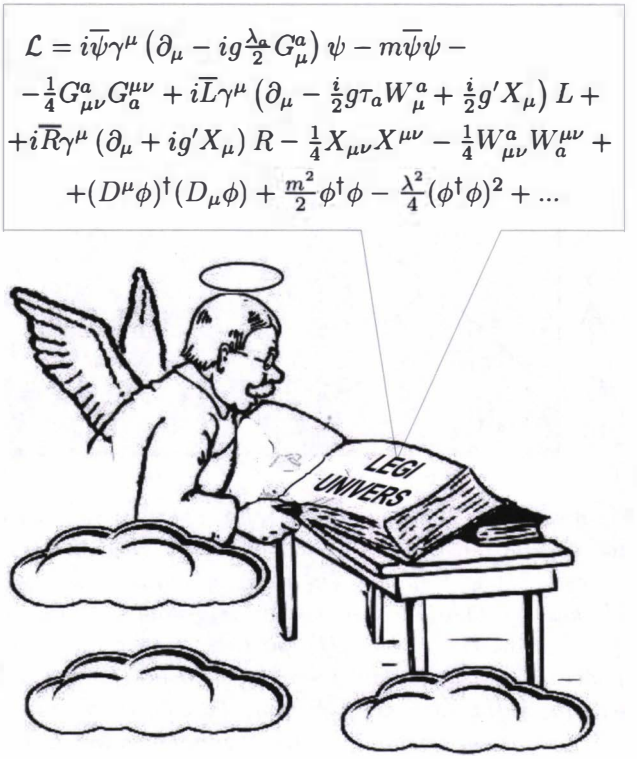

Figura 11.9: *Pentru fizicieni, cunoașterea universului înseamnă descoperirea densității de lagrangean $\mathcal{L}$ ce descrie totalitatea câmpurilor cuantice ale particulelor.*

Odată ce știm lagrangeanul L al unui sistem mecanic, putem oricând calcula acțiunea S pe orice evoluție a sistemului, însumând valoarea lagrangeanului pe acea evoluție. Comform principiului acțiunii minime, evoluția reală va avea acțiunea minimă între toate evoluțiile imaginare (care se mai denumesc și virtuale) ce pot fi definite între o stare inițială și una finală (vezi figura 11.8).

Am ajuns acum într-un punct important al acestei secțiuni, cel în care trebuie să detaliem ce înțelegem prin „stare inițială" și „stare finală". Astfel, prin evoluții cu aceeași „stare inițială" înțelegem evoluțiile care au aceleași *coordonate generalizate* de început, la același *moment de timp* inițial. Prin aceeași „stare finală" vrem să spunem că evoluțiile virtuale au aceleași coordonate generalizate la sfârșit, la *același* moment de timp final.

Într-o altă reprezentare, ne vom imagina starea *inițială* a unui sistem oarecare. Atunci facem o fotografie, după care sistemul poate evolua în multe feluri, fără ca noi să știm în care. La sfârșit mai facem o fotografie, deci știm cel puțin unde a ajuns sistemul la momentul respectiv. Care este însă evoluția intermediară a sistemului? Pe unde a luat-o sistemul ca să ajungă acolo unde l-am fotografiat în final? Principiul acțiunii minime ne spune că, din infinitatea de căi virtuale pe care ar fi putut evolua sistemul, el a mers de fapt pe cea pentru care acțiunea este *minimă*. Vom fi siguri de asta, fără să ne uităm la sistem.

În cazul pendulului, ne putem imagina două traiectorii virtuale astfel: una în care îi dăm un brânci pendulului și el vine după o secundă jos (aceasta ar fi în același timp și o traiectorie reală) și alta în care dăm drumul pendulului din același loc de sus, el cade un sfert de secundă, stă o jumătate de secundă ireal în aer și apoi cade în următorul sfert de secundă în locul de jos. Ambele traiectorii au aceleași momente de timp și poziții inițiale, ca și aceleași momente de timp și poziții finale.

Principiul acțiunii minime ne spune că, dintre toate aceste traiectorii cu același început și cu același sfârșit, traiectoria reală este cea pentru care acțiunea este *minimă*. Deci, pentru a calcula evoluția în timp a unui sistem, trebuie să calculăm acțiunea pentru toate evoluțiile *virtuale* imaginabile și s-o alegem pe cea cu acțiunea minimă: ea va fi tocmai evoluția *reală* a sistemului.

Calcul: *Forma generală a acțiunii*

În cazul general, *acțiunea* S pentru o evoluție a sistemului se obține integrând lagrangeanul L de-a lungul acelei evoluții, între momentul inițial t_1 și cel final t_2. Dacă θ_i sunt coordonatele generalizate ($i = 1, 2, \ldots, n$), acțiunea S este:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L(\theta_1 \ldots \theta_n, \dot{\theta}_1 \ldots \dot{\theta}_n, t)dt$$

Această acțiune se calculează pentru *orice* evoluție imaginabilă $\theta_i(t)$ a sistemului.

Pentru evoluția reală, acțiunea S de mai sus este un *extrem* (de cele mai multe ori un minim), între toate evoluțiile imaginabile care au același început și același sfârșit.

Să ne uităm acum mai atent la traiectoria reală exemplificată în figura 11.8. Pe această traiectorie corpul este lăsat să meargă liber, neperturbat, dar asta nu înseamnă că el a fost în repaus la început! Ea este traiectoria pe care o urmează liber un corp între evenimentele inițial și final, dar, pentru a ajunge în poziția finală exact la momentul dorit, corpul a trebuie să fie „lansat" la început cu o viteză potrivită, pentru ca să nu ajungă acolo nici mai devreme nici mai târziu. Așa cum este prezentat în figura 11.8, corpul a *primit* de fapt un impuls inițial pentru a se deplasa în direcția dorită, în așa fel încât să ajungă în starea finală în care îl găsim. Practic, există însă o singură manieră de „lansare" ce face corpul să ajungă la x_2 în momentul t_2, satisfăcând legile fizicii, conducând la traiectoria reală.

De aceea trebuie să fim foarte atenți la acest aspect. În mecanica analitică ne întrebăm cum evoluează un sistem între o stare inițială și alta finală dată, însă, pentru ca sistemul să ajungă acolo, sistemul trebuie „lansat" în starea inițială cu vitezele potrivite. Este bine să ne reamintim mereu că nu lăsăm sistemul în repaus în starea inițială, ci de fapt îl „aruncăm", îl „lansăm" din starea inițială cu anumite *viteze generalizate* pentru ca el să ajungă în starea finală dorită, exact la timpul dorit, fiind liber și neperturbat doar între timp. Traiectoria aceasta este cea pe care o vom calcula cu principiul acțiunii minime.

Să zicem că cineva ne dă starea inițială și finală a sistemului, ca și momentul de timp când el vrea ca starea finală să fie atinsă. Noi punem mâna pe creion, calculăm evoluția reală pe care o poate avea sistemul între cele două stări, în așa fel încât să plece din starea inițială și să ajungă în cea finală exact la momentul dorit. Desigur, folosim principiul acțiunii minime. Apoi îi putem înmâna prietenenului nostru rezultatul evoluției și, ca un bonus, și vitezele generalizate ale sistemului în momentul de început. În felul acesta el va ști să „lanseze" sistemul în starea inițială așa încât să ajungă în starea finală la momentul dorit.

Să menționăm acum că noi am detaliat numai lagrangeanul unei singure particule. În practică însă, putem construi un lagrangean atât pentru un ansamblu de particule, cât și pentru pentru câmpuri ce se întind de la un capăt la celălalt al universului (cum este câmpul electromagnetic). Cunoasterea universului se reduce apoi la cunoașterea formelor acestor lagrangeni asociați câmpurilor (vezi figura 11.9).

În finalul secțiunii să spunem câteva cuvinte despre Joseph-Louis Lagrange. Astfel, familia lui Lagrange era foarte bogată. Străbunicul său a venit din Franța și a intrat în slujba contelui de Savoia. Dar deja la nașterea lui Lagrange, tatăl său a pierdut în speculații întreaga avere. Lagrange obișnuia să spună peste ani: „Dacă aș fi fost bogat, cu siguranță n-aș fi realizat așa multe în matematică; și în ce alt domeniu aș fi putut atinge aceleași rezultate?"

De fapt, până la 17 ani el n-a arătat nici un interes pentru matematică, dar, absolut întâmplător, a descoperit atunci cartea lui Edmund Halley (1656-1742) despre utilitatea metodelor analitice în rezolvarea problemelor optice. Singur, fără ajutor, a refăcut toate calculele din carte și, la doar 19 ani, era numit lector la Școala de Artilerie din Torino.

În anul 1755, cunoscutul matematician Leonhard Euler (1707-1783) primește o scrisoare de la tânărul Lagrange. Pentru că existau puține reviste de specialitate, acestea se publicau cu mari întârzieri și presupuneau cheltuieli financiare apreciabile, iar corespondența dintre savanți era mijlocul cel mai rapid și ieftin prin care erau difuzate descoperirile.

În acea vreme calculul diferențial era deja bine fundamentat datorită lui Isaac Newton și Gottfried Leibniz (1646-1716). Una dintre problemele care puteau fi acum eficient rezolvate era găsirea minimului sau maximului (extrem) al unei funcții de o singură variabilă $f(x)$. Aceasta se făcea prin calculul derivatei funcției, și anume rezolvarea ecuației $f'(x) = 0$.

Marii matematicieni ai vremii încercau să rezolve aceleași probleme pentru funcții f care nu depindeau de o variabilă x, ci de o curbă, care se numeau *funcționale*. De exemplu, o problemă consta în aflarea drumului dintre două puncte pentru care lungimea drumului este minimă. Aceasta este și problema matematică a firului elastic căci, dacă știm că trebuie minimizăm lungimea între două puncte, cum putem calcula forma pe care firul elastic o va lua? De exemplu, care este forma curbei de lungime minimă când ea este constrânsă să se afle pe o suprafață neplană? În acest caz, vedem că *acțiunea* atașată sistemului (lungimea corzii) este o funcție care depinde de felul în care este curbat firul elastic. Avem de-a face deci cu o *funcțională*.

Lagrange, deși foarte tânăr, a avut intuiția să aplice calcul diferențial la acest nou domeniu al funcționalelor. El va scrie ecuațiile ce-i vor purta numele cu ajutorul cărora se poate calcula minimul căutat. În acest fel el va descoperi *calculul variațional*, analogul calculului diferențial pentru funcționale. Calculul va fi dezvoltat mai departe de Euler, care a fost foarte impresionat de rezultatele obținute de Lagrange.

În final, Euler și Lagrange au rezolvat problema matematică, cea în care se știe *acțiunea* sistemului și se dorește să se afle traiectoria reală, cea care minimizează acțiunea. Astfel, nu trebuie să desenăm toate traiectoriile imaginare și să calculăm acțiunea pe fiecare dintre ele pentru a afla pe care evoluție este aceasta minimă. După cum vom vedea în secțiunea următoare, putem folosi așa-numitele *ecuații Euler-Lagrange*, care ne vor da evoluția reală. Ele vor fi desigur *echivalente* cu ecuațiile clasice din mecanica newtoniană.

125. Ecuațiile Euler-Lagrange pentru un sistem mecanic

Așa cum am menționat în secțiunea precedentă, folosirea principiului acțiunii minime conduce la o descriere echivalentă a mecanicii, numită *mecanică analitică*. Aici nu mai trebuie să rezolvăm ecuațiile lui Newton pentru evoluția sistemului, ci trebuie să construim *acțiunea* S a sistemului, cu ajutorul *lagrangeanului* L. Apoi trebuie să identificăm evoluția reală a sistemului ca fiind acea evoluție a sa care minimizează acțiunea, între stări inițială și finală date. În acest fel vom găsi *vitezele generalizate* de început

cu care sistemul trebuie să fie „lansat" din starea inițială, în așa fel încât el să ajungă în starea finală aleasă de noi, exact la momentul dorit.

De fapt, pentru a fi preciși, trebuie să spunem că acțiunea este un *extrem* pe traiectoria reală (adică fie minim, fie maxim). Cu toate acestea, în cele mai multe cazuri, ea este un minim, de unde numele încetățenit de *principiul acțiunii minime*. Acest principiu poate fi aplicat între *oricare* două situații inițială și finală. El se reduce atunci la reconstruirea evoluției reale pe care poate merge sistemul între cele două situații alese.

În cazul pendulului din figura 11.7, ne putem imagina o traiectorie *virtuală* în care pendulul (deși își păstrează aceeași lungime) coboară numai puțin și apoi urcă ireal înapoi. Sau alta în care pendulul merge încet, apoi se oprește brusc și stă singur în aer, așa, fără să-l țină nimeni, din nou ca în desenele animate. Denumirea de „virtual" ne amintește mereu că avem de-a face și cu traiectorii care nu pot avea soluție clasică și încalcă legile fizicii, deși acestea includ și traiectoriile reale, cele pe care sistemul va evolua conform ecuațiilor newtoniene. Pe de altă parte, ne pregătim deja cu denumirea pentru *metoda lui Feynman* de interpretare a mecanicii cuantice, acolo unde evoluțiile virtuale vor juca un rol major.

Desigur, este remarcabil că regulile de mai sus conduc la aceeași traiectorie reală ca și ecuațiile lui Newton. Aceasta este posibil deoarece lagrangeanul e legat de mecanica newtoniană prin intermediul energiei cinetice și potențiale. Principiul acțiunii minime conduce la aceleași rezultate ca și mecanica lui Newton în toate cazurile, dar este de multe ori mult mai elegant. Remarcăm de exemplu *absența* forței în mecanica analitică, forță care în mecanica newtoniană era un element important de legătură dintre acțiune și mișcare.

Pe de altă parte, principiul acțiunii minime pare paradoxal: cum „știe" sistemul să aleagă traiectoria ce minimizează acțiunea sau, mai bine spus, cum „știe" sistemul *de la început* care este întreaga traiectorie pe care va evolua? Astfel, mecanica analitică nu pare a fi o teorie locală, precum mecanica newtoniană, deoarece trebuie să calculăm mai întâi toate traiectoriile posibile și *apoi* să decidem care dintre ele este cea pe care sistemul o va urma. Cu alte cuvinte, sistemul mecanic parcă trebuie să „se uite în viitor" pentru a decide pe unde poate merge. Pe de altă parte, în mecanica newtoniană, fiecare decizie este *momentană* și instantanee, căci aici forța ce acționează asupra unei particule determină accelerația ei și deci direcția în care ea urmează să se miște.

Cu toate acestea, paradoxul de mai sus este numai aparent. Căci, dacă acțiunea este minimă pentru orice traiectorie reală, înseamnă că ea este minimă pe orice traiectorie *infinitezimală*! Or aceasta conduce la o interpretare locală a principiului acțiunii minime. Situația este asemănătoare cu cea a firului elastic, care își minimizează lungimea totală deoarece fiecare bucățică a sa încearcă să-și minimizeze local lungimea.

Caracterul local al principiului acțiunii minime se regăsește în *problema matematică* ce trebuie rezolvată. Astfel, am menționat că evoluția reală a sistemului este cea pentru care acțiunea este minimă. Cum însă să *calculăm* această evoluție dintre miliardele de evoluții care pot fi imaginate? Chiar trebuie să măsurăm acțiunea pentru toate evoluțiile imaginabile pentru ca apoi să vedem care este acțiunea minimă?

Din fericire, nu trebuie să facem acest lucru. Astfel, așa cum am discutat în secțiunea precedentă, Lagrange și Euler au rezolvat problema matematică pentru noi. Ei au descoperit niște ecuații pentru lagrangean, ecuații care le poartă numele: *ecuațiile Euler-Lagrange*. Aceste ecuații ne vor spune, știind lagrangeanul, cum să determinăm evoluția de acțiune minimă (deci cea reală).

În acest fel, nu trebuie să calculăm neapărat acțiunea pentru toate evoluțiile imaginabile, ci putem rezolva ecuațiile Euler-Lagrange pentru a afla evoluția reală. Ele determină în fiecare moment cum evoluează sistemul, precum ecuațiile lui Newton. În plus, ecuațiile au și avantajul că sunt *locale*, și din acest punct de vedere mai intuitive. Desigur, ecuațiile Euler-Lagrange sunt *echivalente* cu ecuațiile de mișcare newtoniene, pentru că ambele conduc la aceleași rezultate.

Nu vom arăta aici cum se deduc ecuațiile Euler-Lagrange din principiul acțiunii minime, deși acesta este un exercițiu frumos pentru cei ce iubesc matematica. Pentru cine este interesat de forma ecuațiilor Euler-Lagrange am adăugat o căsuță matematică în text. Vom spune totuși că ecuațiile Euler-Lagrange scot în evidență, printre altele, unele mărimi care rămân *constante* în evoluția sistemului.

O astfel de mărime este, de exemplu, *energia totală* a sistemului, sau *impulsul* unui corp liber, care se conservă în timpul mișcării. Cu alte cuvinte, ecuațiile Euler-Lagrange sunt utile nu numai în aflarea traiectoriei sistemului, dar și în vizualizarea unor elemente extrem de folositoare, de exemplu, anumite legi de conservare.

Calcul: *Ecuațiile Euler-Langrange*

Pentru *fiecare* coordonată generalizată (de exemplu, θ) există câte o ecuație Euler-Lagrange care are forma următoare:

$$\boxed{\frac{\partial L}{\partial \theta} - \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = 0}$$

Aici lagrangeanul $L = L(\theta, \dot{\theta})$ este o *funcție analitică* atât de coordonata generalizată θ, cât și de viteza generalizată $\dot{\theta} = d\theta/dt$, de aceea derivarea parțială ∂ se face în raport cu aceste două mărimi, văzute ca *variabile separate*.

În cazul pendulului introdus în figura 11.7 avem numai o coordonată generalizată, unghiul de înclinare θ. Folosind lagrangeanul pentru pendul introdus în secțiunea precedentă, obținem:

$$L(\theta, \dot{\theta}) = \frac{ml^2\dot{\theta}^2}{2} - mgl(1 - \cos\theta)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = -mgl\sin\theta \qquad \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = ml^2\dot{\theta}$$

Remarcăm mai sus derivarea la mărimile θ și $\dot{\theta}$, care sunt văzute în formula $L(\theta, \dot{\theta})$ ca niște *simboluri pure*. Cu alte cuvinte, nu trebuie să ne imaginăm în formula lagrangeanului $L(\theta, \dot{\theta})$ că θ și $\dot{\theta}$ sunt funcții de timp, ci

doar niște *simboluri*, niște variabile independente una de cealaltă, la care putem deriva.

Pentru a fi mai clari asupra acestui punct, crucial în tot ceea ce urmează pentru cei ce vor citi ecuațiile, vom face substituția $\theta \to x$ și $\dot{\theta} \to y$. Avem

$$L(\theta, \dot{\theta}) = L(x, y) = \frac{ml^2y^2}{2} - mgl(1 - \cos x)$$
$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = \frac{\partial L}{\partial x} = -mgl \sin x = -mgl \sin \theta$$
$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = \frac{\partial L}{\partial y} = ml^2 y = ml^2 \dot{\theta}$$

După ce înlocuim rezultatele derivatelor în ecuația lui Euler-Lagrange, obținem:

$$-mgl \sin \theta - \frac{d}{dt}\left(ml^2\dot{\theta}\right) = 0$$

Abia *după* ce am înlocuit derivatele lagrangeanului în ecuația Lagrange ne putem readuce aminte că θ și $\dot{\theta}$ sunt de fapt niște *funcții de timp* $\theta = \theta(t)$ și $\dot{\theta} = \dot{\theta}(t)$ în ecuațiile rezultate. Aceste funcții, odată identificate în urma rezolvării ecuațiilor, vor descrie *evoluția reală* a sistemului. De exemplu, ecuația precedentă conduce la

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{l}\sin\theta$$
$$\theta(t) = A \sin\left(\sqrt{\frac{g}{l}}t + \phi\right)$$

ceea ce înseamnă că perioada oscilației este $T = 2\pi\sqrt{l/g}$, care este același rezultat din mecanica newtoniană și depinde doar de lungimea pendulului. Surpriza nu trebuie să fie mare, dacă remarcăm la o privire mai atentă că relația de mai sus nu este altceva decât legea a doua a lui Newton într-o nouă formulare.

Să remarcăm acum câteva dintre implicațiile „filozofice" mai profunde pe care le scoate în evidență noua abordare a mecanicii newtoniene, și anume mecanica analitică. Astfel, am găsit o formulare matematică *diferită* a mecanicii newtoniene, care conduce însă la aceleași rezultate. Ea nu folosește în mod direct noțiunea de forță, iar acest fapt ne va face sceptici în a atribui o existență „reală" forței. Cel mai probabil nu avem săgeți în fiecare punct din spațiu, care ar fi „forța", și pe care le putem atinge, de care ne putem înțepa. Forța este doar un *instrument* matematic de descriere a universului, o reprezentare a relațiilor dintre obiectele ce fac parte din univers.

De fapt, din moment ce atât *mecanica newtoniană* (cu forțe), cât și *mecanica analitică* (cu lagrangeanul și cu acțiunea ei) ne dau aceleași rezultate, ele descriu la fel de bine ceea ce noi numim realitatea. Ce *este* însă atunci realitatea? Pentru siguranță, vom considera realitate numai rezultatele prezise, măsurabile, ale unui experiment și nu toate obiectele matematice intermediare (ca forța, viteza, lagrangeanul etc.).

Desigur însă, un model matematic este mai eficient decât altul și poate scoate la iveală proprietăți ascunse, cum ar fi conservarea energiei. De aceea este bine, în general, să cunoaștem mai multe modele matematice ce descriu același experiment.

În final, să recapitulăm pașii esențiali pe care trebuie să-i urmăm dacă vrem să descriem evoluția unui sistem cu ajutorul *principiului acțiunii minime:*

1. Pentru un sistem clasic oarecare trebuie să identificăm gradele sale de libertate. Coordonatele care identifică aceste grade de libertate le vom numi *coordonate generalizate*, iar variațiile lor în timp le vom numi *viteze generalizate.*

2. Pe baza coordonatelor generalizate și a vitezelor generalizate construim *lagrangeanul* sistemului. El descrie complet comportarea sistemului. În general, lagrangeanul este dat de *diferența* dintre energia cinetică și energia potențială a sistemului (atenție, nu suma lor, care este energia totală a sistemului!).

3. Construim un set de evoluții virtuale (deci tot felul de evoluții trăsnite și nerealiste, de desene animate) care încep toate în același moment de timp și din aceeași stare inițială, și sfârșesc toate în aceeași stare finală la același moment de timp (vezi figura 11.8).

4. Calculăm *acțiunea* pe orice evoluție (virtuală sau reală) ca fiind suma (sau, matematic vorbind, *integrala*) lagrangeanului pe acea evoluție. Dintre toate evoluțiile imaginabile, cea *reală* (cea care satisface ecuațiile newtoniene) este cea pentru care acțiunea este *minimă*. Desigur, pentru a ajunge în starea finală la timpul dorit și a urmări această evoluție reală, sistemul trebuie „lansat" cu parametrii corespunzători.

5. Alternativ, putem folosi *ecuațiile Euler-Lagrange* pentru a afla evoluția sistemului. Ele utilizează lagrangeanul sistemului și sunt echivalente cu ecuațiile clasice ale mecanicii newtoniene.

126. Sisteme cuplate în mecanica analitică

Principiul acțiunii minime se aplică *oricărui* sistem clasic, tot ce trebuie să facem este să identificăm corect mărimea numită *acțiune* (cea care este minimă pentru evoluția reală) și apoi să folosim eventual ecuațiile Euler-Langrange pentru a afla mai repede această evoluție. Generalitatea acestui principiu face ca el să poată fi folosit pentru sisteme oricât de diferite, sisteme care pot avea puține în comun.

De multe ori însă sisteme diferite *interacționează* unul cu altul. Să ne imaginăm de exemplu un electron fără sarcina sa electrică și un câmp electromagnetic în vid. Fiecare din aceste două sisteme (electronul fără sarcină electrică și câmpul electromagnetic în vid) poate fi descris separat de principiul acțiunii minime, ele existând independent unul de altul. Câmpul nu va interacționa cu electronul, pentru că acesta din urmă nu are încă sarcină electrică.

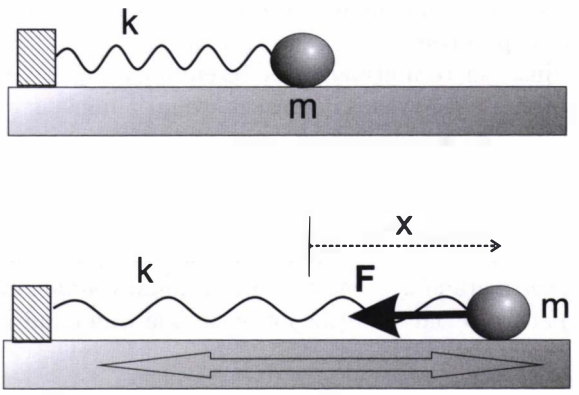

Figura 11.10: *În figura de sus este prezentat un resort în repaus, care nu este nici întins, nici comprimat (echilibru). Resortul are un capăt fix și la celălalt capăt are atașată o bilă de masa m. În figura de jos bila este scoasă din repaus și lăsată să oscileze. Deplasarea față de poziția de echilibru este dată de coordonata x.*

Dacă luăm însă în calcul sarcina electrică a electronului, situația se complică. Acum electronul în mișcare generează atât câmp electric, cât și câmp magnetic. Alte câmpuri electrice și magnetice pot acționa asupra electronului prin intermediul forțelor electrice și magnetice. După cum vedem, între cele două sisteme (electron cu sarcină electrică și câmp electromagnetic în vid) pot apărea interacții, iar întrebarea este dacă putem folosi același principiu al acțiunii minime pentru a descrie și aceste interacții.

Răspunsul este pozitiv. Generalitatea principiului acțiunii minime permite nu numai descrierea diverselor sisteme, dar și *aducerea lor împreună*, chiar dacă intrinsec natura acestora pare diferită. Descriind fiecare sistem printr-o acțiune a sa, ne vom imagina un sistem mai cuprinzător (ansamblul acestora împreună) cu o *acțiune* care le cuprinde și pe cele ale sistemelor componente și care are termeni suplimentari ce descriu interacțiunea dintre sisteme.

Vom discuta și noi această metodă, aducând împreună *unda de probabilitate* a electronului cu *câmpul electromagnetic* în secțiunea 136. În acest fel vom pune bazele *electrodinamicii cuantice*. În această secțiune vom exemplifica procesul de interacțiune dintre două sisteme într-un caz mai simplu, cel al cuplajului dintre două resorturi. Folosind aceste rezultate, vom construi în secțiunea următoare un model simplificat de univers, bazat pe arcurile unei saltele. Vom folosi mai departe acest model pentru a exemplifica elementele esențiale ale teoriilor *clasice* de câmp, și apoi ale teoriilor *cuantice* de câmp.

Pentru început, să ne imaginăm un singur resort, așezat pe o masă orizontală fără frecări (vezi figura 11.10). Resortul are o constantă elastică k ce determină cât de rigid (k mare) sau elastic (k mic) este acesta. Resortul este fixat la un capăt, pe când la celălalt capăt este liber, având atașat o bilă de masa m. Analiza resortului se poate face atât în mecanica newtoniană, cât și în mecanica analitică. În cea de-a doua situație trebuie să purcedem la aflarea *lagrangeanului* la un moment dat, a cărui sumă de-a lungul evoluției ne dă acțiunea.

Așa cum am menționat în secțiunile precedente, lagrangeanul este de cele mai multe ori *diferența* dintre energia cinetică și cea potențială a sistemului. În cazul resortului, prima este dată de cât de repede se mișcă bila de la capătul său, iar cea de-a doua de cât de întins este resortul. În final, nu trebuie neapărat să calculăm acțiunea și să alegem evoluția de acțiune minimă, ci putem folosi ecuațiile Euler-Lagrange pentru a afla evoluția reală, ecuații menționate în secțiunea precedentă. Acestea ne vor da rezultatul așteptat: bila oscilează cu frecvență constantă, dată de masa sa și de elasticitatea resortului (cei interesați de detalii pot urmări căsuța matematică atașată).

Calcul: *Mișcarea unui resort*

Să considerăm cazul unui resort de constantă elastică k aflat pe o masă orizontală fără frecări (figura 11.10). Resortul are un capăt fixat și un capăt atașat de o bilă de masa m.

Mișcarea newtoniană a bilei a fost detaliată în secțiunea 12 (vezi figura 2.4). Să descriem acum mișcarea aceleiași bile cu ajutorul principiului acțiunii minime și al ecuațiilor Euler-Lagrange introduse în secțiunea precedentă.

Pentru aceasta, să scriem mai întâi lagrangeanul sistemului $L(x,\dot{x})$. Lagrangeanul este o funcție analitică de poziția x a bilei și a vitezei sale $v = \dot{x}$. Cum el este definit în multe cazuri ca diferența dintre energia cinetică și cea potențială, vom avea:

$$L(x,\dot{x}) = E_c - E_p = \frac{m\dot{x}^2}{2} - \frac{kx^2}{2}$$

Aici am folosit relația cunoscută pentru energia cinetică a bilei și energia potențială a resortului, calculată mai devreme. În cazul de față coordonata generalizată a sistemului este chiar deplasarea x a bilei față de punctul de echilibru. Pentru a afla evoluția sistemului vom aplica direct ecuațiile Euler-Lagrange, care au următoarea formă:

$$\frac{\partial L}{\partial x} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right) = 0$$

În relația de mai sus trebuie să fim atenți, pentru că lagrangeanul $L(x,\dot{x})$ trebuie privit ca o funcție analitică *numai* de x și $\dot{x}$, cu alte cuvinte x și $\dot{x}$ sunt considerate niște *simboluri pure*, independete unul de cealalt, față de care putem deriva. Derivatele parțiale se calculează atunci ca:

$$\frac{\partial L(x,\dot{x})}{\partial x} = -kx; \qquad \frac{\partial L(x,\dot{x})}{\partial \dot{x}} = m\dot{x}$$

Înlocuind în relația lui Euler-Lagrange, obținem

$$-kx - \frac{d}{dt}(m\dot{x}) = 0$$

Acum avem dreptul să ne aducem aminte că $x = x(t)$ și $\dot{x} = \dot{x}(t) = dx(t)/dt$ sunt de fapt *funcții de timp* care descriu evoluția reală a sistemului în ecuațiile de mai sus. Privindu-le ca niște funcții de timp, putem simplifica ecuația de mai sus pentru a obține ecuația de mișcare a bilei $m\ddot{x} = -kx$, aceeași ca în cazul newtonian prezentat în secțiunea 12.

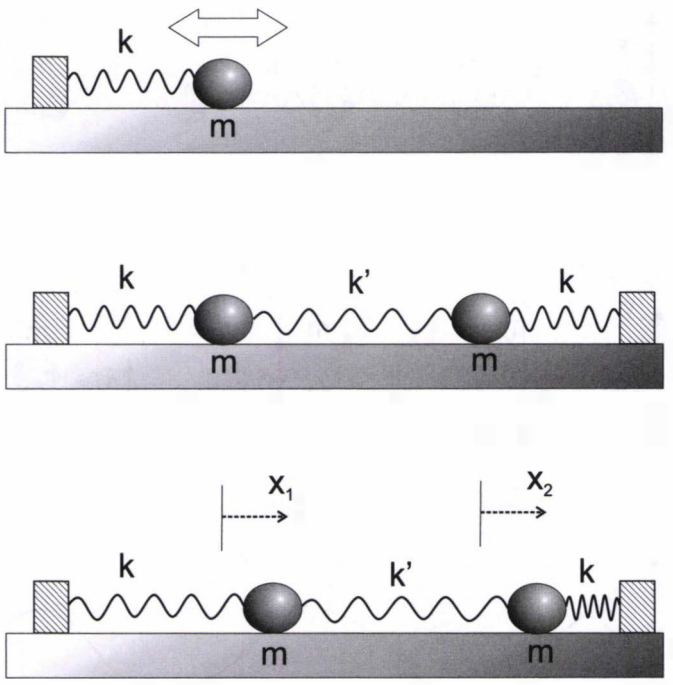

Figura 11.11: *În figură sunt prezentate două bile identice legate cu resorturi de două puncte fixe. Aici k și k' reprezintă constantele elastice ale resorturilor (două dintre constante sunt identice). Sus este reprezentată situația când bilele se află în repaus (resorturile nu sunt întinse sau comprimate). În partea de jos sistemul este dezechilibrat și pus în oscilație. Aici x_1 și x_2 sunt deviațiile de la poziția de echilibru pentru cele două bile de masa m.*

Acum să aducem un *alt resort* lângă primul, identic cu el (vezi figura 11.11). Și al doilea resort are atașată la capătul liber o bilă și este fixat la celălalt capăt. În plus, să legăm cele două bile una de alta, printr-un elastic (al treilea resort). Vom obține un sistem de două bile și resorturi cuplate între ele prin intermediul unui al treilea resort. Întrebarea este care va fi mișcarea celor două bile.

Vom începe cu cazul simplu, cel în care elasticul ce ține legate cele două bile este foarte *slab*, aproape inexistent. În acest caz cele două resorturi inițiale vor oscila neperturbate cu frecvența lor inițială. Putem atunci descrie ansamblul de două resorturi prin două modele independente, câte unul pentru fiecare resort. Matematic, vom atașa fiecărui resort din cele două *lagrangeanul* său, același pe care l-am folosit atunci când resortul era studiat separat.

Acum fiecare resort are lagrangeanul său, care îi descrie mișcarea, și acțiunea sa, care se minimizează pentru evoluția reală. Aceasta pentru că acțiunea pentru fiecare bilă se minimizează *indiferent* de evoluția celeilalte bile. Acțiunea totală este *suma* acțiunilor celor două sisteme componente. Atunci când vom minimiza acțiunea *totală* pentru cele două sisteme vom sfârși prin a minimiza acțiunea fiecăruia, pentru că sistemele sunt independente.

Să mergem mai departe pe firul ideii și să privim *ansamblul* de două sisteme de resorturi ca un sistem total. Dacă acțiunea acestui sistem este suma acțiunilor sistemelor componente (care evoluează acum independent unul de altul) atunci lagrangeanul sistemului total este *suma* lagrangeanilor sistemelor componente. Cu alte cuvinte, putem descrie și sistemul celor două resorturi încă independente prin intermediul principiului acțiunii minime.

Să facem acum următorul pas și să luăm în calcul prezența celui de-al treilea elastic ce unește cele două bile. În acest fel, oscilația unei bile influențează oscilația celei de-a doua bile. Spunem că cele două sisteme *interacționează* unul cu celălalt. Întrebarea este, putem include această interacțiune în descrierea de până acum a sistemului total?

Răspunsul este afirmativ, și implică o formă corectă pentru lagrangeanul sistemului total. Această formă nu este greu de construit, dacă folosim faptul că lagrangeanul este diferența dintre energia cinetică *totală* și cea potențială *totală*. Luând acum în calcul faptul că sistemul total are două bile și trei resorturi, energiile se pot identifica corect. De fapt, ceea ce diferă este doar energia potențială introdusă de al treilea resort. Organizând puțin termenii, vom vedea că lagrangeanul sistemului compus are vechii termeni ai sistemelor atunci când ele nu interacționau, și un termen suplimentar pentru *interacțiunea* dintre sisteme (vezi căsuța matematică alăturată).

Calcul: ***Mișcarea a două resorturi***

Să încercăm să descriem interacțiunea dintre două sisteme, exemplificate prin cele două bile din figura 11.11. Lagrangeanul total al sistemului se scrie ca diferența dintre energia cinetică și potențială. Luând în calcul faptul că avem două bile și trei resorturi și notând cu x_1 și x_2 deplasările celor două bile față de poziția de echilibru, vom obține:

$$L(x_1, x_2, \dot{x_1}, \dot{x_2}) = E_c - E_p =$$
$$= \left(\frac{m\dot{x_1}^2}{2} + \frac{m\dot{x_2}^2}{2}\right) - \left(\frac{kx_1^2}{2} + \frac{k'(x_1 - x_2)^2}{2} + \frac{kx_2^2}{2}\right)$$

Observăm că acești termeni poți fi separați în trei părți, adică $L = L_1 + L_2 + L_{int}$ unde:

$$L_1 = \frac{m\dot{x_1}^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2} \qquad L_2 = \frac{m\dot{x_2}^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}$$
$$L_{int} = -\frac{k'(x_1 - x_2)^2}{2}$$

O parte L_1 corespunde primei bile neinteracționând cu cea de-a doua, a doua parte L_2 corespunde celei de-a doua bile, iar a treia parte L_{int} descrie interacțiunea dintre cele două bile. Toți acești termeni sunt *aditivi*, adică se adună unul cu altul. Dacă vrem, putem calcula mișcarea primei bile, folosind aceeași ecuație Euler-Lagrange prezentată mai devreme:

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x_1}}\right) = 0$$
$$-kx_1 - k'(x_1 - x_2) - \frac{d}{dt}(m\dot{x_1}) = 0$$
$$m\ddot{x_1} = -kx_1 - k'(x_1 - x_2)$$

După cum observăm, aceasta este din nou ecuația de mișcare a lui Newton, care descrie cum asupra primei bile acționează cele două forțe elastice $F_1 = -kx_1$ și $F_2 = -k'(x_1 - x_2)$.

Caracterul *aditiv* al lagrangeanului în sistemele compuse este ceea ce căutam. Astfel, putem aduce împreună sisteme diferite împreună cu cuplajele dintre ele, exact după rețeta de mai sus. Mai întâi le vom privi ca sisteme care nu interacționează și apoi vom adăuga termenii de *interacțiune* la lagrangean, obținând astfel un lagrangean compus ce descrie o colecție de sisteme interacționând între ele.

În secțiunea următoare vom exemplifica procesul printr-un sistem care are în principiu un număr infinit de grade de libertate, cel al unui câmp clasic. În acest fel vom construi un model al universului descris de diverse câmpuri.

127. Teoriile clasice de câmp și salteaua universului

În secțiunile percedente am discutat principiul acțiunii minime în cazul unor sisteme simple, cu doar câteva grade de libertate, cum e cazul pendulului sau al resorturilor. Încetul cu încetul vrem să ajungem la un caz mai complex, cel al *câmpurilor* fizice din natură și al interacțiunii dintre ele.

Diferența esențială față de un ansamblu de resorturi este că un câmp fizic are o infinitate de grade de libertate, cel puțin câte unul în fiecare punct din spațiu. De aceea vom începe *discretizând* un câmp unidimensional, construind un model format din bile echidistante legate cu niște arcuri verticale de o suprafață de referință, și cu arcuri orizontale între ele (vezi figura 11.12).

Ne imaginăm că acest model liniar este foarte lung și că fiecare poziție a bilei reprezintă un punct x din spațiu. Bila se poate mișca *doar pe verticală* și asupra ei nu acționează nici o forță gravitațională, ci doar forțele arcurilor verticale și ale celor orizontale. Deplasarea verticală a bilei i față de poziția de echilibru (notată cu y_i în figura 11.12) va reprezenta amplitudinea pe care o are un câmp scalar ϕ în acel punct: $\phi_i = x_i$. Dacă vom încerca să aplicăm principiul acțiunii minime acestui sistem, vom avea o surpriză frumoasă. Astfel, oscilațiile care se formează pe această structură modelează foarte bine (la limita continuă) evoluția unui câmp $\phi(x)$.

Câmpul este cunoscut de fizicieni sub numele de *câmp scalar Klein-Gordon* și va juca un rol foarte important în povestea noastră. Cu anumite simplificări, câmpul scalar va fi atât analogul câmpului electromagnetic, cât și cel al undei de probabilitate relativiste pentru electroni, având forma cea mai simplă care poate fi imaginată fără a viola legile fizicii.

Cei vor să afle cum se ajunge de la un ansamblu discret de resorturi la o formă unidimensională a câmpului Klein-Gordon (care are valori continue în fiecare punct al spațiului!) pot urmări căsuța matematică alăturată.

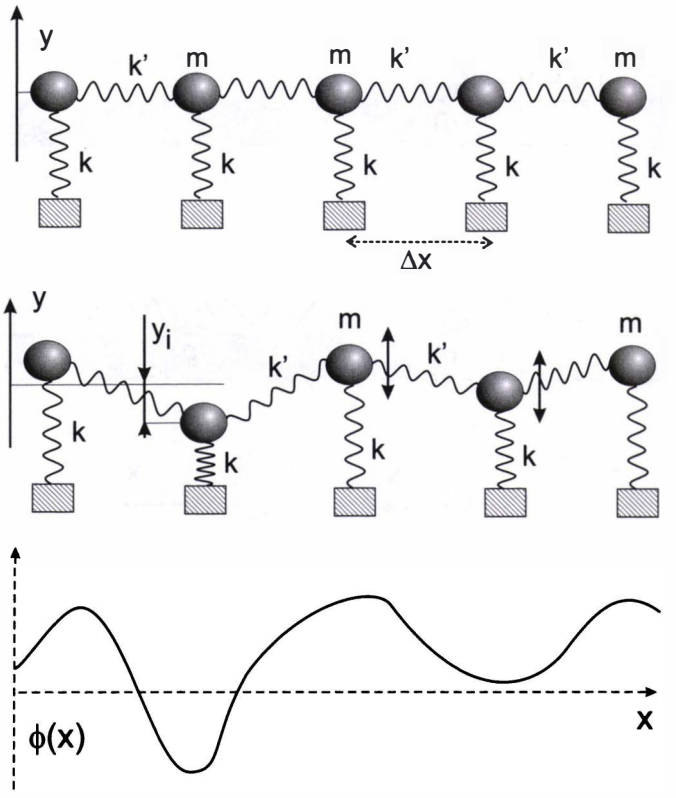

Figura 11.12: *În partea de sus, figura reprezintă un ansamblu de bile echidistante de masă m, aflate în poziția de echilibru, legate de un suport prin resorturi identice de constantă elastică k și între ele prin resorturi de constantă elastică efectivă k'. În partea de mijloc este reprezentată o perturbație a sistemului de bile. Bilele se pot deplasa doar vertical. În partea de jos este reprezentată variația spațială a unui câmp $\phi(x)$ modelat de aceste bile. Amplitudinea câmpului ϕ_i dintr-un punct este dată de deviația y_i a bilei i din acel punct față de poziția de echilibru.*

Calcul: ***Mișcarea unui ansamblu de resorturi***

Să încercăm să descriem interacțiunea dintre bilele schițate în figura 11.12 la limita *continuă*. Cu i vom indexa bilele, iar cu y_i vom nota deplasarea verticală față de poziția de echilibru a bilei i. Să începem cu energia totală înmagazinată în sistem.

Astfel, energia cinetică $E_c(i)$ a unei bile i este dată de viteza ei $v_i = dy_i/dt = \dot{y}_i$, deoarece bilele se deplasează numai în direcție verticală. Energia potențială $E_p(i)$ este stocată în două tipuri de arcuri, cel vertical și cel din dreapta bilei i:

$$E_c(i) = \frac{m\dot{y}_i^2}{2}; \qquad E_p(i) = \frac{1}{2}ky_i^2 + \frac{1}{2}\sum_i k'(y_{i+1} - y_i)^2$$

Neobișnuită este poate cea de-a doua relație pentru energia potențială, căci $y_{i+1} - y_i$ este diferența pe verticală a poziției capetelor arcului din dreapta bilei i. Ea este, desigur, o *aproximație*, care păstreaza caracterul pătratic al energiei (energia este nulă când resortul este

perfect orizontal). Tehnic vorbind, k' nu este exact constanta elastică a arcurilor orizontale, deși se deduce din ea, fiind o constantă elastică *efectivă*.

Lagrangeanul total al sistemului se scrie ca diferența dintre energia cinetică și potențială pentru toate bilele, $L = L(y_i, \dot{y}_i) = E_c - E_p$. Avem:

$$L = \sum_i \frac{m\dot{y}_i^2}{2} - \sum_i \frac{1}{2}ky_i^2 - \sum_i \frac{1}{2}k'(y_{i+1} - y_i)^2$$

Notând cu Δx distanța *orizontală* dintre bile (o *constantă* a sistemului) și cu Δt diferența între două momente succesive de timp, obținem pentru L valoarea:

$$L = \sum_i \frac{m}{2\Delta x}\left[\left(\frac{y_i(t+\Delta t) - y_i(t)}{\Delta t}\right)^2 \Delta x - \right.$$
$$\left. - \frac{ky_i^2}{m}\Delta x - \frac{k'(\Delta x)^2}{m}\left(\frac{y_{i+1} - y_i}{\Delta x}\right)^2 \Delta x\right]$$

Relația de mai sus a fost scrisă mai complex, pentru a o aduce în forma în care dorim. Astfel, pentru început vom face identificarea $\phi_i = y_i$ (vezi figura 11.12). Deplasarea pe verticală a bilei i va reprezenta valoarea câmpului ϕ în acel punct.

Apoi, facem notațiile $\sigma = m/\Delta x$, $\mu^2 = k/m$ și $v^2 = k'(\Delta x)^2/m$. Aici σ va reprezenta densitatea de masă la limita continuă, iar $\mu \sim \sqrt{k/m}$ și $v \sim \sqrt{k'/m}$ vor fi proporționale cu frecvențele de vibratie fundamentale ale arcurilor dacă ar fi cuplate numai cu o bilă ($f \sim \sqrt{k/m}$). Constanta μ va fi asociată energiei înmagazinate în arcurile vertiale, iar v va fi corelată cu viteza de transmisie a oscilațiilor orizontale. Avem atunci pentru L forma:

$$L = \frac{\sigma}{2}\sum_i \left[\left(\frac{\phi_i(t+\Delta t) - \phi_i(t)}{\Delta t}\right)^2 - \mu^2\phi_i^2 - v^2\left(\frac{\phi_{i+1} - \phi_i}{\Delta x}\right)^2\right]\Delta x$$

Mai sus recunoaștem suma Riemann (vezi secțiunea 208) care devine, la limita continuă $\Delta x \to 0$, integrala:

$$\boxed{L(t) = \int \mathcal{L}(x,t)dx}$$

$$\text{unde} \quad \mathcal{L}(x,t) = \frac{\sigma}{2}\left[\left(\frac{\partial\phi}{\partial t}\right)^2 - v^2\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)^2 - \mu^2\phi^2\right]$$

Aici v va reprezenta o măsură a vitezei cu care se vor deplasa oscilațiile câmpului ϕ, iar μ va juca un rol important odată ce câmpul va fi cuantificat.

Relația de mai sus reprezintă un pas uriaș de la o formulare a principiului acțiunii minime pentru un ansamblu *discret* de oscilatori la o formulare *continuă* care descrie un câmp $\phi(x,t)$ având valori în fiecare punct al spațiului său unidimensional x. Ea ne spune în primul rând că putem privi lagrangeanul $L(t)$ al câmpului ca pe o sumă (integrală) a *densității de lagrangean* $\mathcal{L}(x,t)$ din fiecare punct al spațiului. Acesta din urmă se deduce direct din forma câmpului $\phi(x,t)$ unidimensional.

Desigur, dacă scriem lagrangeanul sub forma $L(t)$, anticipăm folosirea sa pentru calculul acțiunii $S = \int L(t)dt$, care este o sumă a lagrangeanului de-a lungul evoluției. Pe de parte, dacă îl scriem sub forma $L(y_i, \dot{y}_i)$, anticipăm folosirea lui în ecuațiile Euler-Lagrange, acolo unde y_i sunt coordonatele generalizate ale sistemului și $\dot{y}_i$ sunt vitezele generalizate ale sistemului. Vrem acum să folosim o astfel de reprezentare și pentru câmpul nostru $\phi(x,t)$.

Să simplificăm forma ecuațiilor, pentru a citi mai rapid ecuațiile, într-o forma utilizată des de fizicieni. Ei notează diferit derivatele parțiale:

$$\partial_x\phi = \partial_x[\phi(x,t)] = \frac{\partial\phi(x,t)}{\partial x}; \qquad \partial_t\phi = \frac{\partial\phi(x,t)}{\partial t};$$

Forma densității de lagrangean se rescrie ca:

$$\mathcal{L}(\phi, \partial_t\phi, \partial_x\phi) = \frac{\sigma}{2}\left[(\partial_t\phi)^2 - v^2(\partial_x\phi)^2 - \mu^2\phi^2\right]$$

Să remarcăm că am plecat de la $L(y_i, \dot{y}_i)$ și am ajuns la $\mathcal{L}(\phi, \partial_t\phi, \partial_x\phi)$. Argumentul ϕ va fi coordonata generalizată a câmpului iar $\partial_t\phi$ și $\partial_x\phi$ vor juca rolul vitezelor generalizate ale câmpului. Lagrangeanul $\mathcal{L} = \mathcal{L}(\phi, \partial_t\phi, \partial_x\phi)$ este o funcție analitică de cele trei variabile $\phi, \partial_t\phi$ și $\partial_x\phi$, care trebuie privite ca niște *simboluri* în relația precedentă.

Am văzut că putem descrie câmpul $\phi(x,t)$ printr-un ansamblu de oscilatori y_i. În continuare trebuie să ne îndepărtăm de reprezentarea cu oscilatori și să descriem câmpul pornind numai de la forma densității sale de lagrangean $\mathcal{L}$. Printre altele, va trebui să scriem o ecuație Euler-Lagrange pentru $\mathcal{L}(\phi, \partial_t\phi, \partial_x\phi)$, care se deduce din forma cu oscilatori. Noi nu vom facem această deducție și vom prezenta direct ecuația în căsuța matematică următoare.

Să detaliem în continuare situația unui câmp ce are numai o singură componentă reală în fiecare punct din spațiu (în termeni tehnici acesta poartă numele de *câmp scalar*), față de un ansamblu discret de oscilatori care am văzut că îl poate modela.

Un câmp scalar este reprezentat de un număr real $\phi(\mathbf{r}, t)$ în fiecare punct din spațiu $\mathbf{r}$. Evoluția acestui câmp este dată de o lege a sa, în cazul nostru de ecuații care poartă numele fizicienilor Klein și Gordon. În general, ne așteptăm ca această lege să fie *locală* și *cauzală*, adică influențele acestui câmp să se transmită din aproape în aproape și de la un moment dat de timp la unul ulterior. Atunci valorile câmpului dintr-un punct sunt date atât de evoluția precedentă a câmpului în acel punct, cât și de valorile câmpurilor în punctele învecinate. Dacă este așa, înseamnă că putem modela oscilațiile acestui câmp printr-un ansamblu de resorturi *locale*, cuplate între ele, de aceea modelele de mai sus cu resorturi sunt relevante.

Fizicienii, conștienți de aceste analogii, au dezvoltat modelele cu resorturi (ca cele din figurile 11.12 și 11.13) pentru câmpuri spațiale în trei dimensiuni. Ei au trebuit să rescrie tot formalismul mecanicii analitice de la sisteme *discrete* (un ansamblu finit de resorturi) la sisteme *continue*, cum este cazul câmpului scalar. Astfel, deoarece

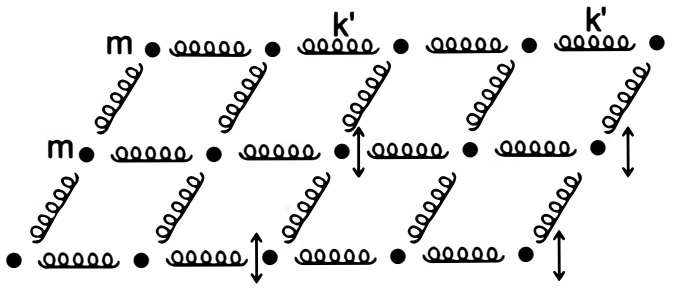

Figura 11.13: *În figură este schițat un model bidimensional al ansamblului de bile și resorturi din figura 11.12. Aici însă bilele de masă m sunt constrânse să se miște numai vertical în jurul poziției de echilibru. Cuplajul orizontal face ca oscilațiile unei bile să se transmită la vecinii săi.*

câmpul scalar $\phi(\mathbf{r},t)$ se întinde în tot spațiul, înseamnă că și lagrangeanul său (dat de diferența dintre energia cinetică și cea potențială) va fi de asemenea distribuit în spațiu. Acest lucru nu e de mirare, în fond și energia câmpului este distribuită în spațiu (vezi cazul câmpului electromagnetic discutat în secțiunea 41).

Cum însă câmpul este descris de aceleași relații în fiecare punct din spațiu, fizicienii au construit noțiunea *densității de lagrangean* $\mathcal{L}(\mathbf{r},t)$, cea care, adunată în tot spațiul, ne va da lagrangeanul câmpului $L(t)$. Densitatea de lagrangean $\mathcal{L}(\mathbf{r},t)$ a devenit formula „ultimă", cea care, dacă o cunoaștem, ne va da evoluția completă a câmpului studiat (vezi figura 11.9).

Sunt două maniere prin care putem calcula evoluția câmpului din densitatea de lagrangean $\mathcal{L}$, abordarea brută a principiului acțiunii minime (unde trebuie să folosim acțiunea S ca o sumă a lagrangeanului $L(t)$ pe evoluția sistemului) și abordarea mai elegantă a ecuațiilor Euler-Lagrange. Să vedem ce ar trebui să facem în prima abordare.

Astfel, principiul acțiunii minime ne spune că evoluția naturală (reală) a unui sistem între o stare inițială și una finală date este aceea pentru care *acțiunea* S este minimă, între toate evoluțiile imaginabile (și cele nerealiste deci). Vedem însă că nu este ușor să aplicăm principiul unui câmp și nici unui ansamblu de resorturi care ar modela acest câmp.

De exemplu, pentru salteaua cu arcuri din figura 11.12 este dificil să ne imaginăm tot felul de evoluții ale tuturor arcurilor între o stare inițială și una finală. O stare inițială reprezintă o configurație oarecare de arcuri, iar starea finală o altă configurație. Evoluția sistemului între starea inițială și cea finală trebuie imaginată ca orice manieră prin care arcurile pot varia, lăsate libere, în toate punctele din spațiu, de la configurația inițială la cea finală. *Acțiunea* S pentru o evoluție oarecare (imaginabilă) a sistemului este definită ca suma (integrala) lagrangeanului $L(t)$ de-a lungul evoluției. În cazul nostru, acest lagrangean este diferența dintre energia cinetică totală și cea potențială totală a sistemului la un moment dat t.

Și în cazul saltelei, energia sa este distribuită în toate arcurile sale. O parte este dată de energia cinetică a maselor ce fac parte din modelul nostru de rețea (vezi figura 11.12), iar o parte este dată de energia potențială înmagazinată în arcuri (în același fel în care energia unui câmp electromagnetic este distribuită în tot spațiul, așa cum am discutat în secțiunea 41). Avem atunci o *densitate* de energie în fiecare punct din spațiu, care însumată peste tot ne dă energia totală. De aceea, trebuie să considerăm și o *densitate de lagrangean* $\mathcal{L}(\mathbf{r},t)$ care însumată peste tot spațiul ne dă lagrangeanul $L(t)$ căutat (vezi căsuța matematică precedentă). În modelele cu arcuri, densitatea de lagrangean $\mathcal{L}(\mathbf{r},t)$ se reduce la termeni legați de fiecare resort și de cuplajele față de vecinii săi.

Vedem atunci cât de greu ne este să ne imaginăm evoluțiile virtuale ale acestui sistem complex, să calculăm acțiunea pe fiecare dintre evoluții și să alegem evoluția reală având acțiunea minimă. Din fericire, putem folosi a doua metodă, mai elegantă, a ecuațiilor Euler-Lagrange pentru a determina această evoluție. Ecuațiile Euler-Lagrange trebuie să fie *echivalente* cu ecuațiile de evoluție cunoscute ale câmpului, pentru a prezice aceleași rezultate. De exemplu, în cazul câmpului electromagnetic, ecuațiile lui Euler-Lagrange vor fi echivalente cu ecuațiile lui Maxwell. Interesant însă, în această abordare, cunoașterea câmpului nu mai este stocată în ecuațiile Euler-Lagrange (care sunt aceleași pentru orice câmp), ci în forma analitică a *densității sale de lagrangean* $\mathcal{L}$.

Noua metodă are puterea de a *unifica* diversele câmpuri ce există în natură, deoarece putem adăuga alți termeni de interacțiune la densitatea de lagrangean inițială (adăugând alte arcuri în modelul saltelei noastre) așa cum am văzut în secțiunea 126. Cunoasterea universului material se reduce în această reprezentare la cunoașterea formei analitice a densităților de lagrangean ale câmpurilor din univers (vezi figura 11.9).

In căsuța matematică următoare vom detalia metoda ecuațiilor Euler-Lagrange în cazul câmpului scalar Klein-Gordon. Vom vedea cum, știind *densitatea de lagrangean* $\mathcal{L}$, putem deduce ecuațiile de evoluție ale câmpului cu ajutorul ecuațiilor Euler-Lagrange.

Calcul: ***Câmpul Klein-Gordon***

În căsuța matematică precedentă am construit densitatea de langrangian $\mathcal{L}$ pentru un câmp unidimensional $\phi(x,t)$. Să îndrăznim acum să extindem formula descoperită acolo pentru cazul unui câmp tridimensional $\phi(\mathbf{r},t)$:

$$\mathcal{L}=\frac{1}{2c^2}\left[\left(\frac{\partial\phi}{\partial t}\right)^2-c^2\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)^2-c^2\left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)^2-c^2\left(\frac{\partial\phi}{\partial z}\right)^2\right]-\frac{m^2c^2}{2\hbar^2}\phi^2$$

Față de relația din căsuța matematică precedentă, vom face identificările $\sigma=1/c^2$, $v=c$ și $\mu=mc^2/\hbar$. Aici c este viteza luminii, $\hbar=h/(2\pi)$ este constanta redusă a lui Planck, iar m va juca un rol important odată ce acest câmp va fi cuantificat. Apoi, vedem că în forma tridimensională de mai sus apar și derivatele parțiale $\partial\phi/\partial y$ și $\partial\phi/\partial z$ sub aceeași formă ca și $\partial\phi/\partial x$.

Modelul nostru cu resorturi era nerelativist, valabil pentru mișcări încete ale bilelor. În acel model v era o măsură a vitezei cu care se deplasează undele pe suprafață „saltelei" formată de acele resorturi. În câmpul Klein-Gordon avem $v = c$, deci oscilațiile se vor deplasa intrinsec cu viteza luminii. De aceea, trebuie să privim modelul cu resorturi al saltelei numai orientativ, căci el nu va scoate la iveală toate subtilitățile câmpului Klein-Gordon care este, prin natura lui, pur relativist.

Forma de mai sus descrie „oficial" câmpul Klein-Gordon pe urmele căruia suntem. Să mai remarcăm că această formă este compatibilă cu teoria relativității restrânse, lucru pe care îl putem verifica în varianta lui Minkowski. Astfel, dacă folosim pentru coordonata temporală substituția $-ict$ vedem că toți cei patru termeni din $\mathcal{L}$ vor arăta la fel, inclusiv semnul negativ din fața lor.

Mai departe, vom folosi notația introdusă în căsuța matematică precedentă pentru derivata partială ∂_ν, unde $\nu = (t, x, y, z)$:

$$\partial_\nu = \left(\frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$$

Cu aceste notații, obținem pentru densitatea de lagrangean a câmpului Klein-Gordon studiat:

$$\boxed{\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{c^2}(\partial_t\phi)^2 - (\partial_x\phi)^2 - (\partial_y\phi)^2 - (\partial_z\phi)^2\right] - \frac{m^2c^2}{2\hbar^2}\phi^2}$$

În relația de mai sus trebuie să privim densitatea de lagrangean $\mathcal{L} = \mathcal{L}(\phi, \partial_\nu\phi)$ ca pe o funcție analitică de ϕ și de cele patru derivate $\partial_\nu\phi$. Scriind densitatea de lagrangean astfel suntem pregătiți pentru pasul cel mai important: aplicarea ecuațiilor Euler-Lagrange pentru a determina evoluția câmpului.

Așa cum am amintit, ecuațiile Euler-Lagrange pentru un câmp (cum e cel scalar) se pot obține din modelele cu resorturi pe care le-am folosit. Noi nu vom face această deducție și vom „arunca" rezultatul direct pe masă. Astfel, pentru un câmp oarecare $\phi(\mathbf{r}, t)$ a cărui densitate de lagrangean este $\mathcal{L} = \mathcal{L}(\phi, \partial_\nu\phi)$ *ecuațiile Euler-Lagrange* iau forma:

$$\boxed{\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi} - \sum_{\nu=t,x,y,z}^{3} \partial_\nu\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\nu\phi)}\right) = 0}$$

Relația de mai sus trebuie citită cu mare atenție, căci o vom purta cu noi pe parcursul multor capitole ce vor urma. Astfel, în primul rând, $\mathcal{L}(\phi, \partial_\nu\phi)$ trebuie considerat ca o funcție analitică de variabilele ϕ, $\partial_t\phi$, $\partial_x\phi$, $\partial_y\phi$ și $\partial_z\phi$. Variabilele sunt privite ca pe niște *simboluri pure, independente* unele de altele și în raport cu care se poate deriva. De exemplu, pentru lagrangeanul $\mathcal{L}$ al câmpului Klein-Gordon vom deriva cu atenție în raport cu fiecare dintre variabile:

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi} = -\frac{m^2c^2}{\hbar^2}\phi; \quad \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_t\phi)} = \frac{1}{c^2}\partial_t\phi; \quad \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_x\phi)} = -\partial_x\phi$$

Remarcați din nou că, în deducția de mai sus, elementele ϕ și $\partial_\nu\phi$ nu sunt privite ca funcții variabile de timp sau poziție, ci ca niște *simboluri* (variabile) pure. După ce am efectuat derivările, putem înlocui în formula Euler-Langrange, pentru a obține:

$$-\frac{m^2c^2}{\hbar^2}\phi - \partial_t\left(\frac{1}{c^2}\partial_t\phi\right) - \sum_{i=x,y,z}\partial_i\left(-\partial_i\phi\right) = 0$$

Abia după ce am înlocuit în ecuația Euler-Lagrange derivatele parțiale calculate mai devreme, avem voie să ne aducem aminte că $\phi = \phi(\mathbf{r}, t)$ și $\partial_\nu\phi(\mathbf{r}, t)$ sunt valori depedente de spațiu și timp! Vom obține atunci evoluția în timp a câmpului scalar:

$$\boxed{-\frac{m^2c^2}{\hbar^2}\phi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} = 0}$$

Ecuația de mai sus se numește *ecuația Klein-Gordon.* Pentru $m = 0$ ea este identică cu ecuația de evoluție a câmpului electromagnetic în vid prezentată în secțiunea 36. În acest caz, soluția ecuației sunt unde plane care se deplasează cu viteza luminii $v = c$. Cazul $m \neq 0$ și semnificația lui în mecanica cuantică relativistă va fi discutat în secțiunea 132.

128. Potențialele electrodinamice ale câmpului electromagnetic

În secțiunile de început ale acestui capitol am discutat despre *principiul acțiunii minime* în cazul general. Apoi am exemplificat acest principiu cu câteva modele simple, cum ar fi cel al unui pendul sau al unui resort. Am menționat și că principiul acțiunii minime poate descrie împreună mai multe sisteme diferite. În continuare am extins modelul de resorturi la o saltea, arătând că el descrie comportarea unui câmp clasic, cum este câmpul scalar real.

Comparația noastră dintre un câmp clasic și o salteaua plină de resorturi este încă generală, și a fost detaliată doar în cazul câmpului scalar real (câmpul Klein-Gordon). Acum însă vrem să abordăm o situație mai complexă, cea a *câmpului electromagnetic.* Ne interesează, de exemplu, ce valori ale câmpului pot fi considerate echivalente oscilațiilor resortului din modelul saltelei. Ele ar fi, desigur, *coordonatele generalizate* ale sistemului.

În cazul câmpului electromagnetic, am putea crede că valorile câmpului electric și magnetic reprezintă coordonatele generalizate (echivalente deplasărilor resorturilor în modelul saltelei). Deși acest lucru este posibil în anumite cazuri, fizicienii au descoperit că cel mai bine este să alegem un alt set de mărimi pe post de coordonate generalizate, mărimi ce poartă numele de *potențiale electrodinamice.*

Vom introduce și noi potențialele electrodinamice, nu numai pentru a da consistență modelului nostru cu saltele, dar și pentru că ele joacă un rol crucial în teoriile cuantice ale câmpurilor, așa cum vom detalia în capitolul 16. Astfel, potențialele electrodinamice posedă o particularitate deosebită și rămasă un mister mult timp, ce poartă numele de *transformare de etalonare locală.*

Înțelegând această particularitate în cazul câmpului electromagnetic, fizicienii au găsit o cheie cu care apoi au descrifrat și reconstruit alte interacțiuni dintre particule, cum ar fi interacțiunea de culoare (detaliată în capitolul 16) sau interacțiunea nucleară slabă (detaliată în capitolul 17). De aceea, pentru a înțelege bine toate interacțiunile din natură, este necesar să introducem potențialele electrodinamice și transformările lor de etalonare.

Să începem deci să detaliem modelul saltelei cu arcuri pentru *câmpul electromagnetic*, reamintind elementele esențiale prezentate în capitolul 4. După cum știm, câmpul electromagnetic este generat de o configurație de sarcini electrice, statice sau în mișcare. Sarcinile electrice statice generează câmp electric, iar cele în mișcare generează atât câmp electric, cât și câmp magnetic. În plus, câmpurile electrice și magnetice se generează unele pe altele. Împreună, cele două formează câmpul electromagnetic.

Configurația câmpului se calculează știind pozițiile și vitezele sarcinilor electrice, și folosind ecuațiile lui Maxwell. Ele ne spun în plus și cum acționează câmpul electromagnetic cu forțe asupra sarcinilor electrice, schimbându-le starea de repaus sau de mișcare.

În cazul general, ecuațiile lui Maxwell sunt greu de rezolvat. Dacă cineva ne dă o configurație de sarcini electrice în mișcare și ne pune să calculăm câmpurile electrice și magnetice generate de ele, nu ne va fi ușor. Aceasta pentru că trebuie să determinăm nu numai câmpul electric și magnetic generat direct de sarcini, dar și modul în care se generează câmpurile reciproc unul pe altul. În spiritul principiului acțiunii minime, am putea simplifica acest calcul dacă am identifica *gradele de libertate* ale sistemului format de câmpul electromagnetic, și apoi *coordonatele generalizate* atașate lui.

Să considerăm pentru început numai prezența unui câmp electrostatic, pentru care sarcinile electrice nu se mișcă. De aceea, sarcinile nu generează câmp magnetic, iar câmpul electric nu variază în timp. Câmpul electric devine un câmp vectorial static $\mathbf{E}(\mathbf{r})$, adică un vector în fiecare punct din spațiu $\mathbf{r}$ (câmp electrostatic). În acest caz însă, același câmp electric poate fi descris și de către un alt câmp, numit *potențial electric.*

Potențialul electric este un câmp scalar, care asociază un număr real fiecărui punct din spațiu $\mathbf{r}$ și este notat de obicei cu $V(\mathbf{r})$. Pentru că sarcinile nu se mișcă în modelul electrostatic, potențialul electric este constant în timp. Descriind în final același câmp electric cu mai puține grade de libertate în fiecare punct din spațiu (unul în loc de trei ca mai înainte), potențialul electric este una din *coordonatele generalizate* ale câmpului electromagnetic pe care le căutam. Potențialul electric este o noțiune foarte cunoscută electricienilor: *diferența* dintre potențialele electrice a două puncte A și B este ceea ce ei numesc o *tensiune electrică* $U = V_A - V_B$ între cele două puncte (vezi figura 11.14).

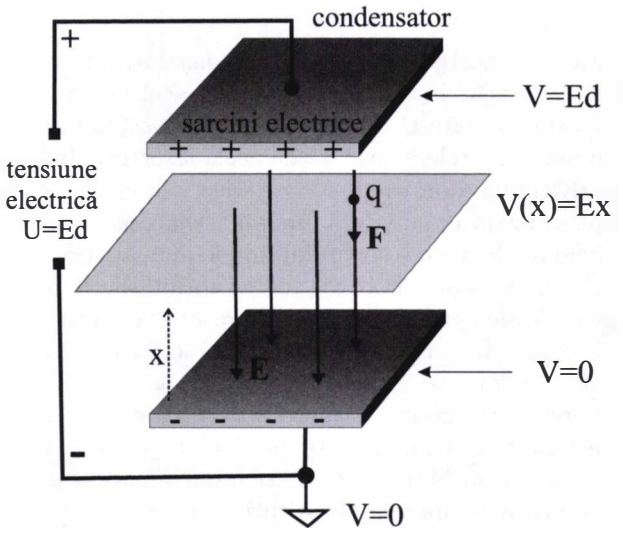

Figura 11.14: *În figură este reprezentat câmpul electric* $\mathbf{E}$ *constant și potențialul electric* $V(x)$ *din interiorul unui condensator (vezi și figura 3.6), create de sarcinile electrice care se adună pe plăcile sale. De remarcat că placa de jos a condensatorului are prin convenție un potențial nul* $V = 0$. *Pe un plan de o înălțime oarecare* x *potențialul este* $V(x) = Ex$, *unde* $E = |\mathbf{E}|$. *De aceea, placa de sus are potențialul* $V = Ed$, *unde* d *este distanța dintre plăci. Tensiunea electrică este dată de diferența de potențial dintre cele două plăci, și are forma* $U = Ed - 0 = Ed$. *În figură este reprezentată și o sarcină electrică pozitivă* q, *care este atrasă în jos cu forța* $F = qE$ *sub acțiunea câmpului electric.*

Potențialul electric $V(\mathbf{r})$ este o măsură a energiei potențiale acumulate de o sarcină electrică *unitate* $q = 1C$ în câmpul electric, într-un punct anume $\mathbf{r}$ din spațiu. Cu alte cuvinte, pentru ca să măsurăm potențialul electric, trebuie să punem o sarcină electrică de probă $q = 1C$ în acel câmp electric și să-i măsurăm acesteia energia potențială $E_p(\mathbf{r})$. Potențialul electric va fi $V(\mathbf{r}) = E_p(\mathbf{r})/q$. Vedem astfel că energia unei sarcini electrice q în câmpul electrostatic $V(\mathbf{r})$ este $E_p = qV(\mathbf{r})$, unde $\mathbf{r}$ este poziția sarcinii electrice de probă.

Astfel, știm că forța electrică $\mathbf{F}$ ce acționează asupra unei sarcini electrice q este proporțională cu valoarea câmpului electric $\mathbf{E}$ din acel punct: $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$ (vezi secțiunea 22). Dacă am deplasa această sarcină în sens opus forței și i-am da drumul apoi, am obține efectul unui arc: sarcina electrică ar tâșni efectiv datorită energiei potențiale acumulate în câmpul electric (vezi figura 11.14). Noua mărime $V(\mathbf{r})$ definește ceea ce numele sugerează direct: „potența" electrică dintr-un punct. *Tensiunea electrică* este diferența potențialului electric între două puncte: cu cât diferența este mai mare, cu atât este mai mare energia eliberată, de unde și sfatul să nu punem degetele între contactele unei prize.

Situația este echivalentă câmpului gravitațional, care și el „trage" de obiecte. De exemplu, în figura 11.14, energia potențială a sarcinii electrice q pe un plan la înălțimea x în câmpul electric are aceeași formă ca aceea în câmpul gravitațional, $E_p(x) = Fx = qEx$, deoarece câmpul electric E și deci forța $F = qE$ sunt constante. De aici vedem

că potențialul satisface relația $V(x) = E_p(x)/q = Ex$, așa cum este exemplificat în figură.

În afară de cazul câmpului electrostatic, fizicienii mai folosesc și o altă situație particulară, cea a unui câmp *magnetostatic*. În acest caz câmpul electric este nul, iar câmpul magnetic (generat de niște curenți permanenți) este constant în timp. După cum câmpului electrostatic i se atașează un potențial electric, tot așa și câmpului magnetostatic i se atașează un *potențial magnetic vector*, notat de obicei cu $\mathbf{A}(\mathbf{r})$, care nu variază în timp (vezi figura 11.16).

Spre deosebire de fratele său electric $V(\mathbf{r})$, care este un scalar (un număr real în fiecare punct din spațiu), potențialul magnetic este o *mărime vectorială* (trei numere reale în fiecare punct din spațiu $\mathbf{r}$). Pentru a ne aminti această natură a potențialului magnetic vector, vom menționa de câte ori vom putea cuvântul „*vector*".

Deși potențialul electric $V(\mathbf{r})$ și cel magnetic vector $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ au fost introduse inițial pe cazuri particulare (numai câmp electrostatic sau numai câmp magnetostatic), fizicienii le-au generalizat apoi pentru cazul unui câmp electromagnetic oarecare, variabil în timp. Noile mărimi poartă acum denumirea de *potențial electrodinamic scalar* $V(\mathbf{r},t)$ și *potențial electrodinamic vector* $\mathbf{A}(\mathbf{r},t)$.

Aceste mărimi sunt coordonatele generalizate pe care le menționam, atunci când există atât câmp electric, cât și câmp magnetic, variabile în timp. Știind valorile acestor potențiale vom putea calcula câmpul electric $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ și cel magnetic $\mathbf{B}(\mathbf{r},t)$, în fiecare punct din spațiu, la orice moment. De aceea, potențiale electrodinamice reprezintă echivalentul arcului în comparația noastră cu salteaua din secțiunile precedente (vezi figura 11.12).

Cum denumirile lor pentru cazul general sunt destul de tehnice, noi vom face o excepție și vom folosi pentru ele denumirile simple de *potențial electric* (pentru a ne aduce aminte că el este legat de mult mai cunoscuta tensiune electrică) și *potențial magnetic vector*. Relațiile potențialelor electrodinamice sunt prezentate în căsuța matematică alăturată, pentru cei interesați.

Calcul: ***Potențiale electrodinamice***

Potențialelor electrodinamice $V(\mathbf{r},t)$ și $\mathbf{A}(\mathbf{r},t)$ se introduc prin intermediul câmpurilor electric $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ și magnetic $\mathbf{B}(\mathbf{r},t)$ cu ajutorul următoarelor formule (exprimate în sistemul internațional de unități SI):

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}; \qquad \mathbf{E} = -\nabla V - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$$

Operatorul ∇ (citit „nabla") a fost introdus în secțiunea 35 și este detaliat în secțiunea 209, el acționând asupra coordonatelor spațiale și având caracter de vector.

Există mai multe configurații posibile pentru potențialele electrodinamice $(V, \mathbf{A})$ care conduc la *aceleași* câmpuri electric și magnetic $(\mathbf{E}, \mathbf{B})$. Aceasta se vede făcând o *transformare de etalonare* aleatoare $\eta(\mathbf{r},t)$:

$$\mathbf{A}' = \mathbf{A} - \nabla\eta \qquad V' = V + \frac{\partial \eta}{\partial t}$$

Deși $\eta(\mathbf{r},t)$ este o funcție arbitrară, noile valori ale potențialelor electrodinamice $(V', \mathbf{A}')$ conduc la *aceleași* valori pentru câmpurile electric și magnetic $(\mathbf{E}, \mathbf{B})$:

$$\mathbf{B}' = \nabla \times \mathbf{A}' = \nabla \times \mathbf{A} - \nabla \times (\nabla\eta) = \nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B}$$

$$\mathbf{E}' = -\nabla V' - \frac{\partial \mathbf{A}'}{\partial t} = -\nabla\left(V + \frac{\partial \eta}{\partial t}\right) - \frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{A} - \nabla\eta) = \mathbf{E}$$

În relațiile de mai sus am folosit câteva artificii matematice, de exemplu cel care spune că $\nabla \times (\nabla\eta) = 0$ în prima ecuație (vezi anexa 209) și schimbarea ordinii operatorului ∇ cu operatorul $\partial/\partial t$ în cea de-a doua ecuație, anulând astfel doi termeni.

Vedem că, în urma transformării de etalonare $\eta(\mathbf{r},t)$, câmpurile electric $\mathbf{E}$ și magnetic $\mathbf{B}$ rămân neschimbate. Spunem atunci că un câmp electromagnetic este *invariant la transformarea de etalonare locală* $\eta(\mathbf{r},t)$ a potențialelor electrodinamice V și $\mathbf{A}$, transformare care poate fi arbitrar aleasă.

Un motiv pentru care fizicienii folosesc potențialele electrodinamice V și $\mathbf{A}$ este faptul că îi ajută să calculeze mai ușor câmpul electromagnetic variabil generat de sarcinile electrice. Astfel, într-o alegere particulară a etalonării (numită *etalonarea Lorentz*), potențialele electrodinamice generate de o singură sarcină electrică pot fi privite ca niște unde sferice ce pleacă de la sarcina electrică și circulă cu viteza luminii. În același fel în care baba Dochia își lepăda cojoacele, tot așa și sarcina electrică emite *în fiecare moment* unde sferice, pe care le leapădă în spațiu ca pe niște cojoace (vezi figura 11.15). Aceste unde sferice, circulând cu viteza luminii, reprezintă potențialele electrodinamice V și $\mathbf{A}$ ale câmpului electromagnetic generat de sarcină.

În apropierea sarcinii (și în etalonarea Lorentz), potențialele electrodinamice sunt proporționale cu mărimea sarcinii electrice q care le generează și scad invers proporțional cu distanța r de la sarcina care le-au produs la momentul respectiv (vezi figura 11.15). Potențialul electric V poartă și numele de potențial Coulomb. Potențialul magnetic vector $\mathbf{A}$ este în plus proporțional și cu *viteza* sarcinii $\mathbf{v}$. Cum viteza are trei componente spațiale, așa va avea și potențialul magnetic $\mathbf{A} \sim q\mathbf{v}/r$, de aceea el este un *vector*.

În final, potențialele electrodinamice într-un punct oarecare se calculează direct ca suma potențialelor generate de toate sarcinile electrice din univers. Știind potențialele, putem apoi calcula direct câmpul electric $\mathbf{E}$ și câmpul magnetic $\mathbf{B}$ dat de ele. Cu alte cuvinte, potențialele electromagnetice rezolvă ecuațiile lui Maxwell, așa cum este detaliat în căsuța matematică următoare .

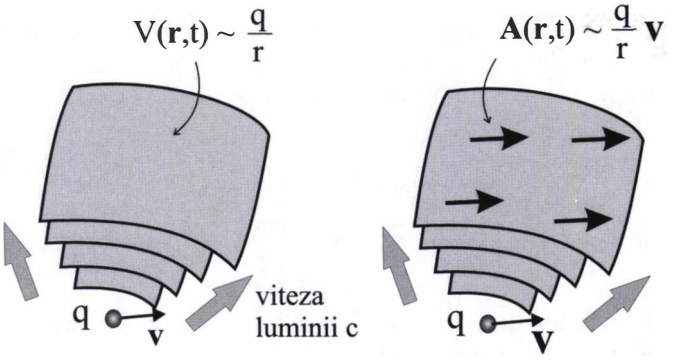

Figura 11.15: *În stânga este exemplificat potențialul electric $V(\mathbf{r},t)$, iar în dreapta potențialul magnetic vector $\mathbf{A}(\mathbf{r},t)$, emise de o sarcină electrică q în mișcare cu viteza $\mathbf{v}$, în etalonarea Lorentz. Sarcina se află în centrul sistemului de coordonate. Potențialele electrodinamice pot fi privite ca niște unde sferice care se deplasează cu viteza luminii c de la sarcina care le emite, unde ce sunt reprezentate de cele patru suprafețe. Potențialul magnetic vector generat $\mathbf{A}(\mathbf{r},t)$ va avea direcția mișcării sarcinii și va fi proporțional cu viteza acesteia $\mathbf{v}$, de aceea el este un vector. Dacă sarcina electrică se deplasează cu o viteză constantă $\mathbf{v}$, atunci undele sferice nu poartă energie care să se disipe în spațiu.*

Calcul: *Etalonarea Lorentz*

Una dintre cele mai folosite etalonări ale câmpului electromagnetic este *etalonarea Lorentz*. Aceasta înseamnă alegerea unei *transformări de etalonare* $\eta(\mathbf{r},t)$ (vezi căsuța matematică precedentă) în așa fel încât potențialele electrodinamice $V(\mathbf{r},t)$ și $\mathbf{A}(\mathbf{r},t)$ să satisfacă *în orice punct din spațiu* $\mathbf{r}$ și *la orice moment* t relația:

$$\nabla\cdot\mathbf{A}+\frac{1}{c^2}\frac{\partial V}{\partial t}=0$$

În relația de mai sus și în următoarele alegem să nu mai scriem explicit dependența $(\mathbf{r},t)$ a câmpurilor de spațiu și timp, pentru simplitate. În plus, regulile pentru operatorul vectorial ∇ acționând asupra unui vector (ca în $\nabla\cdot\mathbf{A}$) se regăsesc în anexa matematică a secțiunii 209.

Etalonarea Lorenz permite rezolvarea ecuațiilor lui Maxwell prezentate în secțiunea 35, de exemplu, prima ecuație $\nabla\cdot\mathbf{E}(\mathbf{r},t)=\rho(\mathbf{r},t)/\epsilon_0$. Astfel, să explicităm mai întâi divergența câmpului electric:

$$\nabla\cdot\mathbf{E}=\nabla\cdot\left(-\nabla V-\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}\right)=-\nabla\cdot(\nabla V)-\frac{\partial}{\partial t}(\nabla\cdot\mathbf{A})$$

Aici putem dezvolta pe componente spațiale x,y,z valoarea $\nabla\cdot(\nabla V)=\partial^2V/\partial x^2+\partial^2V/\partial y^2+\partial^2V/\partial z^2$. În plus, să înlocuim valoarea $\nabla\cdot\mathbf{A}$ din etalonarea Lorentz cu $-1/c^2\cdot\partial V/\partial t$. Substituind rezultatele în ecuația de mai sus, vom avea

$$-\nabla\cdot\mathbf{E}=\left(\frac{\partial^2V}{\partial x^2}+\frac{\partial^2V}{\partial y^2}+\frac{\partial^2V}{\partial z^2}\right)-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2V}{\partial t^2}=-\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

Remarcăm că forma de mai sus este consistentă cu teoria relativității restrânse pentru că, dacă facem substituția *ict* pentru coordonata temporală („rețeta" lui Minkowski), nu mai avem nici o asimetrie între coordonatele spațiale și cea temporală.

Procedând similar și cu celelalte ecuații ale lui Maxwell, vom obține o relație similară și pentru potențialul magnetic vector:

$$\frac{\partial^2\mathbf{A}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\mathbf{A}}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\mathbf{A}}{\partial z^2}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{A}}{\partial t^2}=-\mu_0\mathbf{J}$$

Remarcăm că, *în lipsa sarcinilor electrice*, avem $\rho(\mathbf{r},t)=0$ și $\mathbf{J}(\mathbf{r},t)=0$ și fiecare dintre ecuațiile de mai sus este identică cu ecuația Klein-Gordon ce descrie evoluția unui câmp scalar, așa cum a fost ea introdusă în secțiunea 127, pentru $m=0$. Cu alte cuvinte, în acest caz putem dezvolta modelul saltelei cu arcuri din figura 11.12 pentru potențialul electric V și pentru cele trei componente spațiale (A_x,A_y,A_z) ale câmpului $\mathbf{A}$.

Mai mult, în lipsa sarcinilor electrice, ecuațiile de mai sus sunt identice și cu cele care descriu deplasarea unor unde electromagnetice în vid cu viteza luminii c, prezentate în secțiunea 36.

În cazul general, relațiile de mai sus ne spun că $V(\mathbf{r},t)$ și $\mathbf{A}(\mathbf{r},t)$ sunt descrise de niște unde care se deplasează cu viteza luminii c de la sursele care le produc. Aceste surse sunt densitatea de sarcină electrică $\rho(\mathbf{r},t)$ și cea de curent electric $\mathbf{J}(\mathbf{r},t)$.

În apropierea unei singure sarcini electrice q în mișcare nerelativistă cu viteza $\mathbf{v}$, aflată în centrul sistemului de coordonate (vezi figura 11.15), soluția aproximativă este:

$$V(\mathbf{r},t)\approx\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}\qquad\mathbf{A}(\mathbf{r},t)\approx\frac{q\mu_0}{4\pi r}\mathbf{v}$$

Mai sus r este distanța de la sarcină până în punctul de măsură. Rezultatele acestea se obțin prin aproximația $c\to\infty$ în ecuațiile celor două potențiale electrodinamice.

Potențialul magnetic $\mathbf{A}(\mathbf{r},t)$ este un câmp vectorial ai cărui vectori sunt orientați în direcția $\mathbf{v}$ de mișcare a sarcinilor electrice, deci în direcția curentului electric (vezi și figura 11.16). Potențialul electric $V(r)$ pentru sarcina electrică punctiformă poartă numele de *potențialul lui Coulomb*.

Putem verifica forma potențialului Coulomb, aducându-ne aminte că potențialul electric V într-un punct $\mathbf{r}$ este o măsură a energiei potențiale E_p a unei sarcini de probă q' ce se află acolo

$$E_p(\mathbf{r})=q'V(\mathbf{r})=\frac{q'q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Forma de mai sus este similară cu energia potențială în cazul gravitațional, prezentată în secțiunea 19. Aceasta, desigur, deoarece forța electrică are o formă asemanătoare forței gravitaționale, amândouă scăzând invers proportional cu pătratul distanței r.

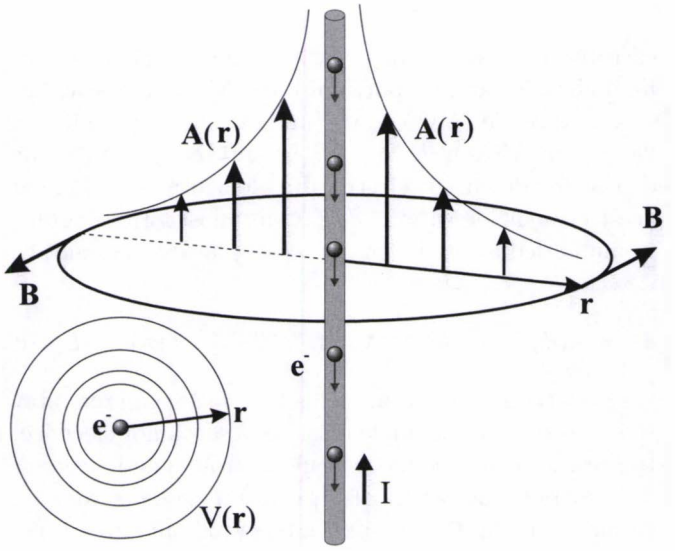

Figura 11.16: *În figură este schițat câmpul potențialului vector* $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ *din apropierea unui conductor în care circulă un curent electric constant de intensitate* I*, în etalonarea Lorentz. Ca și în cazul figurii 3.10, electronii* e^- *circulă în sens opus curentului. Potențialului magnetic vector* $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ *este un vector care are direcția curentului electric, dar a cărui mărime scade pe măsură ce ne îndepărtăm de conductor.* $\mathbf{B}$ *reprezintă câmpul magnetic. În stânga jos este reprezentat potențialul electric* $V(\mathbf{r})$ *din jurul unei sarcini, în aceeași etalonare. Acesta are o valoare constantă pe o sferă în jurul sarcinii și scade invers proporțional cu distanța* r *până la sarcină.*

Pare surprinzător să privim potențialul electric ca pe o undă sferică ce se deplasează cu viteza luminii. Aceasta pentru că în electrostatică, acolo unde sarcinile nu se mișcă, suntem obișnuiți cu un potențial electric *constant*, ce ne dă tensiuni electrice constante. Putem însă observa că sarcinile electrice emit potențiale electrice și magnetice *încontinuu*. În cazul când sarcinile electrice nu se mișcă, viteza lor va fi nulă și deci și potențialul magnetic va fi nul, conducând la un câmp magnetic nul. Pe de altă parte, sarcinile electrice statice vor emite *încontinuu* unde sferice ce reprezintă potențiale electrice, care vor ajunge într-un loc și îl vor depăși. În același timp însă, alte unde sferice vor ajunge în același loc. Deoarece sarcinile electrice nu s-au mișcat, potențialele vor avea aceleași valori în așa fel încât, în final, potențialul electric dintr-un punct va fi mereu același.

Potențialele electrodinamice sunt folosite des de fizicieni fizicieni pentru că ele permit un calcul direct al câmpului electromagnetic pentru un ansamblu de sarcini electrice date. Ele sunt *coordonatele generalizate* pe care le căutam pentru a descrie câmpul electromagnetic cu ajutorul principiului acțiunii minime. Pasul următor va fi să scriem densitatea de lagrangean $\mathcal{L}$ asociată acestui câmp și să vedem cum se compară cu modelul saltelei introdus de noi în secțiunile precedente. Acest lucru îl vom face în căsuța matematică următoare pentru cei interesați.

Calcul: ***Lagrangeanul câmpului electromagnetic***

Să descriem câmpul electromagnetic prin intermediul *principiului acțiunii minime*, construind densitatea sa de lagrangean $\mathcal{L}$ în prezența sarcinilor electrice. Apoi vom arăta, folosind ecuațiile Euler-Lagrange, că forma aleasă conduce la ecuațiile lui Maxwell.

Pentru început, să exprimăm câmpurile electric $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ și magnetic $\mathbf{B}(\mathbf{r},t)$ prin intermediul potențialelor electrodinamice V și $\mathbf{A}$, pentru că ele sunt *coordonatele generalizate* ale câmpului electromagnetic:

$$\mathbf{E} = \mathbf{i}E_x + \mathbf{j}E_y + \mathbf{k}E_z = -\nabla V - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} =$$
$$= \mathbf{i}\left(-\frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial t}\right) + \mathbf{j}\left(-\frac{\partial V}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial t}\right) + \mathbf{k}\left(-\frac{\partial V}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial t}\right)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{i}B_x + \mathbf{j}B_y + \mathbf{k}B_z = \nabla \times \mathbf{A} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} =$$
$$= \mathbf{i}\left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right) + \mathbf{j}\left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right) + \mathbf{k}\left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right)$$

În relația de mai sus vom identifica:

$$E_x = -\partial_x V - \partial_t A_x \qquad B_x = \partial_y A_z - \partial_z A_y$$
$$E_y = -\partial_y V - \partial_t A_y \qquad B_y = \partial_z A_x - \partial_x A_z$$
$$E_z = -\partial_z V - \partial_t A_z \qquad B_z = \partial_x A_y - \partial_y A_z$$

Mai sus simbolurile ∂_t și ∂_x reprezintă derivatele parțiale în raport cu timpul t sau coordonata spațială x, așa cum am discutat în secțiunea 127.

Să descriem mai întâi mișcarea unei sarcini electrice q de masă m și viteză $\mathbf{v}$ în câmpul electromagnetic prin intermediul principiului acțiunii minime. Așa cum vom arăta mai jos, lagrangeanul sarcinii electrice va fi:

$$\boxed{L = E_c - E_p = \frac{m\mathbf{v}^2}{2} - qV + q\mathbf{v}\cdot\mathbf{A}}$$

Recunoaștem în relația de mai sus energia cinetică $m\mathbf{v}^2/2$ a sarcinii și energia potențială qV în câmp electric (cu semn negativ, deoarece ea se scade din energia cinetică), precum și un termen suplimentar datorat câmpului magnetic.

Să demonstrăm acum că forma de mai sus este cea corectă, folosind ecuațiile Euler-Lagrange. În relația de mai sus $L = L(x,y,z,\dot{x},\dot{y},\dot{z})$ este o funcție analitică de poziția $\mathbf{r} = (x,y,z)$ și viteza particulei $\mathbf{v} = (\dot{x},\dot{y},\dot{z})$, însemnând că acestea trebuie privite niște simboluri (am folosit notația $\dot{x} = dx/dt$). Pentru componenta x, ecuația Euler-Lagrange este:

$$\frac{\partial L}{\partial x} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right) = 0$$

Avem atunci:

$$L = m\frac{\dot{x}^2+\dot{y}^2+\dot{z}^2}{2} - qV + q\dot{x}A_x + q\dot{y}A_y + q\dot{y}A_y$$
$$\frac{\partial L}{\partial x} = -q\frac{\partial V}{\partial x} + q\dot{x}\frac{\partial A_x}{\partial x} + q\dot{y}\frac{\partial A_y}{\partial x} + q\dot{z}\frac{\partial A_z}{\partial x}$$
$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right) = \frac{d}{dt}\left(m\dot{x} + qA_x\right) = m\ddot{x} + q\frac{dA_x}{dt}$$

Termenul al doilea din ultima relație dA_x/dt necesită o dezvoltare aparte. El reprezintă variația câmpului $A_x(\mathbf{r},t)$ din punctul de vedere al sarcinii. Aceasta are două surse, fie A_x variază în timp, fie sarcina se mută într-un punct în care câmpul este diferit. Așa cum știu matematicienii, variația câmpului A_x, văzută din poziția sarcinii q este:

$$\frac{dA_x}{dt} = \frac{\partial A_x}{\partial t} + \frac{dx}{dt}\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{dy}{dt}\frac{\partial A_x}{\partial y} + \frac{dx}{dt}\frac{\partial A_z}{\partial z}$$
$$= \frac{\partial A_x}{\partial t} + \dot{x}\frac{\partial A_x}{\partial x} + \dot{y}\frac{\partial A_x}{\partial y} + \dot{z}\frac{\partial A_x}{\partial z}$$

Înlocuind rezultatele în ecuația Euler-Lagrange, avem:

$$-q\frac{\partial V}{\partial x} + q\dot{x}\cancel{\frac{\partial A_x}{\partial x}} + q\dot{y}\frac{\partial A_y}{\partial x} + q\dot{z}\frac{\partial A_z}{\partial x} =$$
$$= m\ddot{x} + q\left(\frac{\partial A_x}{\partial t} + \dot{x}\cancel{\frac{\partial A_x}{\partial x}} + \dot{y}\frac{\partial A_x}{\partial y} + \dot{z}\frac{\partial A_x}{\partial z}\right) \Rightarrow$$
$$m\ddot{x} = q\left(-\frac{dV}{dx} - \frac{\partial A_x}{\partial t}\right) + \dot{y}\left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right) - \dot{z}\left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right)$$
$$\Rightarrow\ m\ddot{x} = qE_x + \dot{y}B_z - \dot{z}B_y = (q\mathbf{E})_x + (q\mathbf{v}\times\mathbf{B})_x$$

Obținem astfel că forța asupra sarcinii electrice q este chiar forța Lorentz, introdusă în secțiunea 26, având o componentă electrică și una magnetică. Alegerea noastră pentru L a fost deci corectă.

Să ne întoarcem privirea acum asupra câmpului electromagnetic și să construim lagrangeanul său. Primul lucru pe care trebuie să-l înțelegem este că acesta va fi distribuit în tot spațiul:

$$L_{em} = \int \mathcal{L}(\mathbf{r},t)dV$$

Aici $\mathcal{L}$ este *densitatea* de lagrangean a câmpului. Să ne aducem aminte că densitatea energiei câmpului electromagnetic în vid $w = w(\mathbf{r},t)$ (vezi secțiunea 41) se scria ca o *sumă* a celei pentru câmpul electric (asociat energiei cinetice) și a celei pentru câmpul magnetic (asociat energiei potențiale). Densitatea de lagrangean a câmpului electromagnetic în vid se scrie ca *diferența* dintre cele două, așa cum am discutat în secțiunea 127:

$$w = \frac{\epsilon_0\mathbf{E}^2}{2} + \frac{\mathbf{B}^2}{2\mu_0} \quad\Rightarrow\quad \mathcal{L} = \frac{\epsilon_0\mathbf{E}^2}{2} - \frac{\mathbf{B}^2}{2\mu_0}$$

Atunci când există sarcini electrice în spațiu, trebuie să mai adăugăm un termen relației de mai sus. Termenul se ghicește privind figura 4.4. Aici vedem că totalitatea sarcinilor electrice poate fi privită ca un fluid electric care, pe porțiuni mici dV, se depasează în aceeași direcție cu viteza $\mathbf{v}$. Sarcina totală din unitatea de volum dV este $dq = \rho dV$, iar cu $\mathbf{J} = \rho\mathbf{v}$ am notat densitatea de curent electric din elementul dV. Pentru acest element de sarcină dq putem folosi forma lagrangeanului dedusă la începutul acestei căsuțe matematice și scrie:

$$dL = -(dq)V + (dq)\mathbf{v}\cdot\mathbf{A} = (-\rho V + \mathbf{J}\cdot\mathbf{A})\,dV = \mathcal{L}\cdot dV$$

În relația de mai sus am folosit $\rho\mathbf{v} = \mathbf{J}$ și am renunțat să mai scriem termenul de masă m al sarcinilor electrice. În acest fel vom calcula câmpul electromagnetic *generat* de distribuția de sarcini electrice $\rho(\mathbf{r},t)$ și densitatea de curent asociată $\mathbf{J}(\mathbf{r},t)$, și nu interesează mișcarea acestor sarcini, pe care o alegem cum vrem noi. Un termen de masă diferit îl vom adăuga mai târziu, pentru a recupera mișcarea relativistă a electronilor liberi datorată câmpului electromagnetic.

Adăugând termenul de mai sus la densitatea de lagrangean a câmpului electromagnetic în vid, obținem:

$$\boxed{\mathcal{L} = \frac{\epsilon_0\mathbf{E}^2}{2} - \frac{\mathbf{B}^2}{2\mu_0} - \rho V + \mathbf{J}\cdot\mathbf{A}}$$

Forma de mai sus descrie complet câmpul electromagnetic generat de distribuția de sarcini electrice $\rho(\mathbf{r},t)$ și de mișcarea acestora $\mathbf{J}(\mathbf{r},t)$. Să verificăm acest lucru folosind ecuațiile Euler-Lagrange și deducând ecuațiile lui Maxwell. Mai întâi dezvoltăm folosind relațiile de la începutul căsuței matematice:

$$\mathcal{L} = \epsilon_0\frac{E_x^2+E_y^2+E_z^2}{2} - \frac{B_x^2+B_y^2+B_z^2}{2\mu_0} - \rho V + \mathbf{JA}$$
$$= \epsilon_0\frac{(-\partial_x V - \partial_t A_x)^2}{2} + \epsilon_0\frac{(-\partial_y V - \partial_t A_y)^2}{2} +$$
$$+ \epsilon_0\frac{(-\partial_z V - \partial_t A_z)^2}{2} - \frac{(\partial_y A_z - \partial_z A_y)^2}{2\mu_0} -$$
$$- \frac{(\partial_z A_x - \partial_x A_z)^2}{2\mu_0} - \frac{(\partial_x A_y - \partial_y A_x)^2}{2\mu_0} -$$
$$- \rho V + j_x A_x + j_y A_y + j_z A_z$$

În relația de mai sus, (V, A_x, A_y, A_z) sunt coordonatele generalizate ale sistemului, iar $(\partial_\mu V,\ \partial_\mu A_x,\ \partial_\mu A_y,\ \partial_\mu A_z)$ sunt vitezele generalizate. Aici μ ia patru valori $\mu = (t,x,y,z)$.

Să scriem acum ecuația Euler-Lagrange (vezi secțiunea 127) pentru prima coordonată generalizată și anume potențialul electric V:

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial V} - \sum_{\mu=t,x,y,z}\partial_\mu\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu V)}\right) = 0$$

Mai sus trebuie să privim $\mathcal{L}$ ca pe o *funcție analitică* de coordonatele și vitezele generalizate $\mathcal{L} = \mathcal{L}(V, A_x, A_y, A_z, \partial_\mu V, \partial_\mu A_x, \partial_\mu A_z, \partial_\mu A_y)$, care devin niște *simboluri* și la care putem deriva în formula lui $\mathcal{L}$. Avem atunci:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_t V)} = 0; \qquad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial V} = -\rho$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_x V)} = -\epsilon_0(-\partial_x V - \partial_t A_x) = -\epsilon_0 E_x$$

Înlocuind în ecuația Euler-Lagrange pentru cele trei componente x, y, z, obținem

$$-\rho - \frac{\partial}{\partial t}(0) - \frac{\partial}{\partial x}(-\epsilon_0 E_x) - \frac{\partial}{\partial y}(-\epsilon_0 E_y) - \frac{\partial}{\partial z}(-\epsilon_0 E_z) = 0$$

Abia după ce am efectuat operațiile de mai sus avem voie să ne aducem aminte că, în următorii pași, trebuie să considerăm V și $\mathbf{A}$ funcții de poziție și timp $V = V(\mathbf{r}, t)$, $\mathbf{A} = \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$. Recombinând termenii în operatorul ∇ vom avea

$$-\rho + \epsilon_0 \nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

Aceasta însă este prima ecuație a lui Maxwell (vezi secțiunea 35). Să scriem acum ecuația Euler-Lagrange pentru componenta A_x:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_x} - \sum_{\mu=t,x,y,z} \partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu A_x)} \right) = 0$$

În relația de mai sus, V, $\mathbf{A}$ și derivatele lor sunt privite ca niște *simboluri pure*. Folosind dezvoltarea lui $\mathcal{L}$, obținem termenii:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_x} = j_x; \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_t A_x)} = -\epsilon_0(-\partial_x V - \partial_t A_x) = -\epsilon_0 E_x$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_x A_x)} = 0; \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_y A_x)} = \frac{\partial_x A_y - \partial_y A_x}{\mu_0} = \frac{B_z}{\mu_0}$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_z A_x)} = -\frac{\partial_z A_x - \partial_x A_z}{\mu_0} = -\frac{B_y}{\mu_0}$$

Înlocuind în ecuația lui Euler-Lagrange și aducându-ne aminte ca la acest pas trebuie să considerăm V și $\mathbf{A}$ funcții de timp și spațiu, obținem:

$$j_x - \partial_t(-\epsilon_0 E_x) - \partial_x(0) - \partial_y\left(\frac{B_z}{\mu_0}\right) - \partial_z\left(-\frac{B_y}{\mu_0}\right) = 0$$
$$\Rightarrow (\mu_0 \mathbf{J})_x + \left(\frac{1}{c^2}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\right)_x - (\nabla \times \mathbf{B})_x = 0$$

Aici am folosit relația $\epsilon_0 \mu_0 = 1/c^2$. După cum vedem, rezultatul de mai sus este tot una dintre ecuațiile lui Maxwell prezentate în secțiunea 35, scrisă pentru componenta x. Ea ne spune că variația câmpului electric generează câmp magnetic. Vedem astfel cum din ecuațiile Euler-Lagrange obținem ecuațiile lui Maxwell.

La sfârșitul acestei secțiuni vom menționa motivul principal pentru care am introdus potențialele electrodinamice $(V, \mathbf{A})$, care se leagă de un principiu crucial în teoria cuantică a câmpurilor, numit *invarianța la transformările de etalonare locale*. Principiul, scos în evidență tocmai de potențialele electrodinamice, va face posibilă reconstruirea tuturor tipurilor de interacțiuni dintre particule, de exemplu interacțiunea de culoare (capitolul 16) sau interacțiunea nucleară slabă (capitolul 17).

Cheia principiului invarianței la transformările de etalonare locale pornește de la o particularitate ciudată a potențialelor electrodinamice. Astfel, fizicienii au putut observa că există mai multe configurații posibile ale potențialelor electrodinamice, toate conducând la *aceleași valori ale câmpurilor electrice și magnetice* (vezi prima căsuță matematică a acestei secțiuni).

Alegerea uneia sau alteia dintre configurații se numește *etalonare*, iar soluția undelor sferice prezentate în această secțiune folosește așa-numita *etalonare Lorentz*. O altă etalonare particulară este etalonarea temporală, în care potențialul electrodinamic scalar este nul $V = 0$ peste tot în spațiu. Dacă știm soluția într-o etalonare dată (ca cea din etalonarea Lorentz, cu unde sferice), atunci putem calcula o nouă configurație într-o altă etalonare, cu ajutorul *transformărilor de etalonare*.

La prima vedere, pare că ne scărpinăm la urechea dreaptă cu mâna stangă. De ce am introdus aceste potențiale electrodinamice $V(\mathbf{r}, t)$ și $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$, dacă există mai multe configurații ale lor (mai multe etalonări), toate conducând la aceleași valori ale câmpului electric $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ și ale câmpului magnetic $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$? Numai pentru că ne ajută să rezolvăm mai ușor ecuațiile lui Maxwell? Acesta e doar unul dintre motive. Motivul adevărat este altul: faptul că aceste potențiale electrodinamice sunt mai „fundamentale" decât câmpurile electrice și magnetice, și că această observație scoate la lumină *principiul invarianței la transformările de etalonare locală* menționat mai devreme.

Astfel, așa cum vom detalia în secțiunea 162, se pot imagina situații în care câmpurile electrice și magnetice $(\mathbf{E}, \mathbf{B})$ sunt *nule* pe o porțiune *locală* din spațiu, și totuși potențialele electrodinamice $(V, \mathbf{A})$ sunt *nenule* (vezi figura 11.17). În mod normal, dacă un electron de sarcină $q = -e$ $(e > 0)$ se află în aceste regiuni, asupra lui nu acționează nici o forță. Aceasta pentru că atât forța electrică $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$, cât și forța magnetică $\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ sunt nule, fiindcă cele două câmpuri $\mathbf{E}$ și $\mathbf{B}$ sunt nule.

Cu toate acestea, vom discuta în secțiunea 162 experimentul Aharonov-Bohm (un experiment de difracție cu electroni) și vom vedea că mișcarea electronului este influențată în aceste zone de câmp electric și magnetic *nul*, care au însă potențiale electrodinamice nenule. Influența este descrisă de *mecanica cuantică*, nu de electromagnetismul clasic. Rezultatul ne spune că, pentru a descrie mișcarea electronului în mecanica cuantică, trebuie să folosim potențialele electrodinamice $(V, \mathbf{A})$ în loc de câmpurile electrice și magnetice $(\mathbf{E}, \mathbf{B})$.

Aceste experimente sugerează că *potențialele* electrodinamice $(V, \mathbf{A})$ sunt mai „fundamentale" decât *câmpurile* electrice și magnetice $(\mathbf{E}, \mathbf{B})$, altfel nu putem explica influența asupra electronului în zone în care câmpurile electrice și magnetice sunt nule (cel puțin nu prin influențe locale). Cum însă am văzut că sunt mai multe etalonări

(soluții) posibile pentru potențialele electrodinamice (V, $\mathbf{A}$), întrebarea este: pe care dintre acestea trebuie s-o folosim, care dintre ele este cea „reală"?

Răspunsul fizicienilor este că toate sunt la fel de „reale", și că putem folosi *oricare* dintre etalonările potențialelor electrodinamice, pentru că rezultatele prezise experimental vor fi aceleași. Lucrul e valabil și în mecanica cuantică. Aici electronul este deviat, surprizător, chiar în zone unde câmpurile electrice și magnetice sunt nule (vezi 11.17), dar este deviat *la fel* în toate etalonările. Cu alte cuvinte, mișcarea electronului este *aceeași* indiferent ce etalonare alegem pentru potențialele electrodinamice.

De fapt, observația este mai subtilă, în sensul că nici un fel de experiment nu va putea vreodată face o distincție între o configurație a potențialelor electrodinamice sau alta (deci între o etalonare sau alta). Potențialele electrodinamice se definesc într-adevăr până la niște *etalonări*, lucru recunoscut foarte bine de electricieni. Aceștia știu bine că împământarea unui circuit electric (referința de potențial electric nul) poate fi aleasă oriunde pe circuit, iar potențialele electrice ale punctelor de pe circuitul electric nu vor avea o valoare absolută niciodată, ci vor depinde mereu de împământarea aleasă, în așa fel încât tensiunile electrice (căderile de tensiune) între două puncte să rămână aceleași.

Concluzia experimentelor din mecanica cuantică va fi aceasta: câmpurile electrice și magnetice ($\mathbf{E}$,$\mathbf{B}$) nu sunt parametrii completi (finali) ce descriu câmpul electromagnetic, ci aceștia trebuie să fie *potențialele* electrodinamice (V,$\mathbf{A}$). Deoarece există însă *mai multe* configurații de potențiale electrodinamice, toate la fel de bune, ce conduc la aceleași rezultate (chiar și în mecanica cuantică), nu ne rămâne de acceptat decât că există un *grad suplimentar de libertate* în natură, cel al transformărilor de etalonare.

Aceasta este o proprietate fundamentală a naturii, pe care o vom impune și altor teorii, și este cheia pe care vom construi noile interacțiuni din natură, precum interacțiunea de culoare (capitolul 16) sau interacțiunea nucleară slabă (capitolul 17).

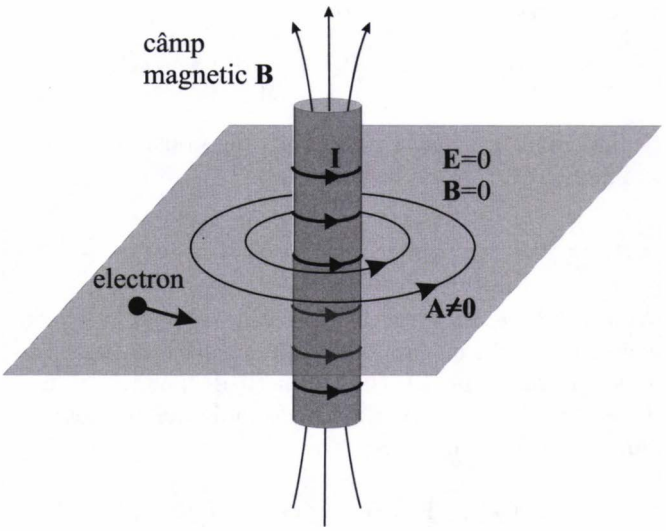

Figura 11.17: *În figură este reprezentat câmpul magnetic de inducție* $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ *și potențialul magnetic vector* $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ *generate de curentul electric* I *al unei unei bobine speciale, în etalonarea Lorentz. În afara bobinei, în planul indicat pe figură, câmpul magnetic este nul* $\mathbf{B} = 0$, *deși potențialul magnetic vector este nenul* $\mathbf{A} \neq 0$. *În stânga este reprezentat un electron care se mișcă în acest plan. În electromagnetismul clasic electronul se mișcă nedeviat, pentru că ambele câmpuri, atât electric* $\mathbf{E}$, *cât și magnetic* $\mathbf{B}$ *sunt nule. Cu toate acestea, în mecanica cuantică electronul este deviat în mișcarea sa, iar această deviație este dată de potențialul magnetic vector* $\mathbf{A}$, *care este nenul. De remarcat că potențialul magnetic vector urmărește orientarea curentului electric, el fiind în etalonarea Lorentz un ansamblu de unde sferice generate de electronii care formează curentul electric, păstrând direcția vitezei acestora aproape de sursă.*

12

Teoria cuantică a câmpurilor

În capitolul de față vom vorbi despre teoriile *cuantice* de câmp. Pentru că sunt destul de specializate, teoriile de câmp rămân de cele mai multe ori în grădina fizicienilor și nu fac parte din bagajul de cunoștințe generale. Cu toate acestea, ele scot la iveală aspecte noi, surprinzătoare pentru cineva interesat de proprietățile universului în care trăiește.

Vom introduce teoriile cuantice ale câmpului construind mai departe ce am început în capitolul precedent, unde am discutat despre teoriile clasice de câmp. Vom vedea că fiecare câmp, odată cuantificat, va schimba între diferite puncte ale sale sau cu alte câmpuri pachete discrete de energie, pe care le identificăm cu *particulele*. În urma acestor observații, va trebui să abandonăm ideea unui univers în care particulele sunt un fel de „bile" minuscule. Particulele vor deveni acum manifestări energetice ale întregului univers, privit ca un câmp cuantic uriaș.

În continuare, vom descrie mișcarea electronilor relativiști. Atunci vom prezenta și *mecanica cuantică relativistă* care este, așa cum îi spune și numele, o teorie ce pune de acord mecanica cuantică cu teoria relativității restrânse. Ea introduce *pozitronul* ca o nouă particulă cu aceleași proprietăți ca ale electronului, însă cu sarcina electrică *pozitivă*, fiind o manifestare a antimateriei.

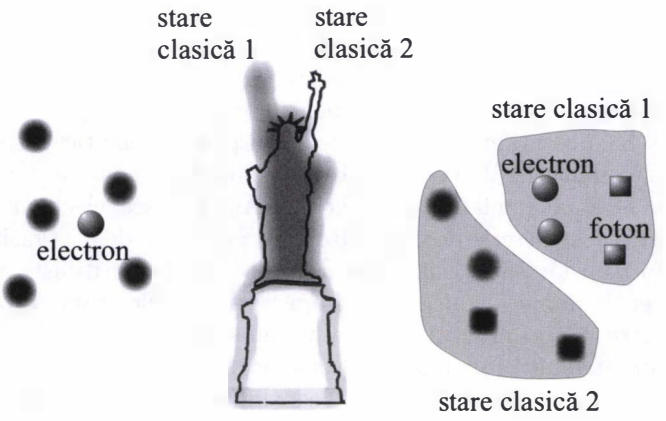

Figura 12.1: *Unda de probabilitate a unui sistem, în trei cazuri. Stânga: un electron fără spin se află în același timp în șase poziții spațiale, ceea ce înseamnă că unda de probabilitate primește câte un număr complex pentru fiecare poziție. Mijloc: o statuie cuantică se găsește în același timp în două poziții posibile. Dreapta: un sistem format din doi electroni și doi fotoni. O stare clasică este o fotografie particulară a poziției celor patru particule. În figură sunt reprezentate două stări clasice posibile. Sistemul cuantic al celor patru particule se află în același timp în ambele situații. Unda de probabilitate a universului format de cele patru particule primește câte un număr complex pentru fiecare astfel de stare clasică.*

129. Esența mecanicii cuantice

După cum am discutat în capitolul 9, mecanica cuantică este o extensie neobișnuită a mecanicii clasice. Dacă în mecanica clasică un electron se deplasa *continuu* pe o curbă, de la un punct la altul, în mecanica cuantică trebuie să renunțăm la această imagine. Aici, între două măsurători, trebuie să uităm de electron și să considerăm doar *unda sa de probabilitate*.

După cum vă amintiți, *unda de probabilitate* a unui electron fără spin descrie probabilitatea de a găsi electronul într-un loc sau altul, iar evoluția ei este dată de ecuația Schrödinger. Unda de probabilitate nu ne spune precis unde vom găsi electronul, ci doar care este probabilitatea de a-l găsi într-un loc sau altul.

Dacă am privi cu ochii noștri lumea cuantică am avea imaginea unei lumi foarte nefamiliare, în care particulele *parcă sar brusc* dintr-un loc în altul: dacă acum găsim un electron pe Pământ, peste câteva momente îl putem găsi pe Lună (cu o șansă mică, ce e drept) și peste încă un minut la loc pe Pământ. Nici vorbă de mișcări continue, de evoluții pe traiectorii etc., ci doar de o undă de probabilitate care evoluează, iar particula o vom găsi în diverse locuri, după cum ne spune unda de probabilitate.

În secțiunea 105 am introdus postulatul colapsului undei de probabilitate. El ne spune că unda de probabilitate evoluează *continuu* (conform ecuației lui Schrödinger, vezi figura 9.43) doar în absența unei măsurători. Odată însă ce facem o măsurătoare, această undă se schimbă *brusc* în tot universul. Dacă cineva măsoară unde este electronul, unda de probabilitate colapsează, devine localizată în zona unde

a fost găsit electronul, după care începe din nou să evolueze continuu conform ecuației lui Schrödinger. Cu alte cuvinte, simplu spus, caracterul de particulă al electronului devine vizibil doar la măsurători, iar între măsurători trebuie să ne gândim numai la unda sa de probabilitate.

Faptul că în orice moment putem găsi electronul în toate locurile posibile reprezintă cheia înțelegerii *oricărui* sistem de particule cuantice și, general, a oricărui sistem clasic ce va fi cuantificat. Aceasta pentru că el se traduce și prin a spune că electronul se află, *în același timp*, în toate stările sale clasice în care poate fi găsit localizat.

Astfel, poziția electronului în spațiu poate fi asociată unei *stări clasice* a electronului. Cum unda de probabilitate a electronului reprezintă un număr complex în fiecare punct din spațiu, spunem că această undă de probabilitate este dată de un set de numere complexe, câte unul pentru fiecare stare clasică a electronului (aici poziția sa localizată). Vorbim atunci de o *superpoziție cuantică* și de faptul că electronul se găsește, *în același timp*, în toate stările sale clasice (în cazul nostru, pozițiile sale spațiale).

Să observăm că starea de superpoziție cuantică este mai mult decât o statistică a necunoașterii noastre, este o noțiune fundamental diferită. Astfel, dacă electronul ar fi fost descris doar de câte o *probabilitate* de a fi găsit într-un loc sau altul, unda de probabilitate ar fi fost un set de numere *reale*. Atunci am fi spus că electronul este într-un loc *sau* altul, doar că noi nu știm în care, de aceea am atribuit probabilități diverselor poziții.

Unda de probabilitate a electronului este descrisă însă de un set de numere *complexe*. Desigur, modulul acestor numere ne dă probabilitatea de găsi electronul într-o stare sau alta, însă numerele complexe au și o *fază*. Această fază face posibile efectele de interferență și ne spune că electronul este *atât* într-un loc, *cât și* în altul, și nu într-un loc *sau* altul. Electronul se află *în același timp* în toate locurile (vezi figura 12.2).

Abordarea de mai sus face posibilă generalizarea procedurii de cuantificare la orice sistem (nu numai electron), fie el o roată de automobil, un ansamblu de particule sau o minge de fotbal (vezi figura 12.1). În capitolele precedente am dat câteva exemple de *superpoziție cuantică* a unor sisteme, de exemplu statuia cuantică, pisica lui Schrödinger sau chiar un foton polarizat la un anume unghi.

Așa cum am menționat, în cazul general se stabilesc toate stările clasice pe care le poate lua un sistem. Apoi i se atașează fiecărei stări clasice câte un număr complex, formându-se astfel un set de numere pe care îl numim undă de probabilitate sau funcție de undă (denumirea tehnică). După cum electronul va fi găsit în orice moment în oricare dintre pozițiile sale, tot așa și sistemele clasice, odată cuantificate, vor fi găsite oricând în oricare dintre stările lor clasice, cu anumite probabilități, desigur.

Mecanica cuantică ne spune astfel că sistemul va fi găsit la momentul următor, dacă este măsurat, în oricare dintre pozițiile clasice posibile, și numai unda de probabilitate ne va spune care este probabilitatea de a-l găsi într-o situație sau alta, nu însă cu certitudine. Or, cu alte cuvinte, sistemul cuantic se găsește, între măsurători, *în același timp* în toate stările sale clasice. Desigur însă, este necesar să și scriem ecuația lui Schrödinger pentru *evoluția* undei de probabilitate a întregului sistem, altfel nu știm cum va

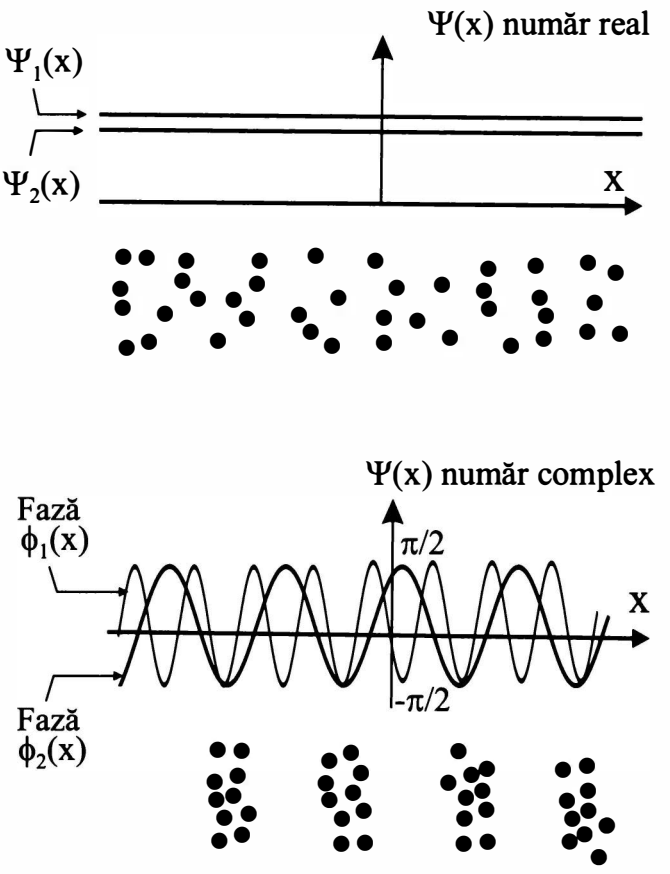

Figura 12.2: *Sus este prezentat cazul ipotetic în care unda de probabilitate $\Psi(x)$ a unei particule ar fi fost descrisă numai de numere reale, ce ar reprezenta probabilitatea de a găsi particula într-un loc sau altul. Dacă avem o sumă de două astfel de situații, în care probabilitatea este constantă în spațiu, atunci și suma probabilităților va fi constantă. Punctele reprezintă pozițiile unde vom găsi particula dacă facem măsurători succesive, o particulă după alta. În figura de jos, avem cazul undei de probabilitate $\Psi(x) = Ae^{i\phi(x)}$ descrisă de numere complexe, care au nu numai modul A, dar și fază $\phi(x)$. Am schițat numai fazele a două astfel de funcții al căror modul A este constant în spațiu și același. Timpul este ignorat, putându-ne imagina că situația de mai sus este statică. Probabilitatea de găsi particula, pentru fiecare dintre cele două funcții, luate separat, este constantă în spațiu, fiind dată de relația $p \sim A^2$. Atunci când luăm în calcul prezența ambelor funcții $\Psi_1(x)$ și $\Psi_2(x)$, acestea trebuie adunate. În pozițiile unde fazele sunt opuse (și egale cu $\pm\pi/2$), suma undelor de probabilitate devine însă nulă $Ae^{i\pi/2} + Ae^{-i\pi/2} = Ai - Ai = 0$ și nu vom găsi particula acolo (reprezentarea de jos). Astfel, suma celor două funcții a devenit în unele puncte nulă, ceea ce înseamnă că și probabilitatea să găsim particula acolo va fi nulă. Aceasta deși ambele probabilități erau inițial nenule în acele puncte. Practic, am adunat două probabilități nenule pentru a obține o probabilitate nulă! Lucrul acesta nu s-ar fi întâmplat în cazul de sus.*

evolua probabilitatea de a-l găsi într-o stare clasică sau alta.

Așa cum vom arăta în capitolele ce urmează, starea generală a universului este un *ansamblu de particule.* Particulele sunt împrăștiate prin colțurile îndepărtate ale universului, iar o stare „clasică" ne spune unde se află în parte *fiecare* dintre particule (vezi figura 12.3). Avem desigur, mai multe stări cuantice posibile, iar universul se află într-o superpoziție cuantică a *tuturor* acestor stări posibile.

Unda de probabilitate a sistemului reprezintă în acest caz un set de numere complexe, câte unul pentru fiecare stare clasică a universului (deci pentru fiecare combinație posibilă a pozițiilor particulelor). Modulul acestor numere complexe ne dă probabilitatea de a găsi universul în acea stare clasică. Pentru a construi fizica „ultimă" a universului trebuie să considerăm toate aceste stări clasice ale universului (alcătuit numai de particule) și să considerăm că universul se află de fapt într-o stare de *superpoziție cuantică* a lor. După cum vedem, nu avem o mulțime de unde de probabilitate, câte una pentru fiecare particulă, ci o singură undă de probabilitate *pentru tot universul*, care reprezintă superpoziția cuantică a tuturor stărilor sale clasice.

Într-o imagine mai „artistică", dar nu departe de adevăr, am putea spune că universul se află, *în același timp*, în toate combinațiile sale imaginabile. Lumea apare însă clasică pentru că asupra ei se efectuează încontinuu măsurători, generând colapsuri cuantice, și pentru că unda de probabilitate pentru obiecte macroscopice între două colapsuri nu evoluează așa de rapid. În esență însă, universul este o *superpoziție cuantică* a tuturor stărilor sale clasice posibile, atâta doar că cele două procese precedente (colapsul undei de probabilitate și evoluția lentă a acesteia pentru obiectele macroscopice) fac ca stările clasice pe care le observăm să aibă pondere dominantă în unda de probabilitate a universului.

Nu ar fi rău să inventariem stările clasice pe care trebuie să le considerăm, dacă privim universul ca pe o mulțime de particule. Să vedem deci care sunt toate stările clasice ale *universului întreg*, dacă acesta ar fi format numai din electroni și fotoni (pentru simplitate). În acest fel ne facem o idee despre ce ne așteaptă (vezi figura 12.3).

O primă stare clasică este cea de *vid*, în care nu există nici un fel de particulă în tot spațiul. Avem apoi situațiile în care există doar *o singură particulă* în tot spațiul (oricare din cele două, electron sau foton), într-una din cele două stări de spin ale electronului sau în stările de polarizare ale fotonului. Particula se poate afla *oriunde* în spațiu și in *oricare* dintre stările ei de spin sau polarizare. Fiecare asemenea stare este o stare „clasică", așa încât avem o infinitate de astfel de stări.

Apoi avem stările clasice de două particule, în oricare combinație, situate în oricare poziții și având orice stare de spin sau polarizare. Există însă o diferență între electroni și fotoni. Astfel, putem găsi doi fotoni în aceeași poziție din spațiu (în aceeași stare), pe când doi electroni nu pot ocupa niciodată aceeași poziție din spațiu, având același spin. Acesta este principiul lui Pauli, care ne atrage atenția că electronii sunt *fermioni*, iar fotonii *bosoni.* De exemplu, un electron la București și un foton la Timișoara este o singură stare clasică. Doi fotoni la Urziceni, în

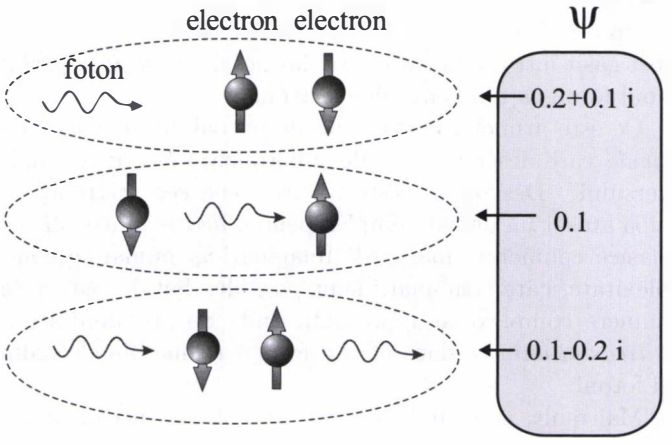

Figura 12.3: *În figură sunt reprezentate trei situații care pot fi considerate stări clasice ale universului. Sus este prezentată o stare cu un foton și doi electroni. Mai jos este prezentată o altă stare, în care cele trei particule au alte poziții în spațiu. Al treilea exemplu este o stare în care avem un foton suplimentar și pe care o vom interpreta spunând că un electron a emis în plus un foton. Mecanica cuantică atașează fiecărei astfel de combinații câte un număr complex, exemplificat în dreapta. Setul acestor numere formează unda de probabilitate totală ψ a universului. De remarcat că sunt o infinitate de stări precum cele exemplificate mai sus, pentru că particulele pot lua și alte poziții în spațiu și pentru că numărul lor se va schimba.*

același loc, este o altă stare clasică. Deoarece electronii sunt fermioni, nu se acceptă starea clasică în care doi electroni cu același spin s-ar afla la Mangalia exact în același loc pe plajă.

După ce terminăm enumerarea combinațiilor posibile de două particule în diverse poziții, trebuie să trecem la trei particule. Și pentru ele sunt o infinitate de combinații posibile, luând în calcul toate pozițiile spațiului și stările de spin sau polarizare. Apoi, avem combinații de patru particule și așa mai departe. Important este că fiecare situație clasică descrie clar *câte* particule sunt, *unde* sunt exact localizate particulele și care este starea lor de spin sau polarizare.

Acum suntem pregătiți pentru a face pasul următor. Pentru aceasta, să ne aducem aminte „metodologia" de cuantificare a oricărui sistem clasic. Aici, sistemul este într-o stare de superpoziție cuantică a stărilor sale clasice, superpoziție cuantică descrisă de o *undă de probabilitate* (numită și funcție de undă). Funcția atașază un număr complex fiecărei stări clasice posibile. Apoi, la o măsurătoare, sistemul poate fi găsit în oricare din stările sale clasice, iar amplitudinea funcției de undă (modulul numărului complex) ne va spune care este probabilitatea de a-l găsi într-o stare clasică sau alta.

Universul nostru plin de electroni și fotoni poate fi găsit deci (în orice moment!) în *oricare* dintre stările „clasice" enumerate mai sus (vezi figura 12.3). Dacă la început găsim un electron la Mangalia și un foton la Vâlcea (o stare clasică), la momentul următor putem găsi un electron la Galați, un foton la Cluj și alt foton în străinătate (o altă stare clasică), având deci un foton în plus. Vom *interpreta*

rezultatul de mai sus spunând că electronul nostru a *emis* un foton. Cu toate acestea, realitatea este că universul a fost găsit într-o altă stare a sa, iar noi doar am *interpretat* noul foton ca fiind emis de electron.

Ce este atunci această undă de probabilitate *multiparticulă* care descrie starea de superpoziție cuantică a universului? Desigur, ea este uriașă, deoarece ar trebui să aibă atașat un număr complex pentru *fiecare* dintre stările clasice enumerate mai sus! Imaginați-vă numai ce complexitate, câte combinații sunt posibile. Setul aceasta de numere complexe ar reprezenta unda de probabilitate a *întregului univers*, dacă el ar fi format numai din electroni și fotoni.

Mai mult, dacă ar fi să trăim în spiritul mecanicii cuantice, ar trebui să spunem că universul se află *în același timp* în toate aceste stări clasice. Unda de probabilitate ne dă ponderea și faza cu care fiecare din stările clasice contribuie la unda de probabilitate totală. În plus, unda de probabilitate a întregului univers va evolua după o ecuație echivalentă cu cea a lui Schrödinger, pe care trebuie s-o și scriem matematic.

După cum vedem, obținem o stare de superpoziție cuantică a tuturor stărilor clasice posibile și nu o mulțime de unde de probabilitate, câte una pentru fiecare particulă. Complexitatea noi situații iese in evidență, de exemplu, dacă încercăm să contabilizăm toate stările clasice, ca să scriem apoi matematic forma stării de superpoziție cuantică. Cum arată ecuația lui Schrödinger de evoluție a acestei uriașe unde de probabilitate? Putem face niște calcule cât de cât decente ținând cont de complexitatea sistemului?

Răspunsul este, surprinzător, afirmativ, iar în capitolul următor vom prezenta o metodă echivalentă de calcul a proceselor cuantice. Metoda poartă numele fizicianului Richard Feynman. Pentru a ajunge însă acolo, trebuie să vorbim despre mecanica cuantică relativistă, cu noua sa particulă, pozitronul, și să explicităm matematic ce înțelegem prin particule în cadrul teoriilor cuantice de câmp.

130. Geneza particulelor în reprezentarea poziției

Succesul actual al fizicii moderne se datorează unui fapt mai puțin cunoscut, și anume reinterpretării noțiunii de *particulă*. Astfel, în toate discuțiile de până acum ne-am imaginat tacit că o particulă (cărămida universului nostru) a fost un fel de „bilă", eventual punctiformă. Universul a fost, în această imagine, un ansamblu de „bile".

Cu toate acestea, atunci când fizicienii au încercat să extindă modelul unui ansamblu de bile în mecanica cuantică, problema a devenit mult mai complexă, așa cum am văzut în secțiunea precedentă. Ajutorul a venit din partea câmpului electromagnetic, acolo unde nu suntem obișnuiți să discutăm despre „bila" pe care noi am numit-o foton, ci despre cuanta de energie discretă pe care fotonul o reprezintă.

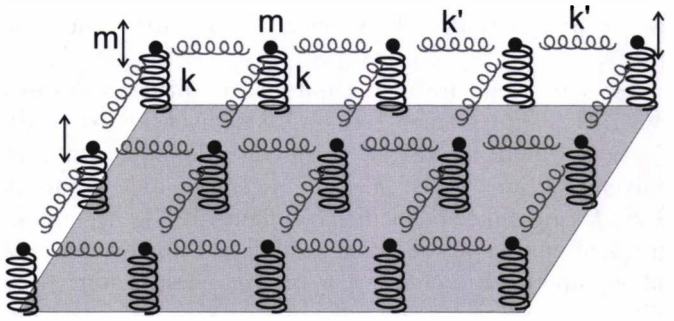

Figura 12.4: *În figură este schițat un model extins al unui ansamblu de bile și resorturi, sub forma unei saltele cu cu arcuri (vezi și figurile 11.12 și 11.13). Bilele de masă m sunt constrânse să se miște numai vertical în jurul poziției de echilibru. Cuplajul orizontal face ca oscilațiile unei bile să se transmită la vecinii săi. Atunci când cuplajul k' este nul, resorturile se mișcă independent unele de altele.*

Atunci a devenit clar că particulele nu sunt „bile", ci pachete discrete de energie ale unor câmpuri, lucru valabil nu numai pentru foton, dar și pentru electron sau alte particule elementare. Astfel a luat naștere *teoria cuantică a câmpurilor*, din care își trage astăzi seva *modelul standard al particulelor elementare*. Aceasta pentru că fiecare particulă (inclusiv electronul) este de fapt o cuantă discretă de energie a unui câmp anume, câmp pe care trebuie să-l descoperim.

În secțiunile următoare vom construi o analogie a unui câmp oarecare sunt forma unui ansamblu de resorturi al unei saltele. Vom cuantifica acest câmp și vom identifica apoi pachetele discrete de energie ale acestui câmp ca fiind particule, pe care le vom denumi „salteloni". Modelul ne va ajuta să vizualizăm într-un mod complet diferit interacțiunea dintre particule, nu ca niște „bile" care se ciocnesc una cu alta, ca până acum.

Să reluăm firul din secțiunea 127, acolo unde am văzut că putem descrie comportarea unui câmp *clasic* în cadrul principiului acțiunii minime, prin asemănare cu o saltea plină de arcuri. Să ne imaginăm de aceea o saltea compusă din arcuri (vezi figura 12.4). Mișcarea fiecărui arc modelează oscilația unei mărimi fizice a câmpului (de exemplu, o componentă a câmpului electric). De pildă, putem asocia deplasării verticale a unui arc valoarea câmpului în acel punct. Cuplajul dintre arcuri (datorat materialului textil de pe suprafața saltelei) ne va da atunci comportarea spațială a acelui câmp.

Astfel, dacă apăsăm la început numai pe un singur arc, vom crea *unde* pe suprafața saltelei. Căci, datorită cuplajului, primul arc va pune în mișcare un al doilea arc de lânga el, care, la rândul lui, va pune în mișcare un al treilea arc vecin și așa mai departe. Oscilația se va propaga astfel mai departe. În felul acesta, ansamblul de arcuri cuplate reprezintă o imagine destul de potrivită oricărui câmp clasic, pentru că și oscilația câmpului se transmite din aproape în aproape, precum oscilațiile saltelei.

Există o multitudine de forme ale undelor sub care perturbațiile se pot transmite de-a lungul șirului de arcuri (pe suprafața saltelei). Pe noi ne interesează în mod

special undele de frecvență precisă, care se numesc *moduri de oscilație* în literatura de specialitate (înțelegând că își păstrează frecvența constantă în timp). Mai târziu, vom exprima orice perturbații ca pe o sumă a modurilor de oscilație de frecvență constantă, prin intermediul principiului superpoziției.

Modelul saltelei de până acum reprezintă un câmp clasic. După cum ne învață mecanica cuantică, nimic nu este clasic în univers, de aceea trebuie să cuantificăm acest sistem, obținând o teorie *cuantică* de câmp. Pentru a înțelege dificultatea problemei, să reamintim modul esențial în care se cuantifică orice sistem cuantic.

Astfel, așa cum am discutat în secțiunea 129, sistemul cuantic se află în același timp în *toate* starile sale clasice. Fiecare stare clasică n primește, în urma procesului de cuantificare, un număr complex ψ_n. Modulul acestui număr complex reprezintă probabilitatea $|\psi_n|^2$ ca, la o măsurătoare, să găsim sistemul în acea stare clasică, iar faza numărului complex ψ_n joacă un rol important în efectele de interferență.

În cazul saltelei cu resorturi luate ca exemplu, trebuie să ne imaginăm că salteaua cuantică se găsește *în același moment* în toate formele sub care poate exista ea clasic. Fiecare formă clasică primește câte un număr complex, iar setul acesteor numere reprezintă unda de probabilitate a saltelei cuantice. Dificultatea majoră constă în afla evoluția acestei unde de probabilitate în totalitatea sa, cu alte cuvinte depedența de timp a acelor numere complexe $\psi_n = \psi_n(t)$ care o formează.

Sarcina de mai sus este aproape imposibil de rezolvat matematic pentru cazul general. De aceea, fizicienii pornesc de la modele simple. Cele mai simple dintre ele sunt acelea în care se pot determina moduri de oscilație *independente* unele de celelalte, în care frecvența oscilației se păstrează constantă în timp și în care *orice* evoluție a sistemului poate fi scrisă ca o sumă de astfel de moduri.

Vom adapta această situație saltelei noastre, imaginându-ne pentru început că salteaua nu are arcurile cuplate unele cu altele (vezi figura 12.4). Obținem atunci un ansamblu de arcuri ce vor oscila liber și independent unul de altul. Modurile de oscilație au aceeași *frecvență fundamentală* f, aceeași pentru toate arcurile, pentru că acestea sunt identice. Ea este frecvența pe care arcurile ar oscila dacă sunt lăsate neperturbate. Frecvența fundamentală f este dată de constanta elastică k a arcurilor verticale și masa m a bilei din modelul figurii 12.4 și ea are forma $f = 1/T = 1/(2\pi)\sqrt{k/m}$ (vezi căsuța matematică din secțiunea 12).

Deoarece arcurile saltelei sunt acum independente, ele se cuantifică *separat*. Fiecare dintre moduri este un oscilator de frecvență constantă. Cuantificarea unui astfel de oscilator a fost discutată în secțiunea 103. Acolo am văzut că nivelurile de energie ale oscilatorului *cuantificat* vor fi discrete, având o energie minimă $E_0 = hf/2$, iar diferența de energie între niveluri este mereu aceeași, fiind proporțională cu frecvența f a oscilatorului și constanta lui Planck h: $\Delta E = hf$. Atunci, tranziția între două niveluri succesive de energie se face prin emisia sau absorbția unei cantități *identice* de energie ΔE (vezi figura 12.5).

Să ne aducem aminte că în cazul undei de lumină monocromatice (de o singură frecvență f) am discutat despre niveluri discrete de energie (vezi secțiunea 96). Acolo am

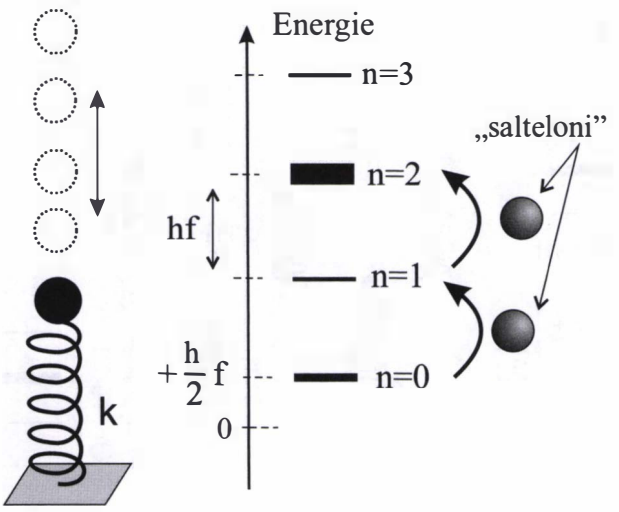

Figura 12.5: *În stânga este reprezentat un resort liber, iar în dreapta stările sale energetice odată ce el este cuantificat. Starea $n = 0$ este starea de energie minimă, iar starea $n = 1$ este prima stare excitată. Atunci când resortul are tranziții între aceste stări, el absoarbe sau emite pachete de energie discretă $\Delta E = hf$ (cuante). Un singur pachet de energie (o „cuantă") va reprezenta o particulă pe care noi o numim „saltelon". Dacă resortul se află pe a doua stare excitată, el are înmagazinate în el două astfel de pachete discrete de energie, deci în resort se află localizați doi „salteloni".*

urmărit ideea lui Einstein care ne-a spus că lumina, odată cuantificată, va fi formată din pachete discrete de energie $\Delta E = hf$. Pentru că aceste pachete de energie (denumite fotoni) sunt detectate în experimentele de difracție ca niște puncte discrete, am văzut că le putem considera *particule*. Fotonul, cu alte cuvinte, devine o particulă la fel ca electronul.

Cuantificând acum mișcarea unui singur arc, vom obține mai multe niveluri de energie discrete ale arcului, iar tranziția între aceste niveluri de energie o vom asocia emisiei și absorbției unor pachete de energie discretă $\Delta E = hf$. Presupunerea cheie pe care o vom face în continuare este, prin asemănare cu cazul fotonilor, că aceste pachete de energie discretă pot fi privite ca niște *particule*, pe care le vom numi „salteloni" (vezi figura 12.5).

Fiecare arc va avea înmagazinat în el unul sau mai mulți „salteloni", în funcție de cât de multă energie are oscilația arcului. Dacă arcul se află pe starea de energie minimă, atunci el nu are înmagazinat nici un „saltelon". Dacă se află pe primul nivel de energie, va avea înmagazinat un „saltelon" de energie $\Delta E = hf$, dacă se află pe al doilea nivel de energie va avea înmagazinați doi „salteloni" și așa mai departe.

În cazul în care nu există cuplaje între arcurile saltelei, oscilațiile arcurilor sunt independente, iar energia nu se poate transmite de la un arc la altul, iar „saltelonii" rămân *localizați* în regiunea arcului. Avem atunci mai mulți „salteloni" în același punct din spațiu și în mai multe puncte de spațiu, fiecare cu „saltelonii" săi. După cum vedem, în urma procesului de cuantificare a oscilațiilor, am obținut

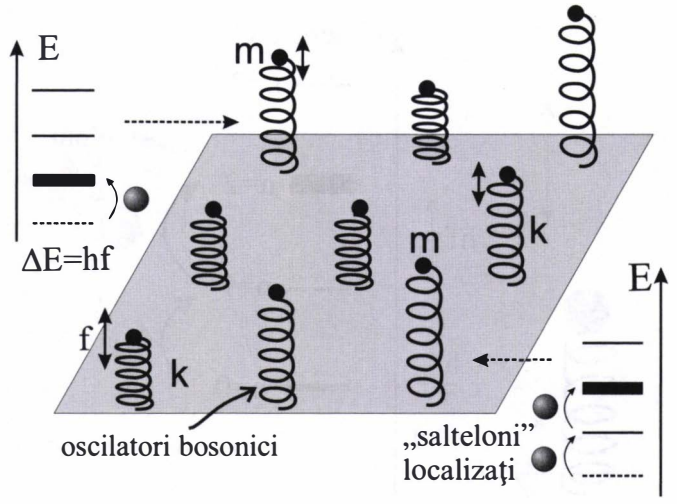

Figura 12.6: *În figură este reprezentat un ansamblu de arcuri verticale echivalent unui câmp bosonic. Aici cuplajul orizontal dintre arcurile verticale este ales intenționat nul, pentru ca oscilația unui arc să nu se poată transmită la un arc învecinat. Cuantificând mișcarea oscilatorie a arcurilor verticale, vom obține niveluri discrete de energie. Un arc vertical poate avea astfel înmagazinat numai un număr discret de pachete de energie $\Delta E = hf$, ce sunt asociate unei particule (numită „saltelon" în text). Acolo unde arcurile verticale au energia minimă (arcurile scurte) spunem că nu se află nici un „saltelon". Dacă un arc vertical se află în prima stare excitată de energie (arcurile de lungime medie), spunem că acolo se află localizat un „saltelon" (cazul din stânga sus), iar dacă un alt arc se află pe a doua stare excitată (arcurile lungi) spunem că acolo se află doi „salteloni" (cazul din dreapta). De remarcat că bilele de masă m din figură sunt doar reprezentări (modele) ale câmpului, ele fiind diferite de particulele numite „salteloni". În această figură și în următoarele, lungimea desenată a arcurilor este doar o indicație pentru energia stocată (arcurile nu sunt statice, ci ele oscilează cu frecvența lor fundamentală).*

un ansamblu de particule. Să reamintim această procedură:

Geneza particulelor

Câmpurile din univers pot fi modelate de un ansamblu de resorturi, câte unul în fiecare punct al spațiului. Un singur resort cuantificat va înmagazina unul sau mai multe pachete discrete de energie. Fiecare pachet va reprezenta o particulă pe care o atașam câmpului. Câmpul își distribuie astfel energia sa în mai multe particule, aflate în mai multe locuri din spațiu.

După cum vedem, o caracteristică generală a teoriilor cuantice de câmp este că ele sfârșesc cu mai particule. În această reprezentare, particulele nu sunt niște bile clasice, ci pachete discrete de energie ΔE stocată în arcuri. Să nu confundăm de aceea bilele desenate în figura 12.6 cu particulele câmpului! Bilele și resortul ne ajută numai să modelăm sistemul, însă particulele adevărate ale câmpului („saltelonii") sunt pachetele de energie discretă înmagazinată de arcuri. Energia totală înmagazinată într-un arc e dată de numărul de pachete de energie $\Delta E = hf$, deci e dată de numărul de „salteloni" care se află acolo.

Este interesant că modelul saltelei poate fi folosit pentru estimarea masei de repaus a particulei câmpului, numită în acest caz „saltelon". Astfel, dacă ignorăm cuplajul dintre arcuri, vedem că un singur arc va oscila cu o frecvență fundamentală f. Diferența dintre nivelurile de energie ale oscilatorului este $\Delta E = hf$. Ea reprezintă energia de repaus stocată într-un saltelon $\Delta E = Mc^2$, pentru că „saltelonul" nu se poate mișca (nu există cuplaj cu celelalte arcuri) și astfel aflăm masa de repaus $M = hf/c^2 \sim \sqrt{k}$ a „saltelonului".

Vedem că, cu cât arcul este mai elastic (k mic), cu atât frecvența fundamentală f este mai mică, deci și masa de repaus a saltelonului este mai mică. La limită ($k \to 0$), frecvența aceasta este nulă, ceea ce reprezintă cazul unui „saltelon" care are masa de repaus M nulă. Dacă însă arcul este foarte rigid (k mare), frecvența fundamentală f devine mare, ca și diferența de energie $\Delta E = hf$ dintre nivelurile de energie discrete. Salteaua reprezintă atunci un câmp al cărui particulă („saltelonul") are masa de repaus $M = \Delta E/c^2$ mare.

Observațiile de mai sus le regăsim în secțiunea 127, unde am modelat matematic o saltea unidimensională (vezi figura 11.12). Acolo am notat cu μ un parametru ce era proporțional cu frecvența de vibrație a arcurilor verticale $\mu \sim f \sim \sqrt{k/m}$. După cum vedem, acel parametru este asociat masei de repaus a „saltelonilor", odată ce câmpul este cuantificat.

Folosind observațiile de mai sus, să vedem cum putem descrie o stare cuantică *generală* a unui *singur* resort, pentru a trece apoi la un ansamblu de resorturi, așa cum este salteaua pe care vrem s-o modelăm.

Astfel, am arătat în secțiunea 129 că starea cuantică generală a unui sistem este o superpoziție a stărilor sale clasice. În mod normal (vezi secțiunea 103) stările clasice ale unui resort sunt date de poziția x a bilei care modelează resortul, iar fiecare astfel de stare primește câte un număr complex $\psi(x)$. Setul acesta de numere formează unda de probabilitate $\psi = \psi(x)$ a bilei legată de resort (o funcție de poziția x), care descrie o stare cuantică *generală*, de superpoziție a stărilor clasice. Aceasta era metoda standard care ne conduce la funcția $\psi = \psi(x)$ ce ia valori complexe, funcție numită de noi undă de probabilitate.

Pe de altă parte, putem alege ca stări „clasice" ale resortului stările sale de energie discretă. Să ne aducem aminte din secțiunea 103 că energia acestora era $E_n = (n+1/2)hf$, unde $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$. Să notăm starea cuantică de energie E_n cu $|n\rangle$. Fiecare astfel de stare $|n\rangle$ va primi câte un număr complex a_n, iar setul acestor numere va reprezenta noua undă de probabilitate a resortului. În acest caz resortul se găsește într-o stare de *superpoziție* a stărilor sale de energie discretă $|n\rangle$.

Să formalizăm acest lucru, aducându-ne aminte că în secțiunea 103 am scris o stare cuantică generală a resortului ca o superpoziție a modurilor de oscilație cu frecvență constantă:

$$\psi(x) = \sum_n a_n \psi_n(x)$$

Mai sus $\psi_n(x) = |n\rangle$ era starea cuantică n a resortului în care el avea energia E_n. În interpretarea noastră cu particule, această stare conține n pachete de energie discretă hf, deci n „salteloni" (vezi figura 12.5).

Vom reformula rezultatul de mai sus spunând că *orice* stare cuantică generală a resortului este o *superpoziție cuantică* a stărilor în care el nu are nici un saltelon $|0\rangle$, un saltelon $|1\rangle$, doi salteloni $|2\rangle$ și așa mai departe. Numerele complexe a_n formează atunci, la un moment dat, unda de probabilitate a resortului în noua reprezentare, iar, în termenii secțiunii 213 din anexă, stările $|n\rangle$ formează o *bază* a stărilor cuantice. Vom scrie atunci unda de probabilitate a resortului în două feluri:

$$\psi = \{a_1, a_2, a_3 \ldots, a_n, \ldots\}; \qquad \psi = \sum_n a_n |n\rangle$$

Prima formă exprimă *esența* metodei: unda de probabilitate este doar un set de numere complexe a_n atașate stărilor ce pot fi considerate o bază, în cazul nostru stările $|n\rangle$. Cu alte cuvinte, starea cuantică generală va fi scrisă oricând, *la orice moment*, ca o superpoziție cuantică a stărilor ce formează baza. A doua notație scrie explicit stările care formează baza. În cazul de față, numere complexe sunt tot a_n, iar simbolul $|n\rangle$ este doar o convenție pentru identificarea stării ce conține precis n salteloni (vezi și introducerea din secțiunea 213).

În cazul oscilatorului *liber*, variația temporală a numerelor a_n se scrie explicit, urmărind secțiunea 103: $a_n(t) \sim e^{-iE_n t/\hbar}$, unde $E_n = (n + 1/2)hf$. Măsurând energia resortului, resortul va ajunge doar într-una din stările $|n\rangle$, să zicem $|n_0\rangle$ (principiul colapsului). După măsurătoare, vom spune că resortul înmagazinează sigur n_0 „salteloni" (altfel el ar fi fost în continuare o stare de superpoziție cuantică). Dacă oscilatorul *nu este liber* (cineva acționează asupra lui continuu), atunci dependența $a_n = a_n(t)$ are o formă diferită, de la caz la caz. Totuși, datorită principiului colapsului, măsurarea energiei devine și acum o măsurare a numărului de „salteloni" înmagazinați, pentru că, în urma măsurării, sistemul ajunge din nou într-una dintre stările $|n\rangle$ cu energie dată E_n.

Folosind observațiile de mai sus, să trecem acum de la cazul unui singur resort (figura 12.5) la cel al unui ansamblu de resorturi (figura 12.6). Vom privi o stare cuantică generală a saltelei ca pe o superpoziție a stărilor în care fiecare resort are o energie bine definită, deci în care fiecare resort conține un număr precis de salteloni $(n_1, n_2, n_3, \ldots)$. Aici fiecare n poate lua orice valori numere întregi pozitive.

Fiecare astfel de stare $(n_1, n_2, n_3, \ldots)$ primește câte un număr complex, iar unda de probabilitate a saltelei este setul acestor numere complexe. Să descriem noua situație explicitând stările cuantice ale saltelei în funcție de numărul total de stări excitate ale fiecărui arc (deci în funcție de numărul de „salteloni" din fiecare resort), cu referire la figura 12.6.

O primă stare este cea în care toate arcurile saltelei au energia minimă, stare pe care o vom nota cu $|0\rangle = (0, 0, 0 \ldots)$. Ea va fi starea de vid cuantic. O altă stare

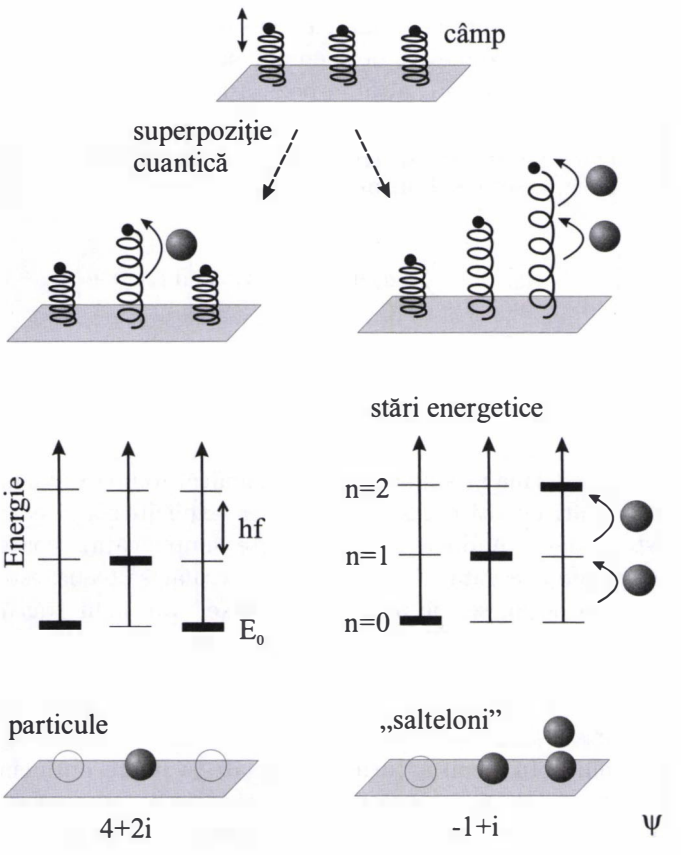

Figura 12.7: *În partea de sus este reprezentat un ansamblu de trei resorturi independente. În partea de mijloc sunt reprezentate două stări în care energiile fiecărui resort sunt bine definite. Deși resorturile oscilează pe frecența lor fundamentală, în această figură și în următoarele lungimea desenată a resorturilor este o indicație vizuală privind energia stocată (resorturile mai lungi au o energie mai mare). În stânga două resorturi au energia minimă (resorturile nu găzduiesc nici un „saltelon") și al treilea resort este pe prima stare excitată (resortul găzduiește un „saltelon"). În partea de jos este reprezentată aceeași situație. O bilă plină reprezintă un „saltelon" care poate fi localizat acolo, iar o bilă goală reprezintă un loc gol. În cazul în care resortul este excitat pe a treia stare energetică, vom avea localizați doi „salteloni" în el (cazul din dreapta). Fiecare astfel de stare totală a ansamblului de trei resorturi (în figură sunt prezentate doar două stări, cea din stânga și cea din dreapta) primește câte un număr complex, iar setul de numere complexe reprezintă unda de probabilitate a întregii saltele. Să remarcăm însă că obținem un ansamblu de particule.*

este cea în care doar un arc se află pe prima stare energetică, iar toate celelalte arcuri se află pe nivelul de energie minimă. Dacă arcul are poziția $\mathbf{r}$, vom nota starea cu $|\mathbf{r}\rangle$. Ea va reprezenta starea saltelei care are doar un „saltelon", localizat în poziția $\mathbf{r}$.

Apoi avem stări în care doar două arcuri se află excitate pe prima lor stare energetică (celelalte resorturi sunt pe niveluri de energie minimă). Dacă un arc este în poziția $\mathbf{r}_1$ și altul în poziția $\mathbf{r}_2$, vom nota starea cu $|\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2\rangle$. Dacă $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2$ spunem că avem doi salteloni în același arc (arcul respectiv este excitat pe a doua sa stare energetică).

În acest fel vom continua cu trei salteloni, patru și așa mai departe. Vom avea, de exemplu, stări în care un saltelon este în poziția $\mathbf{r_1}$, altul în poziția $\mathbf{r_2}$ și altul în poziția $\mathbf{r_3}$. Această stare o vom nota cu $|\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3\rangle$. Starea cuantică generală este o superpoziție a tuturor stărilor de mai sus, și ea se scrie sub forma:

$$\begin{aligned}\psi =& a_0 |0\rangle + \sum_{\mathbf{r}} a_{\mathbf{r}} |\mathbf{r}\rangle + \sum_{\mathbf{r_1 r_2}} a_{\mathbf{r}_1;\mathbf{r}_2} |\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2\rangle + \\ &+ \sum_{\mathbf{r_1 r_2 r_3}} a_{\mathbf{r}_1;\mathbf{r}_2;\mathbf{r}_3} |\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3\rangle + \dots \\ \psi =& \{a_0 \ , \ a_{\mathbf{r}} \ , \ a_{\mathbf{r}_1;\mathbf{r}_2} \ , \ a_{\mathbf{r}_1;\mathbf{r}_2;\mathbf{r}_3} \ , \ \dots\}\end{aligned}$$

Prima formă ne spune care este numărul complex atașat unei stări cuantice a saltelei, dar ea explicitează și care este starea. A doua notație, foarte simplificată, scoate în evidență esența: în starea sa generală, salteaua este descrisă de un set de numere complexe, câte unul atașat fiecărei stări care formează o bază a reprezentării.

Faptul că orice stare cuantică, la orice moment, poate fi scrisă ca o superpoziție de stări în care energiile resorturilor au valori bine definite ascunde în sine o bogăție de nebănuit. În cazul arcurilor necuplate și libere obținem aceste stări dacă vrem să *măsurăm* energia fiecărui resort. Aceasta se reduce însă la a măsura numărul de „salteloni" din pozițiile resorturilor. Cu alte cuvinte, în urma măsurătorii energiei din fiecare arc, „saltelonii" vor deveni, în cazul arcurilor necuplate între ele, bine definiți.

Vedem că am pornit de la o *teorie de câmp* și am obținut o *teorie de particule*. Rezultatul final, prezentat în figura 12.7, este similar celui din figura 12.3, unde am discutat numai despre particule. *Lumea saltelei este o lume a particulelor*, și așa ne așteptăm să fie și universul nostru. Sau, invers spus, universul nostru, care apărea ca o lume a particulelor, este de fapt o lume a câmpurilor, doar că nu am fost conștienți de asta până acum. Ceea ce măsuram noi când urmăream un electron sau un foton nu era o „bilă", ci de fapt nivelul de energie al unui arc al „saltelei" noastre, care este universul. Ce va trebui să facem pe viitor este să identificăm câmpurile care formează „salteaua" universului.

Discuțiile de până acum au considerat arcurile saltelei libere și necuplate între ele (vezi figura 12.6). Vrem acum să vedem ce se întâmplă când luăm în calcul aceste cuplaje. Mai putem vorbi de „salteloni"? Mai putem vorbi de localizarea acestora? Mai putem descrie starea cuantică a saltelei ca o superpoziție cuantică a stărilor sale în care „saltelonii" sunt localizați? Suprinzător, la toate aceste întrebări răspunsul este afirmativ!

Răspunsul acesta este adânc înrădăcinat în structura mecanicii cuantice schițată în secțiunea 213 din anexă. Astfel, aici vedem că operației de măsurare a energiei unui singur resort liber îi putem atașa operatorul $\widehat{E}$. Atâta timp cât resortul este liber, acesta ne va da energia înmagazinată în resort, deci numărul de „salteloni" care se află acolo. Atunci când resortul este cuplat cu alte resorturi, sau când se acționează cu forțe asupra lui, putem folosi același operator $\widehat{E}$, deși energia nu se va mai conserva pentru un singur resort.

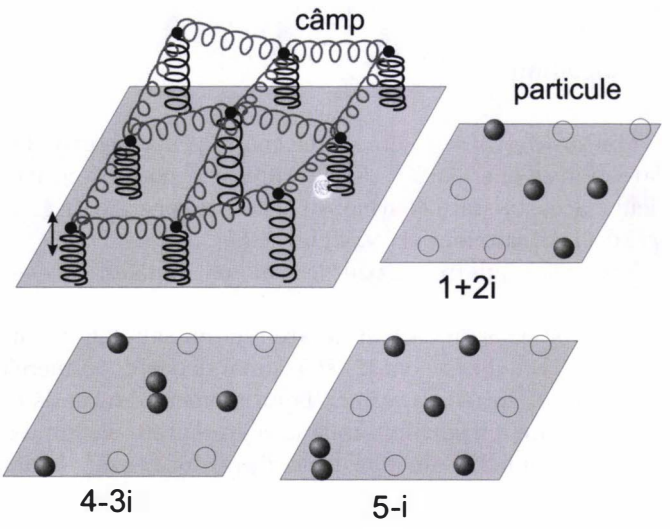

Figura 12.8: *În stânga sus este schițată o saltea clasică ale căror arcuri sunt cuplate slab unele cu altele. În partea dreaptă sunt reprezentate trei stări cuantice ale saltelei în care numărul de „salteloni" ai fiecărei saltele este bine definit. Bilele pline reprezintă prezența unor „salteloni", iar cele goale lipsa acestora din poziția respectivă. Fiecare astfel de stare primește câte un număr complex, iar setul acestor numere este unda de probabilitate generală a saltelei cuantice, chiar dacă acum există un cuplaj între arcuri.*

Așa cum am menționat în secțiunea 103, vectorii proprii ai acestui operator formează o bază ortonormată, chiar și atunci când resortul nu este liber. Aceasta înseamnă că orice stare cuantică a unui singur resort se poate scrie ca o *superpoziție cuantică* a celor în care resortul are unul sau mai multi salteloni înmagazinați în el, chiar dacă arcul nu mai este liber.

Prin urmare, când arcurile sunt cuplate între ele, rămânem cu aceleași interpretări ale proceselor cuantice. Astfel, *orice* stare cuantică generală a saltelei, chiar și dacă apar cuplaje între arcuri, se scrie *oricând* ca o superpoziție a stărilor în care fiecare resort are un număr precis de salteloni (vezi figura 12.8). Măsurând numărul de salteloni din fiecare arc, vom măsura de fapt dacă avem „salteloni" într-un loc sau altul, deci dacă aceștia sunt *localizați*. De aceea, reprezentarea de mai sus poartă numele de *reprezentarea poziției*.

Ce se schimbă, față de situația arcurilor necuplate? Doar posibilitatea ca aceste pachete de energie discretă (particulele numite „salteloni") să fie trasferate de la un arc la altul. Avem atunci desigur particule în mișcare. În plus, evoluția în timp a stărilor cuantice va fi diferită față de cazul în care resorturile erau necuplate între ele.

Vedem mai departe puterea reprezentării poziției, dacă ne întrebăm care va fi, în cazul general (deci chiar și atunci când arcurile sunt cuplate), *evoluția* unei stări cuantice a saltelei lăsate să oscileze liber. Pentru claritate, să scriem forma matematică a acesteia, prin comparație cu cea a oscilatilor necuplați între ei:

$$\psi(t) = a_0(t) |0\rangle + \sum_{\mathbf{r}} a_{\mathbf{r}}(t) |\mathbf{r}\rangle + \sum_{\mathbf{r_1 r_2}} a_{\mathbf{r}_1;\mathbf{r}_2}(t) |\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2\rangle + \dots$$

Întregul exercițiu se reduce la aflarea dependenței de timp a setului de numere complexe $a(t)$. Dacă știm setul de mai sus la orice moment de timp t, atunci știm complet starea cuantică, în *reprezentarea poziției* pe care am folosit-o (vezi figura 12.8). Aceasta este sarcina ultimă pe care o avem de rezolvat.

În cazul în care oscilatorii erau necuplați, dependența aceasta era dată de energia localizată în resorturi (vezi secțiunea 103). Atunci modulele numerelor complexe $a(t)$ ar fi rămas aceleași, doar faza lor ar fi variat în timp, în funcție de energia totală E înmagazinată de resorturi: $a(t) = a(0)e^{-iE/\hbar}$. Când însă „dăm drumul" la cuplajul dintre resorturi, numerele $a(t)$ vor avea o evoluție diferită.

Așa cum este construit modelul nostru de până acum, vedem că un singur arc poate găzdui oricâți „salteloni", pentru că energia arcului poate fi oricât de mare. Dacă acești „salteloni" vor reprezenta în modelele ulterioare fotoni nu este nici o problemă, pentru că știm că fotonii sunt bosoni și ei pot ocupa în număr oricât de mare o singură poziție din spațiu (un singur arc în modelul nostru). Dacă însă vom încerca să modelăm electronii, vom avea o problemă. Astfel, conform principiului lui Pauli (vezi secțiunea 109), nu avem voie să găsim mai multi electroni de același spin într-un singur punct din spațiu, deoarece ei sunt fermioni!

Un singur arc al saltelei din care e alcătuit câmpul ce va modela în final electronul este atunci fundamental *diferit* de cel ale saltelei ce va modela la sfârșit câmpul electromagnetic. Or, cu alte cuvinte, „saltelonul" nostru poate fi un *boson* (ca fotonul) sau un *fermion* (ca electronul).

Arcul saltelei care descrie în final bosoni poate avea oricâte niveluri de energie, și deci oricât de mulți bosoni saltelon pot fi înghesuiți în același punct din spațiu (vezi figura 12.6). Arcul saltelei care modelelază salteloni fermioni nu trebuie să aibă decât maximum două niveluri de energie discrete, pentru că numai în acest fel putem limita numărul de salteloni dintr-o singură poziție la unul. Dacă arcul se află pe nivelul de enegie minim, spunem că nu există nici un saltelon fermion în acel punct de spațiu, iar dacă arcul se află pe singurul nivel de energie excitat, atunci avem un singur saltelon fermion. Al treilea nivel de energie nu există, deci arcul nu poate găzdui doi sau mai mulți salteloni fermion.

Pentru a face diferența dintre cele două cazuri, fizicienii spun că arcurile saltelei ce modelează saltelonul boson sunt niște *oscilatori bosonici*, iar cele care modelează saltelonul fermion sunt niște *oscilatori fermionici*. Primul model al saltelei este un *câmp bosonic*, iar al doilea este un *câmp fermionic*.

În stânga figurii 12.9 este schițat un *oscilator bosonic*, cel cu care suntem obișnuiți, pentru că el reprezintă rezultatul cuantificării obișnuite a unui oscilator mecanic, așa cum am arătat în secțiunea 103. Oscilația mecanică este reprezentată de vibrația unui arc obișnuit. După cum vedem, bila atașată arcului ia în mod clasic toate pozițiile intermediare. După cuantificare, spectrul energetic este discret. Energia minimă este dată de energia de zero a oscilației $E_0 = hf/2$, iar nivelurile următoare ale energiei $E_n = hf/2 + nhf$ sunt echidistante.

În dreapta figurii 12.9 este reprezentată o *oscilație fermionică*. Ea nu are analog clasic, deși poate fi imaginată ca o tunelare continuă între doar două stări cuantice. De

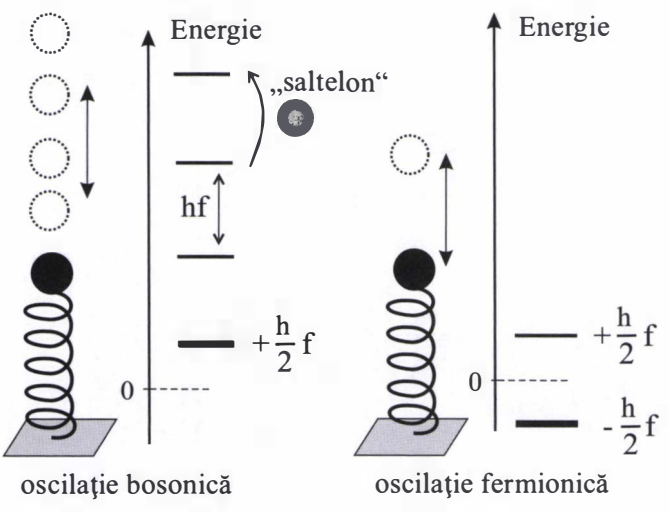

Figura 12.9: *În stânga figurii este reprezentată o oscilație bosonică împreună cu nivelurile sale de energie. În dreapta este reprezentată o oscilație fermionică. Fiecărei oscilații i se poate atașa o particulă ce poartă energia $\Delta E = hf$, unde f este frecvența fundamentală a oscilației. Particula, numită „saltelon" în text, este diferită de bila neagră a resortului din imagine, ea reprezentând pachetul discret de energie ΔE. Pentru a completa un nivel de energie din stânga trebuie să punem mai multe astfel de particule, deci aceste particule sunt bosoni. Sistemul din dreapta admite maximum o singură particulă, atunci când el se află pe starea de energie excitată. De aceea, particula oscilației din dreapta („saltelonul") este un fermion. Dacă sistemul este în starea de energie minimă (energia de zero, îngroșată în figură) atunci spunem că nici o particulă nu este prezentă în acel mod de oscilație. Chiar și în acest caz însă, energia minimă a modului va fi nenulă (pozitivă în stânga și negativă în dreapta).*

aceea, spectrul energetic conține doar două stări energetice, cu valorile $E_0 = -hf/2$ (starea de energie minimă) și $E_1 = +hf/2$ (starea excitată).

Oscilatorului bosonic (stânga figurii 12.9) i se va atașa o particulă după cuantificare (diferită de bila din imagine!). Dacă oscilatorul sare pe un nivel de energie imediat mai mare sau mai mic (de diferență $\Delta E = hf$) spunem că oscilatorul a absorbit sau emis *particula* sa corespunzătoare. Această particulă va avea energia $\Delta E = hf$. Dacă oscilatorul se află în starea de energie $(n + 1/2)hf$, spunem că el înmagazinează n *particule* corespunzătoare în acea stare (tot în mod asemănător fotonului). Deoarece oscilatorul găzduiește un număr mare de particule, particula atașată oscilației trebuie să fie un *boson*, conform principiului lui Pauli. Astfel, particula de energie $\Delta E = hf$ atașată oscilatorului mecanic din stânga figurii 12.9 este un boson, iar oscilația se numește *oscilație bosonică*.

Același lucru îl vom face și pentru oscilația schițată în dreapta figurii 12.9, adică să atașăm o *particulă* oscilației (diferită de bila din imagine!). Energia particulei este din nou $\Delta E = hf$. Dacă sistemul se află în starea minimă, spunem că particula nu e prezentă, iar dacă sistemul se află în singura sa stare excitată, spunem că nivelul de energie este ocupat de o singură particulă. Atenție însă, cum avem

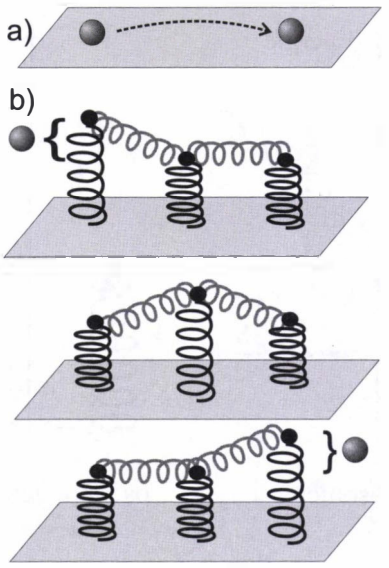

Figura 12.10: *În partea de sus este schițată deplasarea clasică a unei particule. Particula este percepută ca un obiect independent. În partea de jos este schițat același proces în teoria cuantică a câmpurilor. Aici particula reprezintă un pachet discret de energie care este „găzduit" de unul din arcurile ce reprezintă câmpul, fiind transferat dintr-un loc în altul. Este atunci particula „materie" sau „energie"?*

numai un singur nivel de energie adițional în plus față de cel de energie minimă, nu putem pune mai mult de o singură particulă! Cu alte cuvinte, particula atașată acestei oscilații trebuie să fie un fermion, conform principiului lui Pauli. Avem o *oscilație fermionică.* Cei interesați de detaliile matematice ale oscilatorului fermionic, de exemplu calculul nivelurilor lui de energie, pot urmări secțiunea 216.

Să încheiem secțiunea de față cu câteva observații asupra naturii particulelor și a universului însuși. Astfel, după analiza precedentă, nu putem să nu fim de acord cu Steven Weinberg (laureat al Premiului Nobel) care remarca cum întregul univers nu este decât o totalitate a câmpurile cuantice care se manifestă în el. De exemplu, în partea de sus a figurii 12.10 am reprezentat schematic o particulă clasică ce se mișcă clasic de la un loc la altul. Ea este reprezentarea de zi cu zi cu care suntem obișnuiți.

În realitate însă, particula este doar un pachet de energie a câmpului care o reprezintă, pachet de energie care se deplasează de la un loc sau altul. Pachetul de energie din figura 12.10 este puțin localizat și se mișcă într-o direcție anume. Dacă privim cu atenție, „deplasarea" particulei nici nu are loc, ea este mai degrabă o iluzie! Astfel, așa cum este schițat în partea de jos a figurii 12.10, particula este o manifestare a unei energii mai mari a câmpului într-un punct sau altul. „Deplasarea" particulei este atunci de fapt observația succesivă a energiei acestui câmp în diverse locuri din spațiu. Tot ce există este câmpul, așa cum spunea Steven Weinberg...

Observația de mai sus ridică o problema filozofică fundamentală legată de natura obiectelor. Până acum credeam că electronul este un fel de „bilă" ce se deplasa de la un loc la altul, „bilă" cu anumite *proprietăți* (de exemplu, formă și dimensiune în modelul clasic). Modelul acesta este unul în care obiectele „există" la început fără proprietăți, pentru ca *proprietățile* lor să fie ceva ce ele capătă abia după aceea. Obiectele ar „exista" și ar avea un fel de „esență imuabilă", chiar și în lipsa proprietăților lor.

Imaginea de mai sus ne ademenește adeseori, numai ca să ne dăm seama mai târziu cât de mult ne-am înșelat. Nu este însă de mirare, căci ea se potrivește ca o mănușă limbajului nostru. Spunem, de exemplu, despre mașina noastră că este albastră și, cu cât o conducem mai mult, cu atât vom fi mai convinși că ea va fi aceeași mașină și dacă îi schimbăm culoarea. Să continuăm experimentul mintal și să schimbam toate componentele mașinii una câte una, fără grabă, cu cele ale unui alt model de mașină. Vom mai spune la sfârșit că mașina este aceeași, că vreo esență imuabilă a ei a rămas intactă, sau că de fapt numele de mașină reprezenta un *ansamblu* al proprietăților sale (culoare, capacitate etc.)?

Întrebarea „bate" desigur către aceea mult mai relevantă privind natura noastră umană. Ce suntem noi, un *ansamblu* al proprietăților celulelor noastre, sau avem noi vreo „esență imuabilă"? Dacă în cazul mașinii o astfel de „esență imuabilă" nu există, de ce am crede că ea există pentru noi?

Să remarcăm că teoria „esenței imuabile" a unui electron are probleme și în cazul clasic, și în cel cuantic. Astfel, în cazul clasic, niciodată nu putem măsura „marginea" electronului, ci doar *proprietatea* lui de a respinge electrostatic de la distanță alte sarcini electrice care se apropie de el. În cazul clasic deci, măsurăm doar o proprietate, pe care o atribuim apoi unui obiect pe care noi îl numim electron.

În cazul teoriei cuantice a câmpului situația este chiar mai gravă. Aici, salteaua cuantică are o *tranziție* de la o stare la alta (vezi figura 12.10), iar noi *interpretăm* rezultatul ca pe o deplasare a unui pachet de energie! Noua formulare este doar o *interpretare* a procesului de tranziție. Mai corect ar fi să spunem că un cuvânt ca „deplasare" sau „electron în mișcare" nu reprezintă în fond decât o recunoaștere a acestei tranziții. Electronul nu are, în acest model, vreo „esență imuabilă".

În continuare, să observăm cum *orice* pachet de energie discret rezultat în urma cuantificării unui câmp reprezintă aceeași particulă a aceluiași câmp. Diferența dintre energia pachetului sau alte proprietăți ale sale vor deveni caracteristici ale acelei particule (de exemplu, culoarea pentru foton sau viteza pentru electron) însă particula o vom considera, în esență, *aceeași* pentru toate aceste pachete de energie. De aceea, aceeași particulă este asociată mereu aceluiași câmp ce va fi cuantificat, indiferent ce măsurători se asociază acelei particule sau acelui câmp.

Particulele elementare ce vor fi introduse în capitolele următoare (quarci, neutrini, gluoni etc.) vor fi descrise de oscilații ale unor câmpuri atașate lor. Universul întreg poate fi privit ca un ansamblu de oscilații ce au loc *similar* cu cele de pe suprafața saltelei. Cuantificând oscilațiile, obținem niveluri de energie și pachete de energie discrete pe care le interpretăm ca *particule*, dupa cum cuantificând oscilatiile saltelei obținem particulele numite de noi „salteloni".

Să observăm că particulele vor circula în univers, își vor schimba energia între ele, se vor distruge în ciocniri și vor

crea alte pachete de energie. În fond interacțiunea este similară cu cea de pe suprafața saltelei, unde energia pachetelor de energie se va transmite de la un arc la altul. În plus, putem observa că oscilațiile există pe suprafața saltelei atâta timp cât ele nu sunt amortizate, lucru valabil și pentru universul nostru.

Privind în acest fel, nu e de mirare că unele particule se anihilează cu altele, generând lumină, așa cum vom vedea în capitolele următoare. Ele nu sunt decât pachete de energie diferite ale „saltelei" care se numește univers, care se transferă de la un câmp la altul. Materia își pierde astfel aureola unui obiect rigid, care există pur și simplu, ci apare mai mult ca rezultatul tranzițiilor între diversele niveluri de energie ale oscilațiilor.

Ce este atunci universul? În această reprezentare, particulele din care este el format nu sunt decât pachete efemere de energie, care se schimbă și se transformă de la un capăt la altul al universului. Am putea crede că intuiția filozofilor din îndepărtata Asie a fost corectă, universul este energie și, mai mult, are un caracter efemer (pentru că pachetele de energie se pot transforma între ele). Să nu cădem însă prea ușor în capcana de a crede că știm ce *este* universul, am întâlnit deja nenumărate exemple în această lucrare în care legile materiei pot avea mai multe reprezentări.

Universul poate fi descris la fel de bine de mai multe modele matematice, și nu trebuie să credem că un model matematic sau altul ne spune ce *este* universul. Modelele matematice ne dau doar predicții cu privire la comportarea universului, predicții ce sunt apoi testate experimental. Ele sunt doar o *reprezentare* a universului. De aceea, ce *este* universul pare să fie deocamdată o întrebare din afara științei, pe care o putem eventual aborda odată ce definim mai bine ce înțelegem prin cuvântul „este".

131. Reprezentarea impulsului pentru un câmp lipsit de interacțiune

În secțiunea precedentă am pus bazele teoriei cuantice a câmpurilor, printr-o analogie cu o saltea. Am văzut că arcurile saltelei, odată cuantificate, găzduiesc pachete discrete de energie, pe care noi le-am asociat mai departe unor particule, numite „salteloni". Datorită cuplajului din arcurile verticale ale saltelei, vibrațiile se vor transmite pe orizontală resorturilor învecinate, și vom crea *unde* pe suprafața saltelei. În acest fel, pachetele discrete de energie („saltelonii") se vor mișca de la un loc la altul.

Abordarea de mai sus poartă numele de *reprezentarea poziției*, pentru că la început particulele sunt localizate într-un resort sau altul. Cu toate acestea, forma de mai sus nu este folosită aproape niciodată de fizicienii experimentatori. Pe de o parte, ei au probleme mari să localizeze particulele cu rezoluție suficient de bună, pe de alta, ei folosesc în acceleratoarele moderne particule de impulsuri și energii bine definite. Pentru aceasta, fizicienii au dezvoltat așa-numita *reprezentare a impulsului.*

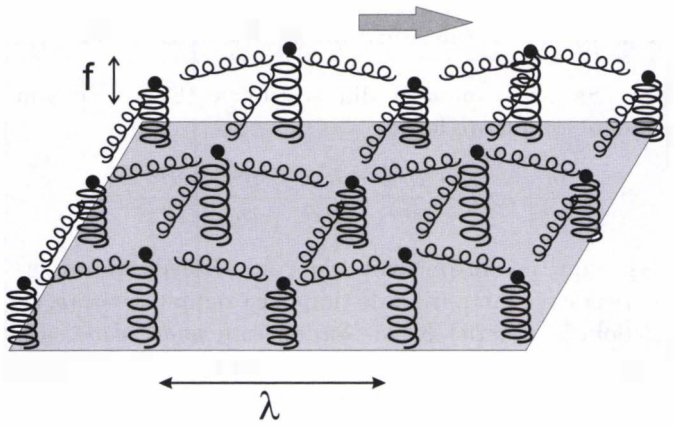

Figura 12.11: *În figură este prezentată o undă plană care se deplasează spre dreapta pe suprafața unei saltele. Ea este descrisă de o frecvență f și de o lungime de undă λ.*

Această reprezentare are un alt punct de pornire decât cel al reprezentării poziției. Astfel, până acum, am început cu moduri de oscilație ale resorturilor date de oscilația acestora independentă de a celorlalte resorturi. Apoi interacțiunea dintre resorturi a fost văzută ca o *perturbație* a situatiei inițiale.

Fizicienii au descoperit însă că, în cele mai multe cazuri, putem începe cu moduri de oscilații ale „saltelelor" reprezentate de *unde plane* care se deplasează pe suprafața lor. În modelele cele mai simple, modurile de oscilație nu interacționează unele cu altele și evoluează astfel independent în timp. Putem atunci cuantifica un astfel de mod, obținând particulele sale.

Acum particulele vor avea impuls și energie bine definite, pentru că rezultă în urma cuantificării unor moduri de oscilatie (undele plane) care au nu numai frecvență, dar și lungime de undă bine definită. Cum însă modurile de oscilație nu interacționează unele cu altele, vom obține că particulele acestor câmpuri nu interacționează unele cu altele. Tehnic vorbind, avem de-a face cu câmpuri *lipsite de interacțiune între particulele sale.*

Pentru a da mai multă consistență modelelor noastre, vom renunța acum la modelul saltelei, și vom alege cazul câmpului scalar real $\phi(\mathbf{r}, t)$ introdus în secțiunea 127. Așa cum arătăm în următoarea căsuță matematică, câmpul acesta este descris de ecuația Klein-Gordon și are ca soluții *undele plane.* Undele plane sunt în același timp și *moduri de oscilație proprii* ale câmpului, păstrând frecvență constantă în timp și neinteracționând unele cu altele. Mai mult, orice configurație a câmpului se va scrie ca o superpoziție a lor. Pentru că modurile de oscilație proprie (undele plane) nu interacționează unele cu altele, spunem că acest câmp este *lipsit de interacțiuni.*

Calcul: ***Particulele câmpului Klein-Gordon***

Să ne reamintim din secțiunea 127 că ecuația Klein-Gordon are forma:

$$-\frac{m^2c^2}{\hbar^2}\phi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} = 0$$

Așa cum ne-am obișnuit, nu vom scrie decât rareori dependența câmpurilor de timp, de exemplu $\phi = \phi(\mathbf{r}, t)$.

Soluția ecuației Klein-Gordon este *unda plană*, așa cum vom verifica direct mai jos. Dacă ea se deplasează în direcția x, va avea forma

$$\phi(\mathbf{r}, t) = A \sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right]$$

Aici λ este lungimea de undă și T este perioada oscilației undei plane. Relația dintre ele se obține efectuând direct derivatele parțiale la timp și spațiu, înlocuind în ecuația Klein-Gordon și folosind $2\pi\hbar = h$:

$$-\frac{m^2c^2}{\hbar^2}\phi + \frac{(2\pi)^2}{c^2T^2}\phi - \frac{(2\pi)^2}{\lambda^2}\phi = 0 \quad \Rightarrow$$
$$\left(\frac{h}{T}\right)^2 = m^2c^4 + \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 c^2 \qquad (1)$$

Dacă perioada undei plane T și lungimea sa de undă λ îndeplinesc relația de mai sus, atunci acea undă plană este soluție a ecuației Klein-Gordon.

Cuantificăm acum oscilația de frecvență $f = 1/T$ generată de unda plană și obținem niveluri de energie discrete $E_n = (n+1/2)f$, ca în cazul oscilatorului armonic. În starea de energie E_n oscilația va avea n pachete de energie discretă $E = hf$ față de nivelul de energie minimă.

Vom identifica fiecare pachet de energie cu o particulă numită *pion neutru*. Lor le vom atașa impulsul $p = h/\lambda$, după relația lui de Broglie, și energia $E = hf = h/T$. Cum am ales numai unde plane a căror lungime de undă λ și perioadă T îndeplinesc relația (1), impulsul p și energia E a pionului vor satisface relația lui Einstein:

$$E^2 = m^2c^4 + p^2c^2$$

Pachetul discret de energie (pionul neutru) se mișcă deci relativist. Atunci vom identifica constanta m din ecuații ca fiind *masa de repaus* a pionului.

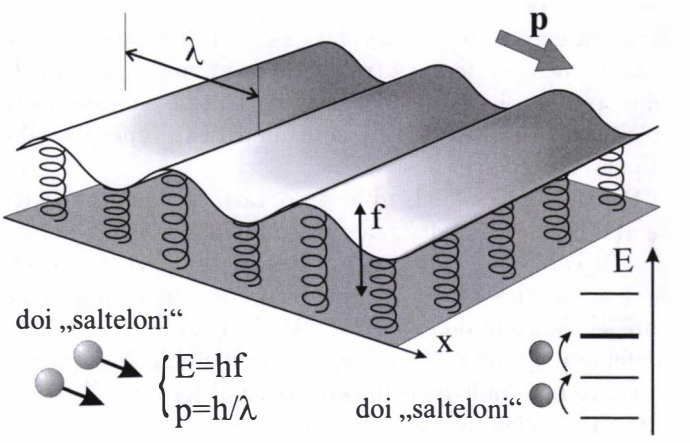

Figura 12.12: *În figură este reprezentată o undă plană care se deplasează spre dreapta, aflată pe suprafața unei saltele. Cuantificând oscilațiile se obțin pachete discrete de energie (dreapta jos). Fiecărui pachet de energie îi atribuim o particulă denumită „saltelon". Particula se deplasează în direcția undei, are un impuls dat de $p = h/\lambda$ și o energie dată de $E = hf$, unde λ este lungimea de undă și f frecvența undei. Salteaua din figură înmagazinează două pachete de energie, deci ea modelează doi „salteloni" care circulă în aceeași direcție fără să interacționeze. Dacă salteaua modelează un câmp scalar Klein-Gordon, energia și impulsul particulelor vor satisface relația lui Einstein.*

Așa cum am detaliat în căsuța matematică precedentă, vom cuantifica fiecare mod de oscilație al câmpului real scalar (fiecare undă plană de frecvență f) separat. Rezultatul este că un mod de oscilație va avea niveluri discrete de energie $E_n = hf/2 + nhf$, unde n este un număr natural. La fel ca în secțiunea precedentă, vom presupune că fiecare pachet de energie discretă $E = hf$ reprezintă o *particulă* (vezi figura 12.12).

Fizicienii au descoperit că acest câmp scalar real $\phi(\mathbf{r}, t)$ poate modela particulele reale numite *pioni neutri* (pentru că nu au sarcină electrică) și notate cu π^0. Pionii neutri nu sunt particule elementare, însă modelul câmpului scalar Klein-Gordon este o foarte bună aproximație pentru ele. De aceea, vom numi în continuare *pioni* particulele asociate pachetelor discrete de energie ale câmpului scalar $\phi(\mathbf{r}, t)$.

Câmpul scalar are numai un singur grad de libertate într-un singur punct din spațiu, și, conform teoremei de conexiune spin-statistică, el va descrie *bosoni*. Un mod de oscilație descris de o undă plană poate avea de aceea un număr oricât de mare n de pioni neutri, odată ce energia lui este cuantificată. Pionul neutru este deci un boson iar n (pentru un singur mod de oscilație) poate fi oricât de mare.

Caracteristicile pionului se deduc din caracteristicile modului de oscilație. Astfel, atribuim o energie $E = hf$ unui pachet discret de energie (pionul) și un impuls $p = h/\lambda$, după relația lui de Broglie. În cazul general, nu există o relație anume între cele două valori. Cu toate acestea, în cazul câmpului scalar Klein-Gordon, cele două vor satisface o relație de toată frumusețea, și anume relația lui Einstein $E^2 = m^2c^4 + p^2c^2$, introdusă în secțiunea 65.

Relația de mai sus este motivul pentru care fizicienii ales la început *tocmai* câmpul scalar Klein-Gordon. Astfel, pentru el, frecvența undei plane și lungimea sa de undă îndeplinesc relația $(hf)^2 = m^2c^4 + (h/\lambda)^2c^2$. Acesta este un rezultat clasic, obținut în urma rezolvării ecuațiilor Klein-Gordon pentru o undă plană. Deoarece lungimea de undă și frecvența sa îndeplinesc relația de mai sus, energia $E = hf$ și impulsul $p = h/\lambda$ al particulei atașate de noi undei plane (după cuantificare) vor satisface relația lui Einstein $E^2 = m^2c^4 + p^2c^2$, cum se poate verifica direct prin înlocuire (vezi figura 12.12).

Rezultatul în sine este deosebit. Pachetele de energie ale câmpului scalar Klein-Gordon vor satisface ecuația lui

Einstein, deci se vor mișca relativist. De aceea, în relațiile de mai sus vom identifica constanta m din ecuații ca fiind *masa de repaus* a pionului, așa cum este detaliat în căsuța matematică precedentă. În acest fel, într-un mod mai puțin evident, am pus bazele unificării dintre mecanica cuantică și teoria relativității restrânse.

Să facem acum o comparație cu secțiunea precedentă. Acolo am discutat despre pachete de energie ale resorturilor care erau localizate, pentru că măsuram energia fiecărui arc individual. De aceea am obținut particule asociate câmpului („salteloni") care erau de asemenea localizate. În această secțiune, am început cu moduri de oscilație care sunt unde plane și deci pachetele de energie rezultate în urma cuantificării se vor întinde pe o regiune mare de spațiu (de fapt, de la un capăt la celălalt, în cazul teoretic), având impuls p constant. În termeni tehnici, prima situație este o *reprezentare a poziției*, pe când cea de-a doua este o reprezentare a particulelor în care energia și impulsul lor este constant (*reprezentarea impulsului*).

În ambele cazuri putem construi o stare cuantică *totală* a câmpurilor, utilizînd ideea esențială prezentată în secțiunea 106, care ne spune că orice stare cuantică este o superpoziție a tuturor stărilor sale clasice. În cazul saltelei vom considera stări „clasice" fie stările de energie bine-definită ale fiecărui resort din secțiunea precedentă (reprezentarea poziției), fie modurile de oscilație de frecvență constantă din această secțiune (reprezentarea impulsului). Ambele metode vor conduce în final la aceleași rezultate experimentale. Să detaliem acum acest al doilea caz, și anume *reprezentarea impulsului.*

Pentru aceasta, să inventariem toate stările cuantice ale câmpului scalar real $\phi(\mathbf{r},t)$, după stările cuantice *ale fiecărui mod de oscilație*, așa cum am procedat în secțiunea precedentă pentru reprezentarea poziției (metoda poartă numele fizicianului rus Vladimir Fock). Vom începe cu starea cea mai simplă, în care toate modurile de oscilație cuantificate (undele plane) se află în starea lor de energie *minimă.* Starea aceasta este starea de *vid* și o vom nota cu $|0\rangle$.

Mai departe, să identificăm un singur mod de oscilație (o undă plană) prin impulsul $\mathbf{p}$ asociat lui, care este un vector, deci are o direcție și o mărime absolută. De aici putem reconstrui elementele modului de oscilație, folosind relațiile specifice ecuației Klein-Gordon. Modul va avea lungimea de undă $\lambda = h/p$ (unde $p = |\mathbf{p}|$) și frecvența f de oscilație dată de $(hf)^2 = m^2c^4 + p^2c^2$.

Să considerăm acum că modul de oscilație $\mathbf{p}$ se află în prima lui stare excitată, iar toate celelalte moduri de oscilație se află pe starea de energie minimă. Modul conține energie, sub forma unui pachet discret $E = hf$. În interpretarea noastră, pachetul discret de energie reprezintă o *particulă*, care a fost denumită pion neutru. Vom spune că, în această stare, în univers se află un singur pion, iar starea o vom nota cu $|\mathbf{p}\rangle$. Acestui pion îi vom atribui impulsul $\mathbf{p}$ și energia $E = hf$. Între cele două există relația $(hf)^2 = m^2c^4 + p^2c^2$, deci mișcarea pionului va fi relativistă, iar constanta m va fi masa sa de repaus.

Să observăm că nu ne putem întreba în care loc se află pionul, pentru că ne aflăm în reprezentarea impulsului. Unda plană ce descrie modul de oscilație $\mathbf{p}$ se întinde in tot spațiul și de aceea pionul de impuls $\mathbf{p}$ poate fi găsit oriunde pe întinderea universului, cu aceeași probabilitate. Desigur, deoarece impulsul $\mathbf{p}$ poate lua mai multe valori, avem o multitudine de de stări „clasice" ale universului notate cu $|\mathbf{p}\rangle$.

Următoarea stare „clasică" a universului pe care o luăm în considerare este cea în care două moduri de oscilație *diferite*, odată cuantificate, vor fi excitate pe prima lor stare de energie. Dacă aceste moduri de oscilație sunt identificate de impulsurile $\mathbf{p}_1$ și $\mathbf{p}_2$, vom scrie starea universului sub forma $|\mathbf{p}_1;\mathbf{p}_2\rangle$. Desigur, ea va reprezenta ansamblul de doi pioni având impulsurile $\mathbf{p}_1$ și $\mathbf{p}_2$, existând de la un cap la celălalt al universului și neinteracționând unul cu celălalt (pentru că modurile de oscilație sunt independente unul de altul).

În acest fel vom continua cu trei moduri de oscilație excitate pe primul lor nivel de energie, cu patru moduri și așa mai departe. Vom avea stări ale universului în care se află trei pioni, patru pioni etc. Pentru că pionii noștri sunt *bosoni*, trebuie să considerăm și situațiile când un mod de oscilație $\mathbf{p}$ este excitat pe stare superioară de energie $E_n = (nhf + 1/2)$. Acum vom avea n pioni cu impulsul $\mathbf{p}$, dar neinteracționând unul cu altul. Dacă avem doar doi bosoni de impuls $\mathbf{p}$ în univers, vom scrie starea cuantică sub forma $|\mathbf{p};\mathbf{p}\rangle$.

Odată ce am inventariat toate stările cuantice ale universului ca fiind stările excitate ale modurilor de oscilație $\mathbf{p}$, vom observa un lucru remarcabil. Astfel, în aceste reprezentări, particulele sunt definite ca pachete de energie discretă corespunzătoare oscilațiilor de frecvență constantă ale câmpului. A spune că o stare $|\mathbf{p}\rangle$ a universului este cea în care doar modul de oscilație $\mathbf{p}$ este excitat pe prima sa stare energetică este *echivalent* cu a spune că în univers există o singură particulă de impuls $\mathbf{p}$. Teoria cuantică a câmpurilor devine automat o teorie a particulelor.

După rețeta prezentată în secțiunea 106, starea cuantică generală a universului este o *superpoziție cuantică* a tuturor stărilor identificate mai sus. Astfel, fiecare din stările sale particulare primește un număr complex a_n, al cărui modul ne dă probabilitatea $|a_n|^2$ ca să găsim sistemul în acea stare, dacă încercăm să măsurăm precis impulsul pionilor neutri. Starea cuantică generală este:

$$\psi = a_0\,|0\rangle + \sum_{\mathbf{p}} a_{\mathbf{p}}\,|\mathbf{p}\rangle + \sum_{\mathbf{p_1}\mathbf{p_2}} a_{\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2}\,|\mathbf{p}_1;\mathbf{p}_2\rangle + \dots$$

$$\psi = \{a_0\ ,\ a_{\mathbf{p}}\ ,\ a_{\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2}\ ,\ \dots\}$$

Ca și în secțiunea 130, relațiile de mai sus subliniază faptul că starea cuantică este descrisă de o mulțime de numere complexe, câte unul pentru fiecare stare „clasică". Prin stări „clasice" înțelegem aici stări care nu se se pot măsura în același timp, adică sunt ortogonale. În termenii secțiunii 213 din anexă, ele formează o bază a spațiului Hilbert al stărilor cuantice. În cazul nostru, stările sunt identificate prin impulsul $\mathbf{p}$ al modurilor de oscilație. În plus, am abuzat puțin de limbaj, căci suma de mai sus ar trebui să fie o integrală, deoarece sumarea are loc pe un spațiu continuu (cel al impulsului), nu discret.

Valorile pe care le iau numerele complexe a (ca a_0, $a_{\mathbf{p}}$ sau $a_{\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2}$) sunt date de starea în care este plasat universul. Dacă un Creator așază pentru început numai un pion de impuls $\mathbf{p}$ în univers, atunci $a_{\mathbf{p}} = 1$ pentru acel impuls și restul constantelor sunt nule.

Interesant este că, în orice situație de superpoziție cuantică ar fi așezat universul, noi putem prezice evoluția lui ulterioară știind numerele complexe a inițiale! Astfel, undele plane cu care am pornit sunt moduri de oscilație de frecvență și energie *constante*. Aceasta face ca numerele complexe atașate diverselor stări cuantice să evolueze simplu, având o evoluție dată de $a(t) \sim e^{-iEt/\hbar}a$, unde E este energia *totală* a particulelor care definesc starea respectivă (vezi secțiunea 103). Rezultatul este o consecință directă a faptului că modurile de oscilație nu interacționează unele cu altele, deci evoluția cuantică a fiecăruia se poate scrie independent de celelalte.

Avem de exemplu

$$a_{\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2}(t) = a_{\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2}(0)e^{-i(E_{\mathbf{p}1}+E_{\mathbf{p}2})t/\hbar}$$

Aici $E_{\mathbf{p}}^2 = p^2c^2 + m^2c^4$ este energia relativistă a pionului de impuls $\mathbf{p}$. Cei atenți vor observa că în relația de mai sus nu am scris energia de zero $E_0 = hf/2$ a modurilor de oscilație, pentru că toate modurile contribuie cu aceeași constantă la faza undei de probabilitate.

După cum vedem, teoria cuantică a câmpului rezolvă elegant problema *evoluției în timp* a stărilor cuantice, în cazul câmpurilor ale căror particule nu interacționează unele cu altele. Cu toate acestea, natura nu este așa de simplă, căci particulele reale (în cazul nostru chiar pionii neutri) vor interacționa între ele, or acest lucru nu a fost inclus în modelul de mai sus. În modelul nostru, modurile de oscilație (undele plane) evoluează independent unul de altul.

În cazul general însă, ne vom aștepta că, dacă punem sistemul inițial într-un set de moduri proprii de impulsuri bine-definite, acesta să evolueze într-un alt set de moduri proprii, unde particulele au alte impulsuri. Spunem atunci că particulele au *interacționat* între ele. Această situație reprezintă cazul general pe care îl avem de rezolvat pe viitor.

Să nu ne speriem însă de complexitatea problemei, imaginându-ne că avem de detaliat interacțiunea dintre sute de particule. În cazurile practice vor avea un număr mai mic de particule care interacționează în acceleratoarele moderne de particule.

132. Mișcarea relativistă a electronului

Modelul saltelei din secțiunea 130 descrie un câmp reprezentat prin câte un număr real în fiecare punct din spațiu. El poate fi extins la alte câmpuri reale, cum ar fi câmpul electric sau câmpul scalar. Universul însă ne-a mai pregătit o surpriză: câmpuri descrise de numere complexe. Aceste câmpuri au *două* grade de libertate în fiecare punct al spațiului: o parte reală și una imaginară a unui *număr complex*.

Am putea crede că aceste câmpuri se modelează prin două resorturi în fiecare punct din spațiu, câte unul pentru fiecare grad de libertate (partea reală și partea imaginară a numărului complex). Fiecare dintre câmpuri ar avea atașată, după cuantificare, câte o particulă. Cu toate acestea, abordarea corectă presupune o altă alegere pentru cele două câmpuri independente. Odată ce vom face modelul compatibil cu *teoria relativității restrânse*, vom avea o surpriză deosebită: între cele două particule care rezultă există o relație specială, una este *antiparticula* celeilalte!

Pentru a discuta despre *antiparticule*, trebuie să le introducem mai întâi. De aceea, în această secțiune vom uita pe moment de teoria cuantică a câmpurilor și ne vom întoarce la electronul simplu și unda sa de probabilitate, pentru a introduce pozitronul (antiparticula electronului).

Astfel, mecanica cuantică prezentată în capitolul 9 nu a luat în calcul *teoria relativității restrânse*. Căci, deși nu am menționat, ecuația lui Schrödinger de evoluție a undei de probabilitate pentru o particulă liberă nu este compatibilă cu teoria relativității, permițând, de exemplu, electronului să depășească viteza luminii în mișcarea sa.

Matematicienii au un mod foarte frumos de a verifica compatibilitatea oricărei teorii cu cea a relativității; ei verifică forma timpului și a spațiului în ecuații. Așa cum am discutat în cadrul teoriei relativității, timpul poate fi văzut, până la un punct, ca un fel de coordonată spațială. Pentru coordonatele spațiale nu există o preferință în ecuații, fiindcă oricând coordonata x poate fi aleasă în loc de coordonata y, și invers. Caracteristica aceasta se regăsește și în ecuațiile relativiste prin aceea că putem schimba între ele o coordonată spațială (x, să spunem) și una temporală (ict în formularea lui Minkowski), iar ecuațiile trebuie să rămână aceleași.

În ecuația lui Schrödinger pentru evoluția electronului, coordonatele x, y și z se pot schimba între ele, iar ecuația rămâne aceeași (vezi secțiunea 102). Pe de altă parte, timpul joacă încă un rol preferențial față de coordonatele spațiale: el apare derivat doar odată, în vreme ce poziția spațială apare derivată de două ori. Cu alte cuvinte, ecuația lui Schrödinger nu este compatibilă cu teoria relativității restrânse, deci nu ar trece testul matematicienilor prezentat mai sus.

Au existat mai multe încercări de a construi o ecuație care să descrie unda de probabilitate pentru electronii relativiști. Cel mai aproape de rezultat au fost fizicienii Oskar Klein și Walter Gordon, care în 1926 au propus o astfel de ecuație. În ecuația lor, coordonatele spațiale și temporală apar derivate de două ori, într-un fel compatibil cu teoria relativității.

Ecuația ce poartă numele fizicienilor Klein și Gordon am menționat-o și noi în secțiunea 127. În secțiunea 131 am văzut că soluțiile acesteia sunt unde plane ce pot fi cuantificate, pentru a obține particulele numite pioni. Datorită formelor ecuației Klein-Gordon, acești pioni vor îndeplini relația relativistă dintre energie și impuls.

Astfel, așa cum am discutat în secțiunea 131, dacă atribuim electronului energia $E = hf$ (unde f este frecvența undei) și impulsul $p = h/\lambda$ (unde λ este lungimea de undă), obținem relația corectă dintre energia electronilor și impulsul lor: $E^2 = m^2c^4 + p^2c^2$, adică ecuația lui Einstein.

Pe de altă parte, aceeași ecuație va descrie și evoluția undei de probabilitate a unui singur electron prin spațiu. Fizicienii au înțeles destul de repede că, deși ecuația Klein-Gordon descrie corect mișcarea relativistă a unui electron de impuls și energie *bine definite*, ea nu descrie corect mișcare generală. Dificultatea majoră este că ecuația

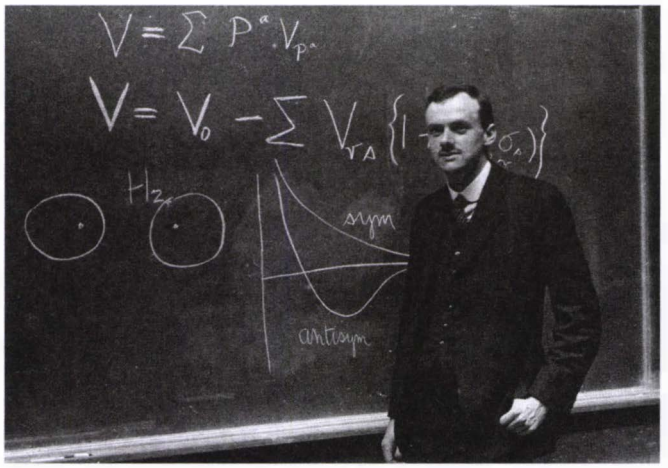

Figura 12.13: *Paul Dirac la o conferință ce a avut loc la începutul anilor 1930. Puteti ghici subiectul dezvoltat pe tablă? Sursa: Wikipedia Commons.*

conduce la densități de probabilitate negative, lucru posibil deoarece ea prezintă derivate temporale de ordinul doi.

Primul care a reușit să găsească ecuația corectă pentru evoluția undei de probabilitate a unui electron relativist a fost fizicianul Paul Dirac (1902-1984). Dirac a căutat o formă a ecuației în care atât timpul, cât și spațiul să apară derivate *o singură dată* și care să fie compatibilă cu teoria relativității. În modelul lui Dirac, printre altele, electronul trebuie să aibă aceeași comportare dacă este văzut și dintr-un alt sistem de referință inerțial (spunem că ecuația căutată este invariantă la transformările Lorentz, vezi secțiunea 62).

Metoda lui Dirac a fost următoarea. Dirac a căutat mai întâi o formă generală a unei ecuații ce descrie mișcarea relativistă a electronului, în care derivatele parțiale la spațiu și timp să apară o singură dată. Apoi a restrâns forma ecuației în așa fel încât solutiile ei să satisfacă și ecuația Klein-Gordon, asigurându-se astfel că mișcarea electronului va fi relativistă.

În acest fel, Dirac a ajuns la forma corectă a ecuației ce descrie evoluția generală a undei de probabilitate pentru un electron relativist. Marea surpriză a fost că noua ecuație descrie și alte „tipuri" de electroni decât cele cunoscute! Pentru cei ce vor să descopere această surpriză, prezentăm în căsuța matematică următoare analiza lui Dirac.

Calcul: ***Ecuația relativistă a lui Dirac***

Să începem deducerea ecuației lui Dirac făcând câteva alegeri obișnuite în mecanica cuantică relativistă. Prima este să lucrăm într-un sistem de *unități naturale*, în care $c = 1$ și $\hbar = 1$. Mai târziu vom urma și convenția Lorentz-Heaviside, alegând $\epsilon_0 = 1$, care simplifică ecuațiile lui Maxwell.

Vom folosi aceste convenții pe parcursul *tuturor* ecuațiilor începând din această secțiune, pentru a simplifica forma ecuațiilor. Aceasta înseamnă de exemplu că o coordonată temporală a unui eveniment se scrie cu t însă este măsurată în metri, pentru a avea aceleași dimensiuni ca și coordonatele spațiale x, y și z. În plus, deoarece energia are forma $E = hf$, unde f este frecvența iar $\hbar = 1$, înseamnă că ea se va „măsura" în $1/s \sim 1/m$ ca de altfel și impulsul.

Mai departe, folosim convenția introdusă în secțiunea 127 pentru derivatele parțiale ∂_μ la coordonatele spațiale și temporale:

$$\partial_\mu = \left(\frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right); \qquad \partial_\mu = \left(\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$$

În partea din stânga, indicele μ ia valorile $\mu = (t, x, y, z)$, așa cum am fost obișnuiți. Fizicienii folosesc mai des forma din dreapta, unde indicele μ ia valorile $\mu = (0, 1, 2, 3)$, într-o notație cunoscută din teoria relativității. Cum însă am ales un sistem de unități pentru care $c = 1$, ambele forme vor fi identice pentru noi.

În cea de-a doua convenție, coordonatele se vor scrie ca x^μ, unde $x^0 = ct = t$, $x^1 = x$, $x^2 = y$ și $x^3 = z$. În continuare vom folosi și noi aceeași notație $\mu = (0, 1, 2, 3)$, deși cititorul poate înlocui oricând variabila μ cu t, x, y sau z pentru a vedea mai repede despre ce coordonată temporală sau spațială este vorba.

Forma generală a ecuației de evoluție a undei de probabilitate ψ cu care Dirac a început este:

$$\boxed{(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\,\psi = 0}$$

Aici $\psi = \psi(\mathbf{r}, t)$ reprezintă unda de probabilitate a electronului în mișcare relativistă, iar m masa sa de repaus. În relația de mai sus am folosit ***regula lui Einstein***, care spune că trebuie să însumăm termenii care apar de două ori. În cazul de sus avem de fapt $\gamma^\mu \partial_\mu = \sum \gamma^\mu \partial_\mu$ pentru $\mu = (0, 1, 2, 3)$. În toate ecuațiile pe care le vom scrie de acum încolo vom folosi regula a lui Einstein.

Să observăm mai întâi că în forma de mai sus apar doar derivatele parțiale ∂_μ de ordinul întâi. Ecuația mai conține patru simboluri noi γ^μ unde, ca și mai înainte, $\mu = (0, 1, 2, 3)$. Sarcina lui Dirac a fost nu atât să scrie forma de mai sus (care este cât se poate de generală pentru o ecuație liniară), cât să afle *ce reprezintă* simbolurile γ^μ.

Pentru aceasta, Dirac a presupus că soluțiile ecuației de mai sus ar trebui să poată fi unde plane care satisfac ecuația Klein-Gordon. Cu gândul la teoria cuantică a câmpului, vom atașa mai târziu particule oscilațiilor acestui câmp. Pentru o undă plană cu lungimea de undă λ și frecvența f, particula atașată va avea impulsul $p = h/\lambda$ și energia $E = h/f$. Dacă soluțiile de unde plane ale ecuației Dirac vor satisface și ecuația Klein-Gordon, atunci automat vom avea relația relativistă $E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$ dintre energia particulei (care este electronul) și impulsul său, așa cum am văzut în secțiunea 131.

De aceea, dacă ψ satisface ecuația sa de mai sus, atunci trebuie să satisfacă și ecuația Klein-Gordon. Să vedem dacă e așa. Pentru aceasta, să rescriem ecuația

Klein-Gordon din secțiunea 131 folosind convențiile din această secțiune:

$$(\partial_0\partial_0 - \partial_1\partial_1 - \partial_2\partial_2 - \partial_3\partial_3 + m^2)\phi = 0$$

Acum să aplicăm operatorul $i\gamma^\nu\partial_\nu$ în stânga ecuației lui Dirac.

$$\begin{aligned} i\gamma^\nu\partial_\nu\left[(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi\right] &= 0 \\ -\gamma^\nu\gamma^\mu\partial_\nu\partial_\mu\psi - m(i\gamma^\nu\partial_\nu\psi) &= 0 \\ -(\gamma^\nu\gamma^\mu\partial_\nu\partial_\mu + m^2)\psi &= 0 \end{aligned}$$

În a treia relație am mai folosit odată ecuația inițială a lui Dirac, pentru a obține m^2. Să observăm și că în forma de mai sus am folosit *regula lui Einstein*, căci termenii sunt de fapt însumați după μ și ν, deoarece ei se repetă de două ori. Forma de mai sus trebuie să fie identică cu ecuația Klein-Gordon rescrisă mai devreme. Vedem că acest lucru nu se întâmplă decât dacă avem următoarele relații între simbolurile γ^μ:

$$\begin{aligned} &\gamma^\mu\gamma^\nu = -\gamma^\nu\gamma^\mu \quad \text{pentru} \quad \mu \neq \nu \\ &\gamma^0\gamma^0 = 1 \quad \text{și} \quad \gamma^i\gamma^i = -1 \quad \text{pentru} \quad i = 1,2,3 \end{aligned}$$

Am ajuns acum la întrebarea cheie: ce pot fi cele patru simboluri γ^μ pentru ca ele să îndeplinească relația de mai sus? Este clar că ele nu pot fi numere, căci atunci nu ar îndeplini prima relație de anticomutativitate.

Răspunsul lui Dirac este că simbolurile γ^μ sunt niște *matrici* de ordinul 4×4. Aceste matrici pot lua mai multe forme, îndeplinind totuși relațiile de mai sus. Alegerea lui Dirac a fost:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I_2 & 0 \\ 0 & -I_2 \end{pmatrix}; \quad \gamma^k = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_k \\ -\sigma_k & 0 \end{pmatrix};$$

Aici I_2 este matricea unitate 2×2, 0 reprezintă o matrice 2×2 cu toate elementele nule, iar σ_k (unde $k = \overline{1:3}$) sunt trei matrici 2×2 ce poartă numele de *matricile Pauli*:

$$I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \ \sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \ \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}; \ \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Atunci însă și funcția $\psi = \psi(\mathbf{r}, t)$ pe care matricile γ^μ acționează trebuie să fie tot o *matrice* coloană cu patru linii:

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \begin{pmatrix} \psi_1(\mathbf{r}, t) \\ \psi_2(\mathbf{r}, t) \\ \psi_3(\mathbf{r}, t) \\ \psi_4(\mathbf{r}, t) \end{pmatrix}$$

Fiecare dintre componentele de mai sus este un număr complex, ce va reprezenta unda de probabilitate pentru una din cele patru stări cuantice posibile ale electronului.

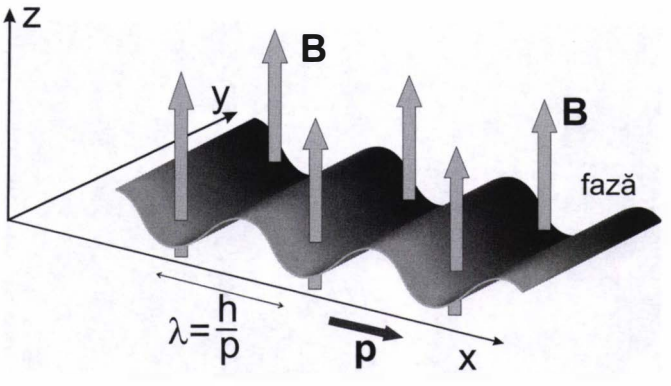

Figura 12.14: *Figura reprezintă evoluția spațială a fazei undei de probabilitate a electronului atunci când el se deplasează în direcția x cu impuls* **p** *și energie constantă, într-un câmp magnetic* **B** *orientat de-a lungul axei z (vezi căsuța matematică). Gradul de libertate al fazei nu este direcția z, așa cum poate sugerează schița, ci intern (vezi figura 9.18).*

Vedem astfel că Dirac a reușit să găsească o formă pentru evoluția undei de probabilitate a unui electron în mișcare *relativistă*. „Prețul" pe care Dirac a trebuit să-l plătească pentru a scrie o ecuație de mișcare relativistă a electronului a fost faptul că el a trebuit să *extindă* stările cuantice ale electronului. Până la Dirac, electronul în repaus era descris de două stări cuantice posibile într-un punct din spațiu, câte una pentru fiecare stare de spin (vezi secțiunea 108). În modelul lui Dirac însă, electronul trebuie descris de *patru* stări cuantice într-un singur punct din spațiu, așa cum se vede din căsuța matematică precedentă.

În primă instanță, recunoaștem în această extensie un succes. La urma urmei, modelul nerelativist al lui Schrödinger a fost introdus pentru o singură componentă a undei de probabilitate a electronului, iar faptul ca electronul a fost apoi descris de o undă de probabilitate cu două componente (cate una pentru fiecare stare de spin) este un adaos *experimental*. Acum însă, Dirac a găsit un argument *teoretic* pentru ca unda de probabilitate a electronului să aibă mai multe componente, și anume compatibilitatea cu teoria relativității restrânse.

În plus însă, modelul lui Dirac, la limita lui nerelativistă, explică în mod natural un lucru ce părea căzut din cer până atunci: valoarea *momentului magnetic de spin* al electronului! Astfel, în secțiunea 108 am menționat că proiecția acestuia are o valoare absolută egală cu magnetonul Bohr-Procopiu $\mu_{Sz} = \pm\mu_B$. Rezultatul acesta a fost introdus de Pauli în teorie numai pe baze experimentale. În principiu, nimic nu oprește electronul în modelul lui Pauli să aibă și un alt moment magnetic de spin (să zicem de două sau de trei ori mai mare), și deci construcția lui Pauli este oarecum artificială.

În aproximarea vitezelor mici însă, modelul lui Dirac arată că electronul se comportă în câmp magnetic ca și cum ar avea atașat un *moment magnetic de spin*. Nu înseamnă că electronul este un mic titirez magnetic în mișcarea sa, așa cum am subliniat și în secțiunea în

secțiunea 108, ci că pur și simplu electronul lui Dirac răspunde la prezența unui câmp electromagnetic într-un mod apropiat de cel al unui mic magnet, chiar și atunci când este în repaus. Mai mult, valorile obținute de Dirac pentru momentul magnetic de spin $\boldsymbol{\mu}_S$ sunt discrete și egale în valoare absolută cu magnetonul Bohr-Procopiu μ_B. Cu alte cuvinte, modelul lui Pauli pentru spinul electronului rezultă ca o aproximare a modelului lui Dirac la viteze mici!

Concluzia? Momentul magnetic de spin al particulei este o *manifestare* a relativității restrânse, inclusă în modelul lui Dirac. Surpriza a fost așa de mare, încât până azi ecuația lui Dirac este considerată una din cele mai frumoase ecuații ale fizicii. Pentru cei interesați, prezentăm în căsuța matematică următoare acest rezultat.

Calcul: ***Momentul magnetic al electronului***

Vom deduce aici momentul magnetic de spin al electronului din ecuația lui Dirac. Sarcina nu este ușoară, dar, pentru cei ce au urmărit și vor urmări în continuare ecuațiile, ne va ajuta să vedem ecuația lui Dirac „la lucru". Rezultatul nu este însă crucial pentru secțiunile ce vin.

Să începem rescriind ecuația lui Dirac pentru mișcarea relativistă a electronului liber (vezi căsuța matematică precedentă).

$$(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\,\psi = 0$$

Aici γ^μ (pentru $\mu = 0, 1, 2, 3$) sunt patru matrici 4×4, iar ∂_μ reprezintă derivata parțială în raport cu timpul sau spațiul, care acționează asupra undei de probabilitate $\psi = \psi(\mathbf{r}, t)$ (ea este o matrice coloană cu patru linii). În plus, avem și convenția lui Einstein care ne spune să însumăm după indicele μ, pentru ca el se repetă.

Acum vrem să aflăm mișcarea electronului într-o zonă de câmp electromagnetic descris de potențialele electrodinamice $V = V(\mathbf{r}, t)$ și $\mathbf{A} = \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ (vezi secțiunea 128). Vom scrie aceste potențiale cu o notație relativistă. Putem folosi fie forma contravariantă A^μ, fie forma covariantă A_μ, unde $c = 1$ (vezi anexa matematică din secțiunea 210):

$$A^\mu = \left(\frac{V}{c}, A_x, A_y, A_z\right); \qquad A_\mu = \left(\frac{V}{c}, -A_x, -A_y, -A_z\right);$$

Mișcarea cuantică a electronului într-un câmp electromagnetic este cunoscută de fizicieni. Ei au observat că ea se obține dacă substituim derivatele partiale ∂_μ în ecuația lui Schrödinger cu ceea ce ei numesc *derivată covariantă* D_μ:

$$\partial_\mu \;\to\; \boxed{D_\mu = \partial_\mu + iqA_\mu}$$

Aici $q = -e$ este sarcina electrică negativă a electronului ($e > 0$ este sarcina electrică elementară). Vom deduce mai târziu relația de mai sus, și anume în secțiunea 136. Deocamdată, doar o să aplicăm substituția de mai sus în ecuația lui Dirac și o să discutăm la sfârșit semnificația ei. Ecuația lui Dirac devine:

$$i\gamma^\mu(\partial_\mu + iqA_\mu)\psi = m\psi \qquad \Rightarrow$$
$$\gamma^0(i\partial_0 - qA_0)\psi + \gamma^k(i\partial_k - qA_k)\psi = m\psi$$

În partea a doua am folosit convenția lui Einstein și am separat termenul temporal $\mu = 0$ de termenii spațiali $\mu = k = 1, 2, 3$.

În căsuța matematică precedentă am detaliat forma matricilor γ^μ. Să dezvoltăm atunci forma ecuației lui Dirac la care am ajuns:

$$\psi = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{pmatrix} I_2 & 0 \\ 0 & -I_2 \end{pmatrix}(i\partial_0 - qA_0)\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} + \\ + \begin{pmatrix} 0 & \sigma_k \\ -\sigma_k & 0 \end{pmatrix}(i\partial_k - qA_k)\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = m\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$$

În relația de mai sus, u și v sunt ambele matrici cu două linii, iar matricile σ_k sunt matrici pătrate 2×2. Să scriem atunci cele două ecuații ce rezultă din înmulțirea matricilor:

$$(i\partial_0 - qA_0)u + \sigma_k(i\partial_k - qA_k)v = mu \qquad (1)$$
$$-(i\partial_0 - qA_0)v - \sigma_k(i\partial_k - qA_k)u = mv$$

Pentru început, să presupunem că nu există câmp electromagnetic ($A_\mu = 0$) și că avem un electron cu impuls nul (unda de probabilitate nu are variație spațială, $\partial_k u = \partial_k v = 0$ pentru $k = \overline{1:3}$). Ținând cont că $\partial_0 = \partial_t$ și înmulțind ecuațiile cu $-i$ respectiv i, obținem:

$$\partial_t u = -imu; \qquad \partial_t v = imv;$$

Ecuațiile de mai sus trebuie satisfăcute *în același timp* de unda de probabilitate ψ cu patru componente. Se verifică direct că o soluție este:

$$\psi_1 = e^{-imt}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \text{ cu } u = e^{-imt}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \; v = e^{-imt}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Alte trei soluții sunt:

$$\psi_2 = e^{-imt}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \psi_3 = e^{imt}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \psi_4 = e^{imt}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Vedem astfel că primele două stări staționare ψ_1 și ψ_2 au frecvența $f = m/(2\pi) = m/(2\pi)c^2/\hbar = mc^2/h$, odată ce punem la loc constantele c și $\hbar$. Ele ne spun

că energia electronului este $E = hf = mc^2$, adică *energia de repaus.* Relațiile acestea concordă cu cele din secțiunea 103, acolo unde am văzut că evoluția unei stări staționare de energie E este $e^{-iEt/\hbar}$.

Despre stările ψ_3 și ψ_4 vom spune că au frecvența „negativă" $f = -m/(2\pi) = -mc^2/h$ (dacă punem constantele c și $\hbar$ la loc), deci energia lor de repaus $E = hf = -mc^2$ va fi *negativă.* Despre implicațiile acestui rezultat paradoxal vom vorbi în text.

Să revenim acum la sistemul de două ecuații (1) și să presupunem că avem un electron în mișcare *nerelativistă*, energia sa fiind *pozitivă*, $E > 0$. Atunci putem spune că soluția noastră este apropiată de $\psi \approx \psi_1$ sau $\psi \approx \psi_2$, deoarece energia de repaus este mult mai mare decât celelalte energii. În continuare facem și aproximarea $\partial_t v \approx -imv$, valabilă pentru soluțiile $\psi \approx \psi_1$ și $\psi \approx \psi_2$. Substituim apoi în a doua ecuație din setul (1), neglijând și energia potențială qA_0 (pentru că este mult mai mică decât cea de repaus), obținem:

$$-\left[i(-imv)\right]v - \sigma_k(i\partial_k - qA_k)u \approx mv$$
$$\Rightarrow \qquad v \approx -\frac{\sigma_k(i\partial_k - qA_k)u}{2m}$$

Rezultatul îl vom înlocui în prima ecuație din setul (1):

$$(i\partial_0 - qA_0 - m)u = \sigma_k(i\partial_- qA_k)\frac{\sigma_l(i\partial_l - qA_l)u}{2m} \qquad (2)$$

Acum vom presupune că electronul se mișcă nerelativist în direcția x, cu impuls p_x și energie E constantă (vezi figura 12.14). Componeta u a undei de probabilitate o vom scrie în două forme particulare

$$u_1(\mathbf{r},t) = e^{-iEt+ip_x x}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}; u_2(\mathbf{r},t) = e^{-iEt+ip_x x}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

Dacă punem la loc constanta $\hbar$, vedem că formulele de mai sus descriu o undă plană a cărei lungime de undă este $\lambda = (2\pi)/p_x = \hbar(2\pi)/p_x = h/p_x$, adică relația lui de Broglie. Impulsul p_x al electronului ca și energia sa E sunt constante pentru cele două forme, însă spinul acestora diferă.

Mai departe presupunem că electronul trece printr-o zonă de câmp magnetic vertical $B_x = B_y = 0$, $B_z = B \neq 0$ și de potențial electric V nul (vezi figura 12.14). După cum se verifică direct din relația $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$, potențialele electrodinamice sunt $A_x = -By/2$ și $A_y = Bx/2$. În notația noastră relativistă A_μ, introdusă la început, ele devin $A_0 = V$, $A_1 = By/2$, $A_2 = -Bx/2$, $A_3 = 0$. Ținând cont de aceste alegeri, vom simplifica ecuația (2), pornind din dreapta și ținând cont de convenția lui Einstein:

$$\sigma_l(i\partial_l - qA_l)u = \left[\sigma_1\left(i\partial_1 - q\frac{By}{2}\right) + \sigma_2\left(i\partial_2 + q\frac{Bx}{2}\right)\right]u$$
$$= \left[-p_x\sigma_1 - q\frac{By}{2}\sigma_1 + q\frac{Bx}{2}\sigma_2\right]u$$

Aici am folosit $\partial_1 u = \partial_x u = (ip_x)u$ și $\partial_2 u = \partial_y u = 0$ pentru cele două alegeri particulare ale lui u de mai sus, iar al treilea termen a fost ignorat, deoarece el este nul.

Mai departe vom dezvolta termenul din dreapta ecuației (2):

$$\sigma_k(i\partial_k - qA_k)\left[\sigma_l(i\partial_l - qA_l)u\right] =$$
$$= \left[i\sigma_1\partial_1 - q\frac{By}{2}\sigma_1 + i\sigma_2\partial_2 + q\frac{Bx}{2}\sigma_2\right]\cdot$$
$$\cdot\left[-p_x\sigma_1 - q\frac{By}{2}\sigma_1 + q\frac{Bx}{2}\sigma_2\right]u$$

Calculul este mai laborios, pentru că trebuie să dezvoltăm termen cu termen. Iată-l mai jos. Aici vom folosi relațiile dintre matricile Pauli $\sigma_1\sigma_2 = -\sigma_2\sigma_1 = i\sigma_3$, $\sigma_1\sigma_1 = I_2$ și vom ignora termenii în care apare B^2 pentru că ei vor fi mici. În plus, vom folosi și substituția $\partial_1 u = (ip_x)u$, care iese din alegerea noastră particulară a unei unde plane:

$$\left[i\sigma_1(ip_x)\right]\left[-p_x\sigma_1\right]u + \left[i\sigma_1(ip_x)\right]\left[-q\frac{By}{2}\sigma_1\right]u +$$
$$+ \cancel{\left[i\sigma_1(ip_x)\right]\left[q\frac{Bx}{2}\sigma_2\right]u} + \left[i\sigma_1\right]\left[q\frac{B}{2}\sigma_2\right]u +$$
$$+ \left[-q\frac{By}{2}\sigma_1\right]\left[-p_x\sigma_1\right]u + \left[i\sigma_2\right]\left[-q\frac{B}{2}\sigma_1\right]u +$$
$$+ \cancel{\left[q\frac{Bx}{2}\sigma_2\right]\left[-p_x\sigma_1\right]u} =$$
$$= \left(p_x^2 + 2(p_x)q\frac{By}{2} + iq\frac{B}{2}\sigma_1\sigma_2 - iq\frac{B}{2}\sigma_2\sigma_1\right)u =$$
$$= \left[p_x^2 + q(yp_x)B + iqB(i\sigma_3)\right]u$$

Mai sus vom recunoaște $-yp_x = (\mathbf{r}\times\mathbf{p})_z = L_z$ ca fiind momentul cinetic al electronului. Deoarece câmpul magnetic $B = B_z$ este orientat numai vertical, vom scrie mai departe $yp_xB = -\mathbf{L}.\mathbf{B}$. Aceeași formă o obținem și pentru ultimul termen dacă scriem matricile Pauli sub forma unor vectori $\boldsymbol{\sigma} = \sigma_1\mathbf{i} + \sigma_2\mathbf{j} + \sigma_3\mathbf{k}$. Avem atunci $\sigma_3 B = \boldsymbol{\sigma}.\mathbf{B}$.

Să înlocuim acum aceste rezultate în relația (2), folosind și faptul că $i\partial_0 u = i(-iE)u = Eu$ și punând la loc constantele c și $\hbar$:

$$(E - qV - m)u = \frac{1}{2m}\left[p_x^2 - q(\mathbf{L}.\mathbf{B}) - q(\boldsymbol{\sigma}.\mathbf{B})\right]u \quad \Rightarrow$$
$$\boxed{E = mc^2 + qV + \frac{\mathbf{p}^2}{2m} - \frac{q}{2m}(\mathbf{L}+2\mathbf{S}).\mathbf{B}} \text{ unde } \mathbf{S} = \hbar\frac{\boldsymbol{\sigma}}{2}$$

Relația de sus explicitează energia electronului. Astfel, primul termen mc^2 este energia de repaus a electronului. Al doilea termen qV este energia acumulată în câmpul electric, iar al treilea termen $\mathbf{p}^2/(2m)$ este energia cinetică, unde $\mathbf{p}^2 = p_x^2$.

Ultimii doi termeni ne spun că, în mișcarea sa în câmp magnetic, electronul capăta energie. El se comportă ca un mic magnet și are deci *moment magnetic* $\boldsymbol{\mu}$, care a fost introdus în secțiunea 108. Relația precedentă ne spune că electronul poate fi privit ca un mic magnet, cu un moment magnetic ce are două componente, unul datorat mișcării sale și altul datorat spinului.

Inginerii electrotehniști au învățat că energia unui mic magnet de moment magnetic $\boldsymbol{\mu}$, aflat în câmpul magnetic $\mathbf{B}$ este $E_m = -\boldsymbol{\mu}\mathbf{B}$. Atunci, din relația de mai sus, momentul magnetic datorat mișcării cinetice este:

$$\boldsymbol{\mu}_L = \frac{q}{2m}\mathbf{L} = \mu_B \frac{\mathbf{L}}{\hbar}$$

Mai sus μ_B este magnetonul Bohr-Procopiu, iar $q = -e$ este sarcina negativă a electronului. Rezultatul este identic cu cel obținut în secțiunea 108.

Atunci când electronul orbitează în jurul nucleului din atom, acest moment cinetic este cuantificat (vezi secțiunea 98). Componenta verticală a momentului cinetic va lua valori întregi $L_z = n\hbar$, deci componenta verticală a momentul magnetic μ_{Lz} va fi de asemenea cuantificată, luând valori întregi $\mu_{Lz} = n\mu_B$.

Ultimul termen al ecuației din chenar ne spune că electronul are și un moment magnetic de spin:

$$\boldsymbol{\mu}_s = \frac{q}{2m}2\mathbf{S} = g\mu_B \frac{\mathbf{S}}{\hbar}; \quad \text{unde} \quad g = 2$$

La o privire atentă, se poate recunoaște că am abuzat de limbaj. Astfel, vectorul de spin $\mathbf{S}$ se obține din vectorul format de matricile Pauli $\mathbf{S} = \hbar\boldsymbol{\sigma}/2$, ceea ce înseamnă că ultimul termen nu este un număr, ci o matrice pătrată:

$$\frac{2\mathbf{S}}{\hbar}\mathbf{B} = \boldsymbol{\sigma}.\mathbf{B} = \sigma_3 B_z = \begin{pmatrix} B_z & 0 \\ 0 & -B_z \end{pmatrix}$$

Relația corectă pentru energie se obține păstrând și termenul u din ecuația în chenar. Acesta poate lua două forme u_1 și u_2, prezentate mai devreme. Pentru u_1 avem:

$$\Delta E \cdot u_1 = -\mu_B \left(\frac{2\mathbf{S}}{\hbar}\mathbf{B}\right) u_1 =$$

$$= -\mu_B \begin{pmatrix} B_z & 0 \\ 0 & -B_z \end{pmatrix} e^{-iEt+ip_x x} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = -\mu_B B_z \cdot u_1$$

$$\Delta E \cdot u_2 = -\mu_B \left(\frac{2\mathbf{S}}{\hbar}\mathbf{B}\right) u_2 =$$

$$= -\mu_B \begin{pmatrix} B_z & 0 \\ 0 & -B_z \end{pmatrix} e^{-iEt+ip_x x} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = +\mu_B B_z \cdot u_2$$

Vedem că, dacă electronul se află în starea u_1, energia lui primește un termen $-\mu_B B_z$, iar dacă se află în starea u_2, energia lui primește un termen $\mu_B B_z$. Spunem că și componenta verticală a momentului magnetic de spin este cuantificată, ea putând lua doar două valori: μ_B în primul caz și $-\mu_B$ în cel de-al doilea.

Rezultatul este identic cu cel al lui Pauli (vezi secțiunea 108) și el ne spune că energia este diferită în cele două stări cuantice de spin. Mai mult, în cele două stări momentul magnetic de spin a devenit egal cu magnetonul Bohr-Procopiu, un fapt care fost introdus la început pe baze experimentale și care a intrigat mult timp comunitatea fizicienilor. Mai sus am văzut însă că Dirac explică acest rezultat! Momentul magnetic de spin este o manifestare a mișcării relativiste a electronului.

Noua propunere a lui Dirac pentru mișcarea relativistă a electronului are însă și probleme, care la prima vedere pot apărea insurmontabile. Astfel, cele *patru* stări cuantice ale electronului, propuse de Dirac, vin în contradicție cu cele doar *două* observate experimental. Căci, să ne aducem aminte, tabelul lui Mendeleev a fost reconstruit de Pauli presupunând că fiecare nivel orbital poate fi ocupat de doar *doi* electroni, câte unul pentru fiecare stare posibilă a spinului. Aceste două stări cuantice distincte sunt acum corect identificate de Dirac, însă celelalte două pun probleme. De unde atunci cele *patru* stări cuantice în ecuația lui Dirac, dacă noi vedem experimental că sunt doar două?

Pentru a înțelege ce se întâmplă, să privim mai îndeaproape cele patru stări cuantice din modelul lui Dirac în care electronul este în repaus (vezi figura 12.15 și căsuța matematică precedentă). Pentru două dintre aceste stări, frecvența f a undei de probabilitate este pozitivă. Energia este de asemenea pozitivă $E = hf = mc^2$ și reprezintă energia de repaus a electronului. Cele două stări sunt echivalente cu cele din modelul lui Pauli. Stările cuantice *suplimentare*, introduse de Dirac au însă o comportare

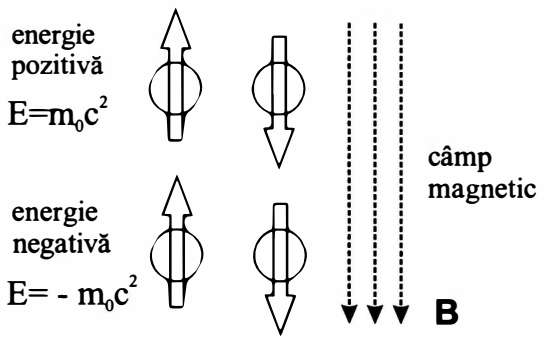

Figura 12.15: *În figură sunt reprezentate schematic cele patru stări cuantice posibile ale electronului aflat în repaus în același punct din spațiu, în modelul lui Dirac. Două dintre stări au energia pozitivă, și două au energia negativă. Două stări pentru aceeași energie identifică cele două stări de spin ale electronului, schematic desenate printr-o săgeată. Săgeata reprezintă orientarea momentului magnetic de spin al electronului, considerat clasic, odată ce el s-ar afla într-un câmp magnetic orientat vertical.*

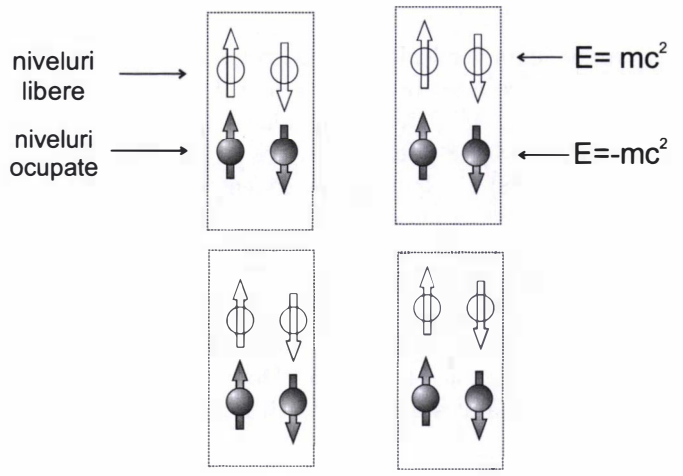

Figura 12.16: *Reprezentarea stării de „vid", în propunerea lui Dirac. Aici ar exista o mare de electroni de energie negativă, care ar umple deja tot spațiul, câte doi în fiecare punct. În figură sunt reprezentate patru puncte ale spațiului, fiecare cu patru stări cuantice posibile. În fiecare punct, cele două stări cu energie negativă (cele de jos) ar fi deja ocupate de electroni, iar cele de energie pozitivă ar fi libere.*

ciudată. Astfel, așa cum se vede în căsuța matematică precedentă, frecvența undei de probabilitate este „negativă" $f < 0$. Aceasta conduce la o energie de repaus de asemenea negativă $E = hf = -mc^2$.

Rezultatul se datorează constrângerii ca soluțiile ecuației lui Dirac să satisfacă ecuația lui Klein-Gordon, care conduce la relația relativistă dintre energia particulei și impulsul său $E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$. Aici apare însă pătratul energiei E^2, ceea ce permite existența unor soluții de energie negativă $E < 0$! Acest lucru este de neacceptat în teoria relativității, acolo unde energia de repaus a oricărui corp este mereu pozitivă. Dintr-un posibil dezastru pentru teoria sa, Dirac a reușit să facă o victorie glorioasă, cu o propunere cât se poate de bizară.

Astfel, să ne aducem aminte din nou de tabelul lui Mendeleev și de maniera de completare a nivelurilor de energie ale electronilor din atomi (vezi secțiunea 108). Căci, atunci când avem mai mulți electroni, trebuie să așezăm electronii de la valori scăzute ale energiei la valori mai ridicate, câte unul pentru fiecare stare cuantică din interiorul atomului (pentru că electronii sunt fermioni). Să remarcăm că în cazul atomului vom avea câte doi electroni pe fiecare nivel orbital, pentru că electronul poate avea pe acel nivel două stări cuantice distincte, datorită spinului.

În cazul electronului descris de ecuația lui Dirac avem și niveluri de energie *negativă*. Ar trebui să umplem atunci toată *infinitatea* de niveluri de energie negativă până când putem pune electroni de energie pozitivă, cei pe care îi observăm în experiment. Cum noi observăm experimental doar acești electroni de energie pozitivă, nu este oare mai bine să presupunem că spațiul este *deja umplut* cu electronii de energie negativă? O astfel de situație este exemplificată în figura 12.16.

Cu alte cuvinte, sugestia lui Dirac este că cele două noi stări cuantice cu energie negativă nu au fost observate în practică pentru că ele sunt *deja ocupate* cu electroni, în *orice* punct al spațiului. Noi observăm doar cele două stări cuantice rămase libere, deci doar electroni cu energie pozitivă, pentru că *toate* nivelurile de energie negativă au fost deja completate cu electroni liberi. În cazul acesta am avea un univers în care există deja o infinitate de electroni, chiar și în vid, care nu au fost încă observați. Trăim într-o mare de electroni de energie negativă, înotăm printre ei, ar fi spus Dirac.

Desigur, o astfel de propunere este greu de acceptat. În final, Dirac nu a avut dreptate, deoarece nu există o infinitate de electroni de energie negativă care deja umplu pe jumătate spațiul. Dar propunerea lui Dirac a evoluat, ajungând la o formă care presupunea existența unei noi particule, pozitronul, și a unei noi noțiuni din fizica particulelor elementare, aceea de *antiparticulă*.

133. Pozitronul și confirmarea sa experimentală

Așa cum am menționat în secțiunea precedentă, mecanica cuantică relativistă ne spune că electronul are două stări cuantice *în plus* față de cele cunoscute deja (și care erau date de spin). Ceea ce șochează în primul rând la modelul lui Dirac este faptul că energia acestor două noi stări are *valori negative* (vezi figura 12.15).

Dificultatea se observă dacă luăm în calcul completarea nivelurilor de energie cu electroni, pe baza postulatelor pe care le-am folosit la atom: nivelurile de energie se completează de la energia cea mai joasă (în cazul nostru energii negative) în sus, pentru fiecare stare cuantică distinctă câte un electron. Atunci, pentru că avem o *infinitate* de niveluri de energie negativă (câte două în fiecare punct din spațiu), va trebui să umplem aceste niveluri de energie negativă cu o infinitate de electroni, până când ajungem la electronul obișnuit cu energie pozitivă, cel pe care îl observăm noi în practică.

Așa cum am văzut în secțiunea precedentă, propunerea lui Paul Dirac a fost *să admită* că există deja o infinitate de electroni care completează noile niveluri de energie negativă. Dacă nu ar fi așa, atunci orice electron de energie pozitivă ar putea avea o *tranziție spontană* către un nivel de energie negativă (mai mic) care ar fi liber de electroni. În acest fel, electronii s-ar evapora în univers pe stările de energie negativă, lucru care nu se observă experimental. Dacă însă toate nivelurile de energie negativă sunt deja ocupate cu electroni, procesul de mai sus nu poate avea loc, deoarece electronii sunt fermioni și ei nu pot împărți aceeași stare cuantică de energie negativă. În acest fel, electronul de energie pozitivă nu mai poate avea o tranziție pe stările de energie negativă, pentru că ele sunt deja ocupate cu electroni.

Soluția lui Dirac pare desigur greu de acceptat și trebuie spus că ea nici nu descrie corect realitatea. În realitate, lumea nu este umplută cu o infinitate de electroni de energie negativă. Totuși, această propunere a lui Dirac descrie corect câteva efecte ce vor apărea în continuare. *Să presupunem pentru moment* că nivelurile de energie negativă

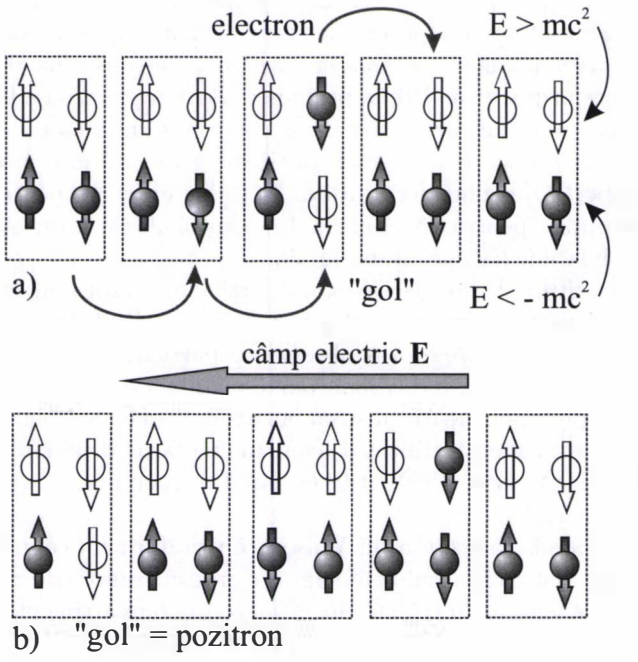

Figura 12.17: *Fiecare dreptunghi reprezintă un singur punct din spațiu. Sus: situația „vidului" cosmic în interpretarea lui Dirac, după ce un un electron are o tranziție de pe nivelurile de energie negativă (cele de jos) pe cele de energie pozitivă (cele de sus). Săgețile reprezintă spinul electronului. Datorită acestei tranziții, în șirul de jos rămâne un „gol" în marea de electroni de energie negativă. Jos: în prezența unui câmp electric* **E**, *electronul se mută spre dreapta în partea de sus a șirului, pentru că are sarcină electrică negativă. În același timp, unii electroni de pe nivelurile de energie negativă (șirul de jos) pot ocupa „golul", în așa fel încât pare că „golul" se mișcă în direcția câmpului electric (spre stânga în figură). Spunem atunci că „golul" reprezintă un pozitron de sarcină electrică pozitivă.*

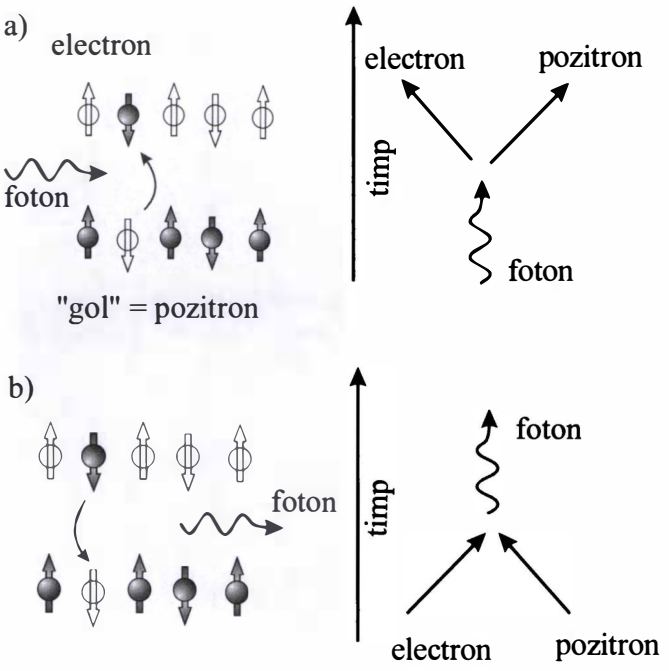

Figura 12.18: *Procesele de creare și anihilare de perechi electron-pozitron în modelul lui Dirac. Sus-stânga: Un electron din banda de energie negativă (șirul de jos) absoarbe un foton și ajunge în banda de energie pozitivă (sus), lăsând în urma lui un „gol". Sus-dreapta: interpretarea modernă a acestui proces, în care un foton generează un electron (de energie pozitivă) și un pozitron (golul, tot de energie pozitivă, dar cu sarcina electrică opusă față de electron). Jos-stânga: Un electron din banda de energie pozitivă ocupă un „gol" din banda de energie negativă. În acest proces el pierde energie prin emisia unui foton. Jos-dreapta: interpretarea modernă a acestui proces, în care un electron se întâlnește cu un pozitron („golul") și dispar amândoi în neant, generând astfel un foton.*

sunt completate toate cu o infinitate de electroni aflați în repaus, și să vedem ce se va întâmpla.

Astfel, a zis Dirac, dacă o infinitate de electroni de energie negativă ocupă *complet* spațiul, noi nu observăm acest lucru în experimente, pentru că noi măsurăm mereu electroni de energie *pozitivă*. Electronii din banda de energie negativă ar forma atunci un fel de „fundal" aproape invizibil. Ceea ce am putea însă observa este *dispariția* unui electron din această bandă!

Cum ar putea părăsi un electron banda de energii negative? De exemplu, un electron din această bandă ar putea absorbi un foton și, cu energia obținută, s-ar putea deplasa pe un nivel de energie pozitivă. Această dispariție ar lăsa în urmă un *„gol"* în marea de electroni cu energie negativă. Situația este asemănătoare cu cea a golurilor din materialele semiconductoare (vezi figura 12.17).

Dirac a studiat mișcarea „golului" și a reușit să-l exprime ca mișcarea unei particule de *energie pozitivă*, având aceeași masă de repaus m ca și electronul, dar cu *sarcină electrică pozitivă*. Aceasta pentru că „lipsa" unui electron dintr-un fundal de sarcini negative este resimțită de noi ca o particulă de sarcină electrică pozitivă. Lucrul acesta îl recunoaștem în figura 12.17, acolo unde vedem că deplasarea „golului" are loc în sens opus decât cea a electronului, pentru aceeași orientare a câmpului electric. „Golul" are atunci sarcină electrică pozitivă.

Apoi, a zis Dirac, noi nu „vedem" infinitatea de electroni din banda de energie negativă, ci numai lipsa electronilor din această bandă, adică golurile. Pentru noi, golurile ar fi niște particule oarecare, care au deci energie pozitivă și sarcină electrică tot pozitivă. Ele au fost numite mai apoi *pozitroni.*

Să observăm că absorbția unui foton creează un *gol* în banda de energii negative (deci un pozitron), dar și un electron în banda de energii pozitive. Dacă ar fi să privim din punctul de vedere al măsurătorii, ce vom observa? Avem un foton care dispare în neant (a fost absorbit) și în urma lui găsim un pozitron și un electron! În acest fel, este ca și cum fotonul a creat din nimic un electron și un pozitron, două particule diferite. Acesta este procesul fundamental de creare a unei *perechi electron-pozitron* în modelul lui Dirac (vezi figura 12.18).

Mai mult însă, dacă un electron întâlnește un „gol" (un pozitron), atunci electronul va „cădea" pe nivelul de energie negativă a golului (care nu este ocupat), emițând un

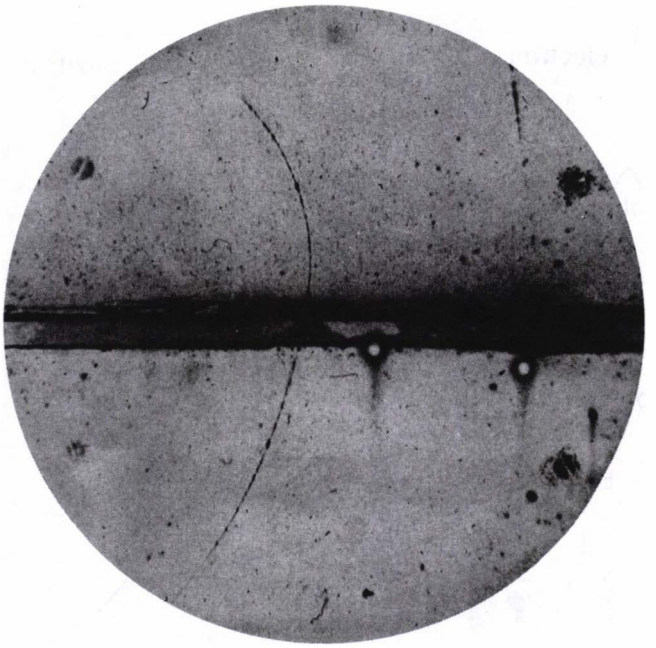

Figura 12.19: *Prima imagine a unui pozitron, obținută de către fizicianul Carl Anderson într-o cameră cu ceață. Aici urma pozitronului în câmpul magnetic este curba neagră subțire din centrul figurii, care intersectează o placă de plumb așezată orizontal. Curbura traiectoriei este datorată câmpului magnetic prezent în aparatul de măsură. Placa de plumb a fost introdusă pentru a încetini mișcarea particulei. Deoarece curbura este mai mică jos decât sus, înseamnă că particula vine de jos, unde are energie mai mare și curbură mai mică. Direcția traiectoriei particulei și cea a câmpului magnetic permit determinarea sarcinii particulei, care este pozitivă.* ©*1933 The American Physical Society.*

foton în decursul procesului. Ce am observa experimental? O particulă de sarcină electrică pozitivă (pozitronul) se *anihilează* cu o particulă de sarcină electrică negativă (electronul), generând lumină (fotonul)! Acesta este un alt proces fundamental, de *anihilare* a unei perechi electron-pozitron în modelul lui Dirac. Ambele procese (crearea de perechi electron-pozitron și anihilarea acestora) sunt exemplificate în figura 12.18.

În procesul de anihilare a perechii electron-pozitron, relația lui Einstein dintre energie și masă se manifestă pe deplin: masele a două particule (atât electronul, cât și pozitronul având deci mase și energii pozitive) se transformă cu totul în energie luminoasă. Nici că se putea mai spectaculos! Ca atare, pozitronul a fost denumit „*antiparticula*" electronului, pentru că el se anihilează cu electronul, generând lumina.

Este bine să atragem atenția asupra denumirii, căci ea pare să sugereze că o antiparticulă are totul „anti-", or acest lucru nu este adevărat. *O antiparticulă este o particulă obișnuită*, având masă și energie pozitive, cu sarcini electrice și atracție gravitațională normală (atracția gravitațională, trebuie spus, este încă doar o supoziție teoretică, căci nu a fost verificată experimental). Ceea ce o face „anti-" este numai proprietatea surprinzătoare de a se anihila cu particula sa, și de a genera lumină.

Cum putem totuși măsura antiparticula electronului, *pozitronul*, cum o putem detecta? După cum am văzut, pozitronul trebuie să aibă energie pozitivă și sarcină electrică tot pozitivă. Prima propunere pentru pozitron a fost chiar protonul care, chiar dacă are o masă mai mare, are în schimb sarcină electrică pozitivă. Însă, în anul 1930, Robert Oppenheimer a arătat că acest lucru nu poate fi acceptat, pentru că electronul și protonul din atom s-ar anihila imediat, generând lumină.

Pozitronul este deci o nouă particulă, iar primul care a măsurat-o experimental a fost fizicianul Carl Anderson în anul 1930. Acesta a observat o particulă cosmică de aceeași masă cu electronul, dar de sarcină electrică *pozitivă*, pe care a identificat-o cu pozitronul. În experimentele sale, Anderson a utilizat o „cameră cu ceață" inventată de Charles Wilson (1869-1959) la sfârșitul secolului XIX (vezi figura 12.19).

Camera cu ceață a lui Wilson constă dintr-un compartiment în care aerul este suprasaturat cu vapori de apă. O particulă ce intră cu viteză mare în compartiment *ionizează* atomii pe care-i întâlnește în cale (atomii pierd o parte din electronii lor). Atomii ionizați devin apoi centrii de condensare pentru aerul suprasaturat din jurul lor, și ca atare în regiuni mici din jurul acestor atomi apa condensează.

În final, particula în mișcare lasă o urmă de aer condensat („ceață") care reflectă exact *traiectoria* sa. Procesul este asemănător cu cel prin care un avion cu reacție lasă o „linie" în urma sa pe cer. Desigur că în cazul camerei Wilson e surprinzător cât de precisă este această tehnică, fiindcă un astfel de instrument poate măsura într-adevăr urma lăsată de particule individuale (electroni, protoni etc.).

Carl Anderson a fost interesat de urmele lăsate de *particulele cosmice* în camera cu ceață. Astfel, el putea vedea dacă particulele au sarcină electrică, plasând camera cu ceață într-un câmp magnetic puternic. Curbura traiectoriei era datorată forței magnetice, așa cum am arătat la capitolul despre electromagnetism. Spre marea lui surpriză, Anderson a observat pentru prima dată o particulă cu proprietăți asemănătoare electronului, atâta doar că ea avea sarcina electrică pozitivă! Datorită acestui lucru, Anderson a numit particula „electron pozitiv", adică pozitron (vezi figura 12.19).

În acest fel pozitronul (și cu el antiparticulele) și-a făcut apariția în aparatele fizicienilor, deși un spațiu umplut cu o infinitate de electroni (așa cum a presupus Dirac) nu există în realitate. Cum însă pozitronul există, iar teoria lui Dirac are și alte avantaje (un sprijin teoretic pentru *momentul magnetic de spin*, o mișcare relativistă a electronului etc.), *ce* trebuie să modificăm la ea pentru a o face corectă?

Răspunsul este că trebuie să construim o nouă teorie, în care atât electronii, cât și pozitronii să fie postulați de la început ca două particule distincte. Cu alte cuvinte, trebuie să construim o mecanică cuantică nu numai a electronilor, ci a electronilor *și* pozitronilor. Trebuie să construim *electrodinamica cuantică*.

134. A doua cuantificare

În secțiunile precedente am prezentat mișcarea relativistă a electronului, precum și antiparticula sa, pozitronul. Așa cum am menționat în secțiunea 130, particulele nu trebuie privite ca niște „bile", ci ca niște pachete de energie discretă asociate unor câmpuri. Problema noastră este acum să *identificăm* acel câmp care, cuantificat, va avea electronii și pozitronii ca pachetele sale discrete de energie.

Prima întrebare este atunci: cu care câmp clasic putem porni? Ce câmp avem de cuantificat pentru a obține, în urma cuantificării, niște particule pe care apoi să le identificăm cu electronii și pozitronii? La urma urmei, avem un singur lucru la dispoziție, *unda de probabilitate* a electronilor. Aceasta ne spune care este probabilitatea de a găsi un electron într-un loc sau altul.

Să comparăm situația cu cea a fotonilor. În cazul lor câmpul electromagnetic este cel care ne spune unde găsim fotonii. Acest câmp poate fi privit ca un fel de undă de probabilitate pentru fotoni. Pe de altă parte, aceeași fotoni pot fi priviți și ca pachete discrete de energie ale oscilațiilor câmpului electromagnetic. Ajungem atunci la singura concluzie posibilă: unda de probabilitate a electronului trebuie privită ca un câmp clasic și modelată cu resorturi! Oscilațiile acestor resorturi vor veni în pachete discrete de energie, care pachete vor fi ... electronii (vezi figura 12.20).

Desigur, alegerea noastră este surprinzătoare. Astfel, mișcarea electronului era cuantificată la început, pentru că deja discutăm de unda sa de probabilitate. Apoi însă, am cuantificat *din nou* oscilațiile acestei unde probabilitate, deci practic am mai cuantificat încă o dată mișcarea electronului! De aceea, metoda aceasta introduce automat ceea ce fizicienii denumesc *a doua cuantificare.*

Să observăm și de ce metoda este corectă. Astfel, unda de probabilitate uniparticulă ne dădea *probabilitatea* de a găsi un electron într-o anumită poziție. Unda de probabilitate este acum un câmp clasic, iar electronul este un pachet de energie al său. Acolo unde acest câmp clasic are o intensitate mai mare ne așteptăm să găsim stocată mai multă energie, deci mai mulți electroni.

Procedura celei de-a doua cuantificări aduce bonusul de care aveam nevoie într-o teorie multiparticulă ca aceea a universului: descrierea în mod natural a unui *ansamblu* de electroni. Căci, să ne aducem aminte, ecuația lui Schrödinger pentru evoluția undei de probabilitate descria mișcarea unui singur electron, iar un ansamblu de electroni nu putea fi descrisă corect doar de un ansamblu de unde de probabilitate pentru fiecare particulă. Procedeul nostru de cuantificare a câmpului va introduce însă în mod corect *ansamblul* de particule, așa cum am discutat în secțiunea 130.

Metoda celei de-a doua cuantificări se folosește des în teoria particulelor elementare, de aceea aceste particule vor fi descrise mereu de teorii cuantice de câmp. Alegerea

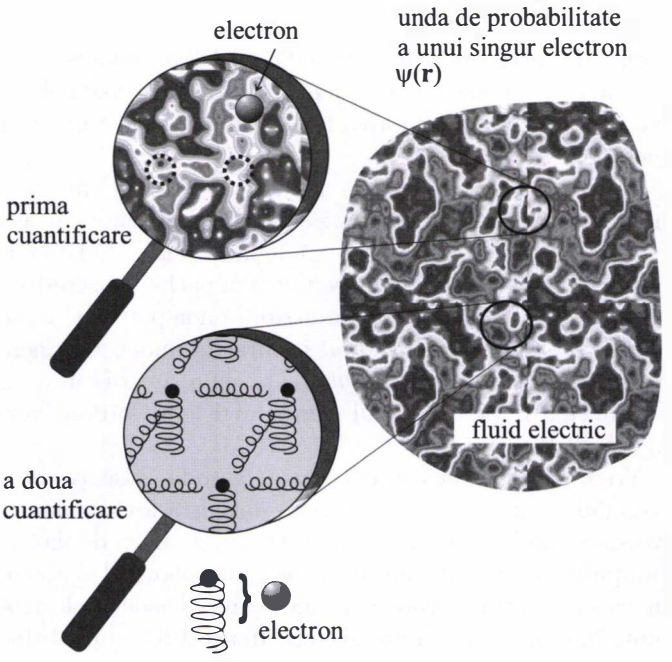

Figura 12.20: *În dreapta este reprezentată schematic unda de probabilitate $\psi(\mathbf{r})$ a unui electron nerelativist considerat fără spin. Nuanțele mai închise reprezintă zone unde este mai probabil să găsim electronul. În stânga sus este detaliată o zonă mică din spațiu. Electronul poate fi vizualizat ca o „bilă", iar probabilitatea p de a-l găsi în acea zonă este dată de modulul undei de probabilitate $p \sim |\psi(\mathbf{r})|^2$. În stânga jos este reprezentată ideea celei de-a doua cuantificări. Aici privim unda de probabilitate $\psi(\mathbf{r})$ ca pe un câmp* clasic *și îl reprezentăm sub forma unui ansamblu de resorturi. Electronul va fi acum cuanta de energie discretă asociată oscilațiilor acestor resorturi.*

undei de probabilitate pentru a fi cuantificată (a doua cuantificare) pare paradoxală, însă să nu uităm istoria descoperirii electronului și fotonului. Astfel, mai întâi a fost descoperit câmpul electromagnetic clasic, și apoi particula sa, fotonul.

În cazul electronului a fost invers, mai întâi a fost descoperită particula (electronul), pentru ca apoi să se descopere câmpul său asociat, adică unda de probabilitate. De aceea rămânem cumva cu impresia greșită că electronul ar fi „clasic" și fotonul „cuantic". Cu toate acestea, ambele particule pot fi privite ca pachete de energie rezultate în urma cuantificării unor câmpuri clasice, cel electromagnetic și cel al undei de probabilitate a electronului. Teoria cuantică a câmpului recunoaște această comportare comună, și le aduce sub aceeași umbrelă.

De aceea, în teoria cuantică a câmpului, electronul este văzut ca o cuantă de energie asociată oscilațiilor câmpului undei de probabilitate, considerat clasic acum. Sună neobișnuit, să recunoaștem. Electronul nu este văzut ca o bilă, ci ca un *pachet de energie* asociat oscilațiilor câmpului undei sale de probabilitate, așa cum fotonul este văzut ca un pachet de energie asociat oscilațiilor câmpului electromagnetic.

Metoda celei de-a doua cuantificări prezentată în figura 12.20 sugerează *reprezentarea poziției*, în care oscilațiile

resorturilor sunt independente pentru început (atunci când cuplajul dintre resorturi este nul). Fizicienii folosesc însă în practică *reprezentarea impulsului*, deoarece calculele se fac mai ușor. Reprezentarea impulsului a fost detaliată în secțiunea 131.

Aici pornim de la un model al saltelei în care interacțiunile dintre resorturi sunt deja prezente, în așa fel încât modurile de oscilație să fie *unde plane.* Odată cuantificate, aceste unde plane vor veni în pachete discrete de energie, pe care acum le vom atribui unor particule ce se deplasează cu *impuls constant* în direcția undei. Obținem astfel *reprezentarea impulsului*, așa cum am discutat în secțiunea 131 pentru cazul câmpului Klein-Gordon (vezi figura 12.12).

Vrem să aplicăm acum această metodă mișcării electronului. Cum știm că mișcarea relativistă a electronului satisface modelul Klein-Gordon, ne așteptăm ca oscilațiile câmpului pe care îl căutăm să fie unde plane. De aceea, în această secțiune, vom cuantifica câmpul asociat electronului în reprezentarea impulsului. În acest fel, vom obține electroni de energie și impuls constant (vezi figura 131).

Așa cum este exemplificat în figura 12.12, ne putem imagina pentru început că arcurile saltelei care reprezintă unda de probabilitate a electronului generează unde pe suprafața sa, ce ar fi niște moduri de oscilație (păstrându-și frecvența constantă în timp). Cuantificate, aceste oscilații vor avea niveluri discrete de energie, cu alte cuvinte energia unui oscilator vine în pachete discrete de energie, dacă este măsurată. Un singur pachet de energie va reprezenta o particulă, pe care noi o vom alege a fi chiar *electronul*! Electronul devine acum particula asociată oscilațiilor cuantificate ale undei sale de probabilitate.

Vom face acum un pas înainte și vom considera celelalte proprietăți ale electronului, cum ar fi *spinul* sau forma complexă a undei de probabilitate. Așa cum am arătat în secțiunea 132, există *patru* moduri de oscilație care pot fi asociate unei particule de impuls $\mathbf{p}$ dat. Două moduri sunt asociate electronilor de spin diferit, iar celelalte două pozitronilor, care și ei pot avea două stări de spin. Astfel, unda de probabilitate a electronului relativist are *patru* componente (vezi secțiunea 132), fiecare componentă fiind un set de numere complexe. Câmpul astfel obținut, cu patru componente, poartă numele de *câmp Dirac.*

Așa cum este reprezentat în figurile 12.21 și 12.22 cele patru moduri de oscilație ale câmpului Dirac sunt unde plane, care au o proprietate specială. Astfel, două moduri de oscilatie au frecvența pozitivă (vezi figura 12.21) iar două au frecvența „negativă" (vezi figura 12.22). Prin frecvență „negativă" nu vrem să spunem nimic ezoteric, ci doar faptul că evoluția în timp a fazei undei plane este opusă celei corespunzătoare frecvențelor pozitive. Astfel, faza undei plane care reprezintă (după cuantificare) electronii *descrește* liniar în timp, pe când faza undelor plane care vor reprezenta (după cuantificare) pozitronii *crește* liniar în timp.

Pentru electroni, faza undelor plane ce sunt cuantificate evoluează conform cu $e^{-iEt/\hbar}$, definind o frecvență „pozitivă". Pachetele de energie discretă ale acestor oscilații vor fi electroni de impuls constant și energie constantă și pozitivă E. Pe de altă parte, undele plane care au faza evoluând sub forma $e^{iEt/\hbar}$ vor avea frecvența „negativă".

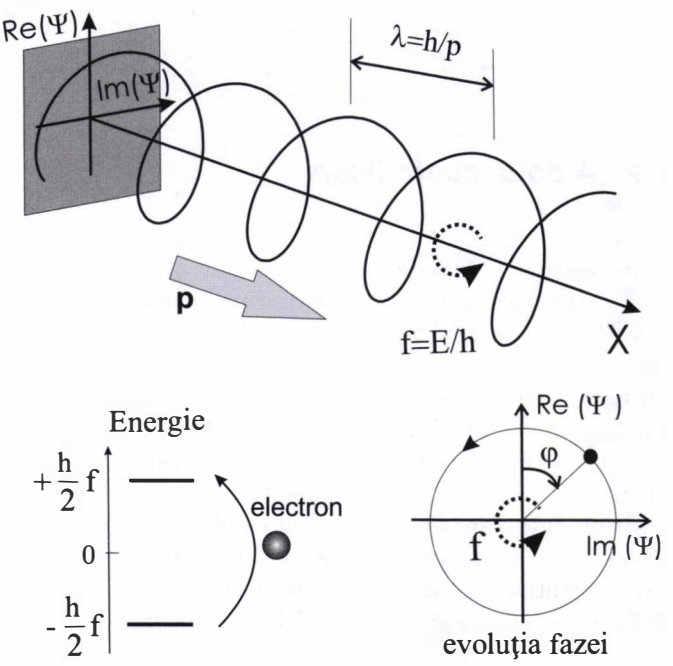

Figura 12.21: *În partea de sus este reprezentată unda plană de probabilitate $\psi(x,t)$ a unui electron în mișcare relativistă cu impulsul p (soluțiile ψ_1 și ψ_2 din text). Linia continuă reprezintă unda de probabilitate la un moment dat de timp, într-un spațiu al numerelor complexe (vezi și figura 9.18). De remarcat că amplitudinea se păstrează constantă în timp. În dreapta jos este detaliată evoluția în timp a fazei dintr-un punct din spațiu. Faza* descrește *liniar în timp, deoarece unda plană evoluează în fiecare punct conform cu $\psi(t) = \psi(0)e^{-i\omega t}$, unde $\omega = 2\pi f = E/\hbar$ este frecvența unghiulară. Pentru că oscilația are frecvența f bine definită, odată ce cuantificăm mișcarea considerând că oscilatorul acesta este fermionic, vom două obține niveluri de energie separate prin valoarea $E = hf$ (stânga jos). Un pachet de energie discretă E îl identificăm cu electronul. Dacă unda plană este pe starea de energie excitată, atunci ea „găzduiește" doar un astfel de pachet, deci un electron. O altă stare excitată nu există (oscilatorul este fermionic), deci unda găzduiește maximum un electron.*

După ce cuantificăm aceste unde plane, vom obtine pozitroni de energie constantă și pozitivă E. De remarcat încă odată că acum energia pozitronilor va fi pozitivă, la fel ca cea a electronilor.

Calcul: ***Undele plane ale câmpului Dirac***

Modurile de oscilație proprii ale câmpului Dirac sunt unde plane, pentru că ele vor satisface și ecuația Klein-Gordon (vezi căsuța matematică din secțiunea 132). Ele se obțin rezolvând direct ecuația lui Dirac. Pentru un impuls $\mathbf{p}$ dat, se obțin *patru* moduri independente de oscilație, ce reprezintă niște unde plane.

Dacă undele plane se deplasează în sensul și direcția x ($p_y = p_z = 0$, și $p_x > 0$), ele se scriu:

$$\psi_1 = e^{2\pi i\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix} ; \quad \psi_2 = e^{2\pi i\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix}$$

$$\psi_3 = e^{2\pi i\left(\frac{x}{\lambda} + \frac{t}{T}\right)} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{pmatrix} ; \quad \psi_4 = e^{2\pi i\left(\frac{x}{\lambda} + \frac{t}{T}\right)} \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{pmatrix}$$

Așa cum am detaliat în secțiunea 132, cele două soluții $\psi_1(\mathbf{r},t)$ și $\psi_2(\mathbf{r},t)$ au frecvența f pozitivă (semnul „-" în relația precedentă) și celelalte două $\psi_3(\mathbf{r},t)$ și $\psi_4(\mathbf{r},t)$ au frecvența „negativă" (semnul „+" în relația precedentă). Constantele a_i, b_i, c_i și d_i sunt numere complexe care depind numai de valoarea impulsului $\mathbf{p}$ și masa de repaus m a electronului, fără să depindă de poziție sau timp.

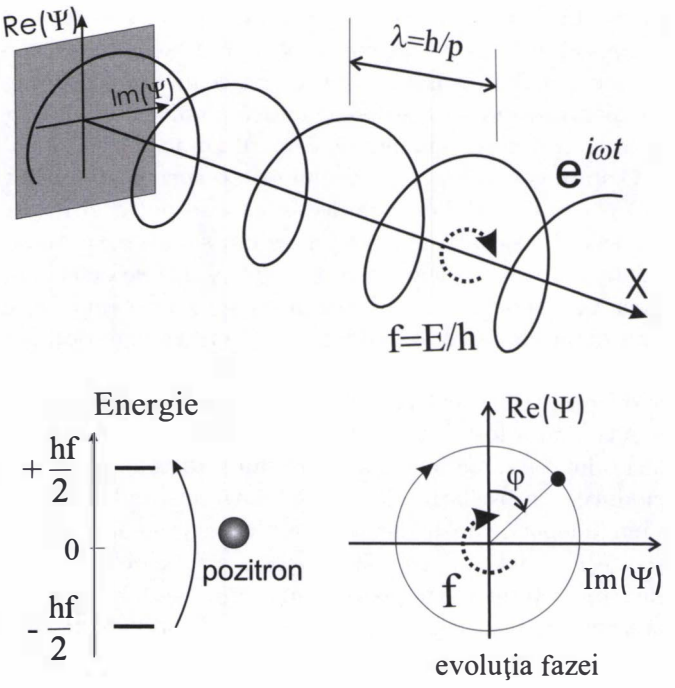

Figura 12.22: *În partea de sus este reprezentată o undă plană, ce reprezintă o soluție a modelului lui Dirac pentru o frecvență „negativă" (vezi și figura 12.21, unde sensul de rotație al spiralei din figură este diferit). În text, aceste soluții sunt notate cu ψ_3 și ψ_4. Faza undei de probabilitate* crește *liniar în timp, pentru că unda plană evoluează în fiecare punct conform cu $\psi(t) = \psi(0)e^{i\omega t}$, unde $\omega = 2\pi f = E/\hbar$. Pentru că evoluția are frecvența f bine definită, odată ce cuantificăm mișcarea vom obține niveluri de energie separate prin valoarea $E = hf$ (stânga jos). Un astfel de pachet de energie discretă E (pozitivă) e identificat cu un pozitron de impuls p constant.*

Să discutăm mai întâi cazul frecvențelor pozitive (semnul „-" în căsuța matematică precedentă). Modurile acestea de oscilație sunt undele plane de frecvență pozitivă ψ_1 și ψ_2, reprezentate în figura 12.21. Cuantificarea acestora se face ca în secțiunea 131, considerând că aceste oscilații sunt *fermionice*, obținându-se doar două niveluri de energie (vezi figura 12.21).

Dacă unda plană, odată cuantificată, se află pe primul său nivel excitat, atunci ea înmagazinează doar un singur pachet de energie discretă $E = hf$ (unde $f = 1/T$). Acest pachet de energie este chiar electronul. Lui îi vom atribui impulsul $p = h/\lambda$, astfel că, deoarece unda plană satisface și modelul Klein-Gordon, energia și impulsul vor satisface ecuația lui Einstein $E^2 = m^2c^4 + p^2c^2$ (aici m va fi masa de repaus a electronului). Electronul se mișcă deci relativist.

Deoarece electronul este un fermion, ne imaginăm că oscilațiile de mai sus sunt oscilații fermionice (vezi secțiunea 130), și atunci nu va exista o altă stare de energie excitată în afară de prima, deci nu putem pune mai mulți electroni în aceeași stare cuantică. Cum avem două unde plane independente ψ_1 și ψ_2, ele vor reprezenta stări de spin diferite.

Stările ψ_3 și ψ_4 de frecvență f „negativă" au atașate, în teoria inițială a lui Dirac, energii $E = hf$ „negative" (vezi figura 12.15). În această secțiune însă nu vom mai presupune acest lucru. Astfel, în primul rând, vom observa că aceste unde au o fază care evoluează în timp în sens opus față de faza undelor plane ψ_1 și ψ_2 corespunzătoare electronilor (vezi figura 12.22), în rest situația nu prezintă nimic special. Putem atunci cuantifica aceste unde plane ψ_3 și ψ_4 în același mod ca undele plane care descriu electronii ψ_1 și ψ_2. Obținem astfel pachete de energie discretă, pe care le identificăm cu *pozitronii*. Pentru că sunt două astfel de soluții independente ψ_3 și ψ_4 vom avea două stări de spin pentru pozitron.

Situația este reprezentată schematic în figura 12.22, ce trebuie comparată cu figura 12.21. În cele două figuri vedem că sensul de variație a fazei este opus pentru electron față de pozitron (sugerând deja ideea că unda de probabilitate a pozitronului se obține din cea a electronului dacă o „învârtim" înapoi în timp, idee ce va fi dezvoltată în secțiunea 144).

De acum încolo ar trebui să identificăm mereu electronul sau pozitronul cu pachetul de energie discretă asociat oscilației de frecvență f. Electronii vor fi asociați oscilațiilor $e^{-iEt/\hbar}$ de frecvență „pozitivă", iar pozitronii oscilațiilor $e^{iEt/\hbar}$ de frecvență „negativă", unde $E > 0$ pentru ambele particule. De remarcat încă odată că acum energia pozitronilor va fi pozitivă, ca și cea a electronilor.

Reprezentarea stărilor clasice ale particulelor sub forma undelor plane poartă numele de *reprezentarea impulsului*, pentru că impulsul se obține din lungimea de undă a undei plane și el se conservă pentru electronii și pozitronii liberi. Avantajul acestei reprezentări este că suntem cumva forțați să ne reamintim mereu că particulele sunt doar pachete de energie discretă ale undelor plane ce reprezintă modurile proprii de oscilație ale câmpului Dirac, atât pentru electron, cât și pentru pozitron.

Fiecare particulă (electron sau pozitron) trebuie privită ca o situație în care unul dintre modurile de oscilație a

câmpului Dirac este excitat pe prima sa stare energetică. A doua stare excitată nu există, pentru că oscilația este fermionică. În final, vom continua cu procedura din secțiunea 131 pentru a construi starea cuantică a universului întreg, dacă el ar fi descris numai de câmpul Dirac.

O stare generală a universului este o *superpoziție cuantică* a tuturor stărilor cuantice în care se pot găsi modurile sale de oscilație. Ea se reprezintă și ca un ansamblu de stări ale particulelor ce reprezintă pachetele de energie discretă. Vedem că, deși am început cu un câmp Dirac considerat clasic, odată ce îl vom cuantifica vom obține o teorie a particulelor, în acest caz a electronilor și a pozitronilor, care reprezintă pachetele de energie ale câmpurilor.

Așa cum a fost prezentată teoria până acum, nu există nici o interacțiune între electroni sau pozitroni, pentru că modurile de oscilație ale câmpului Dirac (undele plane) sunt independente unele față de altele. Pentru a descrie aceste interacțiuni, trebuie să extindem modelul de mai sus. În secțiunea următoare vom schița acest lucru în reprezentarea poziției.

135. Interacțiunea dintre particule în reprezentarea poziției

În secțiunile precedente am introdus ideea de bază a teoriei cuantice a câmpurilor: odată ce cuantificăm modurile de oscilație ale câmpului, vom obține pachete de energie discretă, pe care le identificăm mai târziu ca particule. În acest fel, obținem o teorie a particulelor. În secțiunea 131 am văzut că trebuie să facem această cuantificare în reprezentarea impulsului, iar în secțiunea precedentă am aplicat aceste rezultate câmpului undei de probabilitate relativiste a electronului (câmpul Dirac), obținând două particule: electronul și pozitronul.

După cum vedem, în toate cazurile, particulele au fost obținute în urma cuantificării unor moduri de oscilație *independente*. De exemplu, în reprezentarea poziției, resorturile din modelul saltelei noastre au fost considerate separate la început. Atunci modurile de oscilație sunt reprezentate de vibrații independente ale resorturilor din puncte diferite din spațiu. În reprezentarea impulsului, resorturile din puncte diferite au fost cuplate între ele. Cu toate acestea, cuplajul a fost de așa natură încât modurile de oscilație erau unde plane, care puteau evolua *independent* unele de altele.

Prin urmare, în toate alegerile de mai sus, particulele care rezultă în urma cuantificării câmpurilor nu interacționează unele cu altele, pentru că modurile de oscilație din care ele au provenit evoluează *independent* unele față de altele. Știm însă că în natură particulele interacționează între ele, creând un curcubeu de combinații prin care universul se manifestă. De exemplu, ne așteptăm ca doi electroni în mișcare rectilinie uniformă să se respingă prin intermediul forțelor electrice. Lucrul aceasta nu apare în teoria de până acum.

La o privire mai atentă, recunoaștem că cei doi electroni interacționează prin intermediul câmpului electromagnetic. Astfel, primul electron va crea un câmp electric, iar cel de-al doilea electron se va mișca diferit în acest câmp electric. De aceea, pentru a descrie interacțiunea dintre electroni, trebuie să introducem pentru început un câmp suplimentar, *câmpul electromagnetic*. Odată ce vom cuantifica câmpul, vom obține particulele sale, fotonii. Desigur, atunci când este liber, și acest câmp își va avea propriile sale moduri de oscilație (unde plane în reprezentarea impulsului), de aceea doar pasul de mai sus nu este suficient. Ingredientul de care vom avea nevoie trebuie să fie un mod de interacțiune dintre cele două câmpuri.

Să schițăm acum ideea de bază a procedurii pe care o avem de urmat, dacă vrem să descriem *interacțiunea* dintre două câmpuri cuantice (care va fi recunoscută mai târziu ca interacțiune între particule). Mai întâi trebuie să ne imaginăm că fiecare câmp este cuantificat separat, cu modurile lui de oscilație, iar între cele două câmpuri (de exemplu, câmpul undei de probabilitate a electronilor și câmpul electromagnetic) *nu există nici un fel de cuplaj*. Fiecare pachet discret de energie rezultat în urma procesului de cuantificare va reprezenta particula asociată acelui câmp.

Dacă lucrăm în reprezentarea poziției (secțiunea 130), ne vom imagina că acele pachete de energie sunt localizate, iar dacă lucrăm în reprezentarea impulsului, pachetele de energie vor fi unde plane. Să alegem în continuare, pentru simplitate, *reprezentarea poziției*.

În reprezentarea poziției, vom începe cu un ansamblu de resorturi necuplate între ele, pentru fiecare câmp, pentru a genera modurile de oscilație independente. Energia discretă înmagazinată în resorturi (ce reprezintă particula) va rămâne acolo, deci particulele vor fi localizate (vezi figura 12.6). Odată ce luăm în calcul un cuplaj între arcurile *aceluiași câmp*, energia poate ajunge de la un resort la altul. Vom spune acum că particulele se deplasează în spațiu. Această deplasare este nerelativistă dacă schimburile de energie dintre resorturi adiacente sunt mult mai mici decât energia stocată în resorturile verticale ale figurii 12.4 (cuplajul este slab).

Pentru ca două câmpuri să interacționeze, trebuie să existe cuplaj și între „arcurile" diferite ale celor două câmpuri. Ce se va întâmpla când vom activa acest cuplaj suplimentar? Desigur, atunci pachetele de energie discretă (particulele) vor fi transferate *de la un câmp la altul*. Vom spune că particulele se vor ciocni (pentru că își schimbă energie cinetică), vor emite alte particule (pentru că pachete de energie discretă vor ajunge la alt câmp) sau vor fi absorbite.

Imaginea de mai sus este semi-clasică și numai parțial adevărată, căci natura ne rezervă o surpriză: procesele de transfer de energie între câmpuri au loc într-adevăr, însă sunt posibile chiar și atunci când *energia nu se conservă*!

Acest paradox aparent ține de natura cuantică a universului și are rădăcini în principiul de superpoziție, cel care spune că o particulă se află, *în același moment de timp*, în toate pozițiile din spațiu. Aceasta înseamnă că, chiar dacă așezăm particula într-un loc (o stare clasică), ea are șansa să se găsească la momentul următor în oricare alt loc (o altă stare clasică). Aplicăm același procedeu oricărui sistem cuantic, deci și unei saltele de arcuri care

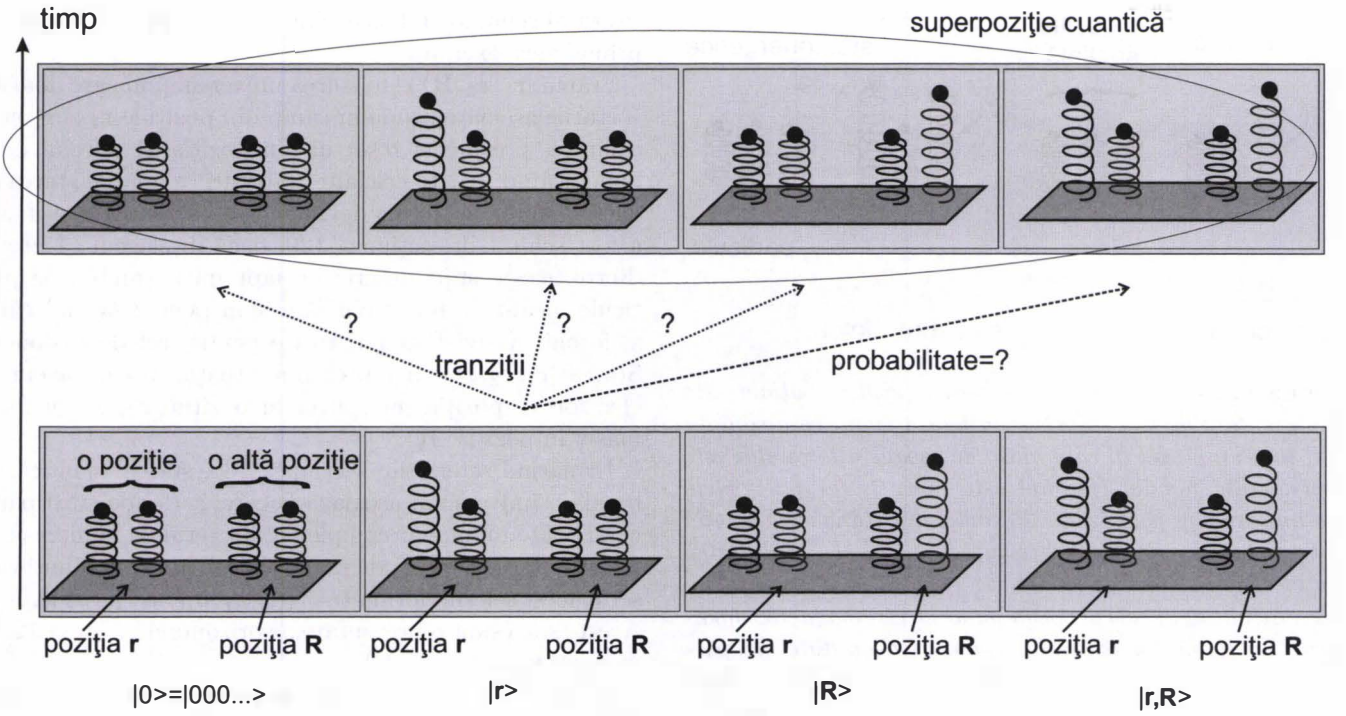

Figura 12.23: *În figură sunt reprezentate schematic elementele de bază ale unei teorii a câmpului. Pe axa verticală este reprezentat timpul, iar pe axa orizontală sunt reprezentate patru căsuțe. Fiecare din cele patru căsuțe reprezintă o singură stare cuantică a întregului „univers". „Universul" acesta are mai multe poziții spațiale. În figură sunt reprezentate doar două poziții* $\mathbf{r}$ *și* $\mathbf{R}$*. În fiecare poziție (*$\mathbf{r}$ *sau* $\mathbf{R}$*) se află două resorturi intrinsec diferite, modelând două câmpuri care interacționează. Resorturile din figură au fiecare energii bine definite. Dacă resortul este mic, atunci el se află pe starea sa de energie minimă, iar dacă este mai mare, atunci se află pe prima stare excitată. O singură stare cuantică a „universului" (deci o căsuță din cele patru) este dată de o configurație precisă a energiei fiecărui resort al câmpurilor, din fiecare din cele două poziții spațiale* $\mathbf{r}$ *și* $\mathbf{R}$*. Astfel, în căsuța din stânga jos am reprezentat starea de vid, în care toate resorturile sunt pe starea de energie minimă. La mijloc stânga este starea în care un sigur resort al primului câmp este excitat pe prima stare energetică (cel din poziția* $\mathbf{r}$*). Starea notată cu* $|\mathbf{r}\rangle$ *reprezintă o particulă a primului câmp localizată în* $\mathbf{r}$*. Starea* $|\mathbf{R}\rangle$ *din mijloc dreapta reprezintă o particulă a celui de-al doilea câmp localizată în* $\mathbf{R}$ *(notația cu majuscule subliniază că particula aparține celui de-al doilea câmp). În dreapta jos este reprezentată starea în care un resort al primului câmp din poziția* $\mathbf{r}$ *este excitat, și tot excitat este și un resort al celui de-al doilea câmp, localizat în altă poziție* $\mathbf{R}$*. Starea a fost notată cu* $|\mathbf{r}, \mathbf{R}\rangle$*. La momentul de început și la toate momentele ulterioare, starea cuantică a „universului" este o superpoziție cuantică a tuturor acestor stări reprezentate de câte o căsuță. Dacă sistemul este așezat la început într-una dintre stări, el poate fi găsit la momentul ulterior în oricare dintre celelalte stări. Sarcina fizicii este să găsească probabilitățile de tranziție.*

modelează câmpurile din univers. Salteaua se poate găsi, la un moment ulterior, *în oricare dintre stările ei cuantice*, chiar dacă energia nu se conservă între starea inițială și cea finală.

Ideea de bază este atunci următoarea: după cum particula se poate găsi la momentul ulterior în oricare dintre pozițiile ei, la fel și orice sistem cuantic se poate găsi la un moment ulterior în *orice* stare cuantică, indiferent de starea sa inițială. În cazul saltelei, dacă pornim cu o stare în care avem doar un singur resort excitat pe primul nivel de energie (avem doar o particulă localizată) putem găsi sistemul la un moment imediat ulterior într-o stare în care două resorturi sunt excitate (avem două particule localizate). În termenii teoriilor cuantice ale câmpurilor, vom spune că particula inițială s-a dezintegrat sau a emis o altă particulă, în cazul acesta fără ca energia să se conserve, dacă suma energiilor de repaus ale particulelor finale este mai mare decât energia particulei inițiale.

Situația este contraintuitivă și nefamiliară, să recunoaștem. Un sistem cuantic poate fi găsit la un moment ulterior în orice stare cuantică. Noi *interpretăm* acest rezultat spunând că părțile sistemului (particulele, în acest caz) au interacționat, însă nu e vorba de o interacțiune în sensul clasic, ci de „fotografii" succesive ale sistemului cuantic. Să detaliem aceaste observații explicitând stările cuantice ale saltelei în modelele noastre nerelativiste, cu referire la figura 12.23, care este figura cheie a acestei secțiuni.

În figura 12.23 sunt prezentate pe axa orizontală patru dintre stările cuantice de energie bine definită ale unei saltele ce modelează un ansamblu de două câmpuri, în cazul în care cuplajele orizontale dintre resorturi sunt ignorate la început (reprezentarea poziției). Pachetele de energie discretă reprezintă particulele asociate câmpurilor. O stare cuantică generală se scrie ca o superpoziție a acestor stări, chiar și atunci când stabilim un cuplaj între cele două câmpuri. În termenii secțiunii 213 din anexă, toate aceste stări

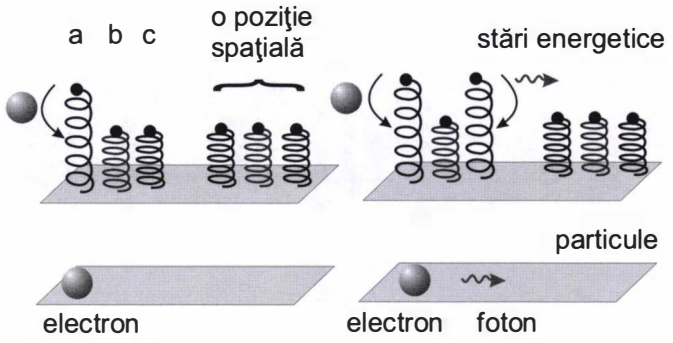

Figura 12.24: *În stânga sus fiecare poziție spațială este reprezentată de trei resorturi în teoria cuantică a câmpului, într-un model în care masa de repaus a fotonului este considerată nenulă (fotonul este* masiv*), iar particulele nu au spin sau polarizare. Resortul din stânga (a) se află într-o stare excitată, ceea ce înseamnă că el „găzduiește" un electron. Al doilea resort (b) „găzduiește" un pozitron iar al treilea (c), asociat câmpului electromagnetic modificat, un foton masiv. Ele nu sunt însă excitate. În partea din dreapta este reprezentat sistemul după un timp, acolo unde două resorturi sunt excitate. După cum vedem, tranziția de la starea din stânga la cea din dreapta poate fi* interpretată *ca emisia unui foton masiv de către un electron (figura de jos). Să remarcăm cum procesul de mai sus nu conservă neapărat energia, deși el este posibil, conform legilor mecanicii cuantice.*

formează o *bază* a spațiului stărilor cuantice. Problema pe care o avem de rezolvat este să aflăm evoluția unei stări cuantice generale.

Să ne imaginăm că modelăm cu resorturile noastre câmpurile undei de probabilitate a electronului relativist și câmpul electromagnetic. Pentru simplitate, în modelele următoare, vom considera un câmp electromagnetic *modificat*, sub o formă propusă de fizicianul român Alexandru Proca. Particula acestui câmp se numește *foton masiv*, pentru că masa sa de repaus este nenulă, spre deosebire de cea a fotonului obișnuit care este nulă. În acest fel, ne putem imagina mai ușor câmpul electromagnetic modificat sub forma unor resorturi discrete de frecvență nenulă, altfel (pentru fotonul obișnuit) ar fi trebuit să considerăm o situație de limită, în care frecvența de rezonanță a arcurilor sale „verticale" tindea la zero (vom spune mai multe despre situația fotonului la sfârșitul secțiunii).

Pachetele de energie ale celor două câmpuri (câmpul undei de probabilitate a electronului relativist și câmpul electromagnetic modificat) vor deveni atunci electroni, pozitroni și fotoni *masivi*. Frecvența de rezonanță a resorturilor verticale va fi proporțională cu energia de repaus a particulelor, deci cu masa lor de repaus.

Să enumerăm acum stările câmpului, imaginându-ne că există doar două tipuri de resorturi, unul pentru electronul fără spin și altul pentru câmpul electromagnetic modificat, în care fotonii masivi nu avea nici ei polarizare. Folosind notațiile din secțiunea 130, vom avea mai întâi starea de vid a universului, în care toate resorturile au energia minimă (stânga figurii 12.23). Pe aceasta o vom nota cu $|0\rangle$. Apoi notăm cu $|\mathbf{r}\rangle$ starea în care doar resortul din poziția $\mathbf{r}$ este excitat și cu majuscule $|\mathbf{R}\rangle$ starea în care numai un resort al celui de-al doilea câmp, aflat în poziția $\mathbf{R}$, este în prima stare excitată.

Starea $|\mathbf{r}_1;\mathbf{r}_2,\mathbf{R}\rangle$ este starea universului în care doar resorturile asociate primului câmp din pozițiile $\mathbf{r}_1$ și $\mathbf{r}_2$ sunt excitate, precum și resortul din poziția $\mathbf{R}$ a celui de-al doilea câmp. Toate celelalte resorturi se află pe starea de energie minimă. Teoria devine una a particulelor, așa cum a fost schițat în secțiunea 129, dacă înțelegem că fiecare dintre aceste stări descrie de fapt un ansamblu de particule localizate (electroni fără spin pentru primul câmp și fotoni masivi fără polarizare pentru cel de-al doilea). Starea $|\mathbf{r}_1;\mathbf{r}_2,\mathbf{R}\rangle$ va reprezenta situația în care avem un electron în poziția $|\mathbf{r}_1\rangle$, altul în poziția $|\mathbf{r}_2\rangle$ și un foton masiv în poziția $|\mathbf{R}\rangle$.

Urmărind rețeta din secțiunea 130, starea cuantică generală a universului asociază fiecărei astfel de stări particulare câte un număr complex a, iar setul de numere complexe reprezintă unda de probabilitate a universului. Vom scrie acest set sub forma $\psi = \{a_0, a_{\mathbf{r}}, a_{\mathbf{R}}, a_{\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2}, a_{\mathbf{r},\mathbf{R}}, \dots\}$. Aceste stări sunt reprezentate pe orizontală în figura 12.23, în cazul unui cuplaj slab.

Evoluția cuantică se reduce la identificarea dependenței de timp a numerelor complexe de mai sus, ca în cazul în care „resorturile" unui câmp nu interacționau cu cele ale celuilalt câmp sau între ele. Acum, datorită interacțiunii dintre „resorturile" aceluiași câmp și ale câmpurilor diferite, evoluția numerelor complexe $a = a(t)$ este mai greu de dedus. Faptul că numerele complexe $a = a(t)$ variază în timp ne spune că salteaua cuantică se va păstra în timp ca o *superpoziție cuantică* a stărilor inițiale. Problema cu adevărat dificilă este să obținem variația în timp a acestor numere complexe.

Să considerăm cazul în care numai unul din „resorturile" saltelei din figura 12.23 se află pe primul nivel de energie excitat, să zicem cel care reprezintă câmpul electronului în poziția $\mathbf{r}$, în modelul nostru discret. Avem atunci un electron localizat în $\mathbf{r}$, iar starea cuantică a universului o notăm cu $|\mathbf{r}\rangle$. Cum universul este într-o stare de superpoziție cuantică a tuturor acestor stări, avem numai un număr complex din unda de probabilitate inițială care este nenul $a_{\mathbf{r}}(0) = 1$, în rest toate celelalte sunt nule.

Lăsând acum sistemul să evolueze, și celelalte numere complexe vor deveni nenule. Vom avea, de exemplu, $a_{\mathbf{r}'}(t) \neq 0$ sau $a_{\mathbf{r},\mathbf{R}} \neq 0$. Ce înseamă asta? Înseamnă că vom putea găsi universul în starea $|\mathbf{r}'\rangle$ sau în starea $|\mathbf{r};\mathbf{R}\rangle$. Ele sunt însă de asemenea stări ce reprezintă particule localizate, și de aceea au o interpretare directă.

De exemplu, dacă găsim universul în starea $|\mathbf{r}'\rangle$, vom spune că particula asociată primului câmp *s-a deplasat* din poziția $\mathbf{r}$ în poziția $\mathbf{r}'$ (vezi figura 12.25). Sau, dacă universul va fi găsit în starea $|\mathbf{r};\mathbf{R}\rangle$, atunci vom găsi prima particulă în aceeași poziție $\mathbf{r}$, dar și o particulă a celui de-al doilea câmp în $\mathbf{R}$. Vom spune că prima particulă a generat-o între timp pe cea de-a doua. În cazul electronului, vom spune că el a emis un foton masiv (vezi figura 12.24).

În cazul electrodinamicii cuantice, se arată că procesul de mai sus are probabilitate nenulă doar dacă fotonul emis se va găsi la momentul imediat următor în *aceeași poziție* cu electronul care l-a emis. Remarcăm că procesul nu conservă neapărat energia, pentru că particulele sunt localizate, iar în urma procesului avem o nouă particulă

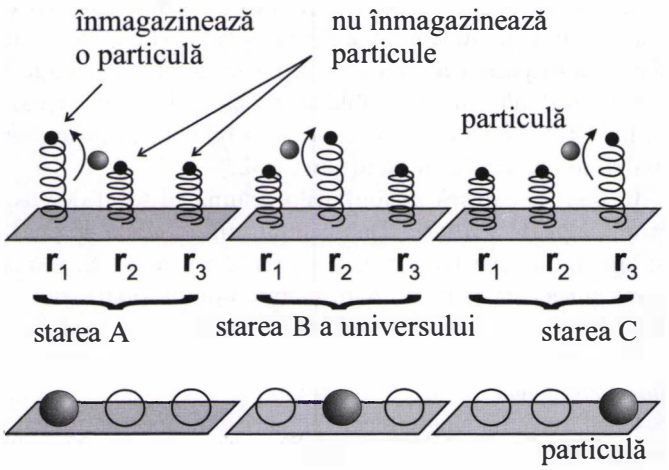

Figura 12.25: *O reprezentare a deplasării unei particule în teoria cuantică a câmpurilor. Aici câmpul este reprezentat de trei resorturi aflate în trei puncte diferite ale spațiului* $\mathbf{r}_1$, $\mathbf{r}_2$ *și* $\mathbf{r}_3$. *Particula este un pachet de energie înmagazinată de resort. În starea A a „universului" din stânga, doar primul resort este excitat. În starea B din mijloc, doar al doilea este excitat. „universul" suferă tranziții cuantice succesive de la starea A din stânga la starea C din dreapta. Noi „interpretăm" acest rezultat ca pe o deplasare a particulei asociate pachetelor discrete de energie a resorturilor de la poziția* $\mathbf{r}_1$ *la poziția* $\mathbf{r}_3$ *(vezi figura de jos).*

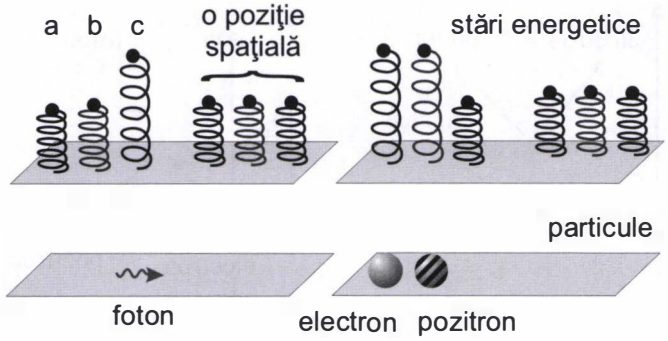

Figura 12.26: *În stânga sus, fiecare poziție spațială este reprezentată de trei resorturi în teoria cuantică a câmpului. Al treilea resort din stânga (c) se află într-o stare excitată și, în modelul acestei secțiuni, el „găzduiește" un foton masiv. Celelalte două resorturi (ce modelează electronii și pozitronii) nu „găzduiesc" nici o particulă. În partea din dreapta este o altă stare cuantică în care e găsit sistemul după un timp. Observăm că putem* interpreta *acest proces de tranziție ca unul în care sistemul a transferat pachetul de energie al celui de-al treilea arc la primele două. Procesul nu conservă neapărat energia. În partea de jos este reprezentarea procesului în termeni de particulă. Aici vedem cum un foton masiv a generat un electron și un pozitron.*

ce poate avea o energie suplimentară stocată în masa de repaus. Rezultatul este posibil pentru că universul descris de cele două câmpuri poate fi găsit la un moment ulterior în *orice* stare cuantică a sa.

Observația de mai sus pare contradictorie în primul moment. Ea spune că, în principiu, pot avea loc tranziții între o stare în care nu se află nici o particulă și o stare în care sunt două particule în univers. Sau între o stare în care avem o particulă localizată într-un punct și apoi aceeași particulă localizată acolo și trei la capătul celălalt al universului, la un moment imediat ulterior. Căci, după cum o particulă se poate găsi la un moment ulterior în toate pozițiile ei spațiale, tot așa și câmpul nostru se poate găsi la momentul următor în *oricare* dintre stările sale cuantice.

Astfel de tranziții neobișnuite sunt permise în cazul general, atâta doar că forma specifică a teoriilor cuantice ale câmpurilor (de exemplu, electrodinamica cuantică) le interzice, așa cum vom vedea mai târziu. Aceasta deoarece fiecare dintre tranzițiile posibile pentru câmp vine cu o amplitudine de probabilitate. Așa cum arată detaliile matematice ale electrodinamicii cuantice, de exemplu, multe dintre procese au amplitudinea de probabilitate nulă, deși ele sunt în principiu posibile.

În final, puține procese *elementare* își păstrează amplitudinea de probabilitate nenulă, în periode scurte de timp. Un astfel de proces este cel în care „salteaua" universului are o tranziție de la o stare în care un electron este localizat la o alta în care electronul se află în același loc și care are și un foton masiv în aceeași poziție spațială (nu în altă poziție). Probabilitatea acestui proces este nenulă. Spunem atunci că electronul a emis un foton masiv (vezi figura 12.24). Așa cum am amintit, energia nu se conservă în acest proces.

Vedem astfel că particulele par că se deplasează de la un loc altul, că se generează unele pe altele sau că se anihilează. Rezultatul nu este surprinzător, în fond particulele sunt pachete discrete de energie, deci ne așteptăm ca ele să fie schimbate între câmpuri, între locații diferite, sau transformate în alte tipuri de energie. Surpriza apare atunci când vedem că interpretarea corectă nu presupuneri transferuri ale energiei, ci *tranziții* între diversele stări cuantice ale întregii „saltele" a universului. Stările pot fi oricare în principiu, și de aceea tranzițiile pot avea loc fără conservare de energie.

Faptul că putem descrie evoluția universului prin intermediul particulelor sale, chiar dacă am pornit de la o teorie cuantică de câmp, este crucial în capitolele următoare. Odată ce vom porni și noi la drum cu această metodă, ne vom obișnui poate prea mult cu noțiunea de *particulă*. Este bine să ne amintim din când în când că particulele sunt doar o *denumire* pentru pachetele discrete de energie care se schimbă în „salteaua" cuantică ce reprezintă universul.

Pentru a ne face o idee despre ce urmează, să vedem cum putem înțelege procesele de interacțiune dintre electroni și pozitroni, introduse în secțiunea 132. Să luăm, de exemplu, *anihilarea* electronului cu pozitronul. În modelul lui Dirac, acest proces nu era altceva decât *dezexcitarea* unui electron de pe niveluri de energie pozitivă pe cele de energie negativă, cu emisia unui foton. Or, cu alte cuvinte, ocuparea unui loc *gol* în marea de electroni de energie negativă (vezi figura 12.18).

În teoria cuantică a câmpurilor însă, atât electronul cât și pozitronul sunt pachete discrete de energie ale undei de

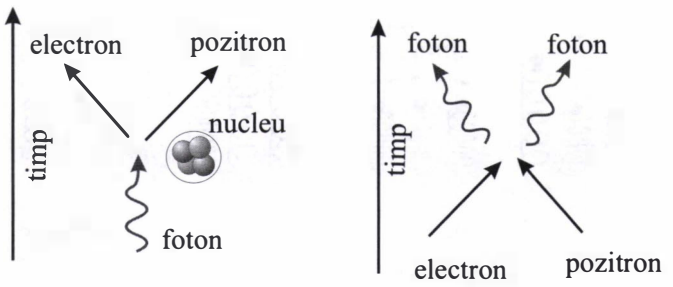

Figura 12.27: *În stânga avem un proces de generare a unei perechi electron-pozitron de către un foton. Procesul are o probabilitate maximă de a fi observat atunci când are loc în apropierea unui nucleu, pentru că în acest caz se conservă atât impulsul, cât și energia care se schimbă în reacție. În dreapta este procesul de anihilare a unei perechi electron-pozitron. Acesta are probabilitate maximă atunci când sunt emiși doi fotoni, tot datorită legilor de conservare.*

probabilitate relativiste a electronului. Ajunse în același punct de spațiu, se prea poate ca ele să fie transferate câmpului electromagnetic, ale cărui pachete de energie sunt particulele numite fotoni (care sunt masivi în modelul nostru). Obținem o reprezentare familiară a procesului prin care un electron și un pozitron se întâlnesc și parcă dispar în neant, lăsând în urma lor un *foton.* În acest caz procesul poate fi privit ca unul de transfer de energie de la un câmp la altul.

În același fel putem explica și procesul invers, cel prin care un foton (masiv în modelul nostru) va *genera* o pereche electron-pozitron (vezi figura 12.26). Și procesul acesta poate fi privit ca unul de transfer de energie de la un câmp (cel electromagnetic) la altul (câmpul undei de probabilitate ce descrie electronii relativiști). Așa cum am aminitit, acesta este mai degrabă un proces de tranziție între două stări cuantice, proces care nu conservă neapărat energia.

Dacă e să fim precișsi, ar trebui să spunem încă de pe acum că procesele acestea de generare sau anihilare de perechi electron-pozitron nu au loc în experimente atât de simplu pe cât sunt ele descrise aici. Aceasta deoarece, în cazul *clasic*, ele trebuie să se supună *legilor de conservare* ale impulsului și energiei. De aceea, anihilarea unei perechi electron-pozitron pe care o putem observa direct în măsurători are loc prin emisia a *doi* fotoni (vezi figura 12.27). Tot astfel, crearea unei perechi de electron-pozitron de către un foton se observă experimental doar în apropierea unor nuclee masive, care pot prelua din excesul de impuls care se transferă în cursul procesului.

Procesul de anihilare a perechii electron-pozitron cu emisia unui singur foton are și el loc în realitate, atâta doar că probabilitatea lui este mai scăzută. Același lucru este valabil și pentru procesul în care un singur foton generează în vid un electron și un pozitron. Ambele procese au o probabilitate scăzută de a fi observate direct în experimente. Așa cum vom vedea în capitolul următor, ele sunt procese *virtuale*, care trebuie luate în calcul atunci când vrem predicții mai precise.

Să observăm acum o diferență fundamentală dintre mecanica cuantică discutată în capitolele precedente și teoria cuantică a câmpurilor pe care o introducem aici. Astfel, în mecanica cuantică, electronii erau niște particule care, odată aduse în univers, rămâneau acolo. Electronul nu putea să dispară așa, deodată, în neant, și nici nu se putea divide în două. Într-o problemă cu zece electroni, aveam în final tot zece electroni, ceea ce se reflecta în normarea undei de probabilitate multiparticulă.

În teoria cuantică a câmpurilor, numărul total de electroni *se poate schimba.* De exemplu, un electron se poate anihila cu un pozitron și va dispărea „în neant", lăsând în urmă un jet de lumină. Sau, invers, lumina poate genera din neant electroni și pozitroni! Rezultatul ne spune din nou că teoria cuantică a câmpurilor este intrinsec o teorie *multiparticulă.*

Dacă avem un singur electron, care doar interacționează cu câmpul electromagnetic, atunci putem la fel de bine să folosim numai mecanica cuantică. Acel electron rămâne singur în spațiu (dacă este singur) o veșnicie. La fel dacă avem un ansamblu de electroni, care nu fac decât să interacționeze electromagnetic între ei. Dacă însă vrem să fim mai precișsi în predicțiile noastre, atunci trebuie să luăm în calcul crearea de perechi electron-pozitron și anihilarea acestora. În acest caz, numărul de particule *se poate schimba.* Acum trebuie să folosim teoria cuantică a câmpurilor.

Pentru că interacțiunile acestea se obțin cuantificând câmpul electromagnetic și câmpul undei de probabilitate a electronului relativist, fizicienii au numit teoria interacțiunilor dintre electroni, pozitroni și fotoni *electrodinamică cuantică.*

Așa cum vom vedea mai târziu, considerând numai un electron în mișcare, el nu numai că poate emite fotoni, dar fotonii emiși pot genera perechi electron-pozitron, care apoi vor interacționa cu electronul inițial. De aceea, în electrodinamica cuantică, chiar mișcarea unui singur electron este puțin *diferită* de cea prezisă de mecanica cuantică, care nu include crearea de perechi. Iar experimentele au arătat că electrodinamica cuantică descrie mai bine mișcarea unui electron decât mecanica cuantică.

Să remarcăm acum că nu am răspuns la o întrebare fundamentală. Astfel, am văzut că un câmp cuantic are tranziții între stările sale cuantice, așa cum a fost exemplificat în figura 12.23. Am văzut și că tranzițiile pot fi interpretate ca procese elementare de propagare a particulelor, sau de emisie/absorbție. Cu toate acestea, nu am specificat care sunt probabilitățile proceselor, și nici măcar nu am prezentat vreo manieră în care ele pot fi calculate! De aceea am pus semne de întrebare în figura 12.23 în dreptul acestor probabilități. Pentru a răspune la această întrebare, am rezervat întreg capitolul 13.

La sfârșitul acestei secțiuni trebuie să spunem că modelele cu resorturi folosite aici sunt o simplificare a realității. Ele ne ajută să vizualizăm ingredientele de bază ale teoriei cuantice a câmpului, însă nu scot la iveală subtilități esențiale, precum o analiză riguroasă. Modelul „saltelei" a fost construit prin comparație cu fizica stării solide, acolo unde atomii formează structuri discrete în solidele cristaline. În fizica stării solide, vibrațiile atomilor pot fi asociate vibrațiilor arcurilor saltelei, iar cuantificarea acestora conduce la particule numite *fononi.*

Spre deosebire de fizica stării solide, există două elemente noi care apar în analiza completă a teoriei câmpurilor particulelor elementare. Primul este forma *continuă*

a spațiului, spre deosebire de rețeaua discretă a resorturilor unei saltele. Dacă în rețeaua discretă putem vorbi de particule localizate, în cazul continuu o astfel de localizare se definește doar la limită (există fizicieni care pun chiar sub semnul întrebării ideea de electron precis localizat în spațiul continuu). De aceea, în spatiul continuu se vorbește doar de amplitudini de probabilitate ale tranziției de la o poziție la alta (în timp dați), fără să ne imaginăm ca avem la început particule localizate.

A doua diferență este dată de forma relativistă a ecuațiilor. Aceasta face ca, în primă instanță, cuplajele orizontale ale arcurilor să fie tot atât de puternice ca cele verticale. La o analiză mai atentă, este foarte greu de construit o variantă relativistă a unui asemenea model cu resorturi. De exemplu, masa de repaus a fotonului este nulă, ceea ce ar însemna că energia înmagazinată într-un resort (atunci când fotonul este „în repaus") va fi tot nulă. Masa de repaus este însă proportională cu frecvența de rezonanță a resortului, deci cu constanta de cuplaj k. Aceasta din urmă trebuie să fie nulă, ceea ce înseamnă că arcurile verticale din figura 12.4 nici nu sunt elastice! O imagine mai potrivită este cea din figura 11.13. Modelul saltelei trebuie privit ca o limită în care masa fotonului se apropie de zero. De aceea, în această secțiune, am considerat modelul unui câmp electromagnetic modificat, pentru care particula sa (fotonul *masiv*) are masa de repaus nenulă.

În plus, pentru teoriile relativiste, reprezentarea impulsului este mult mai potrivită decât cea a pozitiei. Așa cum am menționat însă, am ales modelul de mai sus al saltelei (chiar și pentru fotoni, în cazul cărora trebuie folosit la limită) pentru a scoate la iveală elementele principale ale unei teorii de câmp, elemente care se vor găsi și la alte particule.

136. Unificarea câmpului electromagnetic și al undei de probabilitate

În capitolul 11 am discutat principiul acțiunii minime și teoriile *clasice* de câmp, exemplificând cu câmpul Klein-Gordon în secțiunea 127 și cu câmpul electromagnetic în secțiunea 128. În capitolul acesta am introdus teoriile *cuantice* de câmp. Ideea de bază este să modelăm câmpurile clasice printr-un ansamblu de resorturi. Apoi, odată ce vom cuantifica mișcarea acelor resorturi, vom vedea că ele schimbă între ele pachete *discrete* de energie, pe care le identificăm cu diverse particule.

În această secțiune vrem să detaliem procedura pentru *electrodinamica cuantică*, teoria care descrie interacțiunea cuantică dintre electroni, pozitroni și fotoni. Pe electroni și pozitroni îi vom privi ca pachete discrete de energie ale oscilațiilor câmpului Dirac (câmpul undei de probabilitate relativiste a electronului, vezi secțiunea 134), iar pe fotoni ca pachete discrete de energie ale oscilațiilor câmpului electromagnetic.

Cu un ochi la formulele matematice (adăugate la sfârșitul secțiunii pentru cei interesați) va trebuie să descriem două lucruri:

- Care este precis forma „saltelei" asociate fiecărui câmp, cu alte cuvinte care este forma densității de lagrangean $\mathcal{L}_e$ a câmpului Dirac și $\mathcal{L}_{em}$ a câmpului electromagnetic.
- Care este precis forma interacțiunii dintre „resorturile" celor două „saltele" diferite. Aceasta o vom scrie sub forma unei densități de lagrangean de ineracțiune $\mathcal{L}_i$ (vezi secțiunea 126).

În cazul câmpului electromagnetic, pachetele discrete de energie vor fi particulele numite fotoni. Problema „saltelei" câmpului electromagnetic am discutat-o în secțiunea 128, acolo unde am descris evoluția câmpului electromagnetic prin intermediului principiului acțiunii minime și a densității de lagrangean $\mathcal{L}$. Am văzut că „arcurile" acestei „saltele" sunt potențialele electrodinamice $(V, \mathbf{A})$. Acestea sunt *coordonatele generalizate* ale sistemului, și ne așteptăm ca ele să descrie mai bine interacțiunea cuantică cu electronul, ca, de exemplu, în cadrul efectului Aharonov-Bohm.

Care este însă cazul electronului și al pozitronului? Ce câmp trebuie să cuantificăm aici pentru a obține electronii și pozitronii, ce „saltea" trebuie să construim? Așa cum am discutat în secțiunea 134, câmpul ales a fost *unda de probabilitate relativistă a electronului.* Astfel, urmează ca unda de probabilitate a electronului să o considerăm *clasică* în primă instanță, cu o evoluție dată de ecuația lui Dirac (în cazul relativist). Vom vorbi atunci de *câmpul* Dirac. Apoi însă, vom mai cuantifica încă odată acest câmp.

Procedura aceasta, numită *a doua cuantificare*, aduce o nouă definiție a electronului. Căci, odată ce unda de probabilitate relativistă (câmpul Dirac) este cuantificată a doua oară, ea va avea stocate diverse pachete de energie. Aceste pachete discrete de energie vor reprezenta fie particula pe care noi am numit-o electron, fie noua particulă numită pozitron.

Pentru a construi „salteaua" câmpului electronilor, trebuie să descriem evoluția undei de probabilitate relativiste (câmpul Dirac) prin intermediul unei densități de lagrangean $\mathcal{L}_e$. Lucrul acesta îl vom face matematic la sfârșitul secțiunii pentru cei interesați. Odată ce vom cuantifica oscilațiile acestui câmp Dirac, ne vom aduce aminte de discuția din secțiunea 134, acolo unde am făcut o diferență între oscilațiile de frecvență pozitivă și cele de frecvență „negativă". Pachetele discrete ale oscilațiilor de frecvență pozitivă vor descrie *electroni*, iar ale oscilațiilor de frecvență „negativă" vor reprezenta *pozitroni.*

În acest fel am construit un model clasic asemănător saltelei din figura 12.4, pentru fiecare din cele două câmpuri, câmpul Dirac și câmpul electromagnetic. În urma cuantificării, resorturile vor găzdui pachete discrete de energie, pe care le vom identifica cu *particule*: electroni, pozitroni și fotoni. În acest fel încheiem prima din cele două etape menționate mai sus.

A doua etapă este descrierea *interacțiunii* dintre cele două câmpuri, cu alte cuvinte găsirea cuplajului dintre „resorturile" celor două „saltele" clasice. Remarcați că nu

vrem să aducem împreună electronul (considerat o particulă clasică) și câmpul electromagnetic, căci astfel am construi *electrodinamica clasică*. În schimb, vrem să aducem împreună unda de probabilitate relativistă a electronului (descrisă de ecuația lui Dirac) și câmpul electromagnetic, pentru a putea construi *electrodinamica cuantică*.

Pentru că între resorturi din poziții diferite există cuplaje, pachetele de energie discretă (particulele) se vor deplasa de la un loc la altul, lucru pe care îl vom considera ca fiind o deplasare a particulelor. Dacă între resorturile unui câmp (câmpul Dirac, să zicem) și cele ale celui de-al doilea câmp (cel electromagnetic) există și cuplaje *suplimentare*, este posibil ca pachetele de energie să ajungă de la un câmp la altul. Aceasta înseamnă în practică un proces de anihilare a electronilor cu pozitronii și de creare al fotonilor, un proces invers, sau un altul de emisie și absorbție de fotoni (așa cum vom vedea mai târziu, doar aceste procese au probabilitate nenulă). În secțiunea 135 am menționat că toate aceste procese trebuie privite ca tranziții între stări cuantice diferite ale celor două saltele, tranziții care nu trebuie neapărat să conserve energia (vezi figura 12.23).

Problema principală este să descriem *interacțiunea clasică* dintre „salteaua" ce modelează unda de probabilitate a electronului relativist și „salteaua" ce modelează câmpul electromagnetic, ambele considerate câmpuri *clasice*. Abia după aceea vom discuta cuantificarea lor și interpretarea rezultatelor. De aceea să considerăm în restul secțiunii doar procedura prin care putem construi interacțiunea clasică dintre resorturile celor două „saltele".

Să ne imaginăm de aceea, pentru moment, că unda de probabilitate a electronului este un *câmp clasic* (vezi figura 12.20). Fizicienii obișnuiesc să folosească în descriere chiar unda de probabilitate relativistă. Pentru imaginea noastră aspectul acesta nu e foarte relevant. Tot ce trebuie să ne aducem aminte este că unda de probabilitate a unui electron se întinde în tot spațiul și ne dă probabilitatea de a găsi electronul într-un loc sau altul, în reprezentarea „veche" a mecanicii cuantice.

Cu puțină imaginație, am putea vizualiza acest câmp ca pe un fel de *fluid electric* (vezi partea din stânga sus a figurii 12.20). Densitatea acestui fluid electric nu ne spune însă câte sarcini electrice sunt într-un loc sau altul, ci care este *probabilitatea* de a găsi un singur electron într-un loc sau altul. În analogia noastră, dacă avem o probabilitate mai mare, ne așteptăm să găsim în medie mai multă sarcina electrică acolo, deci mai mult „fluid".

Câmpul electromagnetic este descris de ecuațiile lui Maxwell în vid, folosind însă de data aceasta potențialele electrodinamice $(V, \mathbf{A})$. Ele ne dau cu destul de bună aproximație probabilitatea de a găsi un foton într-un loc sau altul.

Avem deci două câmpuri, cel al undei de probabilitate a electronului (fluidul electric) și câmpul electromagnetic, care încă nu interacționează unul ce celălalt, fiind date încă de relații diferite (evoluția undei de probabilitate este dată de ecuația lui Dirac în cazul relativist, iar cea a câmpului electromagnetic de ecuațiile lui Maxwell în vid).

Fluidul electric nu generează încă un câmp electromagnetic, iar mișcarea sa nu este influențată încă de câmpul electromagnetic prezent. Așa cum am menționat, putem descrie separat fiecare câmp, cu ajutorul unor

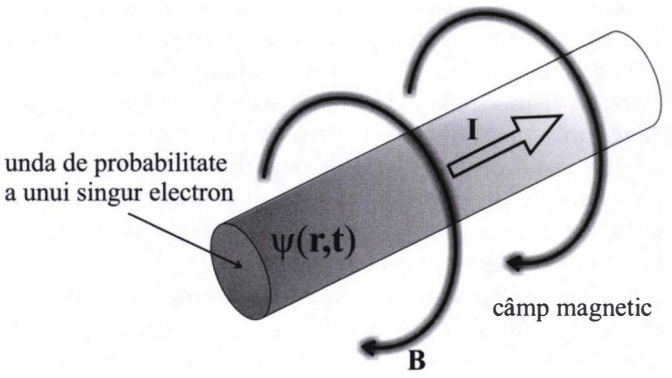

Figura 12.28: *Clasic, situația din figură reprezintă câmpul magnetic generat de un curent electric I. În cazul de față însă, fluidul electric este dat de „curgerea" undei de probabilitate ψ a unui singur electron. Densitatea de sarcină electrică a acestui fluid este proporțională cu densitatea de probabilitate de a găsi electronul și sarcina sa electrică. În acest fel vom scrie ecuațiile lui Maxwell prin care unda de probabilitate ψ a electronului generează câmp electromagnetic.*

densități de lagrangean $\mathcal{L}$, câte un lagrangean pentru fiecare câmp. Aceasta alegere ne dă și ecuațiile de evoluție ale câmpurilor încă independente: una este ecuația Dirac de evoluție a undei de probabilitate a electronului (în forma sa relativistă), cealaltă e setul ecuațiilor lui Maxwell pentru câmpul electromagnetic în vid.

Acum însă, atenție, trebuie să aducem cele două câmpuri *împreună*, trebuie să le facem să interacționeze, pentru că știm că electronul poate genera câmp electromagnetic și invers, câmpul electromagnetic influențează mișcarea electronului! Pentru aceasta trebuie să folosim principiul acțiunii minime și rețeta standard din secțiunea 126.

De aceea, începem cu *ecuațiile lui Maxwell*, care ne spun că un fluid electric generează câmp electromagnetic și că același fluid electric reacționează în prezența unui alt câmp electromagnetic. În aceste ecuații ale lui Maxwell apare în general densitatea de sarcină electrică și de curent electric care este distribuită în univers. Am putea atunci folosi pentru densitatea de sarcină electrică o valoarea dată în esență de *densitatea de probabilitate* de a găsi electronul într-un loc sau altul!

În acest fel, densitatea de sarcină electrică din ecuațiile lui Maxwell este chiar densitatea fluidului electric ce reprezintă unda de probabilitate. Este logic, nu? În locul unde avem o șansă mai mare de a găsi electronul, acolo va fi în medie o concentrație mai mare de sarcină electrică, și deci vom avea mai mult „fluid electric" (vezi figura 12.28).

Putem privi atunci *combinația* aceasta de două câmpuri considerate clasice (unda de probabilitate a electronului și câmpul electromagnetic) ca un fel de amestec al „fluidului electric" cu câmpul electromagnetic: fiecare câmp clasic *influențează* evoluția celuilalt câmp clasic. Câmpul electromagnetic pune în mișcare fluidul electric al undei de probabilitate a electronului (vezi figura 12.29), iar fluidul electric (unda de probabilitate a electronului) generează câmp electromagnetic (vezi figura 12.28). Toate procesele

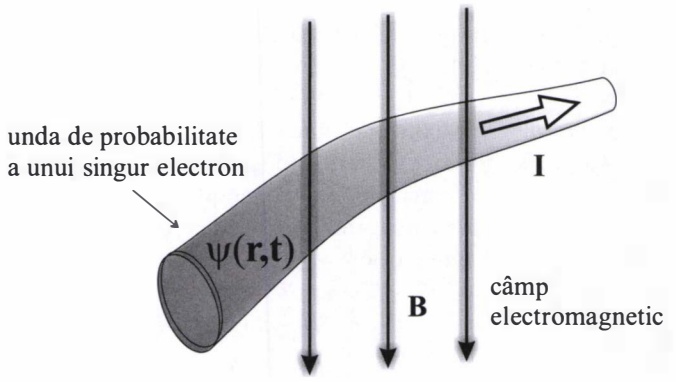

Figura 12.29: *Clasic, situația din figură reprezintă devierea unui fluid electric aflat într-un câmp magnetic, deoarece atunci sarcinile electrice ale fluidului ar fi supuse forței magnetice. În cazul de față însă, fluidul electric este dat de „curgerea" undei de probabilitate ψ a unui singur electron. În acest fel putem scrie ecuațiile lui Maxwell prin care unda de probabilitate ψ a electronului este influențată de câmpul electromagnetic.*

au loc conform ecuațiilor lui Maxwell, considerând că „fluidul electric" este dat de unda de probabilitate relativistă a unui electron.

O astfel de analiză ne va arăta că cele două câmpuri *clasice* (unda de probabilitate relativistă a electronului și câmpul electromagnetic) se influențează reciproc. În modelul saltelei noastre, ne putem imagina că în fiecare punct din spațiu există câte un resort pentru fiecare coordonată generalizată (potențialele electrodinamice sau unda de probabilitate) și că între resorturi există cuplaje suplimentare, care permit schimbul de energie între cele două câmpuri.

Pasul următor este să cuantificăm fiecare dintre oscilațiile celor două câmpuri care acum interacționează, și mai ales să interpretăm rezultatele în termeni de interacțiune între particule. Despre aceasta însă, în capitolul următor.

La sfârsitul acestei secțiuni prezentăm, pentru cei interesați, densitatea de lagrangean a electrodinamicii cuantice. Ea descrie, așa cum am menționat, evoluția și interacțiunea câmpului Dirac (câmpul undei de probabilitate relativiste a electronului) și a câmpului electromagnetic, ambele considerate *clasice*.

Calcul: ***Lagrangeanul electrodinamicii cuantice***

Să încercăm să descriem evoluția câmpului electromagnetic împreună cu cea a undei de probabilitate relativistă a electronului (câmpul Dirac), ambele considerate *clasice* și asemănătoare unor resorturi.

Astfel, vom considera unda de probabilitate $\psi(\mathbf{r},t)$ a electronului relativist ca fiind un *câmp clasic*. Ea este descrisă de o matrice coloana cu patru linii, pentru că electronul are *patru* stări cuantice distincte în același punct din spațiu, așa cum am discutat în secțiunea 132:

$$\psi(\mathbf{r},t)=\begin{pmatrix}\psi_1(\mathbf{r},t)\\ \psi_2(\mathbf{r},t)\\ \psi_3(\mathbf{r},t)\\ \psi_4(\mathbf{r},t)\end{pmatrix};\qquad \begin{aligned}\psi^\dagger &= (\psi_1^* \;\; \psi_2^* \;\; \psi_3^* \;\; \psi_4^*)\\ \overline{\psi} &= \psi^\dagger\gamma^0 = \\ &= (\psi_1^* \;\; \psi_2^* \;\; -\psi_3^* \;\; -\psi_4^*)\end{aligned}$$

Aici fiecare termen, de exemplu $\psi_3=\psi_3(\mathbf{r},t)$, este un număr complex în fiecare punct din spațiu și timp. Modulul numărului complex $|\psi_3(\mathbf{r},t)|^2$ ne va da *probabilitatea* de a găsi electronul în poziția $\mathbf{r}$ la momentul t, în starea cuantică 3.

Matricea $\overline{\psi}$ este dată de matricea ψ transpusă și conjugată, notată mai sus cu $\psi^\dagger$. În relație însă, mai apare termenul suplimentar γ^0, care este una dintre matricile lui Dirac, explicitată cu convenția din secțiunea 132.

Mai departe, vom folosi aceleași notații ca în secțiunea 132. Astfel, un eveniment din spațiu-timp îl vom nota cu $x=(ct,x,y,z)$. Notația, deși puțin confuză (pentru că se repetă x) este încetățenită în literatura de specialitate. Componentele vectorului patru-dimensional x le vom nota cu x^μ, unde $\mu=\overline{0:3}$. Avem deci $x^0=ct$, $x^1=x$, $x^2=y$, $x^3=z$.

Dependența de spațiu-timp $\psi(\mathbf{r},t)=\psi(x)$ nu o vom mai scrie explicit decât rar. În continuarea notației din secțiunea 132, vom alege un sistem de unități normat, în care $c=1$ și $\hbar=1$ (constanta redusă a lui Planck) și în plus $\epsilon_0=1$, care simplifică ecuațiile lui Maxwell.

Folosind „rețeta" discutată în capitolul 11, vom descrie evoluția câmpului clasic $\psi(x)$, în *lipsa* câmpului electromagnetic, cu ajutorul *densității de lagrangean* $\mathcal{L}_e$ (indicele e vine de la electron). Așa cum vom verifica puțin mai jos, acesta este un număr în fiecare punct din spațiu, scris ca:

$$\boxed{\mathcal{L}_e=i\overline{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi-m\overline{\psi}\psi}$$

Mai sus m este masa electronului. Recunoaștem apoi numărul complex i și convenția lui Einstein, care spune că un indice ce se repetă trebuie însumat. Avem deci $\gamma^\mu\partial_\mu=\sum_\mu\gamma^\mu\partial_\mu$. Simbolurile γ^μ desemnează matricile 4×4 ale lui Dirac și ele au fost introduse în secțiunea 132. Relația precedentă trebuie deci citită ca o operație cu matrici de ordinul 4.

Așa cum am procedat în capitolul 11, și în secțiunea 132, vom nota cu $\partial_\mu=\partial/\partial x^\mu$ derivata parțială la coordonatele spațiale sau la timp $x^\mu=(t,x,y,z)$, unde am considerat $c=1$. Avem de exemplu

$$\partial_0\psi=\frac{\partial\psi}{\partial x^0}=\frac{\partial\psi(\mathbf{r},t)}{\partial t};\qquad \partial_2\psi=\frac{\partial\psi}{\partial x^2}=\frac{\partial\psi(\mathbf{r},t)}{\partial y};$$

Dacă privim forma lui $\mathcal{L}_e$, observăm că el este un număr complex, ce nu poate fi folosit în principiul acțiunii minime, acolo unde $\mathcal{L}_e$ trebuie să fie un număr real. Cu toate acestea, forma de mai sus este una simplificată, scrisă numai pentru ecuațiile Euler-Lagrange. Dacă

vrem să obținem forma completă (cea reală) trebuie să mai adăugam un termen congugat, pentru a obține un număr real. Lucrul acesta nu îl vom mai menționa la teoriile care vor urma.

În relația lui $\mathcal{L}_e$, dependența de spațiu și timp a undei ψ și $\overline{\psi}$ a fost ignorată intenționat. Aceasta pentru că $\mathcal{L}_e$ trebuie privită ca o funcție analitică de *coordonatele generalizate* ale sistemului și derivatele lor de ordinul întâi (*vitezele generalizate*).

În cazul de față, coordonatele generalizate sunt chiar ψ și $\overline{\psi}$, iar vitezele generalizate sunt $\partial_\mu\psi$ și $\partial_\mu\overline{\psi}$. Ele trebuie privite ca niște *simboluri pure* în relația lui $\mathcal{L}$, un fel de variabile în funcția $\mathcal{L} = \mathcal{L}(\psi, \overline{\psi}, \partial_\mu\psi, \partial_\mu\overline{\psi})$. Lucrul acesta este extrem de important, dacă vrem să aplicăm ecuațiile Euler-Lagrange pentru a calcula evoluția câmpului ψ (vezi discuția din capitolul 11).

Alegerea a două coordonate generalizate ψ și $\overline{\psi}$ este poate surprinzătoare, însă ea se leagă de forma complexă a undei de probabilitate. În relațiile de mai sus nu trebuie să ne gândim că una se deduce din alta, ci trebuie să le privim ca pe niște *simboluri independente*.

Folosind aceste alegeri, putem scrie ecuația Euler-Langrange (vezi secțiunea 125) pentru una dintre coordonatele generalizate, să zicem $\overline{\psi}$:

$$\frac{\partial\mathcal{L}_e}{\partial\overline{\psi}} - \sum_{\mu=0}^{3}\partial_\mu\left(\frac{\partial\mathcal{L}_e}{\partial\left(\partial_\mu\overline{\psi}\right)}\right) = 0$$

În relația de mai sus, așa cum am menționat, derivatele de ordin întâi ale coordonatelor generalizate $\partial_\mu\psi$ și $\partial_\mu\overline{\psi}$ (vitezele generalizate) trebuie privite ca niște simboluri pure, la fel ca simbolurile ψ și $\overline{\psi}$. Toate aceste simboluri sunt *independente* între ele, fiind niște variabile în funcția analitică $\mathcal{L}_e$. Folosind forma lui $\mathcal{L}_e$, avem:

$$\frac{\partial\mathcal{L}_e}{\partial\overline{\psi}} = i\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\psi; \qquad \frac{\partial\mathcal{L}_e}{\partial\left(\partial_\mu\overline{\psi}\right)} = 0$$

Înlocuind în ecuația lui Euler-Lagrange, obținem

$$\left(i\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\psi\right) - \sum_{\mu=0}^{3}\partial_\mu\left(0\right) = 0 \quad \Rightarrow$$
$$\left(i\gamma^\mu\partial_\mu - m\right)\psi = 0$$

Aceasta din urmă este însă *ecuația lui Dirac* pentru unda de probabilitate a electronului în mișcare relativistă, într-un spațiu vid, lipsit de câmpuri potențiale, așa cum a fost ea dedusă în secțiunea 132. Vedem astfel că alegerea inițială pentru densitatea de lagrangean $\mathcal{L}_e$ a fost corectă.

În continuare, să descriem câmpul electromagnetic prin intermediul potențialelor electrodinamice: potențialul electric $V(\mathbf{r},t)$ și cel magnetic $\mathbf{A}(\mathbf{r},t)$, așa cum am făcut în secțiunea 128. Vom rescrie acum potențialele electrodinamice în forma relativistă menționată în secțiunea 132 și într-un sistem de unități normale, în care nu numai $c = 1$, dar și $\epsilon_0 = \mu_0 = 1$. Astfel, vom nota potențialele electrodinamice (în forma covariantă) cu $A_\mu = (V, -\mathbf{A})$. Avem de exemplu $A_0(x) = V(\mathbf{r},t)$ și $A_1(x) = -A_x(\mathbf{r},t)$ (vezi anexa cu notațiile relativiste din secțiunea 210).

Câmpurile electrice $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ și magnetice $\mathbf{B}(\mathbf{r},t)$ le vom scrie însă într-o forma ceva mai complexă, prin intermediul unei notații noi, care definește tensorul $F_{\mu\nu}$ al câmpului electromagnetic:

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu = \begin{pmatrix} 0 & E_x & E_y & E_z \\ -E_x & 0 & -B_z & B_y \\ -E_y & B_z & 0 & -B_x \\ -E_z & -B_y & B_x & 0 \end{pmatrix}$$

Avem de exemplu, folosind definiția potențialelor electrodinamice din secțiunea 128:

$$F_{01} = \partial_0 A_1 - \partial_1 A_0 = \frac{\partial(-A_x)}{\partial t} - \frac{\partial V}{\partial x} = E_x$$

Fizicienii mai folosesc și forma contravariantă $F^{\mu\nu}$, care se deduce din forma $F_{\mu\nu}$, astfel: $F^{\mu\nu} = -F_{\mu\nu}$ dacă $\mu = 0$ sau $\nu = 0$ și $F^{\mu\nu} = F_{\mu\nu}$ în rest (vezi secțiunea 210). Aceste forme ne ajută să rescriem densitatea de lagrangean $\mathcal{L}_{em}$ din secțiunea 128, în lipsa unor sarcini electrice, ca:

$$\mathcal{L}_{em} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$$

Aici indicii μ și ν se repetă, după convenția lui Einstein, și avem o sumă pe care o dezvoltăm și putem verifica direct că rezultatul de mai sus este identic cu cel din secțiunea 128 (folosind convențiile unităților naturale în alegerea Lorentz-Heaviside $c = \hbar = \epsilon_0 = 1$):

$$\mathcal{L}_{em} = \frac{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2}{2} - \frac{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}{2}$$

Atunci când aplicăm ecuațiile Euler-Lagrange pentru evoluția câmpului, trebuie să ținem cont de coordonatele generalizate A_μ și vitezele generalizate $\partial_\nu A_\mu$. Ele trebuie privite ca *variabile independente* în funcția $\mathcal{L}_{em} = \mathcal{L}_{em}(A_\mu, \partial_\nu A_\mu)$. Ecuațiile lui Euler-Langrange ne vor conduce la evoluția câmpului electromagnetic în vid și vor fi identice cu ecuațiile lui Maxwell, așa cum am discutat în secțiunea 128.

Până acum, câmpurile clasice $\psi(x)$ și $A_\mu(x)$ evoluează independent unele de celelalte. Odată cuantificate, ele ne vor da particulele asociate modurilor proprii de oscilație, electronii, pozitronii și fotonii. Pentru a descrie interacțiunea dintre aceste particule, trebuie să ne întoarcem la forma clasică a câmpurilor $\psi(x)$ și $A_\mu(x)$ și să introducem un termen $\mathcal{L}_i$ de *interacțiune* dintre ele.

Cheia acestei alegeri a fost introdusă în această secțiune: vom considera unda de probabilitate a electronului un fel de „fluid electric". Astfel, densitatea de probabilitate de a găsi un electron în poziția $\mathbf{r}$ este

$p \sim |\psi_1(\mathbf{r})|^2 + |\psi_2(\mathbf{r})|^2 + |\psi_3(\mathbf{r})|^2 + |\psi_4(\mathbf{r})|^2 = \overline{\psi}\gamma^0\psi$. Densitatea de sarcină a „fluidului electric" devine

$$\rho = q(\overline{\psi}\gamma^0\psi) = -e(\overline{\psi}\gamma^0\psi)$$

Aici $q = -e$ este sarcina electronului ($e > 0$). În același fel se arată cum componenta x a densității de curent electric $\mathbf{J}$ este

$$j_x = j^1 = -e(\overline{\psi}\gamma^1\psi)$$

Avem și relațiile corespunzătoare pentru j_y și j_z. Câmpul electromagnetic generat de acest fluid electric este dat de densitatea de lagrangean prezentată la sfârșitul secțiunii 128:

$$\mathcal{L} = \frac{\epsilon_0\mathbf{E}^2}{2} - \frac{\mathbf{B}^2}{2\mu_0} - \rho V + \mathbf{JA}$$

Ultimii doi termeni sunt cei care vor descrie interacțiunea dintre câmpul electromagnetic și câmpul Dirac. Folosind alegerea sistemului nostru particular de unități în care $c = \epsilon_0 = \mu_0 = 1$ și înlocuind cu notația relativistă $A_0 = V$, $A_1 = -A_x$ (atenție la semnul minus), avem:

$$\rho V = -e(\overline{\psi}\gamma^0\psi)A_0$$

$$\mathbf{JA} = j_xA_x + \ldots = -j^kA_k = \sum_{k=1}^{3} e(\overline{\psi}\gamma^k\psi)A_k$$

$$\boxed{\mathcal{L}_i = -\rho V + \mathbf{JA} = e(\overline{\psi}\gamma^\mu\psi)A_\mu}$$

Aici avem (convenția lui Einstein) o sumă după $\mu = (0, 1, 2, 3)$, iar e este un număr *pozitiv* (sarcina electrică elementară).

Remarcăm că în forma de mai sus toți cei patru termeni au acum același semn și că apare elegant sarcina electrică a electronului $q = -e$. În modelele noastre, atunci când alegem $e = 0$, interacțiunea între cele doua câmpuri va deveni nulă.

Lagrangeanul *electrodinamicii cuantice* este dat de suma celor trei termeni de până acum $\mathcal{L} = \mathcal{L}_e + \mathcal{L}_{em} + \mathcal{L}_i$, obținându-se

$$\mathcal{L} = i\overline{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\overline{\psi}\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + e(\overline{\psi}\gamma^\mu\psi)A_\mu$$

Folosind notația prescurtată a derivatei covariante $D_\mu = \partial_\mu + iqA_\mu$ din secțiunea 132 (unde $q = -e$ este sarcina electrică a electronului, cu $e > 0$), obținem:

$$\boxed{\mathcal{L} = i\overline{\psi}\gamma^\mu D_\mu\psi - m\overline{\psi}\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}}$$

unde $\boxed{D_\mu = \partial_\mu + iqA_\mu}$

Din relațiile de mai sus se deduce evoluția celor două câmpuri clasice $\psi(x)$ și $A_\mu(x)$ care se influențează unele pe altele. Avem de exemplu:

$$\frac{\partial\mathcal{L}_e}{\partial\left(\partial_\mu\overline{\psi}\right)} = 0; \qquad \frac{\partial\mathcal{L}_e}{\partial\overline{\psi}} = \gamma^\mu\left(i\partial_\mu + eA_\mu\right)\psi - m\psi$$

Înlocuind în ecuația lui Euler-Lagrange, obținem

$$\gamma^\mu\left(i\partial_\mu + eA_\mu\right) - m\psi = 0$$

Ecuația de mai sus ne dă mișcarea unui electron relativist într-un câmp electromagnetic și este o generalizare a ecuației lui Dirac pentru electronul liber. Ea este discutată în secțiunea 132 și confirmă justețea procedurii noastre.

13

Electrodinamica cuantică în interpretarea lui Feynman

Electrodinamica *clasică* este teoria ce descrie interacțiunea clasică dintre sarcinile electrice, mediată de câmpul electromagnetic. Electrodinamica *cuantică* este forma cuantificată a teoriei, care descrie interacțiunea dintre electroni și pozitroni prin intermediul fotonilor. Ea este în esență o teorie multiparticulă, pentru că electronii se anihilează cu pozitronii, sau emit/absorb fotoni, și în felul acesta numărul de particule se schimbă.

Așa cum am discutat în secțiunea 109, un ansamblu de particule cuantice nu este descris simplu de un ansamblu de unde de probabilitate, câte una atașată fiecărei particule, ci este descris de o undă de probabilitate *multiparticulă*. Noi am detaliat forma acestei unde multiparticulă în cadrul teoriilor cuantice de câmp în capitolul 12. Acolo am văzut că un ansamblu de particule poate fi privit ca o stare energetică particulară a unei saltele imaginare care modelează universul. Starea cuantică a saltelei este starea multiparticulă cautată.

Particulele sunt, în această reprezentare, pachete discrete de energie (cuante) asociate oscilațiilor saltelei. Interacțiunea dintre particule poate fi imaginată în primă instanță ca un schimb de pachete de energie între diversele „resorturi" ale saltelei. La o analiză mai profundă, am văzut în secțiunea 135 că schimburile de energie trebuie privite mai degrabă ca *tranziții* între stări cuantice ale saltelei, tranziții care pot să nu conserve energia.

Descrierea interacțiunii dintre particule, așa cum a fost prezentată în secțiunea 135, este încă generală. Ea nu ne spune precis cum putem calcula probabilitățile de tranziție ale „saltelei" cuantice de la o stare cuantică la alta. Acest lucru a fost sugerat prin semnul întrebării din figura 12.23. Capitolul de față este dedicat în întregime procedurii prin care putem reconstrui aceste probabilități.

Vom face acest lucru prin intermediul *metodei lui Feynman*, numită și *metoda integralelor de drum*. Vom vedea că este posibil să descriem corect interacțiunile dintre cele trei particule care apar în electrodinamica cuantică: electronul, pozitronul și fotonul. Lucrul nu este lipsit de importanță, deoarece electrodinamica cuantică rămâne la ora actuală teoria cea mai bine verificată de experimente.

Vom începe cu o secțiune în care vom prezenta cheia înțelegerii metodei lui Feynman. Cei interesați de mai multe detalii matematice pot urmări și calculele din anexele aflate în capitolul 23, deoarece ele vor juca un rol important în capitolul de față și vor ușura înțelegerea principalelor elemente matematice ale teoriei.

137. Metoda lui Feynman pentru o particulă fără spin

La începuturile mecanicii cuantice au fost descoperite independent mai multe formulări: una *matriceală* (datorată în principal lui Werner Heisenberg), una a *undelor de probabilitate* (datorată lui Schrödinger) și una cu *operatori*, datorată în principal lui Paul Dirac și schițată de noi în secțiunea 213 din anexă. Deși ele descriu diferit din punct de vedere matematic aceleași procese fizice, metodele sunt echivalente, așa cum a fost demonstrat mai târziu. O nouă abordare matematică a mecanicii cuantice a fost descoperită de Richard Feynman în anii de după cel de-al Doilea Război Mondial. Metoda utilizează din plin *principiul minimei acțiuni* așa cum a fost introdus el în capitolul 11.

Este interesant de remarcat că Feynman s-a întâlnit cu principiul minimei acțiuni încă de pe băncile școlii, așa cum amintește el în memorabila sa lucrare *Fizica modernă*, tradusă și în limba română. Atunci când Feynman a putut folosi eficient acest principiu în mecanica cuantică, el a sperat că va scoate la suprafață o nouă latură ascunsă a lumii cuantice. Din păcate însă și această abordare s-a dovedit a fi doar o formulare matematică diferită a mecanicii cuantice, fiind echivalentă cu celelalte formulări.

Vom începe detalierea *metodei lui Feynman* pentru cazul cuantic al unei particule *fără spin* (pentru simplitate ne putem imagina că ea este un electron fără spin). Vom extrage de aici principalele ingrediente ale metodei sale, urmând ca în continuare să le aplicăm la teoria cuantică a unui câmp, care este în esență o teorie a ansamblului de particule ce reprezintă pachetele sale de energie discretă.

Să ne întoarcem acum la experimentele de interferență și să mai privim o dată fenomenul prin ochii lui Feynman. După cum am văzut în secțiunile 99 și 100, interferența se aplică la fel de bine atât electronului, cât și fotonului. În experimentele de interferență unda de probabilitate a unei singure particule (în cazul fotonului ea este chiar unda electromagnetică) se împarte în *două* componente la trecerea prin cele două fante (vezi figura 13.1 sus). Pentru a vedea care este probabilitatea de a găsi particula pe ecran într-un loc sau altul trebuie să folosim principiul de superpoziție al undelor. Astfel, cele două componente vor interfera pe ecranul de proiecție și vor crea franje de interferență.

Valoarea finală a undei de probabilitate pe ecranul unde se observă franjele de interferență este suma coerentă a celor două componente. Cu alte cuvinte, nu se adună pur și simplu amplitudinile undelor individuale, ci se ține cont și de fază: dacă undele ce se adună sunt în fază, avem o interferență *constructivă* și o amplitudine finală mare, iar dacă undele sunt în antifază, avem interferență *distructivă*, iar amplitudinea undei finale este mică.

Să subliniem din nou că discutăm despre unda de probabilitate *a unei singure particule* care suferă un proces de interferență, așa cum este schițat în figura 13.1. Cu alte cuvinte, dacă, de exemplu, avem cazul luminii, atunci reducem cât putem de mult intensitatea undei luminoase la intrarea în fantă, în așa fel încât ea să reprezinte *un singur* foton. Lucrul acesta, oricât ar părea de dificil, a și fost realizat în practică pentru fotoni, așa cum se vede în figura 9.14. Atunci ne vom întreba, pe bună dreptate, prin care dintre cele două fante a trecut particula în experimentul de difracție.

Răspunsul standard al mecanicii cuantice este că nu avem voie să punem această întrebare. Între două măsurători, particula este descrisă de o undă de probabilitate, care în cazul nostru suferă un proces de interferență. Particula nu există sub forma ei de „corpuscul" între măsurători, există doar unda de probabilitate asociată ei.

Feynman sparge barierele gândirii standard și își pune intrebarea, venind cu un răspuns neașteptat: particula trece *în același timp* prin fiecare fantă. Când ea trece prin prima fantă, particula își „ia" cu sine și o undă asociată, care este de fapt prima componentă menționată a undei de probabilitate (care am văzut că se sparge în două la trecerea prin fantă). La fel se va întâmpla și la cea de-a doua fantă. Și aici particula își „ia" cu sine o undă asociată, care este cea de-a doua componentă o undei de probabilitate ce suferă procesul de interferență (vezi figura 13.1). De acum încolo vom numi componentele *unde pilot* (denumirea lui de Broglie).

Abordarea este crucială în metoda lui Feynman. Ea ne spune că trebuie să privim cele două componente ale undei de probabilitate ca pe două unde separate (unde pilot, în alegerea noastră), atașate celor două traiectorii posibile de la sursă până la detector (vezi figura 13.1). Dacă particula ar fi trecut prin prima fantă (caz în care ea primește denumirea de *particulă virtuală*), atunci ea ar fi urmat prima traiectorie (ce poartă denumirea de *traiectorie virtuală*). Acestei prime traiectorii i se atașează prima componentă a undei, o undă pilot. La fel se procedează și cu cea de-a doua fantă.

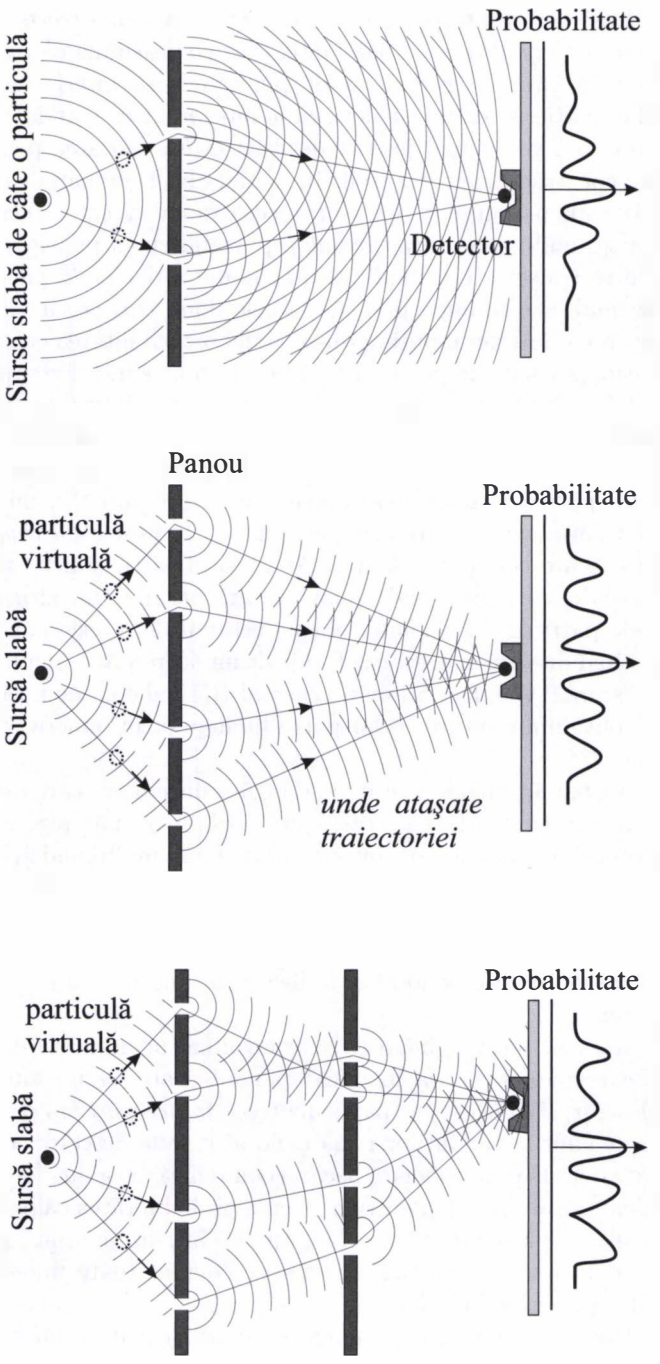

Figura 13.1: *Sus: O figură clasică de interferență, în care sursa de particule este foarte slabă, emițând câte o particulă la intervale mari de timp. Unda de probabilitate a unei singure particule se sparge în două componente la trecerea prin fante, ce vor interfera apoi pe ecran. Mijloc: o extensie a experimentului de interferență, în care avem patru fante în panoul din stânga. Aici unda de probabilitate inițială se va sparge în patru componente atașate drumurilor pe care ar fi mers particula până la detector. În figura de jos am mai adăugat un panou intermediar, iar interferența trebuie calculată acum între toate modurile posibile prin care particula poate ajunge la detector (în figură sunt reprezentate doar patru). Ce se întâmplă dacă am ciurui panourile cu fante, până când nu mai rămâne nici urmă de panouri?*

Desigur, în interpretarea de mai sus, particula trece *în același timp* prin cele două fante, ceea ce înseamnă că trebuie să lăsăm cele două unde pilot unde să interfereze. Matematic, este același lucru ca în interpretarea standard, însă vom vedea mai jos cât de utilă este abordarea pentru construcțiile ce vor veni. În metoda lui Feynman deci, particula parcurge *în același timp* cele două traiectorii clasice (numite *traiectorii virtuale*), purtând cu ea pe fiecare dintre traiectorii o undă atașată, numită aici *undă pilot*. În final, aceste unde pilot de la cele două traiectorii virtuale vor interfera, obținându-se astfel probabilitatea ca să găsim particula în poziția finală pe ecranul de interferență.

Să extindem puțin experimentul de interferență, imaginându-ne că mai practicăm una sau două fante *suplimentare*. În al doilea caz vom avea patru fante și patru unde pilot care interferează pe ecran (vezi figura 13.1 mijloc). În noua interpretare, particula trece *în același timp* prin toate cele patru fante. Avem deci patru traiectorii virtuale, cu câte o undă pilot atașată fiecărei traiectorii. Cele patru unde vor interfera pe ecranul de interferență, obținându-se și în acest caz franje de interferență. Calculul acestora îl vom face adunând *coerent* (ținând cont de fază) amplitudinile tuturor celor patru unde pilot în punctul final.

Ne putem imagina că mai adăugăm un panou, care are și acesta câteva fante (vezi figura 13.1, jos). La trecerea prin cel de-al doilea panou vom obține mai multe unde pilot, asociate tuturor traiectoriilor prin care particula poate ajunge de la sursă la detector. Interesant este să mergem în continuare cu experimentul mintal și să ne imaginăm că avem mai multe panouri și în fiecare se află un număr de fante.

Apoi să ne imaginăm că mărim numărul de fante din fiecare panou în așa fel încât panoul arăta ca un ciur. Desigur, și în acest caz particula trece *în același timp* prin *toate* găurile panourilor până când ajunge la detector, cu câte o undă pilot asociată fiecărei combinații de găuri (deci fiecărei traiectorii). Pentru a calcula probabilitatea ca particula ce pleacă de la sursă să ajungă într-un anumit loc pe detector vom lăsa să interfereze coerent toate undele pilot pe ecranul de detecție.

Dacă insistăm în experimentul nostru și mai facem găuri, vom elimina în final complet toate panourile și vom rămâne cu un spațiu gol. Folosind însă logica de până acum, va trebui să spunem că particula trece prin toate *pozițiile posibile* ale fostelor panouri, și că pentru fiecare astfel de traiectorie trebuie să calculăm unda pilot atașată traiectoriei. În final, va trebui să adunăm *coerent* undele în punctul final, dacă vrem să aflăm probabilitățile ca particula ce pleacă de la sursă să fie găsită acolo.

Acum însă, să recunoaștem că situația este specială, pentru că nu mai există panouri. Acesta este momentul când geniul lui Feynman și-a pus amprenta, deoarece el a recunoscut un aspect general. Feynman și-a spus: pentru a calcula probabilitatea ca o particulă să ajungă de la un loc la altul (în cazul nostru de la sursă la un punct de pe ecran), oare nu pot considera că particula merge pe *toate* traiectoriile imaginabile între cele două puncte? Ar trebui atunci calculată unda pilot atașată *fiecărei* traiectorii, apoi toate aceste unde trebuie lăsate să *interfereze* în poziția finală. Amplitudinea rezultată în urma

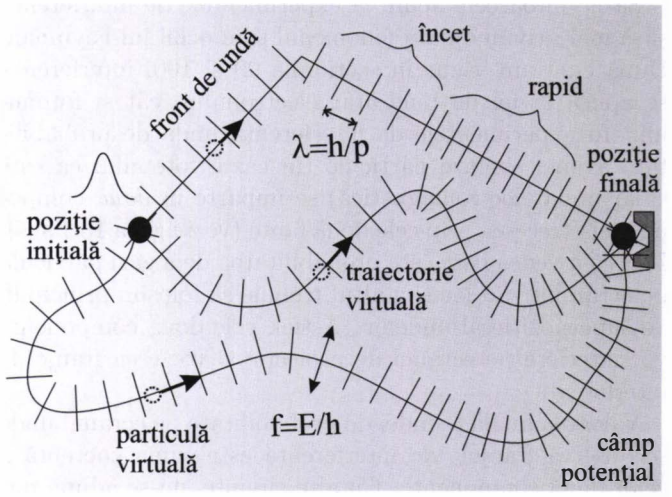

Figura 13.2: *Figura schițează calculul probabilității de tranziție a unei particule fără spin dintr-un punct (aflat în stânga planului) în altul (aflat în dreapta). Urmărind ideea figurii 13.1, se desenează mai întâi toate modurile imaginabile prin care particula poate ajunge din stânga în dreapta. În figură sunt exemplificate trei astfel de traiectorii virtuale. Fiecărei traiectorii i se atașează o undă pilot (de Broglie), al cărei front de undă arată ca „liniile de tren" în figură. De remarcat că lungimea de undă depinde de viteza particulei (în cazul de față viteza este mai mare spre sfârșitul traiectoriei, și deci lungimea de undă este mai mică). Frecvența de oscilație f depinde de energia totală E, care depinde la rândul ei de câmpul potențial, și care nu mai este o constantă a mișcării (pentru că traiectoriile imaginate pot fi oarecare). Undele pilot atașate traiectoriilor virtuale interferează coerent în punctul final. Amplitudinea rezultată în urma interferenței ne va da probabilitatea ca particula să aibă o tranziție din poziția inițială în poziția finală, la timpul dorit.*

interferenței (constructivă sau distructivă) ne va da probabilitatea tranziției.

Observăm că acest mod de gândire schimbă aproape complet problema. Înainte aveam două, trei sau patru fante, unul sau două panouri, și ne imaginam undele pilot atașate fiecărei traiectorii virtuale, apoi interferam undele pe ecranul de difracție. Acum însă, când am „ciuruit" de tot panourile de fante (până au dispărut complet), trebuie să luăm în calcul *toate* posibilitățile imaginabile (*traiectoriile virtuale*) prin care particula poate ajunge la ecranul de interferență prin spațiul liber. Trebuie apoi să calculăm undele pilot atașate fiecărei traiectorii virtuale și să lăsăm apoi toate aceste unde să interfereze în punctul unde vrem să măsurăm particula, la momentul dorit.

Să remarcăm că, în cazul general, calculul este foarte complex, pentru că fiecare traiectorie poate fi parcursă diferit de la sursă la punctul final (mai încet la început sau mai încet la sfârșit etc.). Toate modurile trebuie luate în considerare în metoda lui Feynman, și fiecărui mod trebuie să-i atașăm câte o undă pilot. Mai mult însă, particula parcurge *în același timp* toate traiectoriile, luându-și cu ea unda pilot atașată, pentru ca undele să poată interfera apoi în punctul final.

Să exemplificăm situația de mai sus pentru cazul unei particule fără spin, aflată într-un câmp de energie potențială $E_p(\mathbf{r})$ (vezi figura 13.2). Pentru că nu are spin, particula are doar *o singură* stare cuantică în fiecare punct din spațiu și este descrisă de o singură constantă: masa ei de repaus. Vrem acum să vedem cum putem afla probabilitatea de tranziție a particulei dintr-un punct aflat în stânga figurii (poziția inițială) într-un punct aflat în dreapta figurii (poziția finală), la niște momente date. Vom numi rezultatul *probabilitate de tranziție*, pentru motive ce vor fi mai clar expuse în continuare.

Folosind metoda lui Feynman, vedem că trebuie să construim mai întâi toate *traiectoriile virtuale* prin care particula poate ajunge dintr-o poziție inițială aleasă, la un moment inițial dat, într-o poziție finală, la un moment final dat (vezi figura 13.2). Apoi, pentru fiecare traiectorie imaginabilă și pentru modul ei de parcurgere trebuie să reconstruim unda pilot atașat

Este important că toate traiectoriile și modul lor de parcurgere încep la același moment de timp și sfârșesc la același moment de timp (altul, desigur), căci la sfârșit trebuie să interferăm *toate* undele pilot în evenimentul final. Însumarea undelor o vom face coerent, ținând cont de fază. Dacă interferența va fi constructivă, este o șansă mare ca particula să aibă o tranziție din poziția inițială în poziția finală (între timpii dați), iar dacă interferența este distructivă avem ghinion, șansa este mai mică.

Cheia întregii construcții a lui Feynman este forma undei pilot pe care trebuie s-o atașăm apoi traiectoriei virtuale. Astfel, pentru fiecare traiectorie *imaginabilă* a particulei, vom considera în primul rând că unda atașată are *aceeași amplitudine* (ceea ce înseamnă în fond că fantele pe care le foloseam erau identice). Apoi însă, care sunt celelalte caracteristici ale undei pilot atașate traiectoriei, lungimea de undă și frecvența sa?

În experimentul de interferență vom recunoaște faptul că cele două unde componente, care se separă după trecerea prin fante, sunt de fapt simple unde de probabilitate. Pe portiuni mici acestea sunt *unde plane*, pe care le-am discutat în secțiunea 101, și ele se reduc în esență la *unda pilot* (unda „de Broglie", după numele fizicianului care a identificat-o). Vom considera atunci că, pe porțiuni mici ale traiectoriei virtuale, unda atașată este plană, dată de relațiile fizicianului *de Broglie* (de fapt, de aceea am și ales să denumim undele atașate traiectoriilor virtuale chiar unde pilot).

Astfel, pentru *lungimea de undă* λ vom folosi impulsul p al particulei pe traiectoria virtuală, așa cum ne spune relația lui de Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Aici h este constata lui Planck. Relația de mai sus ne dă lungimea de undă a undei pilot, într-o poziție a traiectoriei virtuale și la un anumit moment de timp (vezi figura 13.2). Aici impulsul particulei $p = mv$ este impulsul pe care îl are particula în acel moment, dacă urmează acea traiectorie imaginabilă (virtuală) cu viteza v. El poate fi foarte mare sau foarte mic, în funcție de cât de mult ne-am întins imaginația pentru a desena acea traiectorie. Rezultatul ne spune cum evoluează *spațial* faza undei pilot asociate particulei, dacă ea merge pe acea traiectorie.

Apoi, pentru frecvența f a undei pilot atașate traiectoriei virtuale vom folosi *energia totală* E a particulei (suma dintre energia cinetică și cea potențială), pentru că ea este în mecanica cuantică direct proporțională cu frecvența undei de probabilitate:

$$f = \frac{E}{h}$$

Formula de mai sus ne dă dependența *temporală* a fazei. Ea este o relație pentru frecvența undei pilot la un moment dat, într-un loc anume, care se calculează pe baze clasice (pentru că energia totală are o formă clasică) ținând cont de energia totală a particulei în acel moment și în acea poziție pe traiectoria virtuală.

Să remarcăm că fiecare evoluție care trebuie luată în calcul este *imaginată* și deci poate fi diferită de cea pe care ar fi mers particula în cazul clasic. Ca atare, energia totală E (suma a energiei potențiale și cinetice) *nu mai este o constantă* a mișcării! De aceea, traiectoriile imaginabile se mai numesc și traiectorii *virtuale*.

Termenul se utilizează foarte des, el scoțând în evidență faptul că traiectoriile virtuale pot să nu fie urmate de particula clasică, că traiectoriile virtuale sunt orice putem imagina noi pentru drumul particulei. Aceste *traiectorii virtuale* se iau în calcul atunci când folosim mecanica cuantică, pentru că particula le urmărește virtual. Ele nu sunt însă neapărat cele pe care particula ar fi mers în cazul clasic. Pe aceste traiectorii vituale energia totală nu mai este o constantă a mișcării.

Particula care se deplasează pe traiectoriile virtuale este desemnată *particulă virtuală*. De câte ori întâlnim acest termen, nu trebuie să ne gândim că ar fi un altfel de particulă, ci să ne aducem aminte că vorbim de traiectorii virtuale pe care particula le parcurge, și de procese de interferență ale acestora. Mai simplu spus, dacă cineva pronunță cuvântul *particulă virtuală*, trebuie să ne imaginăm imediat că ea parcurge una dintre traiectoriile virtuale imaginabile.

Folosind aceste ingrediente de bază, Feynman a reprodus în totalitate rezultatele formulării standard a mecanicii cuantice. Cu alte cuvinte, dacă folosim ecuația lui Schrödinger (metoda standard) sau dacă folosim aceaste unde pilot (unde de Broglie) atașate fiecărei traiectorii virtuale ajungem la același rezultat atunci când modelăm mișcarea unei singure particule fără spin! În exemplul particulei lăsată liberă în câmpul potențial din figura 13.2 ambele metode ne dau același rezultat pentru probabilitatea ca particula să aibă o tranziție dintr-o poziție dată (stânga în cazul nostru) în alta (dreapta), la un moment ulterior. Cele două metode ale mecanicii cuantice (cea standard datorată lui Schrödinger și cea a lui Richard Feynman) sunt *echivalente*.

Utilizând rezultatele precedente pentru componentele undei de pilot atașate unei traiectorii virtuale, putem face o legătura cu principiul actiunii minime introdus în capitolul 11. Astfel, așa cum am menționat, amplitudinea undei pilot atașate este, în formularea lui Feynman, aceeași pentru toate traiectoriile imaginabile. Pe de altă parte,

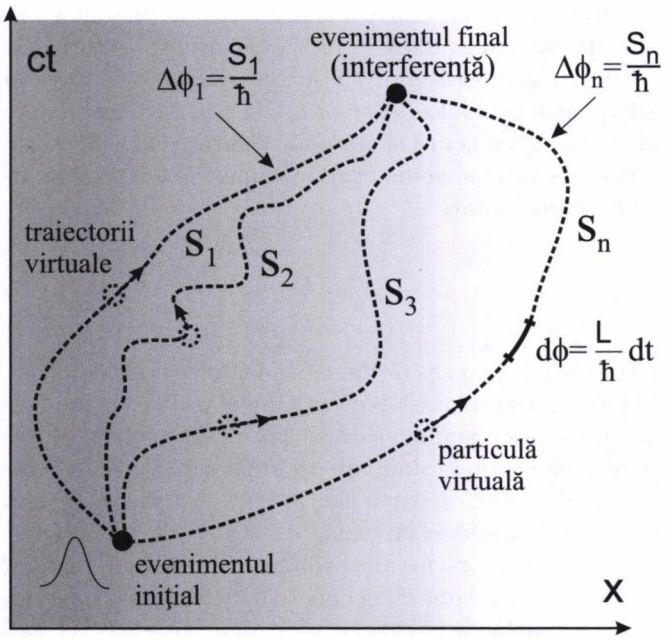

Figura 13.3: *Metoda lui Feynman în reprezentarea spațio-temporală pentru o particulă unidimensională aflată în mișcare într-un câmp de energie potențială (reprezentat cu nuanță gri). De remarcat că pe axa orizontală este spațiul iar pe axa verticală este timpul. Aici se iau în considerare toate liniile de univers ale manierelor prin care o particulă poate ajunge dintr-un eveniment spațio-temporal inițial (x_i,t_i) aflat în stânga jos, în altul (x_f,t_f) aflat în dreapta sus. Fiecărei linii de univers i se atașează o undă pilot. Toate undele au aceeași amplitudine, iar faza $\Delta\phi$ acumulată pe linia de univers se dovedește a fi proporțională cu acțiunea clasică S pe acea traiectorie virtuală $\Delta\phi = S/\hbar$. Undele interferează în punctul final, iar interferența este constructivă sau distructivă, în funcție de felul în care ajung undele, în fază sau în antifază. Rezultatul interferenței ne spune care este probabilitatea de tranziție a particulei din evenimentul inițial în cel final.*

diferența de fază acumulată pe parcurs depinde de traiectorie. Această fază este cea care joacă acum rolul esențial, pentru că interferența este constructivă sau distructivă, în funcție numai de fază (amplitudinea fiind aceeași pentru toate traiectoriile virtuale).

Am văzut însă că, în cazul undei pilot de Broglie, diferența de fază pe traiectorie are o componentă *spațială* (dată de lungimea de undă, deci de impulsul particulei pe acea traiectorie virtuală) și una *temporală* (dată de frecvență, deci de energia totală a particulei de-a lungul traiectoriei virtuale). Folosind relațiile lui de Broglie se arată că, pe porțiuni mici ale evoluției, diferența de fază este proporțională cu *diferența* dintre energia cinetică E_c și cea potențială E_p, care definea lagrangeanul L introdus în secțiunea 124.

Pe porțiuni mai mari, diferența de fază *acumulată* $\Delta\phi$ devine proporțională cu *suma* lagrangeanului pe evoluție, care a fost definită ca *actiunea* S în secțiunea 124: $\Delta\phi = S/\hbar$. Constanta de proporționalitate este constanta redusă a lui Planck $\hbar = h/(2\pi)$ (vezi figura 13.3).

Cei interesați de detaliile matematice ale acestui rezultat remarcabil pot urmări căsuța matematică atașată.

Calcul: ***Mișcarea virtuală a unei particule***

Să considerăm o particulă *unidimensională* care se deplasează liber într-un câmp potențial (vezi figura 13.3). Să notăm cu $E_p(x)$ energia potențială pe care o are particula în punctul x. Ne interesează să calculăm probabilitatea de tranziție a particulei de la punctul inițial x_i la momentul t_i în punctul x_f la momentul final t_f, folosind metoda lui Feynman.

Pentru început trebuie să inventariem toate traiectoriile imaginabile (virtuale) pe care particula poate ajunge din situația inițială în cea finală. Conform metodei lui Feynman, fiecare traiectorie virtuală are atașată o undă pilot $\psi(x,t)$, ce poate fi considerată plană pe porțiuni mici, pentru că mișcarea este *rectilinie și uniformă* pe porțiuni reduse:

$$\psi(x,t) = Ae^{i\phi(x,t)} = A\exp\left[2\pi i\left(\frac{x}{\lambda}-\frac{t}{T}\right)\right]$$

Valorile lui ψ sunt numere complexe. Aici A reprezintă *amplitudinea* undei, ϕ faza ei, λ este *lungimea de undă*, iar T este *perioada* undei. Ultimele două mărimi scot în evidență evoluția spațială și temporală a fazei.

Lungimea de undă și perioada $T = 1/f$ a oscilației (f este frecvența sa) sunt date de relațiile fizicianului *de Broglie*:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{h}{E}; \qquad \lambda = \frac{h}{p};$$

Aici E este energia totală la momentul respectiv, și p impulsul particulei. Feynman consideră că pe *fiecare* traiectorie virtuală amplitudinea A este constantă, *aceeași* pentru toate traiectoriile. Pe porțiuni infinitezimale de drum *diferența de fază* $d\phi$ se poate scrie succesiv:

$$d\phi = 2\pi\left(\frac{dx}{\lambda}-\frac{dt}{T}\right)=2\pi\left(\frac{p}{h}dx-\frac{E}{h}dt\right)=\frac{dt}{\hbar}(pv-E)=$$
$$=\frac{dt}{\hbar}\left[mvv-\left(\frac{mv^2}{2}+E_p\right)\right]=\frac{dt}{\hbar}(E_c-E_p)=\frac{dt}{\hbar}L$$

Mai sus am folosit pe rând câțiva pași. Astfel, am scris distanța parcursă $dx = vdt$ în timpul dt ca fiind dată de viteza particulei v pe acea traiectorie virtuală la momentul respectiv. Apoi am mai folosit și faptul că energia totală E în acel moment se scrie ca o sumă dintre energia cinetică $E_c = mv^2/2$ și cea potențială E_p.

Să remarcăm că energia totală E *nu* mai este constantă pe traiectoriile virtuale. Ea este dată efectiv de felul în care am desenat noi traiectoria virtuală în acel punct: cât este energia potențială E_p în acel punct și cu ce viteză v am lăsat să treacă particula pe acolo. În final, obținem L, care este *lagrangeanul* particulei în acel punct (*diferența* dintre energia cinetică și cea potențială, introdus în secțiunea 124).

De la începutul traiectoriei până la sfârșitul ei amplitudinea undei A se consideră constantă. Pe de altă

parte, faza $\Delta\phi$ *acumulată* pe toată traiectoria *virtuală* se obține integrând diferența de fază $d\phi$ pe porțiuni mici:

$$\Delta\phi = \int d\phi = \int_{t_i}^{t_f} \frac{E_c - E_p}{\hbar} dt = \int_{t_i}^{t_f} \frac{L}{\hbar} dt = \frac{S_{\text{traiectorie}}}{\hbar}$$

Aici S nu este altceva decât acțiunea clasică pe traiectoria *virtuală* considerată (vezi secțiunea 124).

Metoda lui Feynman ne spune să calculăm probabilitatea tranziției de la un punct la altul lăsând să interfereze undele de pe *toate* traiectoriile virtuale imaginabile. Atunci trebuie să ne imaginăm toate modalitățile prin care particula poate ajunge din punctul inițial x_i la momentul t_i în punctul x_f la momentul final t_f, modalități pe care le indexăm cu numărul n (vezi figura 13.3). Pentru fiecare dintre acestea valoarea undei de Broglie în punctul final va fi dată de $Ae^{i\Delta\phi_n} = Ae^{iS_n/\hbar}$, unde $\Delta\phi_n$ este faza acumulată pe traiectoria virtuală n.

Trebuie apoi să adunăm *toate* aceste numere complexe (în termeni preciși, să *integrăm*) pentru a afla care este valoarea undei de probabilitate în evenimentul final f:

$$\sum_n Ae^{\Delta\phi_n} = Ae^{\Delta\phi_1} + Ae^{\Delta\phi_2} + Ae^{\Delta\phi_3} + \ldots = A_{total}e^{\Delta\phi_{total}}$$

Numărul complex obținut $A_{total}e^{\Delta\phi_{total}}$ este *amplitudinea de probabilitate* a tranziției din evenimentul (x_i,t_i) în punctul (x_f,t_f). Indexând cu n toate traiectoriile imaginabile, avem:

$$A_{total}e^{\Delta\phi_{total}} = A\sum_n e^{\frac{iS_n}{\hbar}}$$

Rezultatul de mai sus este echivalent cu cel care se obține din mecanica cuantică, folosind ecuația lui Schrödinger.

El a fost scris simplificat ca o sumă, deși, riguros ar fi trebuit scris ca o *integrală*, pentru că spațiul este continuu. Acest lucru este detaliat în anexa matematică din secțiunea 214. Acolo am notat cu $\left(i \xrightarrow{t} f\right)$ amplitudinea de probabilitate a tranziției din starea i în starea f, după timpul t.

Faptul că faza acumulată a particulei pe o traiectorie virtuală este proporțională cu acțiunea S pe acea traiectorie este un rezultat remarcabil. El ne readuce în atenție principiul acțiunii minime din mecanica clasică, discutat în capitolul 11.

Astfel, în secțiunea 124 am definit lagrangeanul L pentru o particulă clasică, care era *diferența* (nu suma!) dintre energia sa cinetică și cea potențială. Puteam aduna (integra) valoarea lagrangeanului pe orice traiectorie, virtuală sau reală, obținând *acțiunea* S pe acea traiectorie. Aveam apoi *principiul acțiunii minime* care ne spunea că, magic, acțiunea S este minimă pentru traiectoria reală a particulei clasice, față de toate celelalte traiectorii virtuale care se pot imagina între un eveniment inițial și final.

De exemplu, ne interesează pe ce traiectorie clasică (într-un spatiu unidimensional) ar merge o particulă aruncată liber în punctul inițial x_i la momentul t_i pentru a ajunge în punctul x_f la momentul final t_f (vezi figura 11.8 și figura 13.3). În mod normal, putem arunca particula cu mai multe viteze inițiale, în așa fel încât ea să ajungă în punctul final. Cu toate acestea, există numai o singură viteză inițială pentru care particula ajunge acolo la momentul dorit t_f. Pentru celelalte viteze, particula ajunge în punctul x_f fie prea devreme, fie prea târziu.

În final, există o singură traiectorie reală pe care particula o parcurge între evenimentul inițial (x_i,t_i) și cel final (x_f,t_f) fiind lăsată liberă între timp (și în fond „aruncată" la început). Principiul acțiunii minime ne spune că această traiectorie reală are acțiunea S minimă față de toate celelalte traiectorii virtuale care se pot imagina între cele două evenimente inițiale și finale.

Propunerea lui Feynman se potrivește ca o mănușă pe acest principiu al acțiunii minime din mecanica clasică, și iată cum. În metoda lui Feynman, pentru a calcula tranziția particulei de la un punct la altul, trebuie să interferăm undele pilot (de Broglie) atașate particulei pentru toate traiectoriile virtuale (imaginabile). Pe fiecare dintre acestea amplitudinea este aceeași (ele sunt la fel de importante), iar faza este proporțională cu acțiunea clasică S acumulată pe traiectorie, așa cum am menționat înainte (vezi figura 13.3).

Vedem astfel că sunt o infinitate de traiectorii virtuale (imaginabile) posibile ce conduc la același eveniment final, și fiecare contribuie cu faza ei. În mod normal nu ne-am aștepta să existe o relație între faze, cu alte cuvinte fazele ar trebui să fie aleatoare, iar suma să fie *incoerentă*. Ca atare, contribuția tuturor acestor faze ar trebui să se anuleze. În acest fel, probabilitatea ar trebui să fie nulă pentru ca particula să aibă o tranziție de la evenimentul inițial (x_i,t_i) la cel final (x_f,t_f), pentru că interferența undelor de probabilitate a fost distructivă.

Cu toate acestea, există o traiectorie specială, și anume traiectoria reală pe care particula se și mișcă clasic între poziția inițială și cea finală (vezi figura 13.4). Pentru ea, acțiunea clasică S este minimă, în raport cu toate traiectoriile care au același început și sfârșit, deoarece așa ne spune principiul acțiunii minime în mecanica clasică. Iar după cum știm din matematică, valorile din vecinătatea unui minim sunt *aproximativ egale.*

Vedem atunci că toate traiectoriile care sunt apropiate de traiectoria clasică vor avea aproximativ aceeași acțiune S, deci aproximativ *aceeași fază* $\Delta\phi = S/\hbar$ acumulată pentru unda de probabilitate (vezi figura 13.4). Dacă adunăm atunci undele atașate fiecărei traiectorii, ele vor interfera *constructiv* (în fază), iar rezultatul va fi o amplitudine foarte mare.

Observăm că traiectoriile care contribuie semnificativ la probabilitatea tranziției de la un loc la altul sunt apropiate de cele clasice. Toate celelalte traiectorii, care deviază de la traiectoria clasică, vor avea mai mult sau mai puțin faze aleatoare care, adunate, vor interfera aleatoriu și vor da o probabilitate foarte mică. Dacă ne întrebăm pe ce cale a ajuns particula de la de la evenimentul inițial (x_i,t_i) la cel final (x_f,t_f), vom ajunge la concluzia că acele căi care sunt apropiate de traiectoria clasică au contribuția cea mai mare. Iată una dintre cheile succesului metodei lui Feynman. Ea explică natural comportarea clasică a particulelor.

Să remarcăm acum un mic detaliu tehnic când comparăm cazul clasic cu cel cuantic în figura 13.3. În cazul clasic, particula este „aruncată" pentru a ajunge în evenimentul final, pe când în cazul cuantic acest lucru nu mai e valabil. În cazul în care spațiul este discret, ne putem imagina că pornim cu o particulă localizată în evenimentul inițial și ne întrebăm care este probabilitatea de a o găsi în evenimentul final. Particula nu mai este „aruncată" la început. În cazul spatiului continuu, ceea ce obținem folosind metoda lui Feynman este o *amplitudine de probabilitate* a tranziției dintr-un eveniment în altul. Amplitudinea de probabilitate este folosită apoi pentru a calcula evoluția particulei, deoarece evoluția depinde și de forma inițială a undei de probabilitate, care nu este specificată.

Acum este un moment propice pentru a enumera etapele esențiale ale *metodei lui Feynman*, în cazul în care vrem să calculăm amplitudindea probabilității de tranziție ca o particulă cuantică să ajungă dintr-un loc în altul. Să exemplificăm procedura pentru o particulă într-un spațiu unidimensional:

Metoda lui Feynman pentru o particulă:

1. În prima fază inventariem toate traiectoriile imaginabile (virtuale și reale) între evenimentul inițial (x_i, t_i) și cel final (x_f, t_f), ca și modurile în care ele pot fi parcurse (vezi figura 13.3).
2. Pentru fiecare traiectorie virtuală și modul său de parcurgere atașăm o undă pilot particulei. Amplitudinea undei este aceeași pentru toate traiectoriile.
3. Diferența de fază $\Delta\phi$ acumulată de undă pe o traiectorie reală sau virtuală va fi proporțională cu acțiunea clasică S pe acea traiectorie: $\Delta\phi = S/\hbar$.
4. Amplitudinea de probabilitate ca o particulă cuantică să ajungă din punctul inițial în cel final se calculează adunând coerent (ținând cont de fază) undele pilot pentru toate traiectoriile posibile. Dacă interferența este constructivă, atunci această amplitudine de probabilitate este ridicată.
5. Amplitudine de probabilitate finală poate fi apoi folosită la calculul evoluției particulei, știind în plus forma inițială a undei sale de probabilitate.

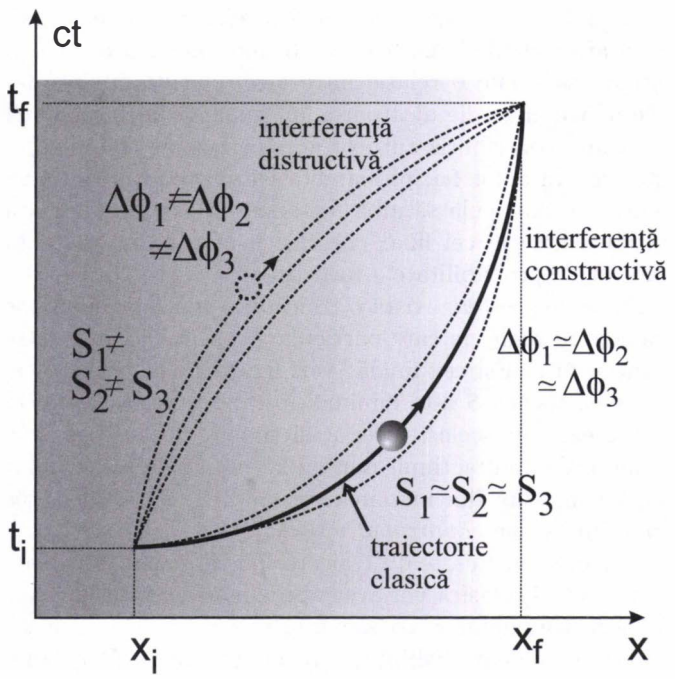

Figura 13.4: *În figură sunt prezentate în spațiu-timp șase traiectorii prin care o particulă poate circula de la evenimentul inițial (x_i, t_i) la cel final (x_f, t_f), într-un câmp de energie potențială (desenat cu gri). Două traiectorii sunt apropiate de traiectoria clasică (dreapta), cea pe care particula ar circula liber între evenimente, dacă ar fi aruncată cu viteza potrivită pentru a a ajunge în punctul final x_f la momentul dorit t_f. Pentru aceste traiectorii acțiunea clasică S este apropiată de cea clasică (care este minimă), și ca atare ea nu variază prea mult. Undele pilot atașate acestor traiectorii vor fi în fază, iar interferența va fi constructivă. Cele trei traiectorii din stânga sunt mai îndepărtate de traiectoria clasică, iar faza variază mult mai rapid, conducând la o interferență disctructivă pentru undele pilot.*

Să observăm că, calculând diferența de fază acumulată de unda pilot pe o traiectorie virtuală, nu trebuie să folosim decât minimal mecanica cuantică, ne putem baza pe mecanica clasică! Tot ce avem de făcut este să calculăm lagrangeanul L în fiecare punct al traiectoriei virtuale (diferența dintre energia cinetică și cea potențială), apoi să însumăm valorile lui de-a lungul întregii evoluții, obținând acțiunea S clasică. Aceasta este proporțională cu *faza* acumulată de unda de probabilitate $\Delta\phi$.

Este desigur remarcabil că procedeul de mai sus este *echivalent* formulării standard a mecanicii cuantice. Cu alte cuvinte, nu este neapărat nevoie de ecuația lui Schrödinger pentru a estima probabilitatea de tranziție pentru ca particula cuantică să ajungă dintr-o poziție într-alta. În schimb, putem face toate aceste estimări doar inventariind toate traiectoriile (reală și virtuale), calculând acțiunile clasice pe aceste traiectorii, apoi fazele undelor pilot asociate pentru fiecare traiectorie și lăsând undele pilot să interfereze.

Metoda aceasta a fost la început extrem de surprinzătoare pentru corifeii mecanicii cuantice, și nu este de mirare. Pentru ei, traiectoriile clasice au fost *eliminate* odată cu introducerea undei de probabilitate. O particulă nu se deplasează continuu dintr-un loc în altul, singura care evoluează continuu (în absența măsurătorii) este unda de probabilitate, au spus ei. Și vine acum Feynman (la sugestia lui Dirac, de fapt) și se întoarce la noțiunea de traiectorie clasică, cu o propunere extrem de surprinzătoare: particula merge *în același timp* pe toate traiectoriile virtuale (imaginabile). Interferența între undele pilot, asociate

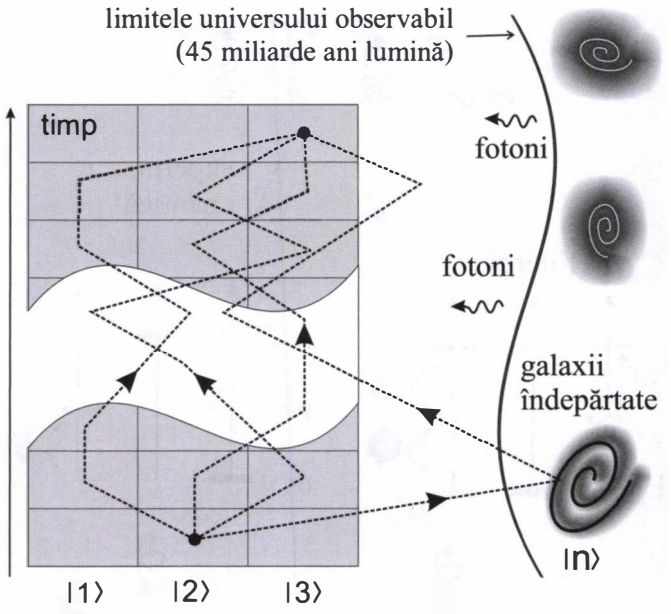

Figura 13.5: *Pe axa verticală sunt schițate momente succesive de timp ale unei particule iar pe cea orizontală poziții spațiale diferite ale ei, $|1\rangle$, $|2\rangle$, ..., $|n\rangle$. Figura explicitează amplitudinea de tranziție a unei particule din poziția $|2\rangle$ în poziția $|3\rangle$, la un moment ulterior. Aceasta se face luând în cosiderare toate traiectoriile virtuale prin care particula poate circula între starea inițială și cea finală. În figură sunt schițate doar patru traiectorii. Una dintre ele presupune ca particula să circule înainte și înapoi până dincolo de limitele universului observabil, acolo de unde nici măcar fotonii emiși imediat după Big Bang nu au avut timp sa ajungă până la noi. Fenomenul, aparent paradoxal, este permis deoarece particula cuantică se poate găsi, la un moment imediat ulterior, oriunde în spațiu, chiar și la miliarde de ani-lumină. Figura de mai sus se poate compara cu figura 23.5 din anexă.*

acestor traiectorii, este apoi cea care ne dă probabilitatea ca particula să ajungă dintr-un loc în altul.

Fizicienii au acceptat însă destul de repede propunerea lui Feynamn, odată ce au înțeles că ea nu este decât o reformulare a mecanicii cuantice. Anexa din capitolul 23 prezintă, pentru cei interesați, bazele matematice ale acestui rezultat remarcabil. Astfel, în secțiunea 214 din anexă este prezentat cazul simplu al unei particule cu doar trei poziții spațiale. Figura cheie este 23.5, acolo unde este arătat cum se calculează amplitudinea probabilității de tranziție de la o poziție la alta.

Pentru a calcula această probabilitate, trebuie să se considere toate traiectoriile imaginabile prin care particula poate ajunge din poziția inițială în cea finală, la timpul dorit. Fiecare dintre traiectorii se va apoi sparge în bucăți și este calculată pe componente. În secțiunea 215 este prezentată mai departe amplitudinea de tranziție a unei particule de la o poziție la alta, în cazul unui spațiu *continuu*. Calculul conduce exact la aceeași formulă ca și cea din căsuța matematică prezentă în această secțiune (vezi figura 23.6).

La povestea de mai sus se ridică următoarea întrebare: Chiar *toate* traiectoriile virtuale trebuie luate în considerare pentru calculul probabilităților? Chiar și traiectoriile pentru care particula fără spin s-ar deplasa cu o viteză mai mare decât viteza luminii? Chiar și traiectoriile în care ea dă o mie de ture de stadion la București și apoi pleacă spre destinație? Și chiar merge particula prin toate locurile din univers înainte de a atinge ținta finală?

Oricât ar părea de ciudat, răspunsul la întrebări este în principiu *afirmativ*. Toate traiectoriile virtuale trebuie luate în considerare, chiar și cele care par că încalcă legile relativității, deoarece conduc la o viteză aparentă mai mare decât viteza luminii.

Rezultatul se găsește adânc implantat în mecanica cuantică. Astfel, o particulă se găsește *în același timp* în toate stările sale clasice, aceasta este esența mecanicii cuantice. La un moment următor, ea poate fi găsită în *oricare* dintre pozițiile ei spatiale, chiar și în acelea care se află dincolo de marginile universului observabil de 45 de miliarde de ani-lumină! Tranzițiile succesive din figura 13.5 pot avea atunci loc între puncte oricât de îndepărtate, într-un moment oricât de scurt, deci traiectoriile virtuale sunt *toate* cele care se pot imagina, chiar dacă viteza particulei pe ele depășește viteza luminii.

Cu toate acestea, trebuie să spunem că deocamdată puțini fizicieni experimentatori se îngrijorează. Aceasta în primul rând deoarece contribuția traiectoriilor exotice este minimă. Dintre toate traiectoriile, cea mai mare contribuție o au traiectoriile *apropiate* de traiectoria clasică. Practic, este de ajuns să folosim numai un grup restrâns de traiectorii virtuale, apropiate de traiectoria clasică și oricum nu foarte exotice, pentru a obține un rezultat în limita erorilor experimentale.

„Distanță" față de traiectoriile clasice pe care trebuie s-o considerăm o putem estima din relația $\Delta\phi = \Delta S/\hbar \approx 2\pi$, obținând valori de ordinul $\Delta S \sim 2\pi\hbar = h$, care sunt foarte mici, deoarece constanta lui Planck $h = 6,62 \cdot 10^{-34} Js$ are valori infime. De exemplu, acțiunea S acumulată de un corp de un kilogram în cădere liberă timp de o secundă este de ordinul a câțiva Js, adică de 10^{34} ori mai mare decât constanta lui Planck! Asfel, numai traiectoriile virtuale infinitezimal apropiate de traiectoria clasică vor avea importanță în rezultatul final.

138. Metoda lui Feynman în teoria cuantică a câmpurilor

În secțiunea 129 am menționat esența procesului de cuantificare în cazul general: o stare cuantică oarecare este o *superpoziție cuantică* a stărilor clasice posibile (înțelegând prin aceasta că sistemul cuantic se află în același timp în toate stările sale clasice posibile). Fiecare stare clasică primește câte un număr complex, iar setul de numere complexe formează unda de probabilitate a sistemului.

În capitolul 12 am aplicat această metodă teoriilor cuantice de câmp. Aici am modelat mai întâi un câmp clasic sub forma unei saltele. Apoi am ales drept stări „clasice" acele stări în care energia fiecărui resort este bine definită, în lipsa cuplajului dintre resorturi. Starea cuantică

generală a saltelei va fi o superpoziție a tuturor acestor stări. După cuantificare, resorturile găzduiesc pachete de energie discretă, iar un astfel de pachet a fost asociat unei *particule* atașate câmpului.

Rezultatul se păstrează chiar și după activarea cuplajului între resorturi vecine. Starea cuantică generală a saltelei *rămâne* o superpoziție cuantică a stărilor de particule localizate de mai sus. Acum însă pachetele de energie (particulele câmpului) se vor și deplasa de la un resort la altul. Teoria câmpului, odată cuantificată, a devenit o teorie a particulelor (vezi figura 13.6).

În secțiunea 134 am detaliat metoda de mai sus în cazul câmpurilor complexe, acelea care produc, în urma cuantificării, antiparticule. Am adus astfel „la viață" particule ca electroni sau pozitroni. Am folosit reprezentarea impulsului, în care particulele au energie și impuls bine definite. În acest caz, au fost cuantificate undele plane ale *câmpului Dirac*, ce pot fi privite ca moduri de oscilație de frecvență constantă, pozitivă sau „negativă". Pachetele discrete de energie asociate primelor oscilații au fost electronii, iar cele asociate oscilațiilor de frecvență „negativă" au fost pozitronii.

Din discuția de mai sus putem cădea ușor în iluzia că teoria cuantică a câmpurilor este o teorie a pachetelor de energie schimbate între diversele arcuri ale „saltelei" formată de câmpurile din univers. Tot ce avem de făcut este să înlocuim noțiunea de particulă cu cea de pachet de energie. Atunci aceste pachete de energie se deplasează sau se schimbă între câmpuri, așa cum particulele se deplasează sau se anihilează unele pe altele.

O astfel de imagine este o aproximare a situației reale, pe care o putem face într-un caz sau altul. Realitatea este însă mai complexă și este bine să prezentăm de la început lucrurile în perspectiva lor reală. Căci, așa cum am discutat în secțiunea 135, toate aceste procese de transfer de energie sunt de fapt *interpretări* ale unor procese mai profunde, cele în care salteaua suferă *tranziții cuantice* între două stări ale ei.

Astfel, teoria cuantică a câmpurilor moștenește o caracteristică fundamentală a mecanicii cuantice, faptul că un sistem cuantic se poate găsi la un moment ulterior în *oricare* dintre stările sale cuantice. Lucrul acesta îl recunoaștem în unda de probabilitate a unui electron, care este o functie de poziția sa în spațiu. Acolo unde această funcție ia valori mari este mai probabil să găsim electronul însă, în esență, el poate fi găsit peste tot, în orice punct din spațiu!

Tot la fel, și în cazul saltelei, ea poate suferi tranziții cuantice între o stare inițială și oricare alta finală. Dacă avem o situație în care salteaua are înmagazintă energie într-un singur arc, peste un timp putem găsi salteaua în situația în care un alt arc al său are energie înmagazinată în el. Noi vom *interpreta* rezultatul ca pe un transfer de energie, însă el este la origine doar un proces de tranziție între două stări cuantice. Cum aceste pachete de energie reprezintă particulele câmpului, procesul poate fi interpretat și ca unul de propagare a particulelor.

Aplicând aceste rezultate modelului saltelei, vom obține concluzii surprinzătoare. Astfel, dacă o stare inițială este situația în care salteaua nu are nici un fel de energie înmagazinată în arcurile sale (vid cuantic), la un moment următor ea poate fi găsită în situația în care trei dintre

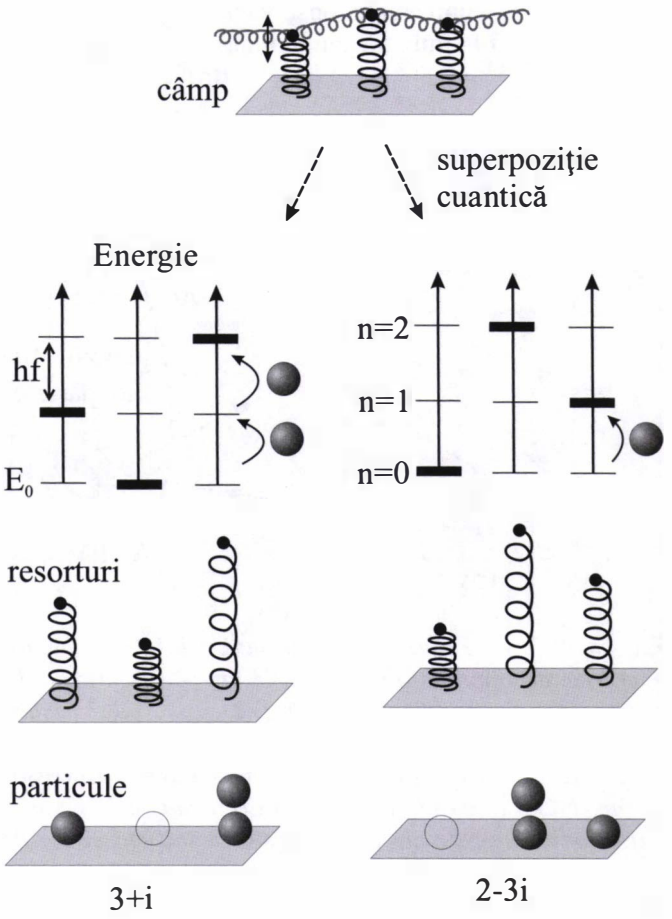

Figura 13.6: *În figură rezumăm modul în care putem ajunge de la o teorie a câmpurilor la o teorie a particulelor (vezi capitolul 12). Sus avem o saltea cu resorturi ce modelează un câmp clasic nerelativist. Starea generală a saltelei este o superpoziție cuantică a tuturor stărilor în care energia unui resort conține pachete discrete de energie, iar un astfel de pachet este asociat unei particule (desenată ca o bilă gri). Fiecare stare primește câte un număr complex, iar setul acestor numere complexe descrie complet starea cuantică a câmpului. Setul aceasta este în același timp și o undă de probabilitate multiparticulă pentru particulele generate de câmp.*

„arcuri" se află pe niveluri excitate. De unde a apărut această energie? Așa cum am menționat deja, soluția este să acceptăm faptul că, în mecanica cuantică, aceste procese de tranziție nu conservă întotdeauna energia.

Problema cu adevărat fundamentală este însă următoarea. Dacă la un moment ulterior vom găsi „salteaua" în oricare dintre stările ei cuantice, cum putem prezice probabilitățile de a fi găsită acolo? La electron aveam ecuația lui Schrödinger, care ne spune cum evoluează unda de probabilitate a electronului, însă ce ne facem în cazul câmpurilor cuantice care interacționează unul cu altul?

Pentru a răspunde la această întrebare, vom folosi metoda dezvoltată în secțiunea 137 pentru o particulă fără spin, metodă pe care o vom extinde în teoria cuantică a particulelor. Astfel, în secțiunea 137 am văzut că, pentru a avea o tranziție dintr-o stare inițială într-una finală, o particulă parcurge *în același timp* toate traiectoriile care pot fi imaginate între cele două stări. Pe fiecare dintre

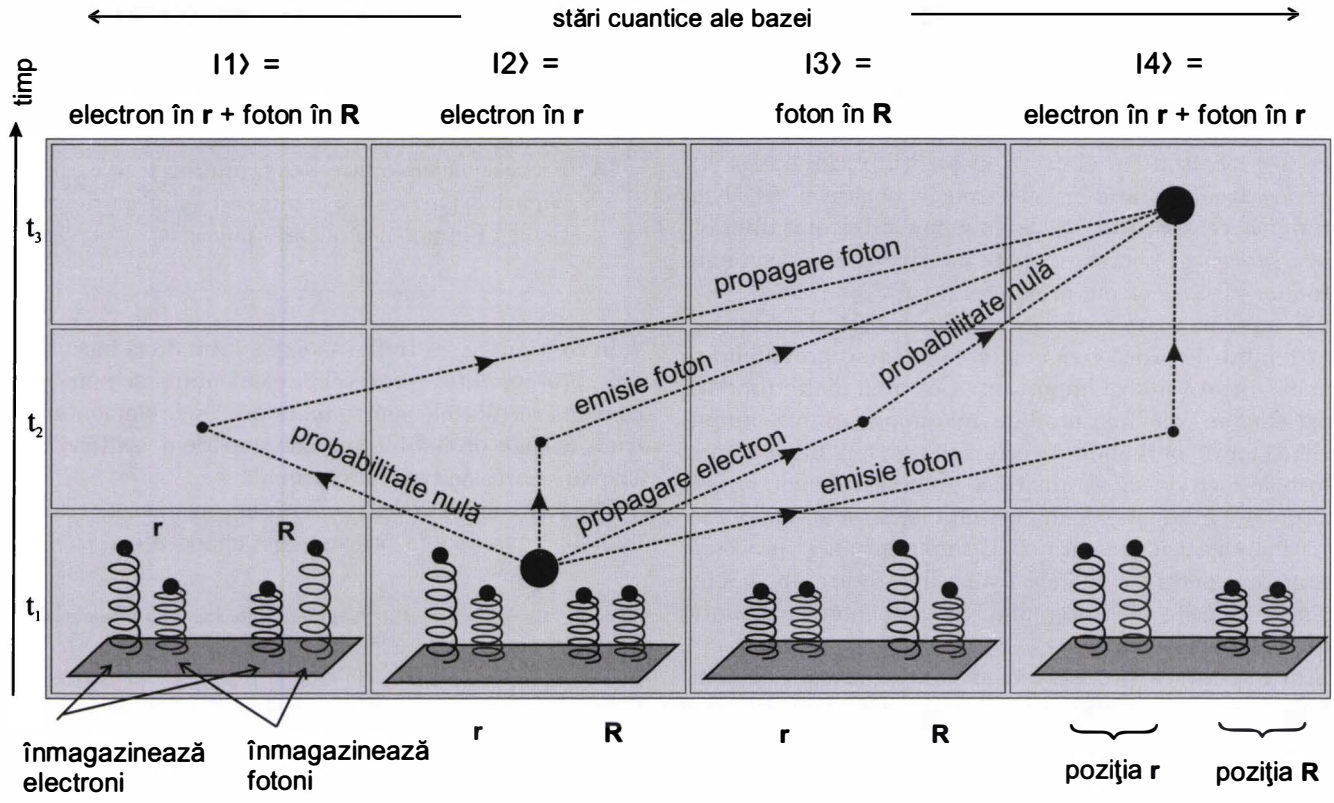

Figura 13.7: *Metoda lui Feynman, văzută în teoria cuantica a câmpului, într-o schiță ce îmbunătățește figura 12.23 cu schema din figura 13.5. Aici avem un univers cu două poziții spațiale* **r** *și* **R**, *în fiecare poziție aflându-se două resorturi. Un resort (corespunzător câmpului Dirac) înmagazinează electroni, iar celălalt (corespunzător câmpului electromagnetic) înmagazinează fotoni. În figură sunt reprezentate doar patru stări cuantice* $|n\rangle$ *ale acestui univers, în care energiile resorturilor sunt bine definite. Starea* $|1\rangle$ *conține un electron în poziția* **r** *și un foton în poziția* **R**, *iar starea* $|2\rangle$ *conține doar un electron în* **r**. *Starea* $|3\rangle$ *poate fi interpretată ca având doar un foton localizat în* **R**, *iar starea* $|4\rangle$ *ca având localizate un electron și un foton în poziția* **r**. *O stare generală este o superpozitie cuantică a acestor stări, la orice moment de timp. Tranziția sistemului din starea* $|2\rangle$ *în starea* $|4\rangle$ *se obține luând în calcul toate evoluțiile virtuale imaginabile între cele două stări (vezi figura 13.5 și discuția capitolului 213 din anexă), deși în figură sunt prezentate doar patru astfel de evoluții virtuale. În termeni simplificați vom spune că toate cele patru evoluții au loc* în același timp. *Fiecare evoluție virtuală se descompune mai departe în procese elementare care au loc în* intervale scurte de timp. *În figură sunt reprezentate doar două procese elementare pentru fiecare din cele patru evoluții virtuale. Procesele elementare sunt identificate drept propagare de particule și emisii sau absorbții de fotoni în aceeași poziție. Toate celelalte procese elementare din figură au o probabilitate nulă în electrodinamica cuantică.*

acestea particula are o undă pilot atașată, iar probabilitatea tranziției se calculează folosind interferența undelor pilot atașate.

Dacă „așezăm" salteaua noastră într-o stare inițială, ne așteptăm ca și ea să parcurgă în același timp (*virtual*) toate evoluțiile posibile pentru a ajunge într-o stare finală. Dacă fiecărei astfel de evoluții îi atribuim o „undă pilot", atunci putem afla amplitudinea de probabilitate a tranziției sistemului din starea inițială în starea finală prin procesul de interferență a acestor „unde pilot".

Să combinăm de aceea metoda drumurilor virtuale a lui Feynman cu teoria cuantică a câmpurilor, pentru a vedea mai precis ce se întâmplă. Vom face acest lucru destul de direct, prin combinarea figurilor 12.23 și 13.5. Astfel, în locul stărilor cuantice ale particulei din figura 13.5 punem stările cuantice ale „saltelei" cuantice ce reprezintă câmpurile, în reprezentarea poziției (vezi figura 12.23). Vom obține atunci figura 13.7.

Să privim puțin figura 13.7. Ce am obținut? Un ansamblu de evoluții prin care sistemul cuantic poate avea o tranziție de la stare a inițială (starea $|2\rangle$ în figură) într-o altă stare finală (starea $|4\rangle$ în figură). În figură sunt prezentate doar patru astfel de evoluții virtuale. Secțiunea 137 ne sugerează că fiecare dintre aceste evoluții va primi o „undă pilot" asociată, și că ele vor interfera în starea finală. Rezultatul ne va da probabilitatea ca sistemul să se afle acolo, deci probabilitatea tranziției din starea inițială în cea finală.

Într-o primă instanță, vedem că o singură evoluție se poate descompune în procese *elementare*. În figura 13.7 sunt schițate doar două astfel de procese elementare pentru fiecare evoluție virtuală din cele patru. Ele reprezintă în esență tranziții ale saltelei între două momente *foarte apropiate* de timp și au proprietatea că pot fi *interpretate* ca procese ce implică pachetele de energie discretă ale resorturilor, deci particulele câmpurilor.

De exemplu, procesul virtual din stânga figurii 13.7 este compus din două procese *elementare*: un proces elementar de la starea $|2\rangle$ la starea $|1\rangle$, apoi un alt proces elementar de la starea $|1\rangle$ și $|4\rangle$. Primul proces elementar are o probabilitate nulă în electrodinamica cuantică, iar al doilea

proces poate fi interpretat ca propagarea unui foton din poziția **R** în poziția **r**.

Un alt proces elementar din figura 13.7 este cel prin care „salteaua" cuantică are o tranziție între starea $|2\rangle$, care are localizat un electron în poziția **r**, în starea $|4\rangle$, care are localizat atât un electron în poziția **r** cât și un foton în aceeași poziție $|r\rangle$, la un moment imediat ulterior. Acest proces elementar se poate interpreta ca emisia unui foton de către electron, în aceeași poziție spațială.

De fapt, în toate teoriile de câmp, există doar un număr limitat de procese *elementare* care au o probabilitate nenulă și joacă un rol important. Cele mai multe procese, chiar dacă în principiu posibile, nu au loc deoarece amplitudinea lor de probabilitate este nulă. Scopul lui Feynman a fost, în metoda sa, să identifice procesele elementare, să le ordoneze în funcție de importanța lor și să detalieze metoda matematică precisă prin care putem folosi procesele elementare pentru a calcula tranziții oarecare, între stări cuantice diferite ale sistemului, la momente separate de intervale mari de timp.

Am insistat că procesele elementare din care se compune o singură evoluție virtuală sunt acele tranziții care au loc între intervale *scurte* de timp. Alegerea are un motiv practic: deoarece timpul scurs este scurt, fizicienii pot *calcula* apoi mai simplu probabilitatea de tranziție, prin aproximații. Apoi, folosind probabilitățile calculate pentru procesele elementare, ei pot calcula contribuția unei singure evoluții virtuale la probabilitatea finală de tranziție între starea inițială și cea finală, chiar dacă diferențele de timp între cele două stări sunt mari.

În general, în toate teoriile cuantice, există doar două tipuri de procese elementare care sunt nenule: procese prin care particulele se *propagă* de la un loc la altul și procese prin care particule noi sunt create sau anihilate (incluzând emisia și absorbția de particule). Pentru fiecare dintre acestea trebuie să descoperim separat cum contribuie ele la rezultatul final. Cum însă procesele elementare au loc într-un timp scurt, calculul este mai ușor.

De exemplu, în cazul propagării particulelor vom recunoaște elemente din secțiunea 137, pentru că trebuie să recuperăm comportarea unei particule, atunci când aceasta se deplasează singură prin univers. Or, pentru evoluții scurte, deplasarea particulei va fi descrisă de o undă pilot plană. Să recapitulăm acum concluziile acestei secțiuni:

Metoda lui Feynman pentru câmpuri

Pentru a calcula probabilitatea de tranziție a unui câmp cuantic de la o stare la alta (în termeni tehnici ea este o *amplitudine de probabilitate*), avem următorii pași:

1. **Construim toate evoluțiile posibile ale câmpului între starea inițială și cea finală. O astfel de evoluție se va numi virtuală.**
2. **Toate aceste evoluții virtuale contribuie la probabilitatea tranziției finale. În termeni simplificați, spunem că sistemul urmează în același timp toate aceste evoluții.**
3. **Descompunem fiecare evoluție virtuală în parte în procese elementare care au loc între două momente scurte de timp.**
4. **Procesele elementare pot fi interpretate ca propagări de particule și creare sau anihilare de particule. Ele pot fi modelate mai ușor.**

În continuare, va trebui să explicităm două lucruri: care este *probabilitatea* proceselor elementare și cum putem *combina* rezultatele pentru toate procesele elementare pentru a calcula probabilitatea de tranziție a „saltelei" cuantice din starea inițială în cea finală.

Până atunci, să vedem cum putem recunoaște tranzițiile „saltelei" cuantice în procese deja cunoscute.

139. De la câmpuri înapoi la particule

Procedura lui Feynman aplicată teoriei cuantice a câmpurilor are un avantaj major; ea permite *interpretarea* proceselor de tranziție ale câmpurilor cuantice în termeni de particule, care sunt pachetele discrete de energie ale câmpurilor. Pentru noi, procedura ridică două provocări: înlocuirea conceptului de câmp clasic cu cel de câmp cuantic, format din particulele sale, și recunoașterea proceselor care au loc între particule ca tranziții ale câmpurilor cuantice din care provin particulele!

De exemplu, până acum eram obișnuiți cu câmpul electromagnetic clasic. În teoria cuantică a câmpurilor, el este un ansamblu al pachetelor sale discrete de energie, fotonii. Ansamblul e neobișnuit, în sensul că nu trebuie să ne imaginăm fotonii ca pe niște pachete de energie frumos împachetate și aflate sigur pe undeva prin spațiu. În cazul general, câmpul electromagnetic este o *superpoziție cuantică* a tuturor stărilor sale care au fotonii (pachete de energie) localizați într-o poziție sau alta, deci un fel de „sumă" a acestor stări. De aceea ansamblul aceasta de fotoni ce reprezintă un câmp electromagnetic se găsește el însuși *în același timp* în mai multe stări (vezi figura 13.6).

Vedem că în cazul cuantic trebuie să revizuim complet modul în care ne imaginăm lumea și să eliminăm orice noțiune de câmp ca o substanță bine definită, cu margini bine conturate, măsurabil peste tot. Trebuie să păstrăm doar noțiunea de particule, care sunt pachetele discrete de energie ale oscilațiilor câmpului. Rămânem cu un univers plin *numai de particule*. De fiecare dată când avem de-a face cu o particulă de acum încolo, trebuie să ne întrebăm care este câmpul din care provine ea, și de fiecare dată când avem de-a face cu un câmp trebuie să ne imaginăm că el este într-o superpoziție cuantică a stărilor sale de energie, deci a particulelor sale. În plus, trebuie să ne aducem aminte că, spre deosebire de cazul clasic, particulele se află în același timp în nenumărate stări cuantice.

Să discutăm pentru început un exemplu cunoscut: cel al antenei emițătoare de unde electromagnetice (vezi figura

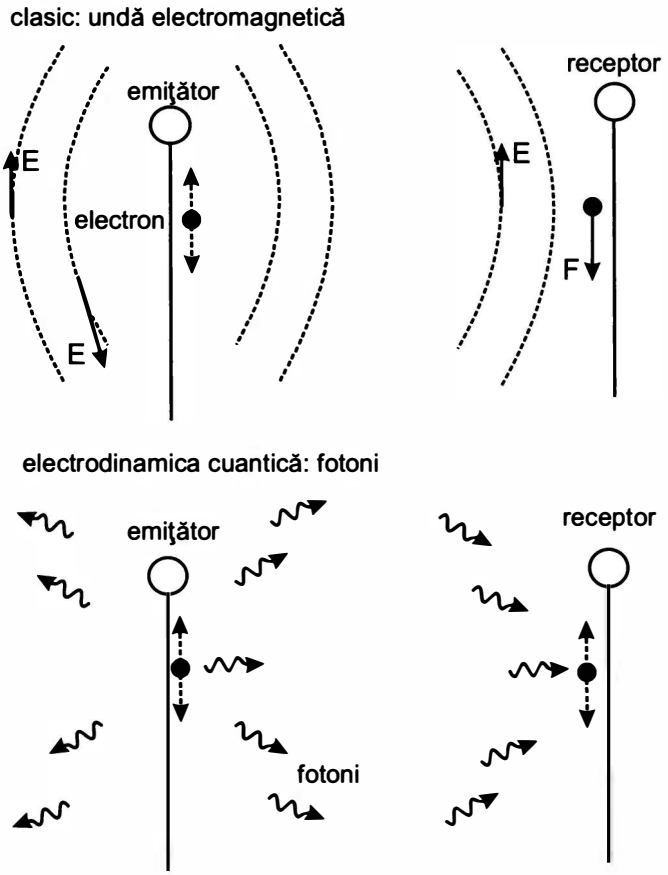

Figura 13.8: *În figură este prezentată o antenă emițătoare de unde electromagnetice (stânga) și una receptoare (dreapta), în interpretarea clasică (sus) și în cea a electrodinamicii cuantice (jos). În interpretarea clasică, electronul care oscilează în interiorul antenei (sursa de curent alternativ) generează câmpuri electrice și magnetice variabile. Aceste câmpuri acționează direct asupra electronilor din antena receptoare. În electrodinamica cuantică, undele electromagnetice sunt doar unde de probabilitate pentru fotoni (pachete discrete de energie ale câmpului electromagnetic) și ele nu mai acționează direct asupra electronilor. În schimb, electronul însuși emite fotoni în mișcarea sa oscilatorie (în antena transmițătoare) sau îi absoarbe (în antena receptoare).*

13.8). Avem aici niște electroni care oscilează în antenă și care emit unde electromagnetice. Cum însă undele electromagnetice trebuie înlocuite cu fotoni (care sunt pachetele sale discrete de energie), putem spune la fel de bine că electronii din antenă *emit* direct fotoni! Or, și mai simplu, că *un electron poate emite un foton.*

Rezultatul este neobișnuit dacă ne-am imaginat electronul ca o bilă clasică. Atunci pare că electronul poartă ascuns înăuntrul lui un foton, căruia mai târziu îi dă drumul, după cum o mamă cangur îi dă drumul puiului ei din marsupiu. Din punctul de vedere al teoriei cuantice a câmpului, paradoxul dispare (vezi figurile 12.24 și 13.7). Aici avem un pachet de energie (electronul) care se sparge, iar o parte din energie (pe care noi o identificăm cu un foton) ajunge la câmpul electromagnetic. Restul de energie îl identificăm cu electronul inițial. Așa cum am menționat, un astfel de proces nu conservă neapărat energia la nivel microscopic și este doar o interpretare a unui alt proces mai profund, cel prin care tot câmpul cuantic al universului suferă o tranziție între două stări cuantice particulare ale sale (vezi figura 13.7).

Procesul de mai sus trebuie să ni-l imaginăm de fiecare dată atunci când spunem că un electron creează un câmp electromagnetic în jurul lui. De fapt, în acest proces, electronii (pachete de energie ale câmpului Dirac) emit fotoni (pachete de energie ale câmpului electromagnetic) din care se formează apoi câmpul electromagnetic.

Privind mai departe figura 13.8, vedem cum o antenă recepteaz unda electromagnetică emisă. Din moment ce câmpul electromagnetic a „dispărut" de pe scenă și am rămas numai cu fotonii, vom spune că electronii din antenă au *absorbit* fotonii ce ajung la ei. În teoria cuantică de câmp, acest proces este cel prin care pachetul de energie al fotonului este absorbit de pachetul de energie al electronului. Din nou însă, la o privire mai atentă, procesul este de fapt unul de *tranziție* între stări cuantice diferite ale saltelei care formează întregul univers (vezi figura 13.7). Energia nu se mai conservă automat nici pentru aceste procese cuantice la nivel microscopic.

Să vedem cum „scăpăm" de câmpul electromagnetic într-o situație mai grea: respingerea dintre doi electroni. În electromagnetismul clasic spunem că un electron creează un câmp electric, care este simțit apoi de cel de-al doilea electron. Datorită forței electrice, cel de-al doilea electron va fi respins de primul (vezi figura 13.9). Acum însă, vrem să „eliminăm" câmpul electromagnetic clasic, pentru că acesta este doar un ansamblu de fotoni. Câmpul electromagnetic nu mai poate fi privit ca purtător al interacțiunii. Ce vom face?

În acest caz nu rămânem decât cu fotonii, pachetele sale discrete de energie care formează „supa cuantică" a câmpului electromagnetic. Am văzut însă, în cazul antenei, că electronii au o șansă să emită și să absoarbă fotoni. Ne vom imagina atunci procese prin care cei doi electroni schimbă pachete de energie între ei, absorbind și emițând fotoni (vezi figura 13.9). Vom detalia asemenea procese în secțiunea 142. În acest fel, electronii vor interacționa din nou între ei, fără să mai fie nevoie de câmpul electromagnetic clasic.

Vedem că, în toate cazurile, procesele cuantice sunt la început *tranziții* între stări cuantice diferite ale „saltelei" ce modelează câmpurile din univers. Într-o imagine simplificată însă, recuperăm din aceste tranziții procese elementare care pot fi înțelese și *interpretate* „clasic", drept deplasări ale pachetelor de energie (particulele câmpului) și emisie și absorbție de particule.

Vedem astfel că am recuperat noțiuni accesibile nouă (deplasări de particule, emisii și absorbții), pornind de la situația mult mai complexă a teoriei cuantice a câmpurilor și a tranzițiilor acestor câmpuri între diverse stări cuantice ale sale. În continuare, ne vom concentra în special pe metoda lui Feynman, care folosește procese inteligibile dintre particule.

Nu vom mai aminti de fiecare dată că ele sunt un rezultat al tranzițiilor câmpurilor între diversele sale stări cuantice, ca în figura 13.7. Rămânem cu particule într-un univers gol și cu procese de interacțiune dintre ele. Pasul următor este să reducem procesele la unele elementare. Două se vor dovedi aceste procese elementare: *propagarea*

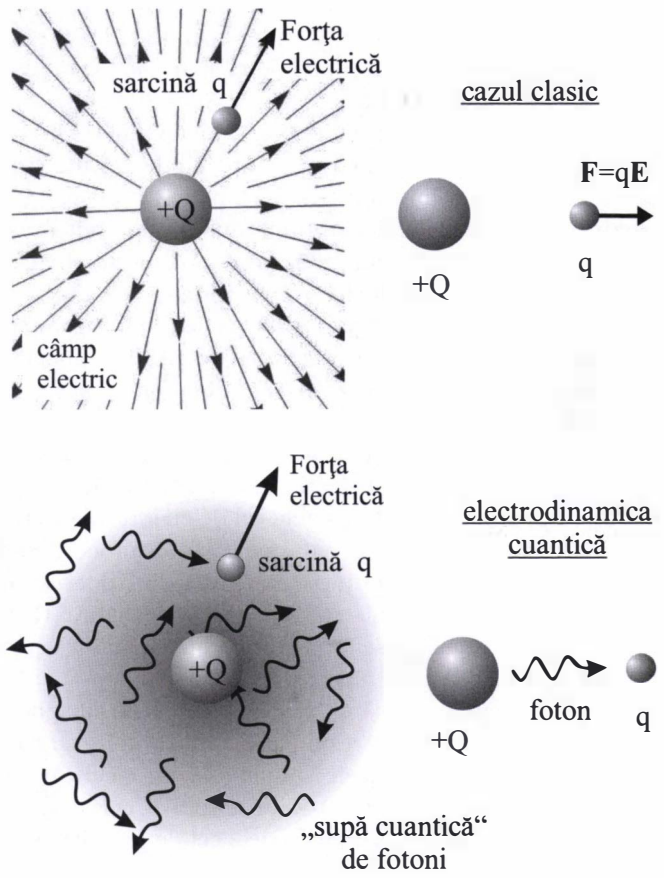

Figura 13.9: *În figura de sus este prezentată interacțiunea electrostatică clasică dintre două sarcini electrice. Astfel, sarcina Q din stânga creează un câmp electric* **E** *care apoi acționează asupra celei de-a doua sarcini electrice q cu o forță electrică* **F**. *În figura de jos este prezentat același proces, în interpretarea lui Feynman. Aici nu mai există câmp electromagnetic, ci doar fotoni (pachete discrete de energie ale câmpului) care sunt încontinuu emiși și absorbiți de prima sarcină electrică Q. Dacă cea de-a doua sarcină q ajunge în acest nor de fotoni creați de prima sarcină, se prea poate ca ea să interacționeze cu fotonii. În urma interacțiunilor acestea, probabilitatea de a găsi sarcina q într-un loc sau altul se schimbă. Noi vom găsi sarcina q în alte locuri și vom interpreta acest rezultat spunând că asupra sarcinii q s-a acționat cu o forță.*

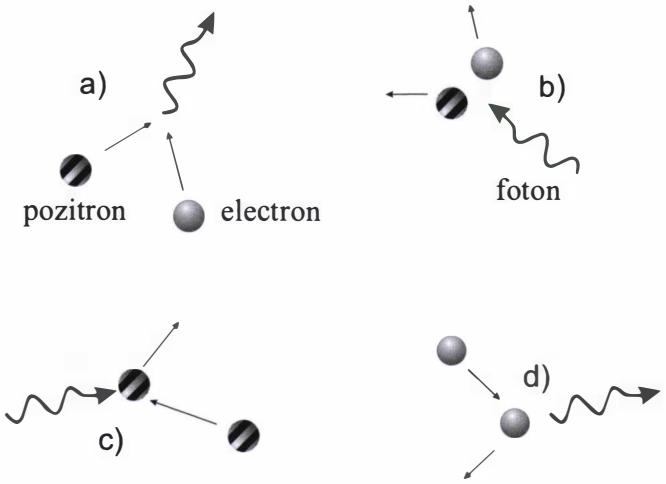

Figura 13.10: *În metoda lui Feynman, universul este plin de particule care interacționează între ele. În figură sunt exemplificate procese de anihilare de perechi electron-pozitron (a), generare de perechi (b), absorbție (c) și emisie de fotoni (d). Toate aceste procese au loc cu anumite probabilități. Procesele vor da în final probabilitatea să găsim particulele într-un loc sau altul. În teoria cuantică a câmpurilor procesele de mai sus descriu schimburi de pachete de energie (vezi figura 12.24).*

particulelor de la o poziție și *emisia/absorbția* de particule. Pe ele le vom discuta în sectiunile următoare.

În finalul secțiunii, să facem o observație asupra fotonilor. Nu am intrat în detalii, însă ne-am deplasat ușor de la noțiunea de foton privit ca *pachet de energie* de frecvență (culoare) dată, la cea de foton care poate fi găsit *într-un loc* sau altul. Dacă este așa, ne vom întreba, ce culoare are acel foton dacă îl găsesc într-un loc sau altul? Răspunsul este: niciuna!

Fotonul este, ca și electronul, doar o particulă care se poate găsi sau nu, în urma măsurătorii. El trebuie privit mai degrabă ca un pachet de energie al câmpului electromagnetic pe care îl măsurăm într-un fel sau altul. Culoarea este o caracteristică a sistemului de măsură, iar noi în urma măsurătorii de culoare găsim sau nu un foton (un pachet de energie). Fotonul nu are intrinsec o culoare sau alta, el a fost găsit în urma unei măsurători pe care noi am denumit-o „de culoare", de exemplu punând un filtru de culoare în fața detectorului. Noi însă am abuzat de limbaj spunând că fotonul „are" culoare.

Situația este asemănătoare cu cea în care vrem să măsurăm viteza electronului, iar în urma procesului electronul va fi descris de o undă plană de probabilitate, unde lungimea de undă ne dă ceea ce noi denumim „viteza" electronului. Tot astfel, putem măsura lungimea de undă a fotonului, care ne dă ceea ce noi numim „culoarea" sa. Pentru ambele particule însă, putem măsura și poziția, caz în care ambele unde de probabilitate devin *localizate* după măsurătoare.

În acest fel, fotonul devine o particulă obișnuită, ca electronul. Astfel, și fotonul poate fi localizat (găsit) într-o zonă sau alta, după cum pot fi localizate și alte particule care se deplasează cu viteza luminii (toate având masa de repaus nulă). Aceasta explică în fond una din observațiile noastre precedente, atunci când am văzut că fotonul este absorbit de un singur atom, deși lungimea de undă a luminii a fost de zeci de mii de ori mai mare decât dimensiunea atomului (vezi figura 9.8). Ceea ce am măsurat atunci nu a fost poziția unui foton „ascuns" în atom, ci poziția unui pachet discret de energie al câmpului electromagnetic.

Situația este asemănătoare cu cea a senzațiilor și conceptelor umane dezvoltate în creier. Putem oare spune că gustul amar este o caracteristică intrinsecă a mâncării, sau mai degrabă un rezultat al măsurătorii pe care creierul îl atribuie (pentru simplitate) mâncării? Aceeași întrebare o putem pune despre frumusețea unui tablou, despre cuminția unui copil sau despre caracterul unei piese muzicale. În toate aceste cazuri, creierul atribuie caracteristicile obiectului măsurat. În acest fel suntem ușor

convinși că un lucru *este* într-un fel sau altul deși ar trebui să fim mai circumspecți când afirmăm că știm ce sunt cu adevarat lucrurile, și să spunem doar că percepem lucrurile într-un mod sau altul.

Poate ca niciunde nu este mai adevarată observația de mai sus decât în cazul fericirii. De câte ori nu suntem convinși că fericirea *este* un lucru sau altul, că este un fel de obiect pe care îl putem ține în mână? Odată cu trecerea anilor, vom fi înțeles poate că fericirea este o *stare*, o problemă de percepție. Un pahar poate fi perceput în același timp fie pe jumătate gol, fie pe jumătate plin. Deși paharul este același, starea pe care o induce percepția lui este complet diferită.

140. Propagarea particulelor

În secțiunea 137 am detaliat cum se folosește metoda lui Feynman pentru o particulă fără spin aflată într-un câmp potențial. Am văzut că metoda ne ajută să calculăm probabilitatea particulei cuantice de a suferi o *tranziție* de la un eveniment spațio-temporal la altul, luând în calcul toate evoluțiile virtuale pe care ea le poate avea între cele două evenimente, evoluții virtuale care sunt urmate toate simultan de către particulă.

În secțiunea 138 am generalizat procedura de mai sus în teoria cuantică a câmpurilor, acolo unde particulele reprezintă pachete discrete de energie ale câmpurilor. Aici am văzut că putem evalua tranziția cuantică a unui câmp între două stări ale sale ca pe o „sumă" a tuturor evoluțiilor sale virtuale posibile între cele două stări. Fiecare astfel de evoluție se „sparge" în procese elementare care au loc în *timpi scurți* și care pot fi interpretate în termeni de particule. Ele sunt procese de propagare de particule și de emisie sau anihilare de particule.

Am menționat că procesele elementare, având loc în momente scurte de timp, fac posibil calculul probabilității de tranziție. De aceea, trebuie să explicităm cum se pot estima probabilitățile proceselor elementare. Apoi trebuie să vedem cum putem combina rezultatele pentru a calcula probabilitatea unei singure evoluții virtuale, *pe un timp îndelungat*, urmând ca la sfârșit să combinăm rezultatele tuturor evoluțiilor virtuale pentru a estima probabilitatea finală a tranziției (vezi figura 13.7).

Pentru a explicita procedura de mai sus, Richard Feynman a elaborat ceea ce a rămas în istorie sub numele de *diagrame Feynman*. Acestea sunt, așa cum le spune numele, un ansamblu de diagrame care detaliază procesele care au loc în teoria cuantică a câmpurilor și care pot fi interpretare prin interacții între particule. Ele sunt folosite pentru a afla evoluțiile particulelor, știind și starea lor cuantică inițială.

O astfel de diagramă Feynman este exemplificată în figura 13.11. Aici avem o tranzitie cuantică între două stări ale „saltelei" universului, la momente succesive scurte de timp. În figură vedem că putem interpreta tranzitia în termenii a două procese elementare care au loc în același timp: propagarea unui pozitron și emisia unui foton de către un electron.

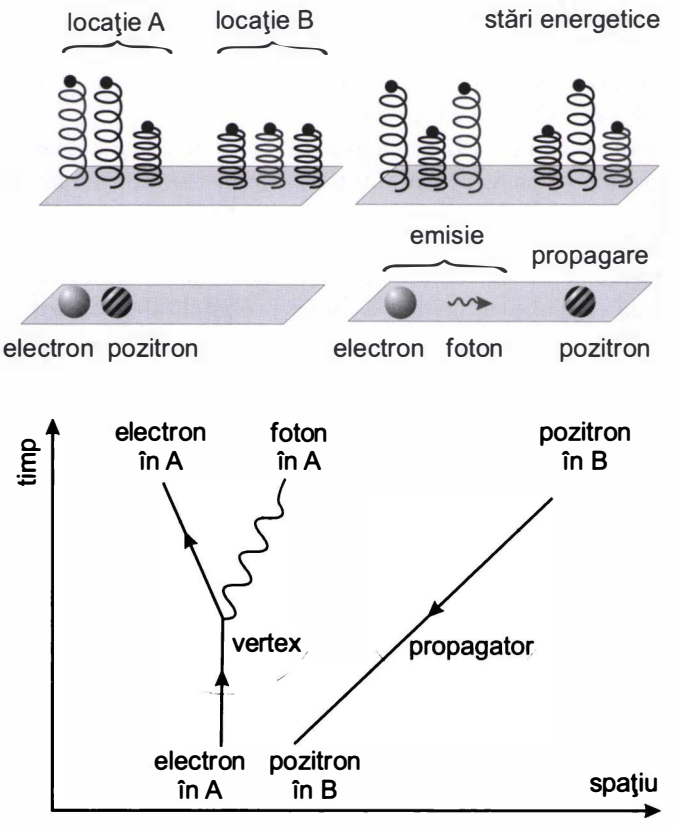

Figura 13.11: *În partea de sus exemplificăm un proces de tranzitie similar celui din figura 12.26, între două momente scurte de timp. Aici primul arc înmagazinează electroni, al doilea pozitroni și al treilea fotoni. Arcurile există în două poziții din spatiu, iar în figură este schițată tranziția dintr-o stare initială într-o alta finală a întregului „univers" format din cele șase arcuri. Vedem că tranziția e interpretată ca o combinație a doua procese: cel de emisie a unui foton de către un electron și cel de propagare a unui pozitron din punctul A în punctul B. În partea de jos este schițată diagrama Feynman a procesului. Ea detaliază două procese elementare: cel de emisie (vertexul) și cel de propagare a particulelor. Fiecare proces trebuie detaliat separat pentru a estima probabilitatea sa.*

Rezultatul de mai sus se va dovedi general, în sensul că mereu vom recunoaște procese elementare de propagare de particule și creare sau anihilare de alte particule. Să purcedem acum la explicitarea acestor procese elementare, începând cu propagarea de particule.

Să considerăm că în univers este doar *o singură* particulă ce circulă nestingherită. Atunci ne imaginăm că doar un singur arc al „saltelei" universului este excitat pe prima stare a sa cuantică, la un moment dat de timp, și că excitația se „deplasează" în spațiu de la un arc la altul. În acest caz ajungem însă la situația unei singure particule, descrisă în secțiunea 137!

Acolo am văzut că, pentru a putea calcula tranziția dintr-un eveniment în altul, considerăm că particula este însoțită de o undă pilot, ce avea forma unei *unde plane* pe portiuni mici. Privind figura 13.11, obținem punctul

nostru de început: pentru a calcula probabilitatea ca o particulă să aibă o tranziție dintr-un loc în altul, *într-un interval scurt de timp*, vom considera că ea are o undă pilot atașată sub forma undei plane.

În secțiunea 137 am îndrăznit însă mai mult. Astfel, aici am calculat probabilitatea tranziției și între momente de timp *îndepărtate* ! Pentru aceasta, am lăsat particula să circule pe toate traiectorii virtuale între cele două momente și am lăsat să interfereze undele pilot în poziția finală. Rezultatul ne dădea direct probabilitatea tranziției.

Să ne folosim de acest rezultat aici și să îndrăznim să desenăm propagarea unei particule (ca cea din figura 13.11) nu numai între momente de timp apropiate (așa cum am început), ci și între unele *îndepărtate*. Ne întrebăm care este propabilitatea de tranziție a unei particule dintr-o stare inițială într-alta finală oricât de îndepartată în timp, atunci când nu considerăm decât prezența acelei particule în univers. Această probabilitate poartă numele de *„propagator"*. El este deci un *număr* care se poate calcula folosind procedura din secțiunea 137.

În metoda lui Feynman, propagatorul este însă mai mult decât o simplă probabilitate (un număr real), este o *amplitudine de probabilitate*, adică un număr complex. Să explicăm puțin. Probabilitatea p este un număr real și pozitiv, între 0 și 1 care ne spune, de exemplu, care este șansa ca particula să ajungă dintr-un punct în altul. *Amplitudinea de probabilitate* este însă un număr complex $Ae^{i\phi}$, a cărui amplitudine ne dă exact aceeași probabilitate $p = |A|^2$, dar care are și o fază ϕ.

Amplitudinea de probabilitate nu este altceva decât simplificarea matematică a undei, care am văzut că are atât o amplitudine, cât și o fază. De exemplu, în secțiunea 137 am asociat fiecărei traiectorii virtuale n a unei particule câte o undă pilot (de Broglie), care avea amplitudine constantă A (aceeași pentru toate traiectoriile virtuale). Unda aceasta acumula pe traiectoria virtuală n, de la început până la sfârșit, o diferență de fază $\Delta\phi_n = S_n/\hbar$, proporțională cu acțiunea S_n clasică pe acea traiectorie virtuală. Dacă faza inițială a undei este considerată nulă, atunci faza finală ar fi ajuns $\Delta\phi_n$. În acest caz, *amplitudinea de probabilitate* pentru unda atașată traiectoriei virtuale ar fi fost $Ae^{i\Delta\phi_n}$ (vezi și figura 13.12).

Utilitatea termenului de *amplitudine de probabilitate* iese la iveală dacă detaliem procesul în metoda lui Feynman. Aici am văzut că trebuie să interferăm coerent undele atașate traiectoriilor virtuale în punctul final, ceea ce înseamnă că trebuie să *adunăm* amplitudinile de probabilitate ale undelor în punctul final, ținând cont de fază. Am putea la fel de bine spune că fiecare traiectorie virtuală primește câte o amplitudine de probabilitate $Ae^{i\Delta\phi_n}$ (care este de fapt valoarea undei în punctul final), iar noi trebuie să adunăm aceste numere complexe. Suma a fost desemnată în secțiunea precedentă prin $A_{total}e^{i\Delta\phi_{total}}$. Ea ne spune care este probabilitatea p a tranziției de la un punct la altul $p = |A_{total}|^2$, și care este faza totală acumulată în punctul final $\Delta\phi_{total}$. Să remarcăm că amplitudinea totală A_{total} este diferită de cea inițială a componentelor A, pentru că interferența poate fi constructivă sau distructivă.

După cum se vede, ne-am deplasat de la undele pilot ce descriu traiectoriile virtuale la *amplitudinile de probabilitate* atașate acestora. Remarcăm că din toată unda pilot nu folosim decât valoarea ei în punctul final, deci reducem

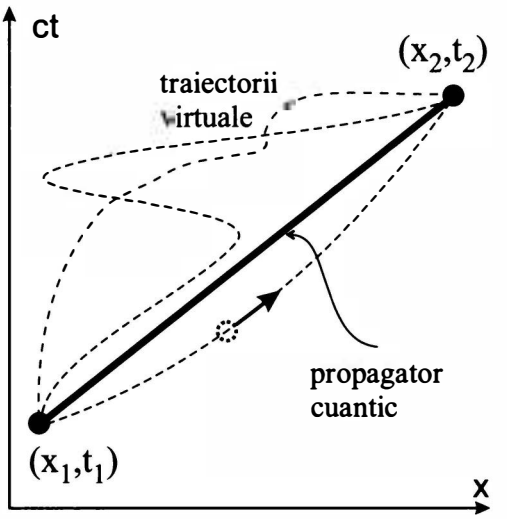

Figura 13.12: *O reprezentare în spațiu-timp a propagatorului unei particule fără spin care se mișcă în direcția x, într-un spațiu vid lipsit de câmpuri potențiale. Propagatorul reprezintă amplitudindea de probabilitate ca particula să aibă o tranziție din evenimentul 1 în evenimentul 2, oricât de îndepărtate în timp. El se reprezintă în mod normal doar printr-o linie continuă, fără să se mai deseneze posibilele traiectorii virtuale pe care particula ar fi putut circula între evenimentul inițial și cel final (liniile discontinue în desen). Nu înseamnă că particula circulă pe o linie dreaptă între 1 și 2, ci doar că are o șansă să ajungă din 1 în 2. În text, acest propagator este notat cu $K(x_1, t_1, x_2, t_2)$.*

modelele noastre la un număr care este amplitudinea de probabilitate. Noțiunea de *amplitudine de probabilitate* a căpătat chiar mai multă greutate în modele lui Feynman, atunci când el a înțeles că ea poate fi considerată generalizarea noțiunii de probabilitate din mecanica clasică în mecanica cuantică. Avem de-a face, a spus Feynman, cu o noțiune logică cu totul nouă, de altă natură, care trebuie folosită în mecanica cuantică (vezi și figura 12.2).

Singur, propagatorul (amplitudinea de probabilitate a procesului de tranziție de un eveniment la altul) nu este suficient pentru a calcula evoluția particulelor. Astfel, dacă vrem să aflăm unde vom găsi efectiv particula, trebuie să știm *forma inițială* a undei de probabilitate a particulei. O particulă care este localizată la început va avea altă evoluție decât una care are în momentul inițial o viteză bine determinată. Cu alte cuvinte, pentru a calcula unde vom găsi particula peste un timp avem nevoie atât de *propagator*, cât și de *starea inițială* a particulei. Folosind însă numai aceste două elemente, putem calcula probabilitățile ulterioare de a găsi particula într-un loc sau altul.

Acest lucru se înțelege comparând figura 13.12 pentru calculul amplitudinii de tranziție de la un punct la altul cu figura 11.8 ce reprezintă principiul acțiunii minime în cazul clasic. În cazul figurii 11.8 ne-am imaginat cum trebuie „aruncat" un corp din poziția inițială pentru a ajunge în poziția finală la timpul dorit.

Figura 13.12 are o cu totul altă interpretare. În cazul unui spațiu discret, vom „citi" figura imaginându-ne o particulă localizată în poziția x_1. Ea ar reprezenta un

pachet de energie discret al câmpului, pachet stocat în „arcul" corespunzător poziției x_1 (vezi figura 12.25). Ne întrebăm apoi care este probabilitatea de a găsi particula în poziția x_2, după un timp dat. Această „probabilitate" este dată de un număr complex, amplitudinea de probabilitate a tranziției, pe care noi am numit-o propagator. Dacă între arcuri nu există interacțiuni, probabilitatea este nulă.

În cazul unui spațiu continuu, situația se complică, căci trebuie definit matematic precis ce înțelegem prin expresia „particulă localizată", lucru care depinde de starea cuantică inițială a particulei. Aici propagatorul reprezintă doar amplitudinea de probabilitate a *tranziției* dintr-un eveniment în altul (un număr complex). Știind în plus și starea cuantică inițială a particulei, el ne ajută să calculăm precis evoluția în timp a ei (vezi căsuța matematică următoare).

Calcul: ***Propagatorul unei particule fără spin***

Valoarea propagatorului este foarte apreciată de fizicieni, pentru că ea ne permite să calculăm evoluția undei de probabilitate pentru *o singură* particulă, dacă se știe valoarea ei în spațiu $\psi(x, t_i)$ la un moment inițial t_i. În cazul unidimensional ales, unda de probabilitate $\psi(x, t)$ a particulei la un moment ulterior t se scrie ca:

$$\psi(x,t) = \int K(x_i, t_i; x, t)\psi(x_i, t_i)dx_i$$

În relația de mai sus, *propagatorul* $K(x_i, t_i; x, t)$ reprezintă amplitudinea tranziției particulei de la punctul x_i în momentul t_i la punctul x la momentul t, ce poate fi calculată cu metoda lui Feynman (vezi secțiunea precedentă și figura 13.12). Matematicienii recunosc în forma de mai sus $K(x_i, t_i; x, t)$ funcția Green a ecuației de evoluție a undei de probabilitate. Cei interesați de demonstrația matematică a formei de mai sus pot urmări secțiunea 215.

Descoperim un lucru interesant dacă alegem pentru unda de probabilitate inițială funcția lui Dirac $\psi(x, t_0) = \delta(x - x_0)$. Avem

$$\psi(x,t) = \int K(x_i, t_0; x, t)\delta(x_i - x_0)dx_i = K(x_0, t_0; x, t)$$

Cu alte cuvinte, propagatorul particulei $K(x_0, t_0; x, t)$ reprezintă amplitudinea undei de probabilitate atunci când ea a avut forma inițială localizată $\psi(x, t_0) = \delta(x - x_0)$.

Relațiile trădează de fapt principiul lui Huygens de superpoziție a undelor. Ele ne spun că orice undă de probabilitate inițială poate fi scrisă ca o superpoziție cuantică a unor stări localizate (stările $\delta(x - x_0)$). Ne putem imagina fiecare astfel de componentă inițială ca pe o sursă punctiformă. Lăsăm aceste surse să evolueze independent și apoi adunăm rezultatele, obținând unda de probabilitate finală.

Să încercăm să construim propagatorul nerelativist $K(0, 0; x, t) = K(x, t)$ pentru amplitudinea de tranziție a unei particule de la poziția 0 în momentul inițial 0 la poziția x la un moment ulterior t. Pentru simplitate, o să considerăm că particula de masă de repaus m nu are spin sau sarcină electrică. Mai mult, vom presupune că ea este în mișcare nerelativistă (se supune ecuației lui Schrödinger, vezi secțiunea 102) de-a lungul unei singure direcții x, unde nu se află nici un câmp potențial.

Vom calcula *amplitudinea de probabilitate* a tranziției dintr-un punct în altul (propagatorul notat cu K) adunând contribuțiile undei pilot atașate fiecărei traiectorii virtuale ce poate fi imaginată din originea $(0, 0)$ la evenimentul (x, t) (vezi figura 13.12). Fiecare traiectorie n primește un termen proporțional cu $e^{iS_n/\hbar}$. Aceasta înseamnă că toate traiectoriile sunt la fel de importante, doar faza diferă de la una la alta, depinzând de acțiunea clasică S_n pe traiectorie:

$$K(0,0;x,t) \sim \sum_n e^{\frac{iS_n}{\hbar}}$$

Suma de mai sus este introdusă și în secțiunea 215 din anexă. Ea se calculează dacă „spargem" fiecare traiectorie virtuală în „bucățele" mai mici, ca în figura 23.6. Pe fiecare dintre traiectorii, acolo unde $\Delta x \to 0$ și $\Delta t \to 0$, vom folosi relația de la sfârșitul secțiunii 215 pentru a scrie:

$$K(0,0;\Delta x,\Delta t) = \sqrt{\frac{m}{2\pi i\hbar\Delta t}}e^{\frac{im(\Delta x)^2}{2\hbar\Delta t}}$$

Nu vom face acest calcul, ci vom urmări o cale alternativă. Pornim de la observația că propagatorul este unda de probabilitate $\psi(x, t)$ a particulei, atunci când ea a avut forma $\psi(x, 0) = \delta(x - 0)$ la momentul inițial.

Pentru început să ne aducem aminte că unda de probabilitate se poate scrie ca un set de numere complexe $\psi(x, t)$ în fiecare punct din spațiu x. Dacă particula are impulsul p bine definit, acesta se va conserva mai departe în timpul mișcării, deoarece particula se mișcă într-un spațiu lipsit de câmpuri potențiale. Atunci se va conserva și energia sa E, care are forma din mecanica clasică $E = p^2/2m$.

Undele de probabilitate ale particulelor ce au un impuls p bine definite sunt modurile de oscilație $e^{ipx/\hbar}$ plane pe care le-am menționat în secțiunea 137. De aceea, să exprimăm mai întâi forma generală $\psi(x, 0)$ la momentul inițial ca pe o superpoziție cuantică a acestor moduri, folosind dezvoltarea Fourier:

$$\psi(x,0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}\int_{-\infty}^{\infty} A(p)e^{\frac{ipx}{\hbar}}dp$$

Aici $e^{ipx/\hbar}$ reprezintă modul propriu pentru o particulă ce are precis impulsul p. După cum se vede, lungimea de undă a acestui mod este $\lambda = 2\pi\hbar/p = h/p$, adică forma lui de Broglie. Mai departe numărul complex $A(p)$ ne dă ponderea modului propriu p în unda de probabilitate $\psi(x)$ iar $1/\sqrt{2\pi\hbar}$ este o constantă de normare.

Pentru a calcula propagatorul $K(x, t)$, să urmărim rețeta din text și să alegem pentru unda de probabilitate o stare localizată în originea $x_0 = 0$ a sistemului de axe sub forma $\psi(x, 0) = \delta(x)$, adică funcția lui Dirac. După

cum ne pot demostra matematicienii, ea se scrie ca o superpoziție de moduri p sub forma:

$$\delta(x) = \frac{1}{2\pi\hbar}\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{ixp}{\hbar}}dp$$

Forma de mai sus ne spune că unda de probabilitate inițială este o superpoziție egală a modurilor componente, pentru că $A(p) = 1/\sqrt{2\pi\hbar}$ pentru toate componentele (vezi și figura 14.1).

Componentele $A(p)$ evoluează în timp. În mod normal, ar trebui să folosim ecuația lui Schrödinger pentru a calcula evoluția $A(p,t)$. Totuși, pentru că particula se mișcă într-un spațiu lipsit de câmpuri potențiale (vezi și discuția din secțiunea 134), fiecare dintre aceste componente își păstrează contribuția în timp, doar faza se modifică cu un termen suplimentar dat de energie $A(p,t) = A(p)e^{-iEt/\hbar}$, unde $E = p^2/(2m)$.

Unda de probabilitate devine atunci la un moment t ulterior

$$\psi(x,0) = \delta(x) = \frac{1}{2\pi\hbar}\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{ixp}{\hbar}}dp \quad \Rightarrow$$

$$\psi(x,t) = \frac{1}{2\pi\hbar}\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-ip^2}{2m\hbar}t}\cdot e^{\frac{ixp}{\hbar}}dp = K(x,t)$$

Primul termen din integrală este faza care variază în timp. Rezultatul de mai sus este chiar propagatorul $K(x,t)$ căutat. Pentru a calcula integrala, ne putem baza pe următoarea integrală generală:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ap^2+bp}dp = \sqrt{\frac{\pi}{a}}e^{b^2/4a}$$

Acum putem face identificarea $a = it/(2m\hbar)$ și $b = ix/\hbar$ pentru a obține propagatorul nerelativist dorit:

$$\frac{b^2}{4a} = \left(\frac{ix}{\hbar}\right)^2\frac{2m\hbar}{4it} = \frac{imx^2}{2\hbar t}; \quad \frac{1}{2\pi\hbar}\sqrt{\frac{\pi}{a}} = \sqrt{\frac{m}{2\pi i\hbar t}}$$

$$\boxed{K(x,t) = \sqrt{\frac{m}{2\pi i\hbar t}}e^{\frac{imx^2}{2\hbar t}} = K(0,0;x,t)}$$

Pentru $x \to 0$ și $t \to 0$ rezultatul este identic cu cel de la sfârșitul secțiunii 215, ceea ce confirmă justețea calculelor.

După cum se observă, la un moment ulterior t propagatorul are surprinzător aceeași amplitudine în oricare punct x din spațiu (doar faza diferă), chiar dacă tranziția începe din origine. Pare astfel că particula poate avea o tranziție la un moment ulterior oriunde în univers, cu aceeași probabilitate.

Rezultatul ciudat se explică dacă înțelegem că unda de probabilitate inițială $\psi(x) = \delta(x)$ este infinit localizată, adică știm cu precizie poziția inițială a particulei (ea este în originea sistemului de axe ales). Datorită principiului de incertitudine al lui Heisenberg, incertitudinea în impulsul particulei devine infinit de mare, deci există o șansă la fel de mare ca particulă să aibă o tranziție în apropiere ca și la distanțe foarte mari.

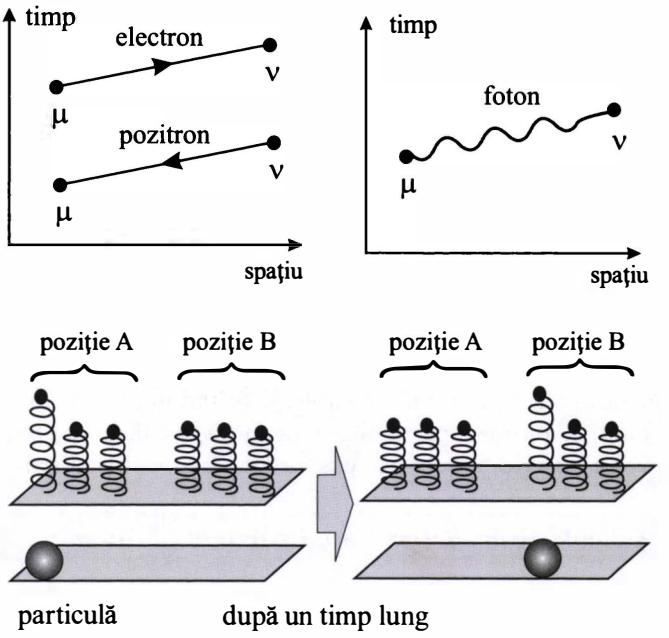

Figura 13.13: *În figură sunt reprezentate procesele prin care o particulă poate avea o tranziție dintr-un loc în altul, la momente succesive de timp* oricât de îndepărtate. *Amplitudinea de probabilitate a acestor proces este dată de ceea ce fizicienii numesc „propagator". În diagramele Feynman, propagatorul pentru electron sau pozitron este reprezentat cu o linie continuă (stânga sus). De remarcat că săgeata în direcția timpului identifică un electron, iar cea în sens opus timpului, un pozitron. Termenii μ și ν identifică spinul electronului în starea inițială și finală. Propagatorul fotonului este descris printr-o linie ondulată (dreapta jos). Termenii μ și ν identifică acum polarizarea fotonului. În teoria cuantică a câmpurilor, procesele de mai sus sunt tranziții cuantice între două stări diferite ale „saltelei" cuantice a universului, așa cum a fost prezentat în figura 12.25.*

Metoda lui Feyman cu traiectorii virtuale nu poate fi aplicată tot timpul. Aceasta pentru că pe aceste traiectorii virtuale particula se mișcă continuu, are încă o evoluție clasică, or există o proprietate a particulei care nu are echivalent clasic: spinul său.

Astfel, până acum am discutat cazul unei particule fără spin, însă să observăm că o particulă ca electronul sau pozitronul are și *spin* (două stări cuantice în aceeași poziție spațială). Putem să considerăm electronul într-una dintre cele două stări de spin (să spunem μ) în starea sa inițială și să ne întrebăm care este probabilitatea ca el să ajungă într-o altă poziție, în *cealaltă* stare cuantică de spin (să spunem ν). Amplitudinea de probabilitate a acestui proces depinde de stările de spin și ea devine astfel o *matrice* între stările de spin ale electronului (vezi figura 13.13).

În cursul acestui proces, vedem că electronul își poate schimba spinul (starea cuantică). Dacă electronul nu ar fi avut spin, am fi calculat *propagatorul* (amplitudinea de probabilitate a tranziției dintr-un punct în altul) cu metoda lui Feynman ce folosește traiectoriilor virtuale. Acum însă, ce ne facem? Cum calculăm propagatorul pentru cazul particulei cu spin?

Ei bine, vedem că în acest caz trebuie să ne întoarcem la mecanica cuantică în formularea standard și să luăm răspunsul deja pregătit pentru noi. Aici putem considera unda de probabilitate inițială a electronului localizată (forma $\psi(x, t_0) = \delta(x - x_0)$ discutată mai sus), într-una din stările sale cuantice date de spin, într-un spațiu vid în care nu există câmp potențial. Apoi lăsăm această undă de probabilitate să evolueze conform ecuațiilor relativiste de evoluție (folosim modelul lui Dirac din secțiunea 132 pentru că el este mai precis și are deja inclus spinul). La sfârșit, vedem cât devine unda de probabilitate în punctul unde vrem să măsurăm electronul, în starea de spin dorită. Valoarea undei de probabilitate în acel punct este un număr complex, *amplitudinea de probabilitate* dorită între evenimentul inițial și cel final, *propagatorul* căutat.

Desigur, pentru a completa partea de început a electrodinamicii cuantice, ar trebui să calculăm și propagatorul *pozitronului*, ca și cel al *fotonului*, ținând cont desigur de spin pentru pozitron și de polarizare pentru foton (vezi figura 13.14). Propagatorul pozitronului se calculează identic cu cel al electronului, folosind mecanica cuantică relativistă a lui Dirac. Mai specială este situația fotonului.

Astfel, în primă instanță, să contemplăm puțin noua interpretare a *propagatorului* pentru foton, care ne dă probabilitatea ca el să ajungă dintr-un loc sau altul; înseamnă că și fotonul (particula luminii) poate fi *localizat*. Așa cum am menționat în secțiunea 99, fotonul devine o particulă ca toate celelalte, atâta doar ca el are masa de repaus *nulă*. Datorită acestui lucru el va merge clasic cu viteza luminii (vezi secțiunea 65).

Acest lucru se regăsește și în forma matematică pentru propagatorul fotonului (vezi figura 13.14). Astfel, pentru un foton la care se ignoră polarizarea se arată că propagatorul este invers proporțional cu pătratul intervalului între evenimentul inițial și cel final. Intervalul este însă riguros *nul* pe linia de univers pe care se mișcă clasic fotonul. Propagatorul fotonului este maxim pe liniile de univers care au intervalul relativist nul.

Al doilea aspect ține de *calculul* fotonilor în electrodinamica cuantică. Dificultatea provine din faptul că un câmp potențial electrodinamic are *patru* componente, una pentru potențialul electric și trei pentru potențialul magnetic vector, așa cum am arătat în secțiunea 128. Aceasta sugerează că ar exista patru stări cuantice ale fotonului într-o singură poziție. Cu toate acestea, noi știm că fotonul nu are decât *două* stări cuantice diferite, date de cele două *polarizări* transversale. Unde sunt celelalte două stări cuantice lipsă?

Răspunsul matematic este complex. Într-o interpretare particulară, datorată fizicienilor Suraj Gupta și Konrad Bleuler, se consideră că există de fapt patru tipuri de fotoni: doi fotoni polarizați *transversal*, unul *longitudinal* și unul *temporal*. Dintre aceștia, doar cei doi fotoni polarizați transversal sunt observabili, cei polarizați longitudinal și temporal anihilându-se unul pe celălalt. Nu vom dezvolta aici acest subiect și vom considera că fotonul are două stări cuantice, date de cele două polarizări transversale.

În grafice, propagatorii sunt reprezentați de cele mai multe ori ca o linie ce unește punctul inițial și cel final (vezi figura 13.13). Prin convenție, linia este desenată *continuă* pentru fermioni (ca electronul sau pozitronul) și *ondulată*

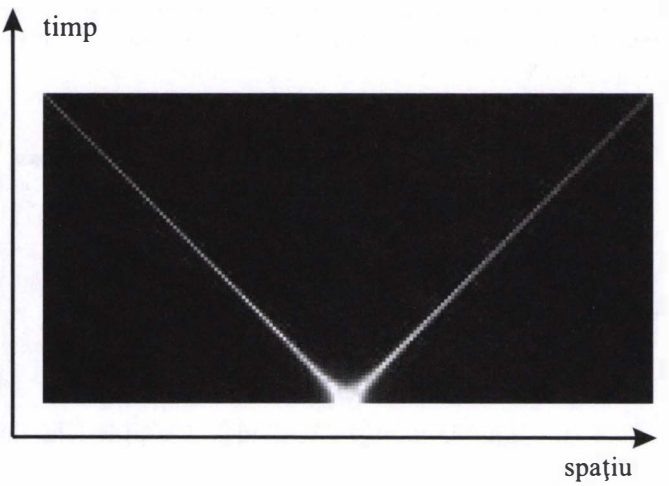

Figura 13.14: *În figură este reprezentat grafic propagatorul unei particule de masă de repaus aproape nulă (asemănătoare fotonului, care are o masă de repaus identic nulă). Pe axa verticală este timpul, iar pe cea orizontală spațiul. Particula poate avea o tranziție din poziția inițială aflată în centru jos, către un alt eveniment. Culoarea albă reprezintă evenimentele din spațiu-timp unde tranziția are o probabilitate mai ridicată. Pentru că această particulă are masă aproape nulă, ea se va deplasa clasic cu viteze apropiate de viteza luminii. După cum se vede, propagatorul este maxim către evenimentele situate pe marginea conului de lumină (axele orientate la 45 de grade). Sursa: Wikipedia Commons.*

pentru bosoni (precum este fotonul). Fizicienii au reflexul deja format: de câte ori văd linia, fac asocierea cu amplitudinea de probabilitate a tranzitiei între cele două evenimete care formează capetele liniei (practic, atribuie liniei un număr complex).

Pentru noi, important este nu ne lăsăm înșelați de această linie dreaptă. Particula nu merge pe o linie dreaptă între cele două puncte, ea are doar o probabilitate să ajungă din primul punct în al doilea. În metoda lui Feynman particula parcurge virtual, simultan, toate traiectoriile posibile între cele două puncte, iar linia dreaptă (ce reprezintă propagatorul) ne spune doar care este amplitudinea de probabilitate a tuturor acestor procese însumate coerent.

Propagatorul reprezintă deci amplitudinea de probabilitate a procesului prin care particula are o *tranziție* dintr-un eveniment spațio-temporal în altul, oricât de îndepărtate în timp. Într-un limbaj ultrasimplificat, ne putem imagina că „așezăm" particula în prima poziție și ne întrebăm care este probabilitatea sa o găsim în cea de-a doua poziție, peste un timp dat. Totuși, interpretarea corectă este că propagatorul reprezintă doar o amplitudine de proabilitate a tranziției între cele două evenimente, și el este folosit la calculul evoluției particulei doar atunci când știm complet starea ei cuantică inițială.

Propagatorul este primul element de bază al diagramelor Feynman, pe care îl vom utiliza la calculul evoluției undelor de probabilitate atunci când avem numai o singură particulă. În diagrame însă nu este importantă numai amplitudinea probabilității de tranziție a particulelor

dintr-un loc în altul (propagatorul), dar și cea a proceselor de interacțiune, de emisie și absorbție de fotoni, de exemplu. Despre aceasta însă, în secțiunea următoare.

141. Vertexul interacțiunii dintre electroni și fotoni

Așa cum am discutat în secțiunea 138, metoda lui Feynman folosește particule. Câmpurile nu au consistență fizică, ele sunt doar ansambluri de pachete discrete de energie, identificate de noi cu particulele câmpului. Aceste pachete de energie (particulele) sunt sparte în bucăți, generate sau anihilate, în multiple procese virtuale care au loc toate în același timp și care nu conservă neapărat energia. Privind mai atent, procesele sunt tranziții succesive ale stărilor cuantice de energie bine definită ale „saltelei" pe care o numim univers.

Electrodinamica cuantică este o teorie unificată a două câmpuri: câmpul electromagnetic și câmpul dat de unda de probabilitate relativistă a electronului. Urmând observația de mai sus, va trebui să explicăm interacțiunea dintre aceste două câmpuri prin intermediul celor trei particule ale sale: electronul, pozitronul și fotonul. În esență, comportarea se compune din două elemente de bază: probabilitatea ca particulele să ajungă dintr-un punct în altul și probabilitatea ca ele să interacționze, așa cum a fost exemplificat în figura 13.11.

Există două elemente fundamentale ale acestei metode pe care trebuie să le extragem din secțiunile precedente și pe care trebuie să le aplicăm interacțiunilor dintre particule, sau cel puțin să fim conștienți de ele. Primul este faptul că aceste procese de interacțiune dintre electron și foton vor fi *virtuale*, adică vor avea loc în același timp (simultan).

Aceasta este o generalizare a mecanismului prezentat în secțiunea 137, care se reduce în esență la faptul că o particulă parcurge în experimentul de interferență toate traiectoriile virtuale *în același timp* (vezi figura 13.1). Este și o consecință a proprietăților „supei cuantice", acolo unde starea generală a câmpului este o *superpoziție cuantică* a mai multor stări de energie bine definită (vezi figura 13.7), care se suprapun la orice moment de timp.

Al doilea element fundamental este ideea lui Feynman că procesele cuantice nu sunt descrise de probabilități simple (ca cele ale mecanicii clasice), ci de *amplitudini de probabilitate*. Ele sunt numere complexe $A = |A|e^{i\phi}$ al căror modul ne dă probabilitatea clasică $p = |A|^2$, dar care au și o fază ϕ, făcând astfel posibile procese de interferență.

În secțiunea precedentă am prezentat *propagatorul* acestor particule, adică amplitudinea de probabilitate a tranziției unei singure particule de la o un punct la altul, în lipsa celorlalte particule și între momente oricât de îndepărtate de timp. Dacă vrem să explicăm complet fenomenele fizice din natură (de exemplu, emisia de unde electromagnetice sau ciocnirea a doi electroni) trebuie să studiem și *interacțiunea* dintre cele trei particule.

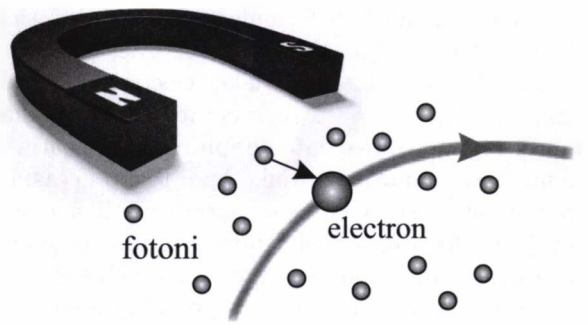

Figura 13.15: *În figură este prezentat un electron care se mișcă într-un câmp magnetic. În electrodinamica cuantică, câmpul magnetic este doar ansamblul pachetelor sale de energie (fotonii) și el nu poate acționa direct asupra electronului. Devierea electronului se explică prin interacțiunea continuă cu fotonii la care este supus electronul.*

Interacțiunea a fost exemplificată în figura 13.11 prin emisia unui foton de către un electron. Atunci când această tranziție are loc între două momente apropiate de timp, probabilitatea sa va deveni proporțională cu timpul scurs. Cum diferența de timp între procesele figurii 13.11 poate fi oricât de mică, fizicienii obișnuiesc să se refere la o probabilitate a procesului într-o unitate mică de timp. Ea reprezintă în esență *amplitudinea de probabilitate* a emisiei unui foton de către un electron, și poartă numele de *vertex*. Sarcina noastră în această secțiune este să vedem cum estimează fizicienii valoarea acestui vertex (un număr complex), pornind de la procesele fizice de interacțiune dintre particule.

Pentru început, să considerăm un caz simplu, cel al unui singur electron care trece pe lângă un magnet (vezi figura 13.15). Aici, traiectoria electronului este curbată datorită forței magnetice care acționează asupra electronului în mișcare. Clasic, câmpul magnetic acționează direct, ca un câmp fizic, asupra electronului. În electrodinamica cuantică, câmpul magnetic nu este decât ansamblul de pachetelor discrete de energie care sunt fotonii. Câmpul nu mai poate acționa direct asupra electronului. Și atunci, de ce își curbează electronul traiectoria? Cine acționează asupra lui?

Răspunsul natural este că traiectoria electronului s-a curbat datorită interacțiunii continue cu fotonii câmpului magnetic (cu pachetele sale de energie). De fiecare dată când un foton „lovește" electronul, probabilitatea electronului de a fi găsit într-un loc sau altul se schimbă și ne putem imagina că traiectoria lui se modifică. Electronul își schimbă traiectoria nu pentru că asupra lui a acționat câmpul magnetic clasic, ci pentru că el a interacționat cu pachetele de energie discretă (fotonii) ale acelui câmp magnetic.

Să considerăm acum interacțiunea dintre un singur electron și un singur foton. Matematic, interacțiunea se poate obține unificând legile electromagnetismului cu cele ale mecanicii cuantice în electrodinamica cuantică, așa cum am schițat în secțiunea 136. Esența procedurii este să pornim de la legile lui Maxwell pentru câmpul electromagnetic

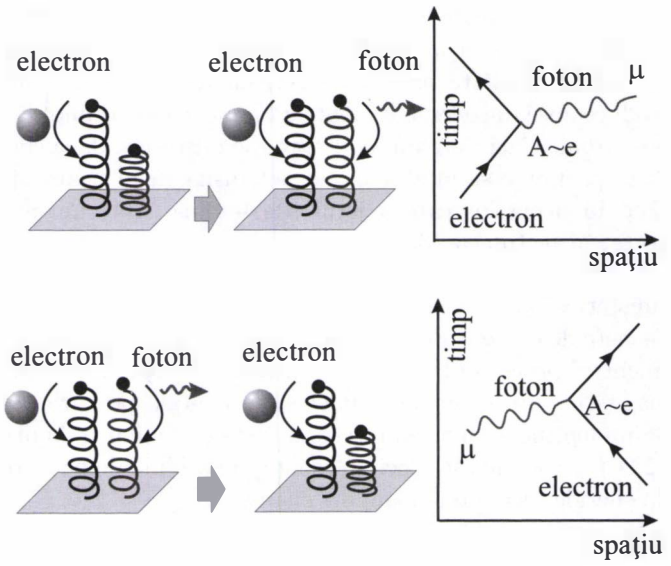

Figura 13.16: *Stânga: Procesele de interacțiune dintre electron și foton sunt în esență tranziții între stări cuantice diferite ale „arcurilor" ce definesc câmpurile Dirac (pentru electron) și electromagnetic (pentru foton), la momente scurte de timp. Sus este un proces ce poate fi interpretat ca emisia unui foton, iar jos unul ce poate fi interpretat ca absorbția unui foton (vezi și figura 12.24). În dreapta sunt reprezentate aceleași procese prin diagramele Feynman corespunzătoare, care se numesc în acest caz „vertexuri". Cu linie continuă este prezentat electronul, iar cu linie ondulată fotonul (μ identifică polarizarea fotonului). Amplitudinea A de probabilitate a proceselor este proporțională cu sarcina electrică elementară e. Să observăm că procesele nu conservă neapărat energia. Ca și în secțiunea 135 considerăm în această secțiune că masa de repaus a fotonului este foarte mică, dar nenulă, pentru a putea fi modelată prin resorturi verticale.*

clasic și să considerăm că densitatea de sarcină electrică din univers este dată de unda de probabilitate a unui *singur* electron. Unda de probabilitate a acelui electron devine un fel de fluid electric clasic în acest model.

Ecuațiile lui Maxwell ne vor spune atunci cum generează acest fluid electric (unda de probabilitate a unui singur electron) câmp electromagnetic (vezi figura 12.28). Pe de altă parte, și câmpul electromagnetic influențează unda de probabilitate a electronului (vezi figura 12.29). Aceste procese se reduc la faptul că un electron poate absorbi sau emite un foton în mișcarea sa. În final, un foton nu se ciocnește elastic de un electron, ci este fie *absorbit*, fie *emis* de un electron în mișcare!

Rezultatul acesta ne aduce aminte de antena emițătoare și de cea receptoare (vezi figura 13.8), și el confirmă astfel așteptările noastre. O antenă *emite* unde electromagnetice, deci fotoni. Antena dipolară, de exemplu, nu este decât un ansamblu de electroni care oscilează încontinuu sus și jos, deci electronii sunt aceia care emit fotoni. Același argument se poate aduce și pentru recepția undelor electromagnetice, care poate fi privită ca o absorbție de fotoni de către electronii din antena receptoare.

În teoria cuantică a câmpurilor, ne vom imagina că electronii sunt pachete de energie ale câmpului undei de probabilitate care se sparg, generând sau absorbind pachete suplimentare de energie de la câmpul electromagnetic (fotoni), deși în reprezentarea poziției aceste procese nu conservă mereu energia la nivel cuantic (vezi figura 12.24). Ele sunt, în esență, procese de tranziție ale „saltelei" universului între diferite stări cuantice ale sale.

Mișcarea electronului în apropierea unui magnet scoate în evidență *generalitatea* procesului, dincolo de exemplul nostru al antenei: electronii emit și absorb încontinuu fotoni, cu anumite probabilități. Electronul este deviat de magnet nu pentru că el „simte" câmpul magnetic, ci pentru că el absoarbe fotoni din acest câmp magnetic, și în acest fel își schimbă probabilitatea de a fi găsit într-un loc sau altul. Electronul interacționează direct cu fotonii câmpului magnetic, nu cu câmpul magnetic însuși, iată esența noii abordări. Și, pentru că, în abordarea lui Feynman, procesele au loc *în același timp*, vom vorbi de cele mai multe ori de fotoni *virtuali* (vezi figura 13.16). Aici „virtual" nu înseamnă o altă natură a fotonului, ci ne reamintește că acest proces este unul dintre multele care au loc în același timp.

Acum, după ce am amintit elementele de bază ale interacțiunii dintre electron și foton (emisia sau absorbția fotonului de către electron), trebuie să descriem mai precis *amplitudinea de probabilitate* a unui astfel de proces. Cu alte cuvinte, căutăm un număr complex care ne va da nu numai probabilitatea procesului ci și faza sa atunci când alte procese similare au loc, așa cum vom detalia în secțiunea următoare.

Pentru a afla acest număr complex, fizicienii folosesc ideea schițată mai devreme, însă pentru o mișcare relativistă a electronului (modelul Dirac discutat în secțiunea 132). Amplitudinea de probabilitate a proceselor de emisie/absorbție se dovedește în final a fi dependentă doar de *sarcina electrică* a electronului, de polarizarea fotonului și de spinul electronului. Așa cum este exemplificat în figura 13.16, ea este un element al unei diagrame Feynman, ce poartă numele de *vertex*.

Faptul că amplitudinea de probabilitate a emisiei sau absorbției unui electron depinde de sarcina electrică are o explicație simplă: dacă electronul nu ar fi avut sarcină electrică, atunci el nu ar fi „simțit" câmpul electric, și această probabilitate de absorbție a fotonului ar fi fost în mod necesar *nulă*. Faptul că amplitudinea de probabilitate depinde de stările de spin inițială și finală ale electronului iarăși nu este surprinzător, pentru că electronul își poate schimba spinul în urma procesului de emisie.

Analiza completă arată că amplitudinea de probabilitate are o formă matriceală, fiind dată de $A = -iq\gamma^{\mu}_{jk}$. Aici $q = -e = -0,085$ este sarcina electronului într-un sistem de unități normat iar $\mu = \overline{0,4}$ reprezintă cele patru coordonate ale spațiului-timp (μ identifică și polarizarea fotonului emis sau absorbit). În continuare, γ^{μ} sunt patru matrici 4×4 folosite de Paul Dirac în descrierea relativistă a mișcării electronului, iar indicii j și k ai elementului de matrice γ^{μ}_{jk} descriu starea cuantică a electronului înainte și după emisia sau absorbția fotonului.

Deviația electronului într-un câmp electromagnetic poate fi atunci calculată prin intermediul interacțiunii cu fotonii câmpului electromagnetic. Astfel, electronul are în

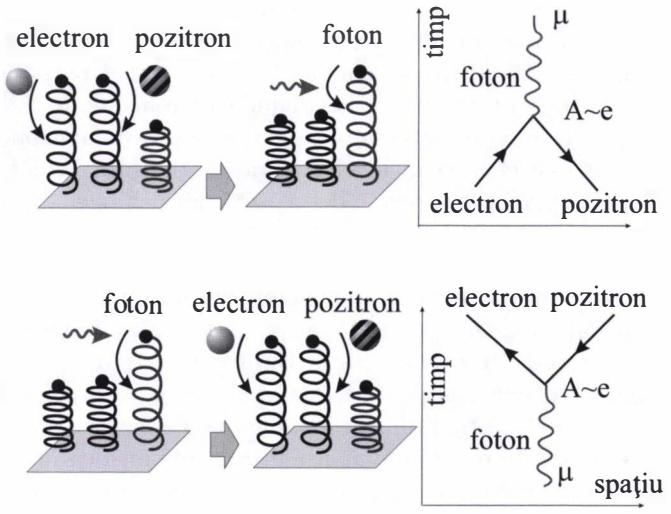

Figura 13.17: *Stânga sus: Procesul de anihilare a unei perechi electron-pozitron în teoria câmpurilor. Dreapta-sus: Reprezentarea acestui proces cu ajutorul diagramelor Feynman (vertex). Aici electronul este reprezentat ca o săgeată în direcția timpului, iar pozitronul ca o săgeată în direcția opusă. Stânga-jos: Procesul creării unei perechi electron-pozitron. Dreapta-jos: același proces în reprezentarea diagramelor Feynman în spațiu-timp. De remarcat că, pentru ambele procese, amplitudinea de probabilitate are aceeași formă ca și pentru emisia și absorbția de fotoni, fiind proporțională cu sarcina electrică a electronului.*

orice poziție din spațiu o *probabilitate* finită de a absorbi un foton al câmpului electromagnetic. În urma acestui proces, probabilitățile sale de a fi găsit într-un loc sau altul vor fi diferite, ceea ce va fi observat de noi printr-o deviere a traiectoriei electronului.

Obvservația de mai sus are o consecință interesantă, dacă privim un electron în repaus, singur în univers. Astfel, dacă am lua în considerare numai probabilitatea *finită* de a emite fotoni, am ajunge la concluzia că electronul creează acești fotoni la infinit până când umple tot universul. Să remarcăm însă că electronul nostru are o probabilitate finită și să *absoarbă* fotoni. În final, se va crea un echilibru între cele două procese, în așa fel încât electronul va emite și absorbi încontinuu propriii fotoni! Echilibrul între emisia și absorbția de fotoni în multiplele procese virtuale se recunoaște în câmpul electrostatic al electronului în repaus, care are o valoare finită în jurul electronului tocmai pentru că poate fi privit și ca ansamblul pachetelor sale de energie, fotonii (vezi, de exemplu, figura 14.8).

Atenție însă, urmărind primul element fundamental al metodei lui Feynman, mai corect ar fi să spunem că electronul emite și absoarbe fotoni în mai multe procese virtuale, toate având loc *în același timp* în „supa cuantică" din jurul electronului (vezi figura 13.9). De aceea, trebuie să încercăm să ne readucem aminte de fiecare dată când vorbim de procese virtuale că ele au loc în același timp, și nu doar că procesele pot avea loc cu o anumită probabilitate. Vom insista asupra acestei observații fundamentale în secțiunea 143.

Considerentele de până acum privind emisia și absorbția fotonilor se aplică la fel și pozitronilor. În plus față de interacțiile mediate de fotoni, electrodinamica cuantică introduce însă un element nou: *anihilarea* electronilor cu pozitronii. Căci, într-un mod aproape misterios, dacă cele două particule se întâlnesc, ele pot dispărea în neant lăsând în urma lor câteva jeturi de lumină, așa cum am arătat în secțiunea 133.

În teoria cuantică a câmpurilor, procesul este mai puțin „misterios", căci electronii și pozitronii pot fi priviți ca pachete de energie ale câmpului undei lor de probabilitate. În cursul procesului, ele sunt transferate câmpului electromagnetic sub forma unui pachet de energie pe care noi l-am identificat cu fotonul (vezi un proces similar în figura 12.26). Procesul este deci, în esență, un schimb de pachete de energie între două câmpuri cuantice.

Și acestui proces trebuie să-i atașăm o *amplitudine de probabilitate*, care ne spune care e probabilitatea procesului, dar și care e *faza* acestui proces (vezi figura 13.17. Rezultatul este în esență surprinzător: amplitudinea de probabilitate a acestui proces este *identică* cu cea în care un foton este absorbit de către un electron! Faptul are o explicație relativistă ce ține de aceeași natură a electronului sau pozitronului, explicație pe care o vom discuta în secțiunea 144.

Desigur, pe lângă procesul de anihilare al perechii electron-pozitron trebuie să-l mai adăugăm și pe cel de-al patrulea: *generarea* unei perechi electron-pozitron. Așa cum poate bănuiți și amplitudinea de probabilitate a acestui proces are aceeași valoare ca cea a proceselor precedente.

Vedem astfel că interacțiunea dintre electroni are loc prin *patru* procese: emisia și absorbția unui foton de către un electron sau pozitron, anihilarea unui electron și pozitron într-un foton și generarea unei perechi electron-pozitron dintr-un foton. Tuturor acestor procese li se atribuie niște *amplitudini de probabilitate* ce conțin nu numai informație despre probabilitatea ca procesele să aibă loc, dar și despre fazele lor atunci când alte procese similare trebuie luate în considerare.

În acest fel am reușit să construim elementele fundamentale ale electrodinamicii cuantice, probabilitatea ca particulele să ajungă dintr-un loc în altul (propagatori) și probabilitatea ca acestea să interacționeze una cu alta (vertexuri). Urmează ca în secțiunea următoare să adunăm cunoștințele și să descoperim metoda lui Feynman în toată splendoarea ei.

142. Diagramele Feynman și multiplele procese virtuale

Să ne aducem aminte că suntem în căutarea unei model de calcul pentru interacțiunea dintre particule, privite ca pachete discrete de energie ale câmpurilor din univers.

În secțiunea 138 am văzut că aceste câmpuri suferă tranziții între diferite stări cuantice. Probabilitatea unei

singure tranziții se determină presupunând că „salteaua" câmpurilor are multiple evoluții *virtuale* (în același timp) între starea inițială și cea finală. Fiecare dintre aceste evoluții virtuale se poate reduce apoi la procese elementare, care au loc într-un timp *scurt* și pot fi interpretate ca interacțiuni dintre particule: propagare de particule și creare sau anihilare de particule (vezi figura 13.7).

În secțiunile ce au urmat am detaliat amplitudinea de probabilitate a proceselor elementare relaxând puțin condiția inițială. Astfel, am prezentat *propagatorul* unei particule, ce reprezintă amplitudinea de probabilitate a tranziției unei singure particule de la un loc la altul, în lipsa oricăror interacțiuni cu alte particule și între momente de timp *oricât de îndepartate*, nu numai apropiate. Apoi am prezentat și amplitudinea de probabilitate a emisiei sau absorbției de fotoni la intervale scurte de timp, ce a primit numele de *vertex*.

Pasul următor este să aducem împreună aceste rezultate ale proceselor elementare de tranziție, pentru a calcula probabilități de tranziție și pentru o întreagă evoluție virtuală a sistemului (vezi figura 13.7). O astfel de evoluție virtuală primește o *diagramă Feynman*, așa cum a fost exemplificat în figura 13.11. Sarcina noastră este, în prima instanță, să atașăm un *număr complex* acestei diagrame, număr care va reprezenta amplitudinea sa de probabilitate.

În final, trebuie să combinăm amplitudinile de probabilitate de la mai multe evoluții virtuale pentru a afla probabilitatea tranziției sistemului între o stare initială și una finală dată. Cu alte cuvinte, trebuie să combinăm mai multe diagrame Feynman pentru a afla răspunsul.

Vom aplica procedura precedentă particulelor, care sunt pachete de energie discretă ale câmpurilor. În continuare, ne vom referi doar la particule, și nu la câmpurile din care provim. Ceea ce avem nevoie din secțiunile precedente sunt două concepte: cel al multiplelor *procese virtuale* care au loc în același timp și cel al *amplitudinii de probabilitate* atașate acestor procese.

Astfel, în interpretarea lui Feynman, procesele virtuale sunt toate procesele *imaginabile* care pot duce un sistem oarecare din starea inițială în starea finală, nu numai cele pe care sistemul le va și urma în fizica clasică. Conceptul de proces virtual este introdus matematic mai detaliat în secțiunea 214 din anexă. Să nu uităm însă că, dacă în mecanica clasică sistemul alege unul sau altul dintre procese, în mecanica cuantică toate aceste procese virtuale au loc *în același timp*.

Amplitudinea de probabilitate este un număr complex care se asociază fiecărui proces virtual. El ne spune în primă instanță nu numai care este probabilitatea ca acel proces virtual să aibă loc, dar care este și *faza* acumulată de sistem odată ce procesul are loc. Cei care au urmărit secțiunea 213 din anexă și secțiunea 137 vor recunoaște *amplitudinea de probabilitate* a procesului prin care o particula ajunge din poziția i în poziția f după timpul t, prin notația $\left(i \xrightarrow{t} f\right)$, care era un număr complex.

Atenție însă, cum toate aceste procese virtuale au loc în același timp, este mai corect sa spunem că amplitudinea de probabilitate ne dă ponderea procesului în rezultatul final. Căci în final trebuie să adunăm coerent (ținând cont de fază) amplitudinile de probabilitate ale tutoror proceselor virtuale pentru ca să aflăm probabilitatea de a găsi sistemul în starea finală la care aceste procese virtuale conduc.

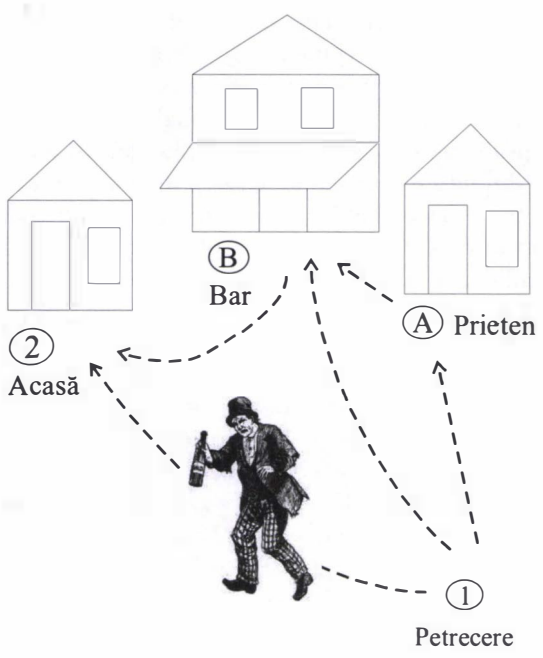

Figura 13.18: *Un exemplu des întâlnit în cărțile de popularizare a fizicii despre esența metodei lui Feynman. Aici avem un bețiv care pleacă de la petrecere (1) și vrea să ajungă acasă (2). Pe drumul de întoarcere el are posibilitatea să viziteze un prieten (A) sau să intre într-un bar (B), fiecare cu o probabilitate anume. Pentru a afla care este probabilitatea finală să ajungă acasă, trebuie să luăm în calcul toate aceste posibilități într-un mod sistematic (vezi textul din secțiune).*

Să începem subliniind din nou definiția unui proces virtual și a amplitudinii de probabilitate asociate:

Metoda lui Feynman în procese virtuale

1. Un proces virtual este orice cale imaginabilă prin care un sistem oarecare (de exemplu, un sistem de particule) poate ajunge de la o stare inițială la o stare finală.
2. Fiecărui astfel de proces virtual n îi vom atașa o amplitudine de probabilitate, ce este un număr complex A_n.
3. La sfârșit trebuie să adunăm numerele complexe A_n pentru a afla amplitudinea de probabilitate totală $A = \sum_n A_n$. Pentru sisteme cu un număr finit de grade de libertate, rezultatul ne va da probabilitatea de a găsi sistemul în starea finală $p \sim |A|^2$, dacă este el plasat în starea inițială.
4. Vom interpreta rezultatul spunând că sistemul parcurge toate procesele virtuale în același timp.

Exemplificăm acest proces în figura 13.18 printr-un exemplu, cel al unui bețiv care încearcă să se întoarcă

acasă de la o petrecere. După cum vedem în figură, beţivul vrea să ajungă acasă (punctul 2), plecând de la petrecere (punctul 1). Pe drum, el poate vizita un prieten A, sau poate intra într-un bar B. Fie probabilitatea $p(A)$ de a vizita prietenul care se aplică, atenţie, doar dacă beţivul ajunge din întâmplare în faţa casei prietenului său. Să mai notăm cu $p(B)$ probabilitatea de a intra în bar, odată ce se află în faţa lui, şi cu $p(i,j)$ probabilitatea de a ajunge din locul i în locul j.

Dacă beţivul alege să meargă direct acasă, atunci probabilitatea acestui acestui proces este $p(1,2)$. Un alt drum posibil este însă să ajungă întâi la prieten (probabilitatea $p(1,A)$) apoi să-l viziteze, odată ce se află acolo (probabilitatea $p(A)$), şi abia apoi să plece acasă (probabilitatea $p(A,2)$). Acest proces suplimentar poate fi privit ca o *perturbaţie*, pentru că beţivul este „perturbat" de prezenţa neaşteptată a unei uşi în faţa sa. Probabilitatea întregului proces va fi $p(1,A)p(A)p(A,2)$.

Desigur, mai sunt şi alte posibilităţi, de exemplu, probabilitatea $p(1,B)$ să meargă mai întâi în faţa barului, apoi probabilitatea $p(B)$ să intre acolo, şi abia apoi probabilitatea să ajungă acasă $p(B,2)$. Probabilitatea întregului proces va fi $p(1,B)p(B)p(B,2)$. Avem şi o cale mai complexă, cea în care beţivul intră mai întâi la prieten, apoi la bar, pentru ca abia apoi să meargă acasă. Probabilitatea acestui proces va fi $p(1,A)p(A)p(A,B)p(B)p(B,2)$.

Probabilitatea de a ajunge acasă este *suma* tuturor cazurilor, pentru că oricare dintre ele îl va aduce pe beţiv acasă. Ea se scrie sub forma:

$$p = p(1,2) + p(1,A)p(A)p(A,2) + p(1,B)p(B)p(B,2) + \\ + p(1,A)p(A)p(A,B)p(B)p(B,2) + \dots$$

Exemplul beţivului conţine o parte din esenţa metodei lui Feynman, cea de care avem nevoie în această secţiune. El ne spune că trebuie să considerăm toate procesele care pot avea loc între situaţia iniţială (petrecerea 1. pentru beţiv) şi finală (acasă 2), cu probabilităţile aferente.

Acum să încercăm să aplicăm exemplul de mai sus în cazul unui ansamblu de particule cuantice, ţinând cont însă că în loc de probabilităţi vom avea *amplitudini de probabilitate*, (nişte numere complexe) iar procesele vor fi *virtuale* (trebuie imaginate ca având loc toate în acelaşi timp). Ne interesează în special amplitudinea de probabilitate a procesului prin care sistemul de particule poate suferi o tranziţie de la o stare la alta.

Să purcedem la această analiză considerând cazul a doi electroni fără spin, cu sarcină electrică însă, ce se mişcă numai într-o dimensiune, să zicem x. În virtutea discuţiei din secţiunea precedentă, vom considera că undele de probabilitate ale celor două particule sunt pentru început localizate, având precis forma nerenormată $\psi_1(x,t_0) = \delta(x-x_1)$ şi $\psi_2(x,t_0) = \delta(x-x_2)$. Putem vizualiza electronii ca fiind în poziţiile spaţiale $x(1)$ şi $x(2)$ la momentul de timp iniţial $t(1) = t(2)$ (vezi figura 13.19).

Ne întrebăm apoi care este amplitudinea de probabilitate a procesului prin care ei pot ajunge din poziţiile iniţiale în poziţiile $x(3)$ şi $x(4)$, la un moment ulterior $t(3) = t(4)$. Matematic, suntem în căutarea amplitudinii de probabilitate a acestui proces, pe care o vom nota cu $AP(1,2;3,4)$. Aceasta poate fi folosită mai târziu (într-o maniera similară celei din secţiunea 140) la calculul evolutiei undei de probabilitate multiparticulă $\psi(x_1,x_2,t)$, atunci când ştim valoarea sa iniţială.

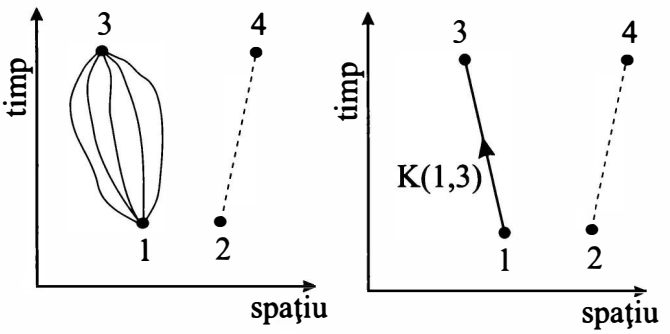

Figura 13.19: *În figură sunt reprezentaţi în spaţiu-timp doi electroni care pot ajunge din evenimentele 1 şi 2 în evenimentele 3 şi 4. Pentru electronul din stânga am schiţat câteva linii de univers prin care acesta poate ajunge din evenimentul 1 în evenimentul 3. În principiu, fiecărei astfel de linii de univers (un proces virtual) i se ataşează o amplitudine de probabilitate, numere care trebuie însumate în final pentru a afla care este probabilitatea ca electronul să ajungă în evenimentul 3. În dreapta, suma a fost deja efectuată şi ea reprezintă propagatorul $K(1,3)$ al tranziţiei primului electron din 1 în 3. Numărul acesta complex ne spune care e probabilitatea ca primul electron să ajungă din 1 în 3, în lipsa oricărei interacţii cu cel de-al doilea electron.*

Prima etapă constă în identificarea tuturor proceselor virtuale prin care cei doi electroni pot ajunge din poziţiile 1 ai 2 în poziţiile 3 şi 4. În cazul nostru, cel mai simplu proces este ca electronul aflat iniţial în 1 să ajungă în 3, iar cel aflat în 2 să ajungă în 4. Acum însă, sunt mai multe traiectorii virtuale prin care electronul din 1 ar fi putut ajunge în 3, şi pentru fiecare trebuie să calculăm amplitudinea de probabilitate (vezi figura 13.19).

În metoda lui Feynman, pentru fiecare astfel de traiectorie clasică, faza $\Delta\phi = S/\hbar$ acumulată pe traiectorie va fi proporţională cu acţiunea clasică S, iar amplitudinea este considerată aceeaşi pentru toate traiectoriile. După aceea trebuie să însumăm aceste numere complexe pentru toate traiectoriile virtuale imaginabile (de desene animate), pentru că ele sunt parcurse în acelaşi timp în modelul lui Feynman, aşa cum ne aducem mereu aminte privind figura 13.1. Din fericire însă, însumarea a fost deja făcută, şi ea este deja inclusă în *propagatorul* electronului, aşa cum am arătat în secţiunea 140. Propagatorul este chiar amplitudinea de probabilitate a tranziţiei electronului de la un loc la altul, într-un spaţiu vid şi lipsit de interacţii, adică exact situaţia noastră simplificată!

Acum, pentru cursivitatea lecturii, o să facem câteva notaţii. Astfel, vom nota cu $K(1,3)$ propagatorul electronului pentru tranziţia de la evenimentul 1 la evenimentul 3. El reprezintă deci un număr complex, care este deja calculat de Feynman şi reprezintă amplitudinea de probabilitate a tranziţiei de la 1 la 3. Propagatorul are însă şi o fază, care reprezintă în esenţă faza acumulată de electron dacă l-am găsi în evenimentul final 3.

Să nu uităm însă și de cel de-al doilea electron, deoarece și lui trebuie să-i atașăm un propagator pentru tranziția între 2 și 4, și anume $K(2,4)$. Să observăm în plus că pe noi ne interesează amplitudinea de probabilitate a unui *proces compus*, în care primul electron merge din 1 în 3 și cel de-al doilea din 2 în 4. Știm acum pentru fiecare din cei doi electroni amplitudinea de probabilitate, însă care este amplitudinea de probabilitate a întregului proces, a procesului compus?

Pentru aceasta trebuie să scriem cu litere mari o nouă regulă, subliniată încă de la început de Feynman, care ne spune cum să lucrăm cu *amplitudinile de probabilitate* ale proceselor compuse, deoarece acestea nu sunt simple probabilități.

Probabilități în mecanica cuantică:

1. *Dacă două procese virtuale sunt ambele necesare într-un proces compus, atunci amplitudinile de probabilitate ale proceselor componente se înmulțesc.*
2. *Dacă numai unul din procese este suficient, atunci amplitudinile de probabilitate se adună.*

Desigur, veți spune, acestea sunt regulile probabilităților obișnuite. Ce este nou în afară de faptul că acum amplitudinea de probabilitate este un *număr complex*? Nimic, asta a remarcat și Richard Feynman. Aici este și frumusețea, deoarece am început cu unde, interferența acestora, faze și amplitudini, pentru ca în final să folosim regula de mai sus, atât de intuitivă. Singura diferență față de situația clasică este că acum avem de-a face cu *amplitudini de probabilitate* (numere complexe), în loc de probabilități (numere reale pozitive).

Regula de mai sus pentru probabilități a fost deja folosită la calculul propagatorului, acolo unde amplitudinile de probabilitate au fost adunate pe toate traiectoriile virtuale (vezi figura 13.19). Produsul amplitudinilor de probabilitate pentru două procese necesare apare și el logic, în special dacă vom considera două procese *succesive* urmate de aceeași particulă. Să remarcăm că, dacă înmulțim cele două amplitudini de probabilitate $A_{total}e^{\Delta\phi_{total}} = A_1e^{\Delta\phi_1}A_2e^{\Delta\phi_2}$, vom obține nu numai un produs al probabilităților $A^2 = A_1^2A_2^2$, dar și o fază totală, care este suma celor două $\Delta\phi_{total} = \Delta\phi_1 + \Delta\phi_2$. Aceasta e ceea ce așteptam, pentru că faza particulei evoluează în continuare de la un proces la altul, deci faza totală acumulată trebuie să fie suma celor două faze ale proceselor componente.

Folosind regula precedentă, putem scrie în sfârșit amplitudinea de probabilitate a procesului compus prin care primul electron ajunge din 1 în 3, și cel de-al doilea din 2 în 4 (vezi stânga figurii 13.20) sub forma:

$$AP(1,2;3,4) = K(1,3)K(2,4)$$

Numărul acesta complex reprezintă amplitudinea de probabilitate a procesului reprezentat de diagrama Feynman din stânga figurii 13.20.

Acum să remarcăm că mai există un proces prin care electronii pot fi găsiți în 3 și 4. Astfel, noi am considerat

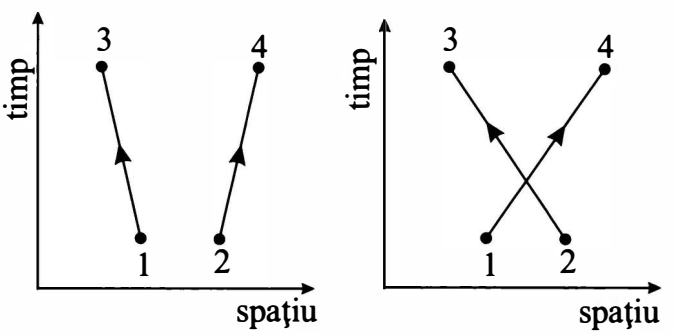

Figura 13.20: *Doi electroni fără spin sunt localizați inițial în pozițiile 1 și 2 la același moment de timp. Cele două diagrame Feynman (stânga și dreapta) reprezintă două procese virtuale prin care electronii pot ajunge în pozițiile finale 3 și 4. Amplitudinea de probabilitate a primului proces (stânga) se scrie ca $K(1,3)K(2,4)$, iar a celui de-al doilea (dreapta) ca $-K(1,4)K(2,3)$. Semnul minus apare în diagrama din dreapta pentru că avut loc o permutare a electronilor, iar electronii sunt fermioni.*

că primul electron poate ajunge în 3, și al doilea electron în 4. Pentru că cei doi electroni sunt intrinsec indiscernabili și trebuie să considerăm toate procesele virtuale (imaginabile), se poate și *invers*: primul electron să ajungă în 4 și al doilea în 3. Procesul este schițat în dreapta figurii 13.20. Amplitudinea de probabilitate a lui se calculează în primă instanță la fel ca în cazul precedent, ca *produsul* celor doi propagatori (pentru că *ambele* procese sunt necesare): $K(1,4)K(2,3)$.

Față de primul caz însă, există o diferență fundamentală. Astfel, pentru a descrie acest proces vedem că trebuie să *permutăm* electronii între ei. Datorită acestui lucru amplitudinea de probabilitate primește un *semn minus*, devenind de fapt $-K(1,4)K(2,3)$. Explicația acestei reguli se leagă de caracterul *fermionic* al electronului, și anume de faptul că nu putem avea doi electroni în aceeași stare cuantică. Vom vedea puțin mai jos de ce.

Avem acum două procese prin care cei doi electroni pot ajunge din stările inițiale 1 și 2 în stările finale 3 și 4. Atunci amplitudinea de probabilitate totală este dată de *suma* amplitudinilor de probabilitate pentru fiecare proces (regula precedentă):

$$AP(1,2;3,4) = K(1,3)K(2,4) - K(1,4)K(2,3)$$

Este interesant acum să calculăm probabilitatea de a găsi ambii electroni fără spin în același eveniment $3 = 4$. După cum se vede din forma precedentă, amplitudinea de probabilitate a acestui proces este *nulă*: $AP(1,2;3,3) = K(1,3)K(2,3) - K(1,3)K(2,3) = 0$! Rezultatul este remarcabil și el ne spune că nu putem găsi cei doi electroni în aceeași poziție la același moment de timp $3 = 4$. Este tocmai ce trebuia să obținem, odată ce electronii sunt fermioni. Vedem astfel că diagramele Feynman au încorporat în ele caracterul *fermionic* sau *bosonic* al particulelor, prin semne plus sau minus care se atașează acestor diagrame. Ele fac parte din așa-numitele *reguli ale lui Feynman.*

Ce ne facem însă dacă introducem *interacțiunea* electromagnetică? În cazul clasic, ne așteptăm ca electronii să

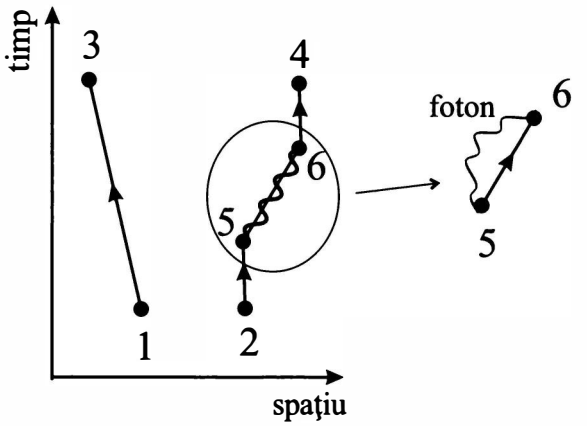

Figura 13.21: *O diagramă Feynman a unui proces în care un foton este emis și absorbit de același electron. Urmărind metoda lui Feynman, vom spune că electronul din dreapta ajunge în evenimentul 5, unde emite un foton. Fotonul emis va fi localizat în 5 după ce a fost emis. Apoi însă electronul va ajunge în 6, unde absoarbe fotonul care se găsește în acel moment acolo (în mecanica cuantică particulele pot fi găsite în oricare alte poziții). În dreapta este reprezentat acest proces cu un propagator al fotonului care apare curbat. Desenul este doar o convenție, pe care o vom folosi și noi de acum încolo, însă ea nu înseamnă că fotonul chiar merge pe acea traiectorie curbată în spațiu-timp. Pur și simplu fotonul aflat inițial în 5 (după ce a fost emis) poate fi găsit după un timp în 6.*

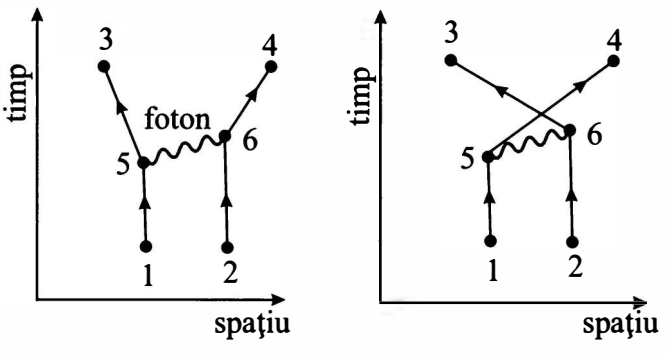

Figura 13.22: *Doi electroni (fără spin) localizați inițial în 1 și 2 pot fi găsiți mai târziu în 3 și 4. Aici sunt prezentate diagramele Feynman de primul ordin pentru procesele virtuale în care un foton e schimbat de la un electron la altul. De remarcat că evenimentele 5 și 6 pot fi oriunde în spațiu și timp (între cele două momente inițial și final).*

se respingă. În metoda lui Feynman am văzut că procesul este descris prin emisia și absorbția de fotoni, și că este descris în diagramele Feynman de un vertex. Amplitudinea de probabilitate $A \sim e$ a emisiei sau absorbției unui foton este nenulă, pentru că electronul are o sarcină electrică negativă $-e$. Într-un sistem de unități normat, amplitudinea de probabilitate se dovedește a fi egală cu *constanta de structura fină* a interacțiunii electromagnetice $p = \alpha = e^2/(2hc\epsilon_0) = 1/137$. Valoarea este mică, și ea sugerează că putem folosi *teoria perturbațiilor*, începând cu puține interacțiuni și adăugând treptat altele.

Ceea ce trebuie să facem acum este să ne imaginăm un alt proces prin care cei doi electroni inițiali pot ajunge în punctele finale 3 și 4. Putem lua în calcul emisia și absorbția de fotoni, având grijă ca nici un foton să nu rămână liber la sfârșit, pentru că aceasta ar reprezenta o *altă* stare finală. Cel mai simplu este atunci să ne imaginăm că un foton este emis undeva în proces și absorbit mai târziu. Putem avea un electron ce emite un foton pe care apoi *tot el* îl reabsoarbe (caz exemplificat în figura 13.21), sau un electron ce emite un foton care este apoi absorbit de *celălalt* electron (vezi figura 13.22).

Acum însă să remarcăm că cele două procese pot fi separate. Astfel, emisia și absorbția continuă de fotoni de către un singur electron face parte integrantă din electrodinamica cuantică. În acest fel, electronul are în jurul lui în mod continuu o „supă cuantică", un *nor de fotoni* pe care îi creează și îi absoarbe cu rate egale, nor ce formează de fapt câmpul electric pentru electron dacă el este static. Aceste procese continue de emisie și reabsorbție a unui foton de către același electron vor fi discutate în secțiunea 147 (atunci când vom vedea că ele conduc la *renormarea* teoriei) de aceea le vom ignora deocamdată.

Rămânem atunci cu un singur proces suplimentar de bază: emisia unui foton și absorbția lui de către *celălalt* electron (vezi figura 13.22). Astfel, este posibil ca electronul din evenimentul 1 să ajungă într-un eveniment intermediar 5, unde *emite* un foton, după care electronul ajunge mai târziu în evenimentul final 3. Pe de altă parte, electronul din 1 poate ajunge în evenimentul intermediar 6, unde *absoarbe* fotonul emis, după care el „aterizează" în evenimentul final 4. Desigur însă, emisia fotonului în 5 de către primul electron poate avea loc *oricând* după momentul inițial, și în *orice* poziție în care electronul poate ajunge intermediar! Același lucru este valabil și pentru absorbția fotonului în 6.

Pentru a scrie amplitudinea de probabilitate a întregului proces, mai trebuie să facem două convenții. Astfel, vom scrie propagatorul fotonului, amplitudinea lui de tranziție din punctul 5 în punctul 6, ca fiind simplu $D(5,6)$, ignorând astfel polarizarea lui. Apoi, vom scrie *amplitudinea de probabilitate* a emisiei sau absorbției de fotoni simplu ca $A = e$, ignorând ceilalți termeni pentru cursivitatea lecturii.

Vom scrie acum *amplitudinea de probabilitate* a primului proces suplimentar prin care se poate *schimba un foton* între cei doi electroni (vezi stânga figurii 13.22). Pentru aceasta folosim regulile de probabilitate menționate mai devreme:

$$K(1,5) \cdot e \cdot K(5,3) \cdot D(5,6) \cdot K(2,6) \cdot e \cdot K(6,4)$$

Amplitudinea de probabilitate de mai sus se scrie ca un *produs* pentru că *toate* procesele componente de mai sus (deplasări, emisii) trebuie să aibă loc pentru ca procesul total să aibă loc. De remarcat că în aceste procese intervine *propagatorul*, ceea ce ne spune că particulele se deplasează de la un loc la altul. Fotonul de exemplu, atunci când este emis de electron, se află inițial în poziția 5, urmând ca apoi să fie găsit în 6.

Să revenim la discuția noastră despre cei doi electroni și să remarcăm că lucrurile se complică dacă ne dăm seama că evenimentele intermediare 5 și 6 pot fi oricare în spațiu-timp. De aceea, ar trebui acum să *adunăm* toate aceste amplitudini de probabilitate pentru toate evenimentele posibile 5 și 6, unde ar fi putut fi emis fotonul și absorbit. Aceasta pentru că *oricare* dintre procese este suficient pentru a pune sistemul de electroni în aceeași stare finală (un electron în 3 și altul în 4). În termenii lui Feynman, procesele au loc în același timp. Obținem deci o sumă pentru amplitudinea de probabilitate totală:

$$\sum_{5,6} K(1,5)\cdot e\cdot K(5,3)\cdot D(5,6)\cdot K(2,6)\cdot e\cdot K(6,4)$$

Cu alte cuvinte, suma precedentă ar trebui s-o efectuăm pentru *toate* evenimentele 5 și 6 din univers unde cei doi electroni pot ajunge și emite/absorbi fotonul. Să observăm că suma de mai sus conține și cazul când *al doilea* electron emite un foton și primul electron îl absoarbe, atunci când evenimentele 5 și 6 sunt ordonate temporal invers (evenimentul 6 mai întâi). Lucrul acesta e posibil deoarece amplitudinea de probabilitate a procesului de emisie este egală cu cea a procesului de absorbție.

Există însă și o altă manieră prin care electronii pot schimba un foton, manieră care nu a fost inclusă în sumă: cea în care electronul din 5 (după emisia fotonului) ajunge în 4, și cel din 6 (care absoarbe fotonul) ajunge în 3 (vezi dreapta figurii 13.22). Pentru că aici *permutăm* doi electroni între ei, trebuie să adăugăm un semn suplimentar diagramei (regula lui Feynman). Vom scrie amplitudinea de probabilitate totală a acestor procese ca:

$$\sum_{5,6} -K(1,5)\cdot e\cdot K(5,4)\cdot D(5,6)\cdot K(2,6)\cdot e\cdot K(6,3)$$

Vom scrie acum *amplitudinea de probabilitate* totală $AP(1,2;3,4)$ de a găsi primul electron în evenimentul 3 și al doilea în 4, dacă ei s-au aflat la început localizați în evenimentele 1 și 2, luând în calcul procesele de mai sus (primul ordin de perturbație). Desigur, vom avea o sumă, pentru că *oricare* dintre procese este suficient pentru a pune sistemul de electroni în aceeași stare finală:

$$\begin{aligned} AP(1,2;3,4) &= K(1,3)K(2,4) - K(1,4)K(2,3) + \\ &+ \sum_{5,6} K(1,5)\cdot e\cdot K(5,3)\cdot D(5,6)\cdot K(2,6)\cdot e\cdot K(6,4) - \\ &- \sum_{5,6} K(1,5)\cdot e\cdot K(5,4)\cdot D(5,6)\cdot K(2,6)\cdot e\cdot K(6,3) \end{aligned}$$

Cititorul se poate întreba: ce se întâmplă cu electronul după ce emite fotonul? Dar cu fotonul? În ce direcție o ia și cu ce viteză? Toate aceste întrebări nu se pot pune în abordarea de față, numită și *reprezentarea poziției* a diagramelor Feynman. Aici discutăm despre probabilitatea ca un electron sau foton să ajungă dintr-un loc în altul. În această reprezentare, ne imaginăm că fotonul rămâne *localizat* după ce este emis, iar apoi are o șansă de a fi *găsit* într-un alt loc. Și electronul rămâne localizat după ce a emis un foton și are o șansă de a fi găsit după un timp în alt loc.

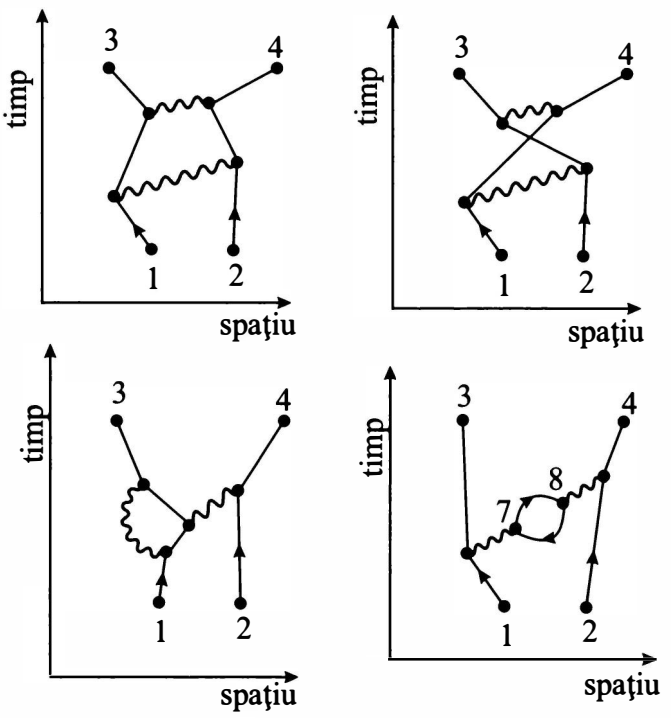

Figura 13.23: *Patru diagrame Feynman pentru procesul discutat în text, în care se schimbă doi fotoni. În stânga-sus primul electron emite doi fotoni care sunt absorbiți pe rând de cel de-al doilea electron. În dreapta-sus este același proces cu o interacțiune de schimb (electronii și-au schimbat poziția). În stânga jos, primul foton emis este reabsorbit mai târziu de același electron. În dreapta-jos electronul din stânga emite mai întâi un foton, care se sparge apoi într-o pereche electron-pozitron. Propagatorii electronului și pozitronului de la 7 la 8 sunt desenați acum prin convenție cu o linie curbă. Nu trebuie să ne imaginăm că particulele urmăresc această linie, ci că electronul și pozitronul generați în 7 vor putea ajunge mai târziu în 8, unde se vor recombina într-un nou foton. Acesta va fi apoi absorbit de cel de-al doilea electron, în așa fel încât în final avem aceeași situație cu un electron în 3 și altul în 4.*

Dacă privim suma precedentă ce definește amplitudinea de probabilitate, vom vedea că ea a fost redusă la *propagatori* (pentru foton și electron) și la *vertexuri* de interacțiune (desemnați simplu prin e). Întregul proces posibil a fost „spart" în părțile sale componente: propagatori și vertexuri.

Aceasta se dovedește a fi o caracteristică generală: amplitudinea de probabilitate a oricărui proces se descompune în amplitudini de probabilitate primare, propagatori și vertexuri (vezi discuția din secțiunea 138, în particular figura 13.7). De aceea am spus că fizicienii au reflexul format, ei calculează imediat amplitudinea de probabilitate a unui proces compus, reprezentat de o diagramă Feynman oarecare, înmulțind și adunând propagatorii și vertexurile proceselor primare.

Să revenim acum la cei doi electroni și să remarcăm că mai există și alte procese prin care în final să găsim un electron în 3 și altul în 4. Până acum am considerat procesele

fără schimb de fotoni și procesele în care are loc schimbul *unui singur* foton. Restul proceselor le vom ordona în funcție de *numărul* de fotoni care se schimbă, pentru că starea finală nu trebuie să conțină nici un foton. Cu cât numărul de fotoni schimbați crește, cu atât contribuția acelui proces la amplitudinea de probabilitate totală va fi mai mică. Aceasta pentru că fiecare schimb de fotoni (două *vertexuri*) introduce un factor de $e^2 = \alpha = 1/137$ în amplitudinea de probabilitate.

Să considerăm, de exemplu, procesele prin care se schimbă *doi* fotoni. Un astfel de proces este cel în care cei doi electroni schimbă direct doi fotoni (vezi figura 13.23 sus). Un altul este cel în care fotonul emis de primul electron generează o pereche electron-pozitron, pereche însă care se anihilează apoi la loc într-un foton ce este absorbit mai târziu de cel de-al doilea electron (vezi figura 13.23 jos-dreapta). Acest proces introduce infiniți în teorie și el contribuie la *renormarea* sarcinii electronului, așa cum vom vedea mai târziu. Putem avea și procese în care unul sau ambii fotoni sunt reabsorbiți de același electron, mai devreme sau mai târziu și în orice poziție, practic toate combinațiile posibile.

Desigur, va trebui să trecem și la procese de ordin superior, în care se schimbă trei fotoni, apoi patru fotoni și așa mai departe. Cu cât sunt schimbați mai mulți fotoni, cu atât ne așteptăm ca procesele să contribuie mai puțin la amplitudinea de probabilitate *totală* (cu câte un factor de $\alpha = 1/137$ pentru fiecare foton). Aici, numai imaginația ne poate limita în căutarea diverselor procese de interacțiune care pot avea loc. Important este că pentru fiecare astfel de proces trebuie să calculăm amplitudinea de probabilitate. În acest fel, fiecare diagramă ne dă un număr complex (amplitudinea de probabilitate), iar *suma* acestor numere ne dă contribuția la amplitudinea de probabilitate totală.

La sfârșitul acestei secțiuni, să recapitulăm *metoda lui Feynman*. Ea se folosește pentru a calcula *amplitudinea de probabilitate* a tranziției unui sistem dintr-o stare în alta. În cazul electrodinamicii cuantice, sistemul este pur și simplu un ansamblu de electroni, pozitroni și fotoni.

Metoda lui Feynman:

1. Identificăm mai întâi toate procesele virtuale (imaginabile) prin care sistemul poate ajunge din starea inițială în cea finală. În cazul electrodinamicii cuantice, fiecărui tip de proces îi atașăm o diagramă Feynman. Ele nu sunt numai niște desene care ne ajută să vizualizăm propagatorii particulelor de la un eveniment la altul sau emisia/absorbția fotonilor. Cu ajutorul diagramelor Feynman vom calcula amplitudinea de probabilitate a procesului atașat.
2. Amplitudinea de probabilitate a unui singur proces se calculează înmulțind amplitudinile de probabilitate ale proceselor elementare. În electrodinamica cuantică, ele se reduc în final la diverși propagatori și vertexuri, care se văd în diagramele Feynman. Amplitudinile proceselor elementare se înmulțesc ca in cazul clasic al probabilităților, deoarece, pentru ca întregul proces să aibă loc, trebuie ca fiecare parte a lui să aibă loc.
3. Probabilitatea de a găsi sistemul în starea finală se calculează adunând toate amplitudinile de probabilitate ale fiecărui proces posibil (deci toate diagramele Feynman). Însumarea are același sens ca în cazul clasic al probabilităților, deoarece oricare dintre procese conduce la rezultatul dorit.

În final, să observăm că pe parcursul discuției am menționat des probabilitatea ca un electron să emită un foton. Termenul de „probabilitate" a fost folosit datorită familiarității cu procese similare din viața cotidiană. Așa însă cum amintit, nu trebuie să ne imaginăm un electron clasic emițând eventual un foton din când în când. Din contră, trebuie să ne imaginăm că electronul chiar asta face tot timpul, emite fotoni în același timp pe fiecare dintre traiectoriile virtuale care pot fi imaginate!

Cu alte cuvinte, procesele virtuale nu sunt probabile, ci ele au loc cu certitudine, *toate în același timp*. Toate aceste procese virtuale sunt de fapt tranziții cuantice ale întregii „saltele" cuantice a universului (vezi figura 13.7). Probabilitatea este doar o măsură a contribuției fiecărui proces virtual în rezultatul final. Acest aspect e important pentru a avea o imagine corectă a universului cuantic în care trăim, și de aceea îl vom detalia în secțiunea următoare.

143. Particulele virtuale și „supa cuantică" a universului

După o trecere în revistă a *metodei lui Feynman* aplicată electrodinamicii cuantice, ne vom trage acum sufletul și vom arunca o privire de ansamblu asupra întregii construcții. Ne vom concentra în special asupra relevanței acestor modele în înțelegerea universului în care ne naștem, trăim și respirăm. Cum arată universul, din ce este alcătuit și cum funcționează?

Esența metodei lui Feynman se recunoaște în interpretarea pe care el o dă experimentelor de interferență. Un exemplu potrivit este figura 13.1 prezentată în secțiunea 137. Aici am văzut că putem asocia fiecarei fante o traiectorie virtuală a particulei din experimentul de interferență. Am atașat apoi fiecărei traiectorii virtuale câte o undă pilot (de Broglie) care a devenit mai apoi o amplitudine de probabilitate în metoda lui Feynman. Pentru a reproduce franjele de interferență a trebuit atunci să considerăm că particula parcurge *în același timp* toate aceste traiectorii virtuale, iar apoi am adunat amplitudinile de probabilitate ale tuturor proceselor.

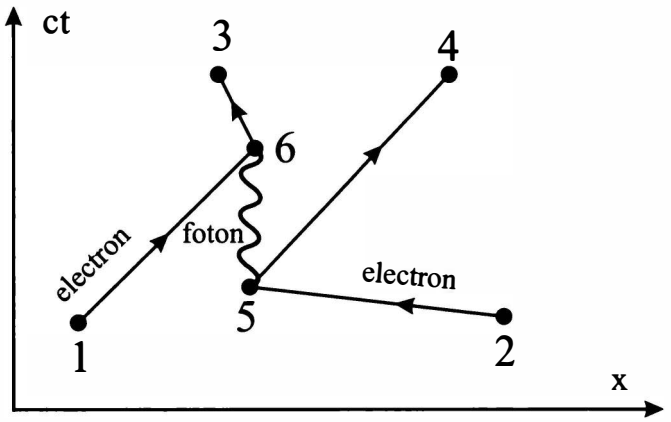

Figura 13.24: *Un proces de împrăștiere care exemplifică noțiunea de particule virtuale. Pe axa verticală este desenat timpul ca ct, iar pe cea orizontală distanța x. Un segment înclinat la* 45° *ar reprezenta atunci aproximativ conul de lumină. În proces, doi electroni se află inițial în pozițiile 1 și 2. Primul electron este găsit apoi în 6. În limbajul particulelor virtuale, spunem că un electron virtual a ajuns din 1 în 6. De remarcat că înclinarea propagatorului acestui proces este aproape de* 45°*, ceea ce înseamnă că electronul virtual are aparent o viteză aproape de viteza luminii! Fotonul emis de al doilea electron în 5 pare în schimb că stă pe loc (poziția rămâne aceeași), ceea ce clasic nu se întâmplă (pentru că fotonul semiclasic călătorește cu viteza luminii). Aceasta pentru că fotonul are într-adevăr o probabilitate nenulă de a fi găsit în 6, chiar dacă ea este foarte mică.*

Cele două elemente fundamentale ale metodei lui Feynman sunt noțiunea de *traiectorie virtuală* (orice traiectorie ce poate fi parcursă de particulă) și cea de *amplitudine de probabilitate.* Toate traiectoriile virtuale sunt parcurse de particulă în același timp, iar amplitudinea de probabilitate ne dă contribuția traiectoriei virtuale în rezultatul final.

Unii fizicieni interpretează procesul de mai sus spunând că particula devine *virtuală* circulând în același timp pe aceste traiectorii virtuale. Noțiunea de *particulă virtuală* poate astfel crea confuzii, ca și cum ne-am aștepta să fie vorba de o altă particulă. După cum vedem însă, este vorba de aceeași particulă, iar cuvântul *virtual* trebuie doar să ne aducă aminte de fiecare dată că particula ia parte, *simultan*, în mai multe procese virtuale.

De aceea, să nu ne lăsăm păcăliți de această denumire de particule virtuale, căci este numai o convenție de limbaj și nu avem de-a face cu noi particule. Denumirea este folosită des în fizica particulelor elementare. Acolo trebuie să îi asociem mereu, de câte ori o întâlnim, procesele virtuale simultane în care ea e implicată.

Un exemplu este *schimbul de fotoni* dintre doi electroni, așa cum a fost el introdus în secțiunea precedentă. Am văzut aici că, în multitudinea de procese virtuale care au loc în același timp, avem unele în care primul electron emite un foton ce este mai târziu absorbit de al doilea electron, aflat în *orice* poziție din spațiu. În mod normal, peste o secundă, este mai probabil să găsim un foton la o distanță de o secundă-lumină, pentru că fotonul clasic călătorește cu viteza luminii. Dacă însă, după o secundă, cel de-al doilea electron absoarbe fotonul la o distanță de numai un metru (vezi figura 13.24), ce fel de foton este acesta, care a fost viteza lui, căci el pare că stă pe loc? Desigur, este vorba despre același foton, doar că el are o probabilitate mai mare sau mai mică de a fi găsit într-un loc sau altul.

Noțiunea particulelor *virtuale* ne ajută să ne facem o imagine despre cum se prezintă universul dacă este să luăm în serios metoda lui Feynman. Trebuie spus de la început că este vorba doar de o *reprezentare* a universului ieșită dintr-o formă particulară a ecuațiilor sale. Atâta timp cât modelul matematic al metodei lui Feynman este echivalent cu celelalte modele ale mecanicii cuantice, avem libertatea de a crede că universul este într-adevăr așa cum ni-l descrie Feynman. Trebuie să fim atenți însă atunci când folosim cuvântul „este", căci toate modelele matematice echivalente rămân doar reprezentări ale universului.

De exemplu, am văzut că, în cadrul teoriilor cuantice de câmp, particulele sunt considerate pachete de energie ale „arcurilor" ce formează câmpurile. Acum interacțiunile între particule pot fi privite și ca tranziții între stări diferite ale „saltelei" universului (vezi figura 13.7), care au loc chiar și fără conservarea energiei.

Care dintre aceste două reprezentări este mai „adevărată"? Sunt particulele bile virtuale care circulă în același timp pe multiple traiectorii imaginabile, sau pachete de energie ale „saltelei" universului care are multiple tranziții de pe o stare cuantică pe alta ? Atâta timp cât matematica conduce la aceleași rezultate (și conduce) suntem liberi să alegem modelul care ni se pare mai familiar.

În reprezentarea universului dezvoltată de Feynman, esența metodei matematice o reprezintă procesele virtuale. El reprezintă orice proces imaginabil prin care un sistem oarecare poate ajunge dintr-o stare inițială într-una finală. În electrodinamica cuantică avem de exemplu procese de tranziție a particulei de la un loc la altul (descrise de *propagatori*), procese de emisie și absorbție a fotonilor (descrise de *vertexuri*) și procese de anihilare și creare de perechi electron-pozitron (descrise tot de vertexuri).

Între o stare inițială și una finală, toate aceste procese virtuale au loc *în același timp.* Fiecare astfel de proces n primește o amplitudine de probabilitate A_n, un număr complex care ne dă contribuția acelui proces la rezultatul final. Am putea fi tentați să spunem că *probabilitatea* ca acel proces n să aibă loc este $p_n = |A_n|^2$. După cum vedem însă, aceasta este doar o intepretare simplificată a proceselor virtuale, în care ne imaginăm că un proces sau altul poate avea loc cu o anumită probabilitate. În realitate însă toate procesele au loc în același timp.

De aceea, trebuie să ne aducem aminte mereu să considerăm *toate* procesele virtuale prin care sistemul poate evolua din starea inițială și cea finală, și să adunăm apoi amplitudinile de probabilitate (pentru că fiecare proces virtual este suficient pentru a asigura tranziția). Aceasta pentru că sistemul evoluează *în același timp* prin toate procesele virtuale!

În cazul a doi electroni care interacționaeză (exemplificat în secțiunea precedentă), ei ajung în evenimentele finale fără să schimbe fotoni, în același timp ajung schimbând un singur foton virtual, tot în același timp ajung emițând și absorbind doi fotoni virtuali, și așa mai departe (vezi figura 13.25). Subliniem *în același timp* pentru

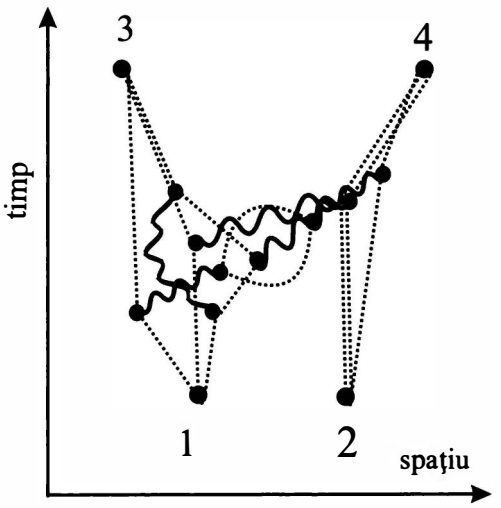

Figura 13.25: *Doi electroni se află inițial în evenimentele 1 și 2, iar în figură sunt reprezentate câteva dintre procesele virtuale în urma cărora ei pot fi găsiți în 3 și 4. Toate procesele (diagrame Feynman) sunt acum puse una peste alta, pentru că toate au loc în același timp. În această interpretare, electronul va emite un foton, dar în același timp va emite și doi fotoni unul după altul, și în același timp tot unul, dar din alt loc. Procesele virtuale se desfășoară în același timp, dar contribuția lor la amplitudinea totală de probabilitate va fi diferită.*

că toate procesele contribuie la amplitudinea de probabilitate totală. Desigur, unele contribuie mai mult (cele fără schimb de fotoni) și altele mai puțin (cele în care se schimbă din ce în ce mai mulți fotoni), însă toate contribuie (vezi și figura 13.7).

Vedem atunci că electronul emite în același timp și un foton, și doi, și trei, și la Londra și la Fișcălia, și acum și peste o secundă, pentru că fiecare astfel de „emisie" face parte dintr-unul din nenumăratele procese virtuale. „Probabilitatea" de emisie a fotonului trebuie mai degrabă privită ca o indicație a contribuției în amplitudinea de probabilitate totală. Electronul urmărește în același timp miliarde de procese virtuale, *tot* ce este posibil, și deci el emite încontinuu miliarde de fotoni pe secundă, dacă este să punem toate aceste procese virtuale într-o oală. Concluzia este importantă, așa că merită s-o subliniem:

Procese virtuale:

Orice sistem de particule evoluează cuantic *în același timp* pe toate căile imaginabile din starea inițială în starea finală. O astfel de cale imaginabilă se numește *proces virtual.*

Fiecare astfel de proces virtual primește o *amplitudine de probabilitate*, care cuantifică contribuția lui la procesul total.

Particulele care iau parte la procesele virtuale se numesc *particule virtuale.* O mențiune a unei particule ca fiind *virtuală* trebuie să ne readucă aminte că ea ia parte într-un proces virtual, care are loc în același timp cu multe altele imaginabile.

Universul apare astfel ca o *supă cuantică* de particule, emise și absorbite *în același timp* în diversele procese virtuale. În practică însă, nu considerăm toate procesele virtuale, deoarece contribuția celor de ordin mai ridicat (când are loc schimbul mai multor fotoni, de exemplu) este redusă. Mai mult, ne interesează numai acele procese prin care sistemul ajunge în starea în care îl vom măsura noi, pentru a calcula (și verifica) probabilitatea ca el să fie găsit acolo.

Interesant este să mergem mai departe cu imaginația și să presupunem că nu facem nici o măsurătoare asupra universului. Ne putem închipui ce s-ar întâmpla. Am avea atunci un univers care evoluează simultan în toate manierele virtuale posibile, într-un haos desăvârșit, în care numai suma amplitudinilor de probabilitate mai ține evidența probabilităților ca el să fie găsit apoi într-o formă sau alta (vezi figura 13.26).

Dacă reprezentarea a universului ca un ansamblu de procese cuantice care au loc toate în același timp pare paradoxală, iată mai jos un argument care ne ajută. Astfel, am văzut că esența mecanicii cuantice este faptul că un sistem cuantic se află simultan în toate stările sale clasice. Fiecare stare clasică primește un număr complex, iar setul de numere reprezintă unda de probabilitate a sistemului. În cazul unei particule, de exemplu, pentru a reprezenta stările sale clasice, pot fi alese pozițiile din spațiu ale particulei unde ea poate fi localizată. De aceea, unda de probabilitate devine o funcție de pozițiile din spațiu, cu valori complexe.

Pe de altă parte, în teoria relativității, evoluția particulei considerată clasică este descrisă de o *linie de univers.* Aceasta pune o problemă filozofică serioasă, căci atunci ce „este" o particulă? Ea poate fi privită fie ca o bilă sau un pachet de energie ce se deplasează în spațiu-timp lăsând în urmă o linie de univers, fie ca o linie de univers ce ne apare nouă ca o particulă, pentru că noi am fost „aruncați" în timp.

Dacă luăm în serios a doua reprezentare, ar trebui să spunem că linia de univers (noua definiție a particulei) se găsește *în același timp* în toate posibilitățile în care ar putea fi ea imaginată între starea inițială și cea finală, așa cum particula din prima reprezentare se găsește în același timp toate pozițiile sale clasice. Metoda traiectoriilor virtuale ar fi atunci o extensie a principiului superpoziției cuantice în spațiu-timp. Obținem astfel în mod natural reprezentarea lui Feynman.

Lucrul acesta îl vom înțelege mai bine dacă privim figura 13.26, unde am reprezentat evoluția cuantică a unei particule localizată la început în punctul $x_0 = 0$. Unda de probabilitate a particulei a fost aleasă sub forma nerenormată $\psi(x,0) = \delta(x)$, așa cum a fost ea introdusă în secțiunea 140. Avantajul acestei forme este că unda de probabilitate a particulei $\psi(x,t)$ la un moment ulterior t este chiar propagatorul din evenimentul inițial (originea sistemului de coordonate), în evenimentul (x,t).

Vedem că, dacă particula nu este măsurată (pentru a evita un colaps al undei de probabilitate), ea va circula pe toate traiectoriile care se pot imagina din poziția inițială. La momentul t, amplitudinea de probabilitate $A(x,t)$ de a ajunge în punctul x se calculează conform metodei lui Feynman, imaginându-ne că fiecare traiectorie are atașată

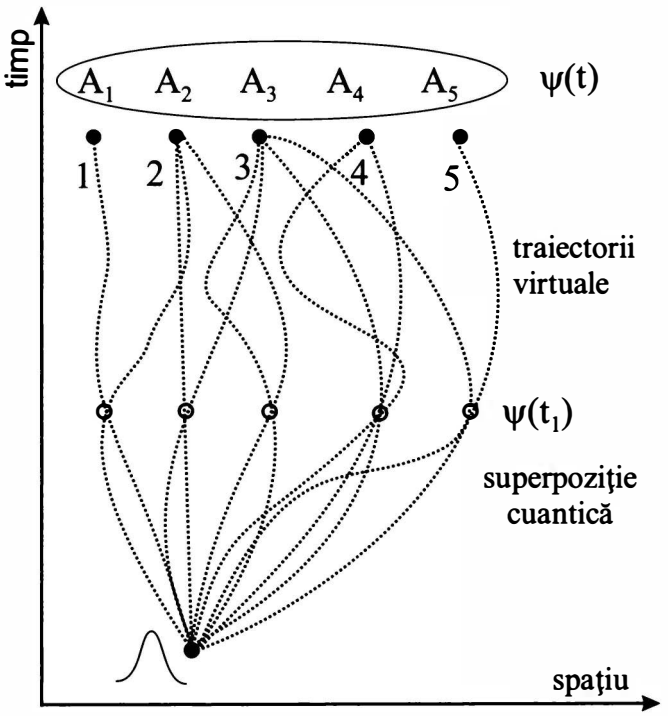

Figura 13.26: *În partea de jos am reprezentat o particulă localizată în poziția sa inițială. La un moment ulterior t (sus) amplitudinea de probabilitate a tranziției într-un alt eveniment (evenimentele sunt notate cu 1,2,3,4,5) se obține prin însumarea undelor pilot pe toate traiectoriile virtuale care se pot imagina până în acel eveniment. Setul amplitudinilor de probabilitate A_i ne va da unda de probabilitate a particulei în momentul t, în cazul în care unda de probabilitate inițială are forma $\delta(x)$. Acest lucru este valabil și la un moment intermediar, acolo unde putem privi particula ca pe o superpoziție a stărilor sale clasice de poziție.*

o undă pilot, și adunând în final aceste unde pilot în punctul x. Setul de valori ale amplitudinilor de probabilitate reprezintă însă în alegerea noastră unda de probabilitate a particulei la momentul t: $\psi(x,t) = A(x,t)$

Procedura de mai sus este valabilă însă și la orice moment intermediar (în figura 13.26 acesta este momentul t_1). Și aici putem aduna toate undele pilot ale traiectoriilor care ajung într-un punct x pentru a afla amplitudinea de probabilitate a tranziției în punctul x. Setul numerelor va reprezenta din nou unda de probabilitate la momentul intermediar t_1.

Acum însă recunoaștem că particula se găsește în toate punctele din spațiu, așa cum ne spune principiul superpoziției. Acest lucru este însă adevărat pentru că particula circulă, virtual, pe toate traiectoriile imaginabile! Privind din acest punct de vedere, putem spune că principiul superpoziției cuantice este o *consecință* a metodei lui Feynman, în cazul discutat.

Vedem atunci că atât în metoda lui Feynman, cât și în principiul superpoziției din mecanica cuantică, apare aceeași esență: particula se află, simultan, în mai multe traiectorii virtuale sau poziții din spațiu. Este această imagine corectă? Urmează, într-adevăr, universul toate procesele posibile? Chiar merge electronul virtual în Andromeda și se întoarce într-o fracțiunea de secundă pentru a contribui cu amplitudinea de probabilitate la probabilitatea de a fi găsit în cana noastră de ceai? În secțiunea 137 am argumentat că da.

Atâta timp cât ne vom imagina electronul ca o bilă, procesul de mai sus ni se va părea paradoxal. Nici atunci când ni-l vom imagina ca pe un pachet de energie nu ne va fi mai ușor. La originea lor, așa cum am arătat în capitolul 12, toate aceste procese sunt tranziții între stări cuantice ale universului întreg. Remarcăm însă că o mare parte a eforturilor noastre a fost destinată exprimării acestor procese cuantice fundamentale în termenii noțiunilor care ne sunt familiare noastre (ca cea de *particulă*, sau cea de *deplasare*). Oricât am încerca, ne vom lovi la un moment dat și de procese care nu mai pot fi interpretate prin noțiuni familiare, și vom descoperi paradoxuri aparente.

Pe de altă parte, dacă ne rezumăm la forma matematică a legilor, situația este mai puțin paradoxală. La urma urmei, din perspectiva științei, realitatea trebuie descrisă coerent prin simboluri matematice. Atunci, orice proces descris matematic coerent face obiectul realității, iar un proces care nu poate fi astfel descris sau explicitat (de pildă cele legate de „sensul vietii") nu ține de realitatea științifică, și studiul lui nu va fi publicat în revistele de specialitate.

Un alt răspuns este să încercăm să ieșim din paradoxul inițial văzând dacă nu cumva el conține sugestii pentru niște teorii care se vor dezvolta mai târziu. Dacă electronul este în același timp în toate locurile din spațiu, putem specula, de exemplu, că toate punctele din spațiu sunt „vecine" unele cu altele, căci altfel i-ar fi mai ușor electronului să cuprindă imensitatea spațiului. Poate fi spațiul în același timp plan și „mototolit" ca o foaie de hârtie, pentru a genera efectul de mai sus? Nu știm.

Oricum, să rămânem în final cu mirare în față unui fapt ce rămâne cu adevărat straniu. Dacă universul este în esență așa de haotic, plin de interacții virtuale de tot soiul, care au loc în același timp, oare nu este de mirare că, la scară macroscopică, el pare așa de liniștit? Or, cu alte cuvinte, oare nu suntem destul de norocoși să nu regăsim haosul proceselor virtuale la scară macroscopică, și în felul acesta să ne putem citi liniștiți cartea pe fundalul unei muzici liniștitoare?

14

Consecințe ale electrodinamicii cuantice

În capitolul precedent am prezentat conceptele de bază ale electrodinamicii cuantice (interacțiunea dintre electroni, pozitroni și fotoni) în metoda lui Richard Feynman, prin comparație cu teoria cuantică a câmpurilor. Am văzut că metoda se bazează pe multiplele procese virtuale care au loc *în același timp* și pe *amplitudinile de probabilitate* atașate acestor procese.

În acest capitol vom aborda elemente mai avansate ale electrodinamicii cuantice, concentrându-ne nu numai pe consecințele teoriei sau cercetări actuale în domeniu, dar și pe unele probleme ale sale.

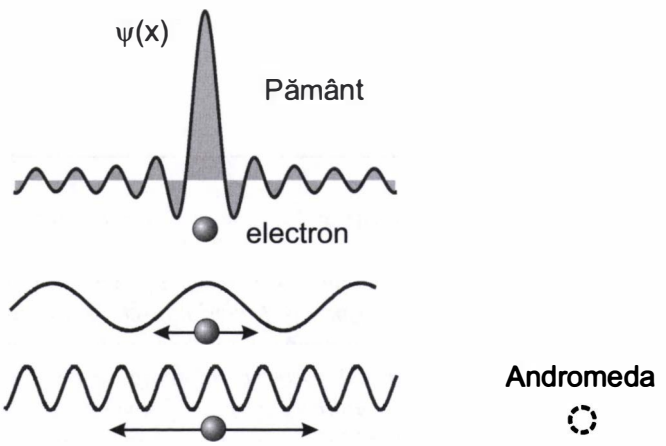

Figura 14.1: *Sus este reprezentată schematic o formă posibilă a unei unde de probabilitate pentru un electron localizat undeva pe Pământ (am schițat numai partea reală a ei). Unda de probabilitate se poate descompune schematic în componente Fourier, fiecare reprezentând un electron de impuls nenul (exemplificate jos). Dacă aceste componente sunt perfect sincronizate la început, probabilitatea de a găsi electronul în altă poziție este nulă (așa cum este în figura de sus). După un timp scurt, componentele se desincronizează, iar probabilitatea de a găsi electronul devine nenulă chiar și la distanțe unde electronul nu ar ajunge decât dacă ar depăși viteza luminii. Situația este exemplificată în dreapta, unde electronul este găsit peste câteva momente tocmai în galaxia Andromeda.*

144. Antiparticulele și călătoria înapoi în timp

Am văzut în capitolul precedent că *electrodinamica cuantică* descrie interacțiunea dintre trei particule: electronul, pozitronul și fotonul. Pozitronul mai este denumit și *antiparticula* electronului.

Așa cum am amintit, să nu ne lăsăm înșelați de denumire, pozitronul este o particulă ca oricare alta, are masă pozitivă (egală cu a electronului), energie pozitivă și sarcină electrică egală în valoare absolută cu a electronului, dar de semn opus. Ceea ce face pozitronul special este faptul că el se *anihilează* cu electronul, lăsând în urma lui niște dâre de lumină. Această proprietate specială este cea care îi dă pozitronului denumirea de *antiparticulă*.

În teoria cuantică a câmpurilor (capitolul 12) am văzut că atât electronul, cât și antiparticula sa, pozitronul, trebuie privite ca niște *pachete discrete de energie* ale oscilațiilor câmpului Dirac (câmpul undei de probabilitate relativiste). În cazul reprezentării impulsului (secțiunea 134), aceste oscilații erau undele plane. Electronii erau pachetele de energie discretă provenind din acele unde plane pentru care faza undei descrește în timp, iar pozitronii proveneau din undele plane a căror fază crește în timp. După cuantificare, ambele oscilații veneau în pachete discrete de energie pozitivă, pachete pe care noi le interpretam ca fiind electron sau pozitron. Anihilarea dintre electron și pozitron o interpretam ca pe un schimb de energie între câmpul Dirac și câmpul electromagnetic.

Toate particulele au antiparticulele lor asociate. Atât particula, cât și antiparticula sa au aceeași masă de repaus și aceleași valori *absolute* ale sarcinilor (sarcina electrică, sarcina tare nucleară etc.), însă de semn *opus*. Dacă electronul are sarcină electrică negativă, atunci pozitronul are sarcină electrică pozitivă. Pe de altă parte, fotonul este propria sa antiparticulă, pentru că are sarcinile nule. Vom discuta în această secțiune mai mult despre antiparticule și vom exemplifica pe larg cazul pozitronullui, antiparticula electronului.

Povestea noastră începe de la o observație asupra propagatorului unei particule, așa cum a fost el introdus în capitolul 13. Acesta reprezintă *amplitudinea de probabilitate* a procesului prin care particula cuantică poate ajunge dintr-un loc în altul, în lipsa interacțiunilor virtuale cu alte particule și într-un spațiu vid lipsit de câmpuri potențiale.

Atunci, dacă avem o particulă localizată de masă de repaus nenulă, care este probabilitatea s-o găsim peste o secundă la un metru mai încolo? În cazul clasic, dacă particula este în repaus, această probabilitate este nulă. În cazul cuantic, probabilitatea se calculează știind forma precisă a undei de probabilitate inițială a particulei și propagatorul său (vezi secțiunea 140). Ea poate deveni nenulă.

Modelele teoretice arată că, imediat după ce particula este localizată în poziția inițială, unda sa de probabilitate se *delocalizează* rapid, având componente care depășesc viteza luminii! Cu alte cuvinte, este posibil să găsim particula după un timp la distanțe la care nu ar fi putut ajunge decât dacă ar fi călătorit cu o viteză *mai mare* decât viteza luminii. Să explicăm puțin cauza acestui fenomen straniu.

În secțiunea 107 am introdus principiul de incertitudine al lui Heisenberg. Acolo am văzut că el e strâns legat de principiul colapsului cuantic, cel care spune că unda de probabilitate are un colaps cuantic la fiecare măsurătoare. Am văzut că, odată ce știm cu precizie că particula se află într-o zonă anume, unda de probabilitate devine localizată.

O formă localizată are însă mai multe componente Fourier ondulatorii în care se descompune, componente care dau probabilitățile ca particula să aibă diferite viteze (vezi figura 14.1). Cu alte cuvinte, după ce aflăm precis poziția unui particule, nu vom mai ști precis viteza sa, iar particula poate fi găsită mai târziu în zone adiacente. Cu cât scădem mai mult incertitudinea în poziție Δx (știm aproape exact unde este particula), cu atât creștem incertitudinea în impuls $\Delta p \geq \hbar/(2\Delta x)$. Particula se poate afla apoi, după un timp, la distanțe foarte mari.

Atât în cazul mecanicii cuantice nerelativiste, cât și în cazul celei relativiste, se arată că particula poate fi găsită peste o secundă la distanțe foarte mari, chiar acolo unde nu ar fi putut ajunge clasic decât depășind viteza luminii. În termeni tehnici, se spune că valoarea unui propagator *supraluminos* este *nenulă*. Termenul „supraluminos" desemnează două evenimente din spațiu-timp între care un semnal ar trebui să circule cu o viteză mai mare decât cea a luminii pentru a ajunge de la unul la altul (în termenii teoriei relativității, acestea sunt evenimente corelate spațial).

Desigur, afirmația precedentă ar trebui să ne facă să sărim de pe scaun, deoarece ea pare că încalcă principiul lui Einstein. Cum adică, începem cu o particulă într-o zonă localizată aproape de noi, și peste o secundă ea poate fi găsită în galaxia Andromeda? Da, spune fizica, se poate! Extraordinar, a spus Feynman, oare ce se ascunde în spatele acestei proprietăți speciale? Oare putem trimite particule în Andromeda în această manieră? Pot transmite informație? Pot, folosind această proprietate, transmite mesaje în trecut, încălcând astfel principiul cauzalității, așa cum am discutat în secțiunea 64?

Să luăm aceste probleme pe rând și să începem cu esența fenomenului, care l-a preocupat pe Feynman ani la rând. El a ajuns mai întâi la concluzia că fenomenul este *general*.

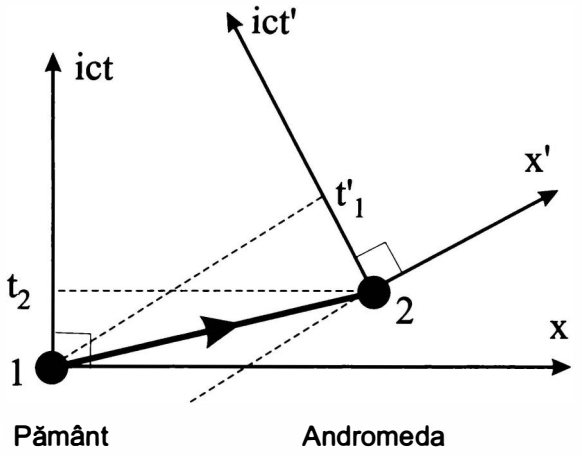

Figura 14.2: *În figură este reprezentat propagatorul unui electron între două evenimente corelate spațial 1 și 2. Între aceste evenimente un semnal ar trebui să circule cu o viteză mai mare decât viteza luminii pentru a ajunge de la unul la altul. De aceea, în sistemul de referință (x,t) al unui observator de pe Pământ, electronul ce era localizat în 1 pare că circulă cu o viteză mai mare decât viteza luminii pentru a fi găsit apoi în 2 (în Andromeda). Sistemul de referință (x',t') este al unui observator din Andromeda care se îndreaptă spre stânga cu o viteză apropiată de viteza luminii. În reprezentarea spațio-temporală a lui Minkowski acest sistem de referință este „rotit" față de primul. De aceea, în sistemul lui de referință (x',t'), observatorul 2 va interpreta propagatorul fie ca un electron ce merge înapoi în timp (de la 1 la 2), fie ca un pozitron care merge înainte în timp (de la 2 la 1).*

Astfel, dacă pornim de la o simplă undă de probabilitate pe care o cuantificăm ca un câmp și vrem ca ea să descrie numai particule cu energie pozitivă, vom sfârși cu un propagator nenul pentru evenimente corelate spațial (cele între care un semnal trebuie să depășească viteza luminii ca să ajungă de la unul la altul). Este deci *adevărat*, a conchis Feynman. Este pur și simplu o proprietate matematică a câmpurilor.

Acum să luăm cazul unui electron aflat inițial aici, pe Pământ, și să presupunem că el este găsit în galaxia Andromeda peste o secundă. Avem *două* evenimente spațio-temporale: cel în care noi măsurăm precis poziția inițială a electronului pe Pământ (evenimentul 1 în figura 14.2) și cel în care electronul este *detectat* în Andromeda (evenimentul 2 în aceeași figură). Pentru că un semnal care circulă de la primul eveniment la cel de-al doilea ar trebui să depășească viteza luminii, spunem că evenimentele sunt corelate *spațial*.

După cum am discutat în cadrul teoriei relativității restrânse, ordinea temporală a două evenimente corelate spațial *poate fi schimbată* într-un alt sistem de referință. Un extraterestru din Andromeda care se deplasează spre noi cu o viteză apropiată de viteza luminii (suficient de mare) ar considera că mai întâi are loc evenimentul de detecție de pe Andromeda și abia apoi evenimentul de măsurare a poziției electronului de pe Pământ. Situația este exemplificată în figura 14.2, unde sistemul de referință al extraterestrului este *(x',t')*, iar cel al nostru (pe Pământ)

este *(x,t)*. Deoarece în sistemul de referință *(x',t')* ordinea evenimentelor a fost schimbată, extraterestrul va considera că a avut loc o mișcare *înapoi în timp* a electronului! Cu alte cuvinte, spune el, detectez mai întâi electronul la mine și abia *apoi* cum pământeanul l-a măsurat.

Ajungem la o primă concluzie a acestui experiment mintal: pentru noi, electronul de sarcină electrică negativă merge înainte în timp. Pentru extraterestrul ce se îndreaptă către noi cu o viteză apropiată de viteza luminii, electronul circulă *înapoi în timp*, de la situația în care l-am măsurat noi la cea în care extraterestrul îl măsoară în Andromeda. În general, spune Feynman, propagatorul supraluminos al oricărei particule poate fi privit dintr-un alt sistem de referință ca un propagator între două evenimente a căror ordine temporală a fost schimbată! Mai simplu spus, electronul poate fi văzut, din alte sisteme de referință, circulând *înapoi în timp* atunci când el este detectat la distanțe atât de mari față de poziția sa inițială, încât ar fi putut ajunge acolo numai depășind viteza luminii.

Întrebarea pe care și-o mai pune extraterestrul este: oare cel fel de particulă este aceasta care circulă înapoi în timp? Răspunsul la această întrebare nu e evident. El se reduce la una dintre consecințele fundamentale ale teoriilor cuantice de câmp, cea care ne spune că legile naturii sunt invariante la ansamblul transformărilor de *timp*, *sarcină* și *paritate*. Unele din aspectele acestor transformări le vom aborda și noi în secțiunile 171 și 182.

Invarianța la ansamblul transformărilor de timp, sarcină și paritate ne arată că, dacă derulăm timpul în sens invers, electronul de sarcină negativă trebuie văzut ca un electron de sarcină *pozitivă* (un pozitron), iar spinul său trebuie de asemenea schimbat în direcție opusă, datorită schimbării de paritate, care este echivalentă operației de oglindire (vezi figura 17.7). Cu alte cuvinte, un electron care merge înapoi în timp poate fi privit ca un pozitron care merge înainte în timp. Desigur, și reciproca este valabilă dacă ne imaginăm că realitatea este tocmai acel film: pozitronii pe care noi îi vedem pe ecran deplasându-se înainte în timp sunt de fapt electroni ce se deplasează înapoi în timp.

Concluzia a fost generalizată de Feynman: toate antiparticulele (ca pozitronul) sunt de fapt particule care se deplasează înapoi în timp! Vedem atunci că antiparticulele (care, pentru noi, se deplasează înainte în timp) sunt o *necesitate* a teoriei, pentru că orice propagator supraluminos (corespunzând une viteze mai mari decât viteza luminii) al particulei poate fi văzut, dintr-un alt sistem de referință, că se deplasează înapoi în timp, și poate fi interpretat apoi ca o antiparticulă. Este obligatoriu, spune Feynman să avem *antiparticule* și, mai mult, proprietățile acestora trebuie să fie complet determinate de cele ale particulei! Nu este o întâmplare că electronul și pozitronul au precis aceeași masă și sarcină electrică în valoare absolută, de fapt pozitronul nu este decât un electron care circulă înapoi în timp.

Proprietatea pozitronului de a fi privit ca un electron ce călătorește *înapoi în timp* are un avantaj: faptul că recunoaștem aceleași legi în spatele unor procese fizice ce par complet diferite. De exemplu, să luăm *anihilarea* electron-pozitron (vezi figura 14.3). În mod normal, avem un electron și un pozitron care se deplasează în direcția timpului, ce se anihilează apoi generând un foton. În noua

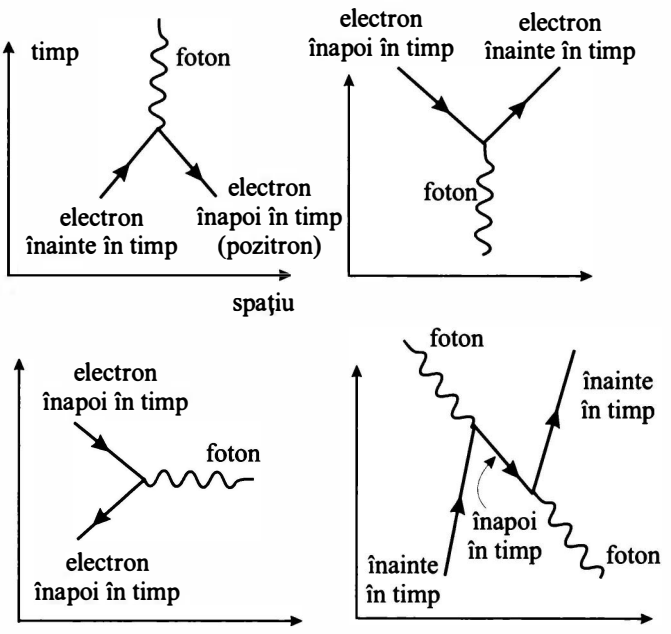

Figura 14.3: *Patru diagrame Feynman în care pozitronul (reprezentat cu o săgeată în sens opus timpului) poate fi interpretat ca un electron care merge înapoi în timp. În stânga sus avem procesul de anihilare a unei perechi electron-pozitron, unde electronul poate fi interpretat ca mergând înapoi în timp după emisie. În dreapta sus este procesul de generare de perechi electron-pozitron, iar în stânga jos cel de emisie/absorbție a unui foton de către un pozitron. Pentru toate aceste vertexuri amplitudinea de probabilitate a procesului este aceeași. În dreapta jos este reprezentat procesul de împrăștiere al unui foton de către un electron, în cursul căruia se schimbă un pozitron virtual. Întregul proces poate fi privit și ca pe o călătorie a electronului înainte și înapoi în timp.*

interpretare a lui Feynman, un electron se deplasează înainte în timp, emite un foton și apoi se întoarce în timp.

Interpretarea e asemănătoare cu cea a emisiei normale a unui foton de către electron. În acest caz, electronul merge înainte în timp, emite lumină (deci fotoni) și apoi merge în continuare înainte în timp. Asemănarea este confirmată de faptul că amplitudinea de probabilitate a celor două procese (vertexul) are aceeași formă. Cu alte cuvinte, dacă privim acele procese aparent diferite în spațiu-timp, ele vor fi în esență același proces: emisia fotonilor de către un electron. Atâta doar că, în cazul anihilării, electronul se întoarce în timp după ce emite fotonul, fiind perceput ca un pozitron.

Mai mult, privind la emisia și absorbția unui foton de către electron, vom observa că aceste procese sunt de asemenea *echivalente*, deoarece putem considera absorbția unui foton ca fiind generarea unui foton care merge în sens invers timpului! Aceasta este posibil pentru că fotonul este *propria sa antiparticulă* (sarcina lui electrică este nulă).

La fel se explică și producerea unei perechi electron-pozitron din lumină. Aici avem un electron care călătorește *înapoi în timp*, emite un foton (care și el călătorește acum înapoi în timp), pentru ca apoi același electron să-și urmeze evoluția normală în sensul timpului (vezi figura 14.3 dreapta sus). Acel electron care a venit

înapoi în timp, până la punctul în care a emis fotonul, e văzut de noi ca un pozitron ce apare după emisia fotonului. Aceasta, desigur, pentru că noi percepem (în sensul nostru de timp) mai întâi fotonul, apoi emisia, apoi pozitronul.

Vedem astfel că, în interpretarea pozitronului ca fiind un electron care circulă înapoi în timp, toate cele patru procese (emisia, absorbția, anihilarea și generarea de perechi) au aceeași esență. Nu este atunci de mirare că și amplitudinea de probabilitate a tuturor acestor procese este *identică*, așa cum ne arată și diagramele lui Feynman (vezi figurile 13.16 și 13.17). De aceea atât propagatorul electronului, cât și cel al pozitronului se desenează prin aceeași linie continuă. Acestei linii i se atașează o săgeată: dacă săgeata este în direcția timpului, particula este identificată ca *electron*, dacă este în sens opus (înapoi în timp), atunci particula este identificată ca *pozitron*.

Din motivele enumerate, sunt mulți cei ce spun că, iată, călătoria înapoi în timp e posibilă! Cu toate acestea, trebuie să rămânem precauți. În primul rând, trebuie spus clar, nu înseamnă că putem să luăm un electron și să-l „trimitem" înapoi în timp. Este mai mult vorba de o *interpretare* a mișcării pozitronului. Aceasta e părerea celor mai mulți fizicieni, care privesc asocierea cu electronul care merge înapoi în timp mai mult ca pe un artificiu matematic, decât ca o realitate fizică, chiar dacă este atrăgătoare. Poate că cel mai bine este să citățm aici un pasaj din prelegerea lui Feynman la decernarea Premiului Nobel:

„Sunt uimit de multitudinea interpretărilor fizice și a ecuațiilor matematice, care în fond descriu același lucru. Nu poate decât să-mi pară rău că aceste modele matematice și interpretări fizice, care vin într-un număr așa de mare, sunt echivalente una cu alta și nu fac decât să exprime, cu alte cuvinte, ceva ce se știe deja."

Feynman a sperat că interpretarea pozitronului ca un electron mergând înapoi în timp ascunde o față încă nevăzută a universului. Am putea spune că, până la un punct, a avut dreptate, deoarece teoria sugerează că timpul și spațiul au într-adevăr aceeași structură, din moment ce putem interpreta diagramele menționate (emisia și absorbția unui foton, anihilarea și crearea de perechi electron-pozitron) ca pe același proces. Într-un mod simplist, vom „roti" în spațiu-timp diagramele pentru a obține un proces similar. Înseamnă aceasta că spațiul are exact aceeași structură ca timpul? Nu încă, atâta doar că ele au în mod cert ceva în comun.

145. Diagramele Feynman în reprezentarea energie-impuls

În capitolul 13 am prezentat diagramele lui Feynman în reprezentarea spațio-temporală. Am folosit acolo propagatori Feynman de la un eveniment la altul și probabilități de emisie/absorbție a unui foton la un moment și într-o poziție date. Deși are valoare pedagogică, o astfel de abordare nu este des utilizată în practică, pentru că e greu de măsurat poziția unui electron cu precizia de care avem nevoie pentru a vedea efectele relativiste. Această precizie ar trebui să fie cel puțin de ordinul lungimii de undă Compton a electronului 10^{-12} m, dacă nu și mai bună.

Astăzi, experimentele care testează teoriile cele mai avansate ale fizicii se desfășoară în acceleratoarele moderne, acolo unde particulele se ciocnesc violent unele de altele. În aceste procese de coliziune intră inițial *particule cu impulsuri și energii bine definite și cunoscute*, iar fizicienii măsoară impulsurile și energiile particulelor care ies din ciocnire. Ele sunt, în unele situații, și particule noi, create în cursul impactului.

Dacă privim la metoda diagramelor Feynman, așa cum a fost ea construită până acum, vedem că nu este deloc potrivită. Astfel, în aceste diagrame avem particule care sar dintr-un loc în altul, la momente de timp bine definite. Pe de altă parte, în acceleratoarele de particule nu avem cum să știm *cu precizie* aceste poziții și nici momentele de timp la care au loc tranzițiile. Desigur, avem o idee vagă despre pozițiile de impact sau despre timpii respectivi, însă cu erori mult mai mari decât e acceptabil. În aceste experimente însă, știm foarte bine energia și impulsul particulelor incidente și ale celor care ies din ciocniri (desigur, dacă sunt măsurate).

De aceea, pentru a studia procesele de ciocnire din acceleratoarele de particule, fizicienii teoreticieni au elaborat ceea ce ei denumesc diagrame Feynman în *reprezentarea impulsului și energiei*. Ideea de bază este să descriem mișcarea particulelor nu în spațiul-timp obișnuit ci într-unul dat de impuls și energie. Vom prezenta și noi pe scurt această metodă, pentru că cei interesați de subiect vor întâlni aproape tot timpul reprezentarea impulsului și energiei.

De fapt, abordarea nu este nouă. În secțiunea 131 am introdus reprezentarea impulsului, acolo unde am văzut că, în mod normal, oscilațiile unui câmp liber sunt unde plane. Mai departe, am cuantificat aceste oscilații, obținând pachete discrete de energie. Fiecare astfel de „pachet" a fost identificat ca o particulă de energie și impuls bine definite. Energia particulei a fost aleasă $E = hf$, unde f este frecvența undei, iar impulsul particulei a fost ales $|\mathbf{p}| = h/\lambda$, unde λ este lungimea de undă (direcția de mișcare a particulei este aceeași cu direcția de propagare a undei).

Alegând ca ecuatiile câmpului să satisfacă modelul Klein-Gordon (vezi secțiunea 131), vom obține că energia și impulsul particulelor relativiste satisfac relația lui Einstein $E^2 = m^2c^4 + p^2c^2$, deoarece frecvența și lungimea de undă a undelor plane în modelul Klein-Gordon satisfac o relație asemănătoare.

Mai departe, în secțiunea 132 am detaliat modelul pentru electroni în reprezentarea impulsului. Acolo am văzut că electronii sunt pachete discrete de energie ale oscilațiilor (unde plane) ale câmpului Dirac, pentru care faza undei *descrește* în timp, iar pozitronii sunt asociați acelor oscilații a căror fază *crește* în timp. În ambele situații electronii și pozitronii au impuls și energie constante și, în reprezentarea impulsului, se consideră că sunt răspândiți în toate punctele din univers, de la un capăt al lui la celălalt, fiind un rezultat al cuantificării undei plane.

Am menționat în secțiunea 132 că modelul, așa cum a fost construit acolo, nu generează interacțiuni între electroni și pozitroni. Fără interacțiuni, am văzut că putem

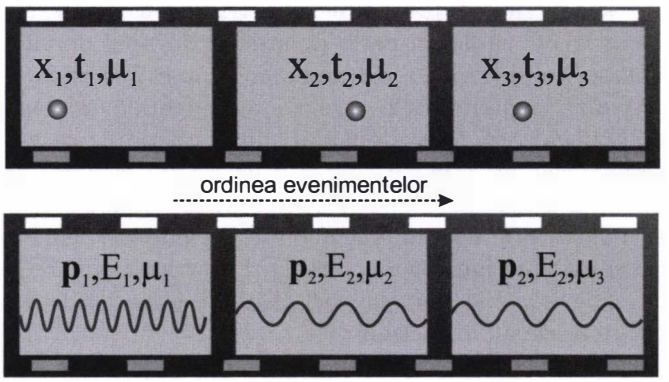

Figura 14.4: *Sus este reprezentarea spațio-temporală a evoluției unei particule, văzută ca într-un film, de la stânga la dreapta. Aici particula cuantică „sare" dintr-o poziție x_i în alta și de la o polarizare (sau spin) μ_i la alta. Jos este o evoluție descrisă în reprezentarea energie-impuls. Aici particula are polarizare μ_i, impuls $\mathbf{p}_i$ și energie E_i bine definite. Unda de probabilitate a particulei are o lungime de undă dată de relația lui de Broglie $\lambda = h/p$. Acum particula cuantică „sare" pe stări succesive de polarizare, energie și impuls bine definite. Să remarcăm că între pasul doi și pasul trei particula își păstrează energia și impulsul, și își schimbă doar polarizarea. Deși ordinea salturilor este importantă, nu putem spune cu precizie când au loc.*

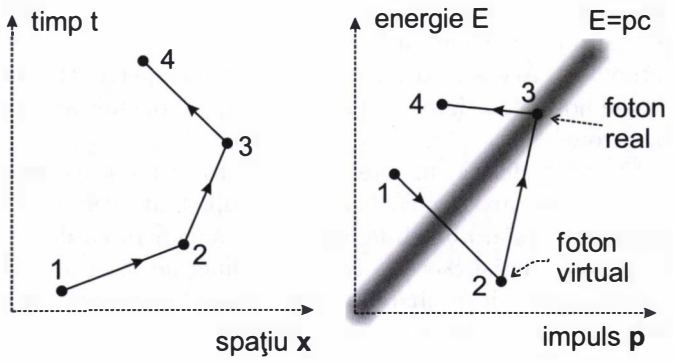

Figura 14.5: *În stânga este reprezentată una dintre posibilele evoluții virtuale ale unui foton considerat fără polarizare. Aici fotonul sare de la un punct spațial la altul, la momente de timp bine definite. În dreapta este reprezentată una dintre evoluțiile virtuale ale aceluiași foton în reprezentarea impulsului și energiei. Aici fotonul are salturi între stări de energie și impuls bine definite, desemnate prin patru puncte. De remarcat că nu putem atribui un moment de timp tranzițiilor. Cu linie îngroșată este reprezentată mulțimea punctelor care satisfac relația lui Einstein dintre energie și impuls $E = pc$. Un foton care ajunge în această regiune va fi considerat real, restul fiind fotoni virtuali, deoarece pot avea orice energie și orice impuls.*

scrie evoluția cuantică a unei stări a universului în care energiile și impulsurile particulelor sunt bine definite. Însă, atunci când apar interacțiuni, evoluția este mai complexă, dar ea se reduce în final la tranziții între aceste stări de impuls și energie bine definite ale particulelor. Tot ceea ce trebuie să facem este să găsim amplitudinile de probabilitate asociate tranzițiilor. În limbajul particulelor, vom avea *tranziții la momente de timp bine definite* între stări de energie E și impuls $\mathbf{p}$ cunoscute ale particulelor, care satisfac relația lui Einstein $E^2 = m^2c^4 + p^2c^2$.

Dacă reprezentăm tranziția precedentă, vom avea nevoie de un grafic în care să „așezăm" pe axa orizontală impulsul și pe cea verticală timpul. În această reprezentare, o stare a particulei se reprezintă ca un punct pe acest grafic, punct care are un impuls bine definit la momente de timp diferite. Fizicienii teoreticieni au observat însă că o astfel de abordare conține o asimetrie intrinsecă. În mod normal, ei se așteaptă la diagrame în care apare fie timpul împreună cu spațiul (nu cu impulsul, ca mai sus), fie diagrame în care apare impulsul, însă împreună cu energia.

Asocierile de mai sus nu sunt suprinzătoare. Astfel, relațiile lui de Broglie ne spun deja că impulsul este o altă reprezentare a spațiului $p = h/\lambda$ (prin lungimea de undă), iar energia o altă reprezentare a timpului $E = hf$ (prin frecvență). Putem începe cu reprezentarea spațiu-timp. Mai întâi efectuăm o transformată Fourier a componentelor spațiale ale undei de probabilitate pentru a înlocui axa spațiului cu cea a impulsului. Apoi însă, mai facem o transformare Fourier a componentelor sale temporale, pentru a înlocui și axa timpului cu cea a energiei. Vom obține un spațiu descris de impuls și energie, spațiu care nu are nici poziții bine definite, nici momente de timp bine definite.

Un spațiu energie-impuls apare în figura 14.5. În această reprezentare, starea particulei este indicată de un punct din grafic. Partea surprinzătoare este că, deoarece începem cu o transformare Fourier în spațiu-timp (patru dimensiuni), matematica ne arată cum acest punct are orice impuls și orice energie. Cu alte cuvinte, în reprezentarea energie-impuls, starea unei particule poate căpăta *orice* impuls și orice energie, nu numai cele care satisfac relația lui Einstein!

Rezultatul este surprinzător, deoarece ne așteptam ca energia și impulsul particulei să fie dependente una de alta, prin relația lui Einstein. În cazul noii reprezentări însă, particula poate ajunge (prin tranziții virtuale) în orice „poziție" a spațiului energie-impuls. Astfel, ea va *căpăta* orice energie și orice impuls, *fără* ca între cele două să mai fie valabilă relația $E^2 = m^2c^4 + c^2p^2$. În plus însă, deoarece am transformat Fourier timpul pentru obține energia, nu mai avem momente de timp bine definite la care au loc tranzițiile, după cum nu mai avem poziții bine definite în care au ele loc. Ambele efecte sunt reprezentate în figurile 14.4 și 14.5.

În noua reprezentare deci, particula va căpăta, în urma tranzițiilor ei, energii și impulsuri care nu mai satisfac relația relativistă $E^2 = m^2c^4 + c^2p^2$. Vom spune că ea devine o *particulă virtuală*. Întreaga procedură pare astfel un artificiu matematic, așa cum este exemplificat în căsuța matematică următoare, și ne putem întreba care este avantajul ei. Avantajul, spun fizicienii teoreticieni, este o descriere mai simplă a proceselor de tranziție.

Așa cum am discutat în secțiunea 143, nu trebuie să credem că o particulă virtuală este o altă particulă decât cea reală. Este vorba de aceeași particulă, care are însă în

noua reprezentare tranziții virtuale între stări ce nu respectă relația dintre energie și impuls (vezi figura 14.5). Și, la fel ca în reprezentarea poziției discutată în secțiunea 143, și în noua reprezentare a energiei și impulsului trebuie să ne imaginăm că toate aceste procese virtuale au loc în paralel, iar probabilitatea finală se calculează ca o sumă a amplitudinilor de probabilitate a tuturor proceselor.

Reprezentarea matematică cu ajutorul impulsului și energiei prezintă un avantaj neașteptat: putem defini clar particulele *virtuale* drept acelea pentru care energia și impulsul nu satisfac relația relativistă a lui Einstein menționată mai sus și particulele *reale* drept acelea pentru care energia și impulsul satisfac relația lui Einstein. Avem acum o distincție clară între particulele virtuale și cele reale (vezi figura 14.5).

Noua situație merită câteva cuvinte în plus. Astfel, experiența ne spune că obiectele se mișcă dintr-un loc în altul, la momente de timp bine definite. Ele par localizate în zona în care le observăm, iar timpul este o măsură a schimbărilor. În noua descriere însă, evoluția particulei e descrisă prin salturi între diverse energii și impulsuri pe care particula le poate lua (vezi figura 14.5). Cum impulsul este precis, particula se întinde în tot spațiul, iar cum energia este bine definită, tranzițiile nu au loc la un moment de timp definit. Nu ne putem întreba atunci *unde* are loc o tranziție între două stări de impuls și energie bine definite, fiindcă n-are sens, particula este peste tot. La fel, nu ne putem întreba *când* are loc tranziția, fiindcă în această reprezentare timpul nu există.

În cazul interacțiunilor care au loc în acceleratoarele moderne de particule, nu vom mai spune, ca până acum, că particula poate merge dintr-un loc într-altul, ci că ea poate avea o *tranziție* de la un impuls și energie date la un alt impuls și o altă energie date. Avantajul este, desigur, că noi începem aceste experimente cu stări ale particulelor de impuls și energie cunoscute, și ne dorim să prezicem probabilitatea de a le găsi după interacțiune în alte stări de impuls și energie bine definite.

Esența metodei lui Feynman în *reprezentarea energie-impuls* este următoarea. Aici trebuie să considerăm că particulele care intră și ies din reacție sunt particule *reale*, pentru că relația relativistă dintre impuls și energie este satisfăcută pentru aceste particule observabile. În interacțiune însă trebuie să luăm în calcul toate procesele virtuale, în care particulele vor acumula orice energie și impuls, deci vor deveni *particule virtuale.*

Toate aceste procese virtuale au loc simultan, fiecare dintre ele contribuind cu o *amplitudine de probabilitate* la rezultatul final. Procesele iau în calcul numai tranzițiile de la o stare de energie și impuls bine definite la alta, dar nu și timpul sau locul unde ar avea loc tranziția! Să uităm deci de timp și spațiu în noua reprezentare, contabilizând numai ordinea tranzițiilor. În final, fiecare proces primește o amplitudine de probabilitate, iar aceste numere complexe trebuie însumate.

Calcul: *Reprezentarea energie-impuls*

Să încercăm să reconstruim împreună propagatorul unei particule libere în reprezentarea energie-impuls. Particula este considerată fără spin, de masă de repaus m și aflată în mișcare nerelativistă . Astfel, în secțiunea 140 am notat cu $K(x,t)$ amplitudinea de probabilitate a tranziției particulei din originea $x=0$ la momentul inițial $t=0$ către o altă poziție x la un moment ulterior t.

Așa cum am detaliat în secțiunea 140, propagatorul este

$$K(x,t)=\theta(t)\sqrt{\frac{m}{2\pi i\hbar t}}e^{\frac{imx^2}{2\hbar t}}$$

Față de formula din secțiunea 140, remarcați apariția funcției $\theta(t)$, ce este funcția treaptă a lui Heaviside:

$$\theta(t)=\begin{cases}1 \text{ pentru } t\geq 0\\ 0 \text{ pentru } t<0\end{cases}$$

Funcția lui Heaviside ne asigură că propagatorul $K(x,t)$ are aceeași formă pentru $t>0$, dar devine nul pentru $t<0$, ceea ce înseamnă că particula nu poate avea tranziții înapoi în timp.

Să facem acum câteva artificii matematice, începând însă nu de la forma de mai sus, ci de la formă intermediară pentru propagator, obținută în secțiunea 140

$$K(x,t)=\frac{\theta(t)}{2\pi\hbar}\int_{-\infty}^{\infty}e^{\frac{-ip^2}{2m\hbar}t}\cdot e^{\frac{ixp}{\hbar}}dp$$

Primul artificiu matematic este că vom înlocui funcția treaptă a lui Heaviside cu:

$$\theta(t)=\lim_{\epsilon\to 0^+}\frac{-1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d\omega}{\omega+i\epsilon}e^{-i\omega t}$$

Forma de mai sus pare complexă, ea însă este o formă alternativă prin care se scrie funcția lui Heaviside. De remarcat că ea se obține atunci când $\epsilon\to 0^+$, adică ϵ este o mărime infinitezimală, pozitivă însă.

Facem acum schimbarea de variabilă $\omega\to\omega-p^2/(2m\hbar)$ și obținem:

$$\theta(t)=\frac{-1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d\omega}{\omega-p^2/(2m\hbar)+i\epsilon}\;e^{-it\left(\omega-\frac{p^2}{2m\hbar}\right)}$$

$$\theta(t)\,e^{\frac{-ip^2t}{2m\hbar}}=\frac{-1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d\omega}{\omega-p^2/(2m\hbar)+i\epsilon}\;e^{-it\omega}$$

Aici nu am mai scris explicit limita $\lim_{\epsilon\to 0+}$ pentru simplitatea formulei. În continuare, vom înlocui rezultatul în forma propagatorului pentru a obține:

$$K(x,t)=\frac{1}{2\pi\hbar}\int_{-\infty}^{\infty}e^{\frac{ixp}{\hbar}}dp\;\frac{-1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{-i\omega t}d\omega}{\omega-p^2/(2m\hbar)+i\epsilon}$$

Făcând acum schimbarea de variabilă $\omega = E/\hbar$, cu $d\omega = dE/\hbar$ și simplificând relația (absorbind printre altele $\hbar$ în constanta infinitezimală ϵ) vom obține

$$K(x,t) = \frac{i\hbar}{(2\pi\hbar)^2}\int_{-\infty}^{\infty} dp \int_{-\infty}^{\infty} dE \frac{e^{i(xp-Et)/\hbar}}{E - p^2/(2m) + i\epsilon}$$

Pare acum că ne-am scărpinat cu mâna dreaptă la urechea stângă, pentru că forma de mai sus este mult mai complexă decât forma simplă de la începutul secțiunii. Cu toate acestea, relația de mai sus poate fi interpretată într-un mod special. Astfel, vom privi suma de mai sus ca pe o superpozitie de mai multe unde plane (factorul $e^{i(xp-Et)/\hbar}$). Fiecare undă plană are *orice* energie E, *orice* impuls p și o amplitudine de forma:

$$\boxed{K(p,E) = \frac{i\hbar}{E - p^2/(2m) + i\epsilon}}$$

Fiecare dintre aceste unde plane o vom asocia unei forme *virtuale* a particulei. De observat că forma virtuală a particulei poate avea orice impuls și orice energie, nu numai cele date de relația clasică $E = p^2/(2m)$. Pentru particula reală însă relația precedentă este îndeplinită, iar propagatorul va avea un maximum.

Rezultatul $K(p,E)$ este propagatorul particulei în *reprezentarea impuls-energie*. Tranziția particulei din origine în alt loc $K(x,t)$ este o sumă coerentă a tuturor formelor sale virtuale (unde plane) prin care ar fi putut ajunge din origine în (x,t), fiecare contribuind cu amplitudinea $K(p,E)$.

În afară de faptul că trebuie să considerăm tranziția particulelor între stări de energie și impuls bine definite, restul metodei lui Feynman este identic cu cel prezentat în cadrul reprezentării poziției (vezi secțiunea 142). Ca și acolo de exemplu, toate procesele virtuale au loc în paralel (toate deodată), iar amplitudinile de probabilitate ale tuturor acestor procese trebuie însumate la sfârșit.

Pentru a completa imaginea însă, trebuie să reamintim că o particulă poate avea mai multe stări de spin. De aceea, la fel ca în reprezentarea spațio-temporală, și în noua reprezentare spinul particulelor (sau polarizarea lor, dacă vorbim de foton) trebuie luat în considerare. Din fericire însă, și în această nouă reprezentare fizicienii teoreticieni au calculat deja pentru noi amplitudinile de probabilitate ale proceselor elementare. Ei au construit astfel un fel de „rețetă" pentru a calcula amplitudinea de probabilitate a unui singur proces, folosind elementele proceselor componente.

De exemplu, *vertexul* descrie emisia unui foton (de polarizare, energie și impuls bine definite) de către un electron (care are și el spin, energie și impuls bine definit). Amplitudinea de probabilitate asociată acestui proces este proporțională cu sarcina electrică, exact ca în cazul reprezentării spațiale discutate în secțiunea 141. Interesant însă, procesul acesta de emisie/absorbție de fotoni are loc în reprezentarea energie-impuls cu *conservarea energiei și impulsului*, chiar dacă particulele sunt virtuale (vezi figura 14.6).

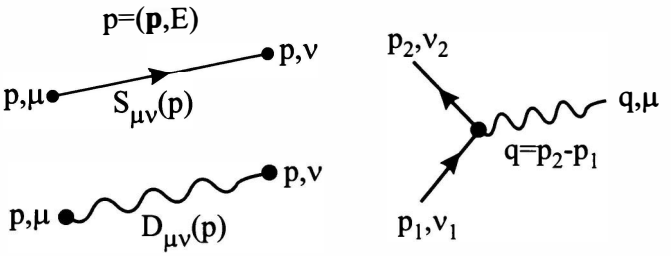

Figura 14.6: *În stânga sunt prezentați propagatorii pentru electron și foton în reprezentarea energie-impuls. Aceștia sunt amplitudinile de probabilitate ce trebuie folosite la calculul diagramelor Feynman. Pentru simplitate, ei poate fi „cititi" și ca o tranziție între două stări de polarizare diferite (μ și ν), dar de aceeași energie și impuls bine definite. Perechea energie E și impuls $\mathbf{p}$ este desemnată în figură cu notația simplificată $p = (E, \mathbf{p})$. În dreapta este exemplificată amplitudinea de probabilitate a emisiei unui foton virtual de către un electron. Aici electronul are inițial impulsul și energia p_1, spinul ν_1, iar după emisie p_2 și ν_2. Fotonul emis are impulsul și energia q, iar polarizarea este μ. Emisia fotonului are loc cu conservarea energiei și impulsului $q = p_1 - p_2 = (E_1 - E_2, \mathbf{p_1} - \mathbf{p_2})$, iar particulele sunt virtuale, neîndeplinind relația clasică dintre energie și impuls.*

Cu alte cuvinte, impulsul electronului inițial se scrie ca o *sumă* a impulsului fotonului emis și a impulsului electronului după ce a emis fotonul. Același lucru e valabil și pentru energie, deoarece și ea se conservă în procesul de emisie a unui foton de către un electron. Acesta este de fapt un rezultat al matematicii din spatele noii reprezentări, dar el ajută enorm în practică: minimizează numărul diagramelor Feynman, și deci al proceselor care trebuie considerate pentru calculul amplitudinilor de probabilitate!

Unul dintre procesele imaginabile în reprezentarea energie-impuls este cel în care o particulă își schimbă numai spinul (sau polarizarea), păstrând însă aceeași energie și același impuls. El este de fapt o consecință a legii de conservare a energiei și impulsului pentru noile particule virtuale. Acestor procese li se atașează *propagatori* (vezi figura 14.6). Spre deosebire de ce se întâmplă în reprezentarea poziției, propagatorii *nu* mai reprezintă amplitudinea de tranziție dintr-un punct în altul, deoarece începutul liniei și sfârșitul ei nu mai sunt evenimente spațio-temporale.

În reprezentarea energie-impuls propagatorii sunt amplitudini de probabilitate ce trebuie folosite în calculul diagramelor Feynman. Pentru a simplifica lucrurile, îi vom interpreta ca pe niște procese de tranziție între stări de spin sau polarizare diferite, dar de aceeași energie și impuls. Aceasta nu este totuși interpretatea riguroasă, conform căreia propagatorii sunt doar niște numere complexe care trebuie folosite în calculul diagramelor Feynman, după niște reguli bine definite. Ei ne ajută să obținem amplitudinea de probabilitate a întregii diagrame Feynman.

Valoarea impulsului și energiei pentru propagator se obișnuiește să se scrie pe diagramele Feynman chiar în dreptul propagatorului (vezi figura 14.7). Surpriza plăcută este că propagatorul în reprezentarea impulsului ia

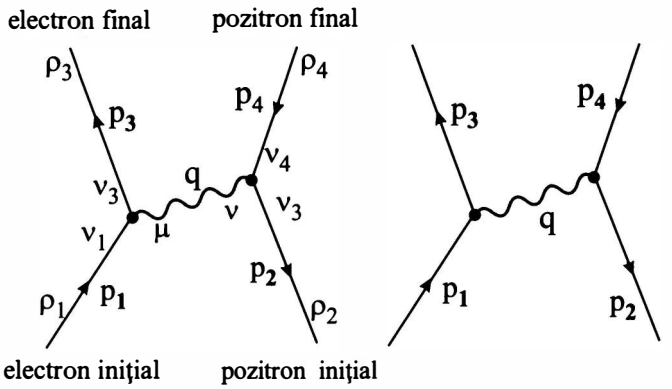

Figura 14.7: *Ambele diagrame Feynman în reprezentarea impulsului și energiei prezintă același proces de împrăștiere dintre un electron și un pozitron care are loc într-un accelerator de particule. În figura din stânga polarizarea fotonului μ și spinul electronului ν sau ρ sunt scrise explicit la începutul și sfârșitul propagatorului. În dreapta este o schiță simplificată a aceluiași proces. Aici am renunțat să scriem polarizarea sau spinul particulelor. Notația p reprezintă în diagrame atât impulsul, cât și energia particulelor, $p = (E, \mathbf{p})$. De observat că această notație este prezentă în dreptul propagatorilor care intră și ies din reacție, deoarece impulsul și energia se conservă pentru particulele libere.*

o formă matematică mult mai simplă decât propagatorul spațio-temporal.

În căsuța matematică ce urmează prezentăm, pentru cei interesați, o metodă de construcție a *vertexurilor* de interacțiune pentru diverse teorii, inclusiv electrodinamica cuantică. În secțiunile ce vin nu vom folosi rezultatele numerice, însă ne vom folosi de această „rețetă" pentru a identifica particulele care interacționează, pornind de la densitatea de lagrangean a mai multor câmpuri.

Calcul: ***Vertexul relativist***

În această căsuță matematică prezentăm o metodă de determinare a particulelor care interacționează într-un vertex, pornind de la lagrangeanul de interacțiune $\mathcal{L}_i$. Rezultatul îl vom folosi extensiv în teoria interactiunilor de culoare (capitolul 16) sau teoria interactiunilor nucleare slabe (capitolul 17). Justificarea matematică a acestei „rețete" se găsește în secțiunea 217 a anexei matematice.

Astfel, în electrodinamica cuantică (vezi secțiunea 136), lagrangeanul de interacțiune are forma:

$$\mathcal{L}_i = -(q\overline{\psi}\gamma^\mu\psi)A_\mu$$

Mai sus $q = -e$ este sarcina electrică a electronului ($e > 0$ este sarcina electrică elementară).

Pentru a afla amplitudinea de probabilitate a unui vertex, „rețeta" noastră ne spune să citim mai întâi câmpurile din forma de mai sus. Acestea sunt ψ, $\overline{\psi}$ și A_μ. Ele identifică particulele care interacționează în vertex, un *electron* (ψ), un *pozitron* ($\overline{\psi}$, antiparticula electronului) și un *foton* (A_μ).

„Rețeta" ne spune că trebuie mai întâi să facem substituția $\partial_\mu \to -ip_\mu/\hbar$, dacă este cazul (la noi nu este). Apoi trebuie să înmulțim lagrangeanul de interacțiune cu i, să *eliminăm* câmpurile care apar în relație și astfel vom rămâne cu *amplitudinea de probabilitate* a vertexului de interacțiune:

$$i\mathcal{L}_i = -i\big(\, q\,\boxed{\overline{\psi}}\,\gamma^\mu\,\boxed{\psi}\,\big)\,\boxed{A_\mu} \quad \Rightarrow \text{ vertex: } -iq\gamma^\mu$$

Să ne aducem aminte că particulele care interacționează în vertex sunt determinate de câmpurile care apar in densitatea de lagrangean de interacțiune $\mathcal{L}_i$, în cazul nostru un pozitron ($\overline{\psi}$), un electron (ψ) și un foton (A_μ). Rezultatul de mai sus reprezintă atunci amplitudinea de probabilitate a interacțiunii dintre un electron, pozitron și foton, în reprezentarea energie-impuls. Așa cum este detaliat în secțiunea 144, un pozitron poate privit ca un electron circulând înapoi în timp. De aceea, o interpretare posibilă a acestui vertex este cea în care un electron și un foton intră în vertex, iar un alt electron iese, ceea ce reprezintă un proces de absorbție a fotonului de către electron.

De fapt, luând în calcul că și fotonul este propria lui antiparticulă, putem asocia vertexului de mai sus *toate* procesele de interacțiune posibile în electrodinamica cuantică: emisia/absorbția de fotoni și anihilarea/generarea de perechi electron-pozitron. Alte interacțiuni elementare nu există în electrodinamica cuantică, deoarece lagrangeanul de interacțiune $\mathcal{L}_i$ are o formă simplă.

Deși „rețeta" de mai sus nu este justificată matematic în această căsuță, ne vom folosi de ea mai târziu, atunci când vom studia interacțiunea dintre alte câmpuri, așa cum este câmpul gluonic al quarcilor sau câmpul Higgs. În secțiunea 217 vom justifica totuși parțial această „rețetă".

În final, să menționăm că mulți fizicieni nu sunt de acord cu denumirea de „particule virtuale" folosită în această secțiune. Întregul proces în care descriem diagramele Feynman în reprezentarea energie-impuls, spun ei, este unul *pur matematic*. Nu există nici un motiv fizic pentru ca să introducem o denumire care altfel nu ne ajută cu nimic, în afară de a simplifica câteva calcule. Nu trebuie să ne imaginăm că în univers ar exista electroni ale căror energie și impuls nu satisfac relația lui Einstein (electronii virtuali). Totul este doar un joc matematic.

Recunoaștem aici principiul numit „briciul lui Occam", care ne spune că nu trebuie să complicăm o situație dacă nu e necesar. La urma urmei, aceste particule virtuale nu „trăiesc" în spatiu-timp, ci în spațiul energie-impuls. Putem spune ca ele au o existență „reală" dacă nu se manifestă în timp?

Raspunsul nu este banal și el ridică din nou problema „realității". Se poate oare ca elementele fundamentale ale universului să fie conceptele din spațiul energie-impuls, iar conceptele dezvoltate de noi în spațiul-timp obișnuit (poziție, momente de timp etc.) să fie o interpretare particulară a modului în care percepem noi lumea? În ce măsură și cât de departe ne aflăm totuși de acele concepte

fundamentale care fac posibilă existența universului? Oare ce vom studia în cărțile de fizică peste un milion de ani?

146. Problema infiniților din electrodinamica cuantică

În capitolul 13 am introdus *diagramele Feynman* pentru a calcula probabilitățile diferitelor procese virtuale. Diagramele pot fi folosite în *reprezentarea poziției* (unde procesele virtuale au loc prin tranziții de la un punct spațial la altul) sau în *reprezentarea energie-impuls* (unde particulele au tranziții virtuale între stări de polarizare, impulsuri și energii bine definite, vezi secțiunea 145).

Într-o manieră tipică metodei lui Feynman, fiecare diagramă Feynman reprezintă amplitudinea de probabilitate a unui singur proces virtual ce descrie o tranziție între o stare inițială și una finală. Ea se calculează ca *produs* al amplitudinilor de probabilitate ale proceselor elementare (propagatori și vertexuri). Apoi, rezultatul final al probabilității de tranziție între o stare inițială și una finală este dat de *suma* tuturor diagramelor Feynman care se pot construi între cele două stări. În acest fel trebuie să însumăm amplitudinile de probabilitate pentru toate procesele care aduc sistemul din aceeași stare inițială în aceeași stare finală. Aceasta, desigur, pentru că toate aceste procese virtuale au loc simultan.

Ne-am aștepta ca, pe măsură ce folosim mai multe diagrame Feynman pentru a evalua un proces (deci cu cât luăm în calcul mai multe procese posibile), să obținem rezultate din ce în ce mai *exacte*. În plus, așa cum am menționat în secțiunea 142, contribuția diagramelor de ordin superior trebuie să fie din ce în ce mai mică, pentru că acestea implică din ce în ce mai multe *vertexuri*, acolo unde un foton este absorbit or emis. Amplitudinea de probabilitate reprezentată de un vertex introduce un factor proporțional cu sarcina electrică a electronului, care este mică într-un sistem normat de unități. Cu cât avem mai multe vertexuri, cu atât devine mai mică amplitudinea de probabilitate a procesului respectiv.

În practică însă, avem o problemă majoră, căci unele dintre diagramele de ordin superior, însumate, dau valori *infinite*, cu alte cuvinte sunt divergente! De unde ne așteptăm să obținem o corecție mică (cum suntem obișnuiți în teoria perturbațiilor), obținem un rezultat infinit. Mai mult, este ciudat să obținem rezultate apropiate de cele experimentale, odată ce folosim numai câteva diagrame elementare, urmând ca apoi să obținem infiniți dacă folosim diagrame de ordin superior. Paradoxal, nu?

Un asemenea calcul ne va paraliza în primul moment. O paralizie care a întârziat și recunoașterea teoriei cuantice a câmpului cu câțiva ani buni. Problema este gravă: înseamnă că teoria, așa cum am construit-o până acum, este *greșită* undeva! În secțiunile următoare vom vedea unde este greșeala și vom renaște teoria din propria cenușă. Acest întreg proces poartă numele de *renormare*.

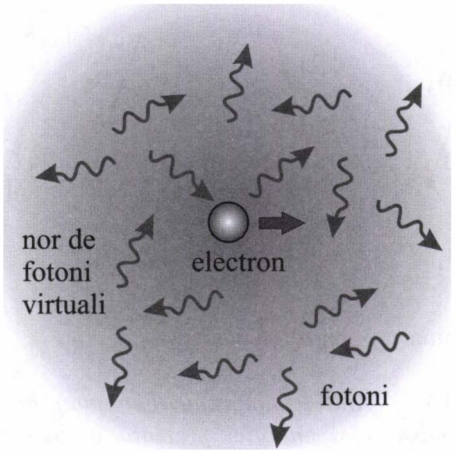

Figura 14.8: *Un electron în repaus sau mișcare este înconjurat de un nor de fotoni, pe care îi emite și reabsoarbe în nenumăratele procese virtuale posibile care au loc toate în același timp (de aceea acești fotoni se numesc „fotoni virtuali"). Electronul se mișcă atunci mai greu în norul său de fotoni virtuali, precum o linguriță într-un pahar de miere.*

Problema infiniților din diagramele Feynman apare de exemplu în situația unui singur electron în mișcare liberă. În secțiunile 140 și 145 am discutat *propagatorul* în reprezentarea poziției, adică probabilitatea de tranziție a electronului dintr-un punct în altul *în lipsa oricărei interacțiuni*. Propagatorul electronului este o mărime calculată de Feynman pentru un singur electron (și numai un electron) într-un spațiu gol, în lipsa oricărei interacțiuni reale sau virtuale, inclusiv cea a câmpul electromagnetic.

Propagatorul nu reprezintă însă probabilitatea finală de tranziție a electronului real de la un punct la altul, pentru că electronul poate interacțiuneaza cu câmpul electromagnetic pe care el însuși îl generează (spre deosebire de cazul clasic, unde acest lucru nu e posibil). Astfel, electronul nu este niciodată singur în univers, ci este mereu înconjurat de o „supă cuantică" (vezi secțiunea 143), un nor de fotoni virtuali, care sunt *încontinuu* emiși și absorbiți de electron (vezi figura 14.8). Probabilitățile de emisie și absorbție sunt egale, ceea ce înseamnă că norul de fotoni rămâne în medie același, el formând, de exemplu, câmpul electrostatic al electronului în repaus.

Desigur, imaginea de mai sus este simplificată căci, așa cum am amintit în secțiunea 143, trebuie să ne aducem aminte că toate aceste procese virtuale în care electronul emite fotoni au loc în același timp (vezi figura 13.25). Cum însă toate aceste procese contribuie la amplitudinea de probabilitate finală, vom spune pe scurt că electronul emite și absoarbe încontinuu fotoni.

Să considerăm acum procesul cel mai elementar (în afară de propagator), cel în care electronul emite un foton, foton ce este reabsorbit de același electron mai târziu (vezi figura 14.9). Să remarcăm că, în *reprezentarea poziției* a diagramelor lui Feynman, există o infinitate de astfel de procese, căci fotonul poate fi emis *oriunde* de pe traiectoria electronului și reabsorbit mai târziu la oricare altă poziție, în orice moment de timp (vezi stânga figurii 14.9).

De fapt, trebuie să considerăm pentru completitudine și cazul când electronul, după emisia fotonului, călătorește înapoi în timp, fiind momentan un pozitron. Numai în acest fel se pot reproduce corect rezultatele experimentale, așa cum a devenit clar în anii dinainte de război (prin lucrările fizicianului austriac Victor Weisskopf), demonstrând încă odată că pozitronul este o necesitate a electrodinamicii cuantice. În final, amplitudinile de probabilitate ale tuturor acestor procese trebuie adunate, ceea ce se traduce prin a spune că toate procesele au loc în paralel, sau că ele sunt virtuale.

În *reprezentarea energie-impuls* ne interesează în special ce descrie un electron liber care se deplasează cu un impuls și o energie date. Și aici există o *infinitate* de astfel de procese virtuale care trebuie luate în considerare pentru acel electron, deoarece fotonul emis poate avea orice impuls și orice energie, chiar și cele care nu satisfac relația lui Einstein (vezi dreapta figurii 14.9). Acum, datorită conservării energiei și impulsului în cadrul procesului de emisie (ce este specific reprezentării energie-impuls), energia și impulsul electronului după emisie rezultă din legile de conservare. De aceea, calculul este mai simplu, pentru că trebuie să sumăm numai pentru impulsurile și energiile pe care le poate lua fotonul virtual emis.

În plus, în reprezentarea energie-impuls, vom observa că fotonul emis este virtual, pentru că energia și impulsul lui nu trebuie să satisfacă forma relativistă a lui Einstein. Cum emisia are loc cu conservarea energiei și impulsului (chiar dacă fotonul este virtual) ne așteptăm ca și electronul să devină virtual după emisie, pentru că nici pentru acesta relația lui Einstein nu va mai fi valabilă. În final însă, după absorbția fotonului, electronul își va reface energia și impulsul inițiale și va deveni la loc real (vezi figura 14.9).

Dacă am aduna amplitudinile de probabilitate pentru toate impulsurile și energiile posibile ale fotonului emis în procesele de mai sus, am obține un rezultat infinit! Aici este marea problemă, „buturuga mică răstoarnă carul mare". De unde ne așteptam ca interacțiunea electronului cu propriii săi fotoni virtuali să contribuie doar puțin față de propagator la amplitudinea totală a tranzițiilor, această contribuție se dovedește infinită.

Cum e posibil? Mai precis, cum e posibil ca în primul ordin (atunci când aveam doar propagatorul) să obținem un rezultat apropiat de experiment, pentru ca luând în calcul termeni de ordin superior să obținem valori infinite? Punând întrebarea puțin diferit, cum a fost posibil să obținem rezultate cât de cât bune până acum, și nu infiniți? Aceasta este întrebarea cheie.

După cum am văzut până acum, un electron liber nu se deplasează „nestingherit" prin spațiu, ci este urmat de un nor de fotoni pe care îi emite și absoarbe *în mod continuu* (vezi figura 14.8) în multiplele procese virtuale care au loc toate în acelasi timp. De remarcat că efectul acesta nu apare în electromagnetismul *clasic*, acolo unde electronul nu interacționează în mod normal cu câmpul electromagnetic pe care îl creează. În electrodinamica cuantică electronul interacționează cu propriul câmp electromagnetic creat de el, prin intermediul fotonilor din procesele virtuale.

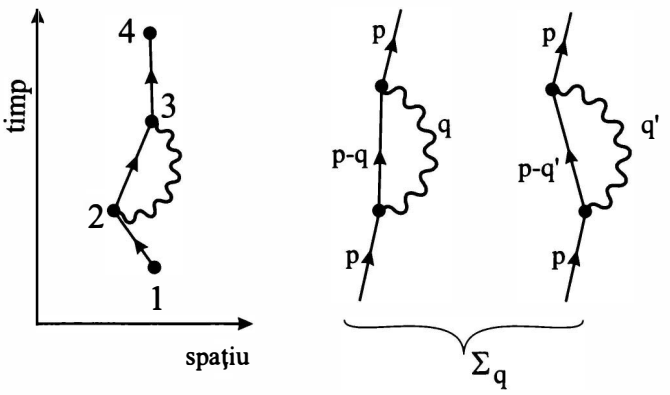

Figura 14.9: *Diagrama Feynman prin care un electron emite și reabsoarbe la loc un foton. Pentru simplitate, am ignorat spinul electronului și polarizarea fotonului. În stânga este reprezentarea spațiu-timp și în dreapta reprezentarea energie-impuls. În diagramele energie-impuls, notația p reprezintă nu numai impusul electronul, dar și energia sa $p = (E, \mathbf{p})$, acolo unde procesul de emisie are loc cu conservarea energiei și impulsului (electronul după emisie are exact energia și impulsul $p - q$). De aceea, fotonul emis poate lua orice energie și impuls, el devenind virtual. Linia ondulată a fotonului este desenată curbă, însă asta nu înseamnă că traiectoria fotonului este curbă, ci doar că fotonul poate avea o tranziție din starea inițială în cea finală. Amplitudinile de probabilitate pentru toate aceste procese corespunzătoare unor q diferiți trebuie adunate. Din păcate însă, suma se dovedește divergentă.*

Să remarcăm că, în plus față de procesul simplu prezentat mai sus, și fotonul creat poate la rândul lui să creeze o pereche electron-pozitron, iar perechea, la rândul ei, să creeze alți fotoni și așa mai departe. Vedem că de fapt electronul nu se deplasează într-un *vid*, ci într-o mare de particule, într-o „supă cuantică" de procese virtuale. Particulele care apar în aceste interactiuni le vom numi de aceea tot *virtuale*.

Una dintre consecințele cele mai importante este modificarea *masei* cu care electronul pare că se mișcă. Să ne amintim din secțiunea 12 că masa este o măsură a inerției. Împingem electronul cu o forță dată și măsurăm cât de repede accelerează el. Cu cât accelerează mai greu, cu atât masa lui este mai mare. Într-o abordare riguroasă (folosind diagramele Feynman), se arată că procesul prin care electronul emite un foton virtual pe care apoi îl reabsoarbe modifică într-adevăr *masa sa inerțială*.

Acest lucru îl vom înțelege dacă ne imaginăm că împingem de exemplu o minge într-un fluid vâscos. Ea va fi accelerată mai greu datorită faptului că trebuie să dea fluidul la o parte în mișcarea sa. După definiția masei, vom spune că masa mingii măsurată în fluid va fi mereu mai mare decât cea măsurată în vid. Dacă am aborda problema experimental, am putea la fel de bine introduce două mase pentru minge: *masa originară* (cea din vid) și *masa experimentală* (numită și *masă efectivă*) care este măsurată în fluid. Dar desigur că, în mod normal, nu facem această distincție între cele două mase inerțiale ale mingii. Știm că mingea se mișcă mai greu datorită rezistenței fluidului

vâscos, și luăm noile forțe în considerare, păstrând masa originară a mingii.

În același mod putem privi și mișcarea electronului în vid, în fluidul vâscos creat de *propriii săi fotoni virtuali*, cu care el interacționează în mod continuu. Diferența esențială dintre exemplul cu mingea și cel cu electronul este că fluidul vâscos prin care mingea se deplasează este vizibil, pe când cel al fotonilor virtuali creați de electron nu este vizibil. Vedem că, atunci când am măsurat masa electronului în vid, accelerându-l și făcând raportul dintre forța imprimată și accelerația rezultată, am greșit! Noi am crezut că era vid, însă vidul era plin de fotoni virtuali creați chiar de electron. Atunci am măsurat o *masă experimentală* a fotonului (masa sa efectivă), dar în nici un caz masa lui originară.

Dar să ne oprim un moment, căci aici este cheia întregii povești a renormării. Valoarea „originară" a masei electronului presupusă de noi a fost cea arhicunoscută, de $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg. Acum știm însă că această valoare măsurată experimental nu este valoarea originară, ea este doar un rezultat al masei originare și al interacțiunii dintre electron și fotonii sau virtuali. Ea este o masă experimentală, o masă *efectivă*, dar nu masa originară a electronului. *Care* este atunci masa originară a electronului? Este ea o fracțiune de gram, un miligram, un kilogram? Cum o putem măsura? Cum să o calculăm?

În întrebările de mai sus recunoaștem de fapt problema clasică a masei electromagnetice, discutată în secțiunea 43. Acolo am văzut că, de câte ori accelerăm electronul, trebuie să „pompăm" energie suplimentară în *câmpul său electromagnetic*. Acest efort suplimentar pe care trebuie să-l facem ne va crea senzația că electronul este mai greu, că are o masă inerțială mai mare, că va fi mai greu de urnit din loc (vezi figura 14.10).

În mod normal, acest efect trebuie adăugat la masa originară a electronului, ceea ce va face ca masa pe care o obținem în experiment (masa experimentală) să fie mai mare decât cea originară. De aceea, o primă strategie de urmat (atât în cazul clasic, cât și în cel cuantic) este să *ajustăm* masa originară a electronului, în așa fel încât masa experimentală (cea rezultată prin adăugarea câmpului electromagnetic) să capete valorea cunoscută din experiment, de $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg.

Termenul suplimentar de masă a fost numit *masă electromagnetică*, și el crește pe măsură ce dimensiunea clasică a electronului scade: dacă electronul este considerat punctiform, atunci masa electromagnetică clasică va fi infinită, și tot așa va fi în mod normal și masa experimentală a electronului. În cazul *clasic* însă, au fost fizicieni care au îndrăznit să spună că electronul este totuși punctiform, dar că are o masă *negativă* care tinde către minus infinit! Astfel, masa infinit negativă a electronului ar *compensa* exact infinitul pozitiv al masei electromagnetice, urmând ca în final masa experimentală a electronului (suma celor două) să fie finită și să ia valoarea pe care ne-o dorim (vezi figura 14.10).

În electrodinamica cuantică trebuie să folosim aceeași strategie ca în cazul clasic, deși rezultatele vor fi diferite. Astfel, masa *originară* a electronului trebuie găsită în așa fel încât masa *experimentală*, ce trebuie să ia în calcul interacțiunile dintre electron și proprii săi fotoni virtuali, să fie exact cea măsurată de noi, adică $9,1 \cdot 10^{-31}$ kg.

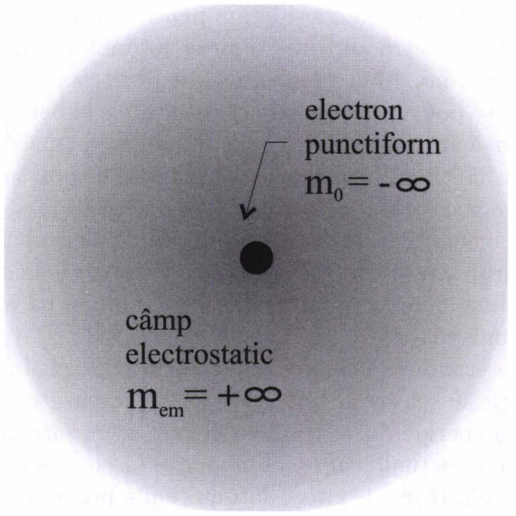

Figura 14.10: *În centru este un electron punctiform, considerat clasic. În acest caz, masa câmpului electromagnetic clasic m_{em} este infinită, pentru că în apropierea electronului câmpul electric tinde la infinit. Într-un model clasic simplificat, masa originară a electronului m_0 se alege negativ infinită, pentru a compensa masa câmpului electromagnetic. Suma celor două este masa experimentală a electronului și ea poate deveni finită odată ce teoria clasică se ajustează pentru ca cei doi infiniți să se anuleze. Modelele cuantice sunt mai complexe și ele nuanțează diferit problema infiniților, fără a face apel neapărat la o masă infinit negativă a electronului.*

Dacă vom face o astfel de încercare, vom surprinde esența problemei, însă tot nu vom scăpa de probleme. Astfel, un calcul estimativ arată că, indiferent de masa originară *finită* a electronului, masa sa experimentală (efectivă), calculată în urma interacțiunii cu propriii săi fotoni virtuali, primește componente care iau valori divergente (deci *infinite*), dar ele sunt diferite de cazul clasic, depinzând de modelele alese. Pentru a elimina componentele infinite, avem nevoie de alți termeni divergenți (infiniți) care să le compenseze.

Pentru a putea funcționa efectiv, o astfel de metodă trebuie să detalieze forma „infiniților". În termeni matematici, trebuie să scoatem la iveală comportările *asimptotice* către aceste valori divergente. Spre deosebire de electromagnetismul clasic, care nu spune nimic despre aceaste comportări asimptotice, electrodinamica cuantică *reușește* să construiască modele asimptotice corecte. Cu alte cuvinte, electrodinamica cuantică nu ne spune numai că masa inerțială a electronului conține componente divergente (valori infinite), ci și *ce fel* de valori infinite. Vom discuta și noi un astfel model asimptotic în secțiunea următoare.

147. Renormarea electrodinamicii cuantice

După cum am menționat în secțiunea precedentă, atunci când trebuie să adunăm amplitudinile de probabilitate ale mai multor procese virtuale observăm cu surprindere că unele dintre sume sunt *divergente* (infinite). Aceasta pentru că, în cursul proceselor virtuale, energia și impulsul particulelor pot lua orice valori, oricât de mici și oricât de mari, în reprezentarea energie-impuls.

Matematic, se arată că există două tipuri de divergențe: *infraroșii* (atunci când însumăm procese în care particulele au impulsuri și energii aproape nule) și *ultraviolete* (atunci când particulele virtuale sunt foarte energetice). În această secțiune nu vom aborda decât problema divergențelor *ultraviolete* (la energii mari ale particulelor), pentru că ele ridică dificultăți mai profunde decât divergențele infraroșii. Desigur, ceea ce avem de făcut este eliminarea divergențelor din teoria electrodinamicii cuantice. Procedura poartă denumirea de *renormare*.

Există două metode de renormare des folosite, una de eliminare ad-hoc a contribuțiilor proceselor virtuale de la energii foarte mari ale particulelor, și una ce folosește un artificiu matematic ce pare că schimbă numărul de dimensiuni ale spațiului energie-impuls (*metoda dimensională*).

Prima metodă consideră că, la energii foarte mari, acolo unde apar divergențele în diagramele Feynman, teoria electrodinamicii cuantice, așa cum o știm noi, nu va mai fi valabilă. De aceea, aceste diagrame Feynman pot fi ignorate efectiv, lucru care se face matematic riguros prin introducerea unor termeni suplimentari în ecuații. Limita se consideră pentru moment energia Planck (discutată în secțiunea 151) care este de miliarde de miliarde de ori mai mare decât energia de repaus a electronului.

Considerând doar procesele virtuale până la limita energiei Planck, se arată că corecția de masă necesară pentru electron este de ordinul a câteva zeci de procente, deci nu foarte mare. Cu alte cuvinte, dacă vom considera doar procesele virtuale până la energia Planck, ele nu vor contribui foarte mult la masa de repaus a electronului. Masa lui de repaus „originară" ar fi cu doar câteva zeci de procente mai mică decât cea măsurată experimental, în aceste modele. Desigur, calculele trebuie făcute într-un mod consistent care ține cont de comportarea asimptotică.

În această secțiune vom detalia a doua metodă, numită *metoda dimensională*. Ea a fost dezvoltată printre alții de fizicienii olandezi Gerard t'Hooft și Veldmann în anii '50, pe când Gerard t'Hooft era un doctorand strălucit al profesorului Veldmann. Cei doi au și luat Premiul Nobel pentru contribuția lor la teoria fizicii fundamentale. Metoda folosește din plin reprezentarea energie-impuls a diagramelor Feynman și nu impune o limită superioară energiei și impulsului proceselor virtuale.

Ideea de bază se leagă de discuția despre masa „originară" a electronului din secțiunea precedentă. Astfel, să ne aducem aminte că trebuie să alegem a *altă* masă originară a electronului, în așa fel încât masa *experimentală* (rezultată în urma interacțiunii cu fotonii săi virtuali) să

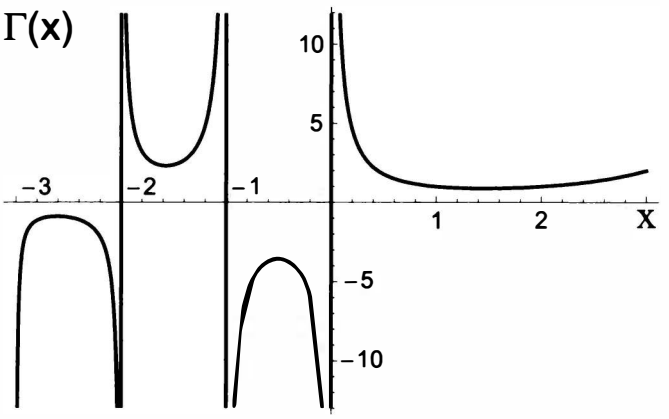

Figura 14.11: *Infinități ce apar în teoria electrodinamicii cuantice se reduc deseori la o funcție matematică cunoscută, așa-numita funcție „Gamma" $\Gamma(x)$, reprezentată în figură. De exemplu, în calculul masei experimentale a electronului apare valoarea $\Gamma(2-d/2)=\Gamma(0)=\pm\infty$, unde $d=4$. Aceasta pentru că funcția $\Gamma(x)$ este divergentă pentru valori nule sau întregi și negative ale lui x. Să observăm însă pe grafic că, pentru valori intermediare, funcția $\Gamma(x)$ este finită. De aceea, pentru a elimina infinități, trebuie să considerăm o „dimensiune" d a spațiului energie-impuls puțin diferită de 4.*

iasă cea pe care o măsurăm noi, adică $9,1\cdot 10^{-31}$ kg. Problema este că, indiferent de valorile masei originare ale electronului, vom avea componente divergente în ecuații, datorate proceselor virtuale ce au loc la energii mari ale particulelor virtuale.

Fizicienii au observat că, dacă am avea imaginația (și îndrăzneala!) să definim electrodinamica cuantică într-un spațiu energie-impuls de „dimensiune" d puțin mai mică decât 4 (deci un spațiu care nu are un număr întreg de „dimensiuni") am avea o surpriză plăcută. Aici suma tuturor diagramelor Feynman pentru energii mari ale particulelor virtuale este *finită*! În termeni tehnici, am eliminat dintr-un foc divergențele ultraviolete. În acest spațiu vom porni cu o masă finită a electronului și calcula o masă experimentală, care va ieși tot finită. Lucrul acesta este remarcabil și este exact ceea ce ne dorim. Tot ce avem de făcut la sfârșit este să lăsăm numărul de „dimensiuni" d să tindă la 4 și vom obține *comportarea asimptotică* dorită.

Astfel, vom calcula diagramele Feynman într-un spațiu energie-impuls de dimensiune puțin mai mică decât 4, să zicem $d=4-\epsilon$, unde ϵ este un număr foarte mic, apropiat de zero (de pildă, ne imaginăm că alegem $\epsilon=0,001$). Pornim la început cu o masă originară *finită* a electronului m_0, necunoscută încă. Calculăm apoi toate diagramele Feynman, deci amplitudinile de probabilitate ale tuturor proceselor posibile de interacțiune între electron și fotonii săi virtuali, în primul ordin de perturbație (însemnând că folosim doar diagramele Feynman primare care au cel mult două vertexuri suplimentare).

Deoarece lucrăm într-un spațiu de „dimensiune" $d\neq 4$, toate rezultatele vor fi finite. Atunci putem ajusta *masa originară* a electronului m_0 de care avem nevoie pentru ca *masa experimentală* (cea care ia în calcul emisia și reabsorbția de fotoni virtuali) să fie cea măsurată de noi, adică $m=9,1\cdot 10^{-31}$ kg.

Așa cum am menționat, masa originară m_0 va fi acum *finită*, dar va depinde de ϵ. Din calculele exacte reiese că, în modelele primare (ce folosesc doar primul ordin de perturbație), masa originară m_0 de care avem nevoie (pentru a reproduce masa experimentală m măsurată) va avea o componentă care este invers proporțională cu abaterea ϵ de la dimensiunea 4, și care este negativă, fiind de forma $m_0 = a - b/\epsilon$, unde a și b sunt termeni finiți, b fiind pozitiv. Calculul ne dă valorile precise ale constantelor $a = a(\epsilon)$ și $b = b(\epsilon)$ pentru acel ϵ cu care am început. Cum ϵ a fost ales foarte mic, masa originară m_0 va deveni negativă și foarte mare în valoare absolută. Rezultatul calculelor se aseamănă astfel cu așteptările din cazul clasic, lucru posibil deoarece toate diagramele Feynman la energii oricât de mari ale particulelor virtuale sunt luate în calcul (dacă relaxăm această condiție și ne limităm doar la energii nu prea mari, situația este mai puțin gravă).

În continuare, rămânem în spațiul energie-impuls de „dimensiune" $d = 4 - \epsilon$, ceea ce înseamnă că toate calculele noastre vor fi *finite*, dar dependente de valoarea constantei ϵ pe care am ales-o la început (să zicem, $\epsilon = 0,001$). Avem acum calculată *masa originară* (cea care reproduce masa experimentală) m_0 și putem reface toate calculele pentru orice experiment pe care îl imaginăm. Desigur, trebuie să calculăm diagramele Feynman în spațiul de dimensiune $d = 4 - \epsilon$ și să folosim noua formulă a masei originare $m_0 = a - b/\epsilon$ (unde constantele a și b sunt acum calculate), pentru a prezice lucruri pe care le vom măsura experimental.

Pentru a avea predicții cât mai bune pe care să le comparăm cu experimentul, trebuie să alegem o deviație ϵ cât mai mică, deoarece universul nostru rămâne cu exact patru dimensiuni. Cu cât alegerea noastră pentru ϵ este mai mică, cu atât trebuie să folosim o masă originară a electronului $m_0 = a - b/\epsilon$ mai „divergentă" pentru a reproduce aceeași masă măsurată experimental $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg.

Astfel putem calcula amplitudinile de probabilitate ale tuturor proceselor (respingerea dintre electroni, împrăștierea dintre electroni și fotoni etc.), pentru că ele vor da rezultate finite și se pot compara direct cu rezultatele experimentale, deoarece masa originară a electronului $m_0 = a - b/\epsilon$ este deja luată în calcul.

Cei interesați de detaliile matematice ale procesului de normare prin metoda dimensională pot urmări căsuța matematică alăturată.

Calcul: ***Renormarea masei electronului***

Pentru cei care iubesc matematica, prezentăm mai jos esența renormării în *metoda dimensională*, în câțiva pași ilustrativi, fără a detalia calculele.

Astfel, să considerăm procesul reprezentat în dreapta figurii 14.9, în care un electron emite un foton virtual pe care îl reabsoarbe la loc. Aici am notat cu $q_\mu = (E/c, -q_x, -q_y, -q_z)$ vectorul energie-impuls al fotonului emis. Mai departe, vom scrie simplificat modulul acestui vector în spațiul energie-impuls ca $q^2 = q_\mu q^\mu = E^2/c^2 - \mathbf{q}^2$. Notația este folosită foarte des în electrodinamica cuantică, deși ea poate ușor crea confuzie cu notația nerelativistă (vezi anexa matematică din secțiunea 210).

Să scriem partea principală din amplitudinea de probabilitate a acestui proces, despărțind diagrama din figura 14.9 în părțile sale componente, propagatori și vertexuri. Amplitudinea de probabilitate o vom scrie în reprezentarea impulsului (vezi secțiunea 145).

Diagrama Feynman a procesului din figura 14.9 conține patru elemente interne, două vertexuri și doi propagatori, unul pentru electronul virtual de energie-impuls $p - q$ și unul pentru fotonul de energie-impuls q. Amplitudinile de probabilitate ale acestor patru procese trebuie înmulțite pentru a afla amplitudinea de probabilitate totală (pentru că toate cele patru procese trebuie să aibă loc împreună):

$$\left[ie\gamma^\mu\right]\left[i\frac{\gamma^\mu(p_\mu - q_\mu) + m_0}{(p-q)^2 - m_0^2}\right]\left[\frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2}\right]\left[ie\gamma^\nu\right] \sim \frac{1}{q^3}$$

În relația de mai sus avem, în ordine de la stânga la dreapta, amplitudinea de probabilitate pentru primul vertex, pentru propagatorul electronului de masă m_0 și energie-impuls $p - q$, pentru propagatorul fotonului de energie-impuls q și pentru cel de-al doilea vertex. Forma propagatorilor electronului și fotonului nu a mai fost dedusă, dar se vede că ea este o generalizare a formei prezentate în secțiunea 145.

Mai departe $q^2 = E^2/c^2 - \mathbf{q}^2$ este modulul vectorului $(E, \mathbf{q})$ în spațiu-timp, lucru valabil și pentru $p - q$. În dreapta am aproximat rezultatul de mai sus pentru impulsuri și energii foarte mari ale particulelor virtuale $q \gg m_0$ și $q \gg p$.

Pentru că impulsul și energia q a fotonului virtual poate lua orice valori, trebuie să adunăm amplitudinile de probabilitate pentru toate aceste diagrame. În practică, procesul se reduce la a integra rezultatul pentru toate valorile q posibile în spațiul patru dimensional al energiei și impulsului:

$$-i\Sigma(p) = \int \frac{d^dq}{(2\pi)^d}\left[ie\gamma^\mu\right]\left[i\frac{\gamma^\mu(p_\mu - q_\mu) + m_0}{(p-q)^2 - m_0^2}\right]\left[\frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2}\right]\left[ie\gamma^\nu\right]$$

În relația de mai sus am anticipat deja metoda dimensională notând cu $d = 4$ dimensiunea spațiului energie-impuls. La energii și impulsuri foarte mari ale particulelor virtuale, $q \gg m$ și $q \gg p$, vom avea

$$\int d^4q \frac{1}{q^3} \sim \lim_{R\to\infty} \int_0^R d^4q \frac{1}{q^3} \sim \lim_{R\to\infty} \frac{R^4}{R^3} \to \infty$$

După cum vedem, integrala este divergentă. De aceea $\Sigma(p)$ (ce poartă numele de energie proprie a electronului) este de asemenea divergentă pentru $d = 4$.

Atunci când însă integrarea are loc într-un spațiu de „dimensiune" $d = 4 - \epsilon \neq 4$, integrala ce apare în

$\Sigma(p)$ este convergentă! Pentru a exemplifica, să scriem o formă simplificată a unei integrale asemănătoare:

$$\int \frac{d^d q}{(2\pi)^d} \frac{1}{q^2 - m_0^2} = \frac{\left(-m_0^2\right)^{d/2-1}}{(4\pi)^{d/2}} \Gamma\left(1 - \frac{d}{2}\right)$$

Mai sus $\Gamma(x)$ reprezintă funcția „Gamma", ce este reprezentată în figura 14.11 și are definiția exactă:

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$$

Pentru $d = 4$ obținem $\Gamma(-1) = \pm\infty$ în relația precedentă, care este un număr divergent, așa cum vedem din figura 14.11. Pentru $d = 4 - \epsilon \neq 4$ obținem $\Gamma(-1 + \epsilon/2)$ care este un număr convergent (vezi aceeași figură).

Mărimea $\Sigma(p)$ se reduce și ea la funcția $\Gamma(x)$ având aceste proprietăți speciale. Astfel, atunci când deviația ϵ este mică și pozitivă, dar nenulă, se arată că partea divergentă din $\Sigma(p)$ ia forma aproximativă:

$$\Sigma(p) \approx -\frac{e^2}{16\pi^2} \Gamma\left(\frac{\epsilon}{2}\right) (\gamma^\mu p_\mu - 4m_0) + \dots$$

La valori mici ale lui ϵ avem

$$\Gamma\left(\frac{\epsilon}{2}\right) = \frac{2}{\epsilon} + \text{ termeni finiți}$$

În relația de mai sus recunoaștem nu numai divergența funcției, dar, mai important, comportarea sa asimptotică. Obținem atunci comportarea asimptotică a energiei proprii $\Sigma(p)$:

$$\Sigma(p) \approx \frac{e^2}{8\pi^2 \epsilon} (4m_0 - \gamma^\mu p_\mu) + \dots \approx -A + B\gamma^\mu p_\mu + \dots$$

Constantele A și B definesc mărimile de care avem nevoie pentru a reconstrui masa „originară" m_0 a electronului în acest model, în așa fel încât masa experimentală să iasă m (cea cunoscută):

$$m_0 = \frac{m + A}{1 + B} \approx \frac{m - \dfrac{4me^2}{8\pi^2\epsilon}}{1 - \dfrac{e^2}{8\pi^2\epsilon}} \approx m\left(1 - \frac{3e^2}{8\pi^2\epsilon}\right) = m + \delta m$$

După cum vedem, atunci când $\epsilon \to 0$, $\epsilon > 0$, masa originară m_0 a electronului pare să devină infinit negativă, justificând în parte modelul clasic, ce ne spunea că avem nevoie de o astfel de valoare pentru a compensa energia câmpului electromagnetic din jurul sarcinii.

În realitate însă, problema este mai puțin gravă. Astfel, în modelul de mai sus noi am integrat diagramele Feynman pentru toate valorile energiei și impulsului posibile ale fotonului virtual emis. Dacă am fi folosit însă energii mai mici decât energia Planck, atunci corecția de masă δm ar fi fost de ordinul a câteva procente din masa m cu care am pornit. De aceea modelul de mai sus este folosit doar pentru a corecta într-o manieră bine definită divergențele din teorie și nu pentru a estima masa originară a electronului, despre care azi nu putem spune ce valoare are.

Desigur însă, ne întrebăm dacă un spațiu energie-impuls poate avea o „dimensiune" $d = 4 - \epsilon$, care nu este număr natural, căci aceasta ar însemna automat că spațiul-timp ar avea dimensiuni fracționare. Chiar dacă în matematica fractalilor se pot construi obiecte ale căror dimensiuni nu sunt numere naturale, nu am vrea să facem o asemenea presupunere despre universul nostru. Și nici nu trebuie s-o facem! În fond, ceea ce construim noi este un *instrument matematic* care ne ajută la construcția unor diagrame Feynman finite și convergente, din care vom extrage apoi rezultatele finite ale măsurătorilor. De fapt, fizicienii spun că nu trebuie să atribuim nici un fel de semnificație acestei „dimensiuni" $d \neq 4$, modelul de mai sus este un simplu artificiu matematic.

Semnificația fizică a calculelor pe care noi le facem într-un spațiu de „dimensiune" $d = 4 - \epsilon$ este redusă substanțial dacă știm că există și alte metode de a renorma teoria cuantică a câmpului (impunerea unei limite maxime în integralele ce apar, adăugarea unor particule fictive etc.), toate conducând în final la aceleași predicții experimentale.

Am ajuns în punctul în care vrem să sintetizăm procedura renormării pentru întreaga teorie a electrodinamicii cuantice. În primul rând, trebuie să menționăm că am simplificat discuția în prezentarea precedentă, deoarece am menționat doar masa electronului în procesul de normare. În realitate, sunt *trei* diagrame Feynman elementare care introduc divergențe în teoria inițială nerenormată. Aceasta înseamnă că în practică va trebui să modificăm trei mărimi din teoria inițială. Ele sunt: *masa electronului*, *sarcina electrică a electronului* și *amplitudinea câmpurilor* (a undei de probabilitate a electronului și a câmpului electromagnetic).

În cazul masei electronului, am văzut că emisia unui foton virtual și reabsorbția sa au modificat implicit masa sa experimentală. O singură diagramă Feynman pentru un astfel de proces este finită, însă problema apare când trebuia să adunăm toate diagramele Feynman de acest tip, deoarece fotonul virtual emis va avea orice impuls și orice energie (în reprezentarea energie-impuls). În acest caz, suma amplitudinilor de probabilitate pentru toate procesele devine *infinită*.

Prima soluție a fost renunțarea (într-o manieră consistentă matematic) la procesele virtuale care depășesc energia Planck. Atunci vom considera masa originară a electronului diferită de cea experimentală. Contribuția datorată proceselor virtuale adunată cu masa originară a electronului ne va da exact masa măsurată experimental. Trebuie spus că, la ora actuală, nimeni nu știe cât de diferită este masa originară de cea experimentală, căci valoarea energiei Planck menționată aici pentru corecție este oarecum arbitrară.

A doua soluție s-a dovedit a fi considerarea unui spațiu energie-impuls de „dimensiune" $d = 4 - \epsilon$, unde ϵ este o constantă infinitezimală pozitivă. Aici toate rezultatele calculelor sunt finite, însă trebuie să ajustăm masa originară m_0 a electronului, care capătă un termen invers proporțional cu $\epsilon = 4 - d$, în așa fel încât masa experimentală a electronului să ia valoarea cunoscută de noi $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg.

O a doua diagramă care creează probleme este propagatorul fotonului (probabilitatea de tranziție a fotonului

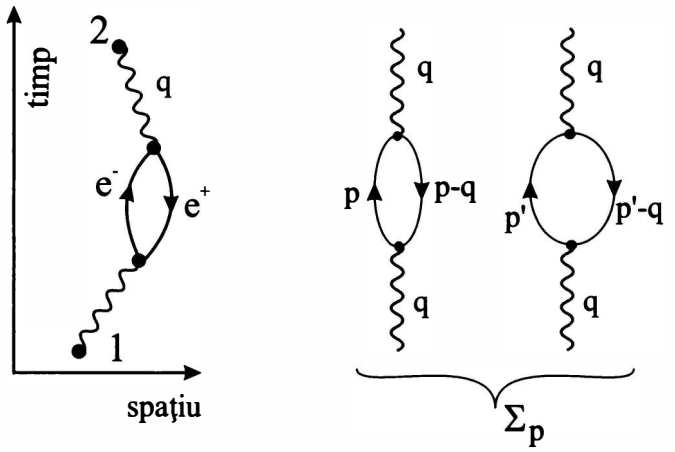

Figura 14.12: *În ambele figuri este prezentat un proces în care un foton se dezintegrează într-o pereche virtuală de electron e^- și pozitron e^+ ce se recombină apoi la loc. În stânga este reprezentarea poziției iar în dreapta reprezentarea energie-impuls. În această a doua reprezentare, notația p reprezintă nu numai impusul electronul, dar și energia sa $p = (E, \mathbf{p})$. Aici energia și impulsul se conservă, de aceea fotonul va avea în final aceeași energie și același impuls q ca la început. Deoarece electronul virtual poate lua orice valoare a impulsului și energiei p, trebuie însumate amplitudinile de probabilitate pentru toate procesele de acest tip. Rezultatul este divergent.*

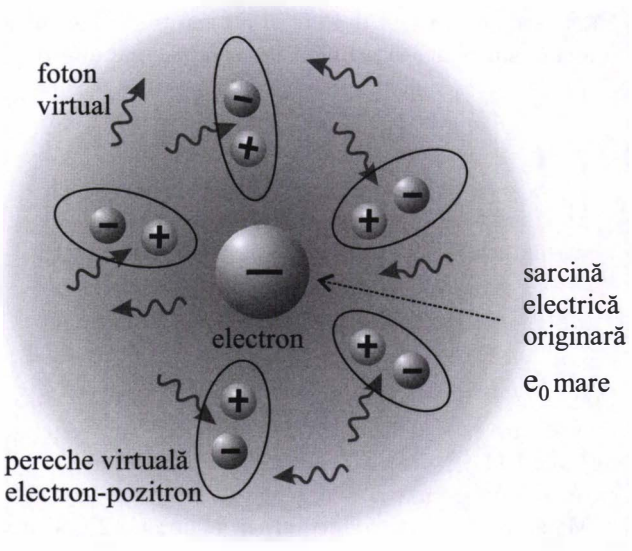

Figura 14.13: *Câmpul electric al unui electron (aflat în centru) este plin de fotoni virtuali, schițați cu niște săgeți. În unele dintre multiplele procese virtuale care au loc în același timp, fotonii virtuali creează perechi electron-pozitron (bilele cu sarcină electrică negativă − și pozitivă +). Perechile se polarizează în câmpul electric al sarcinii originare, electronii virtuali fiind respinși și pozitronii virtuali atrași spre centru. În acest fel sarcina electrică originară din centru este neutralizată parțial de pozitronii care se apropie de ea, și de aceea sarcina electrică măsurată de la depărtare va fi mai mică decât cea originară.*

de la un punct la altul în reprezentarea poziției), prezentată în figura 14.12. Aici, în drumul lui, fotonul se poate dezintegra într-un electron și pozitron, care se pot recombina apoi la loc într-un foton cu aceleași proprietăți ca ale celui inițial (polarizare, energie etc.). Aceste procese sunt nenumărate și ele trebuie adăugate la propagatorul inițial al fotonului. Problema este că suma amplitudinilor de probabilitate ale acestor procese suplimentare dă iarăși un număr infinit. Avem din nou o divergență în teorie, pe care trebuie s-o eliminăm.

Într-o primă instanță ne-am putea gândi că procesul de creare de perechi electron-pozitron din fotoni modifică masa fotonului, printr-un mecanism asemănător cu cel discutat pentru electron. Din fericire însă, acest lucru nu se întâmplă și, deși procesele au loc atunci când fotonul se deplasează de la un loc la altul, masa fotonului va rămâne nulă! Fizicienii s-au simțit ușurați când au descoperit acest lucru, deoarece masa de repaus nulă a fotonului este un ingredient esențial al tuturor teoriilor, de la mecanica cuantică la teoria relativității.

Divergența precedentă (dată de probabilitatea ca fotonul să se „spargă" în perechi virtuale electron-pozitron) este legată direct de problema sarcinii electrice a electronului, și iată de ce. Să ne imaginăm că avem un electron care creează un câmp electric în jurul lui (vezi figura 14.13). Cu cât sarcina electrică a electronului este mai mare, cu atât este mai mare și câmpul electric creat. Acum însă, în electrodinamica cuantică câmpul electric este creat de norul de fotoni din jurul electronului, fotoni care sunt emiși și absorbiți de către electron, în multiplele procese virtuale care au loc în același timp. Odată emis însă, fiecare foton are o probabilitate finită să se spargă într-o *pereche virtuală* de electron și pozitron. Electronul și pozitronul se vor recombina la loc într-un foton, în așa fel încât norul de perechi virtuale electron-pozitron este stabilizat.

Desigur, aceasta este o imagine simplificată, deoarece în realitate astfel de procese au loc în toate formele posibile, în același timp, și ele toate trebuie luate în considerare atunci când calculăm câmpul electric din jurul electronului. Fiecare astfel de proces imaginabil contribuie cu o amplitudine de probabilitate, deci *toate* aceste procese au loc *în același timp* în jurul electronului. De aceea, spunem despre particulele care interacționează în procesele virtuale că sunt și ele particule virtuale.

Vedem astfel că electronul care a creat norul de fotoni virtuali din jurul lui se va înconjura și de o mare de *perechi virtuale electron-pozitron*, nu numai de fotoni. În reprezentarea poziției, perechile au o viață scurtă (estimată în jurul a 10^{-20} secunde), până când se vor anihila la loc (în fiecare dintre nenumăratele procese virtuale). Până atunci însă, pozitronii virtuali au sarcină electrică pozitivă și vor fi atrași de electronul originar. Pe de altă parte, electronii virtuali creați au sarcină electrică negativă și vor fi respinși de electronul originar.

În acest fel perechile de electroni și pozitroni se vor *polariza* în jurul electronului originar. De unde până acum ei erau împrăștiați uniform în jurul electronului, creând o sarcină electrică medie nulă, acum vom avea mai mulți pozitroni virtuali mai aproape de electronul originar și mai mulți electroni virtuali mai departe de el. Sarcina

medie va deveni pozitivă aproape de electron și va neutraliza o parte din sarcina negativă a electronului (vezi figura 14.13).

Efectul poate fi asociat unui câmp electric suplimentar în apropierea electronului (generat de dezechilibrul de sarcină electrică al particulelor virtuale), câmp care trebuie adăugat la cel originar al electronului. Fenomenul, rezultat al polarizării sarcinilor, poartă numele de *ecranare* și el conduce în final la o diminuare a câmpului electric originar: o parte din sarcina electrică a electronului a fost neutralizată de apropierea pozitronilor din perechile virtuale.

Pentru noi, câmpul electric pe care îl percepem de la electron va fi *diminuat*, dacă luăm în seamă efectul de ecranare dat de perechile virtuale. Mărimea ecranării depinde de modelele folosite. În metoda dimensională menționată aici (care folosește numai diagramele Feynman din primul ordin de perturbație), ea este puternică, neutralizând o mare parte a sarcinii electrice originare a electronului. Noi însă am măsurat un câmp electric al electronului și am atribuit electronului o sarcină de $q = -1,6 \cdot 10^{-19}$C, însă vedem acum că am măsurat un câmp electric care era deja diminuat. Sarcina electrică originară a electronului trebuie atunci să fie, în valoare absolută, mai mare decât valoarea de $1,6 \cdot 10^{-19}$C.

Cât de mare este sarcina electrică a electronului iarași nu știe nimeni. În mod normal, dacă păstram sarcina electrică originară punctiformă, atunci perechile virtuale electron-pozitron se vor produce *oricât de aproape*, anihilând-o complet. În acest fel, nu vom obtine niciodată o sarcină electrică experimentală nenulă pentru electron. Cu toate acestea, fizicienii pastrează dimensiunea punctiformă a sarcinii, preferând să limiteze formarea de perechi virtuale „nedorite".

Ca și în cazul masei electronului, o primă soluție este să alegem o limita superioară pentru energia proceselor virtuale, de ordinul energiei Planck. Soluția elimină divergențele din teorie, însă limita aleasă pentru energie (de obicei energia Planck) rămâne arbitrară. O a doua soluție este considerarea unui spațiu-energie impuls de „dimensiuni" puțin mai mici decât patru. În acest caz, nu mai impunem o limită superioară proceselor virtuale, ci obținem comportarea asimptotică a sarcinii electrice originare, ca în cazul masei.

Aici, pentru a afla cât este de fapt sarcina originară a electronului q_0 în modelul ales, trebuie să pornim cu o altă valoare pentru sarcina originară a electronului decât valoarea presupusă de noi până acum $q = -1,6 \cdot 10^{-19}$C. Trebuie apoi să recalculăm toate diagramele Feynman în primul ordin de perturbație (incluzând generarea de perechi electron-pozitron), în așa fel sarcina electrică experimentală să fie $q = -1,6 \cdot 10^{-19}$C, adică numărul care ne este nouă atât de familiar.

În final valoarea *originară* q_0 va fi aleasă în așa fel încât valoarea experimentală măsurată a electronului să iasă exact cea cunoscută, adică $q = -1,6 \cdot 10^{-19}$ C. Valoarea originară a sarcinii q_0 electronului va fi desigur o funcție de ϵ, și se arată că ea crește atunci când ϵ devine mic.

Cel de-al treilea infinit elementar (și ultimul!) este legată direct de una din diagramele Feynman de bază, și anume *vertexul*, adică acea diagramă care ne dă probabilitatea de absorbție sau emisie a unui foton de către un electron. În acest caz, nu numai că electronul poate emite

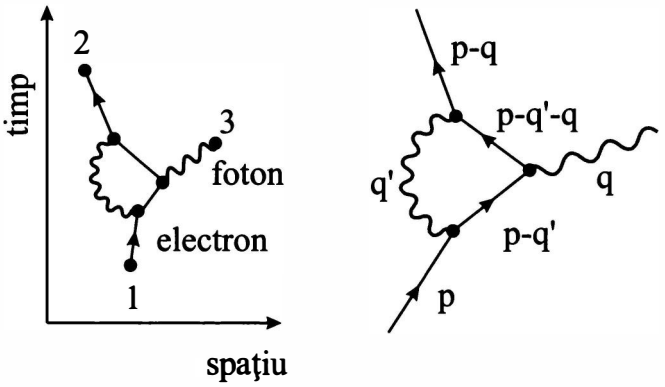

Figura 14.14: *A treia și ultima divergență a electrodinamicii cuantice, în reprezentarea poziției (stânga) și cea în reprezentarea energie-impuls (dreapta). În reprezentarea energie-impuls, notația p reprezintă nu numai impulsul electronului, dar și energia sa* $p = (E, \mathbf{p})$. *În proces, un electron emite un foton pe care îl reabsoarbe înapoi abia după ce mai emite un alt foton. Diagrama se corectează alegând valori specifice pentru amplitudinile undelor de probabilitate ale electronului și fotonului. Linia curbată a fotonului este doar o reprezentare, nu înseamnă că fotonul va merge circula pe o traiectorie curbă.*

direct un foton, dar poate emite doi fotoni unul după altul, dintre care *primul* să fie reabsorbit după ce al doilea a fost emis (vezi figura 14.14). Dacă luăm toate aceste procese în calcul și adunăm amplitudinile de probabilitate, iarăși obținem infiniți. Aici, un calcul riguros arată că trebuie să modificăm *amplitudinea* câmpului electromagnetic și a undei de probabilitate a electronului pentru a obține rezultate finite. Și această modificare se poate face în cadrul unui spațiu energie-impuls de „dimensiune" $d = 4 - \epsilon$, obținându-se iarăși valori asimptotice cu care se face corecția.

Recapitulând *metoda dimensională* de renormare, în toate cele trei cazuri trebuie să calculăm diagramele Feynman într-o „dimensiune" $d = 4 - \epsilon$ a spațiului energie-impuls, puțin mai mică decât cea cu care suntem obișnuiți. Avantajul este că obținem numai valori finite, lipsite de divergențe, pentru toate diagramele Feynman. Datorită acestor valori finite, putem ajusta atât masa m_0, sarcina e_0 *originară* a electronului, cât și câmpurile prezente (unda de probabilitate a electronului și câmpul electromagnetic) în așa fel încât masa m și sarcina e experimentale să fie cele pe care le știm și le măsurăm. În practică, procesele nu sunt independente unele de altele, așa cum au fost prezentate aici, pentru simplificarea expunerii, ci interdependente.

Valorile *originare* (corectate) pentru masa m_0 și sarcina electrică e_0 ale electronului conțin divergențe care tind la infinit atunci când ϵ devine foarte mic. Aceste valori asimptotice vor *compensa* însă *într-un mod sistematic* valorile asimptotice prezente în diagramele Feynman, în așa fel încât orice valori experimentale prezise de noi vor fi acum finite și convergente atunci când ϵ tinde la zero. Dacă ar fi să folosim vorbele de duh ale altor fizicieni, am corectat infiniții din diagramele Feynman cu infiniții conținuți în masa și sarcina electronului, precum și cu cei din amplitudinea câmpurilor.

Recalculând diagramele Feynman cu noile mărimi originare (m_0 și e_0), vom obține acum rezultate experimentale finite și convergente, iar problema divergențelor este rezolvată. În calculele noastre pentru diverse experimente vom obține numai predicții *finite*. Calculele trebuie însă efectuate în limita unui ϵ cât mai mic, pentru a avea rezultate cât mai precise. Vom spune că am *renormat* teoria electrodinamicii cuantice în cadrul metodei dimensionale, folosind în discuția de mai sus primul ordin de perturbație.

În final, câteva cuvinte despre semnificația renormării. Este clar că ea ne spune că masa și sarcina originară ale electronului sunt *diferite* de ceea ce măsurăm noi experimental. Cât de diferite sunt acestea față de valorile măsurate este o întrebare fără răspuns astăzi, deoarece rezultatele sunt mereu aproximații asimptotice și depind de modelele folosite.

De exemplu, am menționat că în metoda dimensională, în primul ordin de perturbație și luând în calcul toate energiile posibile ale proceselor virtuale, s-ar părea că avem nevoie de componente infinit negative care contribuie la masa electronului, pentru a compensa divergențele din diagramele Feynman. În cealaltă metodă de renormare menționată la început, cea care elimină procesele virtuale la energii mari, situația este mai puțin dramatică. Aici se arată că, dacă luăm în calcul doar procesele virtuale care includ energii până la energia Planck (vezi secțiunea 151), contribuția proceselor din primul ordin de perturbație la masa electronului este de doar câteva zeci de procente din masă originară.

De aceea, părerea cea mai des întâlnită este că teoria renormată a electrodinamicii cuantice este de fapt o *aproximație* a unei alte teorii, nedescoperite încă. Ne putem facem o idee dacă observăm că distanțele „obișnuite" pe care acceleratoarele moderne de particule le investighează sunt cu câteva ordine de mărime mai mici decât dimensiunile unui nucleu (10^{-15}m). La aceste distanțe sarcina electrică originară și masa sa sunt *deja* parțial ecranate, iar noi nu facem decât să verificăm că procedura renormării este corectă, fără însă a ști cât este în realitate sarcina electrică sau masa originară electronului.

Desigur, ar fi ideal să măsurăm câmpurile electrice și la distanțe mai mici de centrul său, să „vedem" sarcina și masa originară ale electronului, să descoperim fizica reală care se ascunde încă de ochii noștri. Cel puțin când ne apropiem de dimensiunea Planck (10^{-35}m) ne așteptăm să apară efecte suplimentare, deoarece aici bănuim că și *gravitația* va juca un rol important. Dacă am sonda particulele elementare la aceste distanțe, probabil că le-am vedea sarcina și masa lor originare. Din păcate însă, pentru astfel de experimente avem nevoie de acceleratoare de particule mult mai performante decât cele pe care le-am construit până acum.

De aceea, deocamdată trebuie să ne mulțumim cu reprezentarea în care masa și sarcina originare ale electronului sunt diferite de cele măsurate experimental, iar noi le știm cunoaștem comportarea asimptotică. Dar, după cum vom discuta în secțiunea 176, povestea nu se oprește aici. În modelul standard al particulelor vom vedea că putem considera masa originară a electronului identic nulă, urmând ca aceasta să capete o valoarea „originară" nenulă prin interacțiunea cu bosonul Higgs. Povestea continuă deci...

148. Deplasarea Lamb și lungimea de undă Compton

Teoria electrodinamicii cuantice a întâmpinat dificultăți în a fi acceptată la început, datorită integralelor *divergente* care apar, așa cum am văzut în secțiunea precedentă. Însuși Paul Dirac (creatorul mecanicii cuantice relativiste) obiecta împotriva electrodinamicii cuantice căci, spunea el, ne așteptam ca termenii de ordin superior în teoria unei perturbații să fie din ce în ce mai mici, nicidecum mai mari sau chiar infiniți!

Nici *renormarea* teoriei nu a convins pe toate lumea. Deși teoria era acum lipsită de infiniți, mulți fizicieni susțineau că infiniții au fost „ascunși sub preș". Dacă o integrală este infinită, atunci ea se poate elimina prin renormare, glumeau ei. Desigur că acest lucru nu este neapărat adevărat, căci nu orice integrală infinită, din orice teorie, poate fi scăpată de divergențe. Numai câteva dintre posibilele teorii dau valori finite după renormare, pentru că divergențele trebuie să fie *asimptotice*, iar acesta este unul dintre criteriile puternice de selectare a teoriilor ce descriu fenomene fizice.

De aceea teoria electrodinamicii cuantice nu a fost pe deplin acceptată decât odată cu confirmările experimentale. Am putea spune că rezultatele experimentale au fost cele care au impus acceptarea electrodinamicii cuantice de către comunitatea științifică, în fața dovezii că numerele obținute în experiment sunt egale cu cele prezise de teoria renormată. Mai mult însă, predicțiile au coincis atât de bine cu rezultatele experimentale, încât până și astăzi electrodinamica cuantică este considerată cea mai exactă teorie, cu toată renormarea ei! Prezentăm și noi aici două astfel de rezultate experimentale, începând cu *deplasarea Lamb*.

În secțiunea 128 am discutat despre potențialul electric Coulomb $V_{Coulomb}(r)$ generat de o sarcină electrică q statică. Într-un punct aflat pe o sferă de rază r în jurul sarcinii electrice punctiforme q, potențialul electric scade invers proporțional cu această distanță $V_{Coulomb}(r) \sim q/r$. Cu toate acestea, așa cum vom arăta în această secțiune, potențialul electric $V_{exp}(r)$ *măsurat* al unei sarcini punctiforme este diferit de forma dată de Coulomb, iar această diferență este introdusă de electrodinamica cuantică.

Pentru a discuta însă noua formă a dependenței potențialului electric de distanță (și în fond a câmpului electric, deci a forței electrice care acționează asupra unei sarcini de probă), să facem un mic popas și să vedem unde ne aflăm acum, după ce am *renormat* teoria electrodinamicii cuantice.

Urmând metoda dimensională din secțiunea precedentă, cel mai ușor este să ne imaginăm că lucrăm într-un spațiu energie-impuls de „dimensiune" puțin mai mică decât patru, pentru că orice calcule vom face, vor fi finite. Aici electronul este punctiform și are o masă originară m_0 ce contine componente cu valori ridicate. Dacă am fi considerat spațiul energie-impuls cu exact patru dimensiuni, atunci aceste componente ar fi fost chiar divergente, dar

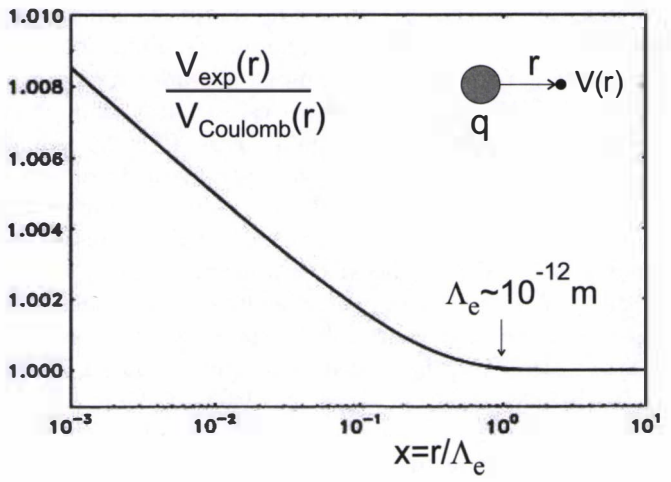

Figura 14.15: *Raportul dintre potențialul Uehling $V_{exp}(r)$ (cel real și măsurat) și potențialul Coulomb $V_{Coulomb}(r) \sim q/r$ al unei sarcini electrice căreia noi în atribuim de la distanță valoarea q. Raportul este calculat la distanța r până la sarcină (vezi schița din dreapta sus). În figură $\Lambda_e \sim 10^{-12}$ metri este lungimea de undă Compton a electronului. Potențialul real (Uehling) se abate exponențial de la forma Coulomb pentru distanțe mai mici decât lungimea de undă Compton $r < \Lambda_e$ a electronului. El ne arată că sarcina electrică reală q_0 este mai mare decât sarcina q pe care o credeam noi măsurând de la distanță. Sarcina q este o sarcină „efectivă", ecranată deja de norul de particule virtuale prezent la distanțe mici.*

am vrut să scăpăm de acest bucluc și de aceea dimensiunea este puțin mai mică decât 4. Masa originară m_0 a fost aleasă în așa fel încât masa experimentală are valoarea familiară nouă: $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg.

La fel se întâmplă și cu sarcina originară a electronului e_0, care are o valoare ridicată pentru început. Electronul este înconjurat de un nor virtual de fotoni (cei care formează câmpul electric), dar și de un nor de perechi electron-pozitron, generate de fotonii virtuali. Electronii și pozitronii virtuali din jurul electronului se vor polariza și vor neutraliza sarcina electrică originară, în așa fel încât sarcina electrică experimentală (măsurată de la distanță) va apărea mai mică. De fapt, sarcina electrică originară q_0, negativă și mare, a electronului a fost *ajustată* în așa fel încât sarcina electrică experimentală să ia valoarea cunoscută $q = -1,6 \cdot 10^{-19}$C.

Interesant este că imaginea de mai sus este valabilă nu numai pentru sarcina electronului, dar și pentru sarcina electrică a *altor* particule, cum ar fi protonii. Și sarcina electrică originară a acestora este mult mai mare decât ce măsurăm noi, fiind ecranată de perechile virtuale electron-pozitron aflate în jur. De aceea, de acum încolo ne vom referi adesea la potențialul electric creat de o sarcină *oarecare* originară q_0.

Să observăm că, dacă ar fi existat doar sarcina originară q_0 (fără norul de particule virtuale), atunci potențialul electric ar fi fost foarte mare și ar fi avut *exact* forma lui Coulomb, adică ar fi variat invers proporțional cu distanța $V_0(r) \sim q_0/r$. Așa însă, dacă luăm în calcul și prezența perechilor virtuale care ecranează sarcina originară, potențialul electric la distanțe mari $V_{exp}(r)$ va fi mai mic, pentru că sarcina electrică originară q_0 (foarte mare) este ecranată. Practic, potențialul electric mediu generat de perechile virtuale electron-pozitron trebuie adăugat la potențialul Coulomb, obținându-se o nouă formă a potențialului electric care este măsurat în realitate.

Potențialul electric măsurat poate fi *aproximat* la distanțe mari $V_{exp}(r) \approx q/r$ cu potențialul dat de o sarcină efectivă mult mai mică, egală cu sarcina experimentală $q = -1,6 \cdot 10^{-19}$C. Atenție însă, el poate fi aproximat, ceea ce înseamnă că, dacă am măsura câmpul electric total (cel care ia în considerare și perechile virtuale) acesta ar fi *diferit*, mai ales în apropierea electronului. Aici el ar deveni mai mare decât forma lui Coulomb $|V_{exp}(r)| \gg |q|/r$.

Această nouă formă a potențialului electric al electronului $V_{exp}(r)$, ce ia în calcul prezența norului virtual de particule, a fost calculată pentru prima oară de Edwin A. Uehling în anul 1935, la puțin timp după ce Paul Dirac și-a prezentat teoria sa, cea a pozitronilor. Matematic, Uehling a demonstrat că potențialul electric al *oricărei sarcini electrice* este diferit de forma lui Coulomb $|V_{exp}(r)| > |q|/r$, unde r este distanța de la sarcina electrică la punctul de măsură, iar q sarcina electrică efectivă, măsurată de la distanță.

Acest lucru e valabil mai ales pentru distanțe r mai mici decât ceea ce se numește *lungimea de undă Compton* a electronului, și care este de aproximativ $r < \Lambda_C = 2,42 \cdot 10^{-12}$m. La aceste distanțe, abaterile potențialului electric față de forma lui Coulomb depășesc deja câteva zecimi de procent, *indiferent* de valoarea sarcinii electrice a particulei respective (vezi figura 14.15).

Lungimea de undă Compton a unei particule oarecare este în esență scara la care efectele relativiste ale mecanicii cuantice trebuie să fie luate în considerare pentru acea particulă. Este interesant că lungimea de undă Compton poate fi privită și ca o limitare cuantică fundamentală pentru determinarea poziției particulei. În mod normal, principiul de incertitudine al lui Heisenberg nu limitează precizia în determinarea poziției. El spune că putem afla oricât de precis poziția particulei, dar că în acel caz nu mai știm aproape nimic despre impulsul său. Numai poziția însă o putem cunoaște oricât de precis, dacă nu ne interesează impulsul.

Cu toate acestea, să ne imaginăm că încercăm să măsurăm cât putem de precis poziția particulei, cu un microscop (vezi figura 14.16). Precizia microscopului este dată de lungimea de undă λ a fotonului. Dacă vrem să măsurăm poziția particulei cu o precizie mare, trimitem fotoni cu o lungime de undă λ mai mică. Cu cât lungimea de undă este mai mică, cu atât energia fotonilor $E = hf = hc/\lambda$ va fi mai mare. La un moment dat însă, energia unui foton este suficient de mare pentru a crea din neant o particulă și o antiparticulă, atunci când $E = hc/\lambda = 2mc^2$, unde m este masa de repaus a particulei. În acest caz însă, vom avea două particule (cea inițială și cea produsă de noi) și nu mai știm care din cele două este particula inițială. Astfel, nu putem spune care este de fapt poziția particulei inițiale (măsurată acum foarte bine!), căci nu putem deosebi cele două particule.

Lungimea de undă a fotonului (rezoluția noastră) la care acest lucru se întâmplă este de ordinul a ceea ce

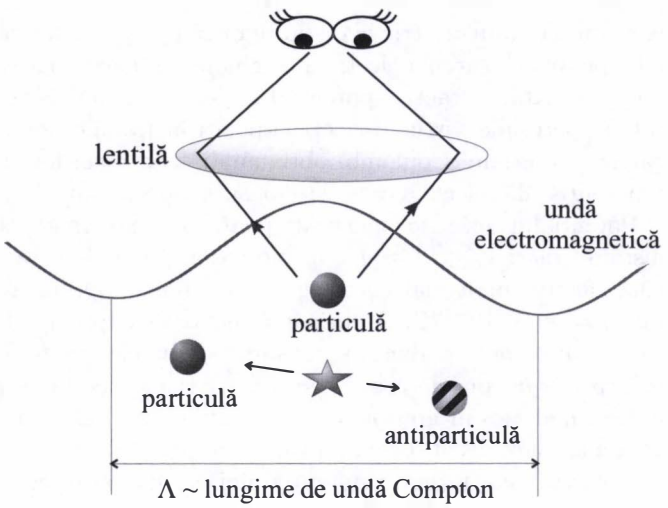

Figura 14.16: *În figură este reprezentată o particulă a cărui poziție este citită cu ajutorul unui microscop (schițat printr-o lentilă și o pereche de ochi). Rezoluția microscopului este dată de lungimea de undă a fotonului. Cu cât vrem să aflăm mai exact poziția particulei, cu atât trebuie să folosim fotoni care au o lungime de undă mai mică, și deci o energie mai mare. Dacă lungimea de undă a luminii folosite devine mai mică decât lungimea de undă Compton a acelei particule $\Lambda = \hbar/mc$ (unde m este masa de repaus a particulei), atunci fotonii au energie suficientă să creeze o pereche particulă-antiparticulă (schițată în partea de jos a imaginii). În acest caz, avem două particule identice și nu mai știm care din ele este particula inițială. Cu alte cuvinte, nu putem măsura poziția particulei cu o rezoluție mai bună decât $\Lambda = \hbar/mc$.*

poartă numele de lungime de undă Compton a particulei: $\lambda = hc/(2mc^2) \approx \hbar/mc = \Lambda$. Cu alte cuvinte, degeaba trimitem fotoni cu lungime de undă mai mică decât *lungimea de undă Compton* ca să măsurăm mai precis unde este particula, nu vom ști de fapt unde era particula inițială! Practic, nu vom afla niciodată poziția particulei cu o precizie mai bună decât lungimea sa de undă Compton $\Lambda = \hbar/mc$.

După cum am menționat, pentru orice particulă încărcată cu sarcină electrică, forma potențialului electric începe să se abată de la forma lui Coulomb pentru distanțe care sunt mai mici decât lungimea de undă Compoton a *electronului*. Asocierea cu electronul pare surprinzătoare, căci sarcina electrică originară a particulei poate avea orice valoare, dar abaterea de la forma lui Coulomb începe mereu de la o distanță aproximativ egală cu lungimea de undă Compton a *electronului*, și nu cea a particulei însești. Explicația este următoarea.

În primul rând, ne așteptăm ca în apropierea sarcinii originare câmpul electric să fie foarte intens, ceea ce înseamnă o *densitate* mult mai mare a norului de fotoni virtuali. Avem atunci și o densitate mai mare a perechilor virtuale de particule și antiparticule *de orice tip*, care sunt create de fotonii virtuali. Cu alte cuvinte, trebuie să ne imaginăm că în jurul sarcinii originare se află perechi virtuale de electroni și pozitroni, de protoni și antiprotoni, de neutroni și antineutroni etc.

Pe de altă parte, distanța medie dintre elementele oricărei perechi poate fi atribuită lungimii de undă Compton pentru acea pereche. De exemplu, distanța medie dintre electronul și pozitron virtual este egală cu lungimea de unda Compton a electronului, care este de ordinul $\Lambda_e = \hbar/m_e c \approx 10^{-12}$m, unde m_e este masa de repaus a electronului. Distanța medie dintre protonul și antiprotonul virtual va fi mai mică, deoarece masa de repaus a protonului este mai mare decât cea a electronului, și același lucru se va întâmpla și pentru neutron și antineutronul virtual din norul de particule virtuale din jurul sarcinii electrice. De fapt, dintre toate particulele cunoscute care au sarcină electrică și care pot constribui astfel la ecranarea sarcinii originare, masa cea mai mică o au electronii, deci pentru aceștia lungimea de undă Compton este cea mai mare.

În acest caz, dacă ne-am apropia de sarcina electrică originară la distanțe *mai mici* decât lungimea de undă Compton a electronului, am descoperi că într-adevăr electronii și pozitronii virtuali sunt separați. Mai mult, datorită efectelor de polarizare discutate în secțiunea precedentă, vom observa că pozitronii stau *mai aproape* de sarcină decât electronii, pentru că sunt atrași de sarcina electrică originară.

Luând în calcul această polarizare a electronilor și pozitronilor virtuali, vom măsura un potențial electric diferit față de cel măsurat de la distanță și care avea forma lui Coulomb. De fapt, în apropierea sarcinii electrice, câmpul electric va crește *brusc*, pentru că valoarea originară a sarcinii electrice este cu mult mai mare decât ce măsuram noi experimental.

Este bine de repetat că abaterea de la forma clasică *începe* de la distanțe de ordinul lungimii Compton a electronului pentru orice sarcină electrică, *indiferent* de valoarea acesteia. Aceasta pentru că electronul este particula cu masa de repaus cea mai mică dintre cele care au sarcină electrică, și deci cu lungimea de unda Compton cea mai mare. Apropiindu-ne de sarcina electrică vom vedea pentru prima oară separate perechile de electron și pozitron. La distanțe și mai mici le vom vedea și pe cele de proton și antiproton etc.

După cum observăm, pentru a verifica abaterea de la potențialul lui Coulomb, trebuie să ne apropiem la aproximativ 10^{-12} metri de sarcina originară (lungimea de undă Compton a electronului). Acest lucru este realizat astăzi cu ajutorul acceleratoarelor moderne de particule. La mijlocul secolului trecut, când nu existau acceleratoare moderne de particule, fizicienii au găsit un mesager ideal să testeze ipoteza: electronul din atom, care poate măsura precis câmpul electric al nucleului!

Astfel, în mecanica cuantică se arată că electronul nu are o mișcare clasică pe o orbită sau alta, ci poate fi găsit în tot volumul atomului (care să ne aducem aminte că are dimensiuni de 10^{-10} metri) cu o probabilitate dată de unda sa de probabilitate. Există deci momente când electronii din atom se apropie la distanțe mai mici de 10^{-12} metri de nucleul atomului (încărcat pozitiv) unde ei „văd" *perechile virtuale* de electron-pozitron create acolo de câmpul electric puternic al nucleului. Fizicienii au arătat că aceste „vizite" lasă urme în stările energetice ale electronului, și deci ale atomului.

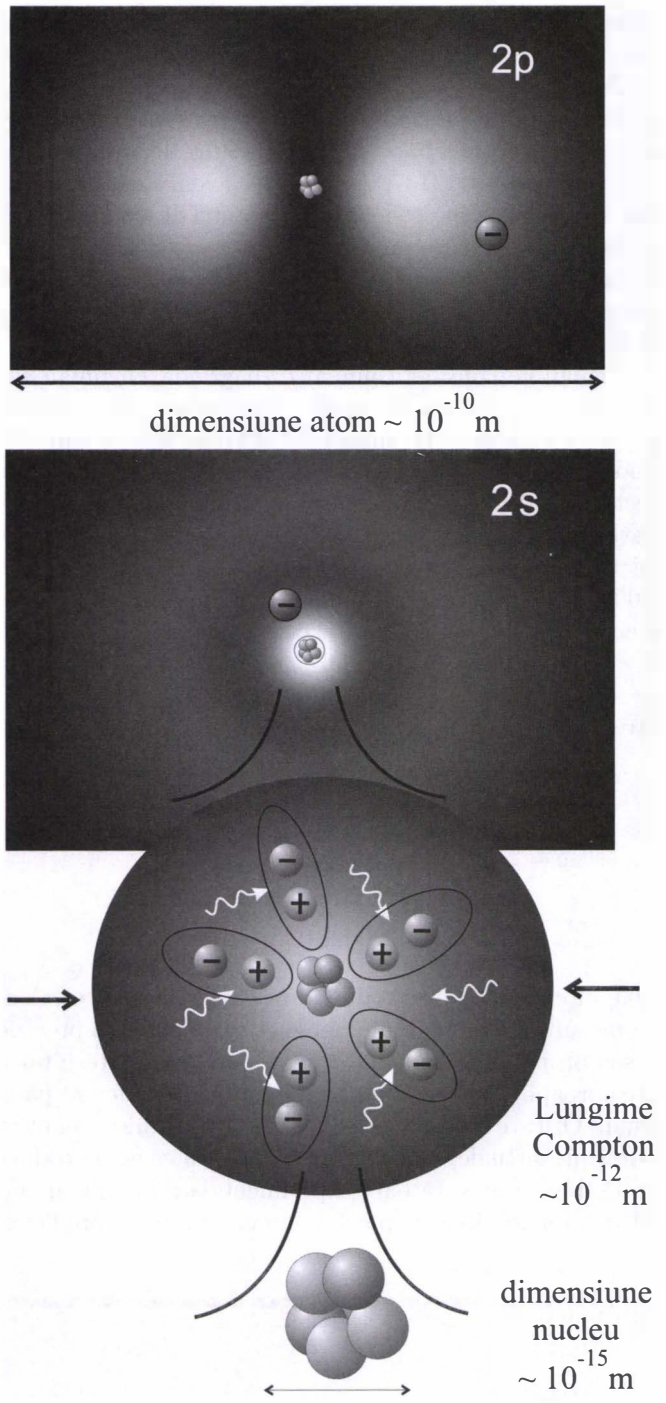

Figura 14.17: *Sus este orbitalul $2p_{xz}$ al atomului de hidrogen (nucleul este în centru), iar jos este orbitalul 2s. Zonele mai luminoase desemnează o probabilitate mai mare de a găsi electronul. După cum vedem, numai în orbitalul 2s electronul se apropie mai mult de nucleu. Atunci când el se apropie la o distanță de 10^{-12} m de nucleu (lungimea Compton) el începe să „simtă" perechile virtuale electron-pozitron din jurul nucleului (mijlocul figurii). Aceste interacțiuni suplimentare ale electronului orbital 2s din apropierea nucleului îi vor modifica energia, care va deveni astfel diferită de cea pentru orbitalul 2p (unde electronul nu se apropie de nucleu). În final, energiile nivelurilor 2s și 2p vor fi diferite. Orbitalii din imagine au fost creați cu programul software pus la dispoziție de Paul Falstad (www.falstad.com).*

De exemplu, în cazul atomului de hidrogen, există două niveluri de energie care au în teoria *nerelativistă* aceeași energie: stările $2s$ și $2p$ (vezi figura 14.17). Așa cum am reamintit, în mecanica cuantică electronii nu se mișcă pe niște cercuri fixe, ca planetele în sistemul solar. În atom, electronii pot fi găsiți oriunde în interiorul atomului, cu o probabilitate mai mică sau mai mare. De exemplu, electronul de pe starea $2p$ a atomului de hidrogen are o șansă mică să ajungă lângă nucleu, la o distanță mai mică decât lungimea de undă Compton 10^{-12}m.

Pe de altă parte, electronul din starea $2s$ are o probabilitate mare să se afle lângă nucleu (vezi figura 14.17). În acest caz, el va „simți" perechile virtuale de electron-pozitron care devin importante la o distanță mai mică decât lungimea de undă Compton 10^{-12}m. Energia electronului $2s$ va fi atunci afectată de prezența perechilor virtuale de electron-pozitron și va diferi de cea din teoria nerelativistă (electronul va fi sub influența câmpului electric Uehling). Rezultatul final este că energia electronului din starea $2s$ va diferi de cea a electronului $2p$.

Această diferență energetică a fost măsurată într-adevăr experimental pentru prima dată de fizicianul Willis Lamb (1913-2008) și colaboratorii săi în 1947. Ei au obținut o diferență între stările $2s$ și $2p$ de aproximativ 1000MHz (exprimată în frecvența fotonului care are aceeași energie). Ea corespunde foarte bine cu predicția teoretică.

Astăzi, cea mai bună valoare experimentală este de $1057,862(\pm 0,02)$Hz. Valoarea teoretică prezisă de teoria electrodinamicii cuantice este de $1057,864$Hz. După cum se vede, cele două valori sunt aproape identice, ceea ce confirmă în mod strălucit valabilitatea electrodinamicii cuantice.

149. Momentul anomal al electronului

Să ne reamintim acum un mare succes al mecanicii cuantice relativiste pentru un electron. Astfel, am menționat în secțiunea 132 că mecanica cuantică relativistă explică în mod natural *momentul magnetic de spin* al electronului (prin ecuația lui Dirac). Din aceasta reiese că electronul se comportă ca un mic magnet în mișcare, ce are un moment magnetic identic cu unitatea fundamentală denumită *momentul magnetic Bohr-Procopiu* $\mu_B = e\hbar/2m_e$, unde m_e este masa electronului.

Acum însă, fizicienii obișnuiesc să rescrie valoarea momentului magnetic de spin în funcție de spinul S al particulei, pentru că ambele pot fi scrise ca niște vectori orientați în aceeași direcție (vezi căsuța matematică din secțiunea 132). În cazul spinului, ne aducem aminte valoarea sa experimentală din măsurătoarea Einstein-de Haas (vezi figura 108), care este $S_z = \pm\hbar/2$. Spunem că spinul electronului este $S = 1/2$ din valoarea $\hbar$. Într-un câmp magnetic uniform, momentul magnetic de spin se scrie $\mu_S = gS\mu_B$. Cum spinul electronului este $1/2$, factorul g în cazul electronului relativist va fi atunci $g = 2$.

Valoarea *experimentală* a momentului magnetic de spin se dovedește însă a fi puțin diferită de valoarea teoretică ce

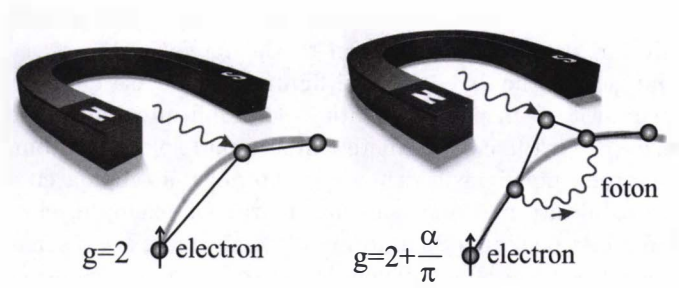

Figura 14.18: *Stânga: Diagrama de bază a interacțiunii dintre câmpul magnetic și electron (vertex). Aici electronul relativist poate fi privit nu numai ca o sarcină electrică ce este deviată prin interacțiunea cu fotonii virtuali ai câmpului magnetic generat de magnetul mare, dar și ca un mic magnet având un moment magnetic egal cu magnetonul Bohr-Procopiu. Dreapta: o interacțiune suplimentară a electronului, și anume emisia și reabsorbția propriului foton. Dacă luăm în calcul și această interacțiune, momentul magnetic al electronului devine puțin mai mare, apropiindu-se de valoarea experimentală.*

a fost calculată în mecanica cuantică relativistă, așa după cum s-a măsurat în anii de după cel de-al Doilea Război Mondial. Cu alte cuvinte, factorul g nu este chiar 2, așa cum spune Dirac, ci puțin mai mare, $g = 2,00231930436$ (valoarea acceptată în anul 2012). Fizicienii vorbesc în acest caz de momentul magnetic *anomal* al electronului. Această discrepanță față de mecanica cuantică relativistă a fost o șansă pentru teoreticienii electrodinamicii cuantice.

Astfel, în cadrul electrodinamicii cuantice, mișcarea electronului în câmpul magnetic se face prin *interacțiunea* dintre electron și fotonii ce formează câmpul magnetic (vezi figura 14.18). Această interacțiune se studiază luând în calcul toate diagramele Feynman care descriu procesele virtuale ce pot avea loc.

Procesul virtual elementar în interacțiunea de mai sus este cel în care electronul absoarbe sau emite un singur foton din câmpul magnetic, schimbându-și în acest caz traiectoria (vezi stânga figurii 14.18). Tot acest proces face ca electronul să se comporte și ca un mic magnet, având un moment magnetic egal cu magnetonul Bohr-Procopiu. Dacă luăm în calcul *numai* acest proces, obținem un factor g (cel care descrie momentul magnetic de spin) identic cu cel din mecanica cuantică relativistă: $g = 2$.

Un alt proces virtual care joacă un rol important este cel prin care un electron emite un foton înainte de a absorbi fotonul din câmpul magnetic (vezi dreapta figurii 14.18). După aceea, electronul își va reabsorbi propriul foton emis la început. Amplitudinea de probabilitate pentru acest proces trebuie adăugată la procesul elementar precedent, acolo unde, de exemplu, electronul absorbea simplu doar un foton din câmpul magnetic.

După cum am discutat în secțiunea 147, aceste procese virtuale suplimentare introduc o *divergență* în electrodinamica cuantică, divergență care se elimină prin renormare. Cu toate acestea, ca și în cazul renormării sarcinii electrice, efectele de ordin superior rămân și după renormare. Ele se calculează riguros.

Pentru început, considerând numai procesele suplimentare descrise mai devreme, teoria electrodinamicii cuantice conduce la un factor g pentru momentul magnetic de spin al electronului de forma: $g = 2 + \alpha/\pi$. Aici α este *constanta fină a interacțiilor electromagnetice*, având valoarea $\alpha = e^2/(2hc\epsilon_0) = 1/137$. Acum, dacă avem curiozitatea să înlocuim valoarea precedentă a constantei de structură fină α, obținem o valoare pentru factorul g de $g = 2,002323$. Comparând cu valoarea experimentală menționată la începutul acestei secțiuni, vedem deja că se potrivește foarte bine.

Calculul ce consideră numai o diagramă Feynman suplimentară este însă minimal. Un calcul mai precis ia în calcul diagrame Feynman de ordin superior, considerând procese în care fotonii generează perechi virtuale electron-pozitron, sau în care electronul emite și reabsoarbe mai mulți fotoni, unul după altul. După 10 de ani de muncă și un calcul ce a presupus mai mult de 12000 de tipuri de diagrame Feynman, cercetătorii japonezi au anunțat în anul 2012 o valoare teoretică de $g = 2,00231930436226\ (\pm 56)$. Comparând acum acest rezultat cu valorile experimentale, vedem diferențe infime între predicție și experiment, de ordinul a 10^{-12}:

$$\begin{aligned} g_{Dirac} &= 2 \\ g = 2 + \alpha/\pi &= 2,002323 \\ g_{teorie} &= 2,00231930436226\ (\pm 172) \\ g_{exp} &= 2,00231930436146\ (\pm 56) \end{aligned}$$

Cu alte cuvinte, electrodinamica cuantică prezice valoarea măsurată a momentului magnetic de spin cu o precizie ce se apropie de *o parte la o mie de miliarde*! Rezultatul este aproape perfect și nu a lăsat pe nimeni indiferent până acum. Oricare ar fi ciudățeniile electrodinamicii cuantice (particule virtuale, renormare etc.), faptul că ea reproduce așa de bine o măsurătoare experimentală o impune înaintea tuturor teoriilor de până acum ca putere de predicție.

150. Vidul cuantic și forța Casimir

Am văzut în secțiunile precedente că, în metoda lui Feynman, universul are o înfățișare nefamiliară. În jurul unei sarcini electrice au loc diverse procese virtuale, toate în același timp, în care fotonii sunt, de exemplu, emiși și absorbiți de sarcină. Toate procesele virtuale contribuie la probabilitatea de a găsi sarcina într-un loc sau altul, deci ele trebuie luate în considerare.

Cum sunt greu de vizualizat toate procesele paralele, având loc în același timp, ne vom referi de multe ori la sarcina electrică ce emite sau absoarbe *încontinuu* fotoni, cu anumite probabilități. Aceste probabilitați nu sunt însă decât indicii pentru cât de mare este contribuția unui proces virtual în rezultatul final.

În acest fel, ne vom imagina că sarcina electrică este înconjurată de o „supă cuantică" (vezi secțiunea 143), de un

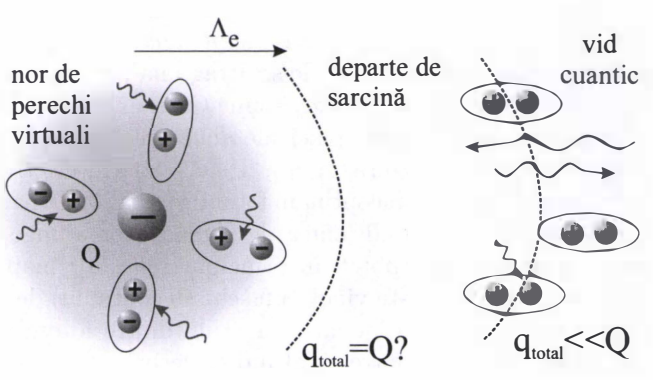

Figura 14.19: *În stânga este schițat vidul din jurul unei sarcini electrice originare Q (mare), vid care arată ca o „supă" de particule virtuale. Dacă „supa" s-ar fi restrâns numai la o regiune mică în jurul sarcinii (desemnată printr-o primă linie discontinuă), atunci sarcina totală q_{total} ar fi rămas egală cu sarcina originară Q, pentru că electronii și pozitronii sunt formați în perechi, iar sarcina lor totală este nulă. Cum evident că acest lucru nu se întâmplă în practică (sarcina experimentală q_{total} este mult mai mică decât cea originară Q), înseamnă că perechile virtuale se extind și la distanțe mari, în așa fel încât polarizarea perechilor virtuale încă mai ecranează sarcina originară Q (a doua linie curbă întreruptă). Cu alte cuvinte, chiar și în vid ne aflăm în marea de particule virtuale ale sarcinii originare.*

nor de fotoni virtuali. Mai mult, vom vizualiza cum unii dintre acești fotoni se sparg în *perechi* electron-pozitron, perechi care recombină după un timp, însă în scurta lor viață polarizează și neutralizează o mare parte din sarcina originară (vezi figura 14.13). Să nu uităm că, dacă vom considera sarcina punctiformă, trebuie să considerăm și că valoarea ei originară este ridicată, în așa fel încât efectul puternic de neutralizare al perechilor virtuale să ne conducă la o valoarea experimentală cunoscută (procedura de renormare). Toată această „supă" din jurul sarcinii electrice începe să fie vizibilă la distanțe mai mici decât lungimea Compton a electronului (aproximativ 10^{-12}m).

Să reamintim în plus că toate particulele din „supă", pe care noi le-am numit *virtuale*, sunt cât se poate de reale. În loc să spunem că un proces virtual este emisia unui foton, proces a cărui *amplitudine de probabilitate* trebuie luată în considerare în rezultatul final, spunem simplu că electronul emite un foton virtual. După cum am văzut, toate procesele virtuale au loc în același timp, atâta doar că amplitudinea lor de probabilitate are o contribuție mai mare sau mai mică la amplitudinea de probabilitate a procesului final.

Este interesant de observat că această „supă" de fotoni virtuali din jurul sarcinii electrice este prezentă nu numai la mai puțin de 10^{-12} metri de sarcina electrică ce o generează (acolo unde devine vizibilă), dar și la distanțe mult mai mari, de milioane de ani-lumină chiar! Acest lucru este legat intrinsec de faptul că fotonul are o masă de repaus *nulă*, și deci că forța de interacțiune electromagnetică se întinde pe distanțe infinite, lucru pe care îl vom detalia în secțiunea 160.

Rezultatul îl recunoaștem în dependența câmpului electric de distanță. Acesta, deși scade cu pătratul distanței, rămâne nenul la distanțe mari. Or, câmpul electric este reprezentarea noastră clasică a norului de fotoni virtuali, și deci fotonii virtuali vor fi găsiți la distanțe foarte mari de sarcina care i-a generat, în multiplele procese virtuale la care iau parte. Atunci însă și la distanțe mai mari există o posibilitate ca fotonul să se „spargă" în perechi electron-pozitron, chiar dacă probabilitatea este mai mică. În acest fel, și vidul de la milioane de ani-lumină conține fotoni virtuali emiși de sarcină, deci *perechi virtuale de electron-pozitron*!

Dacă această concluzie vi se pare surprinzătoare, iată aici un mic argument ale cărui putere și farmec cred că vă poate convinge. Astfel, am arătat că perechile virtuale electron-pozitron neutralizează sarcina electrică originară, care este în realitate mare. Faptul că noi vedem în experimente o sarcină electrică mică (pentru electron, proton sau oricare alte particule) este tocmai pentru că efectul de ecranare al perechilor virtuale electron-pozitron (apropierea pozitronului virtual de sarcina originară) este atât de puternic.

Într-o primă instanță ne-am aștepta ca perechile virtuale electron-pozitron să fie găsite *numai* la o distanță mai mică de $\Lambda_e = 10^{-12}$ metri de sarcina electrică, atât cât este valoarea lungimii de undă Compton a electronului, așa cum am discutat în secțiunea precedentă. Dacă este așa, atunci sarcina *totală* din zona de 10^{-12} metri (suma sarcinii originare și a perechilor virtuale) va fi egală cu sarcina originară (vezi figura 14.19). Aceasta, desigur, pentru că perechile virtuale electron-pozitron vin mereu în „perechi", iar suma sarcinilor lor va fi perfect *nulă*.

În acest caz, la distanțe mult mai mari decât $\Lambda_e = 10^{-12}$ metri ar trebui să simțim tot sarcina electrică *originară* care este mare, ceea ce nu este evident cazul în experimente. Pentru a evita paradoxul, ne-am putea imagina că perechile virtuale ar fi localizate într-o zonă mai mare, de distanță d, să spunem. Și în acest caz, la distanțe mai mari ca d, am obține același rezultat, tocmai pentru faptul că electronii și pozitronii creați de fotonii virtuali vin mereu în perechi.

Pentru a păstra efectul de polarizare asupra sarcinii originare la orice distanță, suntem obligați să acceptăm că perechile virtuale electron-pozitron se află nu numai în vecinătatea sarcinii electrice. Ele pot fi găsite la distanțe *oricât de mari* de sarcina electrică, de ani-lumină, dacă e nevoie. Desigur, *local*, la distanțe mari, densitatea lor va mai mică, însă ele sunt distribuite în tot spațiul, în așa fel încât continuă să ecraneze efectiv sarcina originară mare (vezi figura 14.19).

Privind din acest unghi, dovada existenței particulelor virtuale în vid, la mare depărtare de sarcina ce le-a creat, este orice electron care are o sarcină experimentală încă mică, sau mai bine zis chiar existența noastră! Sarcina electrică originară rămâne ecranată și la distanțe mari, iar elementele chimice s-au putut astfel forma așa cum le știm. Or, cu alte cuvinte, dacă perechile virtuale nu s-ar fi extins dincolo de vecinătatea sarcinii electrice, atunci noi am fi resimțit sarcina electrică originară mare și ne-am fi lipit poate unii de alții datorită sarcinilor electrice în exces...

Unii fizicieni privesc rezultatul de mai sus sub un alt unghi. Astfel, spun ei, ne putem imagina că vidul este deja

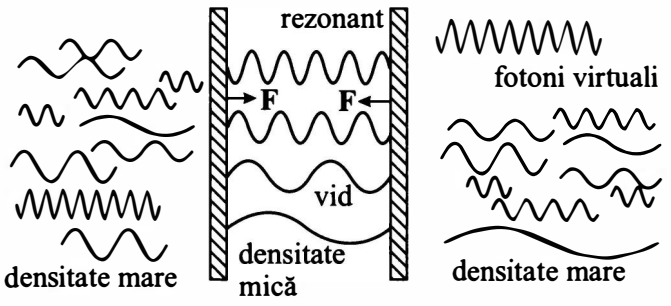

Figura 14.20: *Una dintre explicațiile forței lui Casimir de atracție între două plăci metalice aflate în vid. Explicația ia în calcul densitatea scăzută a fotonilor virtuali în interiorul celor două plăci metalice (identificate cu o haşură). Astfel, deoarece fotonii virtuali din interiorul plăcilor se reflectă continuu de pereții metalici, unii dintre ei vor interfera constructiv, alții distructiv. Fotonii ce interferează constructiv sunt dați de fapt de modurile de vibrație ale câmpului electromagnetic din cavitatea rezonantă formată de cele două plăci. Pentru că o parte din fotonii virtuali au dispărut din cavitate (cei care au interferat distructiv), densitatea fotonilor virtuali dintre plăci a scăzut, deci și forța pe care fotonii virtuali o exercită asupra plăcilor metalice dinspre interior spre exterior. În final, presiunea fotonilor virtuali exteriori (rămasă neschimbată) va învinge presiunea fotonilor virtuali din interior, acționând cu o forță F asupra pereților.*

plin de perechi electron-pozitron virtuale. O altă sarcină electrică mare, odată așezată acolo, va *polariza* acest vid. În urma procesului, sarcina va fi neutralizată parțial, iar valoarea măsurată a sarcinii va fi mai mică. Vedem că noua interpretare nu este decât o reformulare a aceleiași probleme. Aici considerăm că vidul este plin de perechi electron-pozitron care se polarizează în jurul unei sarcini așezate acolo.

Un astfel de vid cuantic diferă desigur foarte mult de vidul clasic cu care eram obișnuiți, în care nu se afla nimic. În vidul cuantic există *deja* perechi virtuale electron-pozitron generate de fotonii virtuali care se află acolo, fotoni care, la rândul lor, sunt creați poate de sarcini electrice din depărtare. Situația este asemănătoare cu cea în care metrica spațiului-timp într-o porțiune goală de materie este influențată de materia aflată la mii de ani lumină.

Dacă însă vidul cuantic nu este într-adevăr vid, ne vom întreba, are aceasta vreo consecință experimentală care poate fi testată? Primul care să dea un răspuns afirmativ la întrebare a fost fizicianul olandez Hendrik Casimir (1909-2000), cercetător în laboratoarele Philips din Olanda. El s-a ocupat, în anii postbelici, de studiul maionezei, în particular de efectele relativiste care trebuie adăugate la forța de atracție van der Walls dintre două molecule polarizabile.

În analiza lui, Casimir a folosit elemente de electrodinamică cuantică. În esență, el a arătat că cele două molecule se atrag suplimentar datorită unor schimburi de fotoni *virtuali* de la o moleculă la alta (vezi stânga figurii 14.21). Intrigat de forma simplă a relației obținute, Casimir a înlocuit cele două molecule cu două plăci metalice așezate în vid, și a arătat că forța apare și în acest caz. Ciudat, nu? Plăcile metalice sunt în vid, sunt *neutre* electric, nu este nimic între ele și totuși ele se atrag una pe alta. Cine le atrage? Chiar *vidul cuantic*, spune Casimir.

Astfel, între cele două plăci metalice are loc un fenomen deosebit (vezi figura 14.20). Plăcile conțin electroni care emit și absorb încontinuu fotoni virtuali. O parte din acești fotoni virtuali emiși de o placă vor ajunge la cealaltă placă, unde pot fi în principiu *reflectați* înapoi. Există atunci un „du-te vino" (un schimb continuu) de fotoni *virtuali* între cele două plăci. Unii dintre fotoni vor interfera constructiv între ei, alții distructiv.

Interferența constructivă are loc doar pentru acei fotoni a căror lungime de undă este *rezonantă* cu pereții celor două plăci metalice. Aceasta înseamnă că lungimea de undă se potrivește de un număr întreg de ori în cavitatea formată de cele două plăci. În acest fel, plăcile metalice formează un fel de cavitate rezonantă care selectează o parte din fotonii virtuali, restul dispărând datorită interferenței distructive. În final, densitatea de fotoni virtuali în cavitate va fi mai mică decât în afara ei.

Așa însă cum am arătat în secțiunea 44, lumina acționează cu o presiune asupra plăcilor metalice, lucru valabil și pentru fotonii noștri virtuali (care sunt de fapt cât se poate de „reali", în multiplele procesele virtuale la care iau parte). Presiunea este însă proporțională cu densitatea de fotoni, care este mai mare în afara plăcilor. Ne așteptăm atunci ca plăcile să fie *împinse* una către alta, pentru că presiunea din afară este mai mare decât cea din interior. Frumos, nu?

Efectul lui Casimir are și o altă explicație, pe care o vom prezenta aici nu numai pentru că ne arată o altă latură a problemei, dar și pentru că este mai simplu de folosit atunci când trebuie să facem calcule. Explicația este datorată tot lui Casimir, atunci când el l-a vizitat pe Niels Bohr („părintele" mecanicii cuantice, profesor la Copenhaga) pentru a a discuta despre forța de atracție dintre cele două plăci. Bohr i-a povestit scurt ceva despre energia de zero a câmpului electromagnetic, după care Casimir a fost în stare să reconstruiască singur noua interpretare.

Aici trebuie să ne imaginăm din nou cavitatea rezonantă formată din cele două plăci metalice (vezi dreapta figurii 14.21). În interiorul ei putem avea câmp electromagnetic clasic dacă am adăuga sarcini electrice. Noi nu facem însă acest lucru și, privind clasic, vom considera că sarcinile electrice lipsesc cu desăvârșire, pentru că plăcile conductoare sunt *neutre* electric. Atunci câmpul electromagnetic clasic este nul în cavitate.

În cazul cuantic însă, trebuie să *cuantificăm* câmpul electromagnetic dintre cele două plăci metalice. Vorbim atunci de o *teorie cuantică de câmp*, iar una dintre metodele folosite (menționată de noi în capitolul 12) este „a doua cuantificare". Aici câmpul electromagnetic dintr-o cavitate trebuie mai întâi descompus în moduri de vibrație, de frecvențe și polarizări diferite. Fiecare mod de vibrație va fi apoi privit ca un *oscilator armonic*. Starea energetică a acestui oscilator armonic ne va da numărul de *fotoni* găzduiți de acel mod de vibrație.

Dacă oscilatorul se află în starea de energie minimă, nu avem nici un foton, dacă se află în prima stare excitată, avem un foton și așa mai departe. Cuantificarea acestor

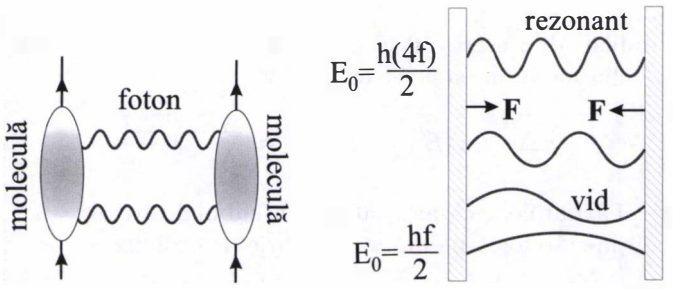

Figura 14.21: *În stânga este explicația inițială a lui Casimir pentru o forță suplimentară care acționează între molecule ce sunt polarizabile (reprezentate prin două elipse). Forța ar fi dată de schimbul reciproc al câte unui foton virtual între cele două molecule. În dreapta este explicația cea mai răspândită a atracției între două plăci metalice aflate în vid. Aici sunt schițate patru moduri de oscilație rezonante ale câmpului electromagnetic din cavitate. Energia de zero a vidului din cavitate este dată de suma energiei cuantice de zero a fiecărei oscilații. Această energie totală crește atunci când îndepărtăm plăcile, pentru că noi moduri de oscilație devin disponibile cu lungimi de undă mai mari (frecvența mai mică). În acest fel, atunci când îndepărtăm plăcile, trebuie să „pompăm" energie, deci plăcile se atrag.*

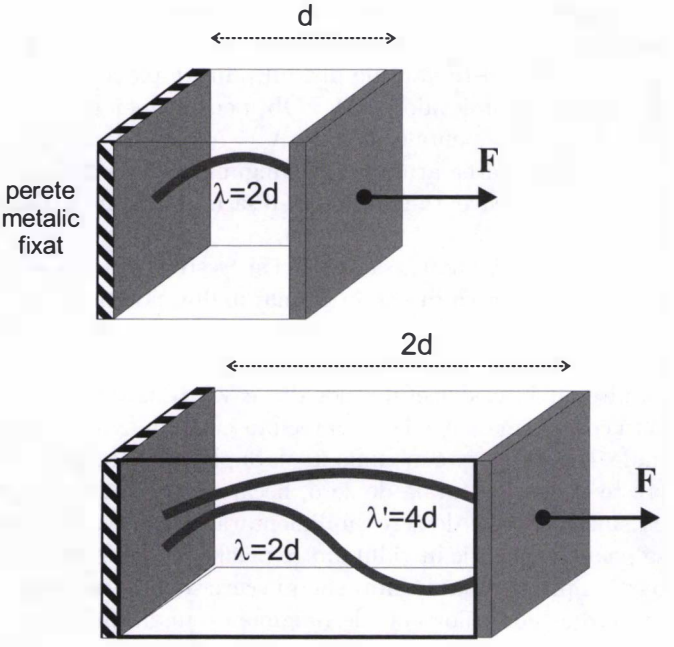

Figura 14.22: *Sus sunt schițate două plăci metalice, în vid. Una este fixată, iar de alta se trage cu o forță. Cu linie ondulată este reprezentat modul de oscilație cu lungimea de undă cea mai mare care poate apărea în cavitatea formată de cele două plăci. Lungimea de undă a lui este $\lambda = 2d$. Există și alte moduri, cu o lungime de undă mai mică (armonici). În figura de jos, placa din dreapta a fost mutată. Acum, în cavitate mai încape un mod de oscilație suplimentar de lungime de undă $\lambda' = 4d$. El aduce o energie de zero a vidului suplimentară, asociată acestui mod. Aceasta înseamnă că, pentru a îndepărta cele două plăci, am consumat energie, care s-a dus în energia de zero a modului suplimentar. De aceea, plăcile se atrag.*

oscilații ale modurilor de vibrație ale câmpului electromagnetic introduce însă un element suplimentar: energia minimă a oscilației. Ea are o valoare nenulă în mecanica cuantică, așa cum am discutat în secțiunea 130.

Atunci, chiar dacă suntem în vid și modul de vibrație al câmpului electromagnetic se află în starea de energie minimă (nu avem fotoni), energia modului este nenulă. Valoarea acestei energii E_0 se dovedește a fi *jumătate* din energia unui foton de aceeași frecvență, adică $E_0 = hf/2$, unde f este frecvența modului de oscilație. Ea poartă numele de *energie cuantică de zero* a oscilatorului.

De exemplu, să ne imaginăm spatiul cuprins de două plăci metalice care formează incinta unui cuptor cu microunde, cuptor care nu este însă alimentat la priză. Înăuntrul lui se formează moduri rezontante de vibratie ale câmpului electric, schițate în figura 4.11. Fiecare mod rezonant al incintei primește energie dacă cuptorul este pornit. Dacă el nu este conectat la rețeauă electrică, fiecare mod de oscilație va avea totuși o energie de zero. Acest lucru se întâmplă și pentru cavitatea noastră formată de cele două plăci metalice.

În acest fel, așa cum am văzut mai sus, *fiecare* mod de oscilație n se află în starea sa de energie minimă $E_{n0} = hf_n/2$. Cum însă modul are o valoare nenulă, așa va fi și suma energiilor minime ale *tuturor* modurilor de oscilație n. Suma reprezintă energia vidului, sau energia de zero a vidului, și ea va fi deci nenulă! Vidul cuantic din interiorul cuptorului cu microunde conține atunci energie în câmpul electromagnetic, deși nu are nici un foton.

Consecința imediată este că starea de vid nu prea este... goală. Chiar dacă nu se află nici un foton între cele două plăci metalice (vezi figura 14.21), fiecare oscilație de o anumita frecvență va avea o energie de zero nenulă. Dacă adunăm atunci toate energiile de zero, pentru toate frecvențele rezonante între plăci, obținem o energie totală nenulă a vidului.

Oricât ar fi de paradoxală, situația este reală și ea este cunoscută în fizica stării solide. Aici avem exemplul gazului de heliu care, deși poate fi adus în stare lichidă (la temperaturi foarte joase, de aproximativ 4 Kelvin), nu poate fi „înghețat" în stare solidă scăzând oricât de mult temperatura, la presiuni normale. De ce? Pentru că energia de zero cuantică a vibrațiilor atomilor în jurul poziției lor de echilibru este suficientă să topească heliul dacă acesta ar fi devenit solid. Heliul este deci la orice temperatură prea „fierbinte", datorită energiei de zero cuantice a oscilațiilor, deci el este mereu fie topit, fie în stare gazoasă.

Nu putem să nu remarcăm că situația se complică, dacă ne dăm seama că există o *infinitate* de moduri de oscilație a câmpului electric din cavitatea formată de cele două plăci metalice (așa cum avem de fapt și pentru interiorul cuptorului cu microunde). Atunci suma totală a energiilor de zero pentru aceste moduri va ieși infinită. Noi nu vom intra acum în consecințele acestei observații (discuțiile le amânăm pentru secțiunea 151), ci vom aminti doar opinia unor fizicieni. Ei spun că nu ar trebui să ne intereseze valoarea totală a energiei, ci numai *diferențele* de energie de la o stare la alta, deoarece ele introduc efecte vizibile.

În cazul celor două plăci, nu ar trebui să ne uităm la energia totală a vidului dintre plăci, ci la *variația* ei odată

ce apropiem sau depărtam plăcile. Pentru aceasta să remarcăm că lungimea de undă maximă λ care poate apărea între plăci este dată de distanța dintre plăci (de fapt, de dublul acestei valori $2d$). Obținem atunci frecvența oscilației fundamentale $f = c/\lambda = c/(2d)$, vezi figura 14.21). Pot apărea armonici cu lungimi de undă mai mici în cavitate (frecvențe mai mari), însă nu lungimi de undă mai mari.

Dacă acum tragem însă de plăci și creștem distanța dintre ele, pot apărea din ce în ce mai multe moduri de lungimi de undă mai mare. Acum avem din ce în ce mai multe moduri de vibrație valabile pentru fotonii virtuali, cu alte cuvinte, densitatea lor din cavitate crește pe măsură ce tragem de plăci (lucru recunoscut și în figura 14.20, unde densitatea este maximă în afara plăcilor). În acest fel crește și energia totală de zero, fiecare mod nou aducând cu sine o energie de zero suplimentară. De aceea trebuie să *pompăm* energie în vidul dintre plăci dacă vrem să îndepărtăm plăcile una de alta, energie care se duce în energia de zero a modurilor noi (de lungime de undă mai mare). Pentru noi este ca și cum plăcile s-ar *atrage*, iar noi trebuie să acționam cu forță ca să le îndepărtăm.

Concluzia surprinzătoare a acestui argument al lui Casimir este că *vidul* dintre plăci *atrage* pereții unul de altul! Avem aceeași concluzie ca și în cazul primei noastre analize, care lua în calcul densitatea de fotoni virtuali dintre plăci. Pentru cei interesați, prezentăm o căsuță matematică cu calculul acestei forțe.

Calcul: ***Forța de atracție a vidului***

Să estimăm valoarea forței Casimir pe baza analizei din text. Astfel, ne vom imagina o cavitate *cubică* în care distanța dintre plăci este d (vezi figura 14.22). Atunci lungimea de undă cea mai mare care poate apărea este $\lambda = 2d$, deci frecvența fundamentală a vibrației va fi $f = c/\lambda = c/(2d)$. Energia de zero a acestei oscilații este

$$E = \frac{hf}{2} = \frac{h}{2} \cdot \frac{c}{2d} = \frac{hc}{4d}$$

Celelalte moduri au o frecvență care este un multiplu întreg al frecvenței fundamentale.

Dacă dublăm cavitatea, atunci în această cavitate cubică mai încape un mod de oscilație de lungime de undă dublă față de cea a oscilației fundamentale. El va avea o frecvență de două ori mai mică $f/2$, deci o energie de zero tot de două ori mai mică:

$$\Delta E = \frac{hf/2}{2} = \frac{hc}{8d}$$

Această energie ΔE se adaugă la energia modurilor deja prezente, care sunt însă egale cu cele din situația inițială (pentru că frecvența fundamentală a fost înjumătățită, armonicile rămân aceleași).

Dacă vom considera, pentru simplitate, că numai un singur mod de oscilație apare (ignorăm efectele de polarizare, schimbarea de volum, etc.), atunci distanța s-a dublat, deci a crescut cu $\Delta x = d$. Putem calcula forța F din lucrul mecanic efectuat:

$$F\Delta x \approx \Delta E \quad \Rightarrow \quad F \approx \frac{\Delta E}{\Delta x} = \frac{\Delta E}{d}$$

Ținând cont că aria laterală a cubului este $A = d^2$, obținem o forță pe unitatea de arie de ordinul:

$$\frac{F}{A} \approx \frac{F}{d^2} \approx \frac{\Delta E}{d^3} \approx \frac{hc}{8d^4}$$

Această forță pe unitatea de arie poate fi asociată unei *presiuni a vidului.* Deși valoarea de mai sus nu este precisă, ea ne dă ordinul de mărime corect al forței și, mai mult, comportarea acesteia cu distanța d.

În căsuța matematică precedetă vedem că mărimea forței lui Casimir depinde de distanță (crește invers proporțional cu puterea a patra a distanței) și devine foarte vizibilă la distanțe microscopice. Astfel, la distanțe de 10 nm presiunea vidului *egalează* presiunea atmosferică. Lecția de învățat este una singură: dacă vrem să construim dispozitive mecanice în miniatură, ar fi bine să ținem cont de forțele nebănuite ale vidului.

În final, să spunem câteva cuvinte despre Hendrik Casimir, eroul acestei povești. Astfel, am menționat că el a decoperit forța vidului pe când lucra în laboratoarele de cercetare ale companiei olandeze Philips. Odată însă ce impactul noii sale descoperiri a fost înțeles de către compunitatea științifică, Casimir a intrat în contact cu fizicieni care lucrau la problemele fundamentale ale fizicii, nu doar la cele ce se rezumă la inventarea și dezvoltarea unor noi produse ale unei companii. Casimir s-a împrietenit cu Einstein, care l-a încurajat să-și schimbe locul de muncă și să intre în mediul academic. El a refuzat însă oferta, alegând să lucreze până la sfârșitul vieții în cadrul aceleiași companii, făcând parte activă din conducerea laboratorului de cercetare.

151. Efectul Schwinger și energia de zero a vidului

Astăzi, odată cu progresul nanotehnologiilor, experimentele au confirmat ipoteza teoretică a vidului cuantic și a forței Casimir atașată acestuia. Mai mult însă, odată ce dispozitivele nanotehnologice s-au miniaturizat, forța Casimir a trebuit să fie luată în considerare serios de ingineri, pentru că ea induce efecte vizibile în comportarea acestor dispozitive.

Cele mai răspândite dispozitive în miniatură se numesc MEMS, acronimul de la „Micro-Electro-Mechanical Systems". Ele sunt de obicei structuri speciale „sculptate" în siliciu, structuri cu dimensiuni de câțiva *micrometri.* Un exemplu de MEMS sunt mini-senzorii care măsoară mișcarea. Aici inginerii au „sculptat" efectiv un mini-arc

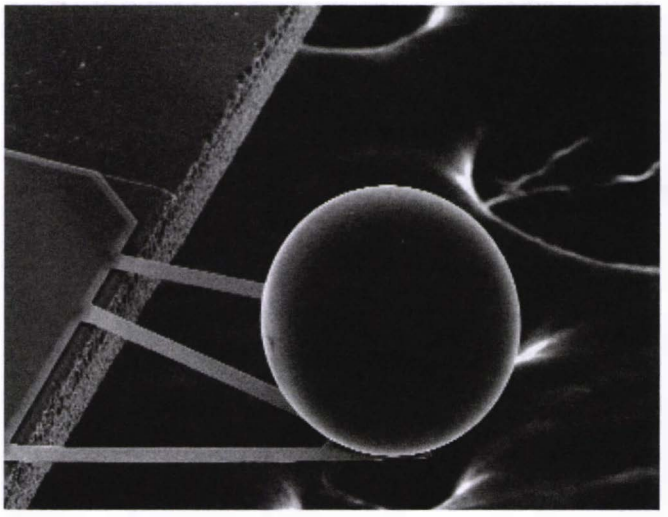

Figura 14.23: *Un experiment care a măsurat forța de atracție a vidului (forța Casimir) între o sferă și o placă metalizată a fost efectuat de către Umar Mohideen de la Universitatea din California (Statele Unite). În figură se vede cum sfera metalizată (de un diametru de 200 de micrometri) este atașată la capătul unui vârf foarte subțire, în prelungirea unui braț care este monitorizat de un laser. Sub sferă se află o placă metalizată. Odată ce vidul dintre placa metalică și sferă le atrage pe acestea două una către alta, brațul pe care se află sfera se va îndoi, iar noua poziție va fi citită cu ajutorul laserului. Experimentul a confirmat forța lui Casimir cu o precizie de 1%. Imaginea este reprodusă cu permisiunea autorului (Umar Mohideen, University of California at Riverside) din articolul „The Casimir effect: a force from nothing" apărut în septembrie 2002 în revista* Physics World.

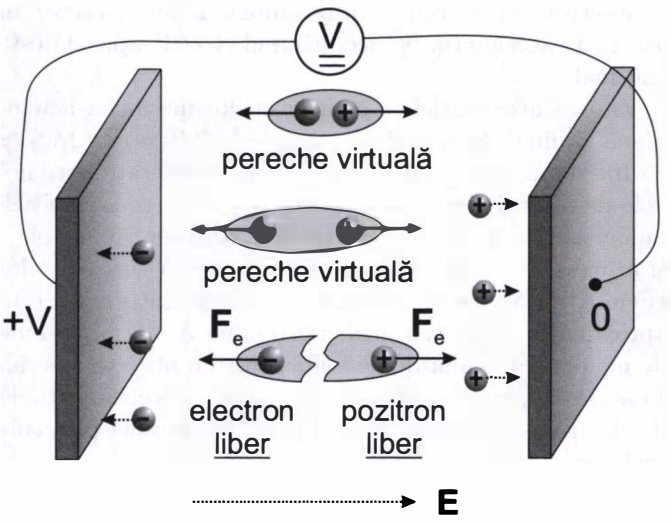

Figura 14.24: *O schemă simplificată a unui experiment care poate pune în evidență efectul Schwinger. Între două plăci de condensator aflate în vid se aplică o tensiune electrică continuă foarte mare. Într-o primă instanță, perechile virtuale de electron-pozitron se polarizează (orientează) puțin în direcția câmpului electric (sus). Cu cât tensiunea crește, cu atât crește și distanța medie dintre electronul și pozitronul ce formează o pereche (mijloc). În momentul când câmpul electric dintre plăci depășește $10^{17}\,V/m$ energia acumulată de electron și pozitron în câmpul electric depășește energia lor de repaus. În acel moment perechea virtuală se sparge, iar cele două particule devin reale. În experiment, particulele reale ar fi observate ca un curent electric suplimentar ce se formează între plăci.*

în materialul de siliciu, arc care reacționează la cel mai mic șoc aplicat, și care dă astfel o măsură a șocului aplicat. Structurile sculptate în siliciu sunt însă atât de mici, încât forța *vidului* ce acționează asupra arcului atinge valori de doar câteva zecimi din cea aplicată de șoc. Forța vidului trebuie acum luată în considerare.

Odată ce forțele vidului au trebuit luate în calcul în dispozitivele microscopice, a apărut o nouă arie de cercetare, cea care se ocupă cu calculul acestor forțe în funcție de geometria materialelor. Căci, așa cum repede au constatat fizicienii, forța Casimir a vidului depinde crucial de geometrie: dacă două plăci se *atrag*, două sfere se vor *respinge*! Până astăzi nu s-a găsit un argument simplu prin care să se ghicească semnul forței pentru orice geometrie, așa încât fiecare caz are nevoie de calcule laborioase pentru a prezice sensul și mărimea forței, în funcție de geometria materialelor.

Un alt domeniu de cercetare actual caută să verifice o predicție spectaculoasă, și anume generarea de electroni și pozitroni *reali* din vidul cuantic. Mecanismul a fost prezis de fizicianul Julian Schwinger în 1951, și de atunci îi poartă numele. Aici ideea de bază este că un câmp electric *static*, dar puternic, va sparge efectiv perechile virtuale de electron-pozitron ale vidului, generând astfel două particule *reale*.

Pentru a observa efectul Schwinger trebuie să aplicăm o tensiune electrică ridicată între cele două plăci metalice metalice pe care le-am folosit în secțiunea precedentă (cele aflate în vid și între care apărea forța Casimir). Rezultatul este prezentat în figura 14.24. Așa cum am discutat în secțiunea 148, vom presupune că distanța medie dintre electronii și pozitronii din perechile virtuale (aflate în vid) este de ordinul de mărime al lungimii de undă Compton a electronului $d = 10^{-12}$m. Datorită tensiunii electrice (care creează un câmp electric) electronii și pozitronii virtuali vor fi împinși în direcții diferite, pentru că ei au sarcini electrice opuse.

În acest fel însă, electronul și pozitronul vor acumula energie cinetică în câmpul electric, pentru că ei vor fi accelerați în direcții opuse de forța electrică ce acționează asupra lor. Dacă tensiunea aplicată este suficient de mare se prea poate ca, după un timp, energia cinetică acumulată să fie mai mare decât energia de repaus a particulelor ($2mc^2$ în total, unde m este masa electronului și a pozitronului). În acel moment electronul și pozitronul din vidul cuantic devin reali (energia acumulată se duce în masa lor de repaus).

Ne putem face o idee despre ordinul de mărime al forțelor necesare dacă observăm că, pentru a acumula o energie cinetică de ordinul energiei sale de repaus $E = mv^2/2 \approx mc^2$, electronul trebuie să fie accelerat la viteze $v \sim c$ relativiste. Această viteză trebuie însă atinsă pe o distanță *mai mică* decât lungimea de undă Compton a electronului $d = \Lambda_e = \hbar/(mc) = 10^{-12}$m, altfel perechea

de electron și pozitron se va recombina la loc. Desigur, în acest caz accelerația (și deci câmpul electric aplicat) este enormă!

Valorea accelerației se estimează din mecanica newtoniană ca fiind de aproximativ $a = c^2/(2d) = c^2/(2\Lambda_e) \approx 4 \cdot 10^{28}\mathrm{m}^2/\mathrm{s}$. Pentru a atinge această accelerație este nevoie de o forță electrică $F = ma = 0,03$ N ce acționează numai asupra unui electron. De aici estimăm câmpul electric necesar ca fiind $E = F/e = 2 \cdot 10^{17}\mathrm{V/m}$. Cu alte cuvinte, dacă vom considera că distanța dintre plăci este aproximativ de un centimetru, avem nevoie de o tensiune de milioane de miliarde de volți pentru a observa efectul. În acest caz, vom spune că am „spart" perechea virtuală de electron și pozitron din vid și am creat două particule reale (vezi figura 14.24).

La ora actuală, aceste tensiuni electrice statice nu pot fi obținute în laborator, așa încât fizicienii cauta alte configurații mai eficiente pentru câmpul electric, de exemplu câmpuri variabile în timp. Deși la ora actuală nimeni nu a verificat efectul Schwinger în laborator, s-ar putea să nu fim prea departe de acel moment. Unii fizicieni optimiști cred că în următoarele decenii vom construi lasere suficient de puternice pentru a separa perechea virtuală de electron și pozitron a vidului.

Un pas înainte în construcția unor lasere puternice (nu neapărat atât de puternice încât să verifice direct efectul Schwinger) va fi făcut, în anii ce vin, chiar la București. Aici se va da în folosință un complex modern, parte a unui proiect european numit „Extreme Light Infrastructure" (vezi figura 14.25). Finalizarea construcției este așteptată în anul 2015. Complexul are ca scop construirea unuia dintre cele mai puternice lasere din lume, cu o putere de ordinul a 10^{18}W (exawatt).

În principiu, câmpul electric al acestui laser este de sute de milioane de ori mai mic decât cel necesar pentru separarea perechilor virtuale ale vidului. Cu toate acestea, unii fizicieni speră să se apropie măcar parțial de limita efectului Schwinger utilizând configurații speciale ale pulsurilor de laser. Laserul de la București va fi folosit însă în special pentru studierea sistematică a frontierei materie nucleară - radiație laser, de aceea proiectul ce urmează a fi realizat poartă numele ELI-NP („NP" vine de la *nuclear physics*, fizică nucleară).

Proiectul ELI-NP de la București reprezintă una dintre cele mai complexe infrastructuri de cercetare construite la noi în țară, având șanse mari să conducă la noi descoperiri fundamentale. Din alt punct de vedere, el va reprezenta și o adevărată școală pentru noua generație de fizicieni români care ies de pe băncile universităților. Fiind o instalație de nivel mondial, centrul de la București poate atrage cercetători de elită din fizica laserilor, fizica nucleară și fizica materialelor.

Să menționăm că fizicienii au reușit în anul 2011 să creeze particule reale din vidul cuantic, deși nu este vorba despre electroni sau pozitroni, ci despre fotoni. Rezultatele, obținute de C. Wilson și colaboratorii săi au fost publicate în revista *Nature*. Astfel, teoria spune că se pot crea fotoni *reali* din vidul cuantic dacă pereții incintei care conține acest vid cuantic sunt niște oglinzi ce se deplasează cu viteze apropiate de viteza luminii. În experiment, fizicienii nu au construit efectiv oglinzi care să se deplaseze cu viteza luminii, ci au creat o barieră de câmpuri electromagnetice

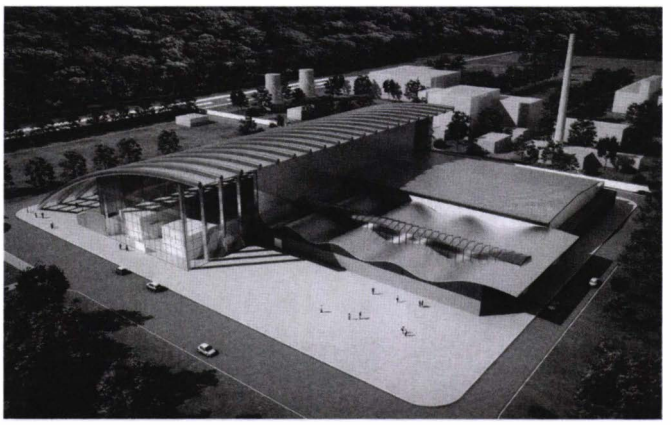

Figura 14.25: *Una dintre schițele instalației ELI-NP, propusă pentru a fi construită la București. Imagine reprodusă prin bunăvoința domnului Andrei Dorobanțu.*

ce funcționa ca un fel de oglindă, barieră care a fost pusă în oscilație cu viteze care au ajuns până la un sfert din viteza luminii. Experimentul a confirmat crearea de fotoni reali din vidul cuantic.

Revenind la energia stocată în vidul cuantic, să amintim că există oameni de știință ce consideră că o pot recolta pentru a propulsa navele cosmice. Astfel, spun ei, avem o rezervă uriașă de energie, de care dispunem în orice loc din spațiu, în mod special în spațiul intergalactic, acolo unde suntem poate la sute de mii de ani-lumină depărtare de o stea. Desigur, rămâne să vedem și realizările practice ale acestor idei.

În schimb, alți cercetători, mai practici, au reușit chiar să îmbunătățească starea de vid cuantic. Aceasta pentru că în starea de vid câmpul electric poate avea fluctuații destul de mari, de exemplu, în cavitatea rezonantă a *laserilor*. Aici, în termeni simpli, ne putem imagina că fluctuațiile vidului se adaugă la câmpul electric deja prezent în cavitate, creând în final laseri cu un „zgomot" mai mare. De aceea fizicienii au fost interesați să obțină alte stări cuantice ale vidului care au fluctuații mai mici ale câmpului electric, deci sunt mai puțin „zgomotoase". Ele au fost apoi utilizate la construcția unor lasere mai performante.

Deja în urmă cu zece ani cercetătorii au reușit să creeze astfel de stări cuantice de vid în care fluctuațiile vidului au fost reduse. Ele poartă numele de stări de *vid comprimat* sau *vid optimizat* („squeezed vacuum" în limba engleză). Cu toate acestea, noua stare de vid comprimat nu este chiar de „vid", în sensul în care am definit noi vidul, pentru că numărul mediu de fotoni ce va fi găsit în ea este nenul. Aceasta înseamnă că vom găsi în acest vid fie doi, fie trei sau mai mulți fotoni. Vidul comprimat nu este deci chiar vid, dar e mai puțin zgomotos decât vidul, pentru că fluctuațiile cuantice ale câmpului electric sunt mai mici. El a fost deja încorporat în cadrul sistemului *Advanced LIGO* de detecție directă a undelor gravitaționale (vezi secțiunea 83).

Dacă până acum am enumerat câteva dintre consecințele experimentate ale energiei vidului, să menționăm acum și una teoretică: așa-numita *constantă cosmologică*, despre care am discutat în secțiunea 92. Atunci am văzut că universul nostru este într-o expansiune *accelerată*, lucru

posibil numai dacă există o sursă suplimentară de energie care dilată spațiul, cu tot ce este în el. Această energie suplimentară (numită *energie întunecată*) a universului este estimată astăzi ca fiind cu aproximativ un ordin de mărime mai mare decât energia înmagazinată în materie. Cum aceasta din urmă are valori de aproximativ 10^{-30}g/cm^3, energia întunecată este echivalentul a 10^{-29}g/cm^3.

Nimeni nu știe care este originea energiei întunecate și sunt fizicieni care cred că ea reprezintă chiar *energia de zero* a oscilațiilor cuantice. Motivul este următorul. În teoria relativității, energia stocată în spațiu contribuie la dinamica spațiului. Energia electromagnetică de exemplu, prezentă în cantități mari la începutul universului, a contribuit la *decelerarea* universului. Aceasta pentru că presiunea radiației electromagnetice este *pozitivă*, ea împingând în afară pereții recipientului în care se află (vezi discuția din cadrul secțiunii 44).

Pe de altă parte, am văzut în secțiunea precedentă că presiunea energiei de zero a vidului este *negativă*, deoarece vidul cuantic trage de pereții plăcilor metalice între care se află. Aceasta conduce în final la o *accelerare* a expansiunii universului și nu la o decelerare, spre deosebire de toate celelalte modele clasice (inclusiv cel ce ia în considerare radiația electromagnetică). De aceea, energia de zero cuantică este un candidat potrivit pentru a explica energia întunecată, pentru că explică accelerarea expansiunii universului.

Din păcate însă, așa cum am amintit, energia de zero a vidului cuantic are o valoare *infinită*, pentru că sunt o infinitate de moduri de vibrație a câmpului magnetic. Aceasta este predicția teoretică. O valoare mai realistă ține însă cont de faptul că lumina are probabil o frecvență de vibrație *maximă*, dată de așa-numita frecvență a lui Planck $f_P = \sqrt{c^5/\hbar G}$, unde G este constanta lui Newton. Frecvența lui Planck reprezintă valoarea unei frecvențe care se obține combinând constantele universale și ea este de ordinul a 10^{43}Hz.

Aceste frecvențe Planck se manifestă în special pe distanțe de ordinul lungimii Plack, egală cu lungimea de undă a unei oscilații de frecvența Planck $l_P = c/f_P$, care este de aproximativ 10^{-35}m. Ne putem imagina că, într-un cub de dimensiunea lungimii Plack se poate afla un mod electromagnetic de oscilație de frecvența Planck (vezi figura 14.26). Energia cuantică de zero a acestui mod (energia minimă când acel cub este vid) este atunci de ordinul a ceea ce se numește energia Planck $E_P/2 = hf_P/2 \approx 10^9$J. Densitatea de energie cuantică de zero iese atunci de ordinul densității de masă Planck, ce se estimează ca fiind $(E_P/c^2)/l_P^3 \sim 10^{93}$g/cm^3 .

În acest caz, dacă limităm frecvențele maxime la care câmpul electromagnetic poate oscila, vedem că obținem o valoare *finită* pentru densitatea de energie stocată în vid, de ordinul energiei stocate în 10^{93}g/cm^3 de materie. Faptul că am obținut o valoare finită este încurajator, dar faptul că valoarea este foarte mare este descurajant. Caci energia de zero totală ar fi atunci echivalentul a multe miliarde de miliarde de tone într-un centimetru cub, prezentă în vidul cel mai îndepărtat și în corpurile noastre. Aceste tone de materie ar trebui să le observăm în viața de zi cu zi, nu-i așa? Cum de nu le observăm?

Cauza unui astfel de rezultat suprinzător este în esență energia de zero a unui singur mod de oscilație Planck, care

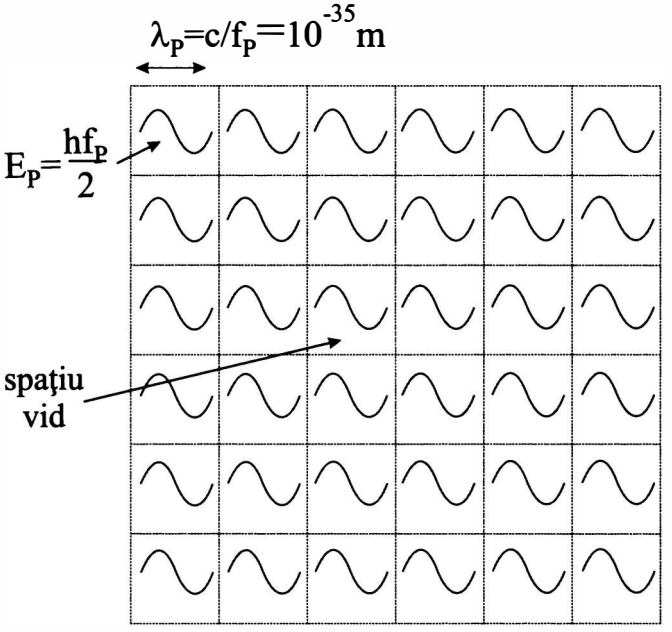

Figura 14.26: *În figură este reprezentat un spațiu vid. El este împărțit în mici cuburi unde, în principiu, ar putea exista oscilatori electromagnetici. Mecanica cuantică ne spune că, chiar și atunci când acești oscilatori nu sunt excitați, energia lor minimă (numită energie de zero) este nenulă, având valoarea $E_0 = hf/2$. Pentru cazul în care oscilatorii potențiali au frecvența Planck $f_P = 10^{43}$Hz, cuburile vor avea o dimensiune de aproximativ $\lambda_P = 10^{-35}$m, iar energia cuantică de zero înmagazinată de oscilatori va deveni echivalentul a 10^{90} kg într-un singur centimetru cub! De ce nu vedem această energie uriașă?*

este foarte mare, de ordinul a 10^9J într-un cub de latură 10^{-35}m (vezi figura 14.26). Nu este de mirare atunci că energia de zero *totală* este uriașă, pentru că sunt foarte multe moduri posibile de oscilație, fiecare având o energie de zero foarte mare. Fizicienii spun totuși că, în primă instanță, nu ne așteptăm să purtăm pe umerii noștri aceste miliarde de tone, pentru că noi observăm doar *variațiile* de energie față de această valoare (argumentul este similar cu cel al presiunii atmosferice).

Totuși, este de așteptat ca această energie uriașă să contribuie la expansiunea universului, conform modelelor lui Einstein, așa cum contribuie energia întunecată (care accelerează expansiunea, ca și energia cuantică de zero). Aducându-ne aminte că valoarea experimentală a energiei întunecate este de ordinul 10^{-29}g/cm^3, vedem că valoarea teoretică a energiei cuantice de zero 10^{93}g/cm^3 reprezintă de 10^{122} mai mult decât valoarea experimentală măsurată prin expansiunea universului! Diferența de ordinul 10^{120} pentru densitatea de energie a vidului este *cea mai mare discordanță* găsită vreodată între teorie și experiment. Dacă această energie a vidului ar fi luată în considerare în ecuațiile relativiste de evoluție a universului, atunci ar trebui ca universul să se comporte complet diferit de ceea ce observăm astăzi.

Am putea întoarce argumentul și spune că, pentru a explica valoarea observată a expansiunii universului, energia de zero a multor moduri nu trebuie să contribuie la

expansiunea acestuia. Limita modurilor care au voie să contribuie la accelerarea expansiunii universului se obține din densitatea energiei întunecate (care este cu un ordin de mărime mai mare decât densitatea de materie obișnuită).

Densitatea de energie de zero a unui mod de lungime de undă λ și de frecvență $f = c/\lambda$ se poate aproxima ca energia de zero a acelui mod înmagazinată într-un cub de dimensiune egală cu lungimea de undă a modului respectiv: $E/\lambda^3 = (hf/2)/\lambda^3 = hc/(2\lambda^4)$. Modul de frecvență maximă (și lungime de undă minimă) care poate contribui la expansiunea universului va avea densitatea de masă aproximativă $h/(2c\lambda^4) \approx 10^{-29}\mathrm{g/cm}^3$ (am împărțit la c^2 folosind relația lui Einstein). Obținem o valoare pentru lungimea de undă minimă admisă de ordinul $\lambda_{min} \approx 0,1$ mm.

Moduri de undă cu o lungime de undă mai mică (și frecvență mai mare) nu ar trebui să contribuie cu energia lor de zero la expansiunea universului. Aceste moduri însă au energie de zero cuantică, pentru că am măsurat de exemplu forța de atracție a vidului pe distanțe mai mici, de ordinul micrometrilor (forța de atracție poate fi privită ca o variație a energiei vidului).

De ce o parte din energia cuantică de zero (chiar a modurilor observate experimental) nu contribuie la expansiunea universului? Are aceasta de-a face cu faptul că mecanica cuantică încă nu a fost unificată cu teoria relativității? Este observația de mai sus un indiciu pentru o astfel de teorie? Iată o întrebare la care nu avem răspuns. Sau, altfel spus, iată niște provocări pentru dumneavoastră.

15 Fizica particulelor elementare

În capitolele 13 și 14 am urmărit construcția *electrodinamicii cuantice*, care este o teorie dedicată interacțiunilor dintre electroni și pozitroni prin intermediul fotonilor. Astăzi știm însă că există o mulțime de *alte particule* în natură, descoperite toate în secolul ce tocmai a trecut. Povestea lor este fascinantă în sine, pentru că aceste particule sunt calea prin care vom înțelege legi noi ale universului.

În primă fază multe dintre noile particule au reușit să fie sistematizate în *tabele de particule*. Teoreticienii au avut apoi o sarcină dificilă de a construi teorii care să descrie măcar în parte proprietățile noilor particule. Datorită succesului electrodinamicii cuantice, noile teorii au luat de asemenea forma unor *teorii ale câmpurilor cuantice* (capitolul 12). Cum însă numărul particulelor elementare a crescut, tot așa a crescut și numărul noilor câmpuri cuantice.

În forma actuală se diferențiază două teorii cuantice de câmp fundamentale. Prima este *cromodinamica cuantică*, ce descrie câmpul cuantic asociat quarcilor, cei din care vom vedea că sunt alcătuiți protonii și neutronii. Apoi avem *teoria electroslabă*, ce descrie dezintegrarea nucleelor, și din care face parte electrodinamica cuantică (și deci electromagnetismul). Aceste două teorii fundamentale formează împreună ceea ce numim azi *modelul standard al particulelor elementare* (vezi figura 15.1). Vorbim de particule „elementare", pentru că teoria se referă în esență doar la particulele elementare, nu și la cele compuse.

Cu tot succesul intermediar, noile teorii sunt complexe și nimeni nu crede azi că ele sunt teorii „ultime". Cu alte cuvinte, ele sunt teoriile cele mai avansate verificate experimental pe care le avem și cu care „defilăm". Teoriile sunt însă nu numai complexe, dar și incomplete și nu explică anumite coincidențe, de exemplu simpla egalitate a sarcinii electrice a electronului și protonului.

Aceste observații fac evidentă necesitatea unei teorii mai avansate, care să descrie *toate particulele elementare* la un loc, care să includă și gravitația și care să fie de preferință logică și simplă. O astfel de încercare (*teoria corzilor relativiste*) va fi prezentată în capitolul 19.

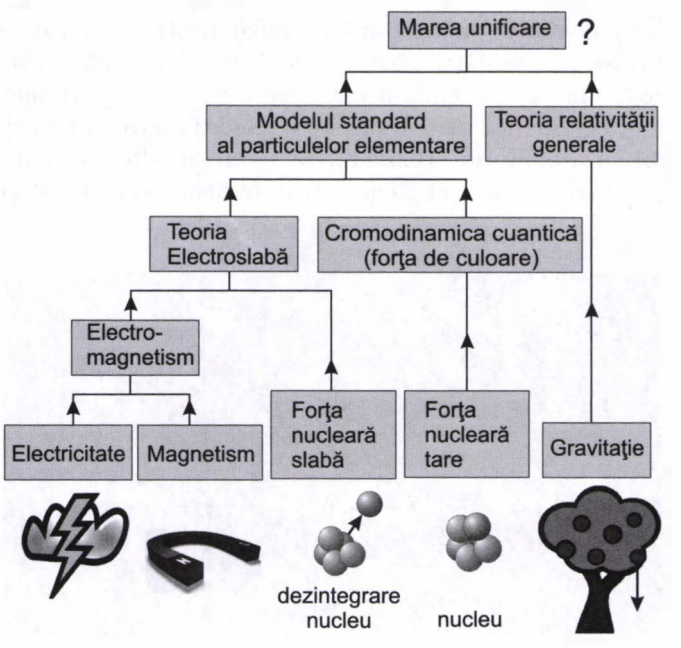

Figura 15.1: *Forțele elementare ale naturii, organizate după gradul de unificare. În stânga avem electricitatea și magnetismul, unificate de Maxwell în electromagnetism. A treia forță este forța nucleară slabă, care apare în dezintegrarea nucleelor (și implicit a atomilor). Ea se unifică împreună cu electromagnetismul în teoria electroslabă. Mai în dreapta este forța nucleară tare, cea care ține protonii și neutronii uniți în interiorul nucleelor. La bază însă, această forță este datorată quarcilor, care sunt părțile componente ale neutronilor și protonilor. Forța de interacțiune dintre quarci poartă numele de forță de culoare, iar teoria lor se numește cromodinamică cuantică. Toate aceste teorii de până acum se regăsesc în „modelul standard al particulelor elementare". Cea mai din dreapta forță este gravitația, care la ora actuală face notă aparte, chiar dacă ea a fost încorporată în teoria relativității generale de Einstein. Nimeni nu știe deocamdată cum putem unifica gravitația cu celelalte forțe ale universului, sau dacă mai sunt alte forțe decât cele prezentate aici.*

152. Detectarea experimentală a noilor particule

În aceste prime secțiuni ne vom ocupa de modul în care unele dintre noile particule au ieșit la iveală, felul în care au fost măsurate, iar mai apoi vom încerca să le sistematizăm. În spațiul rezervat nu vom face o prezentare detaliată și de aceea vom neglija multe din descoperirile esențiale, cum ar fi radioactivitatea sau neutronii.

O primă întâlnire cu o metodă de observație a noilor particule a fost făcut în secțiunea 133, acolo unde am văzut cum Carl Anderson a fotografiat pentru prima dată *pozitronii*, antiparticulele electronilor. Pozitronii proveneau din *raze cosmice*, o sursă naturală de noi particule. Energia cinetică mare a razelor cosmice face ca, la impactul cu atomii din atmosferă, să se creeze alte particule, care la rândul lor vor fi energetice. În final, printr-un efect de avalanșă, se creează un adevărat jet de particule în atmosfera Pământului, ce provin toate de la particula inițială (vezi figura 15.2).

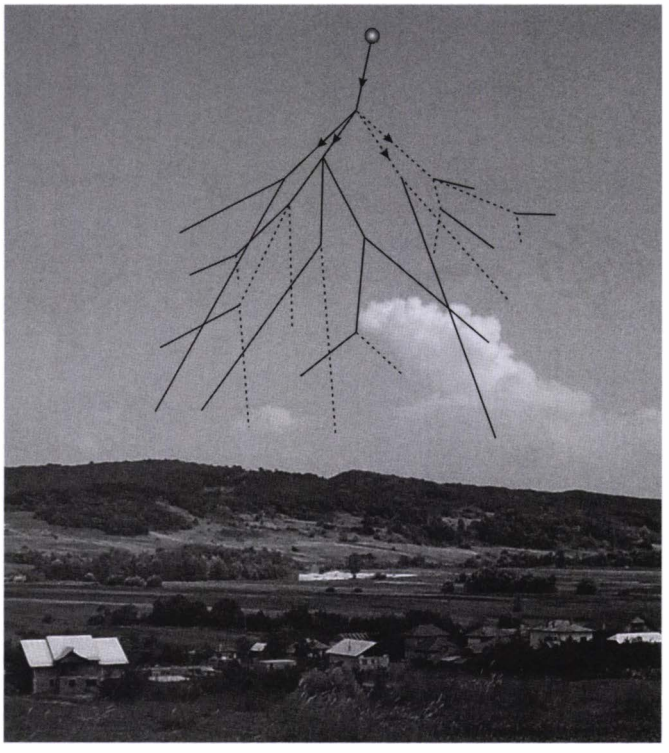

Figura 15.2: *O reprezentare a impactului razelor cosmice asupra atmosferei Pământului. În partea de sus se vede cum o singură particulă cosmică de energie mare generează (la impactul cu un atom din atmosferă) mai multe tipuri de particule. Acestea, la rândul lor, vor genera alte particule energetice și așa mai departe, obținându-se o adevărată ploaie pe particule din care numai câteva vor atinge suprafața Pământului. Prin convenție, se obișnuiește să se deseneze cu linie continuă particulele care pot fi observate de detectori și cu linie întreruptă particulele care nu sunt observate (acestea au o viață prea scurtă sau nu interacționează cu detectorul).*

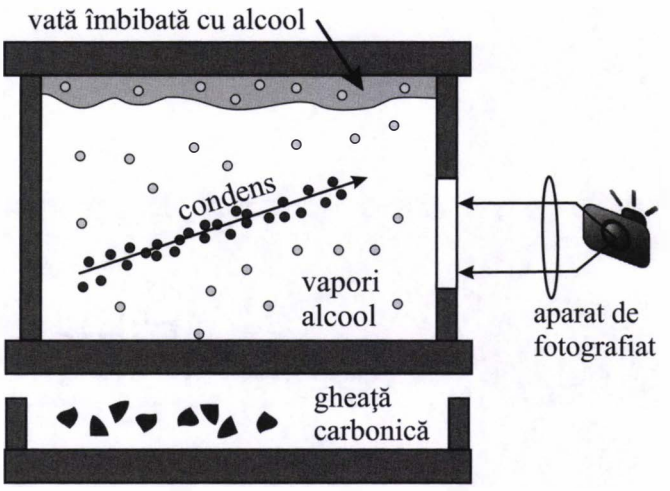

Figura 15.3: *Schița unei camere cu ceață Wilson care poate fi construită de un grup de amatori. Un recipient închis conține în partea de sus vată îmbibată cu alcool izopropilic. Partea de jos este răcită cu gheață carbonică (dioxid de carbon înghețat), care are o temperatură de aproape $-80°C$. Alcoolul din vată se evaporă și, deoarece jos temperatura este foarte scăzută, moleculele de alcool tind să condenseze. O particulă electrică ce trece prin incintă ionizează alcoolul și creează centre de condensare. Vaporii de alcool condensează pe aceste centre, făcând vizibilă urma mișcării particulei.*

Aproximativ 90% din razele cosmice care lovesc Pământul sunt protoni, iar 9% sunt nuclee de heliu provenind de la Soare. În restul de 1% se regăsesc și alte particule, provenind nu numai din vecinătatea cosmică, dar chiar și de la galaxii foarte îndepărtate. Remarcabil este că energia acestor particule cosmice poate atinge 10^{20}eV, unde 1eV reprezintă energia cinetică acumulată de un electron dacă este accelerat între două plăci ale unui condensator încărcat la 1V. Pentru comparație, să menționăm că energiile cele mai mari atinse de particule în laboratoarele cercetătorilor sunt de aproximativ de 10^{13}eV, adică de milioane de ori mai mici decât ceea ce se găsește în razele cosmice!

Anderson a folosit în observațiile sale experimentale pentru determinarea pozitronului din razele cosmice o *cameră cu ceață* Wilson. Camera cu ceață constă dintr-o incintă prevăzută cu un geam prin care se fac fotografii. Incinta este umplută cu aer saturat cu vapori (de obicei de alcool), ceea ce nu înseamnă altceva decât că vaporii stau gata să condenseze pe diversele particule din recipient. O variantă a unei camere cu ceață ce poate fi construită de amatori este prezentată în figura 15.3.

Situația este asemănătoare cu cazul mult mai obișnuit al ceții de dimineață. Aici vaporii de apă condensează pe particulele de praf din atmosferă, formând ceea ce noi numim *ceață*. Nu este de mirare că, în prezentarea pe care Charles Wilson a făcut-o în 1927 odată cu primirea Premiului Nobel, el menționează fenomenul de ceață. Curiozitatea pentru fenomenul de condensare a picăturilor

Figura 15.4: *Urma luminoasă din figură este cea a unei particule cosmice care trece printr-o cameră cu ceață. Autorul a fotografiat această urmă construind o cameră cu ceață după instrucțiunile din figura 15.3. Pentru a mări rata de evaporare a alcoolului, deasupra incintei a fost plasat un fier de călcat încălzit.*

de apă i-a fost deschisă privind frumoasele fenomene optice care apar atunci când Soarele luminează norii, iar aceste observații l-au inspirat ulterior în construcția camerei cu ceață.

O particulă incidentă de energie mare ionizează atomii din incintă, formând centre de condensare pe care apoi alcoolul condensează. Privind *urma de condens* lăsată de particulă în trecere putem spune ceva despre traiectoria particulei. Pentru a măsura și sarcina electrică a particulelor care trec, camera cu ceață se așează într-un câmp magnetic, care curbează traiectoria particulelor. În plus, aerul din interiorul incintei camerei cu ceață trebuie să fie destul de *pur*, altfel vaporii condensează pe orice particulă de praf ce se află acolo.

Instrumentul astfel construit nu este încă îndeajuns de sensibil pentru măsurători precise. Pentru a crește sensibilitatea, vaporii trebuie aduși în starea de *suprasaturație* și de aceea partea de jos a incintei este prevăzută cu un piston. Când pistonul este retras brusc, volumul aerului din cilindru crește brusc, temperatura scade dintr-o dată și vaporii se suprasaturează. În acel moment sistemul este extrem de sensibil, iar aerul va condensa pe tot felul de centre formate de o particulă în urma ei, particulă care se întâmplă să treacă prin incintă. În acest caz vom face o fotografie a traiectoriei particulei prin geamul de sticlă.

Pare într-un fel surprinzător că un astfel de sistem este atât de sensibil încât să detecteze *particule elementare* ca electroni sau pozitroni. Cu toate acestea, lucrul este posibil, așa cum o dovedește și prima măsurătoare a unei alte particule elementare decât cele cunoscute, și anume *miuonul*. Măsurătoarea a fost efectuată de fizicienii J. C. Street and E. C. Stevenson în 1937, cu ajutorul unei astfel de *camere cu ceață*. Vom reveni în secțiunea 156 la semnificația teoretică a acestei descoperiri. O fotografie a urmei lăsate probabil de miuon poate fi văzută și în figura 15.4. Mai târziu, principiul camerei cu ceață a fost extins la *camere cu bule*, care nu sunt altceva decât niște incinte umplute cu un lichid supraîncălzit.

O altă tehnică pentru observarea noilor particule a fost pentru o bună bucată de timp cea care utilizează *plăcile fotografice*. Emulsiile fotografice pe care acestea le folosesc sunt desigur sensibile la absorbția *fotonilor* (cuantele luminii), căci în acest fel se formează o poză obișnuită pe suport de hârtie. În 1937, cercetătorii M. Blau și H. Wambacher au observat că emulsiile fotografice sunt sensibile și la trecerea unor raze cosmice. Prin insistența fizicianului Cecil Frank Powell (Premiul Nobel în anul 1950), această tehnică a fost îmbunătățită, în ciuda faptului că primele expuneri la razele cosmice trebuiau efectuate pe vârful munților și au durat aproape un an!

Este de remarcat că, pentru a observa traiectoria particulelor din razele cosmice, sau a celor rezultate în urma ciocnirii cu nucleele atomilor din emulsia fotografică, planul plăcii fotografice trebuie să fie același cu cel în care particulele se deplasează. De aceea plăcile fotografice au fost construite la început ca un fel de „sandwich", pentru a se urmări traiectoria particulelor și într-o direcție perpendiculară pe placa fotografică.

153. Acceleratoarele moderne de particule

În anii de după 1950, măsurarea noilor particule a cunoscut mari progrese odată cu introducerea *acceleratoarelor de particule*, care au devenit astăzi practic singurele surse pentru măsurarea precisă a noi și noi particule. Dacă puterea dumneavoastră de cumpărare nu a avansat mult în ultimii ani, în așa fel încât să vă cumpărați un televizor cu ecran cu cristale lichide, se prea poate să aveți un astfel de accelerator de particule în casă. Ne referim desigur la *tuburile catodice* de televizor, care pot fi privite ca niște „tunuri" de electroni.

Aici electronii sunt accelerați în tubul catodic datorită unei tensiuni de aproximativ 20kV creată de un condensator, și ei căpătă astfel energii de aproximativ 20keV. Înainte ca electronii să atingă ecranul fluorescent, ei sunt deflectați de niște câmpuri magnetice special create, pentru ca electronii să scaneze întreaga suprafață a ecranului de televizor și să genereze imaginea dorită.

Aceeași metodă stă și la baza acceleratoarelor moderne de particule, care accelerează particule *încărcate electric* la energii și viteze din ce în ce mai mari, pe care le „aruncă" apoi pe alte particule țintă pentru a sonda structura internă a acestora din urmă. Motivul pentru care avem nevoie de energii din ce în ce mai mari este următorul. Pentru a studia structura internă a unei particule compuse (particulele țintă) avem nevoie de o rezoluție din ce în ce mai mare a „microscopului" cu care privim (în cazul nostru acceleratorul de particule). Rezoluția măsurătorii este dată de *lungimea de undă* a particulei cu care investigăm (foton, electron etc.), deci a particulei accelerate în acceleratorul de particule. Lungimea de undă λ scade însă pe măsură ce crește impulsul p al particule care sondează, conform relației lui *de Broglie* $\lambda = h/p$. Atunci, la impulsuri și energii mari, rezoluția microscopului nostru (acceleratorul de particule) se îmbunătățește.

Viteza particulelor accelerate nu poate depăși viteza luminii, dar se poate apropia foarte mult de ea. De aceea,

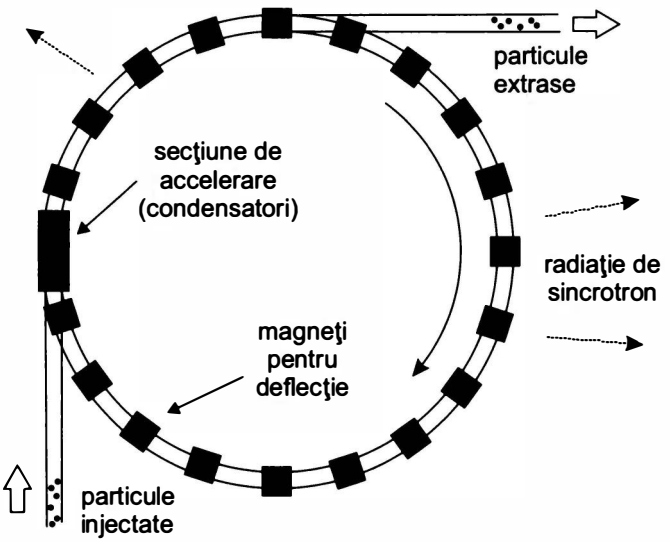

Figura 15.5: *O schemă a unui accelerator circular de particule. Aici particulele sunt introduse în inel în stânga jos și sunt extrase în dreapta sus. Pe parcursul inelului se remarcă bobinele magnetice ce deflectează particulele încărcate electric în așa fel încât ele să rămână în interiorul inelului. Chiar și atunci când particulele se mișcă cu aceeași viteză absolută în inel, ele sunt de fapt accelerate, pentru că direcția vectorului viteză se schimbă. De aceea, particulele emit radiație de sincrotron.*

fizicienii obișnuiesc să se refere nu atât la viteza acestor particule, cât mai degrabă la energia primită de ele, care nu are o limită superioară. Aceste energii se exprimă de obicei în *electron-Volt* (prescurtat eV). După cum am menționat deja, energia de 1eV este egală cu energia cinetică pe care o primește *un electron* atunci când este accelerat între plăcile unui condensator între care s-a aplicat o tensiune electrică de 1 Volt. Energiile la care sunt accelerate particulele astăzi sunt mult mai mari, așa încât merită să menționăm ordinele de mărime: $1\text{keV} = 10^3\text{eV}$ (kilo), $1\text{MeV} = 10^6\text{eV}$ (mega), $1\text{GeV} = 10^9\text{eV}$ (giga) și $1\text{TeV} = 10^{12}\text{eV}$ (tera).

Cele mai puternice acceleratoare moderne accelerează particule cu energii de până la câțiva TeV (10^{12}eV), după care le ciocnesc violent unele cu altele. Electronii, de exemplu, pot fi accelerați la energii de aproximativ 0,05 TeV. Pentru comparație, să amintim că *energia de repaus* a unui electron $E = mc^2$ (cea cu care se poate crea un electron din vidul cuantic) este mult mai mică, fiind de aproximativ 0,5 MeV ($0,5 \cdot 10^6$eV). Pentru a atinge energii mult mai mari decât energia de repaus, electronii trebuie să circule la viteze relativiste. În acest fel, vitezele acumulate de particule în acceleratoarele de particule ating 99,999999% din viteza luminii.

Comunitatea fizicienilor s-a obișnuit să prezinte masa de repaus a particulelor nu în grame sau kilograme, ci tot în electron-Volți eV (se mai folosește și notația mai corectă eV/c^2). Astfel, se spune despre masa de repaus a neutronului nu că este $1,6 \cdot 10^{-27}$ kg, ci că este 939MeV. Aceasta vrea să spună că *energia de repaus* a neutronului, dată de masa sa (cu formula lui Einstein $E = mc^2$) este egală cu 939MeV, folosind definițiile precedente. Ea este atunci de fapt energia pe care ar primi-o un electron (nu neutron, atenție!) dacă îl accelerăm între plăcile unui condensator între care punem 939 de milioane de Volți.

Astăzi există două tipuri principale de acceleratoare de particule, *liniare* și *circulare*. Într-un accelerator liniar, particulele sunt accelerate, așa după cum spune și numele, în linie dreaptă. Cu cât este mai lungă această linie, cu atât este mai mare energia primită de particulă. La ora actuală cel mai lung accelerator este cel de la Stadford (Statele Unite), care are o lungime aproximativă de 3 km. El folosește un ansamblu de condensatori așezați unul după altul de-a lungul liniei, în așa fel încât particulele să fie accelerate succesiv de fiecare dintre condensatori. Particulele intră printr-un orificiu al plăcii condesatorului și ies printr-un orificiu al celeilalte plăci, iar curentul alternativ care circulă prin condensatori își schimbă sincronizat polaritatea, în așa fel încât particulele să primească forța electromotoare mereu în aceeași direcție.

După cum vedem, energia acceleratorului liniar de particule este în principiu limitată de lungimea sa. De aceea fizicienii au dezvoltat în timp și acceleratoare de particule *circulare* (vezi figura 15.5). Aici, în principiu, particulele pot fi accelerate la infinit în inelul circular, deși în practică există nenumărate efecte ce limitează energia acestora.

Dintre efecte, cel mai important este radiația de *sincrotron*, o radiație electromagnetică emisă de particulele accelerate circular. Acceleratorul circular devine o antenă, căci, la fel cum electronii din antenă se mișcă înainte și înapoi pentru a emite unde radio, particulele din accelerator se mișcă periodic în inelul circular. Particulele emit unde electromagnetice pentru că sunt încărcate electric, deși undele au un spectru diferit de cel al unei antene obișnuite, depinzând de energiile folosite. Dacă accelerăm particulele în aceste inele circulare, devine la un moment dat ineficient să pompăm mai multă energie în particule, fiindcă la energii mari cea mai mare parte a energiei se pierde în undele electromagnetice disipate (radiația de sincrotron).

Radiația pierdută prin emisie în acceleratoarele circulare scade pe măsură ce masa de repaus a particulelor folosite crește. De aceea, dacă la început fizicienii accelerau electroni sau pozitroni pentru a „bombarda" diversele ținte, astăzi a devenit răspândită folosirea protonilor, care au o masă de repaus mai mare și deci pierd mai puțină energie prin radiația de sincrotron. Dintre aceste acceleratoare de protoni, cele mai cunoscute sunt acceleratorul Tevatron (în Statele Unite) și Large Hadron Collider (în Elveția). Protonii însă au dezavantajul că sunt deja *compuși*. Fizicienii speră să depășească obstacolul odată cu puterea crescândă de calcul a computerelor moderne. Despre acceleratorul Large Hadron Collider (vezi figura 15.6), care folosește în mod normal protoni, vom mai discuta în secțiunea 186.

Trebuie spus că acceleratoarele moderne de particule sunt adevărate instalații uriașe în care nenumărate procese trebuie sincronizate perfect pentru un rezultat satisfăcător al experimentelor. Un accelerator circular conține condensatori care accelerează particulele și are intercalate la intervale regulate câmpuri magnetice care le curbează particulelor traiectoria, pentru a le menține în inel (vezi figura 15.5). Avantajul este nu numai că astfel particulele sunt accelerate la energii mari în mai multe ture ale inelului, dar și că particulele deja accelerate care nu se ciocnesc

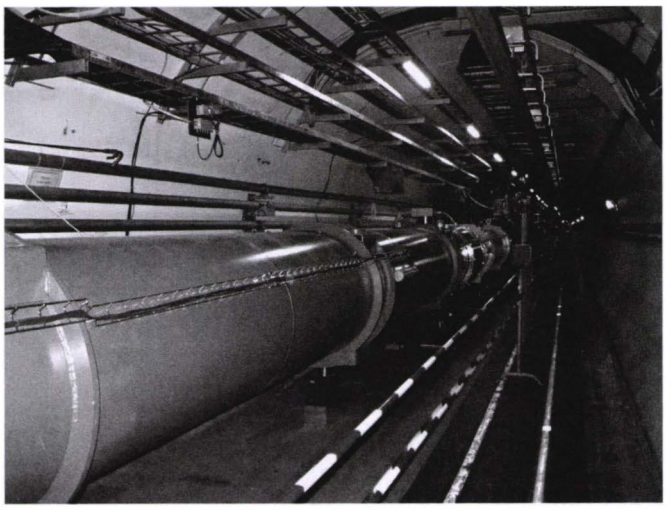

Figura 15.6: *O imagine a tunelului acceleratorului Large Hadron Collider din Geneva. Prin acest tunel circulă fascicule de protoni accelerați la energii de câțiva TeV, care sunt apoi ciocnite unul cu altul. Tunelul poate fi parcurs virtual și cu ajutorul hărților Google Street View. Sursa: Wikipedia Commons.*

pot fi readuse din nou în punctul unde au loc coliziunile (lucru imposibil la acceleratoarele liniare).

Căci, la momentul dorit, două fascicule de particule circulând în direcții opuse în accelerator vor fi trimise unul spre celălalt, ciocnindu-se puternic. Energia uriașă de ciocnire va conduce la crearea unor noi particule, a căror masă de repaus este dată de energia folosită. Cu cât energia inițială de coliziune este mai mare, cu atât vom crea particule și antiparticule cu o masă de repaus mai mare. În cazul cel mai fericit, particulele noi vor fi observate și identificate cu ajutorul diverșilor detectori. De multe ori însă, ele sunt create în reacție sub forma lor *virtuală*, înțelegând prin aceasta că diagramele Feynman ce conțin particulele virtuale trebuie luate în considerare pentru a explica rezultatul experimental.

În final, trebuie spus că identificarea particulelor care rezultă în urma reacțiilor se face după o analiză riguroasă. În practică, evenimentele dorite sunt rare, încât uneori zeci sau chiar sute de mii de fotografii trebuie analizate pentru a obține *un singur* eveniment dorit! Astăzi, procesul a fost îmbunătățit substanțial odată cu analiza automată a fotografiilor efectuată de computer.

Succesul acceleratoarelor moderne a determinat guvernele diferitelor țări să investească în construcția altor acceleratoare din ce în ce mai mari, care pot testa interacțiunea dintre particule la energii mai mari. În afară de acceleratorul Large Hadron Collider, care ține capul de afiș al revistelor de știință, se preconizează construirea unui alt accelerator de particule în anii 2015-2020, denumit International Linear Collider (ILC). Acesta, deși generează energii mai mici, are posibilitatea să accelereze electroni la energii nemaiatinse până acum de ei. Folosind din nou electroni, fizicienii speră să poată interpreta mai ușor rezultatele experimentale.

154. Despre particulele virtuale din acceleratoarele de particule

În secțiunea precedentă am prezentat câteva metode de măsurare a particulelor, sfârșind cu acceleratoarele moderne. În modelele cele mai simple ale acceleratoarelor de particule, ne vom imagina că accelerăm particule punctiforme, cunoscute (de exemplu, electroni) pentru a bombarda niște ținte. Țintele sunt de fapt particule compuse (mai mari deci) a căror structură internă vrem s-o aflăm (vezi figura 15.7).

O reprezentare simplificată a coliziunilor este cea în care aruncăm violent cu pietre mici într-o portocală, cu speranța că o spargem în bucățele și vedem sâmburii pe care îi are în interior. În același fel trebuie să ciocnim cu electroni în protoni pentru ca să-i spargem pe aceștia din urmă și să vedem părțile lor componente.

Putem duce mai departe comparația. Astfel, după ce avut loc ciocnirea, trebuie să găsim poziția inițială a sâmburilor în portocale, după ce aceștia s-au zdrobit și s-au împrăștiat eventual pe jos. Cu alte cuvinte, să ne uităm unde sunt împrăștiați sâmburii pe jos și să spunem unde erau ei în portocale înainte de a fi zdrobiți, iată cam care e sarcina fizicienilor!

Modelul de mai sus este desigur extrem de simplificat. De exemplu, particulele cu care sondăm (pietricelele mici în modelul de mai sus) nu sunt neapărat punctiforme. Așa cum am menționat deja, acceleratorul LHC folosește protoni pentru a sonda alte particule, și nu electroni. În experimente, particulele țintă (cele cărora vrem să le găsim structura) nu stau pe loc, ci sunt și ele accelerate în sens opus. În plus, mecanica cuantică adaugă și alte ingrediente la modelul simplificat de mai sus, ingrediente care sunt în sine extrem de interesante, de aceea le vom prezenta în continuare.

Primul ingredient sunt diagramele Feynman în reprezentarea *energie-impuls* (secțiunea 145), „unealta" cea mai răspândită printre fizicieni pentru a interpreta datele. De fapt, putem spune că acceleratoarele moderne de particule sunt locul în care *modelul lui Feynman* introdus în capitolul 13 este validat cu fiecare măsurătoare. Aici, particulele care intră în reacții au impulsul și energia bine definite, la fel ca particulele care ies din reacții (chiar dacă cele din urmă nu sunt întotdeauna cunoscute).

Așa cum am arătat în secțiunea 145, particulele care *intră* în reacție sunt considerate *reale* în reprezentarea energie-impuls, în sensul că energia E și impulsul p ale acestora satisfac relația lui Einstein $E^2 = m^2c^4 + p^2c^2$ (aici m este masa de repaus a particulei). În reacție însă, particulele suferă tot felul de procese cuantice care pot fi privite ca niște procese virtuale, toate având loc *în același timp*. Fiecare proces este descris de o diagramă Feynman și o amplitudine de probabilitate atașată.

În reprezentarea energie-impuls a metodei lui Feynman (vezi secțiunea 145), o diagramă Feynman ne spune cum trece sistemul de particule inițiale prin stări intermediare

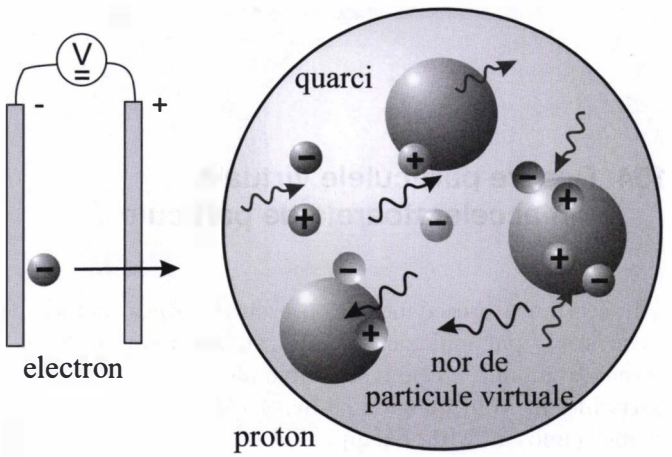

Figura 15.7: *În figură este schițat bombardamentul cu electroni asupra unui proton, ce are loc în acceleratoarele moderne de particule, pentru a se afla structura internă a protonului. În stânga electronul este accelerat între două plăci de condensator, între care se aplică echivalentul a miliarde Volți. În dreapta este schițat protonul, care este format (așa cum vom vedea în secțiunea 158) din trei quarci, reprezentați de trei bile mari. Pe lângă quarci există însă un nor de particule sub forma lor virtuală (electroni, pozitroni etc.), reprezentați sub forma unor bile mai mici și săgeți ondulate. Contribuția particulelor virtuale devine din ce în ce mai evidentă la energii mari de coliziune. Măsurând protonul, măsurăm nu numai quarcii dar și celelalte particule sub forma lor virtuală, care fac parte din „supa" cuantică a protonului. Modelul este simplificat, pentru că și electronul are un astfel de nor virtual în jurul lui.*

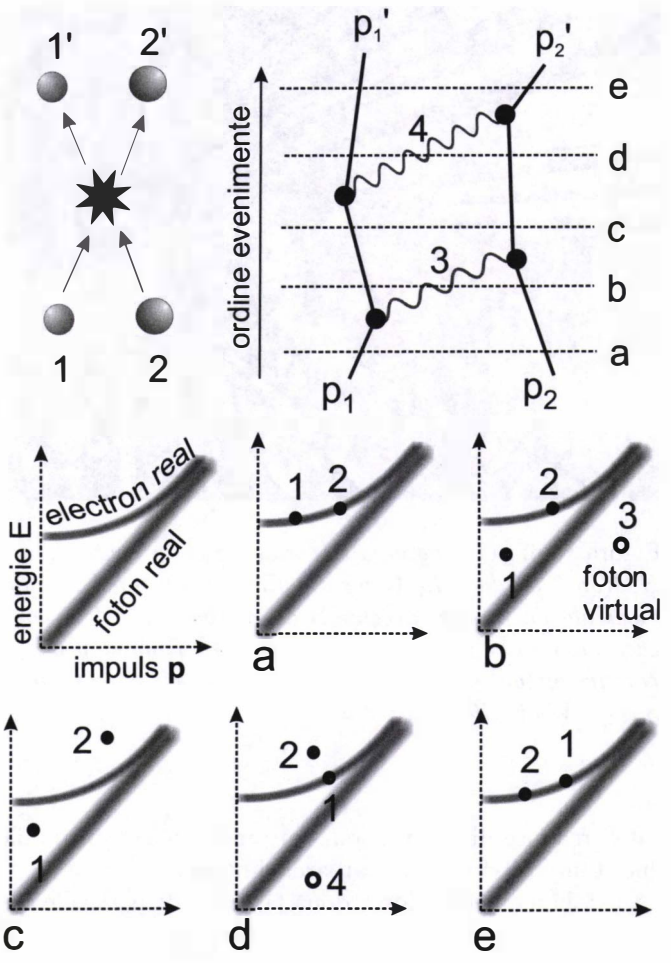

Figura 15.8: *În stânga sus este prezentat un proces de împrăștiere între doi electroni fără spin. În dreapta sus este un exemplu prin care sistemul poate ajunge din starea inițială în cea finală. Jos este explicitată diagrama Feynman în reprezentarea energie-impulsul (vezi și figura 14.5, unde prin linia îngroșată am desemnat mulțimile de puncte care satisfac relația lui Einstein, pentru electron și foton). Particulele au salturi în spațiul energie-impuls, de la starea inițială la starea finală, păstrând însă legile de conservare a energiei și impulsului. Aici $p = (E, \mathbf{p})$ reprezintă atât energia, cât și impulsul. În situația a) cei doi electroni fără spin sunt reali. La b) primul electron a emis un foton 3. Atât electronul 1, cât și fotonul 3 au devenit virtuali, pentru că nu satisfac relația dintre energie și impuls (nu se află pe curba întunecată). La c) al doilea electron a absorbit fotonul 3, devenind virtual. În d) mai are loc o emisie de foton și în e) absorbția sa, electronii devenind reali la sfîrșit, cu impulsuri și energii diferite însă.*

către starea finală. Stările intermediare au impuls și energie *bine definite*, ca și cele finale (vezi figura 15.8), dar *nu* mai satisfac automat relația lui Einstein $E^2 = m^2c^4 + p^2c^2$. Stările intermediare definesc *particulele virtuale.*

În această reprezentare nu trebuie să ne întrebăm unde au loc tranzițiile sau când, căci timpul și spațiul nu sunt bine definite, ci doar care sunt stările succesive de energie și impuls bine definite ale particulelor. Amplitudinea de probabilitate a unui singur proces se calculează ca produsul amplitudinilor de probabilitate ale prceselor prin care particulele sar de pe niște niveluri de energie și impuls bine definite pe altele. La sfârșit, se adună toate amplitudinile de probabilitate ale proceselor care conduc la starea finală considerată.

Tranzițiile între stări de energie și impuls au loc păstrând legile de conservare a energiei și impulsului în reprezentarea energie-impuls. Prin urmare, stările intermediare de energie și impuls pot sa nu satisfacă relația lui Einstein pentru particulele reale. Spunem atunci că particulele devin *virtuale* în interacțiile care sunt numite tot virtuale (vezi figura 15.8).

De aceea, pentru a modela rezultatele obținute în acceleratoarele de particule trebuie să considerăm diagramele Feynman atașate tuturor interacțiunilor virtuale posibile. Am putea spune că în aceste acceleratoare particulele virtuale „se nasc", în sensul că existența și comportarea lor este necesară pentru a descrie rezultatele experimentale obținute. Așa însă cum am menționat în secțiunea 145, nu trebuie să ne imaginăm că particulele virtuale sunt particule noi. Este vorba de aceleași particule, care sunt însă implicate în multiple procese virtuale care au loc toate simultan, în metoda lui Feynman (aceasta este reprezentarea pe care trebuie să ne-o trezească numele de *virtual*). Pentru că în acceleratoare de particule energia și impulsul particulelor inițiale și finale sunt bine definite, se folosesc diagramele Feynman în reprezentarea energie-impuls.

Vedem astfel că fizicienii modelează procesele virtuale prin care particulele ajung din starea inițială în cea finală exclusiv în reprezentarea energiei și impulsului. Datorită acestei reprezentări, vom spune că particulele intermediare în reacție sunt virtuale (în sensul că nu respectă relația lui Einstein dintre energie și impuls). Aceasta ne conduce la o observație interesentă. Astfel, putem reinterpreta discuția precedentă spunând că din structura internă a particulelor ce se ciocnesc fac parte și alte particule sub forma lor *virtuală*, particule care pot fi create oricând pentru o scurtă durată (vezi figura 15.7).

De exemplu, anticipând puțin, protonul nu este format numai din trei *quarci* reali, dar și din electroni sau pozitroni *virtuali* în câmpul electromagnetic al protonului. Căci, deoarece un quarc emite un foton virtual într-unul din multiplele procese virtuale care au loc în același timp, iar fotonul virtual poate crea o pereche virtuală electron-pozitron (așa cum am văzut în capitolul precedent), putem spune atunci că pozitronul virtual face parte din structura inițială a protonului. Vedem astfel că structura internă a particulelor țintă nu este dată numai de particulele *reale* din care sunt ele alcătuite, dar și de particule *virtuale* (vezi figura 15.7). De aceea, un astfel de experiment de ciocnire pune în evidență și numeroasele particule care se pot găsi sub forma virtuală în norul din jurul țintei.

Să observăm că situația se complică dacă ținem cont că și particulele elementare care sondează (electronii, de exemplu) au un nor de particule virtuale. Desigur, imaginea pare ciudată, căci electronul este o particulă elementară. Cu toate acestea, să ne aducem aminte de procesul renormării, acolo unde am văzut că trebuie să luăm în calcul norul de fotoni, electroni sau pozitroni virtuali din jurul electronului în mișcare.

Concluzia este una cât se poate de incitantă și spectaculoasă: din structura protonului sau a electronului fac parte toate particulele din univers, sub formă *virtuală*! Cu alte cuvinte, dacă am studia numai electronul, dacă am face experimente numai cu el, ar trebui să găsim toate particulele din univers sub forma lor virtuală. Desigur, la început nu ne dăm seama de acest lucru, căci particule de masă mai *mare* nu contribuie semnificativ în procesele virtuale dacă energia acceleratoarelor în experimente este mică. Odată însă ce creștem energia acceleratoarelor, din ce în ce mai multe procese virtuale trebuie folosite pentru a explica rezultatele experimentale. Va trebui atunci să luăm în considerare și procese virtuale care implică particule de masă mai mare.

Am văzut astfel că primul ingredient introdus de mecanica cuantică este reprezentarea particulelor virtuale. Al doilea ingredient are de-a face cu *probabilitățile* de observare a unor rezultate anume. Căci, dacă privim mai atent procesele de interacțiune chiar pentru particule elementare (deci care nu sunt compuse), realizăm că ele pot conduce de fiecare dată la *alte* rezultate, cu niște probabilități date de mecanica cuantică!

Observația precedentă devine mai clară dacă ne aducem aminte de experiențele de difracție cu electroni sau fotoni. Aici am văzut că, deși unda de probabilitate inițială a particulei era aceeași, particula putea fi găsită în mai multe locuri din franjele de interferență, cu diverse probabilități.

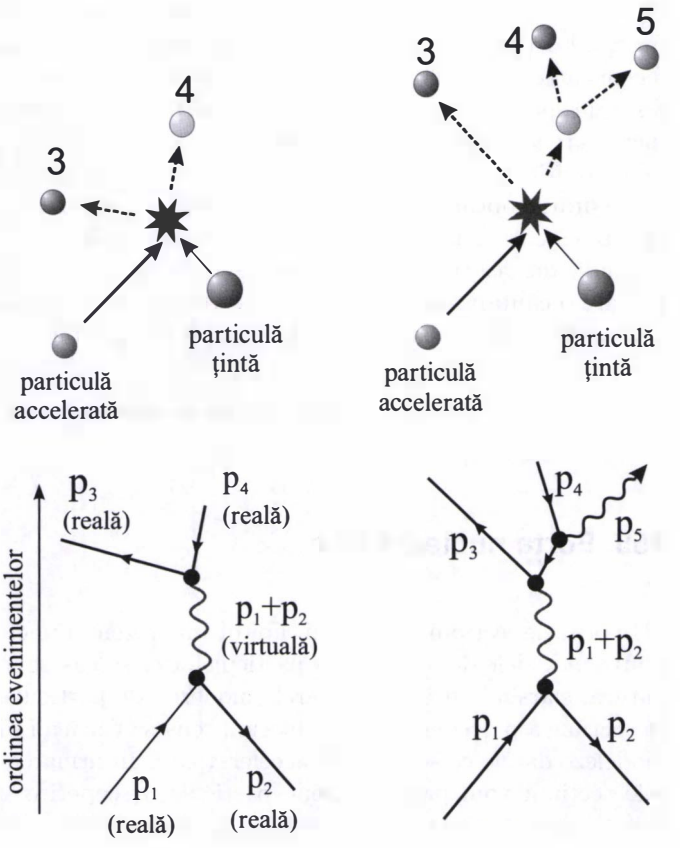

Figura 15.9: *În partea de sus sunt prezentate schematic două procese de ciocnire care pornesc de la aceeași stare inițială, dar conduc la rezultate diferite (în stânga avem două particule care ies din coliziune, în dreapta avem trei). Cu alte cuvinte, chiar dacă repetăm identic același proces cu cele două particule inițiale, vom obține rezultate diferite, cu diverse probabilități. În partea de jos a figurii este prezentată pentru fiecare proces doar câte o singură diagramă Feynman posibilă, dar ele pot fi în principiu mult mai multe. Pe diagrama din stânga am desemnat explicit faptul că particulele care intră și ies din reacție sunt reale, iar cele care se schimbă în reacție sunt virtuale.*

Aceasta este o caracteristică generală a mecanicii cuantice, care ne spune că sistemul inițial, deși mereu la fel, poate sfârși în stări finale diferite. Situația contrastează cu cea din fizica clasică unde, dacă avem precis aceeași configurație inițială, obținem mereu același rezultat. În mecanica cuantică însă vom obține rezultate *diferite* pentru același proces inițial, cu diverse probabilități date de diagramele Feynman (vezi figura 15.9).

De exemplu, să ne imaginăm un proces în care ciocnim doar două particule elementare. Dacă din reacție rezultă doi electroni și o particulă necunoscută, la următorul experiment pot rezulta patru particule. Cum calculăm probabilitatea *fiecărui* rezultat final? Desigur, pentru fiecare din acestea, trebuie să adunăm amplitudinile de probabilitate ale diagramelor Feynman care conduc la acel rezultat.

În acest fel calculăm probabilitatea de a observa o stare finală anume. Pentru a vedea care este probabilitatea să existe o altă stare finală, trebuie să adunăm din nou zeci de diagrame Feynman care conduc la noul rezultat final, chiar dacă ele au aceeași configurație inițială. Aceasta înseamnă

în esență că un rezultat final va fi mai mult sau mai puțin probabil decât altul. De aceea, în experimente trebuie să facem câteodată mii de poze pentru a observa evenimentul dorit, în special dacă evenimentul are probabilitate redusă, lucru care vom vedea că se întâmplă azi cu bosonul Higgs.

În pratică, tot ce putem face este să alegem o configurația optimă pentru starea inițială a particulelor care se ciocnesc, urmând apoi să repetăm ciocnirile de mii sau milioane de ori până când vom observa acea stare finală pe care o căutăm. În toate aceste încercări starea inițială este aceeași, însă există mai multe stări finale posibile.

155. Forța nucleară tare

În primele secțiuni ale acestui capitol am prezentat unele dintre metodele de măsurare a particulelor ce se găsesc în natură, sfârșind cu acceleratoarele moderne de particule. În secțiunea precedentă am văzut cum reușesc fizicienii să modeleze datele ce se obțin în acceleratoare. În următoarele secțiuni vom prezenta noile particule descoperite și forțele asociate acestora. Nu vom începe însă cu rezultate moderne din acceleratoarele de particule, ci ne vom întoarce la atom și la timpurile când fizicienii nu dispuneau de aceste adevărate „microscoape", pentru a vorbi despre o nouă forță a naturii, *forța nucleară tare*.

Astfel, în secțiunea 31 am prezentat modelul planetar al atomului, în care electronii (având sarcini electrice negative) orbitează la mare distanță de *nucleu* (cu sarcină electrică pozitivă). În urma experimentelor de dezintegrare ale atomilor (vezi, de exemplu, figura 9.24), a devenit clar că nucleul nu e o structură compactă, ci este format din mai multe particule de sarcină electrică pozitivă (numite *protoni*) și altele cu sarcină electrică neutră (numite *neutroni*).

Rezultatul e oarecum surprinzător. În mod normal, ne-am aștepta ca protonii să se *respingă* datorită sarcinii lor electrice pozitive, pentru că sunt foarte apropiați unul de altul (să ne amintim că sarcinile electrice de același fel se resping). Ceva trebuie totuși să învingă forța de respingere și să-i țină strânși în nucleu. Ce poate fi?

În 1935, fizicianul japonez Hideki Yukawa (1907-1981) a introdus o forță nouă care ține protonii strânși în nucleu. În opinia lui, doi protoni vor fi atrași printr-o *forță nucleară tare*, mult mai puternică decât cea electromagnetică, pentru ca să învingă tendința lor de a se respinge în nucleu. Desigur, această forță ar acționa și asupra *neutronilor* din nucleu, ținând astfel atât protonii, cât și neutronii împreună.

Pe de altă parte, noua forță nucleară acționează evident pe distanțe scurte, pentru că două nuclee se resping la distanțe mai mari numai prin intermediul forțelor electromagnetice. Cu alte cuvinte, forța de atracție nucleară dintre protoni este mult mai mare decât cea de respingere electrostatică, dar *numai* atunci când distanța dintre protoni este mai mică decât aproximativ dimensiunile unui nucleu (10^{-15}m). Când însă distanța depășește această valoare critică, forța nucleară devine neglijabilă față de cea electromagnetică. Spunem atunci că forța nucleară acționează doar pe distanțe scurte (mai mici decât 10^{-15}m).

Pe vremea lui Yukawa se cunoșteau doar două forțe de interacțiune, cea *electromagnetică* și cea *gravitațională*, ambele scăzând invers proporțional cu pătratul distanței până la sursă. Prin urmare, forța electrică și forța gravitațională acționează pe distanțe mari, tocmai ce nu voia Yukawa pentru potențialul său nuclear. Ce formă ar avea însă *forța nucleară tare*, pentru a scădea brusc dincolo de 10^{-15}m? Să scadă potențialul nuclear cu puterea a 7-a a distanței, așa cum au propus unii fizicieni? Yukawa a încercat să găsească un argument teoretic pentru care forța nucleară tare ar scădea foarte mult odată ce distanța depășește 10^{-15}m. Să urmărim și noi puțin acest argument.

Astfel, am văzut în secțiunea 141 că în cazul câmpului electromagnetic interacțiunea este purtată de fotonii *virtuali*. În metoda lui Feynman, ei sunt emiși și absorbiți de sarcina electrică ce generează câmpul electromagnetic în toate procesele imaginabile (virtuale) ce au loc simultan, formând astfel un fel de nor în jurul sarcinii. În reprezentarea impuls-energie, fotonii aceștia nu satisfac relația dintre masă și energie a lui Einstein și de aceea ei se numesc virtuali. Așa cum amintit, să nu ne lăsăm înșelați de denumire, este vorba de aceeași fotoni obișnuiți, doar că ei participă la diversele procese virtuale. Analiza completă este destul de complexă, dacă ar fi să urmărim toate aceste procese virtuale și să le adunăm amplitudinile de probabilitate, așa cum am văzut în capitolele precedente că trebuie să procedăm.

De aceea, vom face aici o simplificare și ne vom întreba care ar fi densitatea fotonilor virtuali din jurul sarcinii, dacă ar fi să-i „adunăm" cumva pe toți. Ipoteza este o simplificare grosieră căci, așa cum am arătat în secțiunea 143, procesele virtuale au loc în același timp și ele trebuie privite ca niște procese paralele. Cu toate acestea, ne vom imagina o „medie" a fotonilor, emiși și absorbiți continuu de sarcinile electrice.

În cazul câmpului electromagnetic, această densitate a fotonilor virtuali din jurul unei sarcini scade la distanță mare de sarcina electrică. Or, o densitate mai mică înseamnă o *probabilitate* mai mică de interacțiune cu vreo altă sarcină electrică aflată acolo. În final, acea sarcină îndepărtată „simte" o forță electrică mai mică (ce scade invers proporțional cu pătratul distanței) pentru că ea se mișcă într-o zonă în care densitatea de fotoni virtuali este redusă, deci probabilitatea este mai mică pentru ca să interacționeze cu aceștia (vezi partea de sus a figurii 15.10).

Revenind la *câmpul nuclear* de interacțiune dintre protoni, observăm că el cesta va trebui cuantificat la sfârșit, într-un model asemănător saltelei din capitolele 11 și 12. Pachetele de energie discretă ale acestui câmp vor reprezenta atunci o nouă particulă. Cu alte cuvinte, putem începe cu forțe nucleare (cum ne-ar fi sfătuit Newton), cu câmpuri nucleare (cum ne-ar fi sfătuit Maxwell), însă, dacă e să urmăm metoda teoriei cuantice a câmpurilor, va trebui să privim câmpul forțelor nucleare ca pe o „saltea" ale cărei oscilații, odată cuantificate, vor genera pachete discrete de energie, pe care noi le identificăm cu particule.

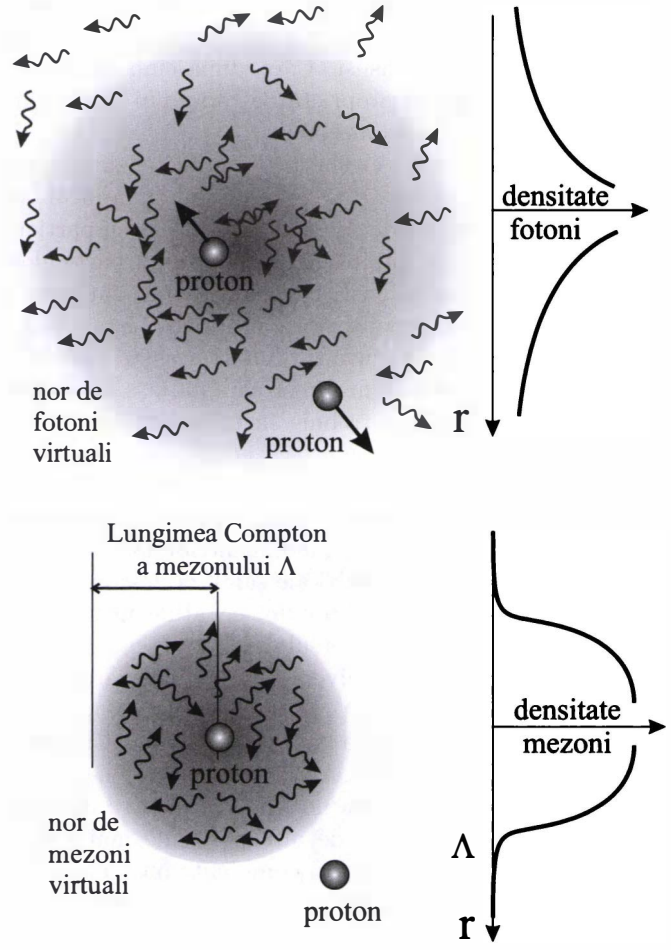

Figura 15.10: *Sus este prezentată interacțiunea electrostatică dintre doi protoni aflați la o distanță mare unul de altul, iar jos interacțiunea nucleară dintre aceiași protoni. În stânga sus este desenat norul de fotoni virtuali din jurul primului proton. În dreapta sus este schițată variația densității de fotoni virtuali cu distanța până la proton. La distanțe mari densitatea scade, dar nu devine nulă. Ca atare, cel de-al doilea proton încă va simți prezența fotonilor virtuali ca pe o forță electrică. În stânga jos este schițat norul de mezoni virtuali care înconjoară primul proton și care intermediază forța nucleară. Norul se întinde pe o distanță dată de lungimea de undă Compton a mezonului $\Lambda = h/(mc)$, unde m este masa de repaus a mezonului. Cel de-al doilea proton se află acum în afara norului și el nu mai „simte" nici un mezon virtual și ca atare nici o forță nucleară.*

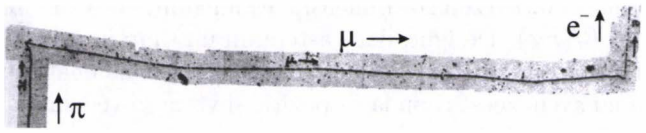

Figura 15.11: *Una dintre observațiile experimentale ale pionului, pentru care Cecil Frank Powell a primit Premiul Nobel în anul 1950. Aici particula care se deplasează în sus venind din stânga jos este un pion π (particula lui Yukawa). Pionul se dezintegrează în stânga sus într-un miuon μ (care merge spre dreapta) și o altă particulă invizibilă. La rândul lui, miuonul μ se dezintegrează și el mai târziu (în dreapta imaginii) într-un electron și alte particule invizibile. Particulele lipsă din imagine au fost identificate mai târziu ca fiind neutrini, care nu lasă urme pe plăcile fotografice, pentru că interacționează foarte slab cu materia.* ©*The Nobel Foundation.*

Interacțiunea va fi mijlocită de această particulă și nu de câmpul nuclear sau de forța nucleară propriu-zisă.

Câmpul de interacțiune nucleară va fi descris în final de o nouă *particulă*, care mijlocește interacțiunea, după cum câmpul electromagnetic cuantificat este descris de fotoni, care mijlocește interacțiunea dintre sarcinile electrice. Noua particulă (echivalentă fotonului) a ajuns să fie cunoscută sub numele de *mezon* (însemnând „intermediar"). Mezonii, pachetele discrete de energie ale câmpului nuclear, ar fi atunci particule ca și fotonii, care ar putea fi măsurate, după cum și fotonii individuali sunt observați cu fotodetectorii optici foarte sensibili.

Prin asemănare cu interacțiunile electromagnetice, unde sarcinile electrice emit și absorb fotoni virtuali, protonii ar avea o sarcină *nucleară* și ei ar emite și absorbi *mezoni virtuali*, în multiplele procese virtuale care au loc simultan (de aceea numim acest mezon *virtual*). Mecanismele sunt atunci în esență aceleași, însă ce poate fi diferit între pion și foton pentru ca raza de acțiune a forței nucleare să nu depășească 10^{-15}m, iar forța electromagnetică să acționeze la distanțe oricât de mari?

Urmând discuția precedentă, vedem că lucrul diferit poate fi *distribuția* densității de mezoni virtuali în jurul sarcinilor nucleare (vezi figura 15.10). Pentru ca forța nucleară tare să nu acționeze pe distanțe mai mari de 10^{-15}m ar trebui ca densitatea de mezoni virtuali dincolo de 10^{-15}m să fie aproape nulă. În acel caz, dacă un alt proton (sau neutron) ar trece pe acolo nu ar găsi nici un mezon virtual, deci nu ar mai simți nici o forță nucleară. Cheia este să descoperim acea proprietate a câmpului nuclear (deci a particulei mezon asociate) care să conducă la distribuția căutată a *densității* de mezoni virtuali din jurul sarcinii nucleare (proton sau neutron) care îi emite.

Așa cum vom arăta mai pe larg în secțiunea 160, distribuția norului de mezoni virtuali din jurul protonului este dată în esență de una din proprietățile mezonului, *masa lui de repaus*. Dacă ea ar fi fost nulă (ca în cazul fotonului), atunci norul de mezoni virtuali s-ar fi întins pe distanțe mari. Pentru că însă masa de repaus a mezonului este nenulă, „norul" de mezoni virtuali din jurul protonului se va restrânge într-o zona redusă.

Care este însă dimensiunea norului de mezoni virtuali în funcție de masa de repaus m a mezonului? Analiza din secțiunea 160 ne va da răspunsul corect, dar acum vrem să urmăm o scurtătură. Astfel, am văzut în secțiunea 148 că nu putem localiza electronul cu o precizie mai mare decât lungimea de undă Compton $\Lambda_e = h/(m_e c)$, unde h este constanta lui Planck, c este viteza luminii și m_e este masa de repaus a electronului. Cu alte cuvinte, odată ce punem electronul într-un punct, el are o șansă mare să fie găsit în momentul imediat următor oriunde într-o zonă dată de lungimea Compton $\Lambda_e = h/(m_e c)$.

În același fel și mezonul de masă nenulă m, odată localizat într-un punct, ar putea fi găsit în momentul imediat

următor într-o zonă de dimensiunea lungimii sale Compton $\Lambda = h/(mc)$. Desigur, dacă așteptăm un timp îndelungat, el ar putea fi găsit și mai departe. Dacă însă ne imaginăm ca nu avem acest timp la dispoziție și vrem să vedem unde se află mezonul imediat dupa ce l-am așezat, cel mai probabil îl vom găsi într-o sferă de rază $\Lambda = h/(mc)$ în jurul poziției unde l-am pus, ne spune mecanica cuantică. Λ este atunci raza norului de mezoni virtuali din jurul protonului.

Valoarea masei de repaus m o putem calcula știind că raza norului de mezoni virtuali din jurul protonului este de ordinul $d = 10^{-15}$m. Egalând lungimea de undă Compton a mezonului cu această distanță $\Lambda = d$, obținem pentru masa de repaus a mezonului o valoare de $m = h/(cd) \approx$ 150 MeV, care iese de aproximativ trei sute de ori mai mare decât masa electronului m_e. Să observăm că, deoarece masa de repaus a fotonului este nulă, fotonul va avea o lungime de undă Compton atașată ce devine infinită. Aceasta explică din nou raza de acțiune nelimitată a forței electromagnetice.

Odată ce cunoaștem caracteristica mezonului (masa sa nenulă) care face ca forța nucleară să acționeze la distanțe mici, ne interesează și celelalte caracteristici. În primul rând, deoarece mezonul virtual *mediază* interacțiunea dintre sarcinile nucleare (protoni sau neutroni), el trebuie să fie un *boson*, adică o rudă a fotonului.

Yukawa a ales apoi forma cea mai simplă pentru mezon, cea în care el nu are polarizare ca fotonul (în termeni tehnici, el este o *particulă scalară*, vezi secțiunea 127). Pe de altă parte, în anii de dinaintea celui de-al Doilea Război Mondial, fizicianul român Alexandru Proca a ales pentru mezon o formă de polarizare *identică* cu cea a fotonului. Mezonul ar fi fost atunci un frate al fotonului, pentru că numai masa de repaus ar fi fost diferită, nu și polarizarea sa (numele introdus de Proca este de *foton masiv*). Natura însă i-a dat dreptate lui Yukawa, și nu lui Proca.

Știind acum caracteristicile mezonului, Yukawa a putut scrie și forma câmpului de interacțiune nuclear. Ecuațiile câmpului erau de fapt deja cunoscute, fiind *ecuațiile Klein-Gordon* (vezi secțiunea 131). În termeni matematici, câmpul nuclear a devenit un *câmp scalar masiv*, ceea ce înseamnă că particula purtătoare a interacțiunii (mezonul) este scalară (nu are polarizare) și că ea are masa de repaus nenulă (este *masivă*).

O primă încercare experimentală de măsurare a mezonului a fost făcută de fizicienii J. C. Street și E. C. Stevenson în 1936, când ei au fotografiat o particulă cu o masă de repaus apropiată de 100 MeV, și de aceea tentația a fost mare ca ea să fie identificată cu mezonul propus de Yukawa. Astăzi știm că particula măsurată nu a fost mezonul, ci *miuonul* μ (o rudă a electronului, vezi figura 15.4).

Mezonul a fost identificat experimental pentru prima dată în anul 1947 (vezi figura 15.11). Mai târziu s-a descoperit că există mai multe tipuri de mezoni, toți mijlocind interacțiunea nucleară între protoni și neutroni. Așa cum vom vedea mai târziu, mezonii formează azi o familie întreagă. Mezonul descoperit în anul 1947 poartă numele de *pion*.

Urmărind povestea de mai sus, observăm o schimbare subtilă a unghiului de vedere. Astfel, am sfârșit prin a atribui o proprietate ce pare a câmpului nuclear (raza sa de acțiune), particulei care reprezintă pachetele sale discrete de energie, odată ce câmpul este cuantificat. Desigur însă, proprietatea specială a particulelor acelui câmp (în cazul noastru, masa lor de repaus) este cea care a scos la iveală comportarea câmpului însuși. Căci, după cum am văzut, fizicienii au reconstruit proprietățile câmpului nuclear de la cele ale particulei sale, mezonul.

Metoda aceasta a adus cu sine o revoluție în fizică, odată ce fizicienii au înțeles că *orice* câmp, odată cuantificat, va veni în pachete discrete de energie, identificate cu particulele acelui câmp (vezi capitolul 12). Studiind particulele câmpului, vom putea reconstitui ecuațiile câmpului însuși, cele din care se deduc apoi teoretic proprietățile particulelor tocmai măsurate. Cumva, în lumea aceasta cuantică, nu mai trebuie să măsurăm direct câmpul, așa cu făceau Faraday sau Maxwell, ci trebuie să măsurăm particulele sale.

În acest fel, fizica particulelor a urcat dintr-o dată pe tronul regelui. Atunci când măsurăm particule nu descoperim „pietre" exotice ale fundamentelor materiale ale universului (un fel de cărămizi ale sale), ci descoperim de fapt *câmpurile* din care ele provin, ecuațiile ultime care determină comportarea universului.

Fiecare particulă din univers este manifestarea unui câmp, și numai măsurând proprietățile tuturor particulelor putem reconstrui toate câmpurile, întreaga „saltea" a universului care generează aceste particule și, în cele din urmă, face posibilă existența noastră. Și, pentru că unele particule pot fi combinații de alte particule mai simple (așa după cum câmpurile pot fi combinate între ele), vom încerca să le aflăm în special pe acestea din urmă. Bine ați venit în lumea *fizicii particulelor elementare.*

156. Familiile de particule: leptoni, barioni și mezoni

În secțiunile precedente am menționat câteva dintre noile particule descoperite de fizicieni în camerele cu ceață, peliculele fotografice sau acceleratoarele moderne de particule. Printre ele am găsit miuonul μ (o rudă a electronului) sau pionul π (un exemplu de mezon).

Numărul noilor particule descoperite este foarte mare, mult mai mare poate decât s-ar fi așteptat fizicienii. Explozia aceasta de noi particule l-a determinat pe fizicianul Willis Lamb (cel care a măsurat deplasarea Lamb) să spună că, dacă înainte fizicienii experimentatori erau recompensați cu un Premiu Nobel pentru descoperirea unei noi particule elementare, acum ei ar trebui pedepsiți cu o amendă de 10 000 de dolari!

Nu vom încerca să enumerăm în continuare toate noile particule descoperite, căci multitudinea lor ar face fizica particulelor să semene cu rafturile unei farmacii. În tabelul 15.12 prezentăm (pentru cei interesați) doar o parte dintre particule, împreună cu proprietățile lor.

Vom încerca acum să sărim direct la sistematizarea acestora. Pentru a ține minte mai ușor, este util să organizăm particulele pe categorii de „rude" ale particulelor deja cunoscute: electronul, fotonul sau protonul. Categoriile au denumiri tehnice, și anume: *leptoni* (rudele electronului)

mezoni (rudele mai îndepărtate ale fotonului, pentru că intermediază interacțiunile) și *barioni* (rudele protonului și ale neutronului).

O primă familie de particule este formată din *leptoni*, rudele electronului. Dintre ei fac parte *miuonul* μ menționat mai devreme, precum și *tauonul* τ. De fapt, miuonul și tauonul pot fi considerați un fel de electroni mai grei. O specie aparte de leptoni o formează *neutrinii*, despre care vom discuta mai pe larg în secțiunile următoare. Ei sunt de mai multe tipuri: *neutrin electronic*, *neutrin miuonic* sau *neutrin tauonic*. După cum vedem, pentru fiecare tip de electron (electron, miuon sau tauon) există câte un tip de neutrin.

Desigur, fiecare dintre aceste particule își are și antiparticula sa, care se desemnează de obicei cu o bară deasupra simbolului particulei (ca în $\overline{\nu}_e$, care este antiparticula neutrinului electronic ν_e). O altă convenție ne spune că cifra aflată la exponent lângă numele particulei reprezintă sarcina electrică a acelei particule exprimată în sarcini electrice elementare (egale cu ale electronului în valoare absolută). De exemplu, μ^- are o sarcină electrică egală cu a electronului. Iată deci lista *leptonilor* (rude ale electronului):

Leptoni:

- electron și pozitron: e^-, e^+
- miuon și antimiuon: μ^-, μ^+
- tauon și antitauon: τ^-, τ^+
- neutrin și antineutrin electronic: ν_e, $\overline{\nu}_e$
- neutrin și antineutrin miuonic: ν_μ, $\overline{\nu}_\mu$
- neutrin și antineutrin tauonic: ν_τ, $\overline{\nu}_\tau$

De remarcat că leptonii sunt toți *fermioni* de spin 1/2 și că până astăzi ei rămân *particule elementare*, ce nu par să fie alcătuite din alte particule.

O a doua familie de particule este formată din *mezoni*, ce pot fi priviți ca niște rude mai îndepărtate ale fotonilor, așa cum am văzut în secțiunea precedentă. Aceasta pentru că mezonii, ca și fotonii, sunt niște *bosoni* ce mediază interacțiunile dintre particule (în cazul mezonilor acestea sunt interacțiunile nucleare tari). Iată mai jos câțiva dintre *mezoni*:

Mezoni:

- pioni: π^0, π^+, π^-
- kaoni: K^0, K^+, K^-, $\overline{K}^0$

Există deci mai multe specii de pioni și de kaoni. După cum vom vedea mai târziu, mezonii nu sunt particule elementare, ci sunt compuși din alte particule pe care trebuie să le descoperim. În plus, desigur, fiecare particulă își are antiparticula ei, care este câteodată identică cu particula inițială (cum e cazul fotonului).

O a treia familie conține *barionii*, rude ale protonului și neutronului. Așa cum vom vedea mai târziu, nici *barionii* nu sunt particule elementare, ci *compuse*. Ca și leptonii, barionii sunt *fermioni*. Iată câțiva barioni:

Barioni:

- proton și neutron: p^+, n
- particula Ω^- și particula Λ^0

În enumerarea de mai sus am omis să scriem și antiparticulele. În plus, am menționat aici particulele Ω^- și Λ^0 pentru că ele vor juca un rol special la identificarea „cărămizilor" de construcție a barionilor.

Denumirile celor trei familii de particule își au originea în proprietățile lor de masă. Astfel, leptonii sunt particule ușoare (de la „leptos" care înseamnă *ușor* în limba greacă), mezonii sunt particule de masă intermediară (de la cuvântul „mezos" care înseamnă *intermediar*), iar barionii au masă mare („barios" înseamnă *greu*). Barionii și mezonii formează împreună familia *hadronilor*, pentru că sunt formați din aceleași cărămizi elementare, așa cum vom vedea mai târziu.

În figura 15.12 prezentăm o serie de astfel de particule. Tabelul conține masa de repaus și timpul de viață experimental, care este de cele mai multe ori redus, pentru că particulele libere se dezintegrează repede în alte particule. În plus, în tabel mai sunt prezentate și sarcinile electrice ale particulelor, precum și compoziția acestora, despre care va fi vorba în secțiunea următoare.

Să încheiem secțiunea reamintind că particulele de mai sus descriu și câmpurile din care provin, ele fiind de fapt pachetele discrete de energie ale acestor câmpuri. Mezonii, de exemplu, intermediază interacțiunea nucleară, precum fotonul interacțiunea electromagnetică, ei fiind pachete discrete de energie ale câmpului nuclear. Așa cum putem detecta un foton pe o placă fotografică, vom putea detecta și un mezon cu un detector mai performant. Și, după cum caracteristicile câmpului electromagnetic se reduc la caracteristicile fotonului, și caracteristicile forței nucleare tari se reduc în primă instanță la caracteristicile mezonilor.

Începe astfel „goana" după particule care, în final, ne vor scoate la iveală proprietățile câmpurilor din care provin. Ceea ce trebuie să facem în primă instanță este să „cernem" din grămada de particule numai pe acelea care sunt particule elementare, dând la o parte particulele compuse. Rămânând cu particulele elementare, vom reconstrui apoi câmpurile din care provin, și cu ele legile fundamentale ale universului.

157. Ordonarea mezonilor și barionilor

Am menționat în secțiunea precedentă cele trei mari familii de particule, *leptonii*, *mezonii* și *barionii*, exemplificând cu câteva particule. Leptonii au rămas până astăzi particule elementare, pe când barionii și mezonii sunt particule compuse. Vom povesti aici pe scurt cum au fost

	Particulă	Compoziție quarci	Sarcină electrică	Sarcină de stranietate	Masă [MeV/c^2]	Timp de viață [secunde]	Dezintegrări principale
Barioni spin 1/2	p (proton)	uud	+1	0	938.280	$>10^{33}$ani	nici o dezintegrare
	n (neutron)	udd	0	0	939.573	885	$pe\bar{\nu}_e$
	Λ^0	uds	0	-1	1115.6	2.6×10^{-10}	$p\pi^-$, $n\pi^0$
Barioni spin 3/2	Δ	uuu,uud,udd,ddd	+2, +1, 0, -1	0	1232	0.6×10^{-23}	$N\pi$
	Σ^*	uus,uds,dds	+1, 0, -1	-1	1385	2×10^{-23}	$\Lambda\pi$, $\Sigma\pi$
	Ξ^*	uss,dss	0, -1	-2	1533	7×10^{-23}	$\Xi\pi$
	Ω^-	sss	-1	-3	1672	0.8×10^{-10}	ΛK^-, $\Xi^0\pi^-$, $\Xi^-\pi^0$
Mezoni spin 0	π^+	$u\bar{d}, d\bar{u}$	+1, -1	0	139.569	2.6×10^{-8}	$\nu\mu_\nu$
	π^0	$(u\bar{u}-d\bar{d})\sqrt{2}$	0	0	134.964	8.7×10^{-17}	$\gamma\gamma$
	K^+,K^-	$u\bar{s}, s\bar{u}$	+1, -1	1, -1	493.67	1.24×10^{-8}	$\nu\mu_\nu$, $\pi^\pm\pi^0$

Figura 15.12: *Un tabel care inventariază o parte din mezonii și barionii menționați în text. Ei formează împreună familia* hadronilor, *despre care vom vedea mai târziu că sunt formați din quarci. Pe prima coloană este notația particulei, pe a doua este compoziția sa în quarci, apoi urmează proprietățile fizice (sarcina electrică, sarcina de stranietate, masa de repaus, timpul de viață) și în final modul în care particulele se dezintegrează.*

ordonați mezonii și barionii, căci această ordonare a condus în final la determinarea compoziției lor interne.

Pentru început trebuie menționat că în toate reacțiile nucleare există mărimi care trebuie să se conserve, de exemplu, sarcina electrică totală. Practica ne învață că putem atașa particulelor și alte sarcini decât cea electrică, care de asemenea se conservă în reacții. O astfel de sarcină, care identifică de fapt familia barionilor, este *sarcina barionică.*

Sarcina barionică a fost introdusă inițial pentru a explica de ce protonul nu se dezintegrează în pozitron, deși reacția ar fi permisă, pentru că protonul are energie de repaus mult mai mare decât pozitronul și aceeași sarcină electrică. Protonului i s-a atașat atunci sarcina barionică $B = 1$, iar pozitronului sarcina barionică $B = 0$.

Dezintegrarea protonului în pozitron nu ar avea atunci loc pentru că procesul nu ar conserva sarcina barionică. În acest fel protonul ar rămâne stabil în univers pentru un timp foarte îndelungat, lucru confirmat experimental. Până astăzi, nimeni nu a reușit să vadă cu siguranță un proton dezintegrându-se, iar experimentele sugerează un timp de dezintegrare care depășește 10^{34} de ani!

Mai târziu, toți *barionii* (rudele protonului) au primit *sarcina barionică* $B = 1$, iar restul familiilor (leptonii și mezonii) au primit sarcina barionică $B = 0$. În plus, antibarionilor (antiparticulele barionilor) li s-a atașat sarcina barionică $B = -1$. Aceasta pentru că antiparticulele au toate sarcinile *opuse* particulelor respective, deci atât cea electrică, cât și cea barionică sau oricare alta care va fi descoperită mai târziu.

În urma experimentelor a fost apoi descoperită și o altă sarcină care trebuie să se conserve în reacții: *sarcina de stranietate* S. Ea a fost inițial introdusă pentru a explica o ciudățenie a comportării unor particule, cum ar fi de exemplu barionul Λ^0.

Astfel, probabilitățile proceselor în care barionul Λ^0 este produs sunt caracteristice *interacțiunilor nucleare tari* ale lui Yukawa. Acestor probabilități li se asociază timpi foarte scurți de viață pentru particula Λ^0, de ordinul a

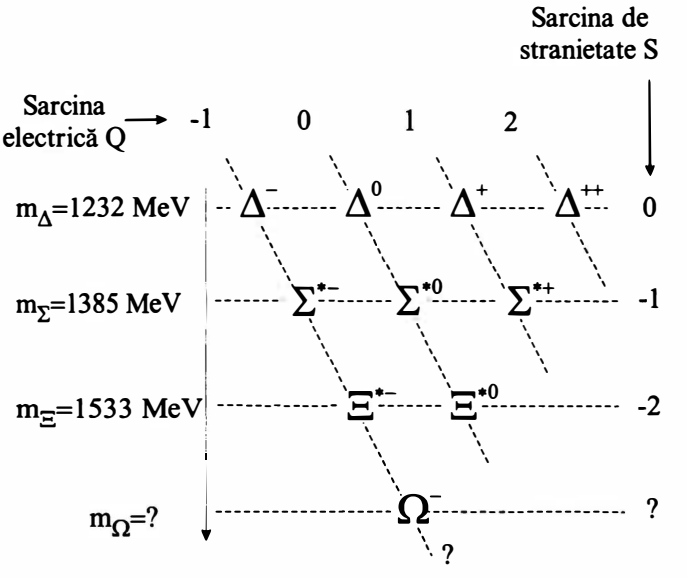

Figura 15.13: *O manieră de a aranja o parte din noii barioni descoperiți (cei de spin 3/2) în funcție de sarcinile lor electrice și de stranietate. Pe axa verticală este reprezentată și masa lor aproximativă. La momentul când diagrama a fost construită de Murray Gell-Mann, particula Ω^- din colțul de jos nu era cunoscută, așa că ea a reprezentat, la început, doar o predicție a teoriei. Diagrama de mai sus sugerează că particula Ω^- ar avea sarcina de stranietate $S = -3$ și sarcina electrică $Q = -1$. În plus, vedem că masa particulelor crește cu aproximativ $150MeV$ atunci când coborâm un rând în diagramă. Aceasta înseamnă că masa particulei prezise Ω^- ar fi undeva în jur de $m_{\Omega^-} \approx 1680$MeV. Particula Ω^- a fost descoperită mai târziu, având aceste proprietăți (vezi figura 15.14).*

10^{-23}s. Căci, cu cât interacțiunile sunt mai „tari", cu atât șansele ca particulele să interacționeze sau să se dezintegreze sunt mai mari (dezintegrarea poate fi privită tot

ca un fel de interacțiune cu particulele în care se dezintegrează particula inițială). Atunci este de așteptat ca timpul de viață să fie scurt.

Pe de altă parte, odată produsă, particula Λ^0 este în practică mult mai stabilă decât sugerează aceste valori ale interacțiunii nucleare. Timpul ei real de viață se poate estima din fotografii, unde se vede distanța parcursă de particula Λ^0, ca fiind aproximativ 10^{-10}s (vezi tabelul 15.12).

Pentru un timp, această discrepanță între teorie și experiment a rămas un mister. Astăzi se știe că diferența mare între cei doi timpi ai particulei Λ^0, de ordinul a 10^{13}, se datorează diferenței între tipurile de reacție în care particula Λ^0 este *produsă* și în care ea se *dezintegrează* mai târziu. Pentru că timpul de viață este acum mai mare, înseamnă că particula interacționează mai slab cu particulele care sunt responsabile de dezintegrarea ei. Interacțiunea aceasta a primit numele de *interacțiune nucleară slabă*. Cu alte cuvinte, nu există o singură interacțiune nucleară (așa cum credea Yukawa), ci *două*!

Surpriza este, să recunoaștem, destul de mare. Astăzi se știe că *interacțiunile nucleare slabe* apar între toate particulele, pe când *interacțiunile nucleare tari* apar numai între barioni și mezoni, *nu* și între leptoni. Ele definesc cele două noi forțe din natură care trebuie adăugate la forțele electromagnetică și gravitațională: *forța tare nucleară* și *forța slabă nucleară*. Sarcina de stranietate S este construită pentru interacțiunile nucleare tari, în așa fel încât ea să se conserve în aceste interacțiuni, dar nu neapărat și în cele slabe.

Un proces tipic pentru interacțiunea nucleară slabă este *dezintegrarea beta*, în care un neutron se dezintegrează într-un proton, un proces în care mai sunt generate două particule în plus: un pozitron și un antineutrin. Pe de altă parte, atracția protonilor în nucleu, mediată de mezoni, este tipică pentru interacțiunea nucleară tare. Or, cu alte cuvinte, neutrinii sunt un semn al interacțiunilor nucleare slabe (ei interacționează slab cu materia), iar mezonii sunt un semn al interacțiunilor nucleare tari. Despre interacțiunea nucleară slabă vom discuta mai pe larg în capitolul 17. În acest capitol și în următorul ne vom concentra pe *interacțiunea nucleară tare*.

Să recapitulăm observațiile de până acum sub forma următoare:

Tipurile interacțiunilor nucleare

1. *Interacțiunea nucleară* slabă *apare între toate particulele și se poate asocia acelor reacții în care apare neutrinul.*
2. *Interacțiunea nucleară* tare *implică doar barioni și mezoni, nu însă și leptoni.*

În plus, să ne reamintim și că noilor particule descoperite li se pot asocia și alte sarcini decât cea electrică, cum ar fi *sarcina barionică* sau *sarcina de stranietate*.

Observațiile de mai sus sugerează că există o ordine ascunsă a particulelor. Un alt indiciu al faptului că particulele sunt ordonate e dat de masa acestora. Astfel, după cum se vede din tabelul 15.12, multe dintre particule au

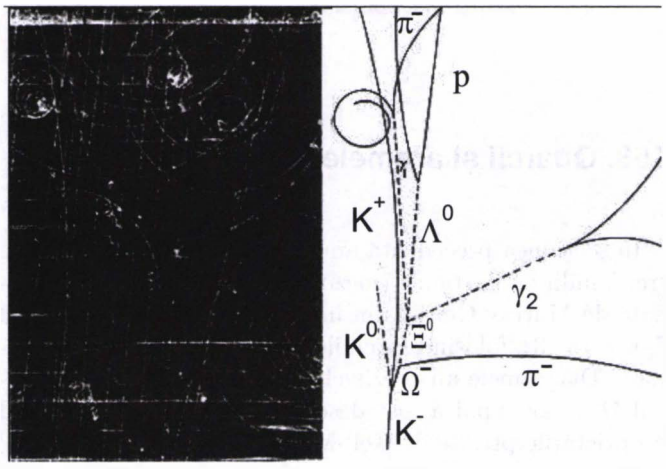

Figura 15.14: *Stânga: Prima observație experimentală a particulei Ω^-, efectuată în laboratorul Brookhaven (Statele Unite), în anul* 1964. *De remarcat cât de multe sunt particulele care lasă urme fotografice. Dreapta: o schiță a particulelor implicate în reacția prezentată în stânga. Aici este identificată particula Ω^- în josul imaginii. Imagine reprodusă cu permisiunea laboratorului Brookhaven din Statele Unite.*

aproximativ aceeași masă de repaus, de exemplu protonul și neutronul.

Folosind potrivirile de mase și sarcini suplimentare ale particulelor, fizicianul Murray Gell-Mann a așezat noile particule nu numai în tabele, dar și în diverse diagrame, cum ar fi octaedre sau triunghiuri. Ele aduc într-o primă instanță mai mult cu misterioasele forme geometrice folosite de astrologi, sau cu încercările geometrice al lui Kepler de a ordona orbitele planetelor. Cu toate acestea, noile diagrame de ordonare propuse de Murray Gell-Mann păreau că „vorbesc" mai mult, căci nu numai sarcinile electrice, ci și cele de stranietate se potriveau, ba chiar și diferențele dintre masele barionilor păreau să fie aproximativ aceleași. O astfel de diagramă apare în figura 15.13.

M. Gell-Mann a reușit inițial să deseneze trei astfel de diagrame, două pentru barioni (una pentru barionii de spin 1/2 și alta pentru barionii de spin 3/2) și o diagramă pentru mezoni. Aceste diagrame exotice poate că nu ar fi impresionat mult lumea științifică, dacă ele nu ar fi *prezis* o particulă nedescoperită încă. Este vorba de *barionul* Ω^-, ce nu fusese observat experimental atunci când Murray Gell-Mann a desenat diagramele (vezi figura 15.13).

Diagramele lui Murray Gell-Mann preziceau că particula Ω^- ar avea o sarcină barionică $B = 1$, o sarcină de stranietate $S = -3$, o sarcină electrică $Q = -1$ (în sarcini elementare ale electronului) și o masă aproximativă de 1680 MeV.

La scurt timp, barionul Ω^- a fost descoperit *experimental* în laboratorul Brookhaven (în Statele Unite), în anul 1964 (vezi figura 15.14). Mai mult, el avea toate proprietățile prezise de Murray Gell-Mann, de exemplu sarcina electrică, sarcina de stranietate sau masa sa repaus, așa cum se verifică în tabelul 15.12. Lumea științifică a fost convinsă în final de puterea de predicție a diagramelor lui Murray Gell-Mann. Întrebarea este de ce mezonii și barionii pot fi grupați în diagramele lui Gell-Mann.

158. Quarcii și aromele acestora.

În secțiunea precedentă am văzut cum două dintre cele trei familii de particule (mezonii și barionii) au fost ordonate de Murray Gell-Mann în diagrame (vezi de exemplu figura 15.13), folosind sarcinile lor electrice sau de stranietate. Diagramele au prezis chiar o particulă nouă, barionul Ω^-, care apoi a fost descoperit experimental, având proprietățile prezise de Gell-Mann.

Întrebarea care se ridică este dacă aceste diagrame pot aduce la iveală lucruri noi, altele decât o manieră de a ordona noile particule și de a prezice altele. Răspunsul este afirmativ și a fost dat tot de Murray Gell-Mann. El a sugerat, pe baza diagramelor cunoscute, că atât mezonii, cât și barionii sunt compuși din doar trei tipuri de particule elementare noi, numite *quarci*. Luând în calcul doar proprietățile propuse ale celor trei tipuri de quarci, Gell-Mann a explicat ordonarea *tuturor* mezonilor și barionilor în diagramele menționate în secțiunea precedentă.

Astfel, toți *barionii* (rudele protonului) ar fi formați din trei quarci, iar *mezonii* dintr-un quarc și un antiquarc. Murray Gell-Mann a propus chiar și o nouă diagramă (prezentată în figura 15.15), care ordonează cei trei quarci într-un triunghi, într-un mod asemănător diagramelor prin care același Gell-Mann ordonase barionii și mezonii (vezi figura 13.13).

În soluția lui Murray Gell-Mann deci, *barionii* ar fi formați din trei quarci și *mezonii* dintr-un quarc și un antiquarc. Față de quarci, *antiquarcii* au semnul sarcinilor electrice și de stranietate schimbat, în conformitate cu statutul lor de antiparticulă. Toți quarcii sunt fermioni de spin 1/2. Iată cei trei quarci propuși de M. Gell-Man:

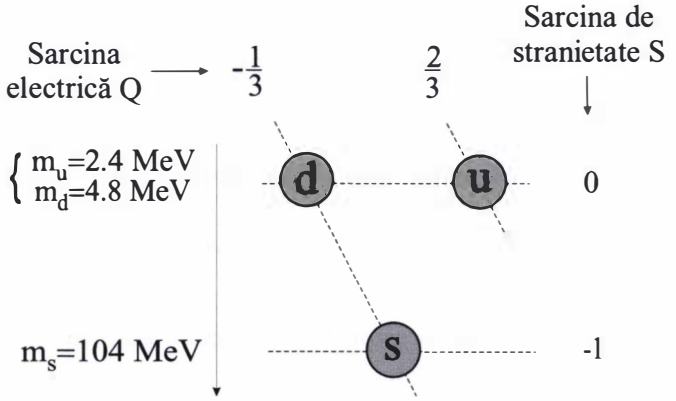

Figura 15.15: *Diagrama celor trei „arome" de quarci introduse de Murray Gell-Mann. Quarcii d și u ar avea o sarcină de stranietate nulă și aproximativ aceeași masă de repaus. Quarcul s ar avea o sarcină de stranietate $S = -1$ și o masă mult mai mare decât primii doi quarci. Toți cei trei quarci ar avea sarcini electrice fracționare.*

Quarci:

- quarcul *d*: de la „down", care înseamnă „jos" în engleză. Are sarcina de stranietate $S = 0$, sarcina electrică $Q = -1/3$ și masa aproximativ $m = 4,8$ MeV.
- quarcul *u*: de la „up" care înseamnă „sus". Are $S = 0$, $Q = 2/3$ și $m = 2,4$ MeV
- quarcul *s*: de la „strange" care înseamnă „straniu". Are $S = -1$, $Q = -1/3$ și $m = 104$ MeV

Pentru a simplifica limbajul, se mai spune că acești quarci au *arome* diferite. Cu alte cuvinte, cei trei quarci (*s*, *u* și *d*) reprezintă trei *arome* diferite ale quarcului. Astăzi se cunosc de fapt *șase* arome ale quarcilor (*u*, *d*, *c*, *s*, *t* și *b*). Ele sunt grupate în trei generații, așa cum vom vedea mai târziu (după cum probabil bănuiți privind masa lor, quarcii *u* și *d* din figura 15.15 formează împreună o generație).

Într-o primă instanță, să remarcăm că într-adevăr putem aranja cei trei quarci *d*, *u* și *s* în colțurile unui triunghi (vezi figura 15.15), dacă folosim ca sistem de axe *sarcina de stranietate* și *sarcina electrică*, și eventual masa de repaus (până la o aproximație), așa cum a fost construită diagrama unei părți din barioni (vezi figura 15.13). Să remarcăm din figura 15.15 că quarcii *d* și *u* au aceeași sarcină de stranietate nulă și aproximativ aceeași masă de repaus (ca ordin de mărime, desigur), însă sarcini electrice diferite.

Dintre cei trei quarci propuși de Gell-Mann, quarcul *s* face notă aparte, deoarece are o masă de repaus *mult mai mare* decât ceilalți doi și o sarcină de stranietate $S = -1$ *nenulă*, de unde și numele lui de quarc „straniu" („strange" în limba engleză). Desigur că, pe lângă acești quarci, există și *antiquarci*, particule elementare având toate sarcinile în „oglindă" și aceeași masă. Antiquarcul $\overline{s}$ („bara" de deasupra ne spune că avem o antiparticulă) are de exemplu o sarcină de stranietate $S = 1$ și o sarcină electrică pozitivă $Q = 1/3$.

Putem verifica faptul că toți barionii prezentați în figura 15.13 formează din *combinații* de aceste trei arome de quarci: *u*, *s* și *d*, calculând sarcinile particulelor (electrice și de stranietate) ca suma sarcinilor quarcilor din care e alcătuită particula. Rezultatul este prezentat în figura 15.16. Aici observăm că sarcina de stranietate a unei particule compuse este dată doar de quarcul *s* sau antiquarcul $\overline{s}$, pentru că sarcina de stranietate a quarcilor *u* și *d* este nulă. Avem atunci:

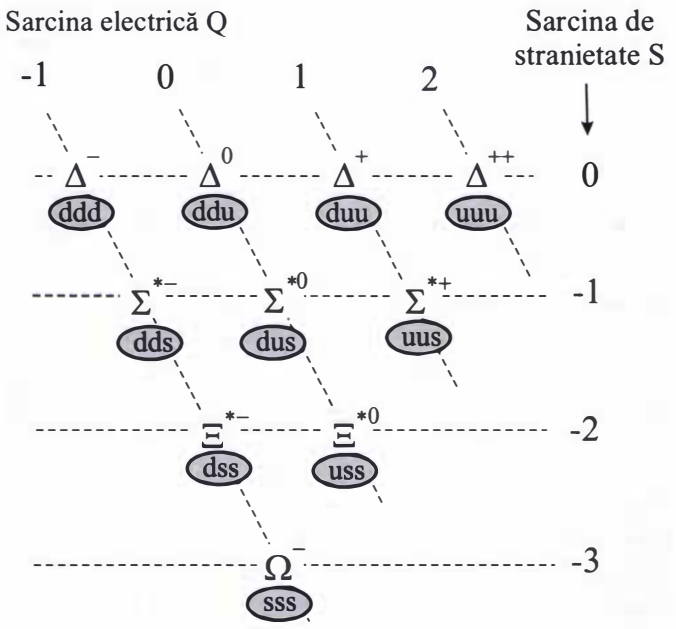

Figura 15.16: *Compoziția barionilor de spin 3/2 prezentați în figura 15.13. În diagramă se remarcă structura triunghiului de bază din figura 15.15. Sarcina electrică totală sau sarcina de stranietate totală a unei particule este suma sarcinilor quarcilor componenți. Indicele particulei reprezintă sarcina sa electrică. Să remarcăm că particula Δ^+ are aceeași compoziție de quarci (uud) ca și protonul, însă spinul total al quarcilor este diferit. Particula Δ^+ are spinul 3/2, iar protonul 1/2 (vezi tabelul 15.12).*

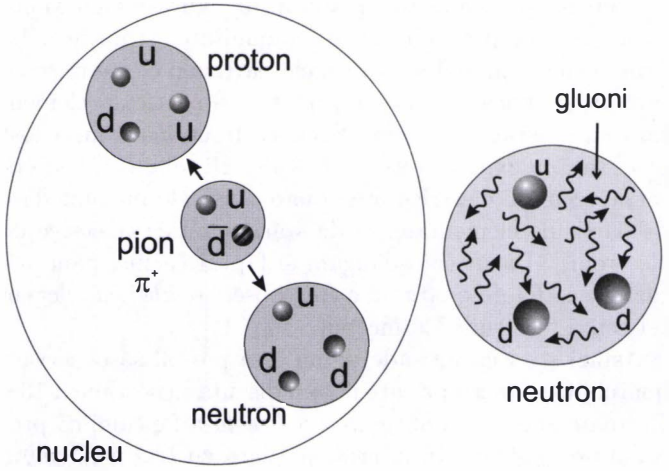

Figura 15.17: *În stânga este prezentată atracția nucleară dintre un proton și un neutron din interiorul unui nucleu, care este intermediată de un pion π^+ (pionul este un mezon). Protonul și neutronul sunt compuși din trei quarci de două arome (duu și ddu). Pe de altă parte, și pionul π^+ este o particulă compusă, formată dintr-un quarc u și un antiquarc $\overline{d}$ (desenat hașurat). În dreapta este mărit interiorul neutronului. Forța care ține cei trei quarci u,d,d împreună se numește forța de culoare și ea este intermediată de niște particule echivalente fotonului (bosoni), numite gluoni. Energia gluonilor contribuie semnificativ la masa de repaus a neutronului.*

Structura hadronilor

1. **Barionii (cum ar fi neutronul sau protonul) sunt formați din exact trei quarci, fără nici un fel de antiquarc**
2. **Antibarionii (antiprotonul, antineutronul etc.) sunt formați din trei antiquarci**
3. **Mezonii sunt formați dintr-un quarc și un antiquarc.**

Un lucru izbitor în noua propunere a lui Gell-Mann este sarcina electrică *fracționară* a quarcilor. Deoarece un proton este format din trei quarci, nu este o surpriză că sarcina unui singur quarc ajunge să fie să fie egală cu o treime din sarcina electronului sau cu două treimi din această valoare. De ce este așa rămâne pentru moment un mare mister al naturii, deși sarcini electrice fracționare s-au pus în evidență în fizica stării solide, în cazul efectului Hall cuantic. Aici este vorba de stări colective de electroni, și nu de particule elementare, ca în cazul quarcilor. Nu poate fi o coincidență faptul că electronul are o sarcină electrică de trei ori mai mare decât a unora dintre quarci (deci că sarcina electronului și protonului au aceeași valoare absolută).

Dacă verificăm masele de repaus ale particulelor compuse din quarci, avem o altă surpriză. Astfel, masele de repaus ale unor particule sunt cu mult mai mari decât suma maselor quarcilor componenți. De exemplu, un proton are o masă de repaus de aproximativ 938 MeV, pe când suma maselor quarcilor săi componenți (doi quarci u și un quarc d) este cu mult mai mică, de aproape 12 MeV! Cum se poate?

O parte a explicației este faptul că acești quarci sunt în mișcare *relativistă* în proton. Deoarece ei au o viteză apropiată de viteza luminii, masa lor este devine mult mai mare decât masa de repaus. Aceasta pentru că masa m a unei particule crește foarte rapid când viteza v a acesteia se apropie de viteza luminii, conform relației $m = m_0/\sqrt{1 - v^2/c^2}$, unde c este viteza luminii, iar m_0 este masa de repaus (vezi secțiunea 63). Atunci masa relativistă a quarcilor în mișcare din interiorul protonilor poate atinge valori mult mai mari decât masele lor de repaus. Desigur, este surprinzător că acești quarci se deplasează cu viteze apropiate de viteza luminii în protoni, pe distanțe atât de scurte (de ordinul a 10^{-15}m) fără să evadeze din ei.

O a doua parte a explicației ia în calcul contribuția norului de particule virtuale din interiorul protonului, așa cum a fost menționat în secțiunea 154 (vezi, de exemplu, figura 15.7). Anticipând puțin, putem spune că cea mai mare parte a masei protonului este stocată de purtătorii interacțiunii dintre quarci (particule numite gluoni), lucru pe care l-am reprezentat și noi în dreapta figurii 15.17. Această schiță este mult simplificată, protonul fiind constituit într-o supă ce conține și alți quarci virtuali care se transformă unii în alții și care vor apărea pentru un scurt interval de timp.

Trebuie spus că acești quarci ai lui Murray Gell-Mann nu au fost acceptați imediat de comunitatea științifică. La urma urmei, quarcii ar fi primele particule elementare cu sarcina electrică *fracționară*, ori nici o particulă elementară cu o astfel de sarcină electrică fracționară nu a fost observată în experimente (în fizica stării solide au fost observate sarcini electrice fracționare, însă ele nu sunt date de particule elementare, ci de stări cuantice colective de electroni). Dacă mai adăugăm și faptul că nici până astăzi un astfel de quarc nu a fost observat *liber*, înțelegem reticența fizicienilor la început.

Astăzi știm că într-adevăr nu este posibil să observăm quarci liberi, lucru pe care îl vom discuta în secțiunea 168. Cu toate acestea, confirmarea *indirectă* a faptului că protonul are o structură internă asociată cu trei particule a venit mai târziu, din experimente de împrăștiere pe diverse nuclee de atomi. Așa cum am menționat, astăzi știm că există *șase* arome de quarci, nu numai trei, însă esența propunerii lui Murray Gell-Mann rămâne aceeași.

159. Sistematizarea particulelor elementare

În primele secțiuni ale acestui capitol am văzut că fizicienii experimentatori au descoperit o adevărată „junglă" de noi particule, numită câteodată și „grădina zoologică a particulelor". Cu toate acestea, prin eforturile teoreticienilor (mai ales ale lui Murray Gell-Mann) cercetătorii au reușit identificarea *particulelor elementare*, cele din care sunt alcătuite toate aceste particule compuse.

În această secțiune vom sistematiza și noi particulele elementare, urmând ca în secțiunile următoare să purcedem la înțelegerea interacțiilor dintre ele, interacțiuni care reprezintă în fond forțele fundamentale ale universului. Astfel, particulele elementare se organizează în două categorii:

Statistica particulelor:

- *fermioni*: particule elementare care reprezintă un fel de cărămizi ale universului, precum electronul sau quarcul
- *bosoni*: particule elementare care mediază interacțiunile dintre fermioni, precum fotonul.

Denumirea de mai sus face referire la *principiul lui Pauli*, cel care spune că doi bosoni de același tip pot ocupa aceeași stare cuantică, pe când doi fermioni nu. Într-o imagine simplificată, vom spune că fermionii sunt un fel de cărămizi ale universului, iar bosonii sunt particulele care mijlocesc interacțiunea dintre fermioni.

La rândul lor, *fermionii* (cărămizile de bază ale universului) sunt organizați în două familii: *quarcii* și *leptonii* (vezi tabelul 15.18). Desigur, acestora li se atașează antiparticulele corespunzătoare (ca pozitronul sau antiquarcii), pe care nu le mai enumerăm. Avem *șase* arome de quarci la ora actuală și *șase* leptoni:

Fermioni elementari:

- *quarci*: u up, d down, s strange, c charm, t top și b bottom, după denumirile în limba engleză.
- *leptoni*: electronul e^-, miuonul μ^-, tauonul τ^-, neutrinul electronic ν_e, neutrinul miuonic ν_μ și neutrinul tauonic ν_τ

Pe de altă parte, interacțiunea dintre fermioni este mediată întotdeauna de *bosoni*. Fotonul, de exemplu, este un boson care mediază interacțiunea electromagnetică dintre particulele cu sarcină electrică (inclusiv quarcii). Și *pionul* π este un boson, pentru că el mediază interacțiunea nucleară dintre protoni (vezi figura 15.17). Pionul iese însă acum din scenă, fiind o particulă compusă dintr-un quarc și un antiquarc (un mezon deci). De aceea trebuie acum să enumerăm noii bosoni care mediază interacțiunile fundamentale dintre fermionii elementari (quarci sau leptoni):

Bosoni elementari:

- *fotoni*: ei mediază *interacțiunea electromagnetică* dintre quarcii sau leptonii încărcați cu sarcină electrică.
- *gluoni*: denumirea vine de la cuvântul „glue" care în limba engleză înseamnă *lipici*. Astfel, gluonii „lipesc" quarcii unii de alții în barioni (de exemplu, protoni sau neutroni) sau în mezoni. Așa cum vom vedea mai târziu, ei mediază interacțiunea dintre quarci, numită interacțiune de culoare.
- *bosonii W și Z*: aceștia mediază interacțiunea nucleară slabă dintre quarci și leptoni.

După cum vedem, interacțiunea nucleară tare dintre protoni a dispărut din listă, pentru că ea nu mai este o interacțiune fundamentală a naturii (în esență, pentru că mezonii introduși de Yukawa sunt particule compuse). Locul ei a fost luat în schimb de *interacțiunea de culoare* dintre quarci, despre care vom vorbi pe larg în capitolul următor. Această interacțiune este descrisă de teoria numită *cromodinamică cuantică*. A rămas însă *interacțiunea nucleară slabă* ca una dintre interacțiunile fundamentale ale naturii.

În plus, ca să completăm tabelul tuturor particulelor elementare (despre care la ora actuală nu se știe dacă sunt compuse), trebuie să mai adăugăm *particula Higgs*, recent confirmată experimental. Despre ea vom discuta mai pe larg în capitolul 17.

Dacă privim tabelul 15.18 observăm că fermionii sunt organizați pe *„generații"*. Un exemplu este cel al *leptonilor*. Prima generație este formată din electron și neutrinul

FERMIONI						
Generația	Leptoni spin=1/2			Quarci spin=1/2		
	Nume	*Masa GeV/c²*	Q	Aroma	Masa GeV/c²	Q
I	**e** electron	0.00051	-1	**d** down	0.004	-1/3
	ν_e neutrin electronic	$<10^{-8}$	0	**u** up	0.003	2/3
II	μ miuon	0.106	-1	**s** strange	0.1	-1/3
	ν_μ neutrin miuonic	$<10^{-8}$	0	**c** charm	1.3	2/3
III	τ tauon	1.7771	-1	**b** bottom	4.2	-1/3
	ν_τ neutrin tauonic	$<10^{-8}$	0	**t** top	171	2/3

BOSONI			
Nume	Masa GeV/c²	Q	Forța fundamentală
γ foton	0	0	forța electromagnetică
bosoni W^- si W^+	80.4	-1,1	forța nucleară slabă
boson Z	91.2	0	
g gluon	0	0	forța de culoare
bosonul Higgs	125	0	câmp clasic nenul

Figura 15.18: *Un tabel ce sistematizează toate particulele elementare cunoscute. În cazul fermionilor, sunt trei generații de câte două particule, scoase în evidență de nuanțe diferite ale liniilor tabelului. Sarcina electrică a particulelor a fost notată cu Q. Numele quarcilor este prezentat în limba engleză. Masele neutrinilor sunt limitate de modele cosmologice.*

electronic. A doua generație este formată din miuon și neutrinul miuonic, iar a treia generație din tauon și neutrinul tauonic. Astfel, miuonul și tauonul au *aceleași* numere cuantice ca electronul, doar că masa lor este mult mai mare decât cea a electronului. Nu este surprinzător atunci că miuonul se dezintegrează într-un electron.

Ordonarea sugerează că particulele din diversele generații sunt stări excitate ale unor alte particule și mai simple, însă acest lucru nu e clar astăzi și rămâne un subiect de cercetare. Vom prezenta o posibilă soluție în capitolele 19 și 20, atunci când vom discuta despre teoria corzilor relativiste.

Aceeași organizare pe *generații* se regăsește și la quarci. Față de propunerea lui Murray Gell-Mann, care conținea trei quarci, astăzi au mai fost descoperiți încă trei, quarcii c, b și t. Cei șase quarci sunt organizați tot în *trei* generații, ca și leptonii. Quarcii u și d, care aveau mase apropiate în modelul lui Murray Gell-Mann, formează prima generație, quarcii c și s a doua generație, iar t și b a treia generație (vezi tabelul 15.18).

Astăzi, acești șase leptoni și șase quarci (organizați fiecare pe trei generații) sunt „cărămizile" universului, așa cum ne sunt cunoscute nouă. Toate aceste 12 particule elementare sunt *fermioni* de spin 1/2 și ei formează (prin combinații împreună cu antiparticulele lor) toate particulele observate experimental (mezoni, barioni, leptoni etc.).

Este desigur remarcabil că particulele elementare se organizează pe generații, în funcție de masele și sarcinile lor electrice. De ce? Nu știe încă nimeni... Este și mai remarcabil că unele proprietăți apar corelate la toate particulele: de exemplu, sarcina electrică a quarcului este precis o treime din cea a electronului. De ce? Iarăși nu știe nimeni. Corelație dintre proprietăți este un *indiciu* pentru o viitoare teorie mai cuprinzătoare.

În capitolele următoare ne vom concentra pe descrierea teoretică a particulelor elementare. Rămâne să vedem care este natura exactă a *interacțiunilor* și să urmărim de asemenea cum au fost introduse particulele care poartă interacțiunile: *gluonii* pentru interacțiunile de culoare și bosonii W și Z pentru interacțiunile nucleare slabe. La sfârșit vom introduce și *bosonul Higgs*. Vom începe cu quarcii și vom prezenta în capitolul următor teoria cuantică de câmp care explică interacțiunea lor: *cromodinamica cuantică*. Până atunci însă, ne abatem puțin de la drum, pentru a discuta în secțiunea următoare despre principiul de incertitudine energie-timp și semnificația lui.

160. Principiul de incertitudine energie-timp și importanța proceselor virtuale

Am văzut în secțiunea 155 că interacțiunile nucleare tari dintre protoni sau neutroni au loc prin intermediul unor rude ale fotonului, numite *mezoni*. Ei au, spre deosebire de foton, o masă de repaus *nenulă*. Masa conduce la o rază *finită* de acțiune a interacțiunii nucleare tari, de aproape 10^{-15}m (dimensiunea unui nucleu), dată de lungimea de undă Compton a mezonilor $\Lambda = h/(mc)$, unde m este masa de repaus a acestora.

Așa cum am văzut în secțiunile următoare, atât mezonii, cât și neutronii sau protonii sunt particule compuse din aceleași cărămizi: *quarcii*. În această ultimă secțiune a capitolului vom uita însă de quarci și ne vom întoarce la mezoni, pentru a investiga mai în detaliu un principiu fundamental al mecanicii cuantice, cel de incertitudine dintre energie și timp. Prin acest principiu vom redescoperi *bazele* mecanicii cuantice și vom discuta unele dintre aspectele sale cele mai profunde.

Astfel, ceea ce deosebește în esență mecanica clasică de cea cuantică este faptul că în prima procesele sunt *previzibile* (se pot calcula, prezice și apoi testa), pe când în mecanica cuantică orice se poate întâmpla, oricând. În mecanica cuantică, eu mă pot găsi acum la computer și peste o secundă pot fi găsit în camera de alături, așa, fără să fi făcut nimic. Probabilitatea ca eu să ajung dincolo de

zid este însă atât de *mică*, încât fenomenul nu va fi observat nici de mine nici de o altă persoană în decursul vieții sale.

Metoda lui Feynman, pe care am discutat-o în capitolul 13, mai dă la o parte din voalul de mister ce ascunde acest rezultat remarcabil și ne ajută să calculăm probabilitățile de tranziție a unui sistem de la o situație oarecare la alta. Metoda ne cere să ne imaginăm toate traiectoriile imaginabile (dar clasice) prin care eu aș putea ajunge dincolo de zid, chiar și acelea prin care atomii mei ar străpunge atomii zidului. Fiecare traiectorie primește aceeași amplitudine (deci are aceeași pondere), doar că *faza* depinde de drumul ales. Așa cum am văzut în capitolul precedent, amplitudinile de probabilitate ale tuturor acestor procese virtuale se adună ca niște unde, ținând cont de fază. În final, eu nu voi fi găsit probabil dincolo de zid, pentru că amplitudinile de probabilitate se anulează una pe alta, conducând la un rezultat aproape nul (dar nu neapărat identic nul).

După cum vedem, toate procesele virtuale contribuie la amplitudinea finală, deci toate au loc simultan. Pentru că sunt multe procese, calculul este complex și pune următoarea întrebare: dacă nu vrem să facem toate aceste calcule, sau dacă nu știm precis formulele, putem folosi oare o selecție pentru acele procese virtuale care au o pondere mare?

Răspunsul este afirmativ, cel puțin în cazul în care ordonăm procesele virtuale după mărimea *fluctuațiilor de energie* pe care le implică. În cazul clasic, ar trebui să considerăm numai acele procese care conservă energia totală. În cazul cuantic (metoda lui Feynman în reprezentarea poziției), trebuie să luăm în considerare toate procesele, chiar și pe cele în care energia nu se conservă (vezi de exemplu figura 12.24 și figura 13.2). Argumentul căutat ne spune că, pe măsură ce fluctuațiile de energie sunt mai *mari* (deci cu cât ne abatem mai mult de la comportarea clasică), ele trebuie luate în considerare doar dacă au loc într-un *timp mai scurt.*

Argumentul precedent este de fapt o consecință a *principiului de incertitudine* al lui Heisenberg aplicat energiei. Acesta pornește de la observația următoare: Dacă măsurăm un sistem cuantic oarecare, cât de precis îi putem determina energia?

Așa cum știm, în mecanica cuantică, energia E este în esență proporțională cu frecvența f de oscilație a *undei de probabilitate* asociată sistemului, după relația lui Planck $E = hf$. Am întâlnit această relație atât la undele de probabiliate rezonante ale particulelor (secțiunea 103), cât și la definiția particulelor ca pachete discrete de energie (secțiunea 130). Întrebarea se reduce atunci la cât de exact putem măsura frecvența f a undei de probabilitate a unui sistem.

Acum însă, inginerii știu că, pentru a măsura cât mai precis frecvența, trebuie să așteptăm un *timp cât mai lung.* De exemplu, dacă vrem să măsurăm frecvența unei corzi de chitară cu o rezoluție mai bună de un hertz (1 hertz este frecvența unei oscilații cu o perioadă de o secundă), atunci trebuie să lăsăm deschis tunerul ce înregistrează sunetul *cel puțin* o secundă. Dacă am aștepta mai puțin de o secundă, nu am înregistra întreaga oscilație care ar avea un hertz.

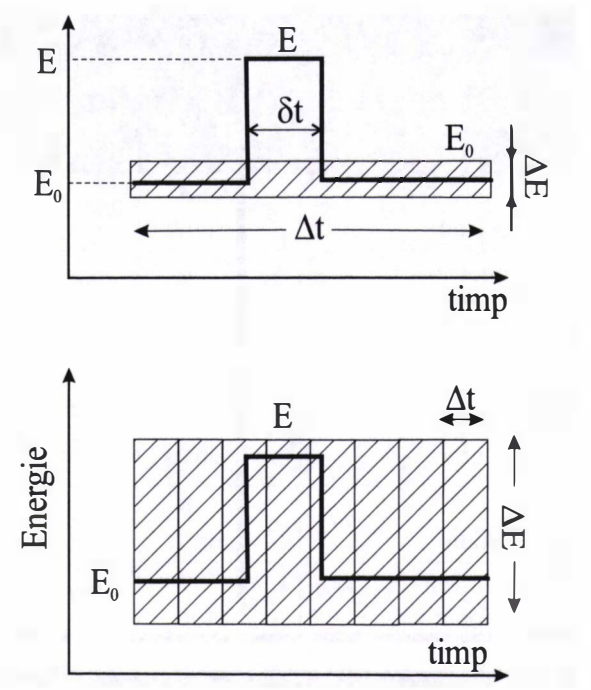

Figura 15.19: *În ambele figuri este schițată cu linie groasă evoluția energiei unui sistem. Energia este cea mai mare parte a timpului E_0 și doar pentru un moment scurt de timp δt devine E. În figura de sus este prezentată o primă strategie de măsură cuantică a evoluției. Aici măsurăm un timp îndelungat Δt, pentru a obține o rezoluție bună a energiei $\Delta E \approx h/\Delta t$. Din păcate, vom obține pentru tot intervalul doar un singur număr și anume energia medie. Deși energia medie o măsurăm cu precizie, nu „vedem" evoluția scurtă a sistemului pe nivelul de energie E. În figura de jos alegem o altă strategie. Aici măsurăm pe momente scurte de timp Δt pentru a „prinde" sistemul în starea de energie E. Din păcate, pentru că măsurătoarea este de scurtă durată, rezoluția în energie $\Delta E \approx h/\Delta t$ va fi proastă, încât iarăși nu vom sesiza că sistemul a trecut în starea de energie E. În practică, atâta timp cât fluctuația sistemului în starea de energie E durează un timp δt mai mic decât $h/(E - E_0)$, nu vom putea observa această fluctuație cu sistemul nostru de măsură.*

Dacă vrem să măsurăm frecvența corzii de chitară cu o rezoluție de 0,1Hz (rezoluție mai bună), atunci trebuie să putem detecta și oscilațiile din sunet care au frecvență de 0,1Hz. Perioada acestora este însă 10 secunde. Cum trebuie să măsurăm toată perioada de 10 secunde pentru a a evalua corect amplitudinea oscilației, înseamnă că măsurătoarea trebuie să dureze cel puțin 10 secunde.

De aceea, pentru a măsura frecvența cu o rezoluție de 0,1Hz (rezoluție mai bună) trebuie să așteptăm cel puțin 10 secunde, iar pentru a măsura frecvența și mai bine, cu o rezoluție de 0,01Hz trebuie să așteptăm 100 de secunde. Practic, trebuie să așteptăm un timp care este mai mare decât perioada de oscilație dată de *rezoluția* care ne interesează. Vom scrie atunci această relație simplă între rezoluția cu care putem măsura frecvența corzii Δf și timpul Δt în care facem măsurătoarea:

$$\Delta f \approx \frac{1}{\Delta t}$$

Revenind la sistemul nostru cuantic, aceasta înseamnă că dacă îl măsurăm un timp Δt, nu putem afla frecvența undei sale de probabilitate cu o rezoluție mai bună de Δf. Acuma însă, frecvența undei de probabilitate este dată de *energia* sistemului cuantic, prin relația $E = hf$. Aceasta înseamnă că, dacă măsurăm un sistem cuantic pentru un timp Δt, nu putem afla energia sa cu o precizie ΔE mai bună de

$$\Delta E = h\Delta f \sim \frac{h}{\Delta t}$$

Eroarea în valoarea măsurată a energiei va fi întotdeauna mai mare decât valoarea de mai sus, atunci când măsurăm în timpul Δt. Observația are o consecință interesantă: nu putem afla *cu certitudine* starea energetică a sistemului. Pentru aceasta avem nevoie de o incertitudine nulă $\Delta E = 0$ și deci ar trebui să așteptăm un timp infinit $\Delta t = \infty$. De aceea, rezultatul de mai sus poartă numele de *principiul de incertitudine* exprimat în energie și timp.

De exemplu, să considerăm două evoluții de stări ale sistemului: una în care el are mereu energia E_0 și una în care el are aproape mereu energia E_0, dar unde sistemul are și o energie E pentru un timp δt care este mai scurt decât aproximativ $\delta t \leq h/(E - E_0)$ (vezi figura 15.19). Întrebarea este, putem diferenția între cele două situații?

Răspunsul este, surprinzător, negativ! Căci, pentru început, am putea încerca să alegem să măsurăm energia pe *tot* acest interval, însă în acest caz am obține o valoare *medie* a energiei, și nu vom deosebi între cele două situații, care au aceeași energie medie (în limita erorii de măsură).

Pe de altă parte, am putea alege să măsurăm energia la intervale *foarte scurte* de timp, să zicem $\Delta t \approx h/(E - E_0)$, pentru a „prinde" sistemul în starea de energie E care durează un timp δt și a face diferența între cele două situații. Acum însă, ghinion, deoarece timpul de măsură este scurt, scade precizia în măsurarea energiei (pentru că nu putem măsura precis frecvența undei de probabilitate). De fapt, dacă alegem intervalul de măsură $\Delta t \approx \delta t \approx h/(E - E_0)$, eroarea de măsură a energiei este chiar de $(E - E_0)$, și deci nu vom „detecta" cu certitudine sistemul în starea E (vezi figura 15.19). În final, trebuie să cedăm și să recunoaștem că nu putem face distincția experimentală dintre cele două stări cuantice ale sistemului.

Dacă este așa, înseamnă că sistemul cuantic poate trece din starea energetică E_0 în starea energetică E pentru momente de timp mai scurte decât $\Delta t \leq h/(E - E_0)$, *fără ca noi să ne dăm seama*! De ce este acest lucru special? Pentru că în mecanica cuantică pare să fie o regulă similară celei a lui Murphy, care se scrie așa: „Orice poate avea loc fără să fie observabil, chiar dacă încalcă legile fizicii clasice, are loc!" Pentru noi, aceasta înseamnă că sistemul *va trece*, cu o anumită probabilitate nenulă, din starea energetică E_0 în starea energetică E pentru un timp scurt.

Argumentul de mai sus are o analogie frumoasă cu cazul unui casier care ia bani din seif seara pentru a juca noaptea la cazino. După ce casierul câștigă, el reintroduce partea de bani împrumutată înapoi în seif, și nimeni nu observă

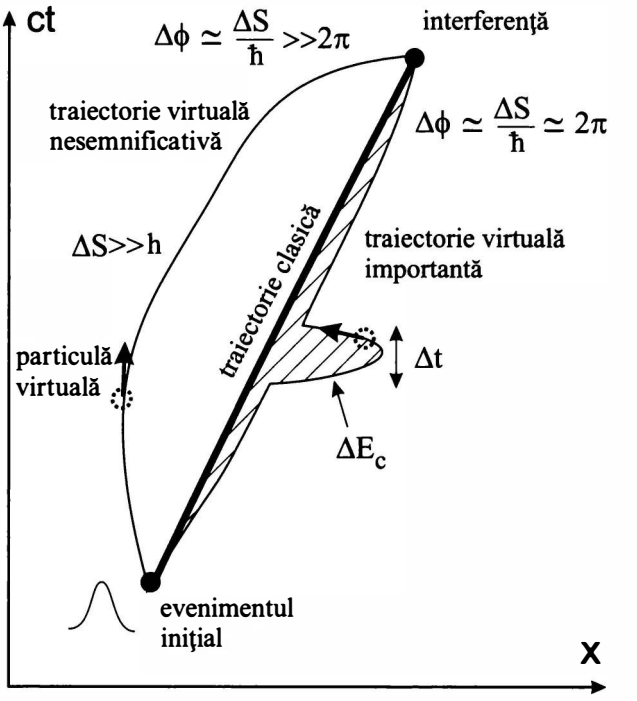

Figura 15.20: *În figură sunt reprezentate în spațiu-timp, cu linie subțire, două traiectorii virtuale ale unei particule aflate în vid, pe lângă traiectoria clasică (linie îngroșată, vezi și figura 13.3). Fiecare traiectorie primește o acțiune clasică S și o undă pilot cu o fază $\phi = S/\hbar$, unde $\hbar = h/(2\pi)$. Traiectoria virtuală din dreapta contribuie semnificativ la amplitudinea de tranziție dintre evenimentul final și cel inițial, pentru că ea este apropiată de cea clasică, iar variația în fază (a undei pilot atașate) față de traiectoria clasică este de ordinul $\Delta\phi \leq 2\pi$. Traiectoria virtuală din stânga nu contribuie semnificativ la rezultatul final, pentră că variația de fază față de traiectoria clasică este mult mai mare $\Delta\phi \gg 2\pi$. Pentru toate traiectoriile virtuale îndepărtate de cea clasică fazele undelor pilot se vor aduna incoerent la rezultatul final.*

vreo „scurgere" de bani. Pentru că verificările seifului se fac numai seara și dimineața, infractorul nu va fi prins, deoarece cantitatea de bani este aceeași, deși ea „fluctuează" în timpul nopții. Putem numi această fluctuație „virtuală".

În același fel, recunoaștem în tranziția neobservată a sistemului din starea energetică E_0 în starea energetică E o evoluție virtuală în cadrul metodei lui Feynman. Argumentul la care făceam referire la începutul secțiunii ne ajută să selectăm procesele *virtuale* care au o contribuție importantă la rezultatul final. Ele sunt procesele pentru care *fluctuațiile* în energia totală ΔE au loc pentru un timp Δt mai scurt decât $h/\Delta E$, dat de principiul de incertitudine energie-timp.

Astfel, în metoda lui Feynman trebuie să considerăm toate procesele virtuale care pot fi imaginate între o stare inițială și alta finală, apoi trebuie să presupunem că toate au loc în același timp și în final trebuie să adunăm amplitudinile de probabilitate ale tuturor proceselor pentru a calcula probabilitatea tranziției din starea inițială în cea finală.

Dacă însă nu avem timp să calculăm toate procesele, oare ne putem face o idee despre procesele virtuale care

joacă un rol mai important decât restul? În secțiunea 137 am văzut că faza amplitudinii de probabilitate asociată unui proces virtual $\Delta\phi$ este dată de acțiunea clasică S dacă sistemul ar urma acel proces virtual $\Delta\phi = S/\hbar$, unde $\hbar = h/(2\pi)$. Pentru că acțiunea are un minim în jurul evoluției clasice (principiul acțiunii minime), această fază nu variază mult pentru procesele virtuale apropiate de cel clasic (vezi figura 13.3).

Procesele virtuale care au o acțiune ce deviază doar puțin față de cea corespunzătoare evoluției clasice $\Delta S \leq h$ vor contribui *semnificativ* la rezultatul final, pentru că $\Delta\phi = \Delta S/\hbar \leq 2\pi$. Pentru restul, diferența acțiunii față de cea a evoluției clasice este mare $\Delta S \gg h$, și ca atare fazele acestor procese variază rapid una față de alta $\Delta\phi = \Delta S/\hbar \gg 2\pi$ (interferență disctructivă). Aceste procese contribuie *nesemnificativ* la rezultatul final. Vedem cum, în metoda lui Feynman, procesele virtuale importante sunt cele pentru care acțiunea nu diferă prea mult de cea clasică, cu o diferență de ordinul $\Delta S \leq h$.

Situația este exemplificată în figura 15.20, unde am reprezentat mișcarea unei particule în vid, în lipsa unor câmpuri potențiale. Evoluția din dreapta figurii este o evoluție virtuală pentru care $\Delta S \leq h$. Așa cum am discutat în secțiunea 125, acțiunea pe evoluția virtuală este suma lagrangeanului (diferența dintre energia cinetică E_c și cea potențială). Cum în cazul ales nu avem energie potențială (particula este în vid), atunci acțiunea S este suma energiei cinetice (mai precis, integrala în timp). Presupunând, pentru simplitate, că deviația energiei cinetice ΔE_c este aproximativ constantă, atunci deviația acțiunii față de cea clasică devine $\Delta S \approx \Delta E_c \Delta t$ și obținem $\Delta t \approx \Delta S/\Delta E_c$.

Evoluția virtuală a fost aleasă însă în așa fel încât $\Delta S \leq h$, pentru ca faza să nu varieze cu mai mult de o perioadă ($\Delta\phi = \Delta S/\hbar < 2\pi$) față de cea a traiectoriei clasice, și deci ea contribuie semnificativ la probabilitatea finală. Avem $\Delta t \approx \Delta S/\Delta E_c < h/\Delta E$. Rezultatul ne confirmă faptul că procesele virtuale importante sunt cele pentru care energia sistemului (care nu mai este o constantă în procese) variază cu o valoare ΔE, dar numai pentru un timp mic $\Delta t < h/\Delta E$.

Recunoaștem în procedeul de mai sus (și, mai general, în principiul de incertitudine energie-timp) o metodă de *selecție* a proceselor virtuale care contribuie semnificativ la rezultatul final. Astfel, ele sunt procesele virtuale în care energia totală a sistemului (care nu este o constantă, ca în cazul clasic) va varia cu o valoare ΔE, dar numai pentru un timp scurt $\Delta t < h/\Delta E$.

Să încercăm să discutăm metoda de mai sus în cazul emisiei unui *foton* de către un *electron* aflat în repaus, electron pe care îl considerăm având energia E_0. Din discuția precedentă vedem că, pentru intervale de timp mai scurte decât Δt, sistemul poate avea energia diferită $E > E_0$. Diferența de energie $\Delta E = (E_0 - E) \sim h/\Delta t$ poate fi folosită de electron la emisia unui foton.

Acum însă, sistemul format de electron și foton nu va avea energia E decât pentru un interval scurt de timp Δt, după care trebuie să aibă la loc energia E_0. Datorită acestui lucru, electronul trebuie să *reabsoarbă* fotonul virtual pe care l-a emis, după acest timp Δt. Să remarcăm că, după reabsorbție, sistemul va avea la loc energia inițială E_0, în așa fel încât starea finală să aibă aceeași energie (în exemplul casierului care fură din seif, a doua zi de dimineață cantitatea de bani este aceeași). Procesele acestea de emisie și reabsorbție de fotoni virtuali sunt procesele virtuale pe care le căutăm, cele care știm că vor fi importante.

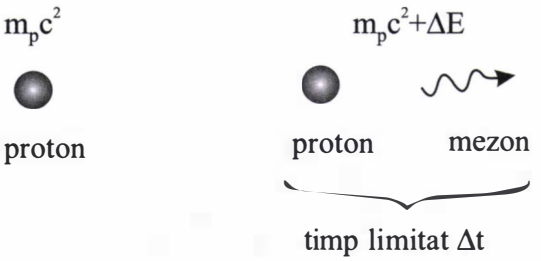

Figura 15.21: *În stânga este situația unui proton în repaus. În dreapta, pentru un timp limitat Δt, sistemul are energia $\Delta E \sim h/\Delta t$ datorită principiului de incertitudine energie-timp. Dacă această energie suplimentară este mai mare decât energia de repaus mc^2 a unui mezon virtual (unde m este masa mezonului), atunci protonul va crea pentru scurt timp acest mezon. Mezonul virtual nu există pentru un timp mai lung de Δt.*

Pe de altă parte, știm că fotonul are masa de repaus nulă, ceea ce înseamnă că electronul poate crea un foton virtual cu energie oricât de mică. Mai mult, dacă creează un foton virtual de energie $\Delta E = (E - E_0) \to 0$ foarte mică, atunci acest foton virtual va exista un timp $\Delta t \approx h/\Delta E \to \infty$ foarte mare. La limită, vedem că electronul creează fotoni virtuali de energie aproape nulă care vor trăi aproape infinit. Discuția de mai sus deja scoate în evidență o proprietate importantă a *fotonilor virtuali*, și anume timpul lor *infinit* de viață. Rezultatul se regăsește în afirmațiile unor fizicieni care spun că un câmp electromagnetic acționează pe distanțe *oricât de mari*, pentru că fotonul virtual poate exista oricât de mult.

În secțiunea 155 am introdus mezonii. Ei joacă rolul fotonului (intermediază interacțiunea nucleară între protoni) cu o diferență majoră: au masa de repaus *nenulă* m, așa cum am arătat în secțiunea 155. Desigur, și în acest caz energia sistemului format de un proton și un mezon virtual poate varia într-un timp scurt, pentru că se aplică aceleași legi ale mecanicii cuantice. Acum însă, energia *minimă* de care are nevoie protonul ca să creeze un mezon virtual este $\Delta E = mc^2$, unde m este masa de repaus a mezonului (vezi figura 15.21).

Valoarea reprezintă și *fluctuația de energie* a sistemului format din proton și pion, fluctuație care are însă un timp *maxim* de existență, pentru a nu fi observată. În practică, aceasta înseamnă că mezonul virtual nu va exista un timp mai lung de $\Delta t \approx h/(\Delta E) = h/(mc^2)$, după care trebuie să fie reabsorbit. Timpul Δt este *timpul finit de viață* al pionului virtual.

Presupunând acum că mezonul se deplasează cu viteză apropiată de viteza luminii, să calculăm distanța maximă d pe care el o poate parcurge (*raza de acțiune a forței nucleare*), în funcție de masa sa de repaus m:

$$d = c\Delta t \approx c\frac{h}{mc^2} = \Lambda$$

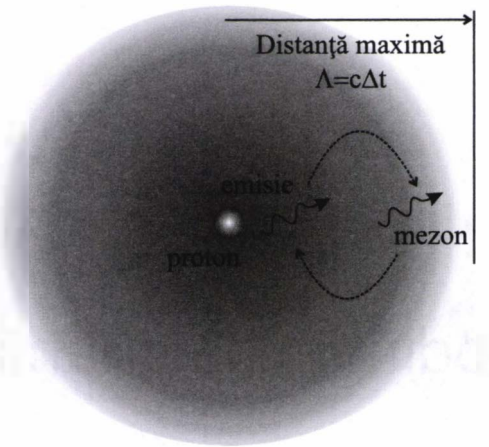

Figura 15.22: *Raza de acțiune finită a interacțiunii nucleare tari, explicată pe baza fluctuațiilor de energie ale protonului. Aici, pentru un timp scurt Δt protonul (aflat în centrul imaginii) are o energie suplimetară (nemăsurabilă experimental) pe care o vafolosi la crearea și emisia unui mezon de masă de repaus nenulă. Mezonul (reprezentat printr-o săgeată ondulată) poate fi găsit după un timp și în altă poziție. El are și o șansă să ajungă din nou în poziția unde a fost emis și să fie reabsorbit. Existența mezonului trebuie să aibă o durată mai mică de Δt pentru ca el să rămână neobservabil. În acest timp, mezonul va atinge o rază de maximum $c\Delta t$ (circulând cu viteza maximă a luminii), distață care se dovedește egală cu lungimea de undă Compton Λ a mezonului.*

După cum vedem, obținem *lungimea de undă Compton* a mezonului, ca și în secțiunea 155 (vezi figura 15.22).

Esența analizei este că *mezonul virtual* are o masă de repaus m finită, deci va exista numai un timp limitat. Timpul scurt de viață îi permite să se deplaseze pe distanțe nu mai mari de 10^{-15}m, chiar dacă ar merge cu viteza luminii.

El asigură astfel o rază redusă de interacțiune între protoni. Pe de altă parte, pentru că *fotonul* virtual nu a avut o masă de repaus, el poate fi creat având orice energie, oricât de mică, din fluctuațiile de energie. Acești fotoni cu energii foarte mici pot exista mult mai mult timp (nu trebuie să fie reabsorbiți imediat), deci pot transmite interacțiunea electrică pe distanțe foarte mari.

Dacă un alt proton se află la un metru de un proton sursă, el va recepta fotonii virtuali de energie foarte mică emiși de protonul sursă, deci „simte" încă interacțiunea electrică. Pe de altă parte, la protonul aflat la un metru distanță de protonul sursă nu mai ajunge nici unul dintre mezonii virtuali emiși de el, pentru că nici unul dintre ei nu a „evadat" dincolo de 10^{-15}m. Acum între cei doi protoni nu mai acționează forța nucleară (vezi figura 15.10).

În final, să remarcăm din nou că am schimbat puțin unghiul de vedere. Am spus, de exemplu, că mezonul virtual va exista numai pentru un timp finit, permis de principiul de incertitudine. Așa însă cum am menționat, acestea reprezintă doar procesele virtuale care joacă un rol important. Există și alte procese virtuale, în care mezonul virtual va exista un timp de un miliard de ori mai lung. Mai mult, aceste procese virtuale au loc simultan cu cel menționat la început. Atâta doar că procesele acestea din urmă nu au o contribuție semnificativă la rezultatul final. Numai procesele virtuale în care *fluctuațiile de energie* „se ascund" în spatele principiului de incertitudine joacă un rol important, deci numai cele pentru care energia se schimbă pentru un interval scurt de timp, în așa fel încât noi să nu putem observa.

Să ne aducem aminte de observația aceasta de câte ori auzim că o particulă virtuală are un timp limitat de viață, dat de principiul de incertitudine energie-timp. Particula virtuală are și un timp mai mare de viață în nenumăratele procesele virtuale care au loc în același timp, numai că aceste din urmă procese nu contribuie semnificativ la rezultatul final.

16 Cromodinamica cuantică

În capitolul precedent am intrat pe tărâmul fizicii particulelor elementare. Am enumerat „cărămizile" fundamentale din care e alcătuit universul nostru: leptonii (ca electronul sau neutrinul) și quarcii, toți aceștia fiind *fermioni*. Interacțiunea dintre fermioni este mediată de alte particule, numite *bosoni* (ca fotonul, de exemplu).

Așa cum am amintit, particulele elementare sunt o etapă intermediară, dar necesară, în aflarea ecuațiilor ultime ale universului. Ele sunt pachete de energie discretă ale câmpurilor din care provin. Măsurând particulele elementare, vom descifra aceste câmpuri, cele pe urma cărora suntem de fapt.

În acest capitol vom detalia caracteristicile *quarcilor*. Așa cum am menționat în secțiunea 159, interacțiunea dintre ei se numește *interacțiune de culoare* și e mediată de *gluoni*. Teoria quarcilor se numește *cromodinamica cuantică* (de la rădăcina „croma" $\chi\rho\omega\mu\alpha$, care înseamnă *culoare* în limba greacă). Povestea quarcilor e deosebită, deoarece interacțiunea dintre ei nu a fost descoperită pe cale experimentală încetul cu încetul, așa cum a fost descoperită, de exemplu, interacțiunea electromagnetică. Ea a fost scoasă la iveală de teoreticieni, cam la fel cum magicienii scot un iepure din pălărie.

Cheia teoreticienilor a fost un principiu descoperit în interacțiunea electronilor și extins apoi la quarci. El poartă numele de *principiul invarianței la transformările locale de etalonare* și pornește de la identificarea gradelor de libertate *interne* ale unui fermion (quarcul, în cazul nostru). Principiul ne spune că orice fermion care are un grad de libertate intern va avea și un câmp atașat acestui grad de libertate.

Câmpul va descrie unda de probabilitate a unor noi particule (bosoni) care mediază interacțiunea dintre acești fermioni. Toate caracteristicile noului câmp (deci ale bosonului ce mediază interacțiunea) rezultă din cele ale gradelor interne de libertate ale fermionului. Cu alte cuvinte, interacțiunea dintre fermioni se datorează gradelor de libertate interne ale fermionilor și se deduce din ele.

Concluzia de mai sus, precum și implicațiile în fizica particulelor elementare, a fost dezvoltată în principal de fizicienii Chen Ning Yang și Robert L. Mills. De aceea ea se și numește în literatura de specialitate mecanismul Yang-Mills.

Procedura pe care o avem de urmat în cromodinamica cuantică este următoarea: trebuie să determinăm mai întâi care sunt *gradele interne de libertate* ale quarcilor și, pe baza lor, să reconstruim *câmpul de interacțiune* dintre aceștia, numai pe baze teoretice, fără nici un fel de experiment! Același principiu îl vom folosi apoi la *interacțiunea nucleară slabă*, sau la orice interacțiune ce se va descoperi în viitor. Metoda este un caz ideal pentru teoreticieni, care ghicesc astfel legile naturii înainte ca cineva să facă experimente asupra lor.

Odată corect identificat și aplicat acest principiu pentru quarci, interacțiunea dintre ei iese la iveală în toată splendoarea și detaliile ei. Vom porni și noi la drum, redescoperind împreună *principiul invarianței la transformările locale de etalonare* în cazul electronilor. Sarcina nu este ușoară, însă efortul va fi răsplătit nu numai prin capacitatea de a aplica apoi același principiu quarcilor (reconstruind legile ce guvernează interacțiunile dintre ei), dar și de descoperirea unei noi înfățișări a universului în care ne aflăm.

161. Transformările de etalonare ale câmpului electromagnetic

În introducerea acestei capitol am menționat că cheia pentru a descrie interacțiunea dintre quarci se găsește într-un principiu ce poartă numele de *principiul invarianței la transformările de etalonare locale*. Să dăm la o parte din misterul ce se ascunde în spatele denumirii tehnice și să începem cu noțiunea de *etalonare*. Cuvântul *etalon* dezvăluie deja despre ce vrem să vorbim. Un etalon este, de exemplu, un metru, un stânjen, sau o secundă. Alegerea unui etalon înseamnă stabilirea exactă a unui sistem de măsură.

Există două tipuri de etaloane: *globale* și *locale*. O etalonare globală pentru măsurarea distanțelor este alegerea metrului în SI (Sistemul Internațional de Măsură), care este același, de la București la Londra. Există însă și etalonări *locale*. În România de exemplu, putem folosi vechiul *stânjen* pentru măsurarea terenului, în Germania *metrul*, iar în Anglia putem folosi *piciorul*, care este tot unitate de măsură a distanței (vezi figura 16.1). Toate trei pot fi considerate etalonări locale, dacă privim din punctul de vedere al unui călător de la București la Londra.

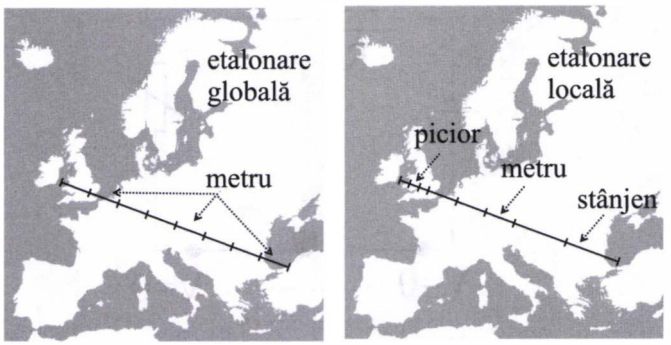

Figura 16.1: *În stânga este un exemplu de etalonare globală. Aici folosim același metru petru a măsura distanțele în Europa. În dreapta este un exemplu de etalonare locală. Aici englezii pot alege piciorul pentru a măsura distanțele, iar românii stânjenul.*

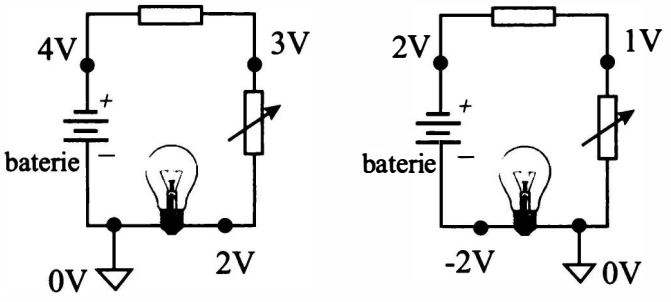

Figura 16.2: *Exemplu de etalonare globală pentru potențialul electric V al câmpului electromagnetic. În ambele figuri este același circuit în care intensitatea unui bec este reglată cu un potențiometru. În stânga alegem să împământăm circuitul în stânga becului. În acest caz potențialul din dreapta va deveni 2V iar cel din stânga (împământarea) nul. În dreapta alegem să împământăm circuitul în dreapta becului. Acum potențialul din stânga devine -2V. De remarcat că în ambele cazuri diferența de potențial dintre bornele becului sau oricare alte borne rămâne neschimbată, deci funcționarea circuitului este nealterată.*

Un alt exemplu de etalonare, mai puțin întâlnit, dar cunoscut electricienilor, este *alegerea împământării* în rețelele electrice. Aici putem alege *orice* punct al unui circuit electric pentru împământare, punct care va primi automat potențialul electric nul. Alegerea împământării nu afectează funcționarea circuitului electric. Aceasta pentru că în circuitele electrice contează numai diferența de potențial electric dintre două puncte (numită *tensiune electrică*), nu și potențialul electric al unui singur punct.

Cu potențialul electric ne-am întâlnit în secțiunea 128. Acolo am văzut că diferența de potențial este cea care dă tensiunea electrică, din care se deduce câmpul electric, deci forța asupra electronilor. Dacă avem un circuit electric cu baterii, complet separat de rețelele electrice, îl putem lega la Pământ în orice parte a lui, iar funcționarea lui va fi aceeași (vezi figura 16.2).

Mecanismul este ușor de înțeles. Legând la pământ un capăt anume, *toate* punctele din circuitul electric își vor redefini potențialele față de împământare. Potențialele tuturor punctelor din circuitul electric vor crește cu *aceeași* valoare, diferența dintre ele rămânând deci constantă. Chiar dacă legăm un punct al circuitului la un potențial electric de 1000 de Volți, funcționarea circuitului va rămâne nealterată: în acest caz toate punctele din circuit vor căpăta un potențial cu 1000 de Volți mai mare, iar diferența dintre potențiale, *tensiunea electrică*, va rămâne neschimbată, deci și funcționarea circuitului.

Un exemplu cunoscut este cel al păsării de pe firul unei rețele de tensiune. Pasărea nu se electrocutează, pentru că întreg potențialul său electric crește cu mii de volți, în tot corpul păsării, iar diferența de potențial rămâne aceeași, inclusiv între două puncte oarecare ale inimii. Inima păsării bate la fel ca înainte. Să remarcăm în plus că, chiar dacă potențialul electric al firului de înaltă tensiune variază *în timp*, inima păsării nu va fi afectată, pentru că variația în timp va afecta toate punctele simultan în același fel.

Alegerea punctului de împământare de pe schema electrică poate fi privită ca o alegere a unui *etalon global*, pentru întreg circuitul electric. Aceasta deoarece potențialele electrice ale tuturor punctelor de pe circuit vor crește cu *aceeași* valoare. Putem alege orice punct de pe schema electrică pentru împământare, ceea ce înseamnă că această valoare (aceeași pentru toate punctele) poate fi oricât de mare. Procesul prin care redefinim punctul de împământare reprezintă un proces de *transformare de etalonare globală*.

Ajunși aici, ne vom întreba: este posibil să redefinim potențialul electric în mai multe puncte din circuitul electric, cu valori arbitrare în fiecare punct, iar funcționarea circuitului electric să rămână neschimbată? Cu alte cuvinte, să alegem nu numai un singur potențial nul (ceea ce noi numeam o împământare), ci *mai multe*? În acest caz am avea de-a face cu o transformare de etalonare *locală*, pentru că potențialul electric ar fi redefinit în mai multe puncte, chiar în fiecare punct, dacă este nevoie. Se poate însă așa ceva, fără a perturba funcționarea circuitului electric?

Într-o primă instanță, răspunsul la întrebare este că nu se poate. Dacă două puncte alăturate de pe schemă vor avea acum același potențial nul, ne vom aștepta să le *scurtcircuităm* și să stricăm funcționarea circuitului. Or, mai rău, dacă alegem pentru un punct un potențial nul și pentru altul un potențial de o mie de Volți, s-ar putea de data aceasta să ardem circuitul de tot, datorită căderii de tensiune de o mie de Volți.

Totuși, dacă privim din alt unghi de vedere, vom veni cu un răspuns afirmativ. Astfel, în mod obișnuit, noi suntem obișnuiți să gândim folosind *numai* potențialul electric V atunci când discutăm despre circuitele electrice. Așa însă cum am arătat în secțiunea 128, există și un *potențial magnetic vector* $\mathbf{A}$.

Să ne reamintim din secțiunea 128 următorul lucru: câmpul electromagnetic este descris în mod obișnuit de doi vectori în fiecare punct din spațiu: *câmpul electric* $\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ și *câmpul magnetic* $\mathbf{B} = \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$. Pe de altă parte, același câmp electromagnetic poate fi descris în fiecare punct din spațiu și de alte două noțiuni, mai puțin cunoscute, pe care noi le-am numit *potențial electric* $V = V(\mathbf{r}, t)$ și *potențial magnetic vector* $\mathbf{A} = \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$. Așa cum am amintit, denumirea lor standard este de potențial

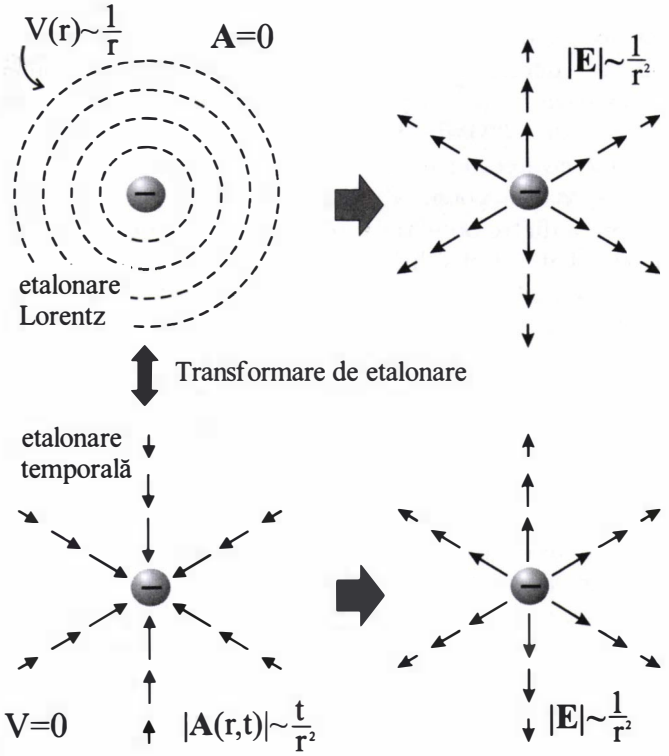

Figura 16.3: *În figură este exemplificată o transformare de etalonare locală în cazul câmpului electromagnetic al unei sarcini electrice statice. În stânga sus avem etalonarea Lorentz, cea mai cunoscută. Aici există doar un potențial electric V (desenat cu linie discontinuă) care scade invers proporțional cu distața. Alegerea conduce la câmpul electric $\mathbf{E}$ reprezentat în dreapta. În stânga jos este aceeași situație în etalonarea temporală. Aici potențialul electric V este nul peste tot, iar potențialul magnetic $\mathbf{A}$ variază cu timpul t, viteza de variație a lui fiind chiar câmpul electric $\mathbf{A}(t) = -t\mathbf{E}$. Datorită acestei alegeri, câmpul electric $\mathbf{E}$ va rămâne neschimbat (vezi relațiile prezentate în secțiunea 128), deși configurațiile potențialelor electrice și magnetice V și $\mathbf{A}$ sunt diferite. Trecerea de la o configurație la alta poartă numele de transformare de etalonare locală.*

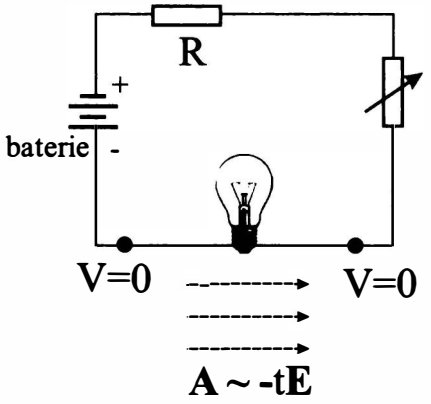

Figura 16.4: *Același circuit electric prezentat și în figura 16.2. Aici alegem o configurație a potențialelor electrodinamice într-o etalonare în care potențialul electric este nul $V = 0$. După cum se vede în figură, diferența de potențial electric între bornele becului pare nulă, deci pare că becul nu va lumina. Cu toate acestea, în etalonarea aleasă există și un potențial magnetic vector $\mathbf{A}$ nenul. Câmpul electric $\mathbf{E}$ este dat de variația în timp a acestui potențial vector, care a fost ales $\mathbf{A}(t) = -t\mathbf{E}$ (vezi relațiile prezentate în secțiunea 128). Datorită alegerii, câmpul electric va fi același cu cel din figura 16.2. Aceasta face ca electronii să simtă forța acestui câmp electric și să circule prin bec, generând lumină, la fel ca și mai înainte.*

electrodinamic scalar și potențial electrodinamic vector, însă noi preferăm denumirile precedente pentru a ne reaminti mai ușor rolul lor.

Potențialele electrodinamice V și $\mathbf{A}$ au însă o particularitate, pe care am menționat-o deja în secțiunea 128. Astfel, *acelorași* configurații de câmp electromagnetic $(\mathbf{E}, \mathbf{B})$ li se pot asocia *mai multe seturi* de potențiale electrice și magnetice $(V, \mathbf{A})$. O alegere a unui set poartă numele de *etalonare*. Avem, de exemplu, etalonarea Lorentz, care este relativistic invariantă, sau o etalonare în care potențialul electric V devine nul peste tot în spațiu (vezi figura 16.3).

Vedem astfel că se pot alege mai multe configurații de potențiale ale câmpului $(V, \mathbf{A})$, toate conducând la *aceleași* valori ale câmpurilor $(\mathbf{E}, \mathbf{B})$. Cu alte cuvinte, potențialele electrodinamice V și $\mathbf{A}$ nu par să fie bine definite, din moment ce există mai multe alegeri posibile ce conduc la același câmp electromagnetic $(\mathbf{E}, \mathbf{B})$. Acesta este și motivul pentru care potențialele electrodinamice au fost ignorate mult timp de fizicieni.

Să revenim acum la problema noastră și să vedem cum putem alege potențialele electrice de pe circuit, în fiecare punct, cum vrem noi. Soluția este următoarea: din multitudinea de combinații posibile de potențiale $(V, \mathbf{A})$ care dau toate de *același* câmp electromagnetic, o alegem pe aceea care se potrivește cu ce vrem noi! De exemplu, să zicem că vrem să avem un potențial nul în zece locuri diferite de pe placa circuitului. Atunci nu modificăm nimic la circuit, ci doar *realegem* potențialele $(V, \mathbf{A})$ în așa fel încât potențialul electric V să fie nul în acea etalonare (ea poartă numele de etalonarea temporală și este exemplificată în figura 16.3).

Lucrul acesta este posibil, așa cum am detaliat în secțiunea 128. Acolo am văzut nu numai că există mai multe configurații ale potențialelor electrodinamice pentru aceeași configurație de câmpuri electromagnetice, dar și că oricand vom găsi una cu un potențial electric V ales cum vrem noi (alegând o formă particulară a funcției η din secțiunea 128).

Poate că acesta nu este răspunsul la care vă așteptați, pentru că noi nu punem efectiv zece puncte ale circuitului la împământare (nu le scurtcircuităm), ci doar *redefinim* potențialele electrice și magnetice. Deși punctele alese de noi au acum potențial electric V nul, ele conduc la aceleași câmpuri electrice $\mathbf{E}$ și magnetice $\mathbf{B}$ ca mai înainte, neperturbând funcționarea circuitului. În acest fel, deși un potențial este la 0 Volți și altul la 1000 de Volți, electronii nu vor alerga dintr-o parte în alta, deoarece câmpul electric rămâne neschimbat. Aceasta, desigur, datorită

faptului că noua valoare a potențialului magnetic $\mathbf{A}$ *compensează* schimbarea de potențial electric V, iar câmpul electric este dat atât de potențialul electric V, cât și de variația în timp a potențialului magnetic $\mathbf{A}$ (vezi figura 16.4).

Povestea scoate în evidență diferența dintre o etalonare *globală* și una *locală*. Astfel, alegerea unei singure împământări pentru circuitul electric a reprezentat o etalonare *globală*, deoarece toate punctele de pe circuitul electric își redefineau potențialele electrice cu *aceeași* valoare. Am văzut însă că este posibil să redefinim potențialul electric V cu valori diferite în fiecare punct din spațiu, la alegerea noastră. O astfel de alegere reprezintă o etalonare *locală* a potențialului electric V.

Invarianța la transformarea de etalonare locală a fost posibilă deoarece am putut *compensa* alegerea potențialului electric V în fiecare punct din spațiu cu o altă alegere pentru potențialul magnetic $\mathbf{A}$, în așa fel încât valorile câmpurilor electrice $\mathbf{E}$ și magnetice $\mathbf{B}$ să rămână neafectate (vezi figura 16.3). Rezultatul scoate în evidență o regulă generală:

Transformarea de etalonare locală

1. O transformare de etalonare locală a unui câmp, în cazul nostru câmpul electric $V = V(\mathbf{r}, t)$, reprezintă a altă alegere a valorile sale în toate evenimentele din spațiu-timp.

2. Dacă putem alege la întâmplare valorile câmpului din toate evenimentele spațiului-timp, fără a afecta proprietățile fizice descrise de acel câmp, spunem că acel câmp este invariant la transformările locale de etalonare.

3. Acest lucru este posibil numai prin prezența unui câmp suplimentar, în cazul nostru potențialul magnetic vector $\mathbf{A} = \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$, care să compenseze alegerea făcută pentru etalonare.

Vom folosi „rețeta" de mai sus pentru a introduce noi câmpuri în univers.

162. Experimentul Aharonov-Bohm și potențialele electrodinamice

Am prezentat în secțiunea precedentă un exemplu de transformare de etalonare, cel al potențialului electric. Am menționat că, pentru ca evoluția unui sistem să fie invariantă la o transformare de etalonare *locală* (principiul pe care îl căutam) trebuie să introducem un câmp *suplimentar* care să compenseze alegerea etalonării (în cazul precedent el a fost potențialul magnetic vector).

În următoarele două secțiuni vom aplica acest principiu unei particule care are un *grad de libertate intern*. Vom exemplifica cu cazul electronului, unde principiul a și fost descoperit.

Astfel, am văzut în secțiunea 128 că există mai multe combinații de potențiale electrodinamice $V(\mathbf{r}, t)$ și $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ care descriu *aceleași* câmpuri electrice $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ și magnetice $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$. Alegerea unei singure configurații este privită ca un *proces de etalonare locală*, așa cum am discutat în secțiunea 161. Aceasta pentru că, din mulțimea de configurații, putem alege una care are potențialul electric $V(\mathbf{r}, t)$ *așa cum vrem noi*, în fiecare punct din spațiu și la orice moment de timp.

Matematic se arată (vezi căsuța matematică din secțiunea 128) că, într-adevăr, pentru orice alegere a potențialului electric $V(\mathbf{r}, t)$ vom găsi un câmp pentru potențialul magnetic vector $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ care conduce la aceleași câmpuri electrice și magnetice, prin intermediul unei funcții $\eta(\mathbf{r}, t)$ (dependența de spațiu și timp este implicită și nu o mai scriem mereu de acum încolo).

Această proprietate specială a câmpului electromagnetic clasic a rămas pentru mult timp un mister în electromagnetismul clasic, deoarece mișcarea sarcinilor electrice este determinată, în cazul clasic, complet de câmpurile electrice și magnetice $(\mathbf{E}, \mathbf{B})$. Din moment ce câmpurile electrice și magnetice descriu *unic* interacțiunea dintre sarcinile electrice și câmpul electromagnetic, ce rost are să ne mai legăm la cap dacă nu ne doare? De ce să folosim potențialele electrodinamice $(V, \mathbf{A})$ dacă ele nu sunt unice, dacă există *mai multe* astfel de configurații care conduc la aceleași câmpuri electrice și magnetice $(\mathbf{E}, \mathbf{B})$, deci la aceleași comportări *experimentale* în fizica clasică? Răspunsul este următorul: pentru că potențialele electrodinamice $(V, \mathbf{A})$ joacă un rol crucial în mecanica cuantică.

Să vedem și noi cum se comportă un electron, considerat fără spin, în câmp electromagnetic. Vom folosi pentru început metoda lui Feynman, introdusă în capitolul 13. Să ne reamintim că aici probabilitatea de tranziție a electronului de la un punct la altul se obține însumând amplitudinile de probabilitate ale tuturor traiectoriilor imaginabile între cele două puncte, fie ele reale sau virtuale. Pentru fiecare traiectorie imaginabilă amplitudinea de probabilitate se consideră aceeași, iar faza proporțională cu acțiunea clasică pe traiectorie (vezi, de exemplu, figura 13.3). Amplitudinea de probabilitate se obținea în primă instanță atașând o undă pilot *de Broglie* electronului. Undele acestea pe toate traiectoriile virtuale interferau constructiv sau distructiv, dându-ne astfel probabilitatea tranziției din evenimentul inițial în cel final.

În cazul în care electronul are o traiectorie virtuală care trece printr-un câmp electromagnetic, ne vom aștepta ca acțiunea clasică S pe acea traiectorie să fie diferită (la urma urmei, electronul clasic este deviat în câmp electromagnetic). În termenii undei pilot atașate traiectoriei virtuale, aceasta înseamnă că *faza* undei pilot se schimbă odată ce electronul trece prin câmp electromagnetic (vezi figura 16.5).

Deoarece câmpul electromagnetic modifică *fazele* undelor pilot pentru toate traiectoriile virtuale, atunci se modifică și interferența undelor pilot în punctul final. Ce era înainte în fază poate să se defazeze, și invers. Cum însă tocmai această interferență este cea care ne dă *probabilitatea* de a găsi electronul în poziția investigată, înseamnă că vom găsi electronul în *alte* poziții decât cele în care l-am fi găsit în absența câmpului electromagnetic. Rezultă o modificare a probabilităților, care ne dă iluzia că electronul este deviat clasic de câmpul electromagnetic. Concluzia

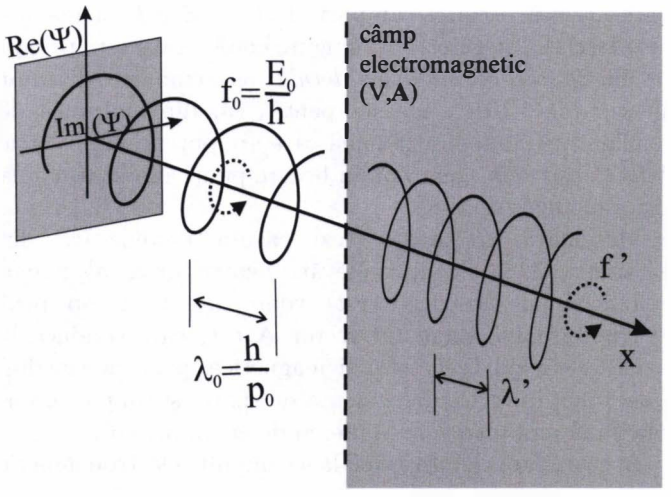

Figura 16.5: *Evoluția undei pilot a unui electron într-o zonă fără câmp electromagnetic (stânga) și într-una cu câmp electromagnetic (dreapta), în reprezentarea Feynman, unde fiecare traiectorie virtuală primește o astfel de undă pilot. Unda pilot este schițată cu linie continuă, într-un spațiu imaginar. Ea se reconstruiește din evoluția fazei. În stânga, evoluția fazei are o componentă temporală, dată de energia E_0 a electronului, și o componentă spațială, dată de impulsul său p_0. În câmp electromagnetic, componenta temporală mai primește un termen proporțional cu potențialul electric V, iar componenta spațială un termen proporțional cu potențialul magnetic A_x în direcția mișcării. Cum lungimea de undă este determinată de două maxime spațiale ale fazei, ea va fi modificată în dreapta, deoarece componenta spațială a fazei a primit un termen suplimentar. La fel va fi modificată și frecvența, ea fiind dată de timpul trecut între două maxime ale fazei într-un singur punct din spațiu, care acum e diferit, deoarece componenta temporală a fazei a primit și ea un termen suplimentar.*

principală este că *faza* undei pilot atașată electronului se schimbă în câmp electromagnetic.

Să încercăm să dăm mai multă consistență observațiilor de mai sus. Astfel, să considerăm unda pilot a unui electron de energie E_0 (vezi figura 9.18). În vid, unda oscilează cu o frecvență f_0 proporțională cu energia sa $f_0 = E_0/h$ (energia poate fi, de exemplu, energia relativistă $E_0 = mc^2$).

În câmpul electromagnetic însă, *energia* electronului primește o componentă ΔE proporțională cu potențialul electric V din punctul din spațiu unde se află electronul, adică $\Delta E = qV = -eV$, unde $q = -e$ este sarcina electrică negativă a electronului (vezi figura 16.5 și secțiunea 128). Atunci, într-un câmp electromagnetic, oscilația undei pilot va fi când mai rapidă, când mai înceată, cu o frecvență care depinde și de valoarea potențialului electric V în acel punct, pentru că ea contribuie la energie. Frecvența va deveni $f = (E_0 - eV)/h$.

Vedem că în variația fazei intră potențialul electric V. Lucrul este de așteptat, dacă observăm că potențialul V apare și în acțiunea clasică S a electronului pe traiectoria virtuală, pentru că $-eV$ este parte a energiei potențiale, deci a lagrangeanului (vezi secțiunea 102 și 137). Tot acțiunea clasică pe traiectoria virtuală ne dă și contribuția unui câmp magnetic la faza undei pilot a electronului. Faza se dovedește a fi proporțională cu potențialul magnetic vector $\mathbf{A}$.

Calculele matematice arată că schimbarea acumulată în fază este *proporțională* cu potențialele electrodinamice $(V, \mathbf{A})$. Primul va modifica componenta temporală a fazei, iar cel de-al doilea componenta spațială. În mișcarea electronului în câmp electromagnetic, va avea loc o defazare, în funcție de traiectoria acelui electron. Vedem însă că responsabile de defazare sunt potențialele electrodinamice $(V, \mathbf{A})$, și nu câmpurile electrice $(\mathbf{E}, \mathbf{B})$.

Observația de mai sus, aparent banală, are o consecință profundă dacă ne aducem aminte discuțiile purtate în secțiunea 128. Acolo am văzut că se pot construi zone în care câmpurile electrice și magnetice $(\mathbf{E}, \mathbf{B})$ sunt *nule*, deși potențialele electrodinamice nu sunt nule. Ne așteptăm atunci ca faza electronului să se modifice în acele zone, deci electronul cuantic să fie deviat! Aceasta deși fizica clasică ne spune că electronul nu ar trebui să fie deviat, pentru că forțele electrice și magnetice clasice sunt nule, ele fiind propoționale cu câmpurile electrice și magnetice.

Punctul acesta a fost speculat magistral de fizicienii Yakir Aharonov și David Bohm în anul 1959. Ei și-au imaginat un experiment care să testeze ipoteza. Experimentul lor are consecințe mai profunde: el dovedește că potențialele electromagnetice $(V, \mathbf{A})$ sunt totuși mai „fundamentale" decât câmpurile electromagnetice $(\mathbf{E}, \mathbf{B})$. Experimentul arată că o regiune *locală* care are câmpuri electrice și magnetice *nule* influențează într-adevăr mișcarea electronului, ceea ce nu este posibil în cazul clasic.

Pentru claritate, vorbim de o regiune *locală* în care câmpurile electrice și magnetice $(\mathbf{E}, \mathbf{B})$ sunt nule, nu despre absența câmpurilor electrice și magnetice din tot universul (vezi figura 11.17 din secțiunea 128). Conform analizei lui Aharonov și Bohm, există cazuri cuantice în care un electron ce trece prin zone locale de câmpuri electrice și magnetice *nule* își schimbă traiectoria, deși în cazul clasic acest lucru nu este de așteptat, pentru că forțele electrice și magnetice sunt datorate exclusiv câmpurilor electrice și magnetice, deci sunt nule. În acele zone speciale potențialele electrodinamice $(V, \mathbf{A})$ nu sunt însă nule.

Experimentul lui Aharonov și Bohm este prezentat în figura 16.6. El copiază mai cunoscutul experiment de *difracție* cu două fante. După cum am văzut, dacă bombardăm cu electroni fantele, obținem franje de interferență pe un ecran aflat după fante. În metoda lui Feynman, vom considera pentru început numai două traiectorii imaginabile, cea în care electronul trece prin prima fantă și ajunge la ecran, și cea în care el trece prin a doua fantă și ajunge la ecran. Fiecărei traiectorii i se atașează o undă pilot, iar apoi undele sunt lăsate să interfereze pe ecranul de difracție, exact ca în cazul luminii.

Datorită interferenței, vom avea în unele puncte de pe ecran o interferență *constructivă* (atunci când undele pilot ajung acolo în fază) sau *distructivă* (atunci când undele ajung acolo în antifază). Acolo unde interferența este constructivă avem o probabilitate mai mare să găsim electronul, iar unde este distructivă probabilitatea va fi mai mică.

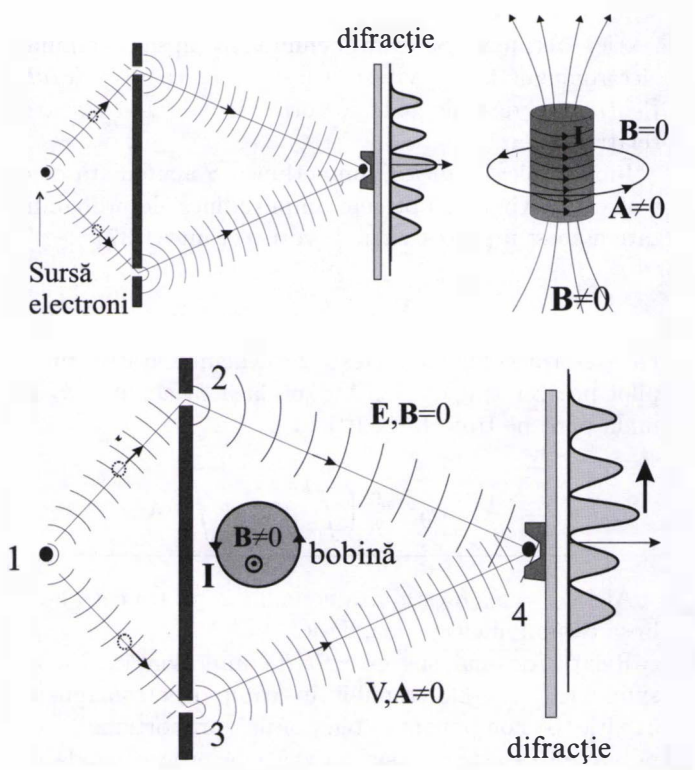

Figura 16.6: *Schița experimentului propus de Aharonov și Bohm. În stânga-sus este un experiment obișnuit de difracție cu electroni, în urma căruia se formează franje de interferență. În figura de jos se așază între cele două fante o mică bobină (prezentată în dreapta sus, și mai detaliat în figura 11.17). Câmpul magnetic* **B** *este nenul în interiorul bobinei și aproape nul în afara ei (în planul experimentului, așa cum se vede în schița din dreapta sus). Deși în afara bobinei câmpul magnetic este nul, potențialul magnetic vector* **A** *(schițat în dreapta sus) este totuși nenul. El modifică componenta spațială a fazelor undelor pilot ce trec prin fante. Simplu spus, într-o parte crește puțin lungimea de undă, într-alta scade, pentru că ea depinde de potențialul vector* **A**. *Interferența celor două componente ale undei produce o deplasare a franjelor de interferență, deplasare ce se observă în experiment față de situația când bobina nu era prezentă.*

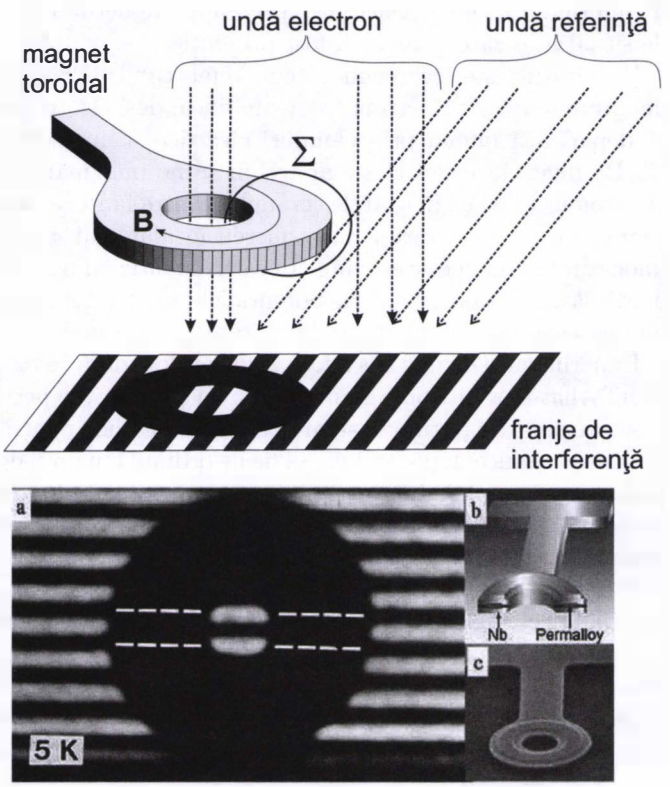

Figura 16.7: *Schema unui experiment ce a verificat propunerea lui Aharonov și Bohm. Unda de probabilitate a electronului trece printr-o bobină toroidală, al cărei câmp magnetic* **B** *este nul peste tot în afară, exceptând interiorul materialului din care e făcută bobina. Electronul trece fie prin interiorul inelului bobinei fie prin afară, iar în ambele regiuni câmpul magnetic este nul. Unda de probabilitate a electronului interferează cu o undă plană, de referință (dreapta sus), ce provine de la aceeași sursă. Jos sunt rezultatele experimentului. Liniile orizontale sunt franje de interferență obținute în mod normal la interferența cu unda de referință. În interiorul umbrei formate de inel se vede că franjele sunt deplasate cu o jumătate de lungime de undă, deși pe unde a trecut electronul (interiorul inelului bobinei) câmpul magnetic este nul. Rezultatul este datorat prezenței în aceste regiuni a unui câmp magnetic vector* **A** *nenul. În dreapta imaginii este fotografiată structura microscopică a inelului. Imagine reprodusă prin bunăvoința autorului măsurătorii, dr. Akira Tonomura, Hitachi, Ltd., Japonia.*

Vom obține în acest fel franje de interferență pe ecranul de difracție.

Acum însă, Aharonov și Bohm au venit cu o îmbunătățire a experimentului de difracție. Astfel, ei au așezat o mică *bobină* exact între cele două fante! Bobina era astfel proiectată încât să creeze câmp magnetic doar în interiorul ei sau deasupra și dedesubtul ei, nu însă și în zona de difracție (câmpul electric este oricum peste tot nul). Dacă dăm apoi drumul la sursa de electroni, ne putem întreba: va rămâne figura de difracție neschimbată față de situația când nu era nici o bobină acolo?

Dacă numai câmpul electric și magnetic $(\mathbf{E}, \mathbf{B})$ influențează probabilitățile de a găsi electronul într-o anumită poziție pe ecran, atunci franjele de interferență ar trebui să rămână aceleași (vezi figura 16.6). Căci, deoarece magnetul este bine ascuns în spatele ecranului dintre fante, nici una din cele două traiectorii nu îl intersectează, deci electronul se deplasează numai prin zone de câmp electric și magnetic *nul* (pentru ambele traiectorii).

Aharonov și Bohm ne spun însă să folosim potențialele electrodinamice $(V, \mathbf{A})$ care, atenție, sunt *nenule* chiar în afara magnetului! Acum va trebui să considerăm influența suplimentară a potențialelor electrice V și magnetice $\mathbf{A}$ asupra *fazei* celor două unde pilot care interferează pe ecranul de difracție, așa cum a fost menționat mai devreme. Pentru că avem numai potențial magnetic vector și pentru că el acționează asupra componentei spațiale a fazei, este ca și cum într-o parte lungimea de undă crește și în alta descrește (vezi figura 16.6). Interferența dintre cele două componente va fi acum modificată, deci franjele

de interferență *se vor deplasa* în prezența magnetului față de situația în care el nu ar fi fost prezent!

Rezultatul este, să recunoaștem, remarcabil. Franjele de interferență ale electronului se modifică, deși electronul se deplasează numai prin câmpuri electrice și magnetice $(\mathbf{E}, \mathbf{B})$ nule. În cazul clasic ar trebui să ne imaginăm că electronul „știe" că în spatele ecranului dintre fante se află *ascuns* un magnet, deși a mers mereu în afara lui, acolo unde câmpul magnetic este nul. În cazul cuantic nu trebuie decât să acceptăm faptul că potențialele electrodinamice influențează faza undei de probabilitate a electronului.

Experimentul de mai sus a fost verificat de îndată ce fizicienii Aharonov și Bohm l-au propus. În practică, experimentatorii nu au putut construi bobine așa de mici, pentru că distanța dintre fante trebuie să fie de ordinul lungimii de undă a electronului. Ei au folosit în schimb magneți foarte mici cu aceleași proprietăți. Experimentele au confirmat presupunerea lui Aharonov și Bohm: faza undei de probabilitate a electronului este influențată de potențialele electrodinamice, chiar și în regiuni în care câmpurile electrice și magnetice sunt nule. O astfel de verificare experimentală este prezentată în figura 16.7. Pentru cei interesați de detaliile teoriei folosite de Aharonov și Bohm, prezentăm căsuța matematică alăturată.

Calcul: *Experimentul Aharonov-Bohm*

Frumusețea *metodei lui Feynman* este că putem folosi rezultatele mecanicii clasice pentru a reconstrui mecanica cuantică. Astfel, la sfârșitul secțiunii 128 am folosit principiul acțiunii minime pentru a descrie mișcarea unei sarcini electrice q în câmp electromagnetic cu ajutorul următorului lagrangean:

$$L = \frac{m\mathbf{v}^2}{2} - qV + q\mathbf{v}\cdot\mathbf{A} = L_0 + eV - e\mathbf{v}\cdot\mathbf{A}$$

Mai sus m și $q = -e$ (unde $e > 0$) sunt masa și sarcina negativă a electronului, $\mathbf{v}$ viteza electronului, iar $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ și $V(\mathbf{r}, t)$ sunt potențialele electrodinamice ale câmpului electromagnetic în poziția unde se află electronul (dependența de poziția electronului $\mathbf{r}$ și de timpul t nu o vom mai scrie explicit).

Remarcăm că în termenul din stânga se regăsește energia cinetică a electronului, iar în cel din dreapta energia potențială a electronului $-eV$ (lagrangeanul este diferența dintre energia cinetică și cea potențială) și un termen suplimentar datorat câmpului magnetic.

Să considerăm experimentul Aharonov-Bohm prezentat în figura 16.6. Aici avem doar două traiectorii virtuale între evenimentul inițial 1 și cel final 4: traiectoria 124 și traiectoria 134. Pe traiectoria 124 acțiunea S_1 se scrie sub forma:

$$S_1 - S_0 = \int_{1,2}^{4} (L - L_0)dt = \int_{1,2}^{4} (eV - e\mathbf{v}\cdot\mathbf{A})\,dt =$$
$$= \int_{1,2}^{4} eV dt - e\int_{1,2}^{4} \mathbf{A}\frac{d\mathbf{r}}{dt}dt = e\left(\int_{1,2}^{4} V dt - \int_{1,2}^{4} \mathbf{A}d\mathbf{r}\right)$$

Aici acțiunea S_0 este definită în lipsa câmpului electromagnetic, iar viteza a fost scrisă ca $\mathbf{v} = d\mathbf{r}/dt$. Pentru cea de-a doua traiectorie virtuală 134 avem o relație similară.

În mecanica cuantică, din acțiunea S acumulată pe o traiectorie virtuală obținem amplitudinea de probabilitate a acestui proces virtual (vezi secțiunea 137):

$$e^{i\phi} = e^{iS/\hbar}$$

Faza ϕ a acestui număr este faza acumulată de unda pilot pe acea traiectorie. Atunci, faza ϕ_1 acumulată de unda pilot pe traiectoria 124 va fi

$$\boxed{\phi_1 = \frac{S_1}{\hbar} = \phi_0 + \frac{e}{\hbar}\left(\int_{1,2}^{4} V dt - \int_{1,2}^{4} \mathbf{A}d\mathbf{r}\right)}$$

Aici $\phi_0 = S_0/\hbar$ este faza acumulată pe traiectorie în lipsa câmpului electromagnetic.

Relația de mai sus este foarte interesentă. Ea ne spune că faza electronului în câmp electromagnetic capătă o componentă temporală proporțională cu potențialul electric V și una spațială proporțională cu potențialul magnetic vector $\mathbf{A}$. Rezultatul ne va fi util pe viitor.

Diferența dintre faza ϕ a celor două traiectorii posibile 124 și 134 ne dă deplasarea franjelor de interferență. Ignorând componenta ϕ_0 care este prezentă mereu și luând în calcul că în cazul nostru potențialul electric V este nul, diferența de fază datorată câmpului magnetic devine:

$$\Delta\phi = \frac{S_1 - S_2}{\hbar} = -\frac{e}{\hbar}\left[\int_{1,2}^{4} \mathbf{A}d\mathbf{r} - \int_{1,3}^{4} \mathbf{A}d\mathbf{r}\right] = -\frac{e}{\hbar}\oint_{12431} \mathbf{A}d\mathbf{r}$$

Mai sus avem o integrală pe un drum *închis*, format de cele două drumuri ale electronului prin care el ajunge la detector și anume 124 și 134. Curba închisă 12431, formată de cele două drumuri, înconjoară magnetul (în figura 16.7 ea este desemnată prin simbolul Σ). Din ecuațiile lui Maxwell, valoarea de mai sus se dovedește a fi proporțională cu fluxul magnetic Φ ce străbate curba închisă (lucru pe care nu îl mai demonstrăm aici):

$$|\Delta\phi| = \frac{e}{\hbar}\Phi$$

Fluxul magnetic Φ este definit că produsul dintre câmpul magnetic $|\mathbf{B}|$ și aria A în secțiune a magnetului, adică $\Phi = |\mathbf{B}| \cdot A$. Vedem astfel că diferența de fază (cea care dă deplasarea franjelor de interferență) nu depinde de etalonarea particulară a potențialelor electromagnetice, ci doar de fluxul magnetic Φ al bobinei, care este același în toate etalonările.

Din discuțiile de mai sus vedem că potențialele $(V, \mathbf{A})$ sunt mai „fundamentale" decât câmpurile electrice și magnetice $(\mathbf{E}, \mathbf{B})$, pentru că ele descriu corect mișcarea cuantică a electronului în zone în care acestea din urmă sunt *nule*. Rezultatul este prezis de teorie și confirmat de experimentul Aharonov-Bohm.

Ce ne facem însă cu multitudinea de configurații ale potențialelor electrodinamice? Aici teoria ne arată că deplasarea franjelor de interferență este *aceeași* pentru toate configurațiile și de aceea nu contează în practică pe care dintre configurații o folosim. Cei care au urmărit căsuța matematică precedentă vor recunoaște acest lucru în faptul că deplasarea franjelor de interferență este proporțională cu fluxul magnetic, iar fluxul magnetic este același pentru toate configurațiile (etalonările) de potențiale electrodinamice, deoarece câmpul magnetic este același.

Observația precedentă, aparent tehnică, o vom detalia în secțiunea următoare. Aceasta pentru că ea ne dezvăluie principiul pe urmele căruia suntem: principiul invarianței la transformările de etalonare locale aplicat mișcării electronului.

163. Principiul invarianței la transformarea de etalonare locală

În secțiunea precedentă am văzut că potențialele electrodinamice $(V, \mathbf{A})$ sunt mai „fundamentale" decât câmpurile electrice și magnetice $(\mathbf{E}, \mathbf{B})$. În mecanica cuantică, potențialele electrodinamice sunt direct responsabile de modificarea fazei undei de probabilitate a electronului în mișcarea sa. Partea interesantă este că există *mai multe* configurații de potențiale electrodinamice $(V, \mathbf{A})$, toate conducând la aceleași câmpurile electrice și magnetice $(\mathbf{E}, \mathbf{B})$ și la aceeași comportare cuantică a unui electron care se deplasează în câmpul electromagnetic.

Lucrul acesta l-am verificat direct în experimentul lui Aharonov-Bohm, descris în secțiunea precedentă, unde am văzut că deplasarea franjelor de interferență depinde doar de fluxul magnetic generat de mica bobină așezată între fante, și nu de configurația de potențiale electrodinamice aleasă (deci de etalonare).

În sine, rezultatul precedent este remarcabil. Astfel, ne putem imagina experimentul Aharonov-Bohm (vezi figura 16.6) în diverse etalonări ale potențialelor electrodinamice, deci în diversele configurații ale potențialelor $(V, \mathbf{A})$ care conduc la aceleași câmpuri electrice și magnetice nule din jurul bobinei. Pentru fiecare dintre configurații, luând în calcul contribuția potențialelor (vezi secțiunea precedentă), fazele undelor pilot atașate celor două traiectorii virtuale vor fi altele (vezi figura 16.5) și, cu toate acestea, franjele de interferență vor arăta *la fel* în toate configurațiile. Pare că natura a aranjat cumva din nou lucrurile.

Rezultatul este mai bine înțeles dacă revenim la interpretarea standard a mecanicii cuantice, în care electronul este descris de o singură undă de probabilitate, care se întinde în tot spațiul. Unda are atașată câte un număr complex în fiecare punct din spațiu, $\psi(\mathbf{r}, t) = |\psi(\mathbf{r}, t)|e^{i\phi(\mathbf{r},t)}$. Modulul acestui număr ne dă probabilitatea $p \sim |\psi(\mathbf{r}, t)|^2$ de a găsi electronul în poziția $\mathbf{r}$, iar faza lui $\phi(\mathbf{r}, t)$ este cea care joacă un rol în experimentele de interferență. În figura 16.6, trebuie să ne imaginăm nu două traiectorii virtuale (interpretarea Feynman), ci o singură undă de probabilitate $\psi(\mathbf{r}, t)$ care se întinde pe ambele traiectorii, în tot spațiul.

Așa cum ne așteptăm, atunci când un electron intră într-un câmp electromagnetic, faza $\phi(\mathbf{r}, t)$ se modifică sub influența potențialelor electrodinamice, generând probabilități diferite de a găsi electronul într-un loc sau altul. Clasic, spunem că electronul a fost deviat în câmp electromagnetic.

„Devierea" electronului (vazută în deplasarea franjelor de interferență) este aceeași pentru mai multe etalonări ale potențialelor electrodinamice $(V, \mathbf{A})$, în ciuda faptului că ele au altă formă de la o etalonare la alta. Există atât de multe etalonări posibile ale potențialelor electrodinamice (care conduc la aceleași câmpuri electrice și magnetice), încât ele acoperă *tot* spectrul posibil pe care îl poate lua faza $\phi(\mathbf{r}, t)$ a undei de probabilitate în orice punct din spațiu și la orice moment de timp!

Pornind de la observația de mai sus, fizica modernă schimbă unghiul de vedere, descoperind astfel cheia pe care o căutăm: principiul invarianței la transformările locale de etalonare. Astfel, după cum vedem, *nu contează* în care configurație a potențialelor $(V, \mathbf{A})$ calculăm evoluția cuantică a electronului. Evoluția este aceeași în oricare dintre configurații. Cu toate acestea, în fiecare dintre alegeri *faza* $\phi(\mathbf{r}, t)$ a undei de probabilitate a electronului va fi diferită, pentru că cele două contribuții (temporală și spațială) ale potențialelor electrodinamice vor fi diferite (vezi figura 16.5).

Dacă este așa, oare nu e mai bine să privim faza electronului ca pe un *grad de libertate intern*, în care putem alege faza $\phi(\mathbf{r}, t)$ după bunul nostru plac, compensând cu valorile corespunzătoare ale potențialelor electrodinamice $(V, \mathbf{A})$, deci alegând transformarea de etalonare potrivită?

Dacă privim faza electronului ca pe un grad de libertate intern al electronului, trebuie să lămurim noțiunile. În primul rând, prin faza electronului înțelegem faza $\phi(\mathbf{r}, t)$ a undei sale de probabilitate $\psi(\mathbf{r}, t) = |\psi(\mathbf{r}, t)|e^{i\phi(\mathbf{r},t)}$, cea care se întinde peste tot în spațiu. Este vorba deci de faza ϕ a fiecărui număr complex din spațiu ψ care reprezintă amplitudinea de probabilitate de a găsi electronul acolo (nu mai discutăm deci de traiectorii virtuale și unde pilot). O schimbare a acestui număr (a fazei) în fiecare punct din spațiu, cu valori diferite chiar, nu va afecta probabilitatea de a găsi electronul într-o poziție, pentru că probabilitatea este dată de *modulul* undei de probabilitate $p = |\psi(\mathbf{r}, t)|^2$.

În absența câmpului electromagnetic, nu avem voie să schimbăm faza undei de probabilitate a electronului în toate punctele din spațiu chiar cum vrem noi, căci atunci unda de probabilitate ar putea descrie o altă stare cuantică. Un exemplu simplu este cel în care ne-am imagina că schimbăm faza electronului în așa fel încât lungimea de undă să pară mai mare. Am avea atunci un electron de un alt impuls decât cel inițial.

În câmp electromagnetic însă, alta este situația. Aici putem schimba faza undei de probabilitate în orice punct din spațiu *compensând* cu alegerea configurației de potențiale electrodinamice. Schimbarea fazei electronului trebuie însă să aiba loc *împreună* cu alegerea unei alte etalonări pentru cămpul electromagnetic, pentru ca nimic experimental să nu poată fi observat, iar evoluția distribuției de

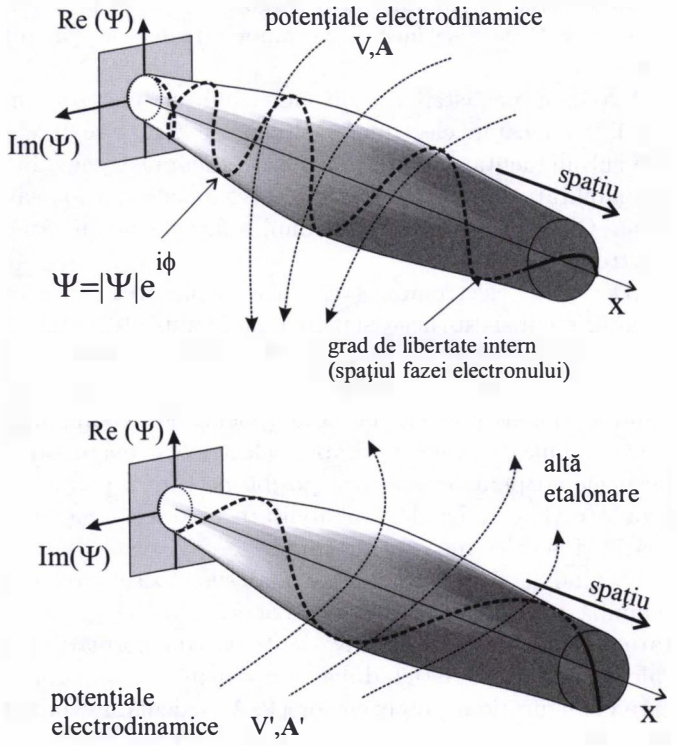

Figura 16.8: *Comportarea spațială a unei unde de probabilitate $\psi(x)$ a unui electron este reprezentată cu o linie întreruptă, de-a lungul axei x într-un spațiu imaginar complex. Modulul $|\psi(x)|$ al undei de probabilitate este dat de raza unui cerc în spațiul complex. Cilindrul deformat din figură reprezintă schematic valorile pe care le ia modulul undei de probabilitate. Faza ϕ a undei de probabilitate (ce ia valori între 0 și 2π) este dată de poziția punctelor desemnate cu linie discontinuă pe acest cilindru. Cele două figuri reprezintă aceeași situație experimentală în două posibile etalonări. După cum vedem, configurația potențialelor electrodinamice se schimbă de la o etalonare la alta împreună cu faza electronului citită în spațiul său intern. Pentru noi, comportarea electronului este aceeași în toate etalonările, inclusiv modulul undei de proabilitate care ne dă probabilitatea de a găsi electronul într-o anumită poziție (cilindrul rămâne același, doar forma liniei discontinue pe cilindru se schimbă).*

probabilitate de a găsi electronul într-un loc sau altul să rămână neschimbată.

În exemplul precedent al impulsului electronului, acest lucru este posibil, deoarece impulsul electronului în câmp electromagnetic (o caracteristică experimentală) nu este dat numai de lungimea de undă a undei de probabilitate (care poate fi oricât acum!), ci și de valorile potențialului magnetic vector $\mathbf{A}$. Cum acestea din urmă vor fi altele de la o etalonare la alta, valoarea impulsului poate rămâne neschimbată între etalonări.

Schimbarea unghiului de vedere generat de experimentul lui Aharonov-Bohm este atunci următoarea. Ne imaginăm pentru început un electron *liber*, care nu se află într-un câmp electromagnetic. Desigur, știm că faza undei de probabilitate a electronului nu este *observabilă* și că tot ceea ce măsurăm este probabilitatea de a găsi electronul într-un loc sau altul. De fapt, putem schimba faza electronului peste tot în univers cu *aceeași* valoare, iar rezultatele vor fi aceleași, pentru că franjele de interferență sunt date de diferența de fază. Vom vorbi, din punctul de vedere al electronului, de o transformare de etalonare *globală* a fazei. Ea lasă comportarea întregului sistem neschimbată.

Dacă însă electronul este într-un câmp electromagnetic, putem schimba faza electronului $\phi(\mathbf{r},t)$ în *fiecare punct din spațiu* după cum vrem noi, trecând de la o etalonare la alta a câmpului electromagnetic, și compensând astfel cu o nouă alegere a potențialelor electrodinamice $(V,\mathbf{A})$. De câte ori schimbăm configurația de potențiale $(V,\mathbf{A})$, de atâtea ori trebuie să considerăm contribuțiile acestora la faza electronului în *fiecare* punct de spațiu, și deci de atâtea ori vom obține alte valori *locale* pentru faza electronului $\phi(\mathbf{r},t)$. Cu toate acestea, comportarea experimentală este neschimbată, așa cum o demonstrează franjele de interferență din experimentul lui Aharonov-Bohm, care nu depind de alegerea etalonării. Rezultatul merită pus într-un chenar:

Faza electronilor

1. O transformare de etalonare locală pentru unda de probabilitate a electronului reprezintă a altă alegere pentru faza sa $\phi = \phi(\mathbf{r},t)$, în toate evenimentele din spațiu-timp.
2. Putem alege la întâmplare valorile fazei ϕ a undei de probabilitate în toate evenimentele spațiului-timp, fără a afecta comportarea electronului.
3. Acest lucru este posibil printr-o transformare a potențialelor electrodinamcie $V = V(\mathbf{r},t)$ și $\mathbf{A} = \mathbf{A}(\mathbf{r},t)$, care să compenseze alegerea făcută pentru etalonare.

Se poate arăta că pentru *orice* alegere locală a fazei electronului $\phi(\mathbf{r},t)$ există o configurație de potențiale $(V,\mathbf{A})$ corespunzătoare. Așa cum vom detalia în căsuța matematică următoare, descriem mișcarea electronului într-un câmp electromagnetic $V(\mathbf{r},t)$ și $\mathbf{A}(\mathbf{r},t)$ printr-o undă de probabilitate $\psi(\mathbf{r},t)$.

Aceeași situație poate fi descrisă însă și de o undă de probabilitate $\psi'(\mathbf{r},t)$ în care faza este aleasă de noi la întâmplare în toate momentele de timp și punctele din spațiu:

$$\psi'(\mathbf{r},t) = e^{i\theta(\mathbf{r},t)}\psi(\mathbf{r},t)$$

Mai sus $\theta(\mathbf{r},t)$ este o funcție oarecare ce determină transformarea fazei de la o situație la alta. Atunci însă trebuie să transformăm și potențialele electrodinamice după relațiile

$$V'(\mathbf{r},t) = V(\mathbf{r},t) + \frac{\hbar}{e}\frac{\partial\theta(\mathbf{r},t)}{\partial t}$$
$$\mathbf{A}'(\mathbf{r},t) = \mathbf{A}(\mathbf{r},t) - \frac{\hbar}{e}\nabla\theta(\mathbf{r},t)$$

Aici e este sarcina electrică elementară. Transformarea de mai sus păstrează câmpurile electrice și magnetice $(\mathbf{E},\mathbf{B})$ nemodificate, așa cum am văzut în secțiunea 128.

În final, vom privi schimbarea de fază a electronului în fiecare punct din spațiu ca fiind o *transformare de etalonare locală* $\theta(\mathbf{r}, t)$, transformare care trebuie să fie compensată prin alegerea corectă a potențialelor $(V, \mathbf{A})$ pentru ca probabilitățile de a găsi electronul (și mai ales evoluția lor ulterioară) să rămână *neschimbate*.

Vedem astfel că sistemul studiat (electronul cuantic împreună cu câmpul electromagnetic) satisface *principiul invarianței la transformările de etalonare locale*, pentru că evoluția observabilă a electronului este aceeași indiferent ce etalonare locală alegem pentru faza electronului.

Rezultatul de mai sus se regăsește în principiul acțiunii minime, detaliat în capitolul 11. Astfel, în secțiunea 136, am descris interacțiunea dintre câmpul electromagnetic și cel al undei de probabilitate a electronului printr-o mărime care poartă numele de *densitate de lagrangean* $\mathcal{L}$. Ea descrie în totalitate evoluția celor două câmpuri și interacțiunea dintre ele. Așa cum am discutat în capitolul 11, cu ajutorul densității de lagrangean se construiește *acțiunea* pentru orice evoluție imaginabilă a sistemului format de cele două câmpuri. Principiul acțiunii minime ne spune că, dintre toate evoluțiile posibile, sistemul alege acea evoluție pentru care acțiunea e minimă.

Principiul este foarte util în verificarea invarianței la transformarea de etalonare locală. Astfel, se poată arăta că transformarile de etalonare locale (unde se schimbă atât faza electronului, dar și potențialele electrodinamice ale câmpului pentru a compensa alegerea făcută) lasă densitatea de lagrangean $\mathcal{L}$ *invariantă* (neschimbată). Dacă este așa, atunci ne așteptăm ca transformările să lase și evoluția sistemului neschimbată, pentru că, dacă densitatea de lagrangean $\mathcal{L}$ este aceeași, atunci și acțiunea va rămâne neschimbată pentru toate evoluțiile imaginate. De aceea, sistemul va alege tot aceeași evoluție pentru care acțiunea este minimă. Pornind de la această observație, fizicienii preferă să descrie transformările de etalonare locale aproape exclusiv prin intermediul principiului acțiunii minime.

Pentru cei interesați de detaliile matematice ale transformării locale de etalonare în cadrul electrodinamicii cuantice, atașăm căsuța matematică alăturată. Aici se va vedea mai direct cum putem alege local orice valori pentru faza electronului în fiecare punct din spațiu, la orice moment de timp, compensând cu o alegere particulară a potențialelor electrodinamice.

Calcul: ***Invarianța electrodinamicii cuantice***

Să încercăm să schițăm principiul invarianței la transformarea de etalonare locală în electrodinamica cuantică, folosind rezultatele prezentate în secțiunea 136. Tot din acea secțiune vom prelua și notațiile.

Astfel, acolo am descris evoluția câmpului *clasic* Dirac $\psi(x)$ cu ajutorul *densității de lagrangean* $\mathcal{L}_e$:

$$\mathcal{L}_e = i\overline{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\overline{\psi}\psi \qquad (1)$$

Aici $\psi(x)$ este unda de probabilitate a unui electron liber în mișcare relativistă, având patru componente în fiecare eveniment al spațiului-timp $x = x^\mu = (ct, x, y, z)$. Mai departe, m este masa electronului și folosim convenția lui Einstein, care spune că un indice ce se repetă (μ în cazul de mai sus) trebuie însumat. Simbolurile γ^μ sunt matricile 4×4 ale lui Dirac, de aceea relația de mai sus trebuie citită ca o operație cu matrici de ordinul 4.

Un avantaj al densității de lagrangean $\mathcal{L}_e$ este că scoate în evidență transformările ce lasă sistemul invariant: ele sunt transformările pentru care $\mathcal{L}_e$ rămâne neschimbat, cu *aceleași* valori. De exemplu, se observă că lagrangeanul $\mathcal{L}_e$ este invariant (are aceeași valoare) la transformarea de etalonare *globală*:

$$\psi'(x) = e^{i\theta}\psi(x) \quad \Rightarrow \quad \mathcal{L}' = \mathcal{L}$$

unde θ este o constantă reală. Aceasta deoarece $\overline{\psi} = \psi^\dagger\gamma^0$, unde $\psi^\dagger$ este matricea ψ transpusă și conjugată (vezi secțiunea 136) și deci $\overline{\psi'} = e^{-i\theta}\overline{\psi}$.

Vedem că, dacă $\psi(x)$ este o soluție care descrie mișcarea unui electron (să ne aducem aminte că $x = (ct, x, y, z)$ este coordonata unui eveniment spațio-temporal), atunci și $\psi'(x)$ va descrie la fel de bine *aceeași* mișcare, deși cele două unde de probabilitate sunt diferite.

Observația precedentă este una din cărămizile mecanicii cuantice, care este recunoscută și în mișcarea clasică a unei particule. Aici, dacă facem de exemplu o transformare de translație a sistemului de coordonate, langrangeanul va rămâne neschimbat, deși mișcarea clasică se descrie fie printr-o traiectorie $\mathbf{r}_1(t)$, fie prin alta $\mathbf{r}_2(t)$. În același fel, evoluția cuantică a oricărui sistem este în esență aceeași dacă transformarea păstrează densitatea de lagrangean neschimbată $\mathcal{L}' = \mathcal{L}$, chiar dacă descrierea se face cu unde de probabilitate diferite $\psi'(x) \neq \psi(x)$.

Rezultatul precedent îl întrezărim în principiul acțiunii minime. Acesta ne spune că sistemul preferă *acțiunea* (suma lagrangeanului) care este extremum pentru o evoluție clasică. Cum însă în transformarea de mai sus $\mathcal{L}$ rămâne neschimbat, înseamnă că și acțiunile rămân aceleași pentru orice evoluție virtuală, și ca atare toate proprietățile măsurabile ale sistemului (care sunt o consecință a acțiunii) vor rămâne neschimbate. De exemplu, vedem că în transformarea precedentă probabilitatea de a găsi electronul într-o poziție sau alta rămâne neschimbată, probabilitatea fiind dată doar de modulul undei de probabilitate $\psi^\dagger\psi = |\psi_1|^2 + |\psi_2|^2 + |\psi_3|^2 + |\psi_4|^2$ și deci $\psi^\dagger\psi = \psi'^\dagger\psi'$.

Transformarea de mai sus $\psi'(x) = e^{i\theta}\psi(x)$ o numim de *etalonare globală*, deoarece constanta θ are aceeași valoare în orice eveniment (ct, x, y, z) din spațiu-timp. Pentru că $\mathcal{L}$ este același la această transformare, spunem că sistemul este *invariant la transformările de etalonare globale*.

Să considerăm acum transformările de etalonare *locale*, date acum de o *funcție* oarecare $\theta(x)$. Ele se scriu ca

$$\psi'(x) = e^{i\theta(x)}\psi(x)$$

După cum se observă acum, langrangeanul nu mai este invariant la aceste transformări, pentru că $\mathcal{L}' \neq \mathcal{L}$. Cu alte cuvinte, unda de probabilitate ψ' descrie o altă comportare cuantică a electronului decât unda de probabilitate ψ, deși ele au același modul.

În continuare, să scriem forma lagrangeanului pentru *electrodinamica cuantică* de la sfârșitul secțiunii 136. Ea conține nu numai evoluția câmpului Dirac ψ, dar și a câmpului electromagnetic descris de potențialele sale electrodinamice $A_\mu(x) = (V/c, -A_x, -A_y - A_z)$ (notația covariantă, vezi secțiunea 210). În plus, aceeași ecuație descrie și interacțiunea dintre cele două câmpuri, considerate *clasice*:

$$\mathcal{L} = \overline{\psi}\gamma^\mu \left(i\partial_\mu + eA_\mu\right)\psi - m\overline{\psi}\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$$

Să vedem ce se întâmplă când facem o transformare de etalonare *globală* $\theta(x)$, pentru valori mici ale lui $\theta(x)$ (infinitezimale). Acum însă, *alegem* să transformăm și potențialele electrodinamice conform relației:

$$A'_\mu(x) = A_\mu(x) + \frac{1}{e}\partial_\mu\theta(x)$$

Transformarea de mai sus este una specială, căci ea lasă câmpurile electrice $\mathbf{E}$ și magnetice $\mathbf{B}$ neschimbate, așa cum am detaliat în secțiunea 128. Acesta înseamnă că și tensorul de câmp $F_{\mu\nu}$ (vezi definiția din secțiunea 136) este invariant la alegerea de mai sus $F'_{\mu\nu} = F_{\mu\nu}$.

Acum putem calcula noua valoare a lagrangeanului $\mathcal{L}'$ după transformarea de etalonare locală $\theta(x)$:

$$\mathcal{L}' = \overline{\psi'}\gamma^\mu \left(i\partial_\mu + eA'_\mu\right)\psi' - m\overline{\psi'}\psi' - \frac{1}{4}F'_{\mu\nu}F'^{\mu\nu}$$

Așa cum am văzut mai devreme, termenul din dreapta al câmpului electromagnetic rămâne neschimbat. Termenul din mijloc rămâne de asemenea neschimbat la transformarea de etalonare, pentru că $\overline{\psi'}\psi' = \left(e^{-i\theta(x)}\overline{\psi}\right)\left(e^{i\theta(x)}\psi\right) = \overline{\psi}\psi$.

Termenul din stânga necesită un calcul mai detaliat. Astfel, vom dezvolta $i\partial_\mu\psi' = i\partial_\mu\left(e^{i\theta}\psi\right)$ pentru a obține:

$$\begin{aligned} i\partial_\mu\psi' &= ie^{i\theta}\left(\partial_\mu\psi\right) + i(ie^{i\theta}\partial_\mu\theta)\psi \\ \left(eA'_\mu\right)\psi' &= \left(eA_\mu + \partial_\mu\theta\right)e^{i\theta}\psi \\ \text{- - - - - -} \quad & \quad \text{- - - - - - - -} \\ i\partial_\mu\psi' + eA'_\mu\psi' &= e^{i\theta}\left[i\partial_\mu\psi + eA_\mu\psi\right] \end{aligned}$$

În a doua relație am folosit transformarea de etalonare pentru potențialele electrodinamice. Atunci când adunăm termenii celor două ecuații, termenii cei mai din dreapta se anulează reciproc.

Înlocuim acest rezultat în termenul din stânga lui $\mathcal{L}'$ și folosim faptul că $\overline{\psi'} = e^{-i\theta(x)}\overline{\psi}$. Termenul $e^{-i\theta(x)}$ din relația precedentă dispare și obținem:

$$\overline{\psi'}\gamma^\mu \left(i\partial_\mu + eA'_\mu\right)\psi' = \overline{\psi}\gamma^\mu \left(i\partial_\mu + eA_\mu\right)\psi$$

Vedem astfel că toți cei trei termeni din $\mathcal{L}'$ rămân neschimbați. Cu alte cuvinte, densitatea de lagrangean este *invariantă* la transformarea de etalonare *locală* $\theta(x)$, oricare ar fi ea:

$$\mathcal{L}' = \mathcal{L}$$

Să observăm că invarianța densității de lagrangean este posibilă pentru că am *ales* să transformăm și potențialele electromagnetice $A_\mu(x)$ folosind $\theta(x)$. Cu alte cuvinte, transformarea de etalonare implică atât unda de probabilitate a electronului, cât și câmpul electromagnetic.

În final însă, comportarea electronului împreună cu câmpul electromagnetic va fi aceeași indiferent în care transformare de etalonare locală $\theta(x)$ alegem să-l descriem, pentru că densitatea de lagrangean $\mathcal{L}$ este invariantă.

Să rescriem acum forma lagrangeanului, folosind noțiunea de *derivată covariantă* $D_\mu = \partial_\mu + iqA_\mu$ (vezi secțiunea 136):

$$\mathcal{L} = i\overline{\psi}\gamma^\mu D_\mu\psi - m\overline{\psi}\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$$

Partea din dreapta este responsabilă pentru evoluția câmpului electromagnetic liber, iar cea din stânga pentru evoluția electronului. Aceasta din urmă este identică cu forma (1) a langrangeanului pentru electronul liber, dacă facem substituția $\partial_\mu \to D_\mu$. Observația ne ajută să reconstruim pe viitor interacțiunea dintre câmpuri oarecare, dacă pornim cu lagrangeanul câmpurilor libere (fără interacțiuni între ele) și facem apoi substituția $\partial_\mu \to D_\mu$. „Cheia" este desigur să găsim forma corectă a derivatei covariante D_μ.

Această formă a derivatei covariante D_μ o vom reconstrui pornind de la transformarea de etalonare θ. Să scriem de aceea în stânga transformarea inițială și în dreapta derivata covariantă:

$$\boxed{\psi' = e^{i\theta}\psi; \quad \Rightarrow \quad D_\mu = \partial_\mu + iqA_\mu}$$

Deoarece $q = -e$ este sarcina electrică a electronului ($e > 0$), forma de mai sus ne ajută să creăm o „regulă ad-hoc" pentru reconstrucția derivatei covariante D_μ. Astfel, în figura 16.9 este o reprezentare e evoluției electronului în cadrul teoriei mănunchiurilor de fibre. Aici câmpul A_μ reprezintă o etalonare a spatiului fazei θ a electronului. Privite din acest unghi, cele două sunt interschimbabile.

„Regula ad-hoc" pe care o vom folosi în această lucrare ne spune că trebuie să copiem *exponentul* $i\theta$ al transformării de etalonare $U = e^{i\theta}$. Faza θ din termenul exponentului $i\theta$ o vom *înlocui* cu un produs al constantei de cuplaj (q în acest caz) și câmpul A_μ de

interacțiune, pentru a obtine derivata covariantă căutată, adăugând acest termen la cel al derivatei parțiale ∂_μ:

$$e^{i\theta} \Rightarrow i(\theta) \Rightarrow i(qA_\mu); \quad \Rightarrow \quad D_\mu = \partial_\mu + i(qA_\mu)$$

Trebuie spus că „regula" ad-hoc de mai sus are încorporată deja o alegere de convenții, de aceea ea este valabilă doar pentru convențiile din lucrarea de față. Ne vom folosi pe viitor de această „rețetă" ad-hoc pentru a reconstrui mai rapid derivata covariantă și pentru alte câmpuri. Diferitele transformări de etalonare cu care pornim vor avea deja încorporate în ele diferite convenții, de exemplu cele pentru sarcinile particulelor.

Din discuțiile de până acum vedem că prezența câmpului electromagnetic face posibilă *invarianța* mecanicii cuantice a electronului la *transformările de etalonare locale* ale fazei electronului. Dacă nu ar fi existat câmpul electromagnetic, nu am fi putut alege cum vrem noi faza undei de probabilitate a electronului în fiecare punct din spațiu. Din acest punct de vedere, existența câmpului electromagnetic devine o *necesitate* a mecanicii cuantice.

Mai mult însă, câmpul electromagnetic este responsabil pentru interacțiunea electromagnetică. Cu alte cuvinte, interacțiunea electromagnetică dintre electroni este o *consecință* a principiului de mai sus. Dacă electronul nu ar fi avut un grad de libertate intern (faza sa), atunci interacțiunea electromagnetică nu ar fi existat, și electronii s-ar fi mișcat singuratici prin univers, fără să interacționeze unul cu altul!

Vedem că faza undei de probabilitate apare pentru noi ca un fel de *grad de libertate intern al electronului*, iar noi putem alege pentru ea orice valori vrem, dacă vom compensa cu alegerea corectă pentru potențialele electrodinamice (etalonarea care trebuie). Rezultatul îl vom *generaliza* în fizică:

Principiul invarianței la etalonările locale:

Orice grad de libertate nemăsurabil fizic este invariant la transformările de etalonare locale și necesită un câmp suplimentar care să compenseze aceste transformări.

Mai sus este esența ideii după care putem reconstrui câmpul de interacțiune dintre quarci (sau oricare alte particule): trebuie să identificăm *gradele de libertate interne* ale quarcilor și apoi *câmpul suplimentar* de care este nevoie. Acest câmp va fi responsabil de interacțiunea dintre quarci, după cum câmpul electromagnetic este responsabil de interacțiunea dintre electroni!

În practică, vom începe mereu prin a identifica transformarea de etalonare *globală* ce lasă evoluția unui sistem neschimbată, pentru că ea este mai ușor de găsit. De exemplu, în cazul unui circuit electric trasformarea de etalonare globală este alegerea împământării, care se reduce la definirea potențialului electric în fiecare punct de pe schemă până la o constantă globală. În cazul electronului, este vorba de schimbarea fazei electronului peste tot în spațiu cu aceeași valoare. Transformările lasă neschimbată evoluția sistemului și ele nu implică câmpul de interacțiune pe urmele căruia suntem.

Atunci când însă aceste transformări de etalonare devin *locale*, evoluția sistemului este în principiu afectată. Dacă alegem potențialul electric cum vrem noi în fiecare punct al circuitului, afectăm tensiunile electrice și comportamentul componentelor. Dacă alegem faza electronului cum vrem în fiecare punct din spațiu, ajungem să descriem un electron cu impulsuri diferite. De aceea, în toate aceste cazuri trebuie să introducem un câmp suplimentar care compensează alegerea noastră și care se transformă de la o etalonare la alta.

În cazul circuitului, câmpul suplimentar este câmpul magnetic vector, iar în cazul fazei electronului, el este câmpul electromagnetic. Metoda scoate astfel la iveală ceea ce căutăm: pornind de la transformările de etalonare globale, ajungem la câmpul de interacțiune care este neapărat asociat acestora, trecând prin transformările de etalonare locale.

Să facem acum o remarcă despre faza electronului, care pare acum că se manifestă într-un grad de libertate intern al electronului pe care noi nu-l putem observa. Așa cum e schițat în figura 16.8 este tentant să presupunem că acest grad de libertate ar fi cumva o dimensiune suplimentară a spațiului, pe care nu am observat-o noi până acum. În capitolele următoare vom aborda și noi problema unor dimensiuni suplimentare ale spațiului, însă acum trebuie spus că nu s-a descoperit nici un indiciu că acest grad de libertate intern al electronului ar fi spațial.

Cu toate acestea, fizicienii au dezvoltat o teorie asemănătoare, cea a *mănuchiurilor de fibre* (vezi figura 16.9). Aici gradul de libertate al electronului, cel în care se definește faza sa, este reprezentat printr-o fibră atașată unei suprafețe ce reprezintă spațiul-timp în care se mișcă electronul. Aceste fibre nu trebuie privite neapărat ca și cum ar fi conectate pe suprafață, ci corespunzând fiecărui punct din spațiu-timp.

Geometria mănunchiurilor de fibre este un subiect activ de cercetare la ora actuală, pentru că ea scoate în evidență caracteristicile fundamentale ale principiului invarianței la transformările locale de etalonare. Astfel, pe fiecare fibră se poate alege un sistem de referință pentru faza electronului (un etalon deci). Potențialele electrodinamice reprezintă atunci orientarea sistemelor de referință unele față de altele, în termeni matematici o *conexiune*. Putem schimba local etalonarea (deci sistemul de referință al fiecărei fibre), însă atunci trebuie să schimbăm și conexiunea (potențialele electrodinamice), pentru că trebuie să spunem cum vor fi orientate sistemele de referință din nou unul față de altul.

În noua reprezentare, evoluția fazei are o comportare „reală", care rămâne neschimbată de la o etalonare la alta. Ea este desenată cu o linie continuă în figura 16.9. Această comportare „reală" este cea care ne dă mărimi fizice care pot fi măsurate, cum ar fi impulsul electronului. Ceea ce se întâmplă de la o etalonare la alta este că noi alegem sisteme de referința *diferite* pentru fibre. În acest fel, „citim" diferit faza electronului, în funcție de sistemul de referință ales. Faza „citită" de noi nu are nici o semnificație fizică, ea trebuie mereu „compensată" cu alegerea sistemului de referință, deci cu valorile potențialelor

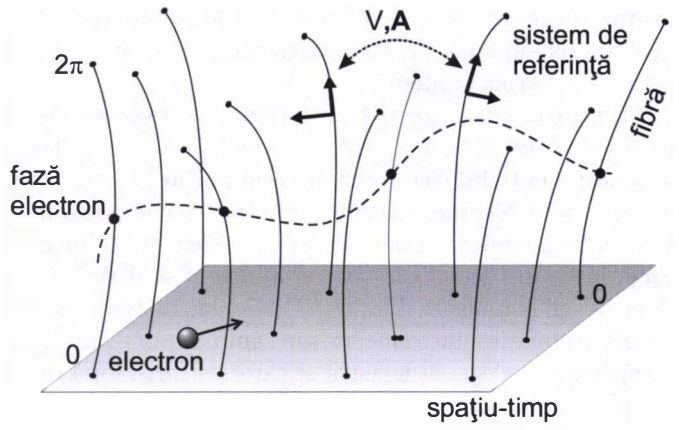

Figura 16.9: *Mișcarea electronului în reprezentarea mănunchiului de fibre. Planul de jos reprezintă spațiul-timp obișnuit în care se mișcă electronul. Fibrele de deasupra planului schițează un spațiu suplimentar, dat de un grad de libertate intern al electronului: faza sa. Linia întreruptă reprezintă o evoluție a fazei electronului în mișcarea sa, în metoda lui Feynman, acolo unde electronul poate urma diverse traiectorii virtuale. Ea ne ajută să calculăm acțiunea S acumulată de electron în mișcare, ca în figura 13.3. Fiecare fibră este etalonată diferit, având propriul său sistem de referință atașat. Aliniamentul diverselor sisteme de referință alese pentru fibre (etalonare) este dat de potențialele electrodinamice V și $\mathbf{A}$, care reprezintă „conexiunea" mănunchiului de fibre. În această reprezentare, pentru toate etalonările, evoluția fazei electronului în spațiul său intern este mereu aceeași, dată de linia discontinuă. De la o etalonare la alta se schimbă doar valorile „citite" ale fazei.*

electrodinamice, pentru a afla evoluția sa „reală". Pe de altă parte, curbura mănunchiurilor poate fi asociată câmpurilor electromagnetice $(\mathbf{E}, \mathbf{B})$, pentru că ea curbură nu depinde de etalonarea aleasă.

O noțiune care este foarte utilă în teoria mănunchiurilor de fibre este cea a *derivatei covariante*. Ea pornește de la observația că ceea ce este observabil nu este faza electronului, ci variația „reală" a acesteia, pentru că ea conduce de exemplu la lungimea de undă, și deci la impulsul electronului, care este măsurat în experimente. Acum însă, variația reală a fazei ia în calcul nu numai numerele pe care noi le citim pentru fază în sistemele arbitrare de referință pe care le-am definit, dar implică și *aranjamentul* sistemelor de referință unele față de altele. Aranjamentul este însă dat de *conexiune*, adică de potențialele $(V, \mathbf{A})$. Derivata covariantă a fazei reprezintă deci variația „reală" a fazei, și ia în calcul potențialele electrodinamice. Pentru cei care au urmărit căsuța matematica a secțiunii de față, derivata covariantă a fost scrisă sub forma $D_\mu = \partial_\mu + iqA_\mu$.

În final, nu putem să nu remarcăm similitudinile dintre principiul invarianței la trasformările de etalonare locale și teoria relativității generale. În primul vorbim de grade interne de libertate ale electronului care se aseamănă cu dimensiuni spațiale suplimentare, deși nu trebuie confundate cu ele. În ambele situații avem o libertate de alegere a unei etalonări (în teoria relativității generale alegerea este dată de sistemul de coordonate arbitrar), iar în reprezentarea mănuchiurilor de fibre se folosesc noțiuni asemănătoare teoriei relativității, ca aceea de *conexiune*.

Înseamnă oare că există o legătură adâncă între cele două teorii? Părerile fizicienilor sunt împărțite, însă cei mai mulți sunt de acord că invarianța la transformarea de etalonare locală trebuie tratată diferit față de teoria relativității generale. Cu toate acestea, similitudinile dintre cele două teorii reprezintă un indiciu pentru unificarea mecanicii cuantice cu teoria relativității. Observația a fost deja speculată de fizicianul Abhay Ashtekar, într-o versiune particulară a *teoriei gravitației cuantice*, o teorie în curs de elaborare ce ar urma să unifice teoria relativității generale cu mecanica cuantică (vezi figura 206).

Ne oprim aici cu prezentarea principiului invarianței la transformările de etalonare locală. În secțiunile următoare vom încerca să aplicăm ceea ce am discutat la quarci. Linia pe care trebuie s-o urmăm a fost menționată deja. În primul rând trebuie să identificăm gradele de libertate interne ale quarcilor, asociate unor transformări de etalonare *globale*. Apoi trebuie să aplicăm principiul de mai sus în cazul unor transformări de etalonare *locale*, construind câmpul care face posibilă această invarianță. Ea va reprezenta câmpul de interacțiune dintre quarci, după cum câmpul electromagnetic reprezintă câmpul de interacțiune dintre electroni.

164. Culorile quarcilor

În secțiunea precedentă am prezentat *principiul invarianței la transformările locale de etalonare* în cazul electronului. Am văzut că faza electronului este un grad de libertate intern, pentru că valoarea ei poate fi aleasă oricât în fiecare punct al spațiului (proces pe care l-am denumit *etalonare*). Însă, pentru a compensa această alegere, trebuie să transformăm de fiecare dată potențialele câmpului electromagnetic de la o etalonare la alta. Concluzia surprinzătoarea a fost că interacțiunea electromagnetică dintre electroni este o consecință a gradului intern de libertate al electronului, faza sa.

Atunci, dacă e să descoperim interacțiunea dintre quarci (pe urmele căreia suntem în acest capitol), trebuie să găsim mai întâi *gradele lor interne de libertate*. Apoi vom folosi principiul de mai sus pentru a reconstrui câmpul necesar care compensează alegerea unei etalonări sau alta în aceste grade interne de libertate. Câmpul găsit va fi responsabil în final pentru interacțiunea dintre quarci.

De aceea, să ne întoarcem la quarci și să ne reamintim că ei sunt în esență fermioni de spin 1/2, ca și electronii, având însă o altă masă de repaus și o altă sarcină electrică (vezi secțiunea 158). Priviți din acest punct de vedere, quarcii nu diferă prea mult de electroni. La fel ca la electroni, vom considera că faza lor este un grad intern de libertate. După cum vom vedea mai jos, pentru a descrie corect interacțiunea dintre quarci, trebuie să recunoaștem mai întâi că acești quarci au și alte grade interne de libertate decât faza lor, și anume *culorile* acestora.

Culoarea quarcilor exemplifică clar felul în care teoreticienii descoperă elementul esențial în datele experimentale. Astfel, organizarea barionilor în tabelele lui M.Gell-Mann ascunde o particularitate crucială pentru înțelegerea proprietăților quarcilor.

Dacă privim diagrama 15.16, vedem că cei trei barioni din colțurile diagramei sunt compuși din trei quarci de aceeași aromă. De exemplu, barionul Δ^{++} este compus din *trei* quarci de aromă u. Spinul particulei Δ^{++} este $3/2$, ceea ce înseamnă că toți cei trei quarci u ar trebui să aibă spinul $1/2$ orientat în aceeași direcție.

Într-o imagine simplificată, ne așteptăm ca și quarcii să fie așezați pe „orbite" în interiorul particulei Δ^{++} precum electronii sunt așezați pe orbite în interiorul atomului. Acum însă, quarcul u este un *fermion* de spin $1/2$, la fel ca electronul. El se supune principiului lui Pauli, care spune că o singură stare cuantică va găzdui *cel mult* un fermion.

Atunci, pe „orbita" de energie minimă din interiorul particulei Δ^{++} nu putem pune decât un quarc u din cei trei. Al doilea quarc are spinul orientat în aceeași direcție ca și primul, deci el trebuie așezat pe o altă orbită. Același lucru ar trebui să fie valabil și pentru cel de-al treilea quarc. Cu toate acestea, teoreticienii au presupus corect că este improbabil ca cei trei quarci să ocupe „orbite" diferite, deoarece momentul cinetic orbital total al particulei este nul. Cel mai probabil, *toți* cei trei quarci u se găsesc pe „orbita" de energie minimă a particulei Δ^{++}, având spinul orientat în aceeași direcție. Și atunci?

În anul 1964, fizicianul Oscar Greenberg, urmat de fizicienii Moo-Young Han și Yoichiro Nambu, au decis să urmeze totuși această cale și să presupună că cei trei quarci u din barionul Δ^{++} ocupă aceeași stare de spin și de moment orbital. În mod necesar însă, ei sunt atunci *diferiți*. În acest fel nu am mai fi încurcați de principiul lui Pauli și putem pune mai mult de doi quarci pe o aceeași stare cuantică din interiorul particulei Δ^{++}.

În propunerea fizicienilor, același quarc u este de trei tipuri, care au fost numite „culori": *roșu* (r), *verde* (v) și *albastru* (a), după cum este schițat în figura 16.10. Admițând că fiecare din quarcii u ai particulei Δ^{++} reprezintă câte unul din cele trei tipuri, atunci ei ar fi *diferiți*, deci pot fi așezați toți trei fără nici o problemă pe starea de energie minimă.

Ipoteza formulată de Greenberg pare introdusă ad-hoc pentru a explica particularitatea barionului Δ^{++}. Cu toate acestea, același tip de argument îl vom face și pentru barionul Δ^{-} (compus din trei quarci d), ajungând la concluzia că și quarcul d are trei culori. De fapt, am putea presupune la fel de bine că toți quarcii au trei culori.

Desigur, trebuie să menționăm că această „culoare" a quarcilor nu are absolut *nici o legătură* cu culoarea obiectelor pe care o vedem în jur. Quarcii nu sunt colorați cu niște vopsele roșii, verzi sau albastre. Culoarea quarcilor definește trei stări cuantice diferite pe care quarcul le va lua în același punct din spațiu, pentru aceeași stare de spin (vezi figura 16.10). Să nu uităm însă că avem deja diverse *arome* de quarci (s, p, d etc.) și deci fiecare dintre aceste arome poate avea oricare dintre cele trei culori. O reprezentare mai potrivită a culorii quarcilor este cea în care ea e privită ca un fel de sarcină suplimentară, pe lângă sarcina electrică a quarcului.

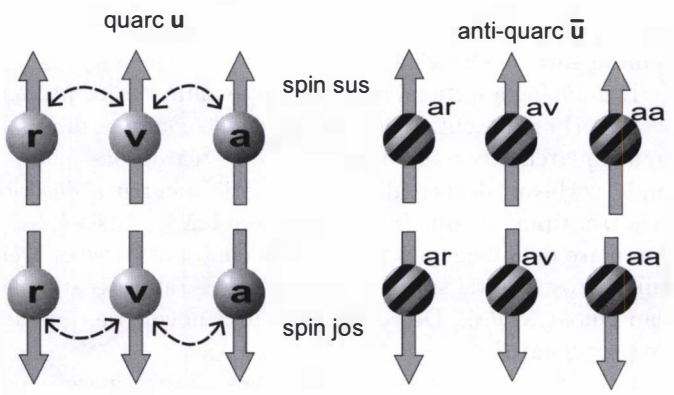

Figura 16.10: *În figură sunt reprezentate cele 12 stări cuantice discrete pe care un quarc și un antiquarc de aromă dată (u, de exemplu) le pot lua în același punct din spațiu. În stânga sus este reprezentată o singură stare de spin, unde quarcul are trei „culori": roșu (r), verde (v) și albastru (a). Denumirea este doar o convenție. În stânga jos sunt reprezentate cele trei culori pentru cealaltă stare de spin. În dreapta sunt reprezentate aceleași șase stări din stânga în situația când quarcul u merge înapoi în timp (în reprezentarea lui Feynman). Ele sunt percepute de noi ca stări ale antiquarcului u. Prin convenție, culorile antiquarcului (pe care noi l-am desenat hașurat) sunt numite antiroșu (ar), antiverde (av) și antialbastru (aa). Săgețile din figură reprezintă faptul că, în decursul proceselor cuantice, quarcul își va schimba culoarea.*

Așa cum am menționat în secțiunea 144, antiparticulele pot fi privite ca niște particule circulând înapoi în timp, și același lucru îl vom spune și despre antiquarci. Ei sunt desemnați în mod obișnuit prin aceleași litere ca și quarcii, cu o bară însă deasupra literei (de exemplu $\overline{u}$ este antiquarcul quarcului u). Antiquarcii vor avea *semne opuse* ale diverselor sarcini, ca sarcina electrică ori sarcina de stranietate. Dacă, de exemplu, quarcul u are sarcina electrică $2e/3$ (unde e este sarcina electrică elementară), atunci antiquarcul $\overline{u}$ va avea sarcina electrică $-2e/3$.

Prin analogie cu sarcinile existente, această proprietate a fost extinsă și la „culoare". De aceea unii fizicieni spun că *antiquarcul* quarcului u roșu va avea culoarea *antiroșie*. Denumire poate nu este cea mai potrivită, dar ea are anumite avantaje. Ca să nu ne încurcăm, cel mai simplu este să ținem minte minte că în metoda lui Feynman (discutată în capitolele 13 și 14) un antiquarc antiroșu nu este altceva decât un quarc roșu care merge *înapoi în timp*.

În această reprezentare, o sarcină roșie este echivalentul unei sarcini electrice negative (sau pozitive, după convenție). Sarcina antiroșie este atunci echivalentul unei sarcini electrice pozitive (pe invers). Aceasta deoarece un antiquarc antiroșu poate fi interpretat ca un quarc roșu călătorind înapoi în timp, la fel cum un pozitron încărcat electric pozitiv este privit ca un electron încărcat electric negativ care circulă înapoi în timp.

Fiecare dintre cele trei culori se comportă asemănător sarcinii electrice, de aceea vom spune că sarcina de culoare are trei specii (roșu, verde și albastru), spre deosebire de doar o singură specie a sarcinii electrice. Fiecare dintre specii conține două tipuri, în funcție de faptul că mișcarea are loc înainte sau înapoi în timp (roșu-antiroșu pentru

specia roșie de quarc și pozitiv-negativ pentru specia denumită sarcină electrică).

Terminologia anticulorilor are un avantaj major atunci când vorbim de „culoarea" unei particule compuse din mai mulți quarci. Aceasta ne duce cu povestea un pas înapoi, unde vorbeam despre alegerea „culorii" pentru a descrie cele trei tipuri de quarci u din barionul Δ^{++}. Astfel, alegerea are de-a face cu o proprietate cunoscută a celor trei culori (roșu, verde și albastru): faptul că, amestecate, ele dau culoarea *albă*. De ce am avea însă nevoie de o astfel de proprietate?

Motivul este legat de interacțiunea dintre quarci, cea pe urmele căreia suntem. Astfel, interacțiunea dintre quarci se manifestă evident în interiorul particulelor, acolo unde trei quarci se atrag formând, de exemplu, protonul. La distanțe mari însă, domină mai întâi interacțiunea nucleară tare dintre protoni, și apoi numai interacțiunea electromagnetică dintre protoni, dar nu interacțiunea dintre quarci. Este ca și cum quarcii nu s-ar „vedea" de la distanță atunci când sunt în protoni diferiți.

De aceea, fizicienii au propus ca cei trei quarci dintr-un barion (protonul, de exemplu) să fie de cele trei culori *diferite* (roșu, albastru și verde), a căror „sumă" va da alb. Culoarea albă este prin definiție o sarcină de culoare nulă. În acest fel protonul ar fi lipsit de sarcină de culoare, deci nu ar interacționa la distanțe foarte mari cu un alt proton decât prin intermediul forței electromagnetice.

Desigur, în această imagistică destul de simplificată definim „suma" unor sarcini de culoare ca fiind culoarea „amestecului". După cum atomul de hidrogen are o sarcină pozitivă și una negativă, a căror sumă creează un atom neutru, la fel și cei trei quarci de culori diferite vor crea o particulă de culoare neutră, o particulă pe care o vom considera „albă". După așteptările fizicienilor, toate particulele *observabile* ar trebui să fie albe, deci neutre din punctul de vedere al sarcinii de culoare.

O astfel de abordare „explică" și de ce quarcii nu au fost văzuți niciodată *separați* (liberi), cu toate încercările fizicienilor experimentatori. Astfel, un quarc nu va fi niciodată observat liber pentru că el nu poate fi *alb*.

Propunerea că numai particulele de culoare *albă* ar fi vizibile în experimente explică în mod natural și singurele combinații de quarci observate libere în natură. Astfel, nu putem crea niciodată particule din doi quarci, pentru că numai din două culori din cele trei (roșu, verde și albastru) nu obținem alb. Pe de altă parte, putem construi culoarea albă dintr-o culoare și o „anticuloare", adică dintre un *quarc* și un *antiquarc* ($q\overline{q}$), chiar dacă ei sunt de tipuri diferite (s, p, d etc.).

Atunci, singurele combinații observate în experiment vor fi *barionii* (formați numai din *trei quarci* de culori diferite, pentru a da alb), *antibarionii* (formați din *trei antiquarci* de anticulori diferite) și *mezonii* (formați dintr-un quarc de o culoare și un antiquarc de anticuloarea respectivă). Ele sunt singurele combinații elementare care ne dau particule de culoare albă și singurele observate în natură (vezi de exemplu tabelul 15.12).

În practică, lucrurile sunt ceva mai complexe. Astfel, un mezon este format dintr-un quarc și un antiquarc *diferit* (u și $\overline{d}$, de exemplu), care au împreună culoarea *albă*. Pe aceasta o putem obține „vopsind" primul quarc u roșu și antiquarcul $\overline{d}$ antiroșu, sau quarcul u verde și antiquarcul

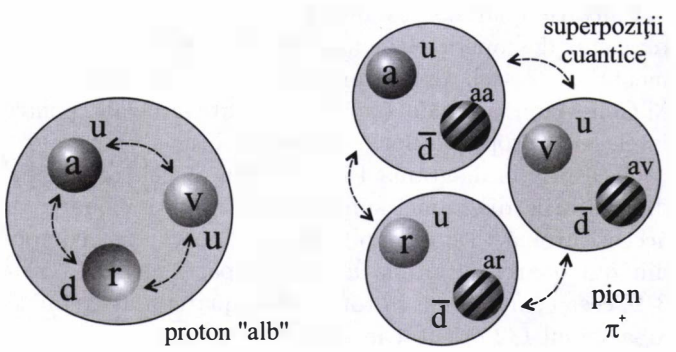

Figura 16.11: *În stânga sunt reprezentate cele trei „culori" ale celor trei quarci din interiorul unui proton: roșu (r), verde (v) și albastru (a). Amestecul culorilor este „alb", ceea ce înseamnă în esență că protonul este lipsit de sarcină de culoare. Prin săgeți este reprezentat faptul că culorile quarcilor se pot schimba între ele. Aceasta înseamnă că protonul este de fapt o superpoziție cuantică a mai multor stări semiclasice. În dreapta este aceeași situație pentru mezonul π^+. El este format dintr-un quarc u de o culoare dată (de exemplu, albastru a) și un antiquarc $\overline{d}$ de anticuloarea respectivă, reprezentată hașurat (de exemplu, antialbastru aa). Deoarece mezonul nu are o preferință pentru o culoare anume, el este o superpoziție cuantică a tuturor celor trei posibilități (reprezentate prin săgeți).*

$\overline{d}$ antiverde, ori quarcul u albastru și antiquarcul $\overline{d}$ antialbastru. În natură însă, există un singur mezon, format dintr-un quarc u și un antiquarc d, căci natura nu are o preferință pentru una dintre cele trei culori. Matematic, mezonul se dovedește a fi o *superpoziție cuantică* a celor trei posibilități clasice menționate mai sus (vezi figura 16.11).

Noua culoare a quarcului este în esență *gradul de libertate intern* pe care îl căutam. Culoarea se adaugă la faza undei de probabilitate a unui quarc. Un quarc va avea deci o fază anume, dar și una dintre cele trei culori. Dacă este așa, culorile quarcilor vor fi, conform principiului invarianței la etalonarea locală (detaliat în secțiunile precedente), responsabile de interacțiunea dintre quarci, după cum sarcina electrică este responsabilă de interacțiunea electromagnetică. Privim atunci culoarea quarcului ca pe o *sarcină de culoare*. Interacțiunea dintre quarci, cea care îi ține împreună în barioni și mezoni, se va numi *interacțiune de culoare*.

Pentru că interacțiunea de culoare dintre quarci este descrisă în esență de sarcina lor de culoare, teoria poartă numele de *cromodinamică cuantică*. Cu alte cuvinte, cromodinamica cuantică descrie interacțiunea dintre quarcii colorați.

Căci, și aici este frumusețea principiului invarianței la etalonarea locală, deoarece quarcii sunt „colorați", ei *trebuie* să interacționeze între ei. De aceea, acum trebuie să aplicăm principiul invarianței la transformările locale de etalonare pentru a afla forma interacțiunii dintre quarci, introdusă de culorile lor. Aceasta, atenție, fără nici un fel de experiment!

165. Simetria SU(3) a quarcilor

În secțiunile precedente am văzut că un quarc este foarte asemănător unui electron, prin faptul că e un *fermion* de spin 1/2. Quarcul are o sarcină electrică de exact o treime sau două treimi din sarcina elementară a electronului. În final, quarcul mai are și o masă de repaus nenulă, diferită de cea a electronului.

Din asemănarea quarcului cu electronul liber ne așteptăm atunci să descriem comportarea cuantică a unui quarc *liber* prin aceleași modele ale mecanicii cuantice relativiste ca și în cazul electronului. În aceste modele trebuie să modificăm numai un singur număr: *masa de repaus* a quarcului, care este diferită de cea a electronului. Dacă ne-am opri aici, am obține probabil niște electroni „mai grei", cum sunt în esență *tauonul* și *miuonul*, introduși în secțiunea 159. Desigur, pentru că sunt șase arome diferite de quarci (u, s, d, c, b, t), vom obține șase tipuri de „electroni" mai grei.

Natura a vrut totuși să fie altfel. În plus față de electroni, quarcii au și „culori": *roșu*, *verde* și *albastru*. Deoarece culorile pot fi privite ca niște grade interne de libertate ale quarcilor, ele sunt răspunzătoare de natura interacțiunilor dintre quarci. Aici este momentul unde ne despărțim de mecanica cuantică relativistă așa cum o știam (și care a fost doar o pistă de lansare), pentru a intra pe tărâmul *teoriilor de etalonare* Yang-Mills. După cum am menționat, trebuie să folosim principiul invarianței la transformările locale de etalonare pentru a descoperi interacțiunea dintre quarci, fiindcă ea se datorează tocmai gradelor interne de libertate ale quarcilor.

Pentru aceasta însă, trebuie să ne facem o idee mai clară despre forma și simetria spațiilor interne ale quarcului. De exemplu, în cazul electronului fără spin, spațiul intern era cel dat de faza $\phi(\mathbf{r},t)$ a undei de probabilitate $\psi(\mathbf{r},t) = |\psi(\mathbf{r},t)|e^{i\phi(\mathbf{r},t)}$ a lui (vezi figura 16.8). O transformare de etalonare *globală* în acest spațiu era dată de o modificare a fazei peste tot în spațiu cu aceeași valoare $\Delta\phi$ (un număr real) și anume $\psi'(\mathbf{r},t) = e^{i\Delta\phi}\psi(\mathbf{r},t)$. Modificarea nu schimba rezultatele experimentului de difracție, de exemplu, pentru că franjele de interferență depind de *diferența de fază*, care rămâne neschimbată. Același lucru îl putem spune și despre probabilitatea de a găsi electronul într-un loc din spațiu, deoarece ea nu depinde de faza undei de probabilitate, ci de modulul sau. Cu alte cuvinte, o transformare *globală* în acest grad de libertate intern al electronului (dat de faza sa) lasă neafectată comportarea electronului în experimente.

Pentru a descoperi structura gradelor de libertate interne ale quarcului, trebuie să ne punem mai întâi aceeași întrebare ca la electron: ce putem schimba la quarci, în așa fel încât rezultatul experimentului să fie *neafectat*?

Pentru simplitate, să ne imaginăm că facem un experiment de difracție cu un singur quarc (vezi figura 16.12). Ce putem schimba *global* la experiment în așa fel încât franjele de interferență să rămână nemodificate? Putem, de exemplu, modifica *global* faza undei de probabilitate a

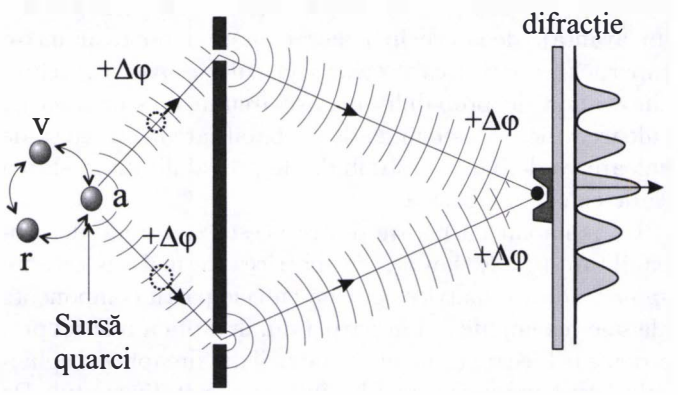

Figura 16.12: *Un experiment ipotetic de difracție efectuat cu un singur quarc. Aici figura de difracție rămâne neafectată dacă schimbăm culoarea quarcului (r, v, sau a), ceea ce înseamnă că o culoare a quarcului scoate în evidență un grad de libertate intern. De asemenea, figura de difracție nu se schimbă dacă schimbăm global faza quarcului cu aceeași valoare $\Delta\phi$. Aceasta pentru că figura de interferență este dată de diferența de fază dintre cele două componente ale undei de probabilitate, diferență care va rămâne aceeași.*

quarcului. Atunci, ca și la experimentele de difracție cu electroni, franjele nu se deplasează, pentru că interferența este dată de diferența de fază dintre cele două componente ale undei care interferează pe ecranul de difracție.

Putem însă folosi și culoarea quarcilor. Dacă am schimba acum *culoarea* singurului quarc din experimentul de difracție, nu-i așa că franjele de interferență rămân neschimbate? Desigur, în special dacă observăm că „culoarea" nu este de fapt decât o fațetă a aceluiași quarc (vezi figura 16.12). Presupunerea se bazează pe două elemente. În primul rând, comportarea quarcilor liberi nu depinde de culoare. În al doilea rând, noi nu putem identifica vreo culoare absolută a quarcului, ci doar putem spune că doi quarci puși unul lângă altul au sau nu culori diferite. Dacă cineva *schimbă* pentru noi culoarea quarcului în experimentul de difracție, noi nu ne dăm seama.

Avem până acum două tipuri de transformări de etalonare *globale* care lasă experimentul de difracție neschimbat: fie schimbăm faza quarcului, fie îi schimbăm culoarea. Ce trebuie noi acum să construim, matematic dacă avem răbdare, este transformarea care le adună pe amândouă la un loc. Această transformare va scoate în evidență *simetriile* interne ale quarcului, deci automat gradul de libertate intern (forma spațiului suplimentar în care se manifestă simetriile).

Descrierea acestor transformări generale (care includ atât schimbarea de fază, cât și schimbarea de culoare) este mai greu de făcut în cuvinte, de aceea vom recurge la câteva matrici, pentru a clarifica situația. Astfel, vom scrie la început unda de probabilitate $\psi(\mathbf{r},t)$ a quarcului (ce poate lua *trei* culori) ca pe o matrice coloană, cu trei linii, fiecare linie corespunzând unei culori, notate cu ψ_r, ψ_v și ψ_a de la inițialele celor trei culori:

$$\psi(\mathbf{r},t) = \begin{pmatrix} \psi_r(\mathbf{r},t) \\ \psi_v(\mathbf{r},t) \\ \psi_a(\mathbf{r},t) \end{pmatrix} \qquad \psi_v(\mathbf{r},t) = \begin{pmatrix} \psi_1(\mathbf{r},t) \\ \psi_2(\mathbf{r},t) \\ \psi_3(\mathbf{r},t) \\ \psi_4(\mathbf{r},t) \end{pmatrix}$$

Notația precedentă cu o matrice (partea din stânga) are un avantaj, deoarece în general quarcul poate fi într-o superpoziție cuantică a celor trei culori. Aici ψ_r reprezintă unda de probabilitate a quarcului în starea sa de culoare roșie, ψ_v este unda de probabilitate în starea sa de culoare verde, iar ψ_v este unda de probabilitate în starea sa de culoarea albastră.

De remarcat că fiecare dintre aceste trei unde de probabilitate (ψ_r,ψ_v sau ψ_a) în matricea de mai sus este un *spinor*, adică o matrice coloană cu cele patru componente ale sale (exemplificată în partea din dreapta a relației precedente). Fiecare element al matricii din dreapta (al spinorului) este un numar complex într-un punct din spațiu. De aceea, ψ_v are forma dată de ecuația lui Dirac din secțiunea 132, reprezintând atât cele două stări de spin ale quarcului verde, precum și stările de particulă și antiparticulă. Aceasta pentru că un quarc de culoare bine definită este în principiu analog electronului liber, având doar o altă masă de repaus.

Matricea totală ψ de mai sus are deci de fapt 12 linii, dar noi vom scrie aici doar cele trei componente ale culorilor. Forma de mai sus scoate în evidență și faptul că nu există o singură fază a quarcului, ci *trei*, câte una pentru fiecare din cele trei unde de probabilitate ψ_r, ψ_v și ψ_a.

Dacă un quarc din experimentul de difracție se găsește sigur în starea sa de culoare „roșie", atunci matricea de mai sus o scriem simplificat

$$\psi(\mathbf{r},t) = \begin{pmatrix} \psi_r(\mathbf{r},t) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Cu alte cuvinte, probabilitatea ca acest quarc să aibă altă culoare decât cea roșie este nulă.

Acuma însă, am văzut că există niște transformări *globale* în urma cărora franjele de difracție (rezultatul experimentului) rămân neschimbate. Prima dintre transformări a fost modificarea globală a *fazei* undei de probabilitate a quarcului cu aceeași valoare. Cum însă sunt trei culori, putem face trei astfel de modificări, înmulțind cu un număr complex de modul egal cu unitatea $e^{i\Delta\theta}$ oricare din cele trei componente, unde $\Delta\theta$ este schimbarea de fază.

Pentru a schimba fazele tuturor celor trei unde de probabilitate corespunzătoare celor trei culori (ψ_r, ψ_v și ψ_a), putem înmulți matricea ψ cu o matrice diagonală, formată din numere complexe de modul egal cu unitatea. Dacă schimbăm de exemplu *global* fazele acestor culori cu $\Delta\theta_r$, $\Delta\theta_v$ și $\Delta\theta_a$, noua undă de probabilitate a quarcului va deveni:

$$\begin{pmatrix} \psi'_r(\mathbf{r},t) \\ \psi'_v(\mathbf{r},t) \\ \psi'_a(\mathbf{r},t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{i\Delta\theta_r} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\Delta\theta_v} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\Delta\theta_a} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_r(\mathbf{r},t) \\ \psi_v(\mathbf{r},t) \\ \psi_a(\mathbf{r},t) \end{pmatrix}$$

Transformarea de mai sus lasă experimentul de difracție cu un quarc nemodificat, deoarece fiecare dintre componente interferă separat (lucru asigurat de forma matriceală a undei de probabilitate ψ), iar franjele de interferență nu vor fi deplasate ($\Delta\theta_r$, $\Delta\theta_v$, $\Delta\theta_a$ sunt aceleași numere complexe peste tot în spațiu).

Acum însă, o altă situație era cea în care quarcul își schimba culoarea. Forma matriceală a undei de probabilitate ψ a quarcului ne ajută să descriem și această transformare. De exemplu, putem începe cu un quarc care este *roșu* și face o transformare în urma căruia el să devină *verde*. În acest caz rezultatul experimentului de difracție este același. Această transformare se scrie ca

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \psi_v(\mathbf{r},t) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_r(\mathbf{r},t) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

După cum vedem mai sus, $\psi_v(\mathbf{r},t) = \psi_r(\mathbf{r},t)$ și noi nu remarcăm nimic în experimentul de difracție la quarcul nostru care și-a schimbat culoarea.

O transformare *generală* este o *combinație* a celor două tipuri de transformări menționate de noi mai devreme (schimbarea fazei și schimbarea culorii), făcute în ce ordine vrem noi. O astfel de transformare combinată lasă experimentul de difracție neschimbat. Ea poate fi scrisă general sub forma:

$$\psi'(\mathbf{r},t) = \begin{pmatrix} \psi'_r(\mathbf{r},t) \\ \psi'_v(\mathbf{r},t) \\ \psi'_a(\mathbf{r},t) \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} \psi_r(\mathbf{r},t) \\ \psi_v(\mathbf{r},t) \\ \psi_a(\mathbf{r},t) \end{pmatrix} = U\psi(\mathbf{r},t)$$

Mai sus, U este o matrice 3×3, însă nu orice fel de matrice, ci doar produse ale celor două tipuri de matrice introduse mai devreme, în care schimbăm culoarea quarcilor sau fazele individuale ale quarcilor. În termeni matematici, transformarea U *generală* pe care o căutăm este un produs al tuturor matricilor de transformare de cele două tipuri menționate mai devreme.

Matematicienii au arătat că matricile U ce pot fi scrise ca un astfel de produs (cu oricât de multe matrici diagonale care schimbă faza și cu oricât de multe care schimbă doar o culoare) sunt *unitare*. Astfel, o matrice *unitară* U, complexă, are o definiție clară în matematică. Ea este o matrice pătrată cu proprietatea că produsul ei cu al matricei transpuse și conjugate $U^\dagger$ este chiar matricea unitate $U^\dagger U = I_3$. Aici semnul † reprezintă operația prin care matricea complexă U este conjugată și apoi transpusă, iar I_3 este matricea unitate de dimensiuni 3×3:

$$U = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}; \quad U^\dagger = \begin{pmatrix} a^* & d^* & g^* \\ b^* & e^* & h^* \\ c^* & f^* & i^* \end{pmatrix}; \quad U^\dagger U = I_3$$

Matricile pe care noi le-am exemplificat mai sus sunt unitare, după cum se verifică direct.

Toate matricile unitare de dimensiune 3 formează un *grup*, notat cu $U(3)$. Aceasta înseamnă că două matrici unitare înmulțite între ele dau *tot* o matrice unitară, lucru care păstrează *consistența* transformării noastre de etalonare. Putem face deci mai multe transformări de etalonare globale U_i, înmulțind matricile una după alta, deoarece matricea finală $U = U_1 \times U_2 \times U_3 \times \ldots$ va fi sigur unitară, și deci va descrie o transformare corectă de etalonare.

Înmulțirea matricilor în grupul $U(3)$ nu este comutativă, adică rezultatul este diferit dacă se schimbă ordinea matricilor în operația de înmulțire. În termeni matematici, se spune că grupul $U(3)$ nu este *abelian*. Acest lucru se regăsește în limbajul fizicienilor, care spun despre teoriile ce descriu quarcii că nu sunt abeliene.

Argumentul pentru care toate matricile U trebuie să fie unitare este următorul. Probabilitatea totală de găsi quarcul în punctul $\mathbf{r}$ și la momentul t în starea sa „roșie" este $\psi_r^\dagger(\mathbf{r},t)\psi_r(\mathbf{r},t)$, pe care o scriem simplificat $\psi_r^\dagger\psi_r$. Probabilitatea totală de a găsi quarcul în punctul $\mathbf{r}$ și la momentul t în oricare dintre cele trei stări este $\psi^\dagger\psi = \psi_r^\dagger\psi_v + \psi_v^\dagger\psi_a + \psi_r^\dagger\psi_a$. Această mărime nu trebuie să se schimbe însă la transformarea de etalonare U, altfel vom remarca rezultatul în experimente. Să calculăm această probabilitate în cazul în care facem transformarea de etalonare:

$$\psi'^\dagger\psi' = (\psi^\dagger U^\dagger)(U\psi) = \psi^\dagger I_3\psi = \psi^\dagger\psi$$

Vedem că probabilitatea totală rămâne aceeași, tocmai pentru că $U^\dagger U = I_3$, așa cum am menționat mai devreme. Cu alte cuvinte, matricea transformării trebuie să fie *unitară*.

O matrice pătrată oarecare U de ordinul trei, complexă, este descrisă în general de 18 numere reale (nouă numere complexe, câte unul pentru fiecare element). Pe de altă parte, setul de matrici *unitare* $U(3)$ este mult mai restrâns, fiind descris de *nouă* numere reale. Dacă știm aceste numere reale, știm matricea unitară corespunzătoare. Atenție însă, acestea sunt numere reale, nu funcții, pentru că încă discutăm de transformarea de etalonare globală.

Deoarece matricile U sunt unitare, ele au determinantul (un număr complex) de modul egal cu unitatea $|det(U)| = 1$. În practică, fizicienii mai introduc o constrângere asupra matricilor de transformare U, și anume ca ele să aibă determinantul *egal* cu 1, nu numai modulul acestui determinant. Grupul matricelor unitare U care au determinantul egal cu unitatea se notează cu $SU(3)$.

Motivul este legat de faptul că o matrice unitara U a grupului $U(3)$ se poate scrie mereu sub forma $U = e^{i\phi}U'$, unde U' este o matrice a grupului $SU(3)$. Transformarea de fază globală $e^{i\phi}$ este însă apanajul interacțiunilor electromagnetice, care nu fac obiectul discuției acestei secțiuni. Pentru că transformările pe care le au în vedere fizicienii pentru interacțiunea de culoare fac parte din grupul $SU(3)$ un grad de libertate cade din cele nouă inițiale și rămân doar *opt*. Ele sunt de obicei notate cu θ_a, unde $a = \overline{1:8}$.

Calcul: *Matricile SU(3)*

Să scriem o relație matematică pentru cele opt grade de libertate ale quarcului, folosind un rezultat al matematicienilor. Ei ne spun că orice matrice U a grupului $SU(3)$ poate fi scrisă ca:

$$U = \exp\left(-i\sum_{a=1}^{8}\frac{\lambda_a}{2}\theta_a\right)$$

Aici λ_a sunt opt matrici unitare 3×3, numite *generatori*, ce formează o *bază* a spațiului $SU(3)$ și sunt desemnate în fizica particulelor elementare ca *matricile Gell-Mann*, după numele fizicianului Murray Gell-Mann:

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0&1&0\\ 1&0&0\\ 0&0&0 \end{pmatrix};\quad \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0&-i&0\\ i&0&0\\ 0&0&0 \end{pmatrix};\quad \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1&0&0\\ 0&-1&0\\ 0&0&0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_4 = \begin{pmatrix} 0&0&1\\ 0&0&0\\ 1&0&0 \end{pmatrix};\quad \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0&0&-i\\ 0&0&0\\ i&0&0 \end{pmatrix};\quad \lambda_6 = \begin{pmatrix} 0&0&0\\ 0&0&1\\ 0&1&0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_7 = \begin{pmatrix} 0&0&0\\ 0&0&-i\\ 0&i&0 \end{pmatrix};\quad \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix} 1&0&0\\ 0&1&0\\ 0&0&-2 \end{pmatrix}$$

Cele opt numere reale θ_a sunt o reprezentare a gradelor interne de libertate ale quarcului în spațiul $SU(3)$. Cunoscând cele opt numere, vom cunoaște transformarea U care este aplicată undei de probabilitate ψ a quarcului. Ele pot fi privite și ca un fel de *faze generalizate* ale undei de probabilitate a quarcului. În plus, să mai remarcăm funcția exponențială *exp* care acționează asupra unor matrici, lucru mai neobișnuit. Comportarea obișnuită se reconstruiește însă folosind dezvoltarea în serie Taylor a funcției exponețiale.

Vedem că am găsit mai sus cea mai generală transformare de etalonare *globală*. Transformarea este dată de o *matrice unitară* U, cu determinant egal cu 1, de dimensiune trei și aparținând deci grupului $SU(3)$, iar ea se aplică undei de probabilitate ψ a unui quarc. Această matrice U trebuie înmulțită cu matricea coloană de trei linii ψ care reprezintă unda de probabilitate a quarcului cu trei culori posibile. Matematic, matricea U este identificată de opt numere reale θ_a, ce dau contribuția celor 8 *matrici Gell-Mann* λ_a numite *generatori*, iar întreg setul de matrici unitare este descris de grupul matematic $SU(3)$.

Cum ne ajută acest lucru mai departe? Ei bine, într-o primă instanță remarcăm că am găsit spațiul *gradelor interne de libertate* ale quarcilor. Acest spațiu SU(3), fiind descris de opt numere, va avea opt dimensiuni (vezi figura 16.13). Putem recurge și la imaginea *mănunchiului de fibre* prezentată în secțiunea precedentă. În acest caz fiecare fibră are opt dimensiuni (vezi figura 16.14).

Acum trebuie să aplicăm principiul invarianței la transformările de etalonare *locale* pentru a descrie câmpul ce mediază interacțiunea dintre quarci. Ideea de bază este să generalizăm transformarea U care reprezintă un grup de numere, aceleași în toate puntele de spațiu, la o transformare care este o funcție de poziție $U(\mathbf{r},t)$, deci un set de numere *diferite* în punctele de spațiu $\mathbf{r}$ și timp t. Aceasta este ceea înțelegem prin cuvântul „local".

Pentru a simplifica discuția și a evita o cale ce este, în esență, pur matematică, să facem o analogie cu cazul

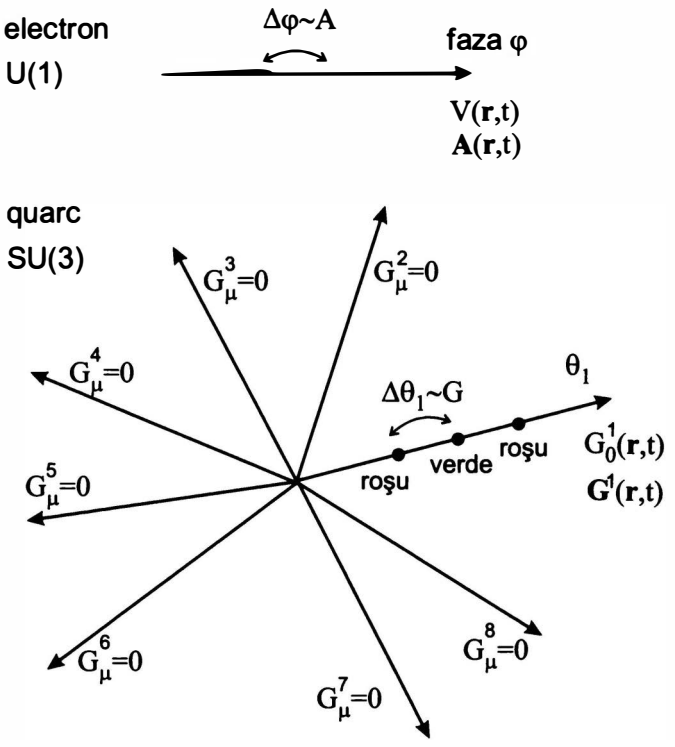

Figura 16.13: *În partea de sus este reprezentat simplificat spațiul $U(1)$ al gradului intern de libertate al electronului, faza sa (fibra din figura 16.9). Pe distanțe scurte, diferența de fază a unui electron ce este acumulată în mișcare în câmpul electromagnetic devine proporțională cu potențialele electrodinamice $V(\mathbf{r},t)$ și $\mathbf{A}(\mathbf{r},t)$ (vezi căsuța matematică din secțiunea 162). Jos este reprezentat schematic spațiul $SU(3)$ cu opt dimensiuni al gradelor interne de libertate ale quarcului (cele trei culori și fazele asociate). Fiecare dimensiune $i = \overline{1:8}$ are atașată o fază generalizată θ_i și un câmp gluonic G^i asemănător celui electromagnetic. Câmpul gluonic are o componentă echivalentă potențialui electric $G_0^i(\mathbf{r},t)$ și alta echivalentă potențialului magnetic vector $\mathbf{G}^i(\mathbf{r},t)$. În figură este prezentată situația în care numai unul dintre cele opt câmpuri este nenul. La trecerea prin acest câmp, pe distanțe mici, faza generalizată acumulată $\Delta\theta_i$ a quarcului devine proporțională cu valorile câmpului gluonic G^i.*

electronului și al interacțiunii electromagnetice. Am văzut acolo că puteam schimba faza undei de probabilitate a electronului $\psi(\mathbf{r},t)$ cu același număr $\Delta\phi$, în toate punctele din spațiu $\psi'(\mathbf{r},t) = e^{i\Delta\phi}\psi(\mathbf{r},t) = U\psi(\mathbf{r},t)$. Ea reprezenta o transformare de etalonare U *globală*, și ea nu afecta deloc experimentul. Probabilitatea de a găsi electronul rămânea aceeași $|\psi'(\mathbf{r},t)|^2 = |\psi(\mathbf{r},t)|^2$, ca și interferența în cazul unui experiment de difracție, deoarece faza se schimbă global, cu aceași valoare.

De aceea, pentru electron, vedem că U este un număr complex de modul unitar, ce poate fi privit ca un element al grupului $U(1)$. În acest fel, gradul intern de libertate al electronului (faza sa) se manifestă în spațiul $U(1)$, iar $\Delta\phi$ este o schimbare de fază în acest spațiu. Or, cu alte cuvinte, interacțiile electromagnetice în electrodinamica cuantică se supun simetriei $U(1)$.

Prin analogie cu electronii, vom spune că, pentru quarc, gradele sale interne de libertate (culorile și fazele atașate lor) se manifestă într-un spațiu $SU(3)$ de opt dimensiuni, iar numerele $\Delta\theta_i$ reprezintă un fel de schimbări de *fază generalizate*. Aceasta pentru că ele conțin atât schimbarea de culoare, cât și schimbarea de fază a undei de probabilitate atașate unei singure culori (r, v sau a).

Atunci când voiam să schimbăm *local* faza undei de probabilitate a electronului, transformarea devenea o funcție de poziție și timp: $\Delta\phi = \Delta\phi(\mathbf{r},t)$, or, cu alte cuvinte $U = U(\mathbf{r},t)$. Această transformare schimba rezultatul figurii de interferență, deci putea fi observată în experimente. După cum am învățat însă din experimentul Aharonov-Bohm (vezi secțiunea 162), avem noie să facem schimbarea, dacă vom compensa cu o altă etalonare a potențialelor electrodinamice $V(\mathbf{r},t)$ și $\mathbf{A}(\mathbf{r},t)$.

Vedem atunci că și în cazul quarcilor, dacă vrem ca o transformare de etalonare *locală* $U = U(\mathbf{r},t)$ să nu influențeze figura de difracție, trebuie să introducem un câmp suplimentar (numit *câmp gluonic*) cu care vom compensa schimbarea de etalonare. Potențialele asociate acestui câmp sunt echivalente potențialelor electrodinamice.

Acest câmp gluonic este atunci o *consecință* directă a simetriei $SU(3)$ și a transformărilor U care au devenit acum *locale*. Astfel, dacă quarcii nu ar fi avut culoare, atunci am fi putut transforma doar faza undei lor de probabilitate în cadrul simetriei $U(1)$. După etalonarea locală, am fi introdus un câmp care să compenseze alegerile de la o etalonare la alta, care va fi fost chiar câmpul electromagnetic. Atunci quarcii ar fi fost doar un fel de „electroni", având doar o altă masă și o altă sarcină electrică.

Luând în calcul transformările ce includ și culoarea quarcului, am descoperit simetria $SU(3)$. Ea este o simetrie *suplimentară*, deoarece am eliminat simetria $U(1)$ din cea inițială $U(3)$. Pentru a putea efectua transformări de etalonare *locale* în noua simetrie $SU(3)$ suntem obligați să introducem un alt câmp care să compenseze alegerile transformării, numit *câmp gluonic*, în plus față de câmpul electromagnetic.

Cum putem construi acest câmp gluonic? Cum arată el? Care sunt caracteristicile sale principale? Răspunsul exact îl om da la sfârșitul acestei secțiuni, acolo unde am atașat o căsuță matematică pentru cei interesați. Până atunci însă, să descriem în linii mari principalele caracteristici ale acestui câmp.

Astfel, am văzut că un quarc are un spațiu intern de opt dimensiuni, spre deosebire de electron, al cărui spațiu intern are doar o dimensiune (faza sa). Am putea atunci simplifica problema și considera doar una din cele opt dimensiuni, θ_1 să spunem (vezi figura 16.13). Făcând transformări numai de-a lungul acestei dimensiuni, vom avea o situație similară câmpului electromagnetic.

Electronului însă am văzut că îi atașăm un câmp electromagnetic descris de potențialele sale electrodinamice $V(\mathbf{r},t)$ și $\mathbf{A}(\mathbf{r},t)$. Atunci și gradului de libertate intern θ_1 al quarcului îi vom atașa un câmp asemănator celui electromagnetic, pe care fizicienii îl notează cu G^1. El poartă numele de *câmp gluonic*, de la „glue" care în limba engleză înseamnă *lipici*. El are o componentă $G_0^1(\mathbf{r},t)$ echivalentă potențialului electric V și alta $\mathbf{G}^1(\mathbf{r},t)$, echivalentă potențialului magnetic vector $\mathbf{A}$.

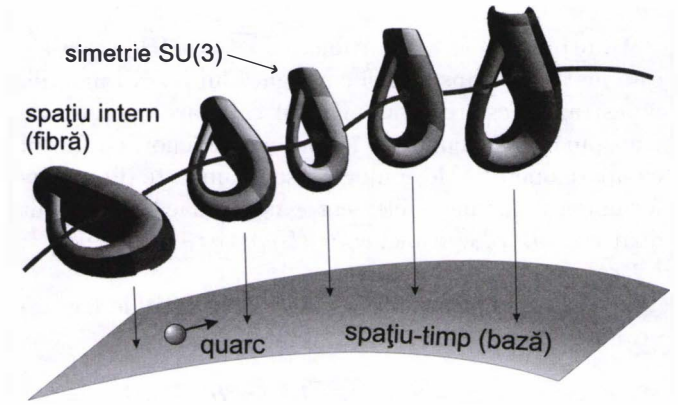

Figura 16.14: *În figură este reprezentat schematic mănunchiul de fibre în cazul gradelor de libertate interne ale quarcului. Planul de jos reprezintă baza mănunchiului de fibre, spațiul-timp obișnuit în care se mișcă quarcul, în reprezentarea lui Feynman, acolo unde quarcul parcurge mai multe altfel de traiectorii în acelasi timp. Sus este reprezentată fiecare fibră, ca un spațiu închis cu mai multe dimensiuni (opt în total), dat de gradele de libertate interne ale quarcului. Spațiul se supune simetriei $SU(3)$, iar în el quarcul își poate schimba atât culoarea, cât și fazele asociate celor trei unde de probabilitate (câte una pentru fiecare culoare, existând opt grade de libertate în total). În spațiul intern sunt schițate câteva sisteme de referință ce conțin și culoarea. Linia dintre spații exemplifică evoluția culorii și fazelor pentru un quarc. După cum sugerează figura, nu numai fazele quarcului se schimbă, dar și culoarea sa.*

Pentru această singură dimensiune din cele opt, câmpul gluonic are proprietăți similare câmpului electromagnetic. Astfel, să ne amintim din secțiunea 162 că faza electronului are o componentă temporală și una spațială care se schimbă atunci când electronul trece prin câmpul potențial V sau prin cel magnetic vector $\mathbf{A}$. Schimbarea fazei este proporțională cu mărimea celor două câmpuri. Tot astfel, faza generalizată θ_1 a quarcului se schimbă odată ce quarcul trece prin câmpul gluonic G^1 care are, atenție, și el o parte scalară și una de vector, putând fi scris ca G_0^1 (analogul potențialului electric V) și $\mathbf{G}^1$ (analogul potențialului magnetic vector $\mathbf{A}$).

Utilizând analogia de mai sus, fizicienii scriu nu numai cum acționează câmpul gluonic $G_1^\mu(\mathbf{r},t)$ asupra fazei generalizate θ_1 a unui quarc (deci cum se schimbă culorile și fazele undelor de probabilitate respective atunci când quarcul se deplasează prin câmp gluonic), dar și cum un quarc creează câmp gluonic în mișcarea sa, tot prin analogie cu câmpul electromagnetic. În final, ca și în electrodinamica cuantică, vom descoperi că un quarc emite particule care sunt asociate câmpului gluonic, numite *gluoni*.

Să remarcăm însă că spațiul $SU(3)$ are opt dimensiuni, deci trebuie să construim *opt* câmpuri gluonice G^i, câte unul pentru fiecare dimensiune, $i = \overline{1,8}$. Într-un model simplificat, ele pot fi privite ca un ansamblu de opt „câmpuri electromagnetice", deși comparația își are limitările ei.

În teoria cuantică a câmpurilor (capitolul 12), fiecare din cele opt câmpuri gluonice trebuie cuantificat. După cuantificare, energia fiecărui câmp va veni în pachete discrete de energie, pe care le vom vedea în experimente ca particule, numite *gluoni*. Vom avea atunci *opt* tipuri de gluoni. Ecuațiile de evoluție ale câmpurilor gluonice, interacțiunea cu quarcii, se deduc prin analogie cu câmpul electromagnetic. Setul final de ecuații, deși mai complex, poate fi privit ca pe un fel de set al ecuațiilor lui Maxwell generalizate pentru toate cele opt dimensiuni ale spațiului $SU(3)$. Să recapitulăm acest rezultat:

Câmpul gluonic

1. Gradele interne de libertate al quarcului sunt descrise de opt faze generalizate θ_i care se manifestă într-spațiu $SU(3)$, descris de culorile quarcului și de faza undei de probabilitate asociată acestora.
2. Fiecărei faze generalizate θ_i îi corespunde un câmp gluonic G^i analog câmpului electromagnetic, obținându-se opt astfel de câmpuri.
3. După cuantificare, câmpurile gluonice vor fi descrise de opt particule echivalente fotonului, particule care se numesc gluoni.

Desigur, după ce descoperim interacțiunea dintre câmpul gluonic și quarci, trebuie să definim și cum evoluează câmpul gluonic liber în *absența quarcilor* (după cum și câmpul electromagnetic poate evolua în absența sarcinilor electrice care l-au generat). Rezultatul este din nou asemănător cu cel al câmpului electromagnetic. În plus, din fericire, ecuațiile conduc la o formă în care masa de repaus m a gluonului este *nulă*, la fel cum fotonul nu are masă de repaus (ceea ce înseamnă că fiecare componentă a câmpului gluonic va satisface ecuația Klein-Gordon pentru $m = 0$).

Masa de repaus nulă a gluonului este aproape ca un dar ceresc, după cum vom vedea mai târziu, pentru că ea face ca teoria cromodinamicii cuantice să fie *renormabilă*. Căci, să nu uităm, teoria electrodinamicii cuantice (a electronului) nu a fost încheiată odată ce au fost identificate interacțiunile dintre electroni, deoarece existau infinități în teorie. Aceștia au fost eliminați mai târziu prin *renormare*, iar același lucru trebuie să-l facem și noi în cadrul cromodinamicii cuantice.

Despre renormarea cromodinamicii cuantice nu vom discuta. Este suficient să menționăm că ea ar fi fost mult mai dificilă dacă masa gluonului ar fi fost nenulă. Din fericire însă, masa de repaus a gluonului se dovedește a fi *nulă*, iar renormarea are loc într-un mod asemănător celui din electrodinamica cuantică.

Pentru cei care iubesc matematica, iată mai jos în linii mari construcția *câmpului gluconic*, pornind de la principiul invarianței la transformările de etalonare locale (secțiunea 163).

Calcul: *Câmpul gluonic*

Să considerăm un quarc de aromă dată, care are trei culori. Cele trei unde de probabilitate (câte una pentru fiecare culoare roșu, verde și albastru) le vom nota cu $\psi_r(x)$, $\psi_v(x)$ și $\psi_a(x)$. Aici $x = (ct, x, y, z)$ este un eveniment spațio-temporal, iar fiecare dintre funcțiile $\psi_c(x)$ (unde $c = r, v, a$) este un *spinor*, deci o matrice coloană cu patru linii, așa cum este detaliat în căsuța matematică din secțiunea 163. Tot din această secțiune și din secțiunea 136 vom prelua și celelalte notații și convenții matematice.

Deocamdată nu știm despre quarc decât că este un fermion (ca electronul) de spin 1/2. Nu ar fi atunci greșit să scriem legile de evoluție ale unui quarc liber presupunând că ele sunt identice cu cele ale electronului liber. Vom transpune de aceea forma *densității de lagrangean* $\mathcal{L}$ a unui electron liber din secțiunea 163 la quarci:

$$\mathcal{L} = \sum_{c=r,v,a} \overline{\psi}_c(x)(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi_c(x)$$

Am scris în relația de mai sus suma explicită după culoarea c, deoarece quarcul poate avea oricare dintre cele trei culori. Nu am explicitat suma după indicele μ, deși apare și ea folosind convenția lui Einsten (vezi secțiunea 163), pentru că acest indice se repetă.

Să adunăm cele trei elemente într-o coloană:

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_r \\ \psi_v \\ \psi_a \end{pmatrix}; \qquad \overline{\psi} = (\overline{\psi}_r \;\; \overline{\psi}_v \;\; \overline{\psi}_a)$$

În partea din dreapta am folosit notația $\overline{\psi}_c = \psi_c^\dagger \gamma^0$, introdusă în secțiunea 136. Atunci $\mathcal{L}$ se va scrie simplificat, sub o forma maricească:

$$\mathcal{L} = \overline{\psi}(x)(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x)$$

În relația de mai sus trebuie să citim cu atenție *dimensiunea* matricilor, deoarece nu le-am mai explicitat. Astfel, $\psi = \psi(x)$ este o matrice cu trei linii, iar $\overline{\psi} = \overline{\psi}(x)$ este o matrice cu o linie și trei coloane, compusă din elementele $\overline{\psi}_c$ ale culorilor. Mai departe, γ^μ (care este în esență o matrice 4×4) este privită în relația lui $\mathcal{L}$ ca un *număr*. Aceasta deoarece matricea γ^μ acționează doar pe componentele ψ_r, ψ_v și ψ_a ale undei de probabilitate, componente care sunt spinori (matrici coloană cu patru linii).

După cum am arătat, suntem în căutarea unei transformări de etalonare *globale* în prima instanță, care lasă $\mathcal{L}$ invariant (neschimbat). O astfel de transformare este înmulțirea cu o matrice U:

$$\psi' = \begin{pmatrix} \psi'_r \\ \psi'_v \\ \psi'_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{11} U_{12} U_{13} \\ U_{21} U_{22} U_{23} \\ U_{31} U_{32} U_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_r \\ \psi_v \\ \psi_a \end{pmatrix} = U\psi$$

Transpusa $\overline{\psi'}$ se scrie atunci ca $\overline{\psi'} = \overline{\psi}U^\dagger$, unde $U^\dagger$ este matricea transpusă și conjugată lui U. Nu mai demonstrăm acest rezultat. Faptul că apare operația de transpunere se recunoaște în forma matricilor, iar faptul că apare operația de conjugare se recunoaște din transformarea unui singur element. Astfel, dacă am fi avut doar $\psi'_r = U_{11}\psi_r$, atunci $\overline{\psi'_r} = (U_{11}\psi_r)^\dagger \gamma_0 = U_{11}^* \psi_r^\dagger \gamma^0 = U_{11}^* \overline{\psi}_r$.

Cu aceste notații, noua formă a densității de lagrangean devine:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}' &= \overline{\psi'}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi' = \overline{\psi}U^\dagger(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)U\psi = \\ &= \overline{\psi}(U^\dagger U)(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi \\ \mathcal{L} &= \overline{\psi}(I_3)(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi \end{aligned}$$

Mai sus, I_3 este matricea unitate de ordinul 3×3. Vedem că, pentru ca transformarea U să lase densitatea de lagrangean invariantă ($\mathcal{L}' = \mathcal{L}$) ea trebuie să îndeplinească relația:

$$U^\dagger U = I_3$$

O matrice care îndeplinește relația de mai sus se numește *unitară*.

Există o mulțime infinită de matrici unitare U. În termeni matematici, toate matricile unitare U formează grupul $U(3)$. El are proprietatea că, dacă alegem două matrici unitare U_1 și U_2 din grup, atunci este o matrice unitară și produsul lor $U = U_1 U_2$.

Alegerea noastră a fost însă *subgrupul* $SU(3)$, pentru a separa interacțiunea de culoare de cea electromagnetică. Matricile unitare ale acestui subgrup au toate determinantul *egal* cu unitatea. Din teoria subgrupului $SU(3)$ se știe că toate matricile U ale subgrupului se scriu sub forma:

$$U = \exp\left(-i \sum_{a=1}^{8} \frac{\lambda_a}{2} \theta_a\right)$$

Aici λ_a (unde $a = \overline{1:8}$) sunt opt matrici 3×3 cunoscute ca *matricile Gell-Mann* (vezi textul), iar θ_a sunt opt *numere* reale arbitrare. Pentru că matricile λ_a apar în interiorul funcției exponențiale, trebuie folosită dezvoltarea Taylor.

Momentan, lagrangeanul nostru este invariant la transformarea *globală* U, dată de cele opt numere θ_a. Acum însă vrem să facem lagrangeanul invariant la o transformare de etalonare *locală*, care va fi descrisă de opt *funcții* $\theta_a(x)$ de poziție și timp x. Transformarea va fi dată de produsul matriceal $\psi'(x) = U(x)\psi(x)$.

Pentru aceasta trebuie să copiem metoda prezentată în secțiunea 163 pentru electrodinamica cuantică, și să presupunem că există un câmp *suplimentar* (numit câmp gluonic), analog câmpului electromagnetic. De fiecare dată când facem o transformare de etalonare locală descrisă de cele opt funcții $\theta_a(x)$, trebuie să schimbăm și acest câmp, în așa fel încât lagrangeanul să rămână

neschimbat. Avem de găsit acest câmp nou și forma corectă a lagrangeanului.

Nu vom deduce noul câmp, ci vom prezenta pe scurt rezultatul. Astfel, câmpul gluonic pe care îl căutăm va fi descris de *opt* funcții potențiale $G^a_\mu(x)$ ($a = \overline{1,8}$), pentru fiecare din cele opt funcții $\theta_a(x)$. Fiecare câmp $G^a_\mu(x)$ este analog câmpului potențialelor electrodinamice $A_\mu(x)$.

Densitatea de lagrangean $\mathcal{L}$ căutată ia o formă foarte asemănătoare celei din electrodinamica cuantică, prezentată la sfârșitul secțiunii 163.

$$\boxed{\mathcal{L} = i\overline{\psi}\gamma^\mu D_\mu\psi - m\overline{\psi}\psi - \frac{1}{4}G^a_{\mu\nu}G^{\mu\nu}_a}$$

Mai sus D_μ este o matrice 3×3, generalizarea *derivatei covariante* din secțiunea 163. În acea secțiune am prezentat o „regulă" ad-hoc (valabilă numai pentru convențiile din lucrarea de față), cu ajutorul căreia putem reconstrui derivata covariantă D_μ din derivata parțială ∂_μ.

Astfel, mai întâi trebuie să „scoatem" termenul de la exponentul transformării U. Acolo înlocuim mărimea transformării θ_a cu un produs dintre constanta de cuplaj g și noul câmp G^a_μ, de exemplu $\theta_a \to gG^a_\mu$, pentru a obține:

$$\exp\left(-i\sum_{a=1}^{8}\frac{\lambda_a}{2}\theta_a\right) \Rightarrow -i\sum_{a=1}^{8}\frac{\lambda_a}{2}\theta_a \Rightarrow -i\sum_{a=1}^{8}\frac{\lambda_a}{2}\left(gG^a_\mu\right)$$

Rezultatul trebuie să-l adunăm la derivata parțială ∂_μ, pentru a obține derivata covariantă D_μ:

$$\boxed{D_\mu = \partial_\mu - ig\sum_{a=1}^{8}\frac{\lambda_a}{2}G^a_\mu}$$

Relația pentru $\mathcal{L}$ trebuie „citită" sub forma ei matriceală. Astfel, unda de probabilitate $\psi(x)$ este o matrice coloană cu trei linii, iar operatorul derivatei covariante D precum și matricile λ_a sunt de dimensiunea 3×3. Matricile Dirac γ^μ au dimensiunea 4×4, însă ele trebuie văzute ca niște numere în relația lui $\mathcal{L}$, pentru că acționează asupra fiecăreia din cele trei componente ψ_r, ψ_v, ψ_a ale undei de probabilitate ψ, fiecare componentă fiind un spinor (o matrice coloană cu patru linii). În plus, să nu uităm de convenția lui Einstein, care însumează termenii pentru indicii care se repetă mai sus (μ, ν și a).

Remarcăm încă odată că forma de mai sus este foarte similară cu cea a electrodinamicii cuantice, prezentată în secțiunile 163 și 136. O diferență este că acum apare constanta de cuplaj g a interacțiunilor de culoare în locul sarcinii elementare e a electronului. Apoi avem opt grade de libertate interne ale quarcului, deci opt câmpuri $G^a_\mu(x)$ (unde $a = \overline{1,8}$), fiecare fiind asemănător potențialelor electrodinamice $A_\mu(x)$, așa cum am menționat.

În partea din dreapta a relației pentru $\mathcal{L}$ apar câmpurile gluonice echivalente câmpurilor electrice și magnetice:

$$G^a_{\mu\nu}(x) = \partial_\mu G^a_\nu(x) - \partial_\nu G^a_\mu(x) + gf_{abc}G^b_\mu(x)G^c_\nu(x)$$

Remarcați mai sus o notație diferită pentru $G^a_{\mu\nu}(x)$ și $G^a_\mu(x)$: primul are doi indici μ și ν, al doilea doar unul, μ. Ele sunt câmpuri diferite, chiar dacă sunt notate cu aceași literă G. Câmpul $G^a_{\mu\nu}(x)$ este, în relația de mai sus, foarte asemănător tensorului câmpului electromagnetic $F_{\mu\nu}$ introdus în secțiunea 136, deci este echivalentul câmpurilor electrice $\mathbf{E}$ și magnetice $\mathbf{B}$. Pe de altă parte, $G^a_\mu(x)$ este un câmp analog potențialelor electrodinamice $A_\mu = (V, \mathbf{A})$.

Mai sus, vedem cum contribuția tensorului $G^a_{\mu\nu}$ la densitatea de lagrangean este asemănătoare cu cea a câmpului electromagnetic detalită în secțiunea 136. Simbolurile f_{abc} sunt un set de numere reale ce definesc constantele de structură ale simetriei $SU(3)$, iar $G^{\mu\nu}_a$ care apare în $\mathcal{L}$ este forma contravariantă a tensorului $G^a_{\mu\nu}$.

Alegerile de mai sus ne asigură că, dacă facem o transformare de etalonare globală $\theta_a(x)$ (opt funcții arbitrare) introdusă mai devreme, densitatea de lagrangean $\mathcal{L}$ rămâne neschimbată. Ca și în cazul electrodinamicii cuantice prezentat în secțiunea 163, acest lucru va fi posibil dacă transformăm și câmpul gluonic. Transformarea se dovedește a fi asemănătoare cu cea pentru câmpul electromagnetic prezentată în secțiunea 163, dacă ea este infinitezimală:

$$G^{a'}_\mu = G^a_\mu - \frac{1}{g}\partial_\mu\theta_a(x) + f_{abc}\theta_b(x)G^c_\mu(x)$$

În toate relațiile de mai sus, câmpurile $\psi(x)$ sau $G^a_\mu(x)$ sunt considerate *clasice*, așa cum am procedat și în cazul electrodinamicii cuantice (secțiunea 136). Modurile de oscilație ale acestor câmpuri clasice, odată cuantificate, vor veni în pachete discrete de energie, pe care le vom numi quarci (petru câmpul ψ) și gluoni (pentru câmpul G^a_μ). Pentru gluoni, modurile de oscilație libere (în absența quarcilor) vor satisface ecuația Klein-Gordon cu $m = 0$ într-o etalonare particulară, ceea ce înseamnă că gluonii au masă de repaus nulă.

Nu vom insista des asupra legăturii cu teoria cuantică a câmpului, deoarece cititorul își poate forma o idee urmărind argumentele din capitolul 12.

166. Gluonii colorați

După cum am văzut în secțiunea precedentă, putem construi *câmpul gluonic* (analogul câmpului electromagnetic) pornind de la cele trei culori ale quarcilor, pe care le privim ca pe niște grade de libertate interne ale quarcilor. Împreună cu fazele celor trei componente ale undei de probabilitate (câte una pentru fiecare culoare), culorile formează un spațiu de simetrie $SU(3)$. Acest spațiu are opt dimensiuni, iar fiecărei dimensiuni i se asociază un câmp gluonic $G^a_\mu(x)$ asemănător celui descris de potențialele electrodinamice $A_\mu(x)$.

Să ne aducem aminte că interacțiunea electromagnetică este mediată de un boson (fotonul). Deoarece pentru quarci avem opt câmpuri gluonice (câte unul pentru fiecare dimensiune), interacțiunea dintre quarci va fi mediată de opt bosoni, denumiți *gluoni*. În acest fel, fiecare câmp gluonic din cele opt devine o undă de probabilitate pentru un gluon, după cum câmpul electromagnetic este o undă de probabilitate pentru foton. În termenii teoriei cuantice a câmpurilor (capitolul 12), „arcurile" din care este format câmpul gluonic sunt de opt „tipuri", față numai de un tip pentru câmpul electromagnetic. După cuantificare, oscilațiile câmpului gluonic vin în pachete discrete de energie, pe care le vom identifica sub forma celor opt tipuri de gluoni.

Pentru cursivitatea discuției, ne vom referi câteodată simplu la faza quarcului, deși ar trebui să menționăm faza generalizată a quarcului, notată în secțiunea precedentă cu θ_i. Ea se manifestă în spațiul $SU(3)$ și conține informație atât despre culoarea quarcului, cât și despre faza fiecăreia din cele trei componente ale undei de probabilitate a quarcului (câte una pentru fiecare culoare). O imagine sugestivă a situației este figura 16.14.

Unul dintre rezultatele importante ale observațiilor precedente este faptul că un quarc își schimbă culoarea odată ce trece prin câmpul gluonic. În modelul din figura 16.14, faza generalizată a quarcului trece prin diferite poziții în spațiul său intern, și quarcul va căpăta o altă culoare (vezi și figura 16.15).

Un alt rezultat ne reamintește că un quarc nu are o culoare absolută. Aceasta pentru că putem alege diferite etalonări în spațiul intern $SU(3)$ (sisteme locale de referință), compensând cu o altă alegere a etalonării câmpului gluonic, exact ca în cazul câmpului electromagnetic. Într-o etalonare quarcul va fi roșu, în alta albastru, depinde ce etalonare avem. Cu alte cuvinte, un quarc nu are o culoare efectivă din cele trei, ci apare ca având o anumită culoare odată ce alegem o etalonare. Este deci inutil să punem microscopul pe quarc și să-i „fotografiem" culoarea, căci ea nu este o proprietate absolută a quarcului ci depinde de etalonarea câmpului gluonic în care lucrăm.

Observațiile de mai sus sunt importante odată ce înțelegem că trebuie să cuantificăm câmpul gluonic și să-i atașăm niște particule. Aceste particule, numite *gluoni*, vor fi bosoni ca și fotonul, pentru că mediază interacțiunile,

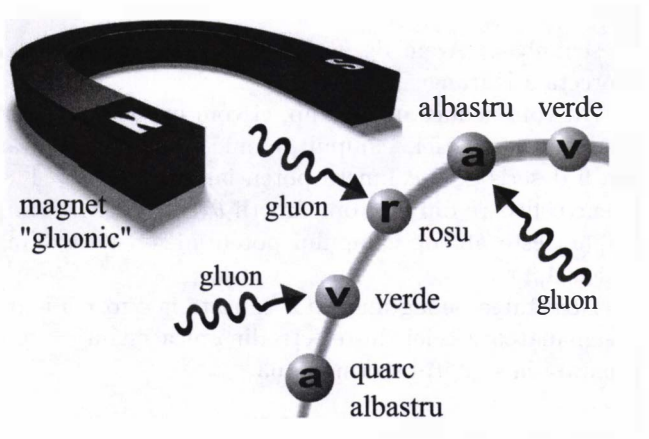

Figura 16.15: *În figură este reprezentată simplificat devierea unui quarc, într-un câmp gluonic generat de un „magnet gluonic". Interacțiunea cu câmpul gluonic schimbă nu numai faza quarcului, dar și culoarea sa (vezi figura 16.14). Dacă am cuantifica câmpul gluonic, am descrie interacțiunea prin emisia și absorbția unor gluoni virtuali de către quarc, în multiplele procese virtuale care au loc în același timp. Să ținem însă minte că un quarc nu are o culoare anume (ca cea aleasă în figură), deoarece culoarea sa depinde de etalonarea aleasă pentru potențialele câmpului gluonic.*

la fel cum o face și fotonul. Cuantic, interacțiunile se descriu ca și în cazul fotonului, acolo unde electronii emit și absorb fotoni virtuali conform abordării Feynman. În același fel și quarcii emit și absorb gluoni virtuali, în multiplele procese virtuale care au loc simultan (vezi secțiunea 143).

Fizicienii folosesc rețeta lui Feynman prezentată în capitolul 13 pentru a calcula toate diagramele Feynman posibile. Ei trebuie să reconstruiască *propagatorii* quarcului și gluonului, dar și *vertexurile de interacțiune*, cele prin care quarcii emit și absorb gluoni virtuali, după cum electronii emit și absorb fotoni virtuali în multiplele procese imaginabile care au loc simultan.

Este important de mentionat că aceiași gluoni mediază interacțiunile între toți quarci, indiferent de aroma lor (u, s,d etc.), la fel cum fotonii mediază interacțiunea electromagnetică între *orice* particule încărcate cu sarcină electrică. Apoi să mai adăugăm și o altă consecință, aceea că gluonii sunt niște particule foarte asemănătoare fotonilor, având masa de repaus *nulă*. Rezultatul face ca teoria cromodinamicii cuantice să fie renormabilă.

Pe de altă parte, masa de repaus nulă ar părea că este o problemă, deoarece înseamnă că gluonii *virtuali* se vor deplasa pe distanțe infinite (ca și fotonii), deci interacțiunea dintre quarci ar avea loc la distanțe oricât de mari. Explicația pentru care quarcii din particule diferite nu se atrag între ei nu are de-a face cu masa de repaus nulă a gluonilor, ci cu *culoarea totală* a particulelor care sunt formate din acești quarci. Așa cum am menționat în secțiunea 164, particulele observabile (ca protonul sau mezonii) sunt albe, iar sarcina de culoare totală a lor este nulă, deci particulele observabile nu se atrag direct prin forța de culoare.

Situația este similară cu atracția dintre doi atomi neutri. Și aici fiecare atom are sarcini pozitive (nucleul) și negative

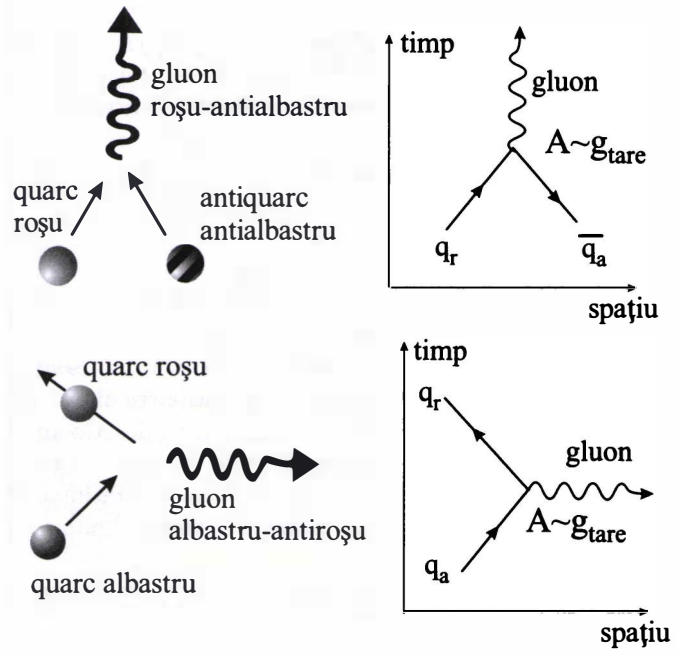

Figura 16.16: *În stânga sus o pereche quarc-antiquarc se anihilează într-un gluon. Quarcul inițial are culoarea roșie, iar antiquarcul inițial are culoarea antialbastră. Păstrând legile de conservare ale sarcinii de culoare, obținem că gluonul creat poartă combinația de culori roșu-antialbastru. În dreapta sus este diagrama Feynman a acestui proces. În stânga jos este reprezentată emisia unui gluon de către un quarc. În cursul acestui proces quarcul își va schimba culoarea. Diagrama Feynman corespunzătoare este schițată în dreapta jos. Amplitudinea de probabilitate A a ambelor procese este proporțională cu constanta de cuplaj g_{tare} a interacțiunii de culoare.*

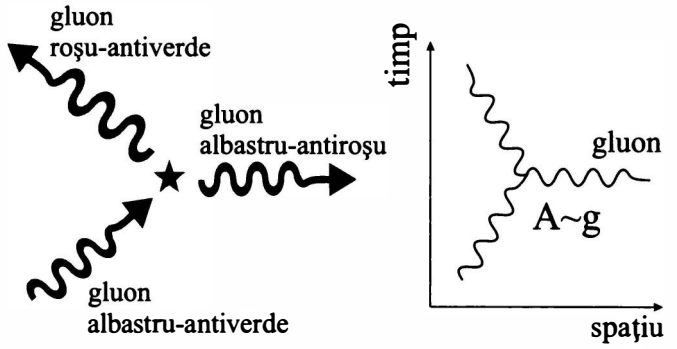

Figura 16.17: *Deoarece gluonii sunt încărcați cu sarcina de culoare (spre deosebire de fotoni, care nu sunt încărcați electric), ne așteptăm ca ei să interacționeze direct unii cu alții. În stânga este reprezentat procesul prin care un gluon albastru-antiverde emite un gluon albastru-antiroșu și devine un gluon roșu-antiverde. Remarcați că sarcina de culoare totală se conservă (albastru-antiverde = albastru-antiroșu + roșu-antiverde). În dreapta este diagrama Feynman a aceluiași proces.*

(electronii) în cantități egale, care se anulează reciproc. Atomul neutru nu interacționează electric cu alt atom neutru decât foarte puțin, prin intermediul așa-numitelor forțe de dipol. Ele apar tocmai pentru că există o distanță mică între nucleu și electroni, iar astfel forța electrică nu e riguros nulă.

O altă consecință este că un quarc își va schimba culoarea în urma emisiei sau absorbției unui gluon virtual. Astfel, dacă quarcul era albastru înainte, poate deveni roșu după ce emite un gluon virtual. Recunoaștem o lege de conservare în faptul că un quarc liber nu își schimbă culoarea dacă nu există un câmp gluonic care să interacționeze cu el. În consecință, vom privi culoarea ca pe o *sarcină de culoare*, pentru că ea trebuie să se conserve când quarcul nu interacționează cu alte particule.

Atunci când quarcul emite sau absoarbe un gluon virtual, el va avea o culoare înainte de emisia gluonului, și alta după. Cum sarcina de culoare totală se conservă, înseamnă că *diferența de culoare* a fost preluată de gluonul emis sau absorbit. De aceea interacțiunea dintre quarci se mai numește și *interacțiune de culoare*, pentru că gluonii care mediază interacțiunea poartă cu ei o diferență de culoare pe care o transportă dintr-o parte în alta. Aceasta înseamnă că putem atașa o sarcină de culoare și gluonilor, ceea ce este o deosebire esențială față de fotoni, care nu aveau sarcină electrică.

De exemplu, să presupunem că un quarc albastru emite un gluon și devine apoi roșu, așa cum este exemplificat în figura 16.16. Atunci gluonul emis va avea culoarea albastru-antiroșu căci, datorită legii de conservare, culoarea inițială albastră va fi scrisă ca suma culorilor particulelor finale (roșu pentru quarc și albastru-antiroșu pentru gluon) obținând „suma" albastru.

Putem determina culorile gluonilor, dacă invocăm legea de conservare a culorii, dar și posibilitatea de anihilare a unei perechi de quarc și antiquarc într-un gluon (vezi figura 16.16). Astfel, după cum un foton este generat în urma anihilării unei perechi virtuale electron-pozitron, la fel și un gluon este creat dintr-o pereche quarc-antiquarc.

Acum însă, sunt trei culori diferite pe care quarcul inițial le poate avea, și trei anticulori pentru un antiquarc. Gluonul creat va trebui să aibă atunci combinația de culori a quarcilor care l-au generat. Astfel, dacă quarcul este roșu și antiquarcul este antialbastru, gluonul generat trebuie să fie o combinație de roșu și antialbastru (vezi figura 16.16).

Cum există trei culori și trei anticulori, vedem că putem construi *nouă* combinații posibile de gluoni: roșu-antiroșu, roșu-antialbastru, roșu-antiverde, albastru-antiroșu, albastru-antialbastru, albastru-antiverde, verde-antiroșu, verde-antialbastru și verde-antiverde. Tehnic, gluonii sunt definiți ca superpoziții cuantice ale acestor stări, pentru ca ei să fie propriile lor antiparticule, lucru pe care noi nu-l vom detalia (avem de exemplu o combinație de roșu-antialbastru și albastru-antiroșu pentru un singur gluon).

Bine bine, veți întreba, dar de ce nu ies *opt* gluoni, așa cum ne așteptam din analiza prezentată în secțiunea precedentă, ci nouă? O explicație consideră că una dintre combinațiile liniare ale gluonilor este o superpoziție cuantică de roșu-antiroșu, albastru-antialbastru și verde-antiverde. După cum se vede însă, el va avea culoarea *albă*. În acest fel, gluonul rezultat ar putea media interacțiunea dintre particulele „albe" (formate din quarci a căror culoare totală este

albă) aflați la distanțe mari. În final, particulele „albe" ar interacționa și la distanțe mari, or acest lucru nu a a fost observat experimental. Ca atare, acest gluon special, de culoare „albă", nu poate exista în natură, așa că din nouă gluoni mai rămân opt, adică exact atât cât trebuie.

Din analizele precedente vedem că gluonii au sarcină de culoare, spre deosebire de fotoni, care nu au sarcină electrică. Atunci ne așteptăm ca gluonii încărcați cu sarcină de culoare să *interacționeze* direct unii cu alții, spre deosebire de fotoni, care nu interacționează între ei! Mai ții minte filmul Războiul Stelelor în care laserii se comportau ca niște săbii de lumină și nu treceau unul prin altul? Ei bine, ei trebuie să fi fost în acest caz *laseri cu gluoni*, ale căror raze gluonice pot interacționa între ele, căci razele de laseri cu fotoni se ignoră reciproc, iar săbiile făcute din fotoni s-ar întrepătrunde reciproc fără să se atingă.

În cromodinamica cuantică, interacțiunea dintre quarci este mediată de gluoni. Am văzut că gluonii interacționează și direct unul cu altul. Pentru a permite interacțiunea dintre ei, trebuie să admitem procese prin care un gluon emite un alt gluon sau îl absoarbe, așa cum fac și quarcii. Una dintre diagramele Feynman corespunzătoare interacțiunii dintre gluoni este prezentată în figura 16.17. Rezultatul acesta face teoria cromodinamicii cuantice mai complexă decât cea a electrodinamicii cuantice. Pentru cei interesati de detalii matematice, prezentăm în căsuța matematica următoare vertexurile de interacțiune care apar între quarci.

Calcul: ***Interacțiunea quarc-gluon***

Să ne aducem aminte că în secțiunea 145 am prezentat o „rețetă" pentru a obține propagatorii și vertexurile de interacțiune care se folosesc în metoda lui Feynman. „Rețeta" pornește de la lagrangeanul cromodinamicii cuantice introdus în secțiunea 165.

Pentru a afla propagatorii quarcilor, ar trebui să scriem ecuațiile de evoluție ale quarcilor liberi. Ecuațiile se dovedesc însă identice cu acelea pentru electron, atâta doar că un quarc are o altă masă de repaus. Aceasta deoarece sarcina electrică a quarcului sau sarcina sa de culoare se conservă pentru quarcul liber, și ea nu intervine în ecuații. De aceea, nu vom mai scrie aici forma progatorilor, care este similară celor pentru electroni, prezentate în secțiunea 145.

Pentru a afla vertexurile de interacțiune în reprezentarea energie-impuls, să scriem separat partea de interacțiune din lagrangeanul cromodinamicii cuantice prezentat în secțiunea 165:

$$\mathcal{L}_i = g\boxed{\overline{\psi}}\gamma^\mu\left(\sum_{a=1}^{8}\frac{\lambda_a}{2}\boxed{G_\mu^a}\right)\boxed{\psi}$$

„Rețeta" spune să identificăm mai întâi câmpurile în relația de mai sus. Ele sunt $\overline{\psi}$, ψ și G_μ^a. Ele ne spun care sunt particulele ce interacționează în vertex, în cazul nostru un antiquarc ($\overline{\psi}$), un quarc (ψ) și un gluon din cei opt (G_μ^a, pentru $a = \overline{1:8}$).

Mai departe trebuie să facem substituția $\partial_\mu \to -ip_\mu/\hbar$, ceea ce nu este cazul nostru. Apoi trebuie să înmulțim lagrangeanul de interacțiune cu i și să „ștergem cu guma" câmpurile care apar în relație. Ceea ce rămâne va fi *amplitudinea de probabilitate* a vertexului de interacțiune dintre un quarc, un antiquarc și unul dintre cei opt gluoni (identificat de indicele a):

$$i\frac{g}{2}\gamma^\mu\lambda_a$$

Forma de mai sus are două matrici de dimensiuni diferite, γ^μ și λ_a. Aceasta pentru că în proces trebuie să ținem cont de culoarea quarcului (matricea λ_a) și de spinul sau caracterul său de particulă și antiparticulă (matricea γ^μ). Numărul complex de mai sus va descrie amplitudinea de probabilitate prin care un quarc emite sau absoarbe gluoni, sau prin care o pereche quarc-antiquarc se anihilează într-un gluon, ca în cazul electrodinamicii cuantice.

Cum însă forma de mai sus include matricea λ_a, aceasta înseamnă că cei doi quarci din vertex pot avea culori diferite. Cu alte cuvinte, un quarc își va schimba culoarea atunci când emite un gluon, așa cum am discutat în text.

Față de electrodinamica cuantică, cromodinamica cuantică aduce un element nou, interacțiunea dintre gluoni. Astfel, să scriem separat ultimul termen al lagrangeanului $\mathcal{L}$, cel care descrie evoluția unui câmp gluonic liber:

$$\mathcal{L}_g = -\frac{1}{4}G_a^{\mu\nu}G_{\mu\nu}^a$$

Dacă dezvoltăm forma câmpului $G_{\mu\nu}^a$ prezentată în secțiunea 165, obținem termeni de forma

$$i\mathcal{L}_g = -\frac{ig}{4}\left(\boxed{\partial^\mu G_a^\nu}\, f_{abc}\boxed{G_\mu^b}\boxed{G_\nu^c}\right) - \frac{ig^2}{4}\left(f_{abc}f_{ade}\boxed{G_b^\mu}\boxed{G_c^\nu}\boxed{G_\mu^d}\boxed{G_\nu^e}\right)+\dots$$

În relația de mai sus nu am mai detaliat schimbarea de indici covarianți G_μ^a în indici contravarianți $G_a^\mu = g^{\mu\nu}G_\mu^a$, ce se face folosind formulele din anexa matematică a sectiunii 210.

Putem identifica în primul termen din relația precedentă câmpurile care apar în relație: G_a^ν, G_μ^b și G_ν^c. Ele ne spun, după „rețeta" de mai sus, că avem trei gluoni care interacționează. Deoarece gluonii sunt propriile lor antiparticule, vom interpreta vertexul ca amplitudinea de probabilitate prin care un gluon emite un alt gluon (vezi figura 16.17), sau cea prin care o pereche de gluoni se anihileaza într-un alt gluon. Amplitudinea de probabilitate a acestui proces este proporțională cu g. Facând și substituția $\partial^\mu \to -ip^\mu/\hbar$, vedem că se mai adaugă un termen proporțional cu impulsul sau energia unuia dintre gluoni, în reprezentarea energie-impuls.

Al doilea termen din relația precedentă are patru câmpuri care apar: G_b^μ, G_c^ν, G_μ^d și G_ν^e. Avem deci patru gluoni care interactionează punctiform în vertex. Acest proces are amplitudinea de probabilitate proporțională cu g^2.

Un element care creează probleme de ordin practic este faptul că interacțiunea de culoare e mult mai *puternică* decât cea electromagnetică. Aceasta face dificilă utilizarea teoriei perturbațiilor pentru calculul diagramelor Feynman, fiindcă și diagramele de ordin superior dau contribuții semnificative. Cu alte cuvinte, pentru a calcula un rezultat cât de cât corect, trebuie să folosim foarte multe diagrame de ordin superior, care conțin multe interacții și sunt dificil de calculat.

Astfel, am văzut în secțiunea 141 că amplitudinea de probabilitate A a emisiei unui foton virtual de către un electron era dată de sarcina electrică elementară $|A| = e$ a electronului, într-un sistem normat de unități. Sarcina electrică $e = 0,085$ în acest sistem normat de unități reprezintă *constanta de cuplaj* a interacțiunii electromagnetice. „Probabilitatea" acestui eveniment este dată de pătratul amplitudinii de probabilitate $p \sim |A|^2 = 0,0073 = 1/137 = \alpha_{em}$ (am pus cuvântul „probabilitate" între ghilimele, în virtutea discuției din secțiunea 143 despre multiplele procese virtuale). Numărul α_{em} reprezintă *constanta fină* a interacțiilor electromagnetice, și mai este denumit și *tăria* interacțiunii electromagnetice.

În cazul cromodinamicii cuantice, avem o procedură similară pentru notații. Amplitudinea de probabilitate A a emisiei unui gluon de către un quarc este dată de constanta de cuplaj a interacțiilor de culoare, și ea se notează cu g. În același sistem normat de unități, ea se dovedește a fi $|A| = g \approx 0,4$. Pătratul acestei valori ne dă „probabilitatea" ca un quarc să emită un gluon $p = |A|^2 \approx 0,2 = \alpha_{tare}$, ce reprezintă *tăria* interacțiunii de culoare.

După cum vedem, valoarea pentru tăria interacțiunii de culoare $\alpha_{tare} = 0,2$ este comparabilă cu unitatea, spre deosebire de tăria interacțiunii electromagnetice $\alpha_{em} = 0,007$, care este mult mai mică. Valoarea ridicată a tăriei α_{tare} face foarte dificilă utilizarea teoriei perturbațiilor în cromodinamica cuantică, pentru că trebuie să luăm în calcul cât mai multe diagrame Feynman de ordin superior.

De exemplu, un proces în care apar două vertexuri de interacțiune în electrodinamica cuantică va avea o tărie de $\alpha_{em}^2 = 0,007^2 \approx 5 \cdot 10^{-5}$. Valoarea este mult mai mică decât unitatea și este de așteptat să putem neglija o parte dintre aceste procese. Pe de altă parte, un proces cu două vertexuri din cromodinamica cuantică va avea o tărie de $\alpha_{tare}^2 = 0,2^2 \approx 0,04$ adică nu chiar foarte mică față de unitate. El va trebui luat în calcul.

Dacă mai adăugăm și faptul că teoria cromodinamicii cuantice trebuie renormată, înțelegem efortul pe care teoreticienii trebuie să-l depună. Cu toate acestea, ei nu au astăzi încotro, deoarece trebuie să modeleze interacțiunile dintre particulele care sunt compuse din quarci și care apar în acceleratoarele moderne.

167. Forța de culoare

Am văzut în secțiunea 165 cât de asemănătoare este teoria *electrodinamicii cuantice* (cea care descrie interacțiunea dintre electroni) cu cea a *cromodinamicii cuantice* (cea care descrie interacțiunea dintre quarci). Practic, cromodinamica cuantică nu este decât un fel de electrodinamică cuantică extinsă la un set de particule colorate (quarcii). Aceștia au *trei* specii de sarcini de culoare, față de numai o singură specie pentru sarcina electrică. Pentru că simetria internă a quarcului este $SU(3)$, există opt câmpuri gluonice față de numai unul electromagnetic, unde simetria internă este $U(1)$. Quarcii au sarcină electrică, însă ea nu apare în teoria discutată până acum, cromodinamica cuantică, ci trebuie introdusă mai târziu.

Fizicienii experimentatori au fost însă foarte surprinși de construcția directă a cromodinamicii cuantice din electrodinamica cuantică, pentru că măsurătorile conduc în multe cazuri la rezultate *opuse* pentru cele două teorii! Cu alte cuvinte, deși teoriile sunt asemănătoare, rezultatele experimentale sunt foarte diferite. Surprinzător, nu?

O diferență experimentală fundamentală între cele două teorii se referă la *variația cu distanța* a forței de interacțiune dintre quarci (forța de culoare), care este opusă celei a electronilor. Astfel, se știe că forța de respingere dintre electroni este mare atunci când cei doi electroni sunt apropiați unul de celălalt, și scade cu pătratul distanței pe măsură ce ei se depărtează (legea lui Coulomb). La quarci însă, se arată experimental că este exact invers: quarcii nu interacționează aproape deloc când sunt *apropiați*, dar interacționează cu forțe din ce în ce mai mari odată ce se *îndepărtează* mai mult unul de altul!

Observația aceasta asupra forței de culoare dintre quarci este contraintuitivă. Ea este însă una *experimentală*, ce a ieșit la iveală în măsurătorile de ciocniri efectuate la acceleratorul linear de la Stanford (Statele Unite), așa cum este prezentat de exemplu în figura 16.18. Aici, electroni de energie înaltă au sondat structura internă a protonului, conducând la rezultate experimentale ce nu puteau fi explicate decât dacă se presupunea că noii quarci nu interacționează puternic între ei în interiorul protonilor, că sunt *aproape liberi* în proton!

Desigur însă, o atracție între quarci trebuie să existe, pentru că ei stau împreună în proton. Cea mai naturală explicație este atunci că atracția *crește* pe măsură ce quarcii se separă. În acest fel, quarcii trec ușor unul pe lângă altul, dar imediat ce se îndepărtează mai mult simt o forță mai puternică de atracție, care îi readuce imediat unul lângă altul. Cumva, nucleul devine mai mult o închisoare decât o dragoste reciprocă între quarci. Cum știm că nu există quarci liberi, este foarte probabil ca forța să devină foarte mare atunci când distanța dintre quarci crește, și în final nici un quarc să nu poată fi extras din proton.

Vedem dilema unei situații neobișnuite: cum este posibil ca quarcii să fie aproape liberi în proton, și totuși imposibil de scos afară din el? Or, cu alte cuvinte, de ce forța

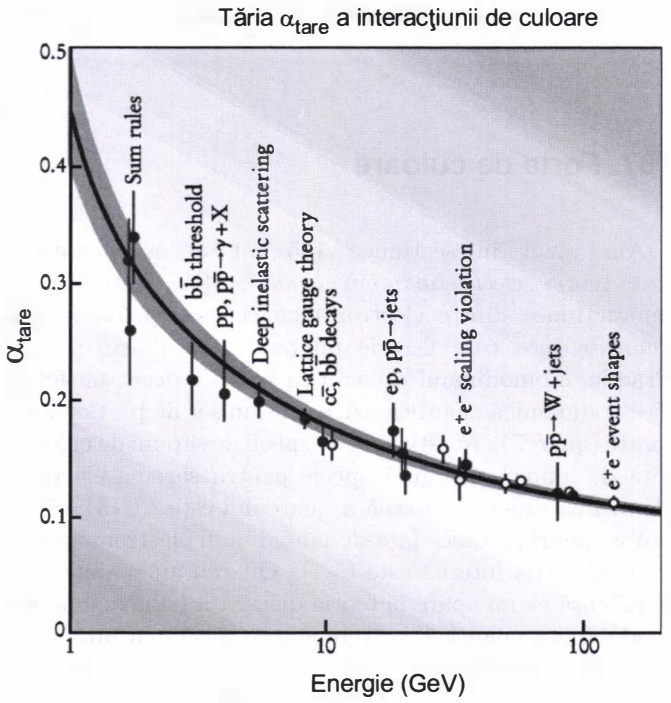

Figura 16.18: *Tăria α_{tare} a interacţiunii de culoare, reprezentată în funcţie de energia (şi impulsul) quarcilor. Cu linie continuă este dependenţa prezisă de teorie şi cu puncte sunt prezentate rezultatele experimentale. Dacă forţa de interacţiune ar fi scăzut cu pătratul distanţei (de exemplu, în cazul atracţiei electrostatice a sarcinilor electrice), atunci tăria interacţiunii nu ar fi variat cu impulsul, ci ar fi trebuit să fie constantă în graficul de mai sus. Aşa însă, dependenţa de mai sus ne spune că quarcii se ignoră la distanţe mici (impulsuri mari pe grafic) şi interacţionează puternic la distanţe mari (impulsuri mici pe grafic). Imagine reprodusă cu permisiunea editorului din articolul „QCD Made Simple" de Frank Wilczek, apărut în revista* Physics Today. *©2000, American Institute of Physics.*

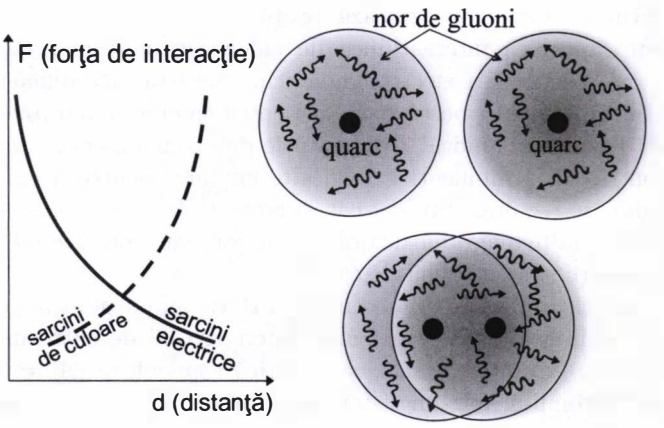

Figura 16.19: *În stânga este variaţia forţei electromagnetice (linia continuă) şi a forţei de culoare (linia întreruptă) cu distanţa. Dum cum se vede, forţa de culoare scade atunci când quarcii se apropie mai mult unul de altul. În dreapta este explicat procesul. Aici gluonii virtuali emişi de quarci formează un „nor" în jurul quarcilor care îi emit. Norul de gluoni este însă încărcat cu sarcina de culoare (pentru că gluonii au sarcină de culoare), ceea ce creşte sarcina totală a quarcilor, iar aceştia interacţionează puternic la distanţe mari (sus). Când quarcii se apropie la distanţe mici (jos), cei doi nori se întrepătrund, iar quarcii se „văd" între ei cu sarcina lor reală, mai mică. Acum, cei doi quarci se vor atrage sau respinge mai puţin.*

de culoare este mică la distanţe scurte şi creşte la distanţe mari? De ce este invers ca la electroni, care se resping puternic numai când sunt aproape, aşa cum ar părea normal să fie? Dacă cromodinamica cuantică este doar o versiune mai complexă a electrodinamicii cuantice, de unde apare o diferenţă aşa de mare? Răspunsul la întrebare îl avem deja ascuns în secţiunea precedentă: gluonii virtuali care mediază interacţiunea dintre quarci sunt *încărcaţi cu sarcină de culoare*, spre deosebire de fotoni, care nu sunt încărcaţi cu sarcină electrică! Iată acum ce se întâmplă.

Am arătat în secţiunea precedentă că gluonii pot fi priviţi ca nişte combinaţii de o culoare şi o anticuloare. Cu alte cuvinte, gluonii sunt încărcaţi cu sarcină de culoare. O consecinţă fundamentală apare în *renormarea* teoriei, fapt observat de fizicienii David Gross, Frack Wilczek şi David Politzer, cei care au şi primit Premiul Nobel în anul 2004, în special pentru această contribuţie.

Să ne readucem aminte, renormarea sarcinii *originare* a electronului în electrodinamica cuantică a presupus luarea în considerare a interacţiunii dintre electron şi norul de fotoni virtuali creaţi de el (vezi secţiunea 147). Aceşti fotoni virtuali puteau crea pentru scurt timp perechi virtuale electron-pozitron, care *ecranau* sarcina originară a electronului, în aşa fel încât sarcina electronului „văzută" de la distanţă era mai mică decât sarcina electrică reală (cea originară). Aveam de-a face cu un fenomen de *polarizare*, des întâlnit şi în electrostatică. Cum această sarcină mai mică măsurată de la distanţă este cea pe care o „vedem" noi, sarcina electrică *originară* (reală) a electronului trebuia să fie mai mare.

În cazul cromodinamicii cuantice însă, se întâmplă fenomenul opus. Aici gluonii sunt încărcaţi cu sarcină de culoare. Aceasta înseamnă că norul de gluoni virtuali din jurul quarcului va mări sarcina lui văzută de la distanţă. Sarcina reală (originară) de culoare a gluonului trebuie să fie atunci mai mică decât cea pe care o vedem noi în experiment.

Acelaşi rezultat se obţine şi din *renormarea* cromodinamicii cuantice. Sarcina de culoare reală (originară) a gluonilor este mică, însă la distanţe mari este vizibil şi norul de gluoni virtuali încărcat cu sarcină de culoare. Aceasta face ca sarcina de culoare totală (a quarcului originar şi a norului virtual) să fie mult mai mare decât numai sarcina quarcului originar.

Quarcii însă intrinsec au o sarcină de culoare mai mică şi, cu cât sunt mai apropiaţi unii de alţii, cu atât se vor vedea mai mult doar pe ei, „goi", fără contribuţia norului de gluoni virtuali. Atunci, la distanţe scurte, interacţiunea dintre quarci *scade* dramatic (vezi figura 16.19).

La distanţe mari însă, quarcul este văzut împreună cu norul de gluoni virtuali care devine din ce în ce mai mare, pe măsură ce ne depărtăm de el, şi deci care conţine din ce în ce mai multă sarcină de culoare. Rezultatul practic este că interacţiunea *creşte* pe măsură ce quarcii sunt

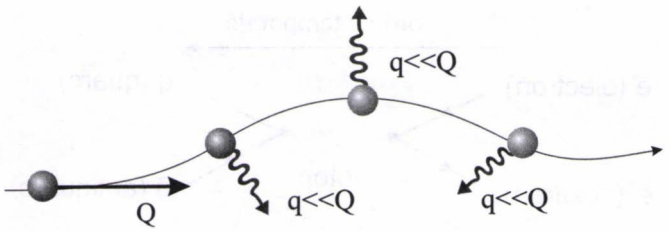

Figura 16.20: *În figură este prezentat un quarc care se deplasează cu o energie și un impuls Q foarte mari. Pe parcursul mișcării el are o șansă mare să emită gluoni de energie și impuls mici* $\mathbf{q} \ll \mathbf{Q}$ *(vezi graficul din figura 16.18), dar nu și gluoni de impuls și energie mari. Având impulsul și energia mici, gluonii emiși nu vor devia mult quarcul din mișcarea sa. În practică, efectul de mai sus nu s-a observat pe quarci liberi, ci pe particule compuse din quarci.*

îndepărtați unul de altul, deoarece crește sarcina lor de culoare efectivă. Și, oricât de paradoxal ar părea, forța de culoare cu care se atrag doi quarci crește la infinit pe măsură ce cei doi quarci se îndepărtează, pentru că masa de repaus a gluonului este nulă (ca și a fotonului), deci gluonii virtuali vor fi mereu prezenți, atingând distanțe oricât de mari.

Comportarea aceasta din domeniul *spațial* se traduce apoi (prin uneltele matematice ale transformărilor Fourier) printr-o comportare în domeniul *impulsurilor*, relevantă în acceleratoarele moderne de particule. Așa cum este prezentat în figura 16.18, constanta de cuplaj scade pe măsură ce impulsul crește. Cum însă constanta de cuplaj ne dă „probabilitatea" ca un quarc să emită sau să absorbă un gluon, atunci această probabilitate scade pe măsură ce impulsul gluonului emis sau absorbit crește. Să ne amintim că probabilitatea emisiei unui gluon virtual era o constantă în digramele inițale ale lui Feynman. Vedem că, după renormarea teoriei, această probabilitate nu mai este o constantă.

Rezultatul de mai sus se regăsește în experimentele de la Acceleratorul Linear de la Stanford, acolo unde particulele produse în reacție nu erau deviate mult. Aceasta deoarece, așa cum am văzut mai devreme, quarcii emit foarte probabil numai gluoni virtuali cu impuls mic și mult mai puțin probabil gluoni virtuali cu impuls mare (vezi figura 16.20). Atunci impulsul inițial al quarcului nu este afectat mult la emisia unui gluon. Quarcii (și deci particulele pe care le compun) își păstrează aproximativ aceeași direcție în urma acestor procese de interacțiune.

În final, să remarcăm că forța de interacțiune nucleară tare dintre protoni, cea cu care am început de fapt, a dispărut încetul cu încetul de pe radarul discuției noastre. Forța de interacțiune nucleară tare nu mai este o forță fundamentală a naturii, locul ei a fost luat de forța de culoare.

Astfel, am vazut că protonii se atrag în nucleu pentru că schimbă între ei mezoni virtuali. Cu toate acestea, atât protonii, cât și mezonii sunt formați din quarci, și atunci legătura nucleară dintre protoni și neutroni este la bază o legătură dintre quarci, deci o manifestare a forței de culoare (vezi stânga figurii 15.17).

168. Quarcii liberi și culoarea particulelor compuse

Am menționat în secțiunea 164 că particulele compuse din quarci au culoarea *albă*. Hadronii, de exemplu (protoni, neutroni etc.), sunt formați din trei quarci, unul roșu, unul verde și altul albastru, în așa fel încât „culoarea" totală este albă. Mezonii sunt formați dintr-un quarc de o anumită aromă și un antiquarc ce poate fi de o altă aromă, însă culorile quarcului și antiquarcului sunt *complementare* (roșu-antiroșu etc.), în așa fel încât culoarea finală este tot albă.

Desigur, ceea ce am prezentat mai sus este un rezultat empiric, în sensul că am construit o mică teorie (toate particulele compuse din quarci trebuie să fie albe) tocmai pentru că nu am măsurat un quarc liber care ar fi putut avea o culoare anume. Dar de ce nu putem găsi un quarc liber? Care e cauza efectivă, căci nimic din teoria cromodinamicii cuantice nu pare să împiedice un quarc să *existe* liber?

Răspunsul este următorul. Quarcii liberi nu au fost încă observați în experimente pentru că ei au o probabilitate foarte mică să se separe din particulele în interiorul cărora există.

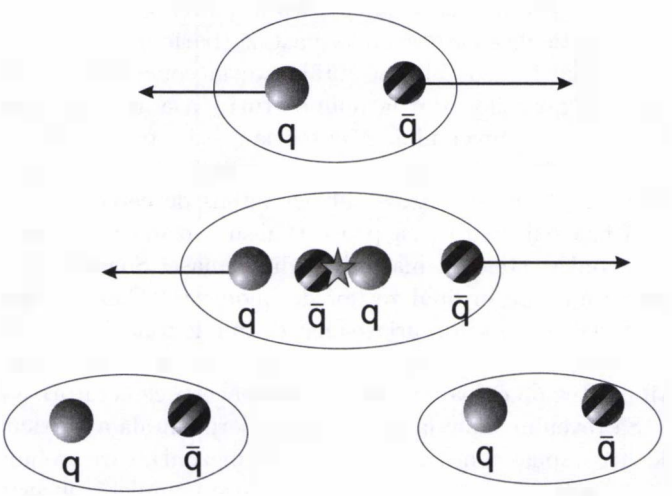

Figura 16.21: *Sus: pornim inițial de la situația unui mezon ce conține un quarc q și un antiquarc* $\bar{q}$*. Pentru a separa quarcul de antiquarc, să presupunem că tragem de cei doi. Pentru că forța de atracție dintre quarci crește cu distanța dintre ei, trebuie să depunem în proces o energie din ce în ce mai mare. Această energie depășește la un moment dat valoarea energiei necesare de creare a unei perechi quarc-antiquarc, care este de ordinul masei de repaus a quarcului. În decursul procesului este deci de așteptat să formăm o pereche quarc-antiquarc (figura din mijloc). Quarcii și antiquarcii se reorganizează apoi ca în schiță, iar noi vom obține doi mezoni separați, în loc de doi quarci separați (figura de jos).*

O metodă răspândită care argumentează cât de dificil este să extragem un quarc dintr-o particulă pornește de la situația unui mezon ce conține un quarc și un antiquarc (vezi figura 16.21). Pentru a separa quarcul de antiquarc, să presupunem că tragem de cei doi în direcții opuse. Cum am văzut însă în secțiunea precedentă, forța de interacțiune dintre quarci crește pe măsură ce distanța dintre ei crește. Consecința? Cu cât îi despărțim la distanțe mai mari, cu atât depunem o forță mai mare, deci consumăm din ce în ce mai multă energie pentru a-i despărți!

Ne putem aștepta ca, la un moment dat, această energie să depășească valoarea energiei necesare de creare a unei perechi suplimentare quarc-antiquarc. În decursul procesului de separare a quarcului și antiquarcului din mezon, vom forma atunci øaltă pereche quarc-antiquarc. Quarcii și antiquarcii se vor reorganiza apoi în doi mezoni (câte o pereche quarc-antiquarc), iar noi vom sfârși cu doi mezoni separați, în loc de doi quarci separați (vezi figura 16.21).

Procesul acesta ne aduce aminte de numeroasele încercări ale fizicienilor de a separa polii unui magnet, tăindu-l în două (vezi secțiunea 24). Așa cum am văzut și în acel caz, procesul este ineficient, deoarece sfârșim cu doi magneți și nicidecum cu polii separați ai primului magnet. La fel și în cazul quarcilor, încercând să spargem un mezon, vom sfârși cu doi mezoni.

După cum am menționat însă, aceasta nu înseamnă că un quarc nu poate exista liber. De fapt, calcule precise au arătat că la începutul universului temperatura era atât de mare, iar dimensiunile universului atât de mici, încât quarcii erau *liberi*. Numai că, odată ce universul s-a răcit, a scăzut viteza și energia cinetică a quarcilor, ei formând apoi particulele care se cunosc astăzi (barioni și mezoni).

O situație deosebită se întâlnește la concentrații ridicate ale quarcilor, dar la temperaturi joase, nu înalte, ca la începutul universului. Aici teoria prezice o stare deosebită a materiei, numită *supraconductibilitatea de culoare*. Această stare este astăzi subiect intens de cercetare, iar unii fizicieni cred că ea poate fi găsită în miezul stelelor neutronice, stele cu mase de ordinul masei Soarelui, dar dimensiuni de ordinul zecilor de kilometri. Concentrația materiei ia aici valori uriașe (zeci de mii de tone de materie într-un milimetru cub), suficiente pentru ca supraconductibilitatea de culoare să apară, spun acești cercetători.

Să revenim acum la observația experimentală a particulelor compuse din quarci (barioni și mezoni), care trebuie să fie albe, reamintind că o explicație completă nu este încă la îndemână, deși calcule teoretice și numerice sugerează acest lucru. Un astfel de calcul consideră un quarc și antiquarc de culori necomplementare (să zicem roșu și antialbastru), caz în care se arătă că cei doi quarci se vor respinge. Deoarece se resping, ei nu vor vrea să formeze o particulă împreună.

Am putea încerca să formăm o particulă dintr-un quarc și antiquarc din culori complementare, de exemplu, roșu și antiroșu. Cu toate acestea, calculele arată că combinația nu are energie minimă. Combinațiile care reduc și mai mult energia sunt *superpoziții cuantice* ale celor trei combinații posibile: roșu-antiroșu, albastru-antialbastru, verde-antiverde. Această combinație de quarci este cunoscută sub numele de *mezon*. Un mezon nu are deci o combinație preferențială de culori (vezi figura 16.11).

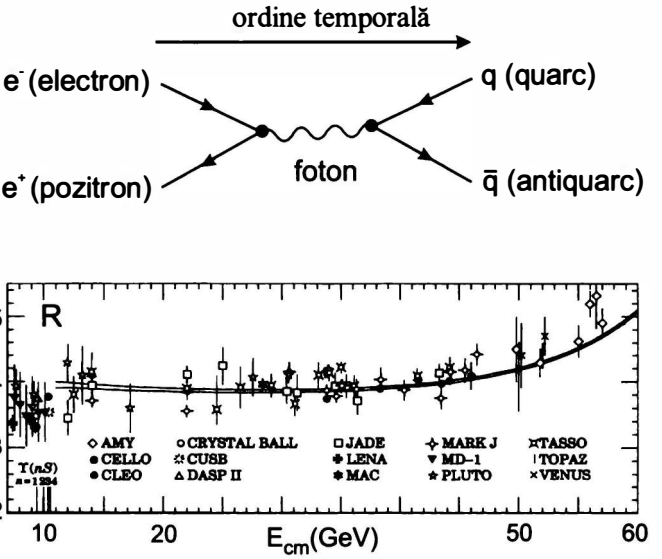

Figura 16.22: *Raportul R dintre secțiunea de împrăștiere a procesului* $e^- + e^+ \to \gamma \to q + \overline{q}$ *(generare de quarci, vezi schița de sus) și a procesului* $e^- + e^+ \to \gamma \to \mu^- + \mu^+$ *(generare de miuoni), în funcție de energia electronilor și pozitronilor inițiali. Secțiunea de împrăștiere este o măsură a probabilității proceselor. Raportul acesta nu depinde decât de sarcinile electrice ale quarcilor și are forma simplă* $R = \sum_i (q_i^2)$*, unde* q_i *este sarcina electrică pentru fiecare stare a quarcului final. La energiile prezentate în grafic se pot crea doar cinci din cei șase quarci, deoarece quarcul t are o masă prea mare (180GeV). Folosind sarcinile quarcilor și numărul lor de culori (trei) se obține* $R = 11/3$ *care este foarte aproape de rezultatul experimental prezentat în josul figurii. Măsurătorile prezentate confirmă astfel existența a doar trei culori. Reprodus cu permisiunea autorului R.M. Barnett (Particle Data Group) și a editorilor articolului „Review of Particle Physics" apărut în* Physical Review *D54, 1-708. Copyright (1996) American Physical Society.*

Acestea sunt câteva dintre rezultatele calculelor teoretice care arată că mezonii ce se formează ar trebui să fie albi, deși nu reprezintă o demonstrație generală și completă. Pentru *barioni* (protoni, neutroni), situația este mai complexă, și în acest caz calculele numerice au confirmat parțial situația practică: barionii albi sunt cei mai stabili.

Să remarcăm acum că un lucru esențial în discuțiile precedente este *numărul de culori* posibile ale quarcului. Căci, dacă un quarc ar avea mai mult de trei culori, atunci toată discuția noastră despre culoarea albă formată din cele trei culori ar fi pusă în dificultate. La urma urmei, am ales trei culori pentru a o obține precis alb dacă le combinăm. Dacă mai descoperim acum o altă culoare a quarcului, vom fi în dificultate, pentru că nu o mai putem așeza lângă cele trei culori. De aceea, se pune întrebarea, suntem noi siguri că acești quarci au exact trei culori?

Măsurătorile curente par să confirme că există doar trei culori ale quarcilor. Un astfel de rezultat experimental, important pentru acceptarea cromodinamicii cuantice și a celor *trei* culori ale quarcului, a fost obținut în acceleratoarele moderne de particule.

Aici a fost studiată probabilitatea procesului prin care o pereche electron-pozitron $e^- - e^+$ se anihilează într-un foton virtual γ, care, la rândul lui, generează apoi o pereche de quarc q și antiquarc $\overline{q}$: $e^- + e^+ \to \gamma \to q + \overline{q}$.

La energii mici, procesul are o probabilitate mică, însă el devine important la energii din ce în ce mai mari, atunci când fotonul are energie suficientă să genereze quarci din vidul cuantic. La energii mari crește deci probabilitatea acestor evenimente, probabilitate care este proporțională cu numărul de culori pe care un quarc le poate avea. Experimentul a confirmat existența a precis trei culori (vezi figura 16.22).

În final, să menționăm că multe dintre calculele *cromodinamicii cuantice* sunt atât de complexe, încât pot fi efectuate doar numeric cu ajutorul computerului. De exemplu, la acceleratorul modern de particule de la CERN se investește mult în capacitatea de calcul a computerelor, și aceasta nu numai pentru a procesa automat imaginile obținute cu particulele ce se împrăștie în urma ciocnirilor, dar și pentru a calcula rezultatele pe care ne așteptăm să le avem în cadrul teoriilor cunoscute.

Un exemplu care confirmă valabilitatea cromodinamicii cuantice este calculul masei diferiților barioni și mezoni, calcul care a fost efectuat cu ajutorul computerului și care modelează foarte bine datele experimentale (vezi figura 16.23).

Pentru a vedea de ce acesta este un rezultat remarcabil, să ne amintim că masele acestor hadroni nu sunt date simplu de suma maselor de repaus ale quarcilor. Așa cum am menționat deja, masa protonului, de exemplu, este mult mai mare decât suma maselor de repaus ale quarcilor componenți, lucru posibil în parte deoarece masa relativistă a unui quarc (care depinde de viteză) este mult mai mare decât masa sa de repaus. În plus trebuie să considerăm și energia stocată în câmpul gluonic, ce are o contribuție semnificativă la masa de repaus a protonului. De aceea este remarcabil acordul dintre teorie și experiment prezentat în figura 16.23.

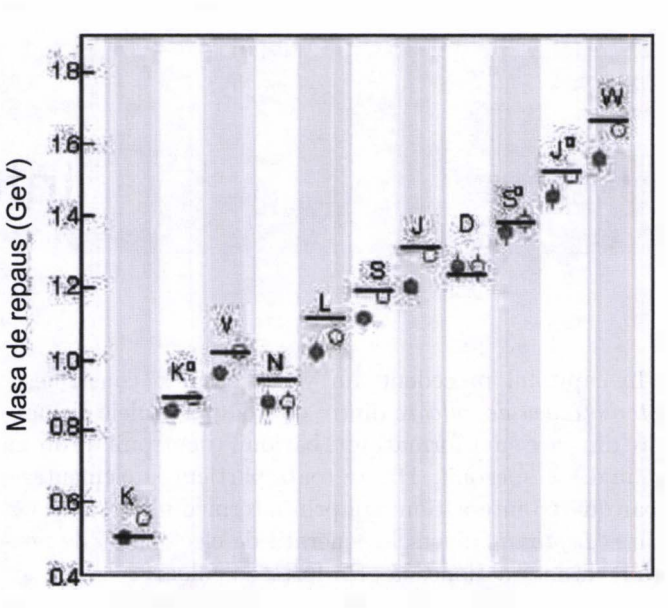

Figura 16.23: *Un calcul numeric al maselor de repaus ale diferiților barioni și mezoni (linii), comparat cu experimentul (puncte). Să ne amintim că masele acestor particule nu sunt date direct de suma maselor de repaus ale quarcilor componenți, care este mult mai mică. Astfel, quarcii se deplasează cu viteze apropiate de viteza luminii în interiorul barionilor și mezonilor, deci trebuie utilizată masa lor relativistă. În plus trebuie luate în considerare și energiile de interacțiune conținute în câmpul gluonic. Imagine reprodusă cu permisiunea editorului articolului „QCD Made Simple" de Frank Wilczek, apărut în* Physics Today. *©2000, American Institute of Physics.*

17

Interacțiunea electroslabă

În capitolul precedent am văzut cum se construiește *interacțiunea de culoare* dintre quarci, particulele elementare din care sunt formați toți barionii (neutronii, protonii ș.a.m.d.) și mezonii. Dintre toate particulele elementare, doar quarcii interacționează prin intermediul forței de culoare. *Leptonii* (diversele generații de electroni și de neutrini) nu interacționează prin forța de culoare.

În plus, acei leptoni care sunt neutri electric, cum ar fi *neutrinii* (vezi tabelul 15.18), nu sunt afectați nici de forțele electromagnetice. Totuși ei pot fi observați ca produse ale unor reacții nucleare, de exemplu în dezintegrarea neutronului într-un proton și electron. Cu alte cuvinte neutrinii interacționează cu materia, dar nu prin forța de culoare, și nici prin forța electromagnetică.

Trebuie atunci să introducem un nou tip de interacțiune, cel puțin pentru neutrini, iar aceasta va fi interacțiunea slabă, care mai este numită și *interacțiunea nucleară slabă*. Deoarece neutrinii sunt singurele particule care interacționează doar prin intermediul interacțiunii nucleare slabe, ei ocupă un loc central în cadrul acestei teorii, și cu ei vom începe și noi povestea. Vom vedea însă că interacțiunea slabă nu se limitează doar la neutrini, ci ea apare între toate particulele elementare, deci și între quarci sau între electroni.

Trebuie spus încă de la început că teoria interacțiunii slabe este mai complexă decât teoria interacțiunii de culoare sau a celei electromagnetice. Este cumva o dezamăgire că, după construcția destul de directă a teoriei forțelor de culoare (cromodinamica cuantică), va trebui să facem tot felul de artificii pentru a scoate teoria interacțiunii slabe din pălărie. Desigur, dacă simpla constatare a unei realități poate fi luată ca o dezamăgire...

Pe de altă parte, teoria interacțiunii slabe prezice câteva surprize, de exemplu apariția unei particule complet diferite de celelalte, numită *boson Higgs*, detectată recent în experimente. O altă surpriză este unificarea teoriei interacțiunilor nucleare slabe cu cea ale electromagnetismului, în ceea ce poartă numele de teoria *electroslabă*. Iar o altă surpriză este *ruperea de simetrie* pe care teoria o introduce în mai multe niveluri ale sale.

Odată însă ce trecem de aceste dificultăți, vom admira modelul standard al particulelor elementare în toată splendoarea sa. El va conține toate interacțiunile cunoscute până acum între particulele elementare: *interacțiunea de culoare* și *interacțiunea electroslabă* (care va conține

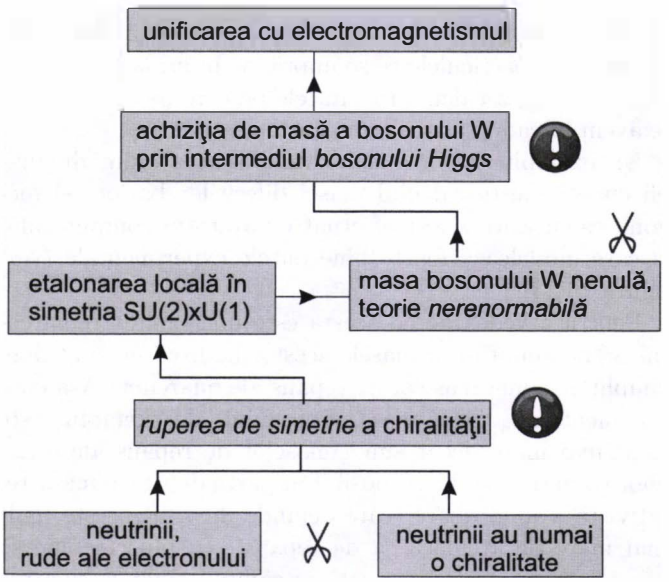

Figura 17.1: *În figură sunt reprezentați pașii cei mai importanți în construcția teoriei interacțiunilor electroslabe, începând de jos în sus. Semnul ce reprezintă două săbii semnalează o problemă în teorie.*

și electromagnetismul). La ele ar mai trebui adăugată *interacțiunea gravitațională*, însă aceasta nu face parte din modelul standard al particulelor elementare, ci deocamdată doar din teoria relativității generale.

Pentru a prezenta teoria electroslabă, vom introduce mai întâi *neutrinii* și vom discuta apoi *ruperea de simetrie a chiralității* de care neutrinii sunt responsabili. Vom încerca apoi să construim interacțiunea dintre leptoni (în care intră neutrinii și generațiile de electroni) prin intermediul *bosonilor W și X*, folosind aceeași rețetă a *invarianței la transformările locale de etalonare* introdusă în capitolul 16.

Apoi vom menționa că teoria tocmai construită nu este renormabilă, din cauza masei de repaus nenule pe care o au în experimente bosonii W și X. Pentru a salva situația, vom alege totuși o masă nulă de început pentru noii bosoni W și X, dar vom introduce un câmp suplimentar, *câmpul Higgs*, care le dă acestor bosoni o masă nenulă (vezi figura 17.1).

Câmpul Higgs reface renormarea și ne oferă un bonus neașteptat: un mecanism de producere a maselor multora dintre particulele elementare, nu numai pentru bosonii W și X. Vom termina apoi cu câteva detalii ale noii teorii (de exemplu, interacțiunea nucleară slabă a quarcilor), câteva experimente și vom menționa problemele pe care modelul standard al particulelor le are la ora actuală.

Pe parcursul prezentării vom enumera argumentele esențiale de care avem nevoie. Acestea fiind spuse, să pornim cu prezentarea neutrinilor.

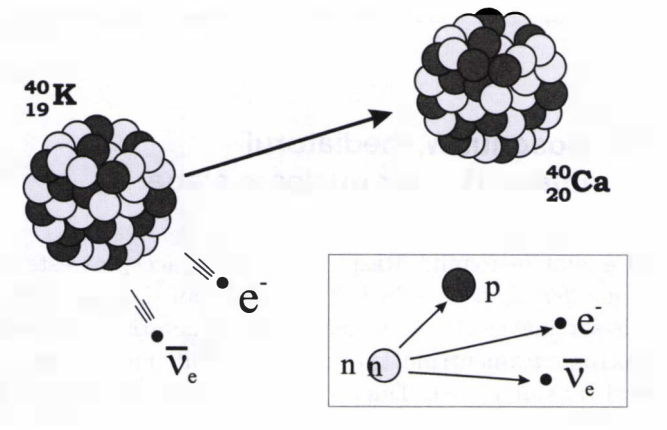

Figura 17.2: *Un exemplu de dezintegrare beta, în care un nucleu al unui atom de potasiu K se dezintegrează într-un nucleu al unui atom de calciu Ca, cu emisia unui electron și a unui antineutrin. Procesul are loc datorită dezintegrării unui neutron n din nucleul atomului de K într-un proton p, electron e și antineutrin $\overline{\nu}_e$ (acesta din urmă este foarte greu detectabil).*

169. Neutrinul, precursorul forței nucleare slabe

Mult timp, în fizică au fost cunoscute doar două particule: electronul e^- și protonul p. Acestora li s-a adăugat apoi neutronul n, pozitronul e^+ și pionul π (purtătorul interacțiunilor nucleare tari, care este unul dintre mezoni). O altă particulă descoperită a fost *neutrinul* ν. Acesta reprezintă precursorul *interacțiunilor nucleare slabe*. Despre ea vom vorbi acum.

Astfel, în 1930 radioactivitatea era un proces cunoscut, nu îl ultimul rând prin efortul soților Marie Curie (1867-1934) și Pierre Curie (1859-1906). O contribuție specială la descoperirea radioactivității artificiale a avut-o și românca Ștefania Mărăcineanu, (1882-1944), studentă a Mariei Curie, creatoare a primului Laborator de Radioactivitate din Romania și autoare a primei ploi artificiale din lume.

Unul din procesele asociate radioactivității este așa-numita *dezintegrare beta*. Aici, un atom se transformă într-un alt atom prin emisia unui electron. De exemplu, un atom de potasiu K se transformă într-un atom de calciu Ca cu emisia unui electron:

$$^{40}_{19}K \rightarrow ^{40}_{20}Ca + e^-$$

Reacția de mai sus poate fi asociată *nucleelor* celor doi atomi. Aici 19 reprezintă numărul de protoni ai nucleului de K, iar 40 numărul total de protoni și neutroni din nucleu. La fel, nucleul de Ca are un număr de 20 de protoni și o sumă totală de 40 neutroni și protoni (vezi figura 17.2).

Dacă vom considera în reacția precedentă atomul inițial de $^{40}_{19}K$ în repaus, la o analiză sumară a conservării energiei și impulsului vom obține că energia cinetică a electronului emis trebuie să fie o *constantă* a reacției. Cu toate acestea, experimental s-a observat că electronul emis are energii ce se întind pe un domeniu foarte larg, mereu însă mai mici decât energia constantă pe care o așteptam.

După un moment de confuzie în care însuși Niels Bohr a sugerat că legea de conservare a energiei nu mai este valabilă, Wolfgang Pauli a venit cu propunerea că o nouă particulă este emisă în reacție. Ea ar *prelua* diferența de energie și nu ar avea sarcina electrică, pentru că sarcina electrică este deja conservată în reacția de mai sus. De aceea, spune Pauli, această nouă particulă nu a fost observată în experiment, pentru că nu avea sarcină electrică!

Cum se știe că neutronul nu are sarcină electrică, fizicienii au presupus că noua particulă este un fel de neutron mai mic. Mai târziu, fizicianul italian Enrico Fermi i-a dat numele de *neutrino* ν_e (cuvântul *neutrino* înseamnă „micul neutron" în italiană). În ultimul timp însă, în limba română s-a încetățenit denumirea de *neutrin*, pe care o vom folosi și noi maid eparte (a nu se încurca cu denumirea asemănătoare a neutronului). Propunerea lui Fermi s-a dovedit corectă, deși particula despre care vorbim este de fapt un *antineutrin* $\overline{\nu}_e$, adică antiparticula neutrinului.

Pauli a reușit chiar să reducă procesul de dezintegrare beta menționat mai sus la esența lui. Astfel, el a presupus că procesul se datorează dezintegrării unui *neutron* care este prezent în nucleul de potasiu $^{40}_{19}K$ (acesta are 21 de neutroni), dar absent în nucleul de calciu $^{40}_{20}Ca$ (ce are doar 20 de neutroni). Atunci neutronul din K se transformă într-un proton, formând un nucleu de Ca, care are 20 de protoni, cu unul mai mult decât cel de K. Produsele reacției sunt un electron și un antineutrin (care părăsesc apoi locul „faptei"), conservând astfel energia totală și sarcina electrică:

$$n \rightarrow p^+ + e^- + \overline{\nu}_e$$

Antineutrinul $\overline{\nu}_e$ (sau antiparticula sa, neutrinul ν_e) sunt însă foarte greu de detectat direct, pentru că nu au sarcină electrică și interacțiunea lor cu materia obișnuită este foarte *slabă*.

Știind că interacțiunea este slabă, nu este de mirare, ba chiar este remarcabil, că prima detecție indirectă a neutrinului a fost reușită cu aproape 20 de ani mai târziu, în 1956, de către fizicienii Frederick Reines și Clyde L. Cowan. Așa cum vom vedea în secțiunile ce urmează, această interacțiune slabă a neutrinilor cu materia a introdus o nouă forță fundamentală, numită *forța nucleară slabă*.

170. Bosonul W, mediatorul interacțiunilor nucleare slabe

Ce sunt neutrinii? Răspunsul general acceptat este că ei sunt *fermioni* de spin 1/2 (ca electronii și quarcii), dar fără sarcină electrică, formând trei generații: neutrinul electronic ν_e, neutrinul miuonic ν_μ și neutrinul tauonic ν_τ (vezi tabelul 15.18). După cum le spune numele, ei sunt asociați fie electronului, fie celor două specii de electroni mai grei, miuonul și tauonul. Masa de repaus a neutrinilor a fost considerată mulți ani la rând nulă, iar abia recent s-a descoperit că ea are o valoare nenulă. Totuși, ea este foarte mică, neutrinul electronic cântărind probabil de câteva sute de mii de ori mai puțin decât electronul.

Neutrinii liberi sunt deci asemănători electronilor sau quarcilor de o anumită culoare (considerați fără sarcină electrică), în sensul că sunt descriși de același model al *mecanicii cuantice relativiste.*

În acest model relativist se modifică doar un număr pentru fiecare din cele trei particule, și anume valoarea masei de repaus. Pe ea o vom considera la început *nulă* pentru neutrin, așa cum a fost construit de fapt modelul standard al particulelor elementare. Mai târziu vom discuta faptul că valoarea este *nenulă*, însă, pentru că această descoperire recentă pune probleme serioase modelului standard, nu o vom considera de la început.

Unda de probabilitate relativistă a unui singur neutrin este descrisă de patru numere complexe în fiecare punct din spațiu, exact ca la electronul relativist (vezi secțiunea 132). Ele țin cont de cele două valori cuantice ale spinului și de posibilitatea neutrinului de a circula înainte în timp (și atunci este neutrin) sau înapoi în timp (și atunci este antineutrin). Recapitulând, un neutrin liber de orice interacțiuni poate fi privit ca un electron liber de interacțiuni (deci fără sarcină electrică) și de o masă nulă (pentru început).

Să ne reîntoarcem acum la fenomenul *dezintegrării beta* prezentat în secțiunea precedentă. Am văzut acolo că avem un neutron care se dezintegrează într-un proton, un electron și un antineutrin: $n \to p^+ + e^- + \overline{\nu}_e$. Știm însă, din electrodinamica cuantică, că antiparticulele pot fi privite ca niște particule care călătoresc înapoi în timp. Atunci, în loc să privim antineutrinul $\overline{\nu}_e$ ca o particulă ce *iese* din reacție, îl putem privi ca pe un neutrin ν_e care *intră* în reacție. Obținem o reacție perfect valabilă în care un neutrin electronic se ciocnește de un neutron pentru a crea un proton și un electron:

$$\nu_e + n \to p^+ + e^-$$

Să remarcăm că și aici sarcinia electrică se conservă. Ciocnirea unui *neutrin* cu un *neutron* stă de fapt la baza uneia dintre metodele de detecție experimentale a neutrinului, cea care folosește apa grea. Nucleele de hidrogen ale moleculei de apă grea (numite deuteriu) conțin nu numai un proton, dar și un neutron. Neutrinul care trebuie detectat lovește unul din neutronii nucleelor de deuteriu și îl transformă într-un proton (vezi figura 17.3).

Trebuie spus că, în practică, pentru detecția experimentală a neutrinului se folosește mai des interacțiunea dintre un neutrin și un proton decât interacțiunea dintre un neutrin și un neutron. Ambele însă confirmă bănuielile inițiale: neutrinul interacționează foarte slab cu materia obișnuită, fie ea neutron sau proton, de unde și numele de *interacțiune nucleară slabă.*

Astfel, detectoarele de neutrini conțin zeci de mii de tone de material, numai pentru a detecta câțiva neutrini pe zi din miliardele de neutrini care ajung pe secundă acolo. Acest lucru este important, de aceea îl vom considera primul argument esențial al poveștii interacțiunii nucleare slabe:

Argument 1:

Interacțiunea neutrinilor cu materia obișnuită este foarte slabă.

Pentru a ne face o idee despre cât de slabă e interacțiunea neutrinului cu materia, să spunem că secțiunea eficace a acestor procese este de 10^{-43}cm^2 la o energie tipică de 1MeV pentru neutrini. *Secțiunea eficace* ne spune în principiu care este dimensiunea (mărimea) sub care se văd reciproc particulele atunci când ele interacționează unele cu altele. De exemplu, chiar dacă un neutrin s-ar apropia de nucleul unui atom de dimensiuni obișnuite (de ordinul 10^{-26}cm^2), el interacționează cu nucleul în foarte puține cazuri, trecând de cele mai multe ori prin nucleu ca prin brânză.

Astfel, secțiunea eficace de ordinul a 10^{-43}cm^2 atașată acestor reacții ne spune că neutrinul trebuie să treacă prin nucleu de aproximativ $10^{-26}/10^{-43} = 10^{17}$ ori pentru a „simți" acel nucleu. Datorită valorilor foarte mici de interacțiune, neutrinul poate străbate un zid de plumb, gros de sute de ani-lumină, fără să fie absorbit de vreunul din atomii zidului (aceasta deoarece și nucleul este, la rândul lui, doar o parte foarte mică a unui atom întreg).

Fizicianul cel mai cunoscut pentru studiul teoretic al interacțiunilor dintre neutrini și materie este Enrico Fermi (1901-1954). Fermi este cunoscut și pentru contribuția la construcția primului reactor nuclear, în 1942. Munca în laborator avea să-i fie fatală, fiindcă, împreună cu doi colaboratori apropiați, s-a îmbolnăvit de cancer la stomac în urma iradierii. Amănuntul scoate în evidență riscul la care se supun câteodată chiar cercetătorii, și aduce aminte de povestea mai cunoscutei Marie Curie (de două ori laureată a Premiului Nobel), care și ea a murit în urma expunerii la radiații.

Pentru a explica de ce neutrinul interacționează *slab* cu materia (care poate fi, de exemplu, neutronul din figura 17.3), Fermi a propus o interacțiune *punctiformă* între particulele ce intră în reacție (neutrinul și neutronul). Interacțiunea seamănă cu ciocnirea unor bile foarte mici, care are loc doar dacă bilele se ating, altfel ele trec una pe lângă cealaltă. Fiind punctiformă, interacțiunea dintre neutrin și un neutron sau proton ar avea loc destul de rar, ea nefiind mediată de vreo altă particulă (de exemplu, fotonul) care să transmită interacțiunea de la o particulă la alta pe distanțe mai mari.

Cu toate acestea, odată efectuate calculele teoretice, soluția lui Fermi s-a lovit de o dificultate insurmontabilă.

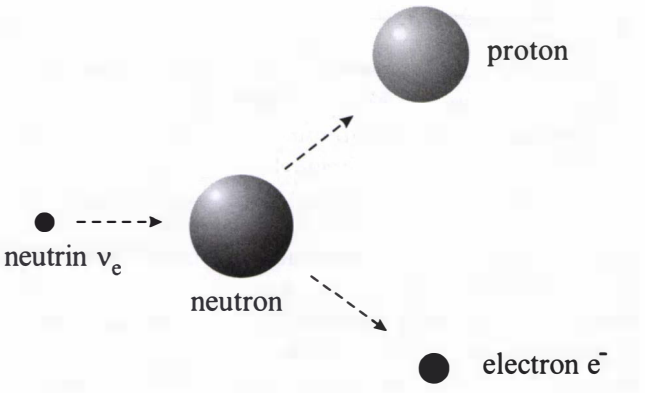

Figura 17.3: *O reacție în care un neutrin se ciocnește de un neutron și produce un electron și un proton. Această reacție face parte din metodele de detecție a neutrinului (cea care folosește apă grea), deși mai des folosită este ciocnirea dintre un neutrin și un proton.*

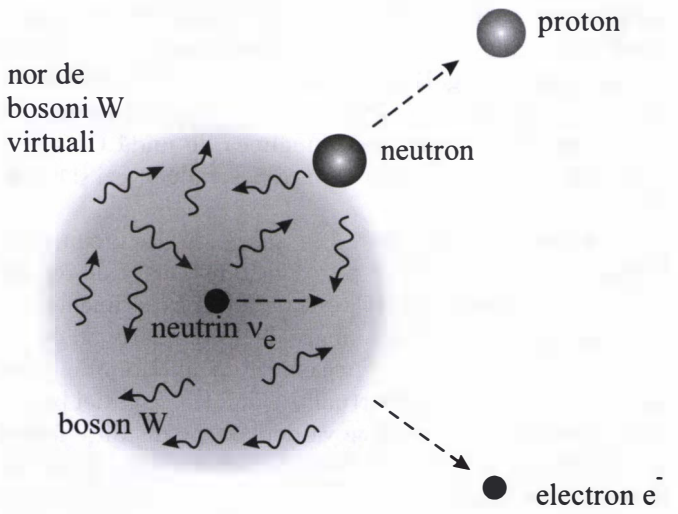

Figura 17.4: *În figură este prezentată interacțiunea dintre un neutrin electronic ν_e și un neutron n. Față de figura 17.3 însă, interacțiunea este mediată de o nouă particulă, numită bosonul W. Astfel, în jurul neutrinului există un nor de bosoni virtuali W, la fel cum în jurul unui electron există un nor de fotoni virtuali. Reacția are loc dacă neutronul intră în norul de bosoni virtuali W ai neutrinului, iar în urma reacției se emit un proton p și un electron e^-.*

Astfel, fizicienii au arătat că la energii din ce în ce mai mari secțiunea eficace de ciocnire a particulelor crește continuu cu energia, în modelul lui Fermi. Cu alte cuvinte, dacă particulele se ciocnesc din ce în ce mai violent unele cu altele, ele se „văd" reciproc ca fiind exagerat de mari (să ne reamintim că secțiunea eficace a unei particule este o măsură a dimensiunii sub care apare ea în coliziuni dacă se consideră un model de bile rigide asemănătoare bilelor de biliard). Astfel de secțiuni eficace mari se dovedesc în practică nerealiste, iar măsurătorile au confirmat indirect că propunerea lui Fermi nu mai este valabilă la energii suficient de mari.

Și atunci, care este explicația faptului că interacțiunea slabă *pare* punctiformă, ca și cum ar acționa pe distanțe mici? Pentru a răspunde, să ne aducem aminte că interacțiunile dintre *fermioni* (cum sunt electronii sau quarcii) sunt intermediate de obicei de particule numite *bosoni* (ca fotonul sau gluonul). Acest boson este de fapt cel care dă *raza de acțiune* a forței de interacțiune, rază ce poate fi mult mai mare decât dimensiunea particulelor.

Un exemplu este cel al fotonului: doi electroni se „ciocnesc" nu numai dacă dau „nas în nas", ci și dacă sunt la distanțe mari unul de altul. Aici, raza *efectivă* de interacțiune a electronului este dată de diametrul norului de fotoni virtuali. Astăzi știm că un electron are dimensiuni mai mici decât diametrul nucleului și cu toate acestea doi electroni se „ciocnesc" la distanțe atomice și chiar cosmice (electricitatea statică sau undele radio). Deoarece zona pe care electronul interacționează este dată de raza de acțiune a fotonului virtual, vom spune că aceasta din urmă este *infinită*. Acest lucru se întâmplă deoarece masa de repaus a fotonului este nulă.

Un alt exemplu de interacțiune intermediată de bosoni a fost menționat în secțiunea 155, atunci când am discutat *interacțiunea nucleară tare* dintre protoni sau neutroni. Acolo am văzut că fizicianul japonez Yukawa a introdus un *mezon* ca intermediar al atracției dintre protoni, cel care ține protonii la un loc în nucleu. Pentru a explica distanța scurtă (de dimensiunile unui nucleu) pe care interacțiunea tare nucleară acționează, Yukawa a presupus că mezonul are o masă de repaus *nenulă*.

Desigur, astăzi știm că acel mezon are într-adevăr masa finită de repaus, dar și că este format de fapt dintr-un quarc și un antiquarc. Mezonul nu este deci o particulă elementară. El este însă un exemplu de boson care mediază interacțiunile pe distanțe scurte, pentru că are masa de repaus nenulă.

Pentru neutrin nu ne dorim o rază de acțiune infinită ca a fotonului, deoarece atunci s-ar ciocni foarte des de neutroni. Pe de altă parte, n-ar fi rău să introducem și noi un boson care să medieze interacțiunea dintre neutrin și neutron. Acest boson va fi asemănător mezonului și, deoarece nu ne dorim ca el să acționeze pe distanțe mari, vedem că el trebuie să aibă o masă de repaus *nenulă*. Folosindu-ne de ideea lui Yukawa, am putea presupune că interacțiunea slabă este mediată de *un boson de masă nenulă*, de data aceasta o particulă elementară (necompusă din alte particule), numită *bosonul W* (vezi figura 17.4).

Prin analogie cu teoria lui Yukawa, bosonul *W virtual* (cel responsabil de interacțiuni) ar avea un timp de viață limitat, dat de masa lui de repaus, prin relația de incertitudine energie-timp, așa cum am arătat în secțiunea 160. Ca atare, chiar dacă va circula cu viteze apropiate de viteza luminii, bosonul W virtual se va deplasa numai pe distanțe scurte, date de acest timp scurt de viață. Cu cât este mai mare masa de repaus a bosonului virtual W, cu atât este mai scurt timpul său de viață, și deci cu atât este mai mică distanța pe care acționează.

În secțiunea 160 am văzut că timpul de viață Δt al bosonului virtual care mediază interacțiunea (în acel caz a fost mezonul) se estimează folosind relația de incertitudine dintre energie și timp, care se scrie ca $\Delta E \Delta t \geq \hbar/2$. Astfel, dacă bosonul are o masă de repaus m și deci o energie $E = mc^2$, atunci timpul maxim de viață al bosonului virtual va fi de aproximativ $\Delta t \approx \hbar/\Delta E = \hbar/mc^2$. Dacă vom

considera că particula virtuală se deplasează cu viteza maximă a luminii c, obținem pentru raza de acțiune o valoare de $c\Delta t$. Ea este egală cu lungimea de undă Compton redusă $\Lambda = c\Delta t = \hbar/(mc)$. Acum norul virtual de bosoni are o rază aproximativ egală cu lungimea de undă Compton redusă Λ dată de masa de repaus a bosonului (vezi și figura 15.22).

În cazul nostru, ceea ce face ca neutrinul să interacționeze slab este în primă instanță masa de repaus foarte mare a bosonului W, estimată din experimente a fi în jur de $m = 80$ GeV (mai mare de aproximativ 80 de ori decât masa protonului!). Aceasta îi dă un timp de viață foarte scurt în starea sa virtuală. Conform discuției precedente, bosonul W virtual se va deplasa pe distanțe foarte scurte ($d = \Lambda \approx 10^{-18}$m), chiar dacă el circulă aproximativ cu viteza luminii.

Simplu spus, neutrinul are o șansă să interacționeze cu o altă particulă numai dacă se apropie de ea la o distanță 10^{-18}m care este, să remarcăm, cu trei ordine de mărime mai mică decât dimensiunea nucleului. Nici atunci însă nu va interacționa obligatoriu, ci cu o probabilitate mică, pentru că secțiunea eficace (de ordinul 10^{-43}cm^2, așa cum am văzut mai devreme) este mai mică decît aria unui cerc cu raza de 10^{-18}m. Iată acum și al doilea argument:

Argument 2:

Interacțiunea slabă a neutrinilor este mediată de bosonul W, care are o masă de repaus nenulă.

Privind astfel situația, ar părea că teoria interacțiunilor slabe va fi doar o variantă a electrodinamicii cuantice, pentru că neutrinul este asemănător electronului, și bosonul W este asemănător fotonului, mediind interacțiunile dintre particule. Ceea ce ar trebui să facem este să pornim cu ecuațiile *electrodinamicii cuantice* și să schimbăm două constante: o masă de repaus nulă pentru neutrin în locul electronului, și apoi o masă de repaus *nenulă* pentru bosonul W în locul fotonului, care avea masa nulă. Un exercițiu mai dificil, dar nu imposibil. Dezastru însă, o astfel de teorie nu este renormabilă!

De fapt, se poate arăta că orice teorie astfel construită nu este renormabilă, dacă masa bosonului ce mediază interacțiunea este *nenulă*. Căci, atunci când vrem să calculăm diverse interacțiuni de ordin superior (cu ajutorul diagramelor Feynman), obținem o mulțime de infiniți, care nu mai pot fi eliminați prin renormare, ca în cazul electrodinamicii cuantice (discutată în secțiunea 147). Ce noroc că atât fotonul, cât și gluonul au avut mase de repaus nule, deoarece astfel atât electrodinamica cuantică, cât și cromodinamica cuantică au rămas renormabile.

Acesta este punctul crucial în care teoria interacțiunii slabe se desparte de celelalte două teorii și necesită presupuneri *radical diferite* pentru a ieși din criză. Aici este punctul unde complexitatea teoriei crește și unde doar imaginația teoreticienilor și nenumărate încercări au făcut totuși ca teoria interacțiunilor slabe să-și găsească o soluție, oricât de complicată ar părea ea. Aici, unde masa bosonului W trebuie să fie *nenulă*. Iată atunci al treilea argument al poveștii noastre, unul crucial:

Argument 3:

Masa nenulă a bosonului W conduce la o teorie a interacțiunilor slabe nerenormabilă. De aceea, teoria nu este consistentă matematic, așa cum a fost construită până acum.

Ce paradox! Și masa mezonului ce media interacțiunea dintre protoni era finită, dar nu au fost tragedii, căci mezonul era o particulă compusă. Pe de altă parte, bosonul W nu este o particulă compusă, este o particulă elementară, știm aceasta din toate experimentele efectuate, așa că nu avem șansa să găsim o soluție asemănătoare cu cea a mezonului.

Fiind o particulă elementară, ne-am fi așteptat totuși ca teoria să fie mai simplă decât cea a interacțiunii nucleare tari și de fapt vom obține situația inversă. Iar aceasta pentru că bosonul W are masa *nenulă*, fără a fi compus din alte particule elementare, iar o teorie construită pe acest eșafodaj nu este renormabilă.

171. Chiralitatea neutrinului și ruperea simetriei de chiralitate

Așa cum am menționat în secțiunea precedenta, punctul de pornire în construcția teoriei interacțiunilor nucleare slabe este faptul că un neutrin liber este descris de aceleași legi ale mecanicii cuantice relativiste ca și electronul sau quarcul de o singură culoare. Practic, în model schimbăm doar masa particulei și sarcina sa electrică. Neutrinul nu are sarcină electrică, însă pe moment vom ignora oricum sarcina electrică, deoarece ea este descrisă de electrodinamica cuantică, iar noi vrem să construim acum teoria interacțiunilor nucleare slabe.

În secțiunea precedentă am încercat să schițăm și o construcție a interacțiunii nucleare slabe pentru neutrin, prin intermediul *bosonului W*. Acesta formează, așa cum am văzut, un nor virtual în jurul neutrinului, cu raza de aproximativ 10^{-18}m. Încercarea a eșuat fiindcă bosonul W are masa de repaus nenulă și teoria devine astfel nerenormabilă.

De aceea, ne vom întoarce la descrierea neutrinilor *în absența interacțiunilor* și vom vedea că există un lucru care îi distinge de toate celelalte particule elementare: neutrinii observați au întotdeauna spinul orientat în direcția *opusă* mișcării, pe când ceilalți pot avea spinul orientat în ambele direcții.

Pentru a introduce această remarcabilă observație *experimentală* să începem cu câteva observații pe marginea particulelor clasice și a spinului lor. Vom considera pentru început că masa de repaus a neutrinului este nulă. Dacă neutrinul are masa de repaus nulă, el se va deplasa cu viteza luminii (să ne reamintim că toate particulele cu masa de repaus nulă se deplasează cu viteza luminii, vezi secțiunile 65 și 96). Aceasta ar avea o consecință surprinzătoare în ceea ce privește *elicitatea* sa.

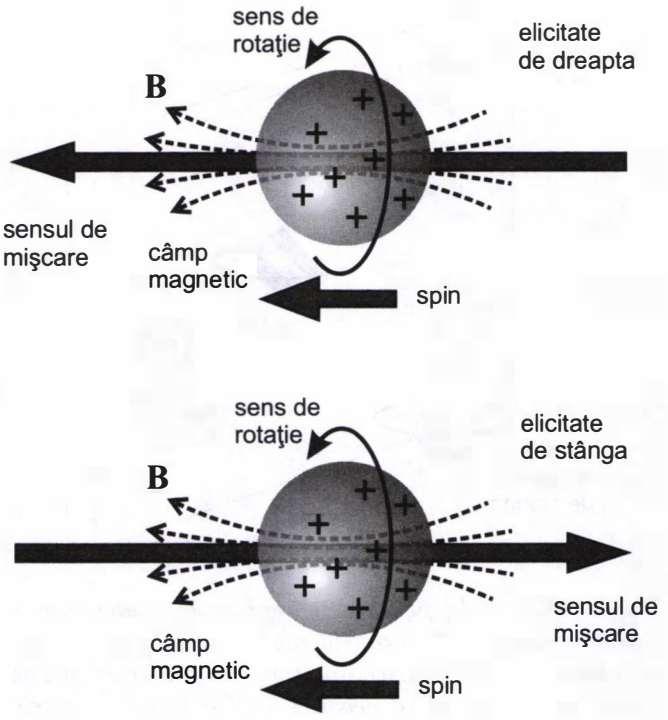

Figura 17.5: *Sus: o particulă clasică în mișcare are spinul orientat în direcția mișcării (elicitate de dreapta). Aceasta înseamnă că sensul de rotație (determinat cu regula șurubului) coincide cu sensul de mișcare. Particula reprezentată este considerată clasică și „umplută" cu sarcini electrice pozitive. Pentru că particulă se rotește, sarcinile electrice vor crea în mișcarea lor curenți electrici, care la rândul lor vor genera un câmp magnetic. Mărimea acestui câmp este dată de momentul magnetic de spin al particulei. Jos: situația în care spinul particulei (determinat cu regula șurubului) este orientat în sens opus mișcării (elicitate de stânga).*

Astfel, să ne imaginăm o particulă *clasică* de masă nenulă, în mișcare cu o viteză mică și rotindu-se în același timp în jurul unei axe paralele cu direcția sa de mișcare (vezi figura 17.5). Rotația modelează cât se poate de simplificat *momentul cinetic de spin* al particulei. Să presupunem acum că privim particula dintr-un sistem aflat în repaus și să zicem că observăm cum direcția axei de rotație (dată de regula șurubului) coincide cu direcția de mișcare a particulei (exemplul de sus din figura 17.5). Spunem atunci că particula are *elicitate de dreapta*, sau că spinul particulei este orientat în direcția mișcării.

Să presupunem acum că ne deplasăm și noi în direcția de mișcare a particulei, dar cu o viteză mai mare decât a particulei. Atunci vom observa particula cum se deplasează în direcție opusă (pentru că o lăsăm în urmă), dar sensul de rotație al ei rămâne neschimbat (exemplul de jos din figura 17.5). Acest sens de rotație poate fi determinat din nou cu regula șurubului în raport cu direcția de mișcare, numai că acum acesta este dat de direcția de „deșurubare". Cu alte cuvinte, particula a devenit de *elicitate de stânga.*

Vedem astfel că o particulă de viteză finită poate fi descrisă ca fiind atât de *elicitate de dreapta*, cât și de *elicitate de stânga*, depinzând de mișcarea noastră în raport cu particula. Astfel, vom spune despre elicitățile de stânga sau de dreapta că nu sunt caracteristici intrinseci ale particulei, ci observații pe care le facem într-o anumită stare.

Alta este însă situația pentru o particulă care se deplasează cu viteza luminii, cum e cazul neutrinului despre care presupunem acum că are masa de repaus nulă. Pentru că nu putem depăși niciodată viteza luminii, situația inițială nu se mai schimbă. Dacă particula are inițial elicitate de stânga, atunci ea rămâne cu elicitate de stânga în orice sistem de referință în care, desigur, își păstrează și aceeași viteză a luminii.

Vorbim în acest caz de *chiralitatea* particulei, care poate fi de stânga sau de dreapta, și care este o proprietate *intrinsecă* a particulei, indiferent de sistemul de referință. Cu alte cuvinte, spunem că aceste caracteristici de elicitate de stânga sau de dreapta sunt în acest caz proprietăți interne ale particulelor ce se deplasează cu viteza luminii, și pe care le desemnăm prin termenul de *chiralitate.*

Revenind la neutrin, a cărui masă de repaus e considerată nulă, *chiralitatea* lui ar fi o proprietate intrinsecă. La o măsurătoare ar fi de așteptat să găsim neutrinul liber într-una din cele două stări, *chiralitate de stânga* sau *chiralitate de dreapta*, cu probabilități egale.

În mod normal, chiralitatea se măsoară pentru particule încărcate cu sarcină electrică, fiindcă ele vor avea și un *moment magnetic de spin.* Astfel, dacă vom considera particula clasică, ne putem imagina că rotația ei în jurul axei proprii generează curenți electrici, care, la rândul lor, vor genera un câmp magnetic (vezi figura 17.5). Atunci, dacă vrem să măsurăm sensul momentului cinetic de spin în direcția mișcării (chiralitatea), tot ce avem de făcut este să măsurăm momentul magnetic de spin al particulei în mișcarea sa.

Măsurătoarea propusă ne pune însă ceva probleme, deoarece neutrinul nu are sarcină electrică, deci nu putem măsura imediat un moment magnetic de spin. De aceea fizicienii au efectuat experimente din care au *dedus* chiralitatea neutrinului, pentru că ea este legată în final de o lege de conservare mai generală, cea a spinului.

Un astfel de experiment este dezintegrarea pionului, exemplificată în figura 17.6. Aici un pion negativ π^- aflat *în repaus* se dezintegrează într-un miuon μ^- și un antineutrin miuonic $\overline{\nu}_\mu$. Cum pionul inițial este în repaus, iar spinul total se conservă, elicitățile particulelor care ies din reacție trebuie să fie corelate. În acest fel experimentatorii au măsurat elicitatea miuonului μ^- și au determinat-o pe cea a neutrinului $\overline{\nu}_\mu$.

Spre surpriza lor, experimentatorii observat că miuonul rezultat din reacție are mereu *aceeași* elicitate, el este de elicitate dreaptă în sistemul de repaus al pionului. În consecință, antineutrinul este *întotdeauna* de elicitate (pentru el aceasta este și *chiralitate*) tot dreaptă, datorită legilor de conservare.

Surpriza constă în aceea că, din considerente de simetrie, ne-am aștepta ca aceeași reacție să producă și antineutrin de chiralitate stânga. Nici această reacție, nici altele, nu au dus la observarea lor experimentală. Este ca și cum antineutrinul de chiralitate stânga *lipsește* cu desăvârșire din natură! Rezultatul experimental se dovedește general, deoarece în realitate nu se observă decât *antineutrini*

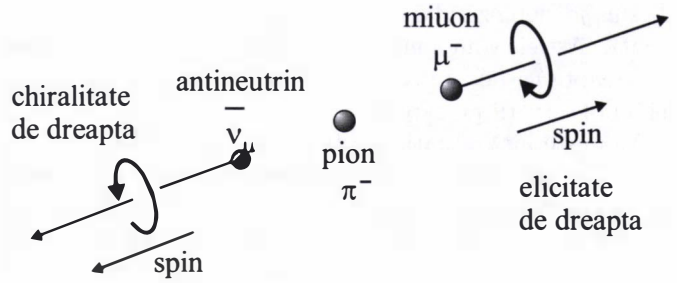

Figura 17.6: *Un experiment în care un pion π^- aflat în repaus se dezintegrează într-un miuon μ^- și un antineutrin $\overline{\nu}_\mu$ după reacția $\pi^- \to \mu^- + \overline{\nu}_\mu$. Datorită simetriei, reacția nu favorizează o elicitate sau alta a particulelor emise. Cu toate acestea, experimentatorii au măsurat numai miuoni cu elicitatea de dreapta (spinul lor era orientat în direcția mișcării). Datorită legilor de conservare a spinului, înseamnă și că antineutrinul va avea elicitatea (care pentru el este și chiralitate) de dreapta. În experiment nu a fost produs nici un antineutrin cu chiralitate de stânga!*

Figura 17.7: *În figură este reprezentată imaginea în oglindă a unui neutrin considerat clasic, aflat în mișcare, și a unei sarcini electrice negative. De remarcat că imaginea sarcinii electrice negative este o sarcină electrică pozitivă. Tot astfel, imaginea în oglindă a neutrinului de chiralitate stânga este un antineutrin (cu sarcini opuse) de chiralitate dreapta.*

de chiralitate dreapta sau *neutrini de chiralitate stânga.* Niciodată invers...

Rezultatul în sine n-ar fi revoltător, dacă nu ar părea că sfidează una din simetriile esențiale ale lumii noastre, *simetria în oglindă.* Denumirea provine de la faptul că orice particulă de chiralitate dreapta privită în oglindă trebuie să arate de chiralitate stânga, și același lucru ar trebui să fie valabil și pentru neutrin sau antineutrin. Astfel, este ca și cum am privi un șurub în oglindă. Atunci când privim imaginea lui în oglindă, șurubul pare că se rotește în direcție opusă pentru a avansa.

Datorită acestei simetrii în oglindă, nimic nu pare să împiedice în natură generarea neutrinilor de chiralitate stânga și de chiralitate dreapta în cantități *egale*! Totuși, acest lucru nu se întâmplă în practică, și numai un singur tip de neutrin este observat, cel de *chiralitate stânga.* Acesta este unul dintre marile mistere ale naturii. Iată atunci al patrulea argument al poveștii noastre:

Argument 4:

Neutrinul are în natură numai chiralitate de stânga, iar antineutrinul are numai chiralitate de dreapta.

Trebuie spus că argumentația de mai sus a fost făcută cu imaginea „ascunsă" a unui neutrin clasic, a cărui rotație am putea-o vedea. Deși imaginea nu este corectă în mecanica cuantică, rezultatul se păstrează, atâta doar că starea de spin trebuie definită corect matematic. În plus, argumentele folosite sunt perfect valabile numai dacă neutrinul are masă nulă, altfel el nu poate avea o valoare intrinsecă de chiralitate stânga sau de chiralitate dreapta bine definită, așa cum am menționat.

Acesta a fost cazul decenii la rând, până acum câțiva ani, când s-a dovedit că neutrinul are de fapt o masă finită. Momentan, această descoperire experimentală pune probleme serioase modelului standard al particulelor elementare. Cum însă noi urmărim să construim tocmai acest model, vom considera în continuare că masa neutrinului este identic *nulă.*

În finalul secțiunii, câteva cuvinte despre *ruperea simetriei de chiralitate.* Astăzi fizicienii privesc puțin diferit problema: nu trebuie să ne așteptăm ca simetria să fie ruptă, pentru că un neutrin de chiralitate stânga privit în „oglindă" nu va fi un neutrin de chiralitate dreapta, ci un *antineutrin* de chiralitate dreapta! Or, mai simplu, că un neutrin privit în „oglindă" este de fapt un antineutrin (vezi figura 17.7). În acest fel, spun ei, problema nu mai există, pentru că ambele particule (neutrin de chiralitate stânga și antineutrin de chiralitate dreapta) sunt de fapt observate în natură.

Rezultatul se leagă de felul în care definim o „oglindă". Electricienii, de exemplu, provesc o oglindă ca pe un metal perfect, care nu numai că reflectă bine lumina (ca argintul), dar care și are o rezistență electrică nulă. În acest caz, ei știu că dacă punem o sarcină electrică *negativă* în fața oglinzii metalice, aceasta va reorganiza electronii din metal, în așa fel încât sarcina electrică negativă inițială va fi atrasă de metalul oglinzii. Forța de atracție este egală cu cea creată de o imagine a sarcinii în oglinda metalului, imagine care ar avea acum o sarcină electrică de aceeași valoare absolută, dar *pozitivă*! Cu alte cuvinte, dacă punem un electron în fața oglinzii el va fi oglindit ca un pozitron (vezi figura 17.7).

Urmând sfatul electricienilor, vom spune că imaginea unei particule în oglindă este de fapt o particulă ce are sarcinile (inclusiv cea electrică) opuse, adică o *antiparticulă*! De aceea un neutrin de chiralitate stânga privit în

oglindă devine *antineutrin* de chiralitate dreapta. Ambele particule există în realitate, deci am rezolvat paradoxul.

În termeni matematici, spunem acum că universul este simetric la transformarea sarcină-paritate CP, pentru că trebuie să efectuăm ambele transformări (C de la „charge" care înseamnă „sarcină" în limba engleză și P de la „paritate"). Totuși, astăzi se știe că chiar și această simetrie este violată. Cu alte cuvinte, s-a descoperit că în natură se produc în număr *diferit* neutrini de chiralitate stânga și antineutrini de chiralitate dreapta. Diferența nu este mare, de doar câteva miimi, însă chiar și așa consecințele sunt majore. Despre aceasta însă, în secțiunea 182.

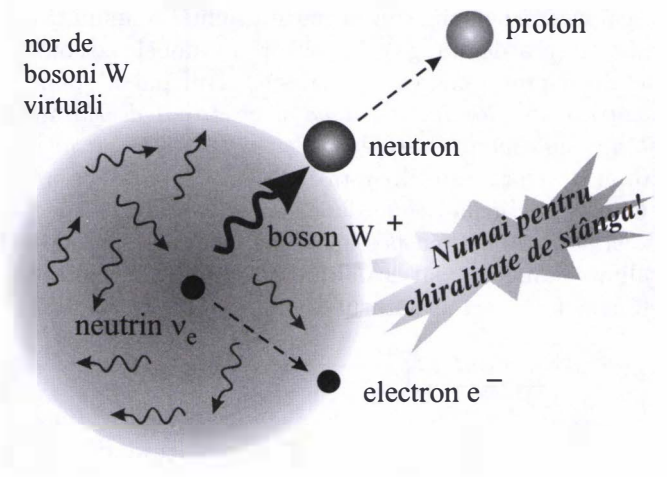

Figura 17.8: *Schema detaliată a interacțiunii dintre un neutrin electronic ν_e și un neutron, în urma căreia se formează un electron și un proton. Dacă în figura 17.4 am desenat întregul nor virtual de bosoni W din jurul neutrinului, aici scoatem în evidență efectul unui singur boson W^+. Reacția are două etape. În prima etapă neutrinul ν_e emite un boson W^+ virtual, în nenumăratele procese virtuale care au loc în același timp. În urma emisiei, neutrinul se transformă într-un electron e^-. În a doua etapă, neutronul absoarbe bosonul W^+, devenind un proton. De remarcat sarcina electrică pozitivă a bosonului W^+ dar și faptul că reacția de mai sus are loc numai pentru neutrinii de chiralitate stânga, pentru că numai ei există!*

172. Interacțiunea nucleară slabă și simetria SU(2) × U(1)

Să încercăm să reconstruim acum o primă formă a interacțiunilor slabe, pornind de la observația că există mai multe generații de „electroni" de mase diferite (*electronul* e^-, *miuonul* μ^-, *tauonul* τ^-) fiecare având neutrinul corespunzătoare (*neutrin electronic* ν_e, *neutrin miuonic* ν_μ și *neutrin tauonic* ν_τ), așa cum se poate vedea în tabelul 15.18. Împerecherea aceasta în generații este încă un mister în fizică.

În practică însă, ordonarea pe generații ne ajută enorm, deoarece tot ce trebuie să facem este să descriem interacțiunile pentru o *singură* generație, de exemplu, pentru electronul e^- cu neutrinul său electronic ν_e. Modelele pentru celelalte generații vor fi practic identice, doar un singur element schimbându-se: masa electronilor sau a neutrinilor. Cum însă masa particulelor crește cu generația (vezi secțiunea 15.18), la energii mici rolul cel mai important este jucat de electron și neutrinul electronic, ca în dezintegrarea beta, prezentată în secțiunea 169.

Am văzut acolo că un neutron se dezintegrează într-un proton cu emisia unui *electron* și a unui antineutrin *electronic*. De fapt, în toate reacțiile slabe, electronii de o anumită generație sunt implicați în același timp cu neutrini de aceeași generație, ceea ce justifică alegerea noastră de a studia numai o singură generație (cea a electronului) și a generaliza pentru celelalte.

Am arătat în secțiunea 170 că interacțiunea nucleară slabă are loc prin intermediul unui boson, numit *bosonul W* , care mediază interacțiunea între diverse particule. De exemplu, am pornit cu reacția în care un neutrin interacționează cu un neutron pentru a forma un electron și un proton:

$$\nu_e + n \to e^- + p$$

În cazul nostru, în jurul neutrinului ν_e există un nor de bosoni virtuali W care dau o rază finită de acțiune pentru interacțiunea nucleară slabă. În momentul în care un neutrin se apropie la distanță mică de un neutron, există șansa ca unul dintre bosonii W să fie absorbit de neutron. Odată ce bosonul W este absorbit de neutronul n, acesta se transformă într-un proton p (vezi figura 17.8).

În interacțiunea de mai sus putem identifica două procese consecutive:

$$\nu_e \to e^- + W^+$$
$$W^+ + n \to p$$

Să remarcăm că, pentru a conserva sarcina electrică în reacție, bosonul W^+ trebuie să fie încărcat cu sarcină electrică pozitivă. Interesant este că în urma primei reacții iese un electron și dispare neutrinul inițial. Cea mai naturală explicație este atunci că neutrinul ν_e s-a *transformat* în electron după emisia bosonului W!

Observația precedentă conține cheia către interacțiunile nucleare slabe. Prin urmare, un neutrin ν_e se *transformă* într-un electron e^- după emisia unui boson W^+. Dar, stați puțin, oare asta nu înseamnă că neutrinul și electronul sunt în esență *aceeași* particulă, din moment ce se pot transforma dintr-unul în altul?

Ne aducem de exemplu aminte de cazul quarcilor colorați. Și în acel caz un quarc roșu și unul verde sunt de aceeași esență, pentru că și quarcul roșu se transformă într-unul verde odată cu emisia unui gluon roșu-antiverde. Dacă așa stau lucrurile, atunci electronul sau neutrinul nu ar fi decât tot un fel de „culoare" (o fațetă) a unei aceleiași particule primordiale, prin analogie cu culorile quarcilor. „Culoarea" aceasta poartă numele de *isospin* pentru e^- și ν_e. Cu alte cuvinte, avem *două* stări de isospin ale unei particulei primordiale (o stare este e^- și cealaltă ν_e), spre deosebire de *trei* stări de culoare ale unui quarc (vezi figura 17.9).

Cum însă neutrinii au în natură numai o anumită chiralitate (cea de stânga), iar electronii ambele, trebuie să detaliem presupunerea de mai sus. Am putea spune că *neutrinii de chiralitate stânga* și *electronii de chiralitate stânga* sunt manifestări ale *aceleiași* particule, iar pe electronii de chiralitate dreapta îi lăsăm deoparte. Cu alte cuvinte, particula primordială, de chiralitate stânga, are două stări de isospin posibile: una este neutrinul de chiralitate stânga ν_e, iar cealaltă electronul e^- de chiralitate stânga. Iată deci următorul argument în lista noastră:

Argument 5:

Electronii e^- de chiralitate stânga și neutrinii ν_e tot de chiralitate stânga sunt două stări de isospin (două manifestări) ale unei aceleiași particule primordiale. Electronul de chiralitate dreapta nu are un neutrin pereche.

Numai că avem o problemă cu electronii, căci eiau masa de repaus nenulă, deci nu au chiralitatea bine definită! Astfel, am văzut în secțiunea precedentă că chiralitatea este o proprietate intrinsecă doar pentru particulele care au masa de repaus nulă, iar astfel se deplasează cu viteza luminii.

De aceea, pentru a considera că neutrinii de chiralitate stânga și electronii de chiralitate stânga sunt totuși o manifestare a aceleiași particule primare, vom presupune pentru început că și electronul are masă de repaus *nulă*, la fel ca neutrinul. Acesta este punctul de pornire pentru calcule în teoria interacțiilor slabe: atât electronul, cât și neutrinul, sunt considerate a avea masa de repaus nulă. Desigur, deoarece electronii au masa de repaus nenulă, este clar că va trebui să găsim un mecanism de *achiziție de masă nenulă* pentru ei. Acesta va fi *mecanismul Higgs*, despre care vom discuta peste câteva secțiuni.

Mai mult însă, pentru a păstra teoria renormabilă vom considera pentru început că și masa de repaus a bosonului W este nulă. Atunci și pentru acest boson va trebui să aplicăm mai târziu același mecanism Higgs pentru achiziția de masă.

Din păcate, așa cum vom vedea mai târziu, mecanismul Higgs nu funcționează pentru neutrin, despre care știm astăzi că are o masă de repaus nenulă (mică, însă nenulă). Aceasta va fi una dintre problemele pe care generațiile viitoare trebuie să le rezolve. Iată următorul argument al poveștii noastre:

Argument 6:

Electronii e^-, neutrinii ν_e și bosonii W sunt considerați toți având pentru început masa de repaus nulă. Alegerea păstrează teoria renormabilă, însă avem nevoie de un alt mecanism pentru achiziția de masă nenulă. Acesta va fi pe viitor mecanismul Higgs.

Electronii de masă nulă care sunt de chiralitate stânga precum și neutrinii de chiralitate tot stânga vor avea aceeași natură intrinsecă, pe când electronii de chiralitate dreapta nu vor avea un partener neutrin de același

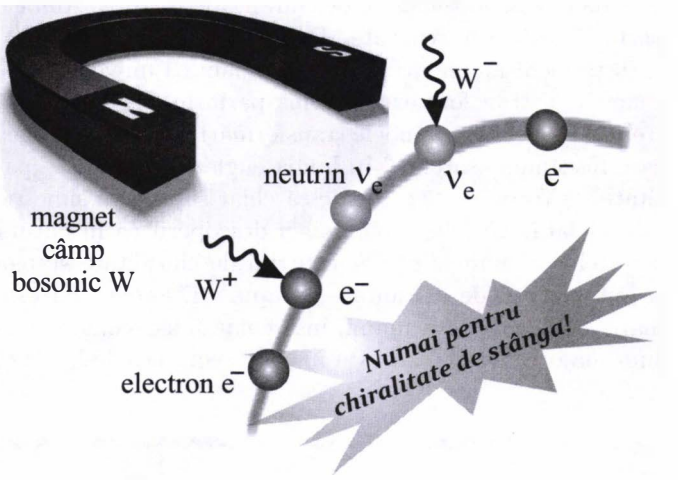

Figura 17.9: *Mișcarea unui electron într-un câmp bosonic W generat de un „magnet bosonic". Aici electronul emite sau absoarbe bosoni W virtuali, iar în urma procesului electronul se va transforma într-un neutrin ν_e și invers. În figură este detaliată mai întâi absorbția unui boson W^+ care transformă electronul în neutrin. Apoi este schițată și absorbția unui boson W^- de către un neutrin, în urma căruia neutrinul devine un electron. De remarcat că bosonul W^- are sarcina electrică negativă și că el este antiparticula bosonului W^+, de sarcină electrică pozitivă. În plus, procesele exemplificate au loc numai pentru particulele de chiralitate stânga.*

fel. Reprezentarea de mai sus se numește *reprezentarea Weyl* sau *reprezentarea chirală* și ea poate fi integrată în ecuația de mișcare relativistă a electronului (ecuația lui Dirac). Desigur, în acest caz trebuie să ne imaginăm electronul obișnuit ca pe o superpoziție cuantică a celor două chiralități.

Pentru o singură generație de leptoni (lucru pe care îl vom considera de acum încolo, pentru a simplifica discuția), avem de un set de *trei particule* (un electron de chiralitate dreapta, unul de chiralitate stânga și un neutrin de chiralitate stânga).

Deoarece avem două particule de chiralitate stânga (un electron și un neutrin) și numai una de chiralitate dreapta (un electron), interacțiunile acestora se studiază pe rând. Să luăm mai întâi cazul celor două particule de chiralitate *stânga*, pe care le vom considera manifestări a două „culori" ale unei particule originare (prin asemănare cu teoria culorilor quarcilor). Această „culoare" (care apare în două tipuri) poartă numele oficial de *isospin*.

Ceea ce avem de făcut pentru construcția interacțiunii slabe este să copiem metoda *invarianței la transformările locale de etalonare*, pe care am aplicat-o de exemplu în cadrul cromodinamicii cuantice în secțiunea 165. Cu alte cuvinte, trebuie să determinăm mai întâi gradele interne de libertate ale particulei originare de chiralitate stânga (cea care este atât electron cât și neutrin, având două stări de isospin posibile).

La fel ca în secțiunea în secțiunea 165, vom scrie unda de probabilitate ψ a particulei originare de chiralitate stânga ca o matrice coloană cu două linii, câte una pentru unda de probabilitate relativistă a neutrinului de chiralitate stânga

ψ_ν și a electronului tot de chiralitate stânga ψ_{eL} (indicele L vine de la cuvântul „left" care înseamnă *stânga*). Alegerea se justifică, fiindcă la fel am procedat și la quarcii cu cele trei „culori" ale lor.

Acum însă, avem doar două astfel de „culori". Am avea atunci o particulă „primordială" cu două stări cuantice posibile (stările de isospin): dacă isospinul este „sus" avem un neutrin, dacă este „jos", avem un electron:

$$\psi(\mathbf{r},t)=\begin{pmatrix}\psi_\nu(\mathbf{r},t)\\ \psi_{eL}(\mathbf{r},t)\end{pmatrix}\qquad \psi_{eL}(\mathbf{r},t)=\begin{pmatrix}\psi_1(\mathbf{r},t)\\ \psi_2(\mathbf{r},t)\\ \psi_3(\mathbf{r},t)\\ \psi_4(\mathbf{r},t)\end{pmatrix}$$

În matricea de mai sus $\psi_{eL}(\mathbf{r},t)$ ne dă unda de probabilitate relativistă pentru un „electron de chiralitate stânga", iar $\psi_\nu(\mathbf{r},t)$ cea pentru un „neutrin de chiralitate stânga", în reprezentarea lui Dirac (vezi secțiunea 132). Acest lucru a fost explicitat în dreapta relației precedente, acolo unde am detaliat funcția $\psi_{eL}(\mathbf{r},t)$, și observăm că ea este un spinor. La fel, și $\psi_\nu(\mathbf{r},t)$ va fi un spinor. Acest lucru nu-l vom mai scrie explicit, după cum nu vom mai scrie explicit faptul că funcțiile de mai sus sunt dependente de poziția și momentul în care poate fi găsită particula.

Vom copia în continuare „rețeta" pe care am aplicat-o în cromodinamica cuantică și vom căuta transformările de etalonare *globale* în urma cărora experimentele lasă rezultatele neschimbate.

Pentru aceasta ne vom imagina un experiment de difracție cu o singură particulă. Particula este cea de chiralitate stânga, și ea poate fi privită ca un electron sau ca un neutrin. Ce putem schimba în experimentul de difracție în așa fel încât franjele de difracție să nu se schimbe? Într-o primă instanță am putea schimba faza undei de probabilitate ψ_{eL} (dacă este electron) sau ψ_ν (dacă este neutrin) cu aceeași valoare peste tot în spațiu, iar figura de difracție nu se va schimba (pentru că este dată de *diferența* de fază a celor două componente care ajung pe panoul de difracție). O astfel de transformare *globală* se scrie în general ca:

$$\psi'=\begin{pmatrix}\psi'_{eL}\\ \psi'_\nu\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}e^{i\theta_e} & 0\\ 0 & e^{i\theta_\nu}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\psi_{eL}\\ \psi_\nu\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}e^{i\theta_e}\psi_{eL}\\ e^{i\theta_\nu}\psi_\nu\end{pmatrix}$$

În plus, printr-o asemănare cu teoria quarcilor, putem încerca să schimbăm în experiment electronul de masă nulă cu neutrinul de masă nulă. În experimentul de difracție, vom obține atunci aceleași rezultate experimentale, pentru că nimic nu mai diferențiază cele două particule (ele au ambele masa de repaus nulă, iar sarcina electrică încă nu am construit-o). Această transformare se scrie ca:

$$\psi'=\begin{pmatrix}\psi_\nu\\ \psi_{eL}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\psi_{eL}\\ \psi_\nu\end{pmatrix}$$

Ca și la quarci, transformarea de etalonare *generală* este o combinație a celor două transformări de mai sus și ea se descrie printr-o *matrice unitară* U, de data aceasta de dimensiune 2×2, pentru că avem două stări posibile de isospin.

O matrice unitară are o definiție matematică precisă, ea fiind matricea care îndeplinește relația $U^\dagger U=I_2$. Aici $U^\dagger$ este matricea U transpusă și conjugată, iar I_2 este matricea unitate 2×2:

$$\psi'=\begin{pmatrix}\psi'_{eL}\\ \psi'_\nu\end{pmatrix}=U\begin{pmatrix}\psi_{eL}\\ \psi_\nu\end{pmatrix}=U\psi;\quad \text{unde}\quad U^\dagger U=I_2$$

Grupul tuturor acestor matrici U unitare de dimensiune 2×2 este notat cu $U(2)$.

Ca și în cromodinamică, vom considera numai matricile de determinant egal cu *unitatea*. Aceste matrici formează un subgrup al grupului $U(2)$, subgrup notat cu $SU(2)$. Motivul se leagă de faptul că orice matrice U a grupului $U(2)$ se scrie ca $U=e^{i\alpha}U'$, unde α este un numar real și U' o matrice a grupului $SU(2)$. Transformarea generală de fază $e^{i\alpha}$ o păstrăm însă pentru interacțiunea electromagnetică, ce are loc în cadrul simetriei $U(1)$ așa cum vom vedea mai târziu.

Foarte important, grupul $SU(2)$ are *trei generatori*, ceea ce înseamnă că orice matrice din grup poate fi scrisă ca o combinație de trei matrici generatoare, cu ajutorul a trei numere reale θ_i, unde $i=\overline{1:3}$. Numerele acestea reprezintă *fazele generalizate* ale particulei. Spunem că fazele generalizate ale particulei originare se manifestă într-un spațiu de trei dimensiuni.

Calcul: *Matricile SU(2)*

Orice matrice a grupului SU(2) este scrisă sub forma:

$$U=\exp\left(-i\sum_{i=1}^{3}\frac{\tau_i}{2}\theta_i\right)$$

Aici θ_i sunt trei numere reale care determină precis matricea U, iar τ_i reprezintă trei matrici speciale, numite *matricile lui Pauli*:

$$\tau_1=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\quad \tau_2=\begin{pmatrix}0 & -i\\ i & 0\end{pmatrix};\quad \tau_3=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}$$

Spațiul intern $SU(2)$ al fazei particulei originare are astfel *trei dimensiuni*, date de indicele $i=\overline{1:3}$ al celor trei grade de libertate (vezi figura 17.10). În acest spațiu, matricea de transformare U este identificată de cele trei coordonate θ_i pe fiecare dintre dimensiuni.

Urmărind procedura folosită la quarci (vezi figura 16.13), fiecărei astfel de dimensiuni trebuie să-i atașăm un câmp asemănător celui electromagnetic (având de asemenea o componentă scalară și una vectorială), în urma trecerii de la transformarea de etalonare globală θ_i la una *locală* $\theta_i(\mathbf{r},t)$. Obținem atunci *trei* câmpuri bosonice.

Câmpurile acestea bosonice, odată cuantificate în teoria cuantică a câmpurilor (capitolul 12), vor veni în pachete

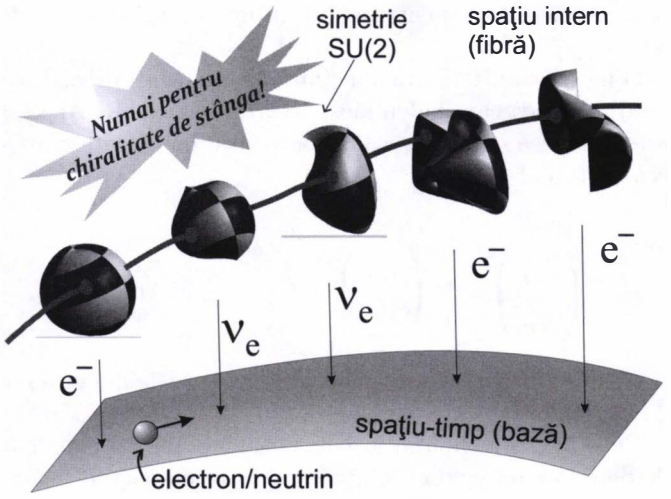

Figura 17.10: *Simetria $SU(2)$ a neutrinilor și electronilor de chiralitate stânga, schițată în modelul mănunchiurilor de fibre. În figură electronul sau neutrinul se deplasează în spațiul-timp care este baza mănunchiului de fibre. Faza particulei urmărește o traiectorie în dimensiunile suplimentare ale fibrei (spațiul $SU(2)$) atașate fiecărui eveniment din spațiu-timp. Acest spațiu intern al fazei $SU(2)$ are trei dimensiuni, pentru că sunt trei generatori. Spațiul este desenat printr-o sferă ce se deformează continuu, colorată local. Dacă nuanța este închisă pe sferă, atunci particula este identificată cu un electron, altfel este identificată cu un neutrin. De remarcat că această nuanță nu este absolută, ci este dată de sistemul de referință ales pentru fiecare din spațiile $SU(2)$.*

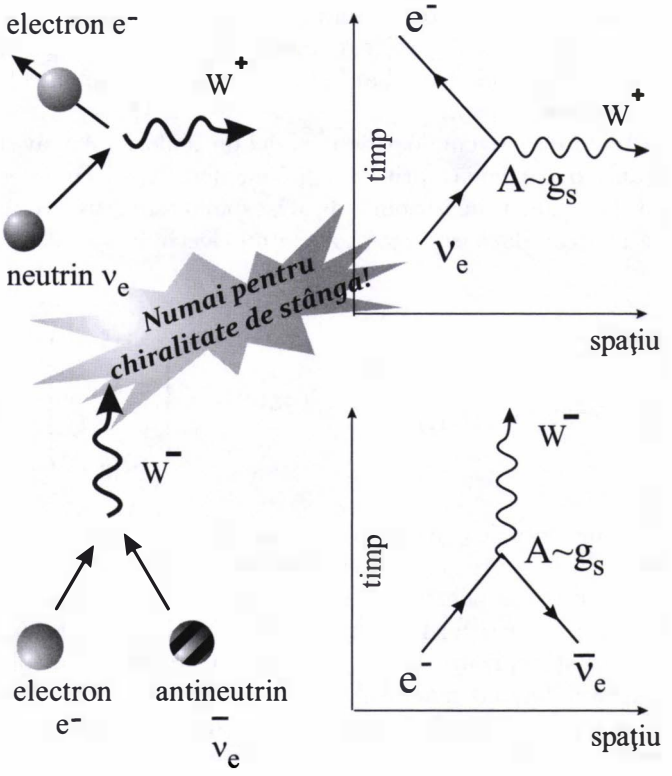

Figura 17.11: *În stânga sus este reprezentată emisia unui boson W^+ de către un neutrin, în urma căruia acesta devine un electron. În dreapta este reprezentată diagrama Feynman a procesului. De remarcat că amplitudinea de probabilitate a procesului este proporțională cu constanta de cuplaj a interacțiunii slabe g_s, notată în ecuații simplu cu g. Jos în stânga este procesul prin care un electron e^- este anihilat de un antineutrin $\overline{\nu}_e$. În urma procesului este creat un boson W^- cu sarcină electrică negativă. În dreapta este diagrama Feynman a procesului. Procesul poate fi interpretat și ca unul în care un electron se deplasează înainte în timp, emite un boson W^- după care se întoarce înapoi în timp ca un neutrin. De remarcat că procesele exemplificate au loc doar pentru electroni de chiralitate stânga și neutrini.*

discrete de energie, pe care noi le identificăm ca fiind particulele câmpului, numite bosoni W. Aceste particule mediază interacțiunile pentru electronii și neutrinii de chiralitate stânga (vezi figura 17.11). De obicei ei se scriu ca W^+, W^- și W^0, odată ce teoria se mai rafinează. Semnul de + sau - desemnează sarcina electrică în teoria îmbunătățită, iar W^+ este antiparticula bosonului W^-. Așa cum vom vedea mai târziu, bosonul W^0 nu va supraviețui în această formă odată ce aplicăm mecanismul Higgs.

Observați că până acum am copiat „rețeta" pe care am aplicat-o și în cromodinamica cuantică și în electrodinamica cuantică. Ea are un avantaj major: după cum masele de repaus ale fotonului și gluonilor sunt nule, înseamnă că și masa de repaus a bosonilor W va fi nulă! Urmând discuțiile noastre precedente, vedem astfel că teoria rămâne *renormabilă*. Desigur, va trebui la un moment dat să atribuim masă bosonului W, iar acesta va fi mecanismul Higgs. Iată acum argumentul nostru următor:

Argument 7:

Neutrinii și electronii de chiralitate stânga de masă de repaus nulă sunt descriși în cadrul simetriei $SU(2)$. Interacțiunea dintre ei este mediată de trei bosoni W, inițial de masă de repaus nulă, ceea ce asigură că teoria rămâne renormabilă.

Dar cum rămâne cu electronul de chiralitate *dreapta*, a treia particulă cu care am pornit? Să ne aducem aminte că ea nu are partener un neutrin (pentru că neutrinii nu pot avea chiralitate dreapta), de aceea vom considera că electronul de chiralitate dreapta are doar o singură „culoare". Desigur, și cu el trebuie să urmăm aceeași procedură, numai că de data aceasta avem o situație aproape identică cu cea a câmpului electric, care era situația unei singure „culori" (sarcina electrică).

În acest caz, unda de probabilitate se scrie ca o matrice coloană cu doar o linie (cu un singur element, pentru că particula are doar o „culoare"), iar transformările de etalonare sunt matrici de dimensiuni 1×1, adică niște numere complexe de modul egal cu unitatea (pentru a păstra normarea undei). Grupul acestor matrici devine grupul $U(1)$, adică un spațiu cu o singură dimensiune. Există deci un singur câmp pe care trebuie să-l introducem, foarte asemănător câmpului electromagnetic (vezi secțiunea 163). Noul

câmp va avea o singură particulă, care se numește *boson X*.

Putem merge și bea un ceai, crezând că am făcut o treabă bună. Ne-am înșela însă. Astfel, observăm că acest boson X ar media interacțiunea slabă doar între electronii de chiralitate dreapta. În final, considerând atât bosonii W, cât și bosonul X vedem că nu există *nici o interacțiune* între electronii de chiralitate stânga și cei de chiralitate dreapta!

Este momentul să reamintim că succesul teoriei interacțiunilor slabe, pe care încercăm s-o reconstruim aici, s-a datorat nu numai explicitării interacțiunii slabe, dar și unificării acesteia cu interacțiunea electromagnetică. Observăm însă că interacțiunea electromagnetică nu apare în construcția precedentă: electronii de chiralitate dreapta nu interacționează cu cei de chiralitate stânga, deci ei nu pot să se respingă, așa cum ne-am dori. Și atunci, dacă vrem să introducem electromagnetismul (fotonul) în interacțiunile electronilor, ce este de făcut? Trebuie cumva ca electronii de chiralitate dreapta să interacționeze cu cei de chiralitate stânga. Dar cum?

Ei bine, soluția este o altă alegere a simetriei globale pentru *toți* electronii și neutronii în loc de cea încercată de noi numai pentru electronii de chiralitate dreapta. Această simetrie globală se descrie printr-o matrice din cadrul aceluiași grup $U(1)$, matrice care acționează însă atât asupra particulelor de chiralitate *dreapta*, cât și asupra celor de chiralitate *stânga*!

Soluția de mai sus nu este o surpriză completă. Astfel, să ne aduce aminte că am „sărit" o simetrie a particulelor de chiralitatea stânga, atunci când am restrâns simetria originară $U(2)$ la simetria $SU(2)$, alegând numai acele matrici de transformare U care aveau determinantul egal cu unitatea.

Procedura de mai sus recunoaște acest lucru și aduce sub aceeași umbrelă o simetrie globală $U(1)$ care acționează asupra tuturor celor trei particule. De aceea, simetria finală a tuturor celor trei particule se desemnează prin notația $SU(2) \times U(1)$. În acest fel câmpul asociat simetriei $U(1)$ va avea o particulă (bosonul X) ce acționează între *toți* electronii și neutrinii. El va fi „precursorul" fotonului, pentru că va permite interacțiunea electrică între electronii de chiralitate diferită, nu însă (așa cum arată ecuațiile) și intre neutrini. Argumentul care trebuie adăugat la povestea noastră este următorul:

Argument 8:

Bosonul X interacționează cu toți electronii și neutrinii. El este precursorul fotonului ce mediază interacțiunea între electronii de chiralitate dreapta și de chiralitate stânga. În acest moment bosonul X are masa de repaus nulă, iar câmpul atașat acestuia este descris de simetria U(1).

Iată-ne ajunși la mijlocul construcției pentru interacțiunile slabe. Recapitulând, avem două tipuri de bosoni care mediază interacțiunea: trei bosoni W pentru electronii și neutrinii de chiralitate stânga și un singur boson X pentru toate tipurile de chiralitate.

În situația actuală, ambii bosoni sunt asemănători fotonului sau gluonilor: au masa de repaus *nulă* și sunt descriși de un set de modele asemănătoare. Matricile unitare ce descriu transformările undei de probabilitate ψ a particulei originare (electron sau neutrin) au simetria $SU(2)$ atunci când se referă la bosonul W și simetria $U(1)$ atunci când se referă la bosonul X. Fizicienii obișnuiesc să spună că interacțiunea nucleară slabă este descrisă de simetria $SU(2) \times U(1)$.

Rămâne, desigur, să *separăm* interacțiunea electromagnetică și interacțiunea slabă din acești bosoni. Mult mai important însă, trebuie să-i dăm masa nenulă bosonului W, un lucru crucial dacă vrem să păstrăm interacțiunea slabă pe distanțe scurte, așa cum se observă în experimente. Și, desigur, să nu uităm că trebuie să generăm masa de repaus nenulă și pentru electroni.

Până atunci însă, prezentăm pentru cei interesați forma matematică a densității de lagrangean pentru interacțiunea slabă nucleară, așa cum a fost ea construită până acum. Ea ne arată cum putem folosi *principiul invarianței la transformarea de etalonare locală* pentru a descoperi interacțiunile dintre leptoni, mediate de bosonii W și X.

Calcul: ***Interacțiunea nucleară slabă***

Interacțiunea nucleară slabă dintre leptoni (electroni și neutrini) este mediată, la început, de bosonii virtuali W și X, în cadrul simetriei $SU(2) \times U(1)$. Să detaliem această interacțiune, într-un mod similar celei prezentate în secțiunea 165 pentru quarci și în secțiunea 136 pentru fotoni. Vom prelua din aceste secțiuni notațiile și convențiile folosite.

În secțiunea 132 am introdus unda de probabilitate relativistă $\psi = \psi(\mathbf{r}, t)$ a unui singur electron, care era o matrice coloană cu patru linii. În teoria cuantică a câmpurilor, ea devenea un *câmp* clasic (vezi secțiunea 136), ale cărui oscilații cuantificate veneau în pachete de energie discretă, identificate ca electroni. Pentru început, trebuie să considerăm că atât electronul, cât și neutrinul sunt descriși de astfel de câmpuri clasice, având spinul 1/2 și masa de repaus nulă.

Etapa următoare este să separăm componentele de chiralitate stângă și dreaptă pentru fiecare din ele, componente notate cu L de la cuvântul englez „left" (care înseamnă *stânga*) și R de la cuvântul „right" (care înseamnă *dreapta*). Matematic, aceasta se face prin următoarea operație:

$$\psi_{eL} = \frac{I_4 - \gamma^5}{2}\psi;\ \psi_{eR} = \frac{I_4 + \gamma^5}{2}\psi;\ \text{unde } \gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$$

Aici I_4 este matricea unitate de ordinul 4×4.

Reprezentarea clasică a lui Dirac pentru matricile γ^μ are un dezavantaj, pentru că în relațiile de mai sus pare că am avea prea multe grade de libertate. Astfel, dacă știm chiralitatea, putem afla spinul din direcția de mișcare a particulei (vezi figura 17.5), și ca atare ne așteptăm să descriem un electron de chiralitate dată cu doar două numere complexe (câte unul pentru starea de particulă și cea de antiparticulă), nu patru, așa cum este acum.

De aceea fizicienii aleg de obicei o altă formă a matricilor γ^μ decât cea folosită de Dirac și prezentată în secțiunea 132, numită *reprezentarea chirală*. Avantajul este că doi termeni din cei patru devin nuli, și astfel se separă mai ușor cele două chiralități. În noua reprezentare, avem de exemplu:

$$\gamma^5 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}; \qquad \psi_{eL} = \frac{I_4 - \gamma^5}{2}\psi = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix}$$

Nu vom insista mai departe asupra acestui aspect, ci vom căuta simetriile sistemului, într-un mod asemănător culorilor quarcilor din secțiunea 165. Astfel, vom asocia cele două unde de probabilitate care descriu particule de chiralitate stânga, pe când electronul de chiralitate dreapta nu va avea partener:

$$L = \begin{pmatrix} \psi_{\nu L} \\ \psi_{eL} \end{pmatrix}; \qquad \overline{L} = (\overline{\psi}_{\nu L} \quad \overline{\psi}_{eL})$$

$$R = \psi_{eR}; \quad \overline{R} = \overline{\psi}_{eR}; \quad \text{unde } \overline{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$$

$\psi_{\nu L}$ și ψ_{eL} sunt unda de probabilitate relativistă a neutrinului și a electronului de chiralitate stânga, iar ψ_{eR} cea a electronului de chiralitate dreapta (toate cele trei sunt spinori, adică matrici coloană cu 4 linii). Să ne aducem aminte că aceste câmpuri sunt considerate *clasice* într-o primă instanță. Atunci când nu există interacțiuni, vom descrie evoluția lor printr-o densitate de lagrangean $\mathcal{L}$, la fel ca în electrodinamica cuantică (vezi secțiunile 136 și 165):

$$\mathcal{L} = i\overline{\psi}_{\nu L}\gamma^\mu \partial_\mu \psi_{\nu L} + i\overline{\psi}_{eL}\gamma^\mu \partial_\mu \psi_{eL} + i\overline{\psi}_{eR}\gamma^\mu \partial_\mu \psi_{eR}$$

Sus se remarcă absența termenului de masă, pentru că atât electronul cât și neutrinul sunt considerați la început având masă de repaus nulă, pentru a avea chiralitatea bine definită. Operația pentru fiecare spinor în parte $\overline{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$ a fost definită în secțiunea 136 ($\psi^\dagger$ este matricea transpusă și conjugată lui ψ). Forma precedentă o vom scrie simplificat, folosind notațiile tocmai introduse:

$$\mathcal{L} = i\overline{L}\gamma^\mu \partial_\mu L + i\overline{R}\gamma^\mu \partial_\mu R$$

Avem aici două operații matriciale „una peste alta": una pentru matricile de ordinul *doi* L, $\overline{L}$, și alta pentru matricile de ordinul *patru* ψ și γ^μ care se obțin din descompunerea primelor. Relația de mai sus trebuie atunci „citită" sub forma următoare: în prima instanță, L este o matrice de două linii, iar matricea γ doar un „număr". „Spărgând" operația matricială pe linii, obținem relații echivalente ecuației lui Dirac, ce folosesc apoi matrici și spinori de dimensiune patru.

Mai departe, procedăm ca la secțiunea 165 și căutăm simetriile *globale* pe care le are densitatea de lagrangean $\mathcal{L}$.

Astfel, putem face o transformare a undei de probabilitate $L' = UL$. Ea este descrisă de o matrice *unitară* U de dimensiune 2, pentru care $UU^\dagger = U^\dagger U = I_2$. Aici $U^\dagger$ este matricea transpusă și conjugată matricii U.

Așa cum am menționat în secțiunea 165, putem scrie $\overline{L}' = \overline{L}U^\dagger$. Deoarece matricile γ^μ și L „comută" (pentru că acționează „una peste alta") putem arăta că prima parte a densității de lagrangean rămâne invariantă, folosind $U^\dagger U = I_2$:

$$\mathcal{L}' = i(\overline{L}U^\dagger)\gamma^\mu \partial_\mu (UL) = i\overline{L}\gamma^\mu \partial_\mu (U^\dagger U)L = \mathcal{L}$$

Aceste matrici unitare de dimensiune 2 formează grupul $U(2)$ și ele vor fi scrise sub forma generală:

$$L' = UL; \qquad U = \exp\left(\frac{i}{2}\beta\right) \exp\left(-\frac{i}{2}\sum_{a=1}^{3} \tau_a \theta_a\right)$$

Aici τ_a sunt trei matrici 2×2 cunoscute sub numele de matricile lui Pauli și prezentate în text. Mai departe, θ_a sunt trei numere reale care, împreună cu cel de-al patrulea număr β determină matricea unitară U.

Operațiile care implică numai θ_a (considerând $\beta = 0$) au loc în cadrul grupului $SU(2)$, iar cele care implică numai β (considerând $\theta_a = 0$) în cadrul grupului $U(1)$. Primele vor genera sarcina de izospin, iar cele din urmă vor genera mai târziu sarcină electrică.

Pe de altă parte, putem efectua o transformare și pentu „matricea" R. Ea ar putea reprezenta o schimbare globală a fazei $R' = e^{i\beta}R$, unde β este un număr real. Operația va conduce la achiziția de sarcină electrică pentru electronii de chiralitate dreapta.

După cum vedem, ambele tipuri de particule (de chiralitate stânga și dreapta) pot acumula sarcină electrică în cadrul simetriei $U(1)$. Acum trebuie să rafinăm modelul, în așa fel încat ambele tipuri de electroni de chiralitate diferită să primească aceeași sarcină electrică și neutrinul sarcină electrică nulă. Soluția se dovește a fi o transformare de simetrie care are loc *în același timp* pentru ambele tipuri de particule, diferit însă:

$$L' = e^{i\beta/2}L; \qquad R' = e^{i\beta}R$$

Remarcăm că în relația de mai sus apare *același* număr β, iar coeficientul lui este *diferit* în cele două cazuri. Alegerea de mai sus conduce la sarcina corectă a particulelor particulelor, lucru pe care îl vom detalia puțin în continuare, fără să-l demonstrăm.

Astfel, particula de chiralitate dreaptă suferă numai transformarea $R' = e^{i\beta}R$, care este identică cu cea din secțiunea 163, deci sarcina sa electrică este egală cu cea a electronului.

Pe de altă parte, particulele de chiralitate stânga suferă două transformări. Mai întâi, dacă am fi avut numai transformarea $L' = e^{i\beta/2}L$ de mai sus, atunci particula corespunzătoare ar fi avut sarcina electrică jumătate din cea a electronului (deoarece apare $\beta/2$). Dacă am fi avut numai transformarea din dreapta, sarcina electrică ar fi fost dată de matricea τ_3, care ia pe diagonală valorile 1 și -1.

În starea de izospin „sus" (valoarea 1 pentru neutrin), transformarea ar fi fost $L' = e^{-i\theta_3/2}L$ și sarcina electrică a particulei ar fi ieșit jumătate din cea a pozitronului (avem și un semn minus în plus). Luând în calcul și sarcina asociată primei transformări (jumătate din cea a electronului), vedem că suma este nulă, deci particula poate fi identificată cu un neutrin.

În cazul particulei în starea de izospin „jos" (valoare negativă -1 pentru θ_3 și transformarea $L' = e^{i\theta_3/2}L$), sarcina electrică asociată va fi jumătate din cea a electronului. Adăugând și sarcina asociată primei transformări (tot jumătate din cea a electronului), suma celor două sarcini electrice va fi egală cu a electronului. Trebuie însă spus că acestea sunt numai convenții care ne ajută să ordonăm mai ușor rezultatele, și nu demonstrații detaliate.

Făcând alegerile de mai sus, lagrangeanul $\mathcal{L}$ va deveni invariant la transformarile *globale* θ_a și β ce apar în simetria $SU(2) \times U(1)$. Dar ce se întâmplă dacă alegem astfel de transformări *locale* $U(x)$, descrise de trei funcții reale $\theta_a = \theta_a(x)$ și de o funcție suplimentară $\beta(x)$ care au valori arbitrare în fiecare eveniment $x = (ct, x, y, z)$ al spațiului-timp? Acum $\mathcal{L}$ nu mai este invariant. Pentru a-l face invariant, trebuie să introducem câmpuri suplimentare celor două operații, conform principiului de invarianță la transformările de etalonare locale. Procedura pe care o urmăm este aproape o copie la indigo a celei prezentate pentru forța de culoare în secțiunea 165.

Astfel, vom nota cu $W^a_\mu(x)$ trei câmpuri vectoriale ($a = \overline{1:3}$) analoage fiecare potențialelor electrodinamice ale câmpului electromagnetic $A_\mu(x)$, pentru fiecare dintre cele trei grade de libertate θ_a. Gradului de libertate β îi vom asocia câmpul $X_\mu(x)$. Atunci densitatea de lagranean care rămâne invariantă la transformările *locale* $\theta_a = \theta_a(x)$ și $\beta(x)$ se dovedește a fi asemănătoare cu densitatea de lagrangean a cromodinamicii cuantice din secțiunea 165:

$$\boxed{\mathcal{L} = i\overline{L}\gamma^\mu D_\mu L + i\overline{R}\gamma^\mu D_\mu R - \frac{1}{4}X_{\mu\nu}X^{\mu\nu} - \frac{1}{4}W^a_{\mu\nu}W^{\mu\nu}_a}$$

Mai sus, câmpurile $W^a_{\mu\nu}(x)$ și $X_{\mu\nu}(x)$ sunt echivalentele câmpului electric $\mathbf{E}$ și magnetic $\mathbf{B}$ din electromagnetism. Ele se deduc din câmpurile $X_\nu(x)$ și $W^a_\nu(x)$, cu relații asemănătoare câmpului gluonic din secțiunea 165:

$$\begin{aligned} X_{\mu\nu} &= \partial_\mu X_\nu - \partial_\nu X_\mu \\ W^a_{\mu\nu} &= \partial_\mu W^a_\nu - \partial_\nu W^a_\mu + g\epsilon_{abc}W^b_\mu W^c_\nu \end{aligned}$$

Aici ϵ_{abc} sunt un set de numere reale ce reprezintă constantele de structură ale simetriei $SU(2)$. Densitatea de lagrangean precedentă descrie atunci și evoluția câmpurilor libere $W^a_{\mu\nu}(x)$ și $X_{\mu\nu}(x)$ într-un spațiu vid, lipsit de electroni sau neutrini, fiind o generalizare a ecuațiilor lui Maxwell.

Într-o etalonare particulară, oscilațiile acestor câmpuri libere vor satisface ecuația Klein-Gordon pentru $m = 0$, ceea ce înseamnă că particulele atașate (bosonii W și X) au o masă de repaus nulă. Teoria rămâne normabilă, iar mai târziu trebuie să dăm masa acestori bosoni printr-un alt mecanism, mecanismul Higgs.

În densitatea de lagrangean mai apare și *derivata covariantă* D_μ. Ea se poate reconstrui folosind „regula" ad-hoc din secțiunea 163, valabilă numai pentru convențiile din lucrarea de față. Pentru început, trebuie să identificăm termenul care este exponentul transformării U din $\psi' = U\psi$. Acolo înlocuim faza generalizată θ_a cu un produs dintre constanta de cuplaj g și noul câmp W^a_μ care a fost introdus: $\theta_a \to gW^a_\mu$. Folosind în ecuație convenția lui Einstein (suma după termenul a care se repetă), avem:

$$L' = e^{-\frac{i}{2}\tau_a\theta_a}L \;\Rightarrow\; -\frac{i}{2}\tau_a\theta_a \;\Rightarrow\; -\frac{i}{2}\tau_a(gW^a_\mu)$$

Rezultatul trebuie să-l adunăm la derivata parțială ∂_μ pentru a obține derivata covariantă D_μ:

$$D_\mu L = \left(\partial_\mu - \frac{i}{2}g\tau_a W^a_\mu\right)L$$

Aceeași „regulă" ad-hoc o vom folosi pentru a afla al doilea termen din derivata covariantă D_μ și în cazul în care doar simetria $U(1)$ ar fi fost prezentă:

$$\begin{aligned} L' = e^{i\beta/2}L &\;\Rightarrow\; \frac{i\beta}{2} \;\Rightarrow\; \frac{i}{2}(g'X_\mu) \\ R' = e^{i\beta}R &\;\Rightarrow\; i\beta \;\Rightarrow\; i(g'X_\mu) \end{aligned}$$

Remarcați că avem aici o nouă constantă de cuplaj g', asociată simetriei $U(1)$. În plus, apare și un factor 2 care este diferit pentru cele două chiralități, deoarece transformările β cu care am pornit diferă printr-un factor 2.

Rezultatele trebuie adunate la derivata parțială ∂_μ pentru a obține derivata covariantă D_μ, în fiecare din cele două cazuri:

$$D_\mu L = \left(\partial_\mu + \frac{i}{2}g'X_\mu\right)L; \qquad D_\mu R = (\partial_\mu + ig'X_\mu)R$$

Atunci când punem ambele simetrii împreună, vom obține:

$$\begin{aligned} D_\mu L &= \left(\partial_\mu - \frac{i}{2}g\tau_a W^a_\mu + \frac{i}{2}g'X_\mu\right)L \\ D_\mu R &= (\partial_\mu + ig'X_\mu)R \end{aligned}$$

Prima relație trebuie citită cu atenție, căci recunoaștem nu numai convenția lui Einstein pentru indicii $\mu = \overline{0:3}$ și $a = \overline{1:3}$, dar și forma de matrici „una peste alta", pentru că matricile $\overline{L}$ și L au dimensiune 2×1 și 1×2, iar matricile τ_a au dimensiune 2×2.

Substituind rezultatul de mai sus în forma încadrată în chenar a lagrangeanului $\mathcal{L}$, obținem termenul de evoluție liberă a leptonilor (cel cu ∂_μ), al câmpurilor

bosonice W_μ^a și X_μ, precum și termenul de interacțiune dintre câmpuri:

$$\mathcal{L} = i\overline{L}\gamma^\mu\partial_\mu L + i\overline{R}\gamma^\mu\partial_\mu R - \frac{1}{4}X_{\mu\nu}X^{\mu\nu} - \frac{1}{4}W^a_{\mu\nu}W_a^{\mu\nu} + \\ + i\overline{L}\gamma^\mu\left(-\frac{i}{2}g\tau_a W_\mu^a + \frac{i}{2}g'X_\mu\right)L + i\overline{R}\gamma^\mu\left(ig'X_\mu\right)R$$

Mai departe, putem folosi „rețeta" din 141 pentru a afla vertexurile de interacțiune între particule, în reprezentarea energie-impuls. Pentru aceasta, trebuie să înmulțim cu i termenul de interacțiune din lagrangean (a doua linie din relația de mai sus), să facem substituția $\partial_\mu \to -ip_\mu/\hbar$ (dacă e nevoie, dar la noi nu este) și să eliminăm câmpurile din termen, care vor identifica particulele care interacționează în vertex. Avem de exemplu:

$$i\mathcal{L}_i = \frac{i}{2}g\boxed{\overline{L}}\gamma^\mu\tau_a\boxed{W_\mu^a}\boxed{L} \Rightarrow \text{vertex } (\overline{L}\text{-W-L}): \frac{i}{2}g\gamma^\mu\tau_a$$

$$i\mathcal{L}_i = -\frac{i}{2}g'\boxed{\overline{L}}\gamma^\mu\boxed{X_\mu}\boxed{L} \Rightarrow \text{vertex } (\overline{L}\text{-X-L}): -\frac{i}{2}g'\gamma^\mu$$

$$i\mathcal{L}_i = -ig'\boxed{\overline{R}}\gamma^\mu\boxed{X_\mu}\boxed{R} \Rightarrow \text{vertex } (\overline{R}\text{-X-R}): -ig'\gamma^\mu$$

Mai sus, L poate fi oricare dintre cele două particule de chiralitate stângă, pe când R este doar electronul de chiralitate dreaptă. O parte dintre aceste interacțiuni sunt prezentate în figurile 17.11 și 17.12.

În plus, între bosonii W apar și interacțiuni directe, deteminate de forma complexă a câmpului $W^a_{\mu\nu}$. Nu mai detaliem acest rezultat, dar el este foarte asemănător celui prin care gluonii interacționează între ei (vezi secțiunea 166).

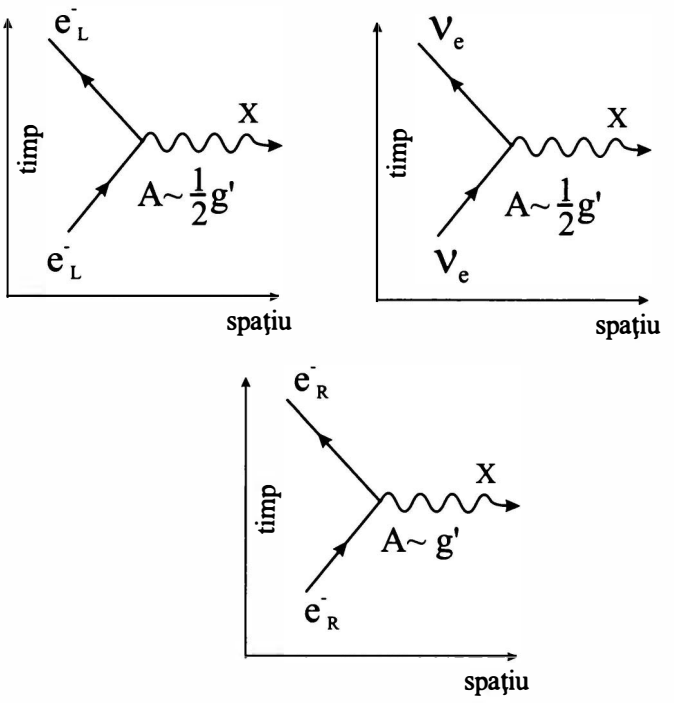

Figura 17.12: *În figură sunt reprezentate diagramele Feynman de emisie ale bosonului X, detaliate în căsuța matematică. În stânga sus este reprezentat electronul de chiralitate stânga (e_L^-), în dreapta sus neutrinul (care are numai chiralitatea stânga ν_e) și jos electronul de chiralitate dreapta e_R^-. De remarcat că în diagrame apare o nouă constantă de cuplaj g' și că amplitudinea de probabilitate este de două ori mai mică în primele două cazuri (sus) decât în cel de-al treilea (jos).*

Să încheiem această secțiune, remarcând un fapt mai puțin obișnuit. Am văzut în construcția precedentă că ne așteptăm să redescoperim mai târziu interacțiunea electromagnetică în interacțiunile celor patru bosoni (trei bosoni W și un boson X). Cu alte cuvinte, am pus bazele unificării interacțiunii electromagnetice cu interacțiunea nucleară slabă în ceea ce va purta numele de interacțiunea *electroslabă*.

Deoarece bosonii W și X se obțin în etape diferite, din simetrii diferite, înseamnă că avem de fapt *doi* parametri fundamentali care calibrează tăria acestor interacțiuni. De exemplu, în cazul câmpului electromagnetic, acest parametru este amplitudinea de probabilitate ca un electron să emită un foton virtual, descris de diagrama Feynman ce poartă numele de *vertex*. Valoarea parametrului este egală cu sarcina electrică elementară (a electronului) într-un sistem normat de unități și desemnează *constanta de cuplaj* a interacțiunii electromgnetice.

În același fel și constanta de cuplaj a interacțiunilor de culoare este proporțională cu amplitudinea de probabilitate a procesului prin care un quarc emite un gluon virtual. Cu cât probabilitatea de emisie a unui boson ce mediază interacțiunile este mai mare (deci cu cât crește constanta de cuplaj), cu atât particulele interacționează mai puternic prin intermediul acelui boson.

În construcția precedentă a interacțiunii slabe am introdus însă *două* simetrii, una după alta: simetria $SU(2)$ pentru bosonii W și simetria $U(1)$ pentru bosonul X. Cum fiecare simetrie își are propria sa constantă de cuplaj (vezi figurile 17.11 și 17.12), am obținut *două* constante de cuplaj care trebuie modelate experimental (notate în text cu g și g').

173. Ideea de bază a mecanismului Higgs: asemănarea cu supraconductorii

Am ajuns într-un punct crucial în prezentarea teoriei electroslabe, cel în care trebuie să introducem *mecanismul Higgs*. Așa cum am menționat, rolul lui principal este să dea masa experimentală nenulă *bosonului W*, lăsând teoria interacțiunilor slabe renormabilă. Faptul că același mecanism e utilizat și pentru alte particule (de exemplu, pentru electron) vine doar ca un bonus.

Pentru început să ne aducem aminte că am descris interacțiunile dintre electroni și neutrini prin intermediul

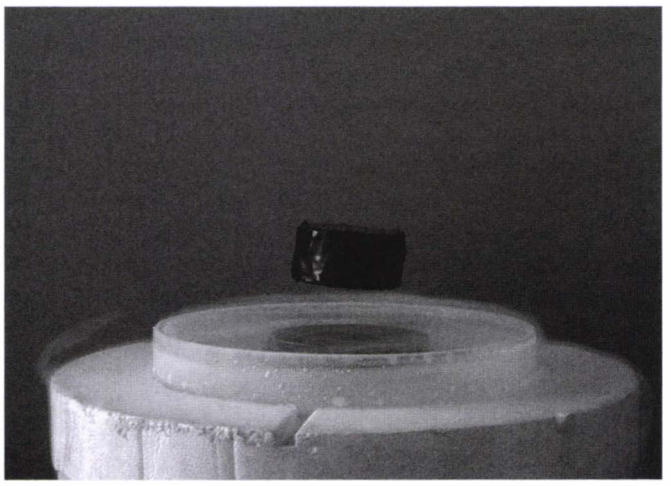

Figura 17.13: *În figură este prezentat un magnet levitând deasupra unui supraconductor. Magnetul este deasupra, iar bucata de supraconductor de dedesubt este scufundată într-o baie de azot lichid. Supraconductorul este unul special, numit „de temperatură critică", care la temperatura azotului lichid (în jur de 70K) este încă în starea sa supraconductoare. Levitația are loc deoarece magnetul induce curenți electrici pe suprafața supraconductorului. Curenții electrici formează la rândul lor un câmp magnetic în apropierea suprafeței, de sens opus celui aplicat. Magnetul „vede" atunci în oglinda supraconductorului un alt magnet de care se va respinge (vezi și figura următoare). Sursa: Wikipedia Commons.*

câmpurilor bosonice W și X. Modelul de până acum are un mare neajuns: particulele constituente au masa de repaus nulă. Acest lucru este adevărat nu numai pentru electroni, dar *în mod special* pentru bosonul W. În teoria de mai sus bosonul W virtual, mediatorul interacțiunii slabe, ar acționa pe distanțe mari (pentru că are masa de repaus încă nulă, precum fotonul), contrar observațiilor experimentale.

La prima vedere, adăugarea masei pentru diversele particule nu ar fi dificilă. Am trebui să adăugăm termeni de masă în diversele modele ale teoriei, termeni pe care i-am lăsat deoparte atunci când am început cu masa nulă. Cu toate acestea, soluția nu funcționează pentru bosonul W dintr-un motiv legat de renormarea teoriei: termenii de masă pentru câmpurile bosonice conduc automat la divergențe care distrug renormarea teoriei. Acesta este și motivul esențial pentru care electrodinamica și cromodinamica sunt renormabile: fotonul și gluonul au masa de repaus identic nulă.

Pe de altă parte, se știe experimental că bosonul W are o masă nenulă, ceea ce conduce la o întrebare: mai este teoria precedentă corectă, dacă nu îi putem adăuga masa bosonului fără să distrugem renormarea? Răspunsul la această întrebare a frământat mulți ani comunitatea științifică, până când el a fost găsit cu ajutorul unei soluții specifice teoriilor *fizicii stării solide*. Astfel, teoria dezvoltată până acum este corectă, dar masa bosonilor W și X trebuie adăugată printr-o altă manieră, foarte neconvențională, care însă păstrează teoria renormabilă!

Maniera aceasta presupune introducerea unui câmp special, *câmpul Higgs* (după numele fizicianului englez Peter Higgs) și un boson asociat acestui câmp, numit *bosonul Higgs*. Așa cum vom vedea, câmpul Higgs este un fel de „eter", prezent clasic (nu numai virtual) în fiecare punct din vid și de aceea diferă de tot ce s-a introdus până acum în teoria particulelor elementare. Despre această metodă neconvențională va trebui să discutăm și noi.

Astfel, confruntați cu misterul masei *nenule* a bosonului W, creatorii teoriei electroslabe (printre care fizicienii Steven Weinberg, Abdus Salam și Sheldon Glashow) au pornit de la o similaritate cu situația *supraconductorilor*, ce s-a dovedit mai târziu cheia corectă de rezolvare a problemei. Astfel, în supraconductori există un mecanism special prin care fotonii care ajung acolo capătă masa de repaus nenulă. Mecanismul acesta este exact ce avem noi nevoie pentru bosonii W. Interesant, nu? De aceea, să vedem mai întâi ce sunt supraconductorii.

Supraconductorii clasici sunt metale răcite la temperaturi foarte joase, în jurul a câțiva Kelvin. Dacă în metalele normale (aflate la temperatura mediului ambiant) curentul electric circulă cu oarecare rezistență, în supraconductori curentul nu mai întâmpină nici un fel de rezistență. Fenomenul acesta, oricât de ireal ar părea, a fost dovedit experimental: au fost construite inele supraconductoare în care curentul electric circulă neîntrerupt de zeci de ani, fără să se diminueze și fără să fie susținut de vreo sursă de energie. Estimările teoretice prezic că acești curenți, depinzând de temperatură și de geometrie, pot persista miliarde de ani!

Ceea ce deosebește esențial *supraconductorii* de eventualele metale cu rezistență electrică foarte scăzută nu este însă valoarea nulă a rezistivității, ci faptul că nu pot fi penetrați nici de câmpul *electric*, nici de cel *magnetic*. Astfel, într-un metal obișnuit, sarcinile electrice mobile de pe suprafața metalului ecranează câmpul electric din exterior care este aplicat. Câmpul electric devine astfel aproape nul în interiorul metalelor cu rezistență foarte scăzută. Pe de altă parte, câmpul magnetic poate penetra interiorul metalelor și deci el nu este ecranat mereu.

Dacă încercăm să aducem un câmp magnetic constant lângă un metal, variația lui induce la început curenți electrici pe suprafața metalului, care creează la rândul lor un câmp magnetic de sens opus celui aplicat. Acest lucru se întâmplă însă numai la început, pentru că acel curent indus pe suprafața metalului își încetează mișcarea după un timp. Apoi, câmpul magnetic constant pătrunde neperturbat în metal, pentru că nu mai variază în așa fel încât să creeze curenți electrici induși (să ne aducem aminte de la electromagnetism că numai *variația* câmpului magnetic induce un curent electric).

Într-un supraconductor însă, rezistența electrică este nu numai efectiv nulă, dar și curenții electrici care se formează vor exista un timp îndelungat fără să se oprească. De aceea, curenții electrici induși la început vor exista neîntrerupt și vor continua să creeze un câmp magnetic egal, dar de sens opus celui aplicat. Practic, nici măcar câmpul magnetic continuu nu mai poate penetra supraconductorul pentru că acei curenți electrici induși la început vor continua să existe și să anuleze (cu câmpul lor) câmpul magnetic aplicat. Efectul, denumit *efect Meissner*, este de fapt cel ce face diferența dintre supraconductori și metal, și el spune că nici câmpul *electric* și nici câmpul *magnetic*

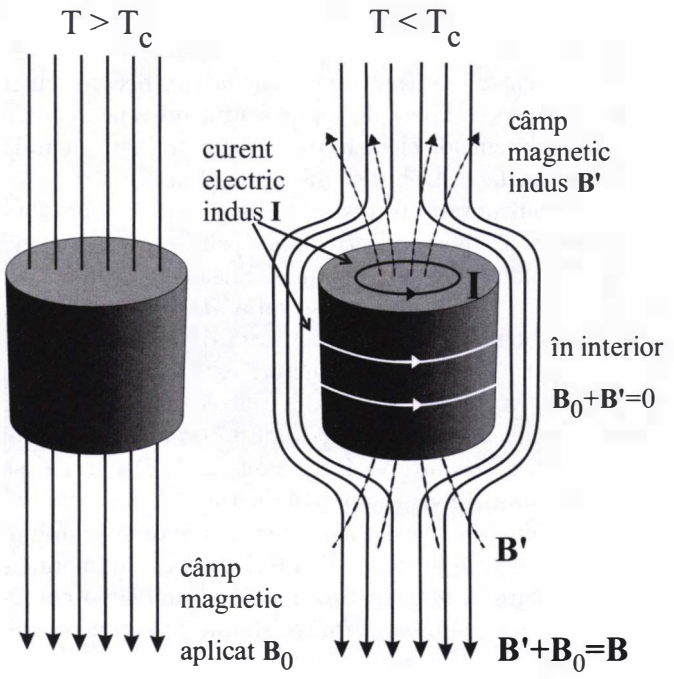

Figura 17.14: *Cu un cilindru este reprezentat un metal în starea sa „normală" (stânga) și „supraconductoare" (dreapta). În stânga, atunci când temperatura T este mai mare decât temperatura critică T_c, un câmp magnetic constant aplicat extern penetrează metalul. În dreapta, temperatura T este mai mică decât temperatura critică T_c (de câțiva Kelvin). Aici se formează curenți electrici permanenți pe suprafața supraconductorului, care, la rândul lor, generează un câmp magnetic indus* $\mathbf{B}'$. *Acest câmp magnetic indus anulează în interiorul magnetului câmpul magnetic* $\mathbf{B}_0$ *aplicat inițial. În final, câmpul magnetic aplicat este expulzat din interiorul magnetului.*

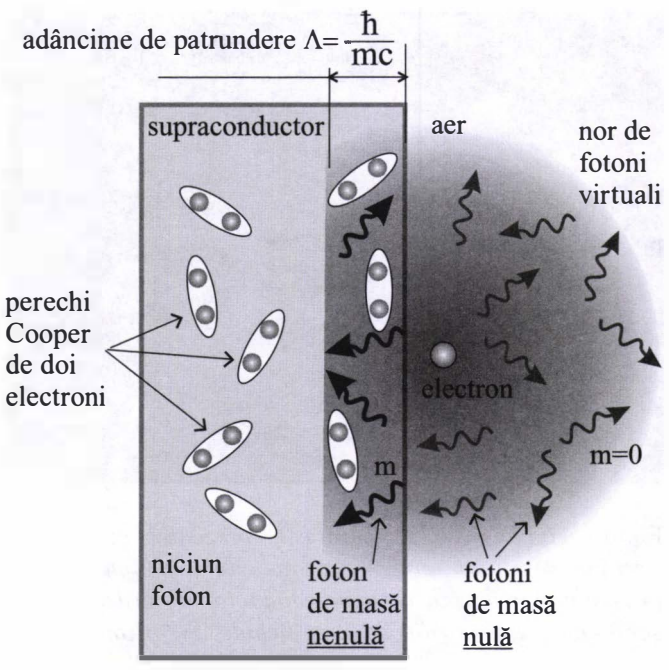

Figura 17.15: *În figură este schițat mecanismul prin care fotonii virtuali capătă masa de repaus nenulă în supraconductori. În stânga este reprezentat printr-un dreptunghi un supraconductor. În interiorul lui doi câte doi electroni formează perechi Cooper. În dreapta este prezentat un electron cu norul de fotoni virtuali din jurul său. Odată ce fotonii virtuali penetrează supraconductorul (fâșia de mijloc), ei interacționează cu perechile Cooper din supraconductor și capătă masa de repaus nenulă m. În acest caz adâncimea de pătrundere este de ordinul lungimii de undă Compton redusă* $\Lambda = \hbar/(mc)$. *Dincolo de ea nu se mai găsește nici un foton virtual.*

nu pot pătrunde într-un supraconductor (vezi figura 17.13 și 17.14).

Interesant însă, faptul că nici câmpul electric și nici cel magnetic pătrund în supraconductor poate fi interpretat și într-o altă manieră, și anume că fotonul virtual are o masă de repaus *nenulă* în interiorul supraconductorului! În acest caz, raza de acțiune a a fotonului virtual ar deveni *finită* în supraconductor, și întregul câmp electromagnetic (atât cel electric, cât și cel magnetic) nu va pătrunde decât puțin în supraconductor.

Astfel, să ne aducem aminte din capitolul 13 că orice câmp magnetic sau electric este e fapt un ansamblu de fotoni virtuali. Câmpul electric al unei sarcini, de exemplu, poate fi privit ca *un nor de fotoni virtuali* emiși și absorbiți încontinuu de respectiva sarcină electrică, în multiplele procese virtuale care au loc în același timp. La fel și câmpul magnetic care încearcă să penetreze supraconductorul poate fi privit ca un nor de fotoni virtuali emiși și absorbiți încontinuu de acele sarcini electrice care au creat câmpul magnetic.

În acest caz ne putem imagina încercarea de pătrundere a câmpului magnetic în interiorul supraconductorilor sub forma următoare (vezi figura 17.15). Aici un foton *virtual* din norul câmpului magnetic vine de afară (de la sarcinile care generează câmpul magnetic) și încearcă să intre în supraconductor. Însă, prin interacțiunea cu materialul supraconductor (interacțiune pe care trebuie s-o descifrăm!) fotonul capătă o masă de repaus *nenulă*.

Având masa de repaus nenulă, fotonul virtual din supraconductor are acum și o viață foarte scurtă, datorită principiului de incertitudine energie-timp. Am discutat despre acest principiu și consecințele sale în cazul mecanismului propus de Yukawa pentru mezonii responsabili de interacțiunea nucleară tare (vezi secțiunea 160). Acum se întâmplă același lucru cu fotonii virtuali din supraconductor. Aceștia, având masa de repaus nenulă, au un timp de viață redus în starea lor virtuală. Ei nu mai sunt în stare să penetreze întreg supraconductorul, ci doar un *strat subțire* la suprafața lui (vezi figura 17.15). Dacă nu avem fotoni virtuali în miezul supraconductorilor, atunci nu avem nici câmp electromagnetic, adică nici câmp electric și nici câmp magnetic.

Procesul de mai sus poartă numele de *achiziție de masă nenulă* pentru fotoni în cadrul teoriei semiconductorilor. Mecanismul trebuie imitat în *teoria interacțiunilor slabe* pentru bosonul W. Astfel, trebuie să vedem mai întâi în detaliu prin ce mecanism capătă fotonul masa de repaus nenulă în supraconductori. Apoi trebuie să copiem acest mecanism pentru bosonul W în teoria interacțiunilor slabe.

De aceea, pentru a înțelege achiziția de masă a fotonului în supraconductori, trebuie să privim fenomenul fizic mai

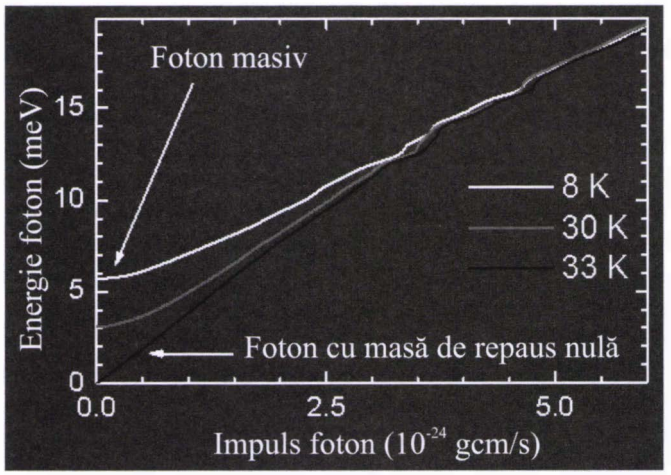

Figura 17.16: *O măsurătoare spectrală a masei nenule a fotonului într-unul din supraconductorii cu temperatură critică. Pe axa orizontală este reprezentat impulsul p al fotonului, iar pe cea verticală energia sa E. La o temperatură mai mare decât temperatura critică (32K), materialul este unul obișnuit, iar energia fotonului este proporțională cu impulsul său $E = pc$, tinzând spre zero când frecvența tinde la zero (vezi curba de culoare închisă de jos). Cu alte cuvinte, masa de repaus a fotonului (limita când impulsul devine nul) este nulă. La temperaturi sub cea critică însă (curba deschisă la culoare), fotonul primește o energie, ce poate fi aproximată cu relația lui Einstein $E^2 = m^2c^4 + p^2c^2$. Fotonul are acum o masă de repaus m finită, vizibilă pe grafic la impulsuri mici, de ordinul a* 5 meV. *Mai sus, c reprezintă viteza luminii nu în vid, ci în materialul supraconductor. Imagine reprodusă cu permisiunea autorilor (Dirk van der Marel și Alexey Kuzmenko).*

îndeaproape. Vom vedea atunci că, în supraconductori, electronii se combină doi câte doi, în ceea ce se numește o *pereche Cooper*. Ceea ce produce perechile Cooper este în mod normal vibrația ionilor rețelei supraconductorului, dar acest lucru nu este important în discuția noastră. Pentru noi este important de știut că, formând perechi Cooper, electronii vor circula nestingheriți prin supraconductor. În plus, aceste perechi Cooper se comportă ca niște *bosoni*, pentru că spinul lor total (o combinație a spinilor 1/2 ai celor doi electroni) este nul.

Fiind bosoni, la o temperatură scăzută, perechile Cooper suferă ceea ce se numește o *condensare Bose-Einstein*. Aceasta înseamnă că ei pot ocupa *aceeași* stare cuantică (fiindcă acum au voie, fiind bosoni), lucru pe care îl vor și face pentru a-și reduce energia totală. Procesul are loc dacă temperatura este suficient de scăzută pentru ca mișcarea termică să nu perturbe prea mult noua situație (practic, atâta timp cât perturbațiile termice în energie nu depășesc câștigul de energie obținut prin condensarea Bose-Einstein).

Temperatura procesului de condensare Bose-Einstein este de fapt temperatura la care un metal normal, dacă este răcit, *devine* supraconductor. Pentru metalele normale, această temperatură critică este în jur de câțiva Kelvini. Astăzi au fost descoperite și alte tipuri de materiale pentru care procesul are loc la o temperatură mai înaltă, de exemplu supraconductorii de temperatură critică (vezi figura 17.16 și figura 3.27).

În plus, se mai întâmplă un fenomen demn de menționat, odată ce bosonii Cooper (perechile Cooper) condensează brusc în aceeași stare de energie. Astfel, dimensiunile perechilor Cooper sunt de ordinul a câțiva micrometri, ceea ce este mult pentru dimensiunile microscopice ale atomilor. De aceea, fiecare pereche Copper se suprapune cu aproximativ câteva milioane de alte perechi. Această superpoziție produce o puternică corelație care, la tranziție, aliniază fazele perechilor Cooper împreună pe distanțe mari. Datorită acestui lucru, nu mai putem alege ce fază *locală* dorim pentru fiecare dintre bosonii Cooper, fazele fiind deja aliniate în urma procesului de condensare.

Vedem atunci că procesul de condensare rupe simetria datorată invarianței la etalonarea *locală*, iar fazele bosonilor Cooper vor avea aceeași orientare în spațiul în care sunt ele definite (vezi figura 17.19). Spunem atunci că achiziția de masă nenulă a fotonului are loc odată cu *ruperea spontană de simetrie* datorată condensării Bose-Einstein.

Mecanismul de mai sus, explicat succint, este cheia procesului de care avem nevoie pentru a da masă nenulă bosonului W, purtătorul interacțiunii slabe. Pe acest mecanism trebuie să-l copiem. Astfel, așa cum fotonul capătă masă nenulă în supraconductori prin interacțiunea cu *bosonii Cooper*, și bosonul W trebuie să capete masă nenulă prin interacțiunea cu un *alt boson*, pe care trebuie să-l reconstruim. Acesta va fi *bosonul Higgs*, echivalentul bosonilor Cooper. Iată deci argumentul următor de care trebuie să ținem cont în povestea noastră:

Argument 9:

În supraconductori, fotonii capătă o masă nenulă prin interacțiunea cu bosonii Cooper (perechi de doi electroni). Mecanismul acesta trebuie copiat pentru bosonii W. Astfel, trebuie să introducem niște bosoni noi (numiți bosonii Higgs) care vor fi echivalentul bosonilor Cooper din supraconductori. Bosonii W vor interacționa cu bosonii Higgs și vor căpăta masă nenulă, așa cum ne dorim.

De aici încolo apar câteva consecințe care decurg unele din altele. În primul rând, bosonii Higgs trebuie să se afle peste tot, chiar și în spațiul vid. Aceasta pentru că bosonii W au peste tot masa nenulă, deci ei trebuie să interacționeze cu bosonii Higgs atât în interiorul atomilor, cât și în interiorul cartofilor sau în spațiul cosmic! Bosonii Higgs pot fi priviți atunci ca un fel de „eter" modern, ceva care există peste tot, chiar și în vidul „cel mai vid" (vezi figura 17.17).

Cum bosonii Higgs se găsesc acum peste tot în univers, ne așteptăm ca bosonii W să dea „nas în nas" cu ei peste tot. Într-un model mai simplificat, ne vom imagina că bosonii W se mișcă într-un univers plin de *câmpul Higgs* (câmpul asociat bosonilor Higgs) ca niște bile într-un recipient plin de material vâscos. Atunci, după cum bila se mișcă mai încet datorită vâscozității materialului, tot așa și bosonul W se va mișca mai încet datorită „vâscozității" vidului creată de câmpul Higgs care se află peste tot. Și, la fel cum bila ne apare acum mai grea când o împingem,

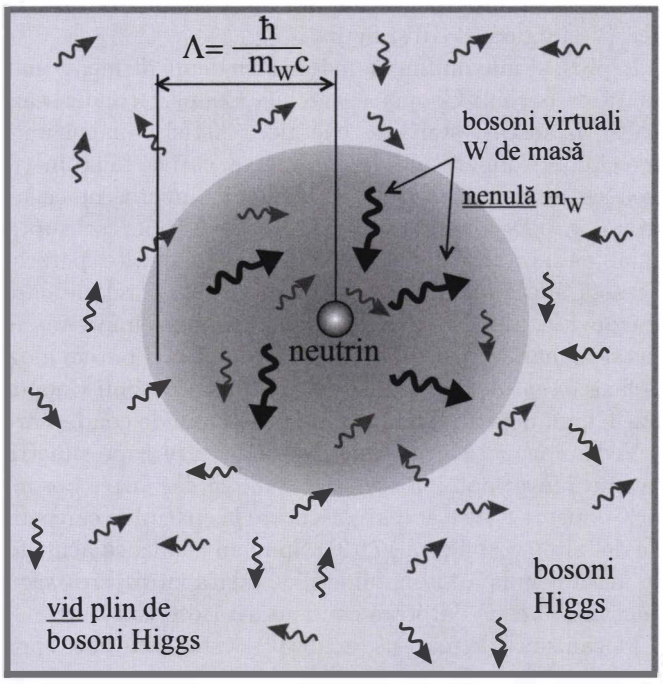

Figura 17.17: *Mecanismul lui Higgs prin care bosonii W primesc masă de repaus nenulă. Aici săgețile de culoare deschisă reprezintă bosonii Higgs care se găsesc peste tot în univers. Universul gol este privit ca un „supraconductor" uriaș în care bosonii Higgs joacă rolul perechilor Cooper. În mijloc se află un neutrin cu norul său virtual de bosoni W, bosoni care au inițial masa nulă. Acum însă bosonii W (reprezentați cu o săgeată mai închisă la culoare) interacționează cu bosonii Higgs și capătă o masă de repaus nenulă m_W. Datorită acestui lucru raza de acțiune a forței mediate de bosonul W (forța nucleară slabă) nu va depăși o valoare aproximativ egală cu lungimea de undă Compton redusă $\Lambda = \hbar/(m_W c)$ a bosonului W.*

la fel și bosonul W ne va apărea mai greu, pentru că el se lovește mereu de bosonii Higgs ai vidului. Chiar dacă imaginea de mai sus este suprasimplificată, ea scoate în evidență esența achiziției de masă a bosonului W: prezența *câmpului* Higgs nenul în orice punct al universului.

O altă consecință este faptul că bosonii Higgs, chiar dacă se află peste tot, trebuie să se găsească într-o stare similară cu cea supraconductoare. Practic fazele lor trebuie să fie aliniate după cum și fazele bosonilor Cooper sunt aliniate în supraconductori. Am putea spune că tot acest fundal format din bosonii Higgs este deja răcit în starea sa „supraconductoare". Or, în cuvinte mai simple, că întregul univers este deja *răcit* într-o stare similară cu cea supraconductoare.

Fizicienii estimează astăzi că, pentru a-l scoate din starea sa „înghețată", universul ar trebui încălzit la temperaturi mai mari decât 10^{15} K! Ori măcar o bucățică din el, în acceleratoarele moderne de particule, în așa fel încât să verificăm teoria. La aceste temperaturi bosonii W s-ar comporta ca având o masă *nulă* (așa cum fotonii au masa de repaus nulă în metalele obișnuite), iar universul ar arăta cu totul diferit.

Este foarte interesant de menționat că autorii teoriei supraconductorilor, fizicienii John Bardeen, Leon Cooper și Robert Schrieffer (laureați ai Premiului Nobel), nu au insistat pe această nouă interpretare a teoriei supraconductorilor ce conține mecanismul de achiziție a masei fotonului. Deși au remarcat interpretarea, ei n-au considerat-o foarte utilă. Desigur, acești fizicieni erau interesați în special de înțelegerea supraconductibilității, și nu de forma exterioară a teoriei. Un alt fizician al stării solide, P.W. Anderson (și el laureat al Premiului Nobel), a dezvoltat mai departe formularea specială a achiziției de masă nenulă pentru foton în supraconductori, înțelegând importanța mecanismului în cazul fizicii particulelor elementare, dar nu a finalizat modelul său.

Cu ale cuvinte, minți geniale care au studiat mecanismul în supraconductori nu au reușit să-l aplice efectiv în teoria particulelor elementare. Motivul nu se leagă numai de specializarea cercetătorilor (fizica stării solide sau fizica particulelor elementare) ci și de procesul special al ruperii de simetrie. Un astfel de proces este de așteptat în *materiale*, acolo unde există un fel de fundal (atomii din material) care poate rupe simetria. În vid însă nu există nimic (sau cel puțin așa credeam până acum) care să rupă această simetrie. Iată una din barierele psihologice pe care fizicienii au trebuit să le depășească pentru a introduce noul mecanism: în vid există un fel de fundal (ce ne amintește de mai vechiul eter) care va rupe simetria a ceea ce noi credeam că este vid.

După un timp, fizicienii care lucrau la modelul teoretic al interacțiunii slabe au sesizat noua nuanță a teoriei supraconductorilor, iar aceasta a fost cartea câștigătoare. Așa cum știu însă inventatorii, de la idee până la produs este o cale lungă. Tot astfel, teoreticienii au trebuit să construiască mai întâi *câmpul bosonic* echivalent perechilor Cooper, cel care e responsabil de ruperea de simetrie, inspirați de ecuațiile ce apar în supraconductori.

Sarcina a fost dusă la bun sfârșit de un grup de fizicieni, printre care numele lui Peter Higgs iese în evidență, după el fiind botezat noul câmp bosonic: *câmpul Higgs*. Așa cum am arătat în secțiunea 130, fiecărui câmp cuantic îi va fi atașată o particulă. Particula câmpului Higgs a primit numele de *boson Higgs*.

174. „Înghețul" universului și ruperea spontană de simetrie

În următoarele două secțiuni vom detalia soluția pentru achiziția de masă nenulă a bosonului W, prin analogie cu fenomenul similar ce are loc în supraconductori. Drumul pe care îl avem de urmat a fost schițat în secțiunea precedentă.

Astfel, mai întâi trebuie să introducem un câmp suplimentar ce se va numi *câmpul Higgs*. El va descrie mișcarea unor *bosoni Higgs*, care vor fi echivalentul bosonilor Cooper din teoria supraconductibilității. În această secțiune vom insista pe un efect menționat deja. Astfel, după cum bosonii Cooper condensează în supraconductor

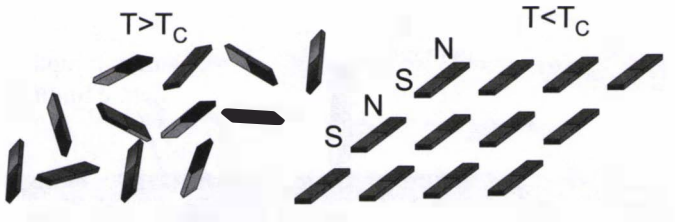

Figura 17.18: *În stânga este un ansamblu de magneți mici care modelează un feromagnet, la o temperatură mai mare decât temperatura critică (temperatura Curie). Micii magneți sunt reprezentări schematice ale atomilor din feromagnet. Vedem că magneții sunt orientați în toate direcțiile, datorită agitației termice care este suficient de puternică. În dreapta este situația în care temperatura este mică, și la fel și agitația termică. Acum în sfârșit micii magneți se pot alinia, alegând o direcție preferențială. Să observăm că aranjamentul este dat în primul rând de forța de atracție a doi magneți care se învecinează cu poluri opuse. Direcția după care micii magneți se orientează poate fi oarecare în spațiu, în funcție de ultima configurație aleatoare a magneților înainte de răcire.*

și își aliniază fazele, la fel se va întâmpla și cu bosonii Higgs. Fenomenul aduce cu sine, în ambele cazuri, o *rupere spontană de simetrie.* Situația, menționată deja în secțiunea precedentă, este cea a unui univers „înghețat" într-o stare asemănătoare cu cea a supraconductorului.

În următoarea secțiune vom vedea cum putem introduce interacțiunea câmpului slab (cel descris de bosonul W) cu câmpul Higgs. În urma acestui proces, bosonul W va căpăta în sfârșit masa de repaus *nenulă.* Procesul copiază interacțiunea câmpului electromagnetic cu bosonii Cooper în supraconductori și achiziția de masă nenulă a fotonului, prezentată în secțiunea precedentă. În final, vom vedea cum câmpul Higgs va interacționa direct cu *toate* particulele elementare, aducând cu sine o surpriză frumoasă: achiziția de masă nenulă pentru cele mai multe particule elementare, nu numai pentru bosonul W. Să începem deci cu introducerea *câmpului Higgs*, prin analogie cu fenomenele din supraconductori.

Așa cum am menționat în secțiunea precedentă, electronii se pot mișca nestingheriți în supraconductori pentru că ei se împerechează doi câte doi în așa-numitele *perechi Cooper.* Spinul 1/2 al celor doi electroni este orientat în sens opus în interiorul perechii Cooper, care va avea astfel spinul total nul. Orientarea celor doi spini face din perechea Cooper un boson, pe care o să-l numim *bosonul Cooper.* Toate perechile Cooper, fiind bosoni, au proprietatea că pot ocupa aceeași stare cuantică.

Lucrul acesta se și întâmplă în practică, la temperaturi suficient de scăzute pentru ca agitația termică să fie minimă. Așa cum am văzut în secțiunea precedentă, dacă răcim un metal la o temperatură foarte joasă, încep să se formeze perechi Cooper. Când metalul atinge temperatura critică T_c, toate perechile Cooper deja formate au o tranziție comună, iar metalul devine un supraconductor. Tranziția a fost descrisă de fizicienii Satyendra Nath Bose și Albert Einstein, și de aceea le poartă numele: *condensarea Bose-Einstein.*

În urma condensării Bose-Einstein, toți bosonii Cooper vor alege să stea în aceeași stare cuantică, iar *fazele* acestora vor fi aliniate una față de alta, și nu aleatoare. Datorită acestui lucru, electronii ce formează perechile Cooper se mișcă fără rezistență în supraconductor, ca un fel de pereche de dans ce se deplasează prin sincronizare cu celelalte perechi de dans, fără să se ciocnească unele de altele. Rezistența supraconductorului devine identic nulă.

Fenomenul de condensare Bose-Einstein a perechilor Cooper aduce cu el o *rupere spontană de simetrie.* Astfel, înainte de condensare, fazele undelor de probabilitate ale bosonilor Cooper erau aleatoare, dar după condensare ele sunt sincronizate (aliniate). Ruperea de simetrie se numește *spontană*, pentru că nu este indusă de vreo forță externă, ci doar de răcirea materialului.

Ruperea spontană de simetrie este asemănătoare unui alt fenomen, mult mai cunoscut, care apare în *feromagneți.* Aici simetria de rotație este ruptă deoarece momentele magnetice ale atomilor se aliniază toate în aceeași direcție preferențială, deși în spațiul liber ele pot avea orice orientare.

Astfel, atomii din feromagneți pot fi priviți ca niște mici ace de busolă magnetică (vezi figura 17.18). Dacă luăm un astfel de ac magnetic în miniatură și îl punem singur, departe în univers, acul poate lua orice direcție, pentru că el nu „simte" nici un câmp magnetic. Aduse însă unul lângă altul, într-o rețea, acele busolelor se vor influența unele pe celelalte și se vor alinia toate într-o direcție preferențială. Alinierea are loc, atenție, fără ca busolele să se afle într-un câmp magnetic.

De aceea, alinierea acelor de busolă este un exemplu de fenomen *spontan*, care are loc în vid și care nu are o direcție preferențială a orientării, atâta doar că toate acele de busolă vor fi orientate în aceeași direcție. Să mai remarcăm că, dacă creștem temperatura, fiecare ac de busolă va oscila în jurul poziției de echilibru. Dacă creștem și mai mult temperatura, vom strica alinierea acelor de busolă. Or, dacă procedăm invers, coborând temperatura, vom vedea cum acele de busolă se orientează spontan, într-o direcție anume. Temperatura la care are loc procesul se numește *temperatura Curie* a feromagnetului.

Să observăm că, înainte de răcirea feromagnetului (la temperaturi ridicate), acele busolelor erau orientate *aleator* în toate direcțiile. Dacă ne-am fi integrat în acest spațiu, am fi descoperit un spațiu *izotrop*, fără vreo direcție preferențială. Odată însă ce temperatura scade, acele de busolă „condensează" (se orientează în aceeași direcție), iar spațiul în care sunt ele pare că are și el o direcție preferențială. Dacă n-am fi știut de existența acelor de busolă, am fi spus că spațiul este anizotrop.

În cadrul metalelor supraconductoare, condensarea bosonilor Cooper are loc în mod similar, atâta doar că aici este implicată *faza* bosonilor, care joacă rolul orientării spațiale a acelor de busolă. Această fază poate fi comparată cu faza undei de probabilitate a electronilor, în sensul că ea este un fel de *grad de libertate* intern, suplimentar, valabil în fiecare punct din spațiu.

Dacă temperatura este ridicată, fazele bosonilor Cooper din fiecare punct din spațiu pot fi aleatoare. Dacă însă temperatura supraconductorului scade sub o temperatură critică, fazele bosonilor Cooper se aliniază într-o anumită

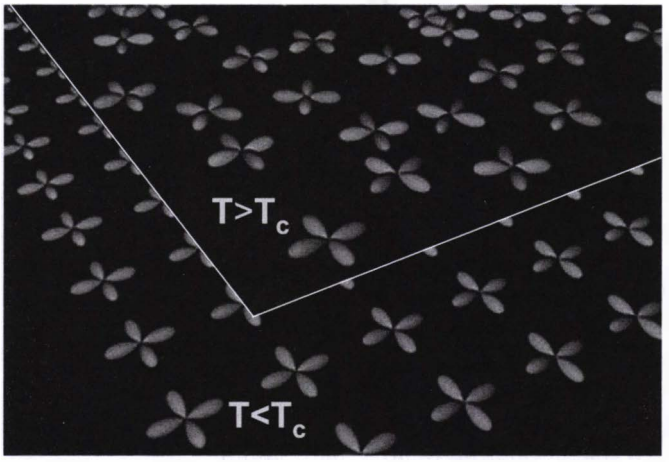

Figura 17.19: *O reprezentare generată pe computer a unui set de date măsurate de un grup de cercetători de la Universitatea Cornell (Statele Unite), pe un supraconductor de temperatură critică. Planul de sus reprezintă supraconductorul la o temperatură mai mare decât cea critică $T > T_c = 37\text{K}$, iar cel de jos la o temperatură mai mică decât cea critică. Fiecare cruce din desen reprezintă o pereche Cooper de electroni. La temperaturi mai mici decât cea critică (planul de jos), materialul este un supraconductor, perechile Cooper sunt aliniate și curentul electric circulă fără rezistență. La o temperatură mai mare decât cea critică, o parte din perechile Cooper încă supraviețuiesc, însă ele își pierd aliniamentul și starea de supraconductor a materialului dispare. Imagine reprodusă cu permisiunea laboratorului Brookhaven din Statele Unite.*

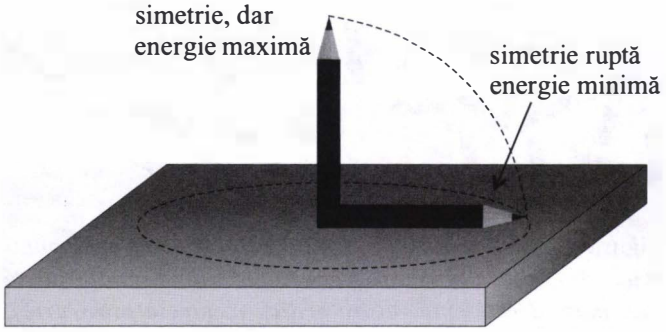

Figura 17.20: *O schiță care scoate în evidență asocierea dintre ruperea spontană de simetrie și minimizarea energiei. În figură este desenat un creion în poziție verticală. Deși simetrică față de plan, situația este instabilă, pentru că creionul își poate minimiza energia potențială căzând pe masă. Odată căzut, energia este minimă, dar în acest caz simetria este ruptă, deoarece creionul este orientat preferențial într-o direcție a planului mesei.*

direcție în spațiul intern în care ele sunt definite (vezi figura 17.19). De remarcat că, în principiu, spațiul trei dimensional obișnuit rămâne izotrop chiar dacă fazele se aliniază. Același rezultat îl vom aștepta și pentru bosonii Higgs, în sensul că, în urma ruperii spontane de simetrie, spațiul tridimensional rămâne izotrop.

Toate mecanismele menționate (alinierea acului de busolă, alinierea spinilor atomilor din feromagnet sau alinierea fazelor perechilor Cooper din supraconductor) sunt exemple *de rupere spontană de simetrie.* În căutarea unui astfel de fenomen au fost fizicienii teoreticieni în primă instanță.

După încercări nenumărate, ei au obținut ceea ce s-ar putea numi un „model scalar cu semn schimbat". Cu alte cuvinte, un model matematic mai vechi în care s-a schimbat un singur semn în ecuații. Acest model vechi este câmpul scalar Klein-Gordon introdus de noi în secțiunea 127.

În secțiunea 131, am văzut cum e cuantificat câmpul scalar Klein-Gordon, în cadrul teoriilor cuantice de câmp. În urma cuantificării, pachetele sale discrete de energie vor descrie particule de spin 0 (bosoni deci) și cu masă de repaus nenulă, ca *pionul* de sarcină electrică nulă ce ar media interacțiunea nucleară tare, menționat de noi în secțiunea 155. Câmpul scalar este descris de câte un număr *real* în fiecare punct din spațiu, și de aceea particula nu are sarcină electrică (dacă ar fi fost descrisă de un număr complex, am fi putut face trasformări ale fazei sale și am fi obținut o sarcină electrică, conform principiului invarianței la transformările locale de etalonare).

În secțiunea 131 am menționat că un câmp Klein-Gordon descrie mișcarea relativistă a acestor pioni, nu însă și interacțiunea dintre ei. Interesant este că putem introduce interacțiunea între pioni fără a face apel la vreun alt câmp de interacțiune, prin adăugarea unui termen la ecuații. Termenul face ca particulele scalare (pionii) să poată interacționa direct între ele, într-un mod asemănător celui propus de Fermi pentru interacțiunile slabe ale neutronului (și denumit de noi „interacțiune punctiformă" în secțiunea 170).

Modelul este interesant pentru că permite studiul interacțiunii fără a folosi un câmp suplimentar de interacțiune. Pionii vor fi singurele particule din univers, și tot ei își mediază interacțiunea de la unul la altul (fiind în același timp și bosoni). Cei interesați de detaliile matematice găsesc un model similar în secțiunea 217 din anexă.

Acum însă, teoreticienii au un avantaj suprem față de experimentatori: pe foaia lor de hârtie ei pot schimba semnele ecuațiilor și diversele mărimi, putând „experimenta" cum vor ei, fără constrângeri. Un astfel de „experiment" teoretic îl constituie modificarea ecuațiilor ce descriu particula scalară (pionul), mai precis modificarea *semnului* pentru termenul de masă al ecuației. Practic, se ia ecuația veche și se schimbă un singur semn, obținându-se un model cu o comportare complet diferită!

Noul model sugerează la prima vedere că masa de repaus a pionului este descrisă de un număr imaginar. Cu toate acestea, la o privire mai atentă, se arată că noul semn din ecuații introduce o *instabilitate* pentru starea de vid cuantic. Sistemul își caută o stare de energie minimă în care câmpul (consderat clasic) are o valoare *nenulă* în toate punctele sale din vid!

Desigur, rezultatul pare fără sens la prima vedere. La urma urmei câmpul electromagnetic clasic are energie minimă atunci când atât câmpul electric, cât și câmpul magnetic sunt identic nule. Și, în general, ne așteptăm ca stările de energie minimă (de vid) ale câmpurilor clasice

să se obțină atunci când ele iau valori nule, deci când nu există nimic în vid. Cu toate acestea, câmpul clasic construit de noi (modificând ecuațiile câmpului scalar Klein-Gordon) are o valoare *nenulă* în starea sa de energie minimă. Rezultatul este remarcabil: vidul trebuie să conțină peste tot acest câmp clasic.

Un astfel de câmp, cu o valoare nenulă în toate punctele spațiului, este în mod normal ignorat de fizicieni. Aceasta pentru că el este un fel de „eter" care există practic peste tot (chiar și în spațiul vid), or noi am vrea să păstrăm spațiul vid cât se poate de gol. Trebuie remarcat însă că, dacă vrem să rupem o simetrie (așa cum avem nevoie) peste tot, trebuie să punem ceva, chiar și în vid. În cazul exemplului cu acele de busolă, vedem că simetria s-a rupt tocmai datorită prezenței acelor ace de busolă.

Situația poate fi comparată din nou cu cea din electrodinamica cuantică. În spațiul liber, valoarea de energie minimă a câmpului electromagnetic clasic corespunde situației când atât câmpul electric, cât și cel magnetic sunt nule, aceasta fiind situația de vid clasic. În cazul cuantic, avem desigur oscilații ale vidului cuantic. Pe de altă parte, în câmpul scalar tocmai introdus (cel cu ecuațiile schimbate), valoarea de energie minimă clasică se obține pentru un câmp scalar *nenul*, iar oscilațiile cuantice apar în jurul acestei valori finite.

În primă instanță, un precursor al câmpului Higgs este ales un astfel de câmp scalar de spin 0 (descris de câte un număr *real* în fiecare punct din spațiu), la care s-a adăugat interacțiunea punctiformă și s-a schimbat un singur semn în ecuații. Bosonii acestui câmp Higgs (cuanta câmpului) sunt singuri în univers, putând totuși interacționa unii cu alții, iar câmpul clasic Higgs va lua valori nenule în toate punctele din spațiu. Pentru cei interesați de detaliile matematice, atașăm alăturat o căsuță matematică cu ideea principală a mecanismului.

Calcul: ***Precursorul câmpului Higgs***

În secțiunea 127 am prezentat densitatea de lagrangean $\mathcal{L} = \mathcal{L}(\phi, \dot{\phi})$ a unui câmp scalar real $\phi(\mathbf{r}, t)$, descris de câte un număr real în fiecare punct din spațiu:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left[(\partial_0\phi)^2 - (\partial_1\phi)^2 - (\partial_2\phi)^2 - (\partial_3\phi)^2 - m^2\phi^2\right]$$

Vom scrie simplicat relația de mai sus, dacă extindem forma derivatelor covariante ∂_μ la cea a derivatelor contravariante ∂^μ:

$$\partial_\mu = \left(\frac{\partial}{\partial(ct)}, \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$$
$$\partial^\mu = \left(\frac{\partial}{\partial(ct)}, -\frac{\partial}{\partial x}, -\frac{\partial}{\partial y}, -\frac{\partial}{\partial z}\right)$$

Avem atunci:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left[(\partial_\mu\phi)(\partial^\mu\phi) - m^2\phi^2\right]$$

Așa cum am discutat în secțiunea 131, relația precedentă descrie evoluția unui set de moduri de oscilație *independente* unele față de altele, ce sunt chiar undele plane. Odată cuantificate, modurile conțin pachete discrete de energie, ce vor fi asociate mai departe unor particule de masă m, pionii. Pioni vor avea impuls și energie constante (satisfăcând relația lui Einstein) și nu vor interacționa între ei.

Pentru a descrie pioni care interacționează, fizicienii teoreticieni au inventat un model în care au adăugat un termen relației de mai sus

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left[(\partial_\mu\phi)(\partial^\mu\phi) - m^2\phi^2\right] - \frac{\lambda^2}{4}\phi^4$$

Termenul din dreapta $\lambda^2 \neq 0$ va „perturba" modurile de oscilație care sunt undele plane. După cuantificare, perturbația se va manifesta ca o interacțiune între pioni. Să observăm că densitatea de lagrangean de mai sus se poate scrie ca diferența unei părți „cinetice" și a uneia „potențiale" $\mathcal{L} = \mathcal{L}_c - V$, așa cum am menționat în capitolul 11 că este cazul general:

$$\mathcal{L}_c = \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)(\partial^\mu\phi); \qquad V(\phi) = \frac{1}{2}m^2\phi^2 + \frac{\lambda^2}{4}\phi^4$$

Potențialul $V(\phi)$ este un fel de echivalent al energiei potențiale în spațiul valorilor pe care le va lua câmpul ϕ. Valoarea câmpului ϕ în spațiul vid se calculează atunci când potențialul $V(\phi)$ ia valoare minimă. Din relația de mai sus observăm că acest lucru are loc pentru $\phi = 0$, cu alte cuvinte atunci când câmp ϕ este *nul* în orice punct al spațiului.

Un precursor al câmpului Higgs se construiește folosind modelul de mai sus, în care schimbăm însă semnul termenului de masă:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left[(\partial_\mu\phi)(\partial^\mu\phi) + m^2\phi^2\right] - \frac{\lambda^2}{4}\phi^4$$

După cum vedem, în loc de $-m^2$ apare acum $+m^2$. Ar părea astfel că particula ascociată va avea masă imaginară, ceea ce indică o instabilitate în sistem. În primă instanță, câmpul își caută într-adevăr o stare de energie minimă. Ajuns acolo însă, el va avea o valoare clasică *nenulă*. Potențialul $V(\phi)$ se scrie acum ca

$$\mathcal{L}_c = \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)(\partial^\mu\phi); \qquad V(\phi) = -\frac{1}{2}m^2\phi^2 + \frac{\lambda^2}{4}\phi^4$$

Valoarea de potențial minim se calculează atunci când derivata de ordinul întâi este nulă:

$$\frac{dV(\phi)}{d\phi} = -m^2\phi + \lambda^2\phi^3 = 0 \quad \Rightarrow \quad \phi_0 = \pm\frac{m}{\lambda}$$

Situația de „vid" este cea care se realizează în spațiul liber, ori aici vedem cum câmpul va lua valoarea clasică $\phi_0 \neq 0$. Cu alte cuvinte, avem un câmp clasic nenul chiar și în starea de vid a spațiului.

Situația este exemplificată în figura 17.21, unde vedem cum câmpul ϕ va avea două posibile valori nenule în starea de potențial minim, adică starea de vid. Presupunând că el va alege una din cele două valori,

variațiile câmpului ϕ trebuie privite ca oscilații în jurul valorii ϕ_0, de exemplu:

$$\phi = \phi_0 + \eta = \frac{m}{\lambda} + \eta$$

Este interesant să înlocuim forma precedentă în densitatea de lagrangean și să folosim $\partial_\mu \phi = \partial_\mu \eta$ pentru a obține, în primele ordine de mărime:

$$4\mathcal{L} = 2(\partial_\mu\eta)(\partial^\mu\eta) + 2m^2\left(\frac{m}{\lambda}+\eta\right)^2 - \lambda^2\left(\frac{m}{\lambda}+\eta\right)^4 =$$

$$= 2(\partial_\mu\eta)(\partial^\mu\eta) + 2\frac{m^4}{\lambda^2} + 4\cancel{\frac{m^3\eta}{\lambda}} + \underline{2m^2\eta^2} -$$

$$- \frac{m^4}{\lambda^2} - 4\cancel{\frac{m^3\eta}{\lambda}} - \underline{6m^2\eta^2} - 4\lambda m\eta^3 - \lambda^2\eta^4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \mathcal{L} \approx \frac{1}{2}(\partial_\mu\eta)(\partial^\mu\eta) - m^2\eta^2 - \lambda m\eta^3 + \ldots$$

Relația de mai sus descrie lagrangeanul câmpului $\eta = \eta(\mathbf{r}, t)$, care reprezintă abaterea câmpului ϕ de la valoarea sa minimă ϕ_0.

Recunoaștem în primii termeni lagrangeanul câmpului Klein-Gordon, deoarece apare semnul *negativ* $-m^2\eta^2$ (în ecuație se vede cum rezultatul este dat de termenii subliniați). Câmpul η, odată cuantificat, va descrie particule având masa de repaus $\sqrt{2}m$. Ele sunt precursori ai bosonului Higgs.

Al treilea termen va descrie, după cuantificare, interacțiunea dintre noile particule (precursorii bosonului Higgs) asociate oscilațiilor câmpului ϕ în jurul valorii sale de echilibru ϕ_0.

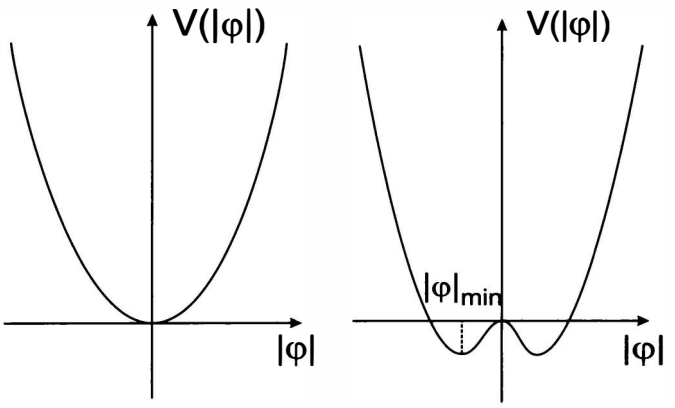

Figura 17.21: *În stânga este prezentat potențialul V al unui câmp scalar ϕ obișnuit, care ia numai valori reale. Potențialul V este un echivalent al energiei potențiale în spațiul valorilor reale pe care le poate lua câmpul (vezi căsuța matematică). Minimul acesteia are loc pentru valori nule ale câmpului ϕ. În dreapta este prezentat potențialul precursorului câmpului Higgs, care este modificat, în așa fel încât valoarea minimă a potențialului este realizată pentru un câmp ϕ nenul.*

Rezultatul noului model este spectaculos: de unde, până acum, toate câmpurile clasice studiate (electromagnetic, gluonic etc.) au avut avut energia minimă pentru valori nule ale câmpului (valori ce defineau vidul), acum energia minimă în vid este realizată pentru o valoare nenulă a acestui câmp. Cu alte cuvinte, chiar în situația *clasică*, câmpul Higgs are o valoare nenulă în orice poziție a spațiului. Pentru a înțelege spectaculozitatea acestui rezultat, să ne imaginăm că acest câmp nenul ar fi fost câmpul electric. Ce am fi obținut? Desigur, un univers ca un uriaș cuptor cu microunde, în care câmpul electric ar fi fost nenul în orice punct al său.

La prima vedere, am rămânem mirați că un singur semn schimbat într-o ecuație să dea un rezultat atât de puțin previzibil, un câmp clasic *nenul* în starea sa de vid. Cu toate acestea, situația nu este de neimaginat, dacă luăm în considerare, de exemplu, analogia cu un creion așezat *vertical* pe masă (vezi figura 17.20). Situația este asociată câmpului clasic nul. Poziția creionului nu este și cea de energie minimă, deoarece creionul poate cădea, caz care este asociat câmpului clasic nenul.

Vedem că ceea ce noi am desemnat prin „schimbarea unui semn în ecuații" se reduce în fond la generarea unui minim local, într-un spațiu fictiv în care am desena dependența energiei de câmpul clasic (vezi figura 17.21). În situația creionului, cazul în care el este așezat vertical reprezintă un maxim local al energiei: deși în principiu ar putea sta așa, orice perturbație cât de mică îl va face să cadă. Odată căzut, el va avea energie minimă.

Exemplul cu creionul scoate în evidență și o altă caracteristică a sistemelor de acest gen: *ruperea de simetrie*. Aceasta pentru că creionul poate cădea în oricare direcție în plan. Desigur, situația este echivalentă cu cea discutată a acelor de busolă sau a feromagneților: și ele se vor orienta într-o direcție anume.

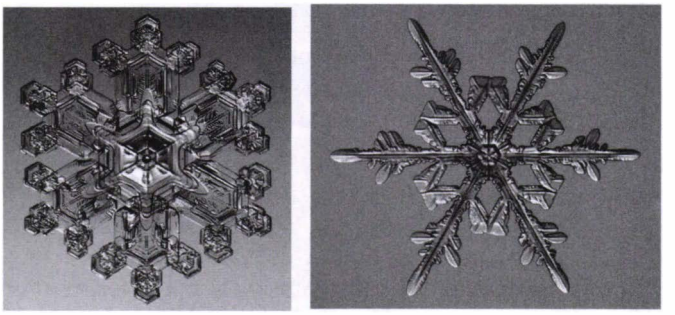

Figura 17.22: *Un exemplu de rupere spontană de simetrie îl reprezintă fulgii de zăpadă. Astfel, un atom de hidrogen sau de oxigen este perfect sferic. Molecula de apă H_2O nu este însă sferică, pentru că cei doi atomi de hidrogen și cel oxigen formează un triunghi oblic cu un unghi de aproximativ 104 de grade. La temperaturi mari ale apei (de exemplu, în starea lichidă) asimetria nu se observă, datorită orientării aleatoare a moleculelor de apă. Atunci însă când apa îngheață, asimetria se regăsește în cristalele de gheață, conducând la frumoase forme de fulgi de zăpadă. Imaginile au fost obținute de dr. Kenneth G. Libbrecht cu un miscroscop special construit, și au fost reproduse cu permisiunea dumnealui.*

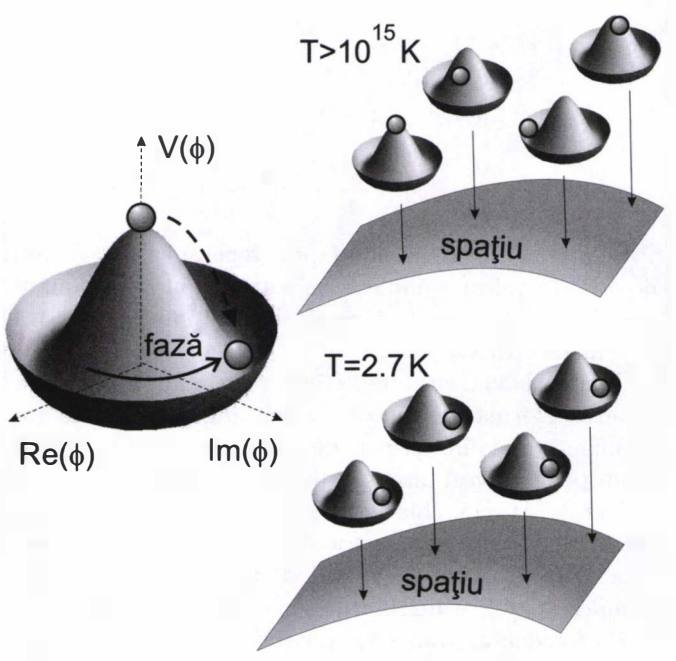

Figura 17.23: *În stânga este reprezentat potențialul V al unui câmp complex ϕ (precursorul câmpului Higgs) într-un singur punct din spațiu. Schița prezintă energia potențială în spațiul valorilor complexe pe care le poate câmpul ϕ, câmp descris aici de o parte reală și una imaginară. Potențialul are un maxim local pentru un câmp $\phi = 0$ nul. Un potențial mai scăzut se obține odată ce câmpul ϕ are o tranziție în partea de jos a „pălăriei mexicane". Câmpul ϕ este acum nenul. În dreapta este schițată situația precursorului câmpului Higgs pentru tot spațiul. Sus este situația în care universul este încălzit la o temperatură mai mare decât 10^{15}K. Aici, datorită agitației termice puternice, precursorul câmpului Higgs poate lua orice valori în punctele din spațiu, iar în medie va fi nul. În dreapta jos este situația actuală ($T = 2,7$K). Aici câmpul a avut o tranziție de fază în fiecare punct din spațiu, căutând minimul energiei. De remarcat că faza precursorului câmpului Higgs a devenit aceeași în toate punctele din spațiu (punctele au aceeași poziție în „pălărie"). Alinierea se manifestă în spațiul gradelor de libertate interne ale câmpului Higgs, așa că ea nu conduce la o anizotropie în spațiu.*

În cazul bosonului Higgs, *ruperea spontană de simetrie* este mai vizibilă într-o versiune îmbunătățită a modelului. Aici se consideră că un câmp Higgs este un *câmp scalar complex*. El este descris de data aceasta nu de un număr real în fiecare punct din spațiu (cum a fost câmpul scalar de până acum), ci de un număr *complex*, la fel cum unda de probabilitate a electronului (dacă este privită ca un câmp „clasic") este descrisă de un număr complex în fiecare punct al spațiului. Pentru ambele câmpuri avem o amplitudine și o fază a numărului complex.

Deoarece putem avea transformări de fază globale în ambele cazuri, vom aplica principiul invarianței la transformările locale de etalonare (vezi secțiunea 163) și ne așteptăm ca particulele acestor câmpuri să fie încărcate cu sarcină electrică. Acest lucru se întâmplă pentru electron. Pentru câmpul Higgs, alta este situația. Astfel, starea sa de energie minimă a venit cu o rupere de simetrie a fazei, care nu va mai satisface principiul invarianței la transformările locale (pentru că fazele nu mai pot fi alease oricum, ele fiind aliniate). De aceea, precursorul bosonului Higgs, chiar dacă este descris de un câmp de numere complexe, nu va avea sarcină electrică.

Pentru acest *câmp scalar complex* modificat (să nu uităm că am schimbat un semn în ecuațiile inițiale!) analiza matematică arată că *energia* câmpului în fiecare punct din spațiu are forma unei pălării mexicane, dacă ar fi s-o desenăm în planul numerelor complexe (vezi figura 17.23). În vârful pălăriei, acolo unde valoarea clasică a câmpului complex este nulă, energia are o valoare ridicată. Pentru că acest punct are energie ridicată, el nu va descrie starea clasică a câmpului, deoarece câmpul își caută starea de energie minimă! În consecință, starea clasică a acestui câmp (cea de energie minimă) nu este dată de o valoare nulă a câmpului, ci de una nenulă, așa cum ne așteptam deja.

Punctele de pe „pălărie" care au energie minimă sunt corespunzătoare marginii pălăriei, acolo unde amplitudinea câmpului Higgs are aceeași valoare, dar faza poate fi oricât (vezi stânga figurii 17.23). Amplitudinea nenulă a câmpului Higgs, pentru care energia este minimă, este cea care face câmpul să fie privit ca un fel de „eter", umplând tot universul. În plus însă, ecuațiile arată că toate punctele spațiului vor alege, la o temperatură scăzută, aceeași „orientare" a fazei (în modelul pălăriei mexicane folosit de noi). Astfel, situația de energie minimă a câmpului scalar complex modificat este cea în care câmpul Higgs are aceeași amplitudine finită în fiecare punct din spațiu și aceeași fază la un moment dat.

Câmpul scalar complex modificat, în starea sa de energie minimă, și-a pierdut simetria la etalonarea *locală*, rămânând invariant la schimbarea de etalonare *globală* (pentru că faza poate să ia încă orice valoare, însă valorile din toate punctele din spațiu trebuie să fie aceleași). Avem de-a face cu o *rupere spontană de simetrie*, pe care câmpul o suferă odată ce ajunge în starea de energie minimă. Iată argumentul următor în povestea noastră:

Argument 10:

Precursorul câmpului Higgs este un câmp scalar complex modificat. El suferă o rupere spontană de simetrie în starea sa de energie minimă. În această stare, amplitudinea clasică a câmpului este nenulă, iar faza sa este aceeași în toate punctele din spațiu.

În această secțiune am vorbit despre *precursorul* câmpului Higgs. Câmpul Higgs, vom vedea în secțiunea următoare, nu este altceva decât un ansamblu de *două* asemenea câmpuri scalare complexe, „cu semn schimbat". Desigur că, odată ce vom cuantifica aceste câmpuri, vom obține particulele sale, adică *bosonii Higgs*. Bosonii trebuie văzuți acum ca oscilații ale câmpului Higgs în jurul valorii sale clasice *nenule*. În plus, așa cum am menționat, bosonii Higgs nu vor avea sarcină electrică, deși câmpul este descris de numere complexe, pentru că fazele bosonilor se aliniază, iar simetria la transformările locale de etalonare ale fazei este ruptă.

În căsuța matematică următoare vom introduce precursorul câmpului Higgs, sub forma unui câmp scalar complex „cu semn schimbat". În plus, vom prezenta și interacțiunea lui cu câmpul electromagnetic, pentru a vedea cum funcționează mecanismul Higgs într-un caz mai simplu. În urma interacțiunii, fotonul capătă masă de repaus nenulă.

Calcul: ***Modelul mecanismului Higgs***

Să continuăm discuția din căsuța matematică precedentă și să prezentăm *mecanismul Higgs* într-un model simplificat, cel al interacțiunii dintr-un precursor al câmpului Higgs și câmpul electromagnetic. În urma acestei interacțiuni, fotonul câmpului electromagnetic va căpăta masă de repaus nenulă.

Astfel, să descriem precursorul câmpului Higgs printr-un câmp scalar complex $\phi(x) = \phi_1(x) + i\phi_2(x)$, având câte un număr complex în fiecare eveniment $x = (ct, x, y, z)$ al spațiului-timp. Lagrangeanul acestui câmp îl vom generaliza din căsuța matematică precedentă, folosind relația $|\phi|^2 = \phi^*\phi$, deoarece câmpul este complex:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)^*(\partial^\mu\phi) + \frac{m^2}{2}(\phi^*\phi) - \frac{\lambda^2}{4}(\phi^*\phi)^2$$

Cele două mărimi ψ sau ψ^* se consideră *independente* în relația de mai sus, atunci când aplicăm ecuațiile Euler-Langrange.

Deoarece câmpul ϕ este complex, vedem că lagrangeanul $\mathcal{L}$ este invariant la o transformare de etalonare globală $\phi'(x) = e^{i\theta}\phi(x)$. Putem atunci folosi principiul invarianței la transformările locale, cerând ca lagrangeanul să fie invariant la transformările $\theta(x)$ ce pot lua orice valoare reală în evenimentele x:

$$\phi'(x) = e^{i\theta(x)}\phi(x)$$

Pentru aceasta, așa cum am discutat în secțiunea 163, trebuie să introducem un câmp suplimentar, care să poată fi și el schimbat odată cu transformarea de etalonare $\theta(x)$. Câmpul este asociat simetriei $U(1)$, și va fi atunci chiar câmpul electromagnetic, descris de potențialele electrodinamice A_μ (introduse în secțiunea 128).

Densitatea de lagrangean a celor două câmpuri care vor interacționa (precursorul ϕ al câmpului Higgs și câmpul electromagnetic A_μ) se obține ca în secțiunea 163, înlocuind derivatele parțiale ∂_μ cu *derivata covariantă* D_μ:

$$\partial_\mu \;\rightarrow\; D_\mu = \partial_\mu + iqA_\mu; \quad D^\mu = \partial^\mu + iqA^\mu$$

Forma contravariantă a potențialelor electrodinamice A^μ se obține din cea covariantă A_μ cu relația $A^\mu = g^{\mu\nu}A_\nu$ (vezi secțiunea 210). Același lucru este valabil și pentru $\partial^\mu = g^{\mu\nu}\partial_\nu$, așa cum a fost folosit și în secțiunea precedentă.

Substituind D_μ și D^μ în $\mathcal{L}$, și adăugând termenul corespunzător câmpului electromagnetic obținem:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}[(\partial_\mu - iqA_\mu)\phi^*][(\partial^\mu + iqA^\mu)\phi] + \\ + \frac{m^2}{2}(\phi^*\phi) - \frac{\lambda^2}{4}(\phi^*\phi)^2 - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$$

Relația ne arată din nou faptul general că orice câmp descris de valori complexe va interacționa cu câmpul electromagnetic, și deci particula câmpului va căpăta sarcină electrică q.

Relația de mai sus nu este încă relația finală. Aceasta deoarece forma de început a lagrangeanului este instabilă, având un termen de masă m^2 care apare cu semn pozitiv (vezi discuția din căsuța matematică precedentă). Atunci, chiar și în spațiul vid, acolo unde nu există câmp electromagnetic (lucru pe care îl vom modela alegând $q = 0$), câmpul ϕ va alege valori clasice *nenule*. Astfel, urmărind discuția din căsuța matematică precedentă, vom scrie potențialul câmpului ϕ sub forma :

$$V(\phi_1, \phi_2) = -\frac{m^2}{2}(\phi^*\phi) + \frac{\lambda^2}{4}(\phi^*\phi)^2 = \\ = -\frac{m^2}{2}(\phi_1^2 + \phi_2^2) + \frac{\lambda^2}{4}(\phi_1^2 + \phi_2^2)^2$$

Acest potențial este reprezentat schematic în figura 17.23. El își va căuta starea pentru care potențialul $V(\phi)$ (echivalentul energiei potențiale) este minim. Acest lucru se realizează pentru $|\phi_0| = m/\lambda$, așa cum am văzut în secțiunea precedentă. Pentru simplitate, noi facem alegerea

$$\phi_0(x) = \frac{m}{\lambda}$$

Valoarea de mai sus este luată în orice eveniment x al spațiului-timp și deci în orice poziție de spațiu și la orice moment de timp. Ea ne spune că starea de vid a câmpului va avea o valoare ϕ_0 *nenulă*.

Mau mult însă, cum câmpul ϕ este complex, observăm că faza câmpului clasic ϕ_0 din starea de vid este nulă. Desigur, am fi putut face și o altă alegere pentru fază, deoarece condiția era doar $|\phi_0| = m/\lambda$, însă faza trebuie să fie aceeași în toate punctele din spațiu, așa cum este reprezentat în figura 17.23. Alegerea implică o „rupere" a simetriei locale, pentru că fazele câmpului clasic ϕ_0 sunt aceleași în fiecare punct din spațiu și la orice moment de timp (și nule în alegerea noastră particulară). Situația este asemănătoare celei prezentate în figura 17.19 pentru supraconductori.

Să scriem acum câmpul ϕ scoțând în evidență oscilațiile sale în jurul poziției de echilibru $\phi_0 = m/\lambda$:

$$h(x) = \phi_1(x) - \frac{m}{\lambda}; \qquad \xi(x) = \phi_2(x)$$

Particula asociată câmpului ϕ va fi obținută în urma cuantificării *oscilațiilor* câmpului $h(x)$ și $\xi(x)$ în jurul valorii nenule a vidului. De aceea, să procedăm ca în căsuța matematică precedentă și să înlocuim

aceste oscilații în densitatea de lagrangean $\mathcal{L}$ folosind substituțiile $\phi = h + m/\lambda + i\xi$ și $\phi^* = h + m/\lambda - i\xi$. Avem:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left[(\partial_\mu - iqA_\mu)\left(h + \frac{m}{\lambda} - i\xi\right)\right] \cdot$$
$$\cdot \left[(\partial^\mu + iqA^\mu)\left(h + \frac{m}{\lambda} + i\xi\right)\right] - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} +$$
$$+ \frac{m^2}{2}\left[\left(h + \frac{m}{\lambda}\right)^2 + \xi^2\right] - \frac{\lambda^2}{4}\left[\left(h + \frac{m}{\lambda}\right)^2 + \xi^2\right]^2$$

Forma de mai sus trebuie descompusă în termeni. Din numeroșii termeni care apar, vom scrie doar pe cei de ordin mai mic. În ultimul termen folosim descompunerea binomului lui New4on $(h + m/\lambda)^4 = h^4 + \ldots + 6h^2(m/\lambda)^2 + \ldots + (m/\lambda)^2$ pentru a obține:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu h)(\partial^\mu h) + \frac{1}{2}\partial_\mu(-i\xi)\partial^\mu(i\xi) +$$
$$+ \frac{1}{2}(-iqA_\mu)\frac{m}{\lambda}(iqA^\mu)\frac{m}{\lambda} - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} +$$
$$+ \frac{m^2}{2}h^2 - \frac{\lambda^2}{4}\left(6h^2\frac{m^2}{\lambda^2}\right) + \ldots$$

Rearanjând termenii de mai sus, avem:

$$\mathcal{L} = \left[\frac{1}{2}(\partial_\mu h)(\partial^\mu h) - m^2h^2\right] +$$
$$+ \frac{1}{2}(\partial_\mu \xi)(\partial^\mu \xi) +$$
$$- \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{1}{2}\left(\frac{qm}{\lambda}\right)^2 A_\mu A^\mu + \ldots$$

Termenii de mai sus ne dau evoluția independentă a câmpurilor $h(x)$, $\xi(x)$ și $A_\mu(x)$, iar termenii care au fost lăsați deoparte ne dau interacțiunea dintre aceste câmpuri.

După cum vedem mai sus, oscilațiile $h(x)$ ale câmpului în jurul valorii de vid au căpătat un termen de masă $-m^2$ care apare cu semnul minus, așa cum este în ecuația Klein-Gordon (vezi secțiunea 127) și cum am detaliat în căsuța matematică precedentă. Modurile de oscilație vor fi atunci unde plane. Acestea, cuantificate, vor descrie particule de masă de repaus $\sqrt{2}m$ care vor satisface relația lui Einstein dintre energie și impuls (vezi secțiunea 131). Ele vor fi un precursor al particulei Higgs.

Al doilea termen descrie un câmp $\xi(x)$ care are forma Klein-Gordon pentru o masă nenulă. El ar părea că descrie un boson de masă nulă, numit generic bosonul Goldstone. Totuși, se arată că interpretarea aceasta nu este cea finală. Interpretarea corectă pornește de la faptul că avem încă o transformare generală pentru oscilațiile $h(x)$ și $\xi(x)$ ale precursorului câmpului Higgs în jurul valorii clasice nenule din vid. Putem face atunci o alegere particulară a etalonării, pe care fizicienii o preferă chiar $\xi(x) = 0$. În acest fel, câmpul $\xi(x)$ „dispare".

Interesantă este partea densității de lagrangean care descrie evoluția câmpului A_μ în vid. Ea capătă acum un termen suplimentar față de termenul datorat ecuațiilor lui Maxwell:

$$\Delta\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left(\frac{qm}{\lambda}\right)^2 A_\mu A^\mu = \frac{1}{2}\left(\frac{qm}{\lambda}\right)^2 V^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{qm}{\lambda}\right)^2 \mathbf{A}^2$$

Aici am folosit forma contravariantă $A^\mu = (V, \mathbf{A})$ și covariantă $A_\mu = (V, -\mathbf{A})$ a potențialelor electrodinamice (vezi secțiunea 210 din anexa matematică).

Noua formă descrie un set de ecuații generalizate ale lui Maxwell, care au fost introduse prima oară de fizicianul român Alexandru Proca. Setul acesta de ecuații se deduce folosind ecuațiile Euler-Lagrange. Noi nu vom face aici deducția completă, ci ne vom folosi de câteva relații deduse deja pentru a ajunge la rezultatul final.

Astfel, în ultima căsuță matematică a secțiunii 128 am aplicat ecuațiile Euler-Lagrange pentru potențialul V. În noua formă a lui Proca vom avea aceleași ecuații, însă cu un termen suplimentar, ce poate fi identificat ca un fel de sarcină efectivă „ρ". Termenul conduce la o relație diferită pentru câmpul electric $\mathbf{E}$ în vid:

$$\frac{\Delta\mathcal{L}}{\partial V} = \left(\frac{qm}{\lambda}\right)^2 V = -\text{"}\rho\text{"} \quad \Rightarrow \quad \nabla\cdot\mathbf{E} = \text{"}\rho\text{"} = -\left(\frac{qm}{\lambda}\right)^2 V$$

În căsuța matematică precedentă a aceleiași secțiuni 128 am prezentat, în etalonarea Lorentz, ecuația potențialului electric V din forma $\nabla\cdot\mathbf{E}$, care va deveni acum:

$$-\nabla\cdot\mathbf{E} = \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\right) - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = \left(\frac{qm}{\lambda}\right)^2 V$$

Relația de mai sus este însă ecuația Klein-Gordon pentru potențialul electric V, așa cum se verifică direct în secțiunea 127! Ea descrie o particulă de masă *nenulă* $m' = (qm/\lambda)$, care este în cazul nostru un foton. În literatura de specialitate se mai spune că fotonul este *masiv*. Avem atunci relația următoare de identificare a masei de repaus a fotonului masiv, care ne va fi utilă pe viitor:

$$\boxed{\mathcal{L} = \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{(m')^2}{2}A_\mu A^\mu} \quad \text{unde} \quad m' = \frac{qm}{\lambda}$$

Vedem astfel că, prin interacțiunea cu câmpul precursor al bosonului Higgs (descris de câmpul inițial ϕ), fotonul a căpătat o masă de repaus nenulă m', imitând astfel mecanismul care are loc și în supraconductori. Fizicienii spun că fotonul a „înghițit" bosonul Goldstone și a căpătat astfel o masă de repaus nenulă.

Ca o observație interesantă, odată cu acest proces, invarianța de etalonare locală a câmpului electromagnetic este ruptă. Etalonarea Lorentz pe care am și folosit-o rămâne singura etalonare posibilă a câmpului electromagnetic în cazul discutat.

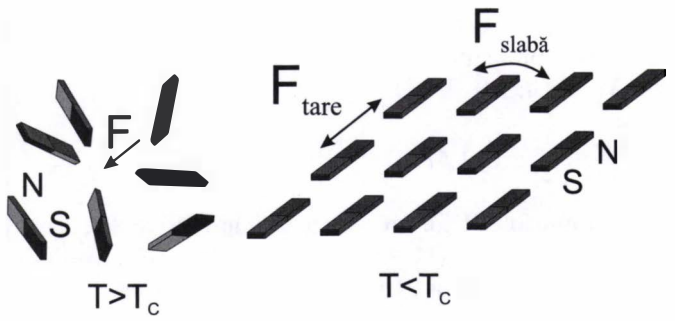

Figura 17.24: *În figură este exemplificată separarea de forțe ce poate apărea odată cu ruperea spontană de simetrie. Astfel, în stânga avem un grup de mici magneți la o temperatură mai mare decât cea critică. Datorită agitației termice, sistemul este izotrop și putem considera în medie o singură forță F care acționează între magneți. În dreapta este situația simetriei spontan rupte (temperatura devine mai mică decât cea critică). Aici survine un aliniament al magneților. Aliniamentul face ca să putem defini două forțe în magnet: o forță „tare" care acționează în direcția micilor magneți și o forță „slabă" ce acționează pe direcție perpendiculară, dar în planul magneților. Forța „slabă" se datorează ușurinței cu care magneții pot fi rotiți puțin, deoarece atunci nu se schimbă prea mult configurația lor.*

În finalul secțiunii să discutăm puțin despre implicațiile *ruperii spontane de simetrie* pentru precursorul câmpului Higgs. Astfel, am văzut că amplitudinea câmpului Higgs are aceeași valoare nenulă în fiecare punct din spațiu, iar faza este aliniată peste tot în spațiu. Această reprezentare este similară cu cea pentru supraconductori, deoarece și aici faza bosonilor Cooper este aceeași în orice punct din spațiu (vezi figura 17.19). Pentru a fi adus însă în starea supraconductoare, metalul trebuie răcit la temperaturi foarte scăzute, mai scăzute decât temperatura sa critică de câțiva Kelvini.

Prin analogie, vom considera că și universul nostru este „răcit" (sau mai bine spus „înghețat") într-o stare echivalentă celei supraconductoare, în așa fel încât fazele câmpului Higgs să fie aliniate în toate punctele din spațiu. Așa cum am menționat, pentru a-l scoate din această stare, universul ar trebui încălzit la o temperatură de 10^{15}K. La aceste temperaturi ridicate (atinse imediat după Big Bang) energiile erau atât de mari încât amplitudinea câmpului Higgs ar fi fost *alta* în diverse puncte din spațiu (câmpul ar fi ieșit din starea în care este acum, de energie minimă).

Vedem ca răcirea universului („înghețarea" sa) e însoțită de o *rupere spontană de simetrie* în cazul câmpului Higgs. Mecanismul poate fi la urma urmei unul dintre motivele pentru care a apărut diversitatea în univers, și iată de ce.

Așa cum am arătat pe larg în capitolul precedent, *simetriile interne* ale unei particule au ca rezultat *forțele de interacțiune* dintre acele particule. De exemplu, schimbând culoarea quarcilor în experimentul de difracție, nu se schimbă franjele de difracție. Aplicând mecanismul invarianței la transformarea de etalonare locală, vom obține că acestei simetrii de culoare îi este asociată o forță, numită forță de culoare.

La fel și în cazul electronului, schimbând faza sa peste tot în spațiu cu aceeași valoare, nu se schimbă experimentul de difracție. Simetriei i se asociază în final forța de interacțiune electromagnetică. În acest fel, dacă un experimentator știe *simetria* unui sistem, i-o poate înmâna unui matematician, iar matematicianul va calcula cu ea *forța de interacțiune*! Și, cu cât sunt mai multe simetrii, cu atât sunt mai multe forțe de interacțiune. Dacă nu erau simetrii, nu aveam nici forțe de interacțiune, și lumea era mai puțin complexă ca acum.

La începutul universului. fizicienii se așteaptă să fi existat numai o singură simetrie (universul era „izotrop" nu numai în dimensiunile spațiale, dar și în cele ale tuturor gradelor interne de libertate). Atunci ar fi existat *o singură forță* primordială. În timp însă, universul s-a răcit, a „înghețat" într-o stare asemănătoare celei de supraconductor, iar simetria s-a rupt spontan, schimbând și forțele de interacțiune care sunt asociate simetriilor. De unde până atunci existau o singură simetrie și o singură forță, au apărut apoi mai multe simetrii, și deci mai multe forțe. De acest tip de mecanism ar fi parțial responsabil și bosonul Higgs, deoarece el ar fi introdus ruperea spontană de simetrie, aducând cu sine apariția unor forțe noi de interacțiune, și deci o parte a *diversității* din univers!

Să remarcăm că un astfel de mecanism teoretic este extrem de puternic. Matematic, deși pornim cu o singură ecuație în care schimbăm semnele pe ici pe colo, obținem un minim al energiei în care simetria este spontan ruptă, și deci mai multe simetrii mai mici și mai multe forțe de interacțiune asociate lor. În acest fel, Creatorul nu ar mai fi trebuit să scrie câte o ecuație pentru fiecare tip de forță fundamentală, ci doar una singură, la care să se fi jucat la semne.

Aplicând invers mecanismul de mai sus, poate că toate cele patru forțe fundamentale de azi vin din simetrii rupte spontan. Un exemplu este detaliat în figura 17.24. Aici se vede că sistemul este intrinsec anizotrop, însă temperatura ridicată netezește diferențele, rămânând cu o singură simetrie generală. La temperaturi joase însă, diferențele ies la iveală.

În anii '70 s-a presupus că simetria originară a particulelor elementare (responsabilă pentru forța originară din care se trag toate forțele cunoscute azi) ar fi fost grupul matricilor $SU(5)$. Aici *electronul*, cei trei *quarci* de culori diferite și *neutrini* (cinci particule deci) ar fi de fapt manifestări ale *aceleiași* particule, dacă simetria nu ar fi fost ruptă. Atunci ar fi existat o singură particulă și o singură forță de interacțiune primordială, dată de gradul de libertate intern al particulei primordiale, ce se manifestă în simetria $SU(5)$.

Simetria $SU(5)$ s-ar fi rupt odată ce universul s-a răcit („înghețat") în $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$, obținându-se *modelul standard* al particulelor elementare și câmpuri diferite de interacțiune. Avem, să ne aducem aminte, simetria $SU(3)$ pentru quarci și simetria $SU(2) \times U(1)$ pentru teoria electroslabă pe care o construim acum.

Această propunere, foarte răspândită la un moment dat, are o problemă majoră: este *infirmată* de experimente. Astfel, teoria $SU(5)$ prezice că protonul se va dezintegra în alte particule. Teoria ne dă chiar și un timp pentru dezintegrarea protonului, iar experimentele curente (efectuate pe un timp mult mai lung) arată că protonul nu se

dezintegrează. Cu alte cuvinte, teoria $SU(5)$ aplicată particulelor elementare nu este corectă, sau cel puțin nu este corectă în forma încercată până acum.

Între timp, fizicienii fizicii stării solide au încercat să aplice mecanismul invers, adică să explice teoria supraconductorilor de temperatura critică (încă un mister în fizică) prin intermediul simetriei $SU(5)$. Din păcate, nici ei nu au avut succes.

Mecanismul de rupere spontană a simetriei ramâne în atenția fizicienilor. Din când în când mai apar în lucrările de specialitate alte simetrii fundamentale care ar fi rupte spontan în simetria $SU(3)\times SU(2)\times U(1)$. Este și atractiv, să recunoaștem, deoarece este o metodă de a reconstrui forța fundamentală a universului, cea din care, dacă există, se trag toate celelalte forțe cunoscute, ca forța de culoare sau cea electromagnetică. Vom detalia și noi puțin mai mult acest mecanism în secțiunea următoare, acolo unde vom vedea că electromagnetismul și interacțiunea nucleară slabă au fost unificate în teoria *electroslabă*.

175. Unificarea electromagnetismului cu teoria interacțiunillor nucleare slabe

Am introdus în secțiunea precedentă un precursor al câmpului Higgs, sub forma unui câmp scalar complex modificat. El are ingredientul esențial de care avem nevoie (prin analogie cu teoria supraconductorilor): *ruperea spontană de simetrie*. Astfel, în situația de energie minimă, acest câmp are o amplitudine *nenulă* în fiecare punct din spațiu și aceeași fază peste tot (vezi figura 17.23). El este precursorul câmpului Higgs. Să remarcăm că acest precursor al câmpului Higgs poate exista singur în univers, fără a avea nevoie de prezența altor câmpuri.

Acum însă, trebuie să facem ca noul câmp să *interacționeze* cu bosonul W, să-i dea masă *nenulă*, după cum perechea Cooper interacționează cu fotonul și îi dă masă nenulă acestuia. La prima vedere pare că trebuie să facem un alt artificiu matematic pentru a introduce noua interacțiune dintre precursorul bosonului Higgs și bosonul W. De unde să începem? Ce fel de ecuații? Ce fel de model? Răspunsul stă în analiza invarianței la transformarea de etalonare locală a simetriei $SU(2)$, cea care a introdus bosonul W.

Astfel, să ne aducem aminte că am introdus bosonul W în secțiunea 172 ca un rezultat al invarianței la transformările locale de etalonare în cadrul simetriei $SU(2)$, el mediind interacțiunile dintre cele două particule de *chiralitate stânga*: neutrinul și electronul de chiralitate stânga. Undele de probabilitate ale acestor două particule au fost combinate într-o matrice cu două coloane, care defineau așa-numitul *isospin*. Isospinul era un fel de „culoare" (fațetă) a unei particule originare de *chiralitate stânga*, care se manifesta fie sub forma sa de neutrin, fie sub forma sa de electron de masă nulă (pentru că încă nu am introdus masa nenulă a electronului!).

Simetria globală atașată acestui isospin era dată de grupul matricilor $SU(2)$, adică *matrici unitare* U de dimensiune 2×2. Pentru a face o transformare de etalonare globală, trebuia să înmulțim matricele unitare U cu matricea coloană de două elemente reprezentând unda de probabilitate a particulei primordiale (cea care era atât electron de chiralitate stânga, cât și neutrin de aceeași chiralitate). Noua transformare de etalonare *globală* lăsa neschimbate rezultatele unui experiment de difracție.

Apoi însă ceream experimentului să fie și invariant la transformările de etalonare *locale*. Aceasta se putea realiza numai introducând un câmp *suplimentar*, cel al bosonilor W, care să compenseze alegerea locală pentru fază și isospin (în mod asemănător experimentului Aharonov-Bohm). Am menționat că acest proces ne arată că există *trei* asemenea bosoni W, câte unul pentru fiecare generator al grupului $SU(2)$. În acest fel, pentru fiecare din cele trei dimensiuni ale spațiului gradului de libertate intern al particulei (dat de faze și izospin) alegem câte un boson W asemănător fotonului.

Urmărind discuția precedentă, să facem o observație foarte interesantă: bosonii W sunt atașați simetriei $SU(2)$ și mai puțin caracteristicilor celor două particule (neutrin și electron de chiralitate stânga). Practic, putem începe și cu alte două particule decât electron sau neutrin, care reprezintă tot două stări de isospin ale aceleiași particule originare, apoi aplicăm aceeași rețetă și obținem un câmp de interacțiune între aceste particule, descris de o particulă *identică* bosonului W. Cu alte cuvinte, bosonul W mediază interacțiunea nu numai între electronii și neutrinii de chiralitate stânga, dar și între alte particule ce au două stări de isospin care se manifestă în aceeași simetrie $SU(2)$!

În cazul acesta, dacă tot căutăm o interacțiune între câmpul Higgs și bosonul W (interacțiune care să-i atribuie masă nenulă bosonului W), oare nu este mai simplu de presupus că și câmpul Higgs are tot *două* stări de isospin? Cele două stări de isospin s-ar manifesta în cadrul simetriei $SU(2)$, și în felul acesta câmpul Higgs ar interacționa în mod natural cu *bosonul* W, mediatorul interacțiunilor în cadrul simetriei $SU(2)$. Nu e o idee rea, nu-i așa? Pentru claritate, să scriem forma câmpului Higgs care are două stări de isospin

$$\begin{pmatrix}\phi^+\\ \phi^0\end{pmatrix}$$

Care sunt însă cele două stări de isospin (ϕ^+ și ϕ^0) ale câmpului Higgs? Ei bine, presupunem că fiecare dintre ele este descrisă de un *câmp scalar complex* modificat, așa cum a fost el descris în secțiunea precedentă, pentru a recupera mecanismul de rupere spontană de simetrie și asemănarea cu teoria supraconductorilor. De aceea am spus în secțiunea precedentă că un singur câmp scalar complex este *precursorul* câmpului Higgs. Iată atunci următorul argument în povestea noastră:

Argument 11:

Câmpul Higgs are două stări de isospin, fiecare fiind descrisă de un câmp scalar complex modificat (pentru a recupera mecanismul de rupere spontană de simetrie și analogia cu teoria supraconductorilor). Câmpul Higgs se supune astfel simetriei $SU(2)$ și interacționează natural cu bosonul W.

În plus, să nu uităm, avem și transformarea de etalonare corespunzătoare simetriei $U(1)$. Ea a introdus bosonul X care acționa între toți electronii și neutrinii, indiferent de chiralitatea lor. Dacă luăm în calcul și această transformare de etalonare pentru bosonul Higgs, care apare natural din ecuații, vom obține și interacțiunea bosonului Higgs cu bosonul X.

Revenind la scopul tuturor acestor operații, ne așteptăm acum ca bosonul W să capete masă de repaus *nenulă* în urma interacțiunii cu câmpul Higgs, precum fotonul capătă masă nenulă în supraconductori datorită interacțiunii cu perechile Cooper. Desigur, avem mecanismul de interacțiune dintre bosonul W și bosonul Higgs, dar ce ne asigură că, în urma interacțiunii, bosonul W va căpăta masă nenulă, așa cum ne dorim? Răspunsul se dă matematic, rezolvând ecuațiile de interacțiune (vezi căsuța matematică următoare). El confirmă presupunerea inițială că bosonul W capătă masă de repaus nenulă prin interacțiunea cu câmpul Higgs.

Astfel, într-o primă instanță, se calculează starea de energie minimă a câmpului Higgs, cea care definește vidul clasic. Pentru că ecuațiile conțin acum un semn schimbat (cel care trebuie!) se obține o valoare *nenulă* a câmpului Higgs pentru această stare de vid. În continuare, se consideră numai perturbațiile câmpului Higgs în jurul stării de energie minimă. Aceste perturbații, cuantificate, sunt cele care vor defini particula ce a primit în final numele de *boson Higgs*.

Noile ecuații (ce conțin fluctuațiile relative față de starea de potențial minim) scot la iveală că *doi* dintre cei trei bosoni W capătă un termen de masă *nenul*, termen ce poate fi calculat din teorie. Acești bosoni se notează cu W^- și W^+, ei având sarcină electrică nenulă (ce se reduce la faptul că emisia sau absorbția bosonilor virtuali transformă electronul de chiralitate stânga în neutrin). Mai mult, bosonul W^- este antiparticula bosonului W^+.

Masa bosonilor W^- și W^+ se va dovedi nenulă și proporțională cu tăria interacțiunii slabe și cu valoarea nenulă a câmpului Higgs în fiecare punct din spațiu. Calculul confirmă presupunerea inițială, făcută prin analogie cu teoria supraconductorilor:

Argument 12:

Bosonul W capătă masă nenulă prin interacțiunea cu câmpul Higgs.

Pentru al treilea boson W rămas și pentru bosonul X se alege apoi o combinație liniară între cele două. Ecuațiile arată că una dintre combinații descrie o particulă de o masă *nulă*, iar cealaltă o particulă de o masă de repaus diferită de cea a bosonilor W^- și W^+.

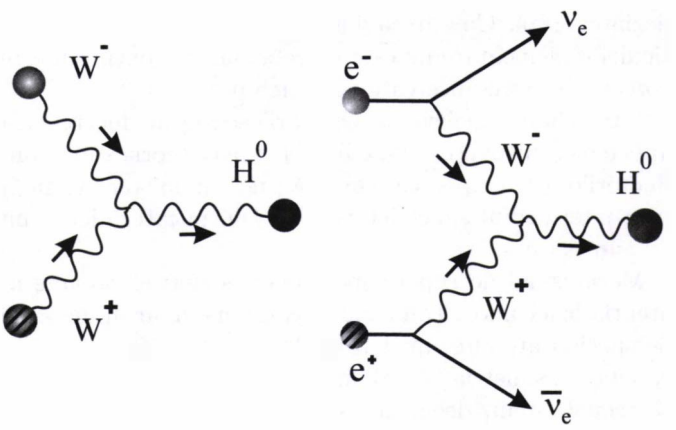

Figura 17.25: *În stânga este reprezentată diagrama Feynman a unui proces prin care bosonii W^+ și W^- fuzionează într-un boson Higgs (particula câmpului Higgs). Deoarece W^- este antiparticula bosonului W^+, procesul poate fi privit și ca emisia unui boson Higgs de către bosonul W^+. În dreapta este reprezentată fuziunea bosonilor W^+ și W^-. Ea stă la baza uneia dintre metodele de detecție ale bosonului Higgs în viitoarele acceleratoarele moderne de particule ce vor ciocni electroni și pozitroni cu energie foarte mare.*

Vom identifica prima particulă cu *fotonul*, căci vom recunoaște în ecuații că ea va media numai interacțiunea dintre electroni și nu dintre neutrini, așa cum ne doream, căci neutrinii nu au sarcină electrică. Cea de-a doua particulă care iese din combinație se numește *boson Z* și ea definește ceea ce se numesc *interacțiuni neutre* (vezi figura 17.26). Aceste interacțiuni au loc între toți electronii și neutrinii. Bosonul Z are masa de repaus nenulă și este lipsit de sarcină electrică.

Introducerea fotonului este momentul când electromagnetismul este *unificat* cu teoria interacțiunilor nucleare slabe. Noua teorie unificată poartă numele de *teoria electroslabă*. În această teorie avem deci *trei fermioni* (un electron de chiralitate dreapta și câte un electron și un neutrin de chiralitate stânga) și *patru bosoni*: doi bosoni W^- și W^+ de masă de repaus nenulă, un boson Z de altă masă nenulă și un foton de masă identic nulă. Toate interacțiunile au loc în cadrul simetriei $SU(2) \times U(1)$. Avem următoarea concluzie:

Argument 13:

Interacțiunea dintre bosonii originari W și bosonul Higgs conduce la un boson de masă nulă, identificat cu fotonul. Mecanismul unifică electromagnetismul cu teoria nucleară slabă în ceea ce se numește teoria electroslabă.

În căsuța matematică următoare schițăm lagrangeanul care descrie interacțiunea dintre câmpul Higgs și câmpul bosonilor W, în urma cărora acești din urmă vor căpăta masă de repaus nenulă. Calculele vor fi o extensie a metodei prezentate în căsuța matematică a secțiunii 174.

Calcul: *Teoria electro-slabă*

Să introducem *câmpul Higgs* ca fiind descris la origine de un izospinor, adică un ansamblu de *două* câmpuri scalare complexe

$$\phi(x) = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_3 + i\phi_4 \\ \phi_1 + i\phi_2 \end{pmatrix}$$
$$\phi^\dagger = \begin{pmatrix} (\phi^+)^* & (\phi^0)^* \end{pmatrix}$$

unde $\phi_1, \dots \phi_4$ sunt câmpuri reale. Câmpul $\phi^\dagger$ este forma transpusă și conjugată a câmpului ϕ. Daca ar fi liber, lagrangeanul acestui câmp ϕ ar fi, prin analogie cu relația din secțiunea 174, dat de:

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \phi)^\dagger (\partial^\mu \phi) + \frac{m^2}{2}\phi^\dagger\phi - \frac{\lambda^2}{4}(\phi^\dagger\phi)^2$$

Relația aceasta (matriceală!) diferă puțin de cea din secțiunea precedentă. Astfel, nu mai apare un factor de $1/2$ din fața primului termen, care a fost integrat în definiția lui ϕ, ceea ce duce și la o redefinire a constantelor m și λ.

Forma de mai sus este invariantă la o transformare generală, pe care o alegem sub forma următoare:

$$\phi' = U\phi; \qquad U = \exp\left(-\frac{i}{2}\beta\right) \exp\left(-\frac{i}{2}\sum_{a=1}^{3}\tau_a\theta_a\right)$$

În relația de mai sus θ_a sunt cele trei matrici 2×2 ale lui Pauli (vezi secțiunea 172), iar β, θ_1, θ_2 și θ_3 sunt patru numere reale. Față de forma din secțiunea 172, remarcăm că apare un semn minus la primul termen. Aceasta deoarece cele doua particule asociate stărilor de izospin (ϕ^+ și ϕ^0) vor avea sarcini electrice diferite, încorporate în alegerea transformării U.

Astfel, urmărind aceeași discuție din secțiunea 172, vedem că particula din starea de izospin „sus" (particula ϕ^+) va avea o sarcină electrică ce este o sumă a doi termeni. Primul termen asociat transformării $e^{-i\beta/2}$ va genera o sarcină electrică care este o jumătate din cea a pozitronului, iar a doua transformare (ce devine $e^{-i\theta_3/2}$) va genera aceeași valoare. Sarcina totală va fi pozitivă și egală cu a pozitronului. În cazul particulei ϕ^0 sarcina electrică totală va ieși nulă.

După cum vedem, transformarea U de mai sus are loc în cadrul simetriei $U(1) \times SU(2)$. Ea a fost însă asociată bosonilor W și X din secțiunea 172. Atunci, la o transformare locală $\beta(x)$ și $\theta_a(x)$ putem alege să transformăm și câmpurile asociate acestor doi bosoni, și anume $W_\mu^a(x)$ și $X_\mu(x)$, conform relațiilor prezentate în secțiunea 172. Găsim atunci forma lagrangeanului care este invariantă la transformările locale de etalonare, dacă substituim ∂_μ cu *derivata covariantă* D_μ în $\mathcal{L}$.

Forma derivatei covariantei D_μ atașate transformărilor alese mai sus o vom reconstrui cu „regula" ad-hoc din secțiunea 172. Mai întâi, trebuie să extragem exponentul din fiecare transformarea U.

Apoi, trebuie să înlocuim β sau θ_a cu un produs dintre constanta de cuplaj atașată transformării respective și noul câmp asociat:

$$\phi' = e^{-\frac{i}{2}\tau_a\theta_a}\phi \;\Rightarrow\; -\frac{i}{2}\tau_a\theta_a \Rightarrow\; -\frac{i}{2}\tau_a\left(gW_\mu^a\right)$$
$$\phi' = e^{-i\frac{\beta}{2}}\phi \;\Rightarrow\; -\frac{i}{2}\beta \;\Rightarrow\; -\frac{i}{2}\left(g'X_\mu\right)$$

Rezultatele trebuie adunate la derivata parțială ∂_μ pentru a obține acțiunea derivatei covariante D_μ asupra câmpului ϕ:

$$\boxed{D_\mu = \partial_\mu - \frac{i}{2}g\tau_a W_\mu^a - \frac{i}{2}g'X_\mu}$$

Aici g și g' sunt constanele de cuplaj ale interacțiunii electroslabe și am folosit convenția lui Eintein (avem o sumă după termenii cu indici a pentru că ei se repetă de două ori).

Prin substituția $\partial_\mu \to D_\mu$ și $\partial^\mu \to D^\mu$ în ecuația lagrangeanului $\mathcal{L}$ cu care am început în această secțiune, vom obține forma ce descrie interacțiunea dintre câmpul Higgs ϕ și câmpul bosonilor W și X:

$$\mathcal{L} = (D^\mu\phi)^\dagger(D_\mu\phi) + \frac{m^2}{2}\phi^\dagger\phi - \frac{\lambda^2}{4}(\phi^\dagger\phi)^2$$

La fel ca în secțiunea 174, acesta este doar începutul de drum. Astfel, pentru că termenul ne masă m^2 este pozitiv în relația de mai sus, înseamnă că aici câmpul Higgs va avea o valoare clasică nenulă în fiecare punct din spațiu, dat de relația $(\phi_0^\dagger\phi_0)^2 = m^2/\lambda^2$, pentru a-și minimiza energia potențială. Vom face atunci următoarea substituție pentru a descrie doar *oscilațiile* în jurul valorii nenule a vidului

$$\phi(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ \eta \end{pmatrix} + \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_3' + i\phi_4' \\ \phi_1' + i\phi_2' \end{pmatrix}$$

Aici am notat cu $\eta = m/\lambda$ alegerea noastră particulară a stării de vid, având faza nulă în fiecare punct al spațiului.

Forma de mai sus se simplifică mai departe, urmărind argumentul din secțiunea 174 referitor la transformările de etalonare locale posibile. Astfel, deși câmpul originar $\phi(x)$ are simetria „ruptă", *oscilațiile* $\phi_i(x)$ în jurul valorii nenule a vidului η au încă o simetrie. De aceea, putem simplica ecuațiile alegând o simetrie particulară. Alegerea fizicienilor este

$$\phi(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ \eta \end{pmatrix} + \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ h(x) \end{pmatrix}$$

Mai sus, valoarea $\eta = m/\lambda$ este un *număr real* ce reprezintă mărimea câmpului Higgs clasic în fiecare punct din spațiu, chiar și în vid. Funcția $h = h(x)$ reprezintă *oscilațiile* câmpului Higgs în jurul valorii sale clasice de energie minimă. Odată cuantificate, aceste oscilații vor

descrie o nouă particulă, pe care o denumim *bosonul Higgs*. Așa cum am prezentat în secțiunea precedentă, ecuațiile arată că acest boson are o masă de repaus nenulă, care se va dovedi dată de m.

Noi nu vom insista mai departe pe proprietățile bosonului Higgs și ne vom concentra pe mecanismul prin care bosonii W capătă masă de repaus nenulă. Rezultatul acesta este datorat exclusiv câmpului Higgs ce are valoarea nenulă η în toate punctele din spațiu. De aceea, să calculăm primul termen din lagrangeanul $\mathcal{L}$ neglijând oscilațiile $h(x) \approx 0$ și scriind:

$$\phi(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ \eta \end{pmatrix}$$

Ar părea atunci că primii termeni în $\mathcal{L}$ sunt nuli, deoarece $\partial_\mu \eta = 0$. Cu toate acestea, în D_μ apar și câmpurile W_μ^a și X_μ care sunt nenule. Folosind matricile lui Pauli din secțiunea 172 avem:

$$D_\mu\phi \rightarrow \left(-\frac{i}{2}g\tau_a W_\mu^a - \frac{i}{2}g'X_\mu\right)\begin{pmatrix} 0 \\ \eta \end{pmatrix} =$$

$$= -\left[\frac{ig}{2}\begin{pmatrix} W_\mu^3 & W_\mu^1 - iW_\mu^2 \\ W_\mu^1 + iW_\mu^2 & -W_\mu^3 \end{pmatrix} + \frac{ig'}{2}X_\mu\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]\begin{pmatrix} 0 \\ \eta \end{pmatrix} =$$

$$= -\frac{i\eta}{2}\begin{pmatrix} gW_\mu^1 - igW_\mu^2 \\ -gW_\mu^3 + g'X_\mu \end{pmatrix}$$

Matricea $(D^\mu\phi)^\dagger$ va fi transpusa și conjugata matricii de mai sus, în forma contravariantă devenind o matrice linie cu doar două elemente:

$$(D^\mu\phi)^\dagger \rightarrow \frac{i\eta}{2}\left(gW_1^\mu + igW_2^\mu \qquad -gW_3^\mu + g'X^\mu\right)$$

Înmulțind cele două matrici, avem:

$$(D^\mu\phi)^\dagger(D_\mu\phi) = -\left(\frac{i\eta}{2}\right)^2\Big[(gW_1^\mu + igW_2^\mu)(gW_\mu^1 - igW_\mu^2)$$
$$+ (-gW_3^\mu + g'X^\mu)(-gW_\mu^3 + g'X_\mu)\Big]$$

Decompunând parantezele în prima parte, folosind $W_1^\mu W_\mu^2 = W_\mu^1 W_2^\mu$, doi termeni se vor anula:

$$(D^\mu\phi)^\dagger(D_\mu\phi) = \frac{\eta^2 g^2}{4}W_1^\mu W_\mu^1 + \frac{\eta^2 g^2}{4}W_2^\mu W_\mu^2 + \qquad (1)$$
$$+ \frac{\eta^2}{4}(-gW_3^\mu + g'X^\mu)(-gW_\mu^3 + g'X_\mu)$$

Termenii din dreapta conțin numai câmpurile W și X și ei trebuie adăugați la lagrangeanul „ultim" al universului. Atunci însă, se vor combina cu termenii care descriu evoluția câmpurilor în vid, prezentați în secțiunea 172. După cuantificare, ei vor descrie particule de masă de repaus *nenulă*.

Astfel, putem compara rezultatul de mai sus cu cel prezentat în ultima căsuță matematică a secțiunii 174, acolo unde am descris ecuațiile fotonului masiv de masă m', prin intermediul unui termen suplimentar la lagrangeanul inițial. Comparând cele două rezultate, vedem cum câmpurile $W^1(x)$ și $W^2(x)$ vor descrie particule a căror masă de repaus va fi:

$$\frac{(m')^2}{2} = \frac{\eta^2 g^2}{4} \Rightarrow \boxed{m' = M_{W^1} = M_{W^2} = \frac{g\eta}{\sqrt{2}}}$$

Pentru cel de-al treilea termen, vom face o transformare

$$Z_\mu = \frac{gW_\mu^3 - g'X_\mu}{\sqrt{g^2 + g'^2}} = \cos\theta_W W_\mu^3 - \sin\theta_W X_\mu$$
$$A_\mu = \frac{g'W_\mu^3 + gX_\mu}{\sqrt{g^2 + g'^2}} = \sin\theta_W W_\mu^3 + \cos\theta_W X_\mu$$

Aici $\tan(\theta_W) = g'/g$ poartă numele de *unghiul lui Weinberg*. Din relațiile de mai sus vedem că al treilea termen din ecuația (1) se scrie compact:

$$\frac{\eta^2}{4}(g^2 + g'^2)Z_\mu Z^\mu = \frac{(M_Z)^2}{2}Z_\mu Z^\mu$$

Comparând acest rezultat cu cel din secțiunea 174, observăm că particula asociată câmpului Z_μ va căpăta o masă de repaus nenulă:

$$\boxed{M_Z = \frac{\eta\sqrt{g^2 + g'^2}}{\sqrt{2}} = \frac{g\eta}{\sqrt{2}\cos\theta_W} = \frac{M_{W^1}}{\cos\theta_W}}$$

Din experimentele de împrăștiere dintre electroni și neutrini s-a estimat unghiul lui Weinberg ca fiind $\sin^2\theta_W = 0,225$. Știind că masa bosonului W este $M_W = 78,6$ GeV, obținem din relațiile precedente și masa bosonului Z: $M_Z = M_W/\cos\theta_W = 89,3$ GeV. Această valoare prezisă a fost confirmată experimental, așa cum se vede în figura 17.26.

Vedem că, după alegerile de mai sus, pentru câmpul A_μ nu apare nici un termen de forma $A_\mu A^\mu$. Urmărind discuția din secțiunea 174, putem spune că acest câmp va avea masa de repaus nulă:

$$\boxed{M_A = 0}$$

Vom asocia atunci bosonului Z interacțiunile *neutre*, iar bosonului A interacțiunile *electromagnetice*, pentru că ne așteptăm ca masa de repaus a fotonului să fie nulă. Pentru a verifica corectitudinea alegerii de mai sus, trebuie să rescriem interacțiunea dintre leptoni și să arătăm că interacțiunea electromagnetică apare numai între electroni. Interacțiunea dintre leptoni și noile câmpuri a fost introdusă în căsuța matematică a secțiunii 172 și ea este descrisă de următorii termeni:

$$i\overline{L}\gamma^\mu\left(-\frac{i}{2}g\tau_a W_\mu^a+\frac{i}{2}g'X_\mu\right)L+i\overline{R}\gamma^\mu\left(ig'X_\mu\right)R \quad (2)$$

Așa cum am mentionat în secțiunea 141, termenii de mai sus sunt responsabili de interacțiunea dintre particule. Fiecare dintre ei reprezintă un vertex în amplitudinea de probabilitate, în care particulele ce interacționează în vertex se identifică după câmpurile care apar în termeni.

De exemplu, termenii în care apar câmpurile W_μ^1 și W_μ^2 se obțin înlocuind matricile Pauli τ_1 și τ_2 din secțiunea 172:

$$\mathcal{L}_i=i\overline{L}\gamma^\mu\left(-\frac{i}{2}g\tau_1W_\mu^1-\frac{i}{2}g\tau_2W_\mu^2\right)L=$$

$$=i(\overline{\psi}_{\nu L}\quad\overline{\psi}_{eL})\gamma^\mu\left(\frac{-i}{2}g\right)\begin{pmatrix}0 & W_\mu^1-iW_\mu^2\\ W_\mu^1+iW_\mu^2 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\psi_{\nu L}\\ \psi_{eL}\end{pmatrix}$$

În dezvoltarea de mai sus am folosit forma matricilor Pauli τ_1 și τ_2 (vezi secțiunea 172), precum și descompunerea matriceală pentru L în funcție de undele de probabilitate relativiste ale leptonilor de chiralitate stânga, $\psi_{\nu L}$ și ψ_{eL}, așa cum au fost introduse ele în secțiunea 172.

Pentru că în relații apare doar $W_\mu^1-iW_\mu^2$ și $W_\mu^1+iW_\mu^2$, substituim acești termeni, pentru a obține:

$$W_\mu^+=\frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1-iW_\mu^2);\quad W_\mu^-=\frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1+iW_\mu^2)\ \Rightarrow$$

$$\mathcal{L}_i=\frac{g}{\sqrt{2}}\boxed{\overline{\psi}_{\nu L}}\gamma^\mu\boxed{\psi_{eL}}\boxed{W_\mu^+}+\frac{g}{\sqrt{2}}\boxed{\overline{\psi}_{eL}}\gamma^\mu\boxed{\psi_{\nu L}}\boxed{W_\mu^-}$$

În relația de mai sus am încadrat câmpurile care apar în interacțiune, urmărind „rețeta" deja prezentată pentru a identifica particulele care interacționează. Termenul rămas (înmulțit în plus cu i) este amplitudinea de probabilitate a vertexului de interacțiune dintre particule.

Particulele care interactionează sunt atunci fie un antineutrin, neutrin și un boson W^+ (primul termen), fie un antineutrin, neutrin și un boson W^- (al doilea termen). Rezultatul poate fi interpretat ca un proces prin care neutrinii ($\psi_{\nu L}$) absorb sau emit bosoni W^- și W^+ pentru a deveni electroni de chiralitate stânga (ψ_{eL}), așa cum a fost schițat în diagrama Feynman din figura 17.11. Particulele W^+ și W^- sunt atunci încărcate cu sarcină electrică.

Restul termenilor din relația (2) descriu interacțiunea pentru câmpurile W_μ^3 și X_μ. Folosind forma matricii τ_3 din secțiunea 172 și descompunând termenii ce conțin X_μ, obținem următoarele interacțiuni:

$$\mathcal{L}_i=i\overline{L}\gamma^\mu\left(-\frac{i}{2}g\tau_3W_\mu^3+\frac{i}{2}g'X_\mu\right)L+i\overline{R}\gamma^\mu\left(ig'X_\mu\right)R=$$

$$=i(\overline{\psi}_{\nu L}\quad\overline{\psi}_{eL})\gamma^\mu\left(-\frac{i}{2}g\right)\begin{pmatrix}W_\mu^3 & 0\\ 0 & -W_\mu^3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\psi_{\nu L}\\ \psi_{eL}\end{pmatrix}+$$

$$+i(\overline{\psi}_{\nu L}\quad\overline{\psi}_{eL})\gamma^\mu\left(\frac{i}{2}g'X_\mu\right)\begin{pmatrix}\psi_{\nu L}\\ \psi_{eL}\end{pmatrix}-\overline{R}\gamma^\mu\left(g'X_\mu\right)R$$

Înmulțind matricile, termenul de mai sus din densitatea de lagrangean devine:

$$\mathcal{L}_i=\frac{g}{2}\left(\overline{\psi}_{\nu L}\gamma^\mu\psi_{\nu L}-\overline{\psi}_{eL}\gamma^\mu\psi_{eL}\right)W_\mu^3- \quad (3)$$

$$-\frac{g'}{2}\left(\overline{\psi}_{\nu L}\gamma^\mu\psi_{\nu L}+\overline{\psi}_{eL}\gamma^\mu\psi_{eL}\right)X_\mu-g'\left(\overline{\psi}_{eR}\gamma^\mu\psi_{eR}\right)X_\mu$$

Vertexurile de mai sus ce conțin neutrinul au forma:

$$\frac{1}{2}\overline{\psi}_{\nu L}\gamma^\mu\psi_{\nu L}\left(gW_\mu^3-g'X_\mu\right)=\frac{\sqrt{g^2+g'^2}}{2}\boxed{\overline{\psi}_{\nu L}}\gamma^\mu\boxed{\psi_{\nu L}}\boxed{Z_\mu}$$

Mai sus am încadrat câmpurile ce determină particulele care „intră" într-un vertex: un antineutrin, un neutrin și un boson Z (restul de termeni ne va da amplitudinea de probabilitate a procesului). Cum un antineutrin care intră într-un vertex poate privit ca un neutrin care iese, procesul de mai sus mai poate fi interpretat ca emisia sau absorbția unui boson Z de către un neutrin. Vedem astfel că între neutrini acționează interacțiunea slabă prin intermediul bosonului Z.

Interesant este că până acum am identificat toți termenii pentru neutrini și între aceștia nu se află câmpul A^μ. Cu alte cuvinte, câmpul electromagnetic *nu* actionează între neutrini. În termenii rămași vom regăsi interacțiunea dintre electroni prin intermediul bosonului Z și a fotonului. Să ne concentrăm numai pe interacțiunea fotonului. Pentru aceasta, să scriem forma câmpurilor vechi în funcție de cele noi:

$$W_\mu^3=A_\mu\sin\theta_W+Z_\mu\cos\theta_W$$
$$X_\mu=A_\mu\cos\theta_W-Z_\mu\sin\theta_W;$$

Să înlocuind formele de mai sus în relațiile care au mai rămas din (3) și să selectăm *numai termenii în care apare câmpul electromagnetic* A_μ. Pentru electronii de chiralitate dreapta avem

$$-g'\left(X_\mu\right)\overline{\psi}_{eR}\gamma^\mu\psi_{eR}\ \Rightarrow\ -g'\left(\boxed{A_\mu}\cos\theta_W\right)\boxed{\overline{\psi}_{eR}}\gamma^\mu\boxed{\psi_{eR}}$$

Pentru electronii de chiralitate stânga vom obține

$$-\frac{1}{2}(gW_\mu^3+g'X_\mu)\overline{\psi}_{eL}\gamma^\mu\psi_{eL}\ \Rightarrow$$
$$-\frac{1}{2}(g\sin\theta_W A_\mu+g'\cos\theta_W A_\mu)\overline{\psi}_{eL}\gamma^\mu\psi_{eL}=$$
$$=-g'\left(\boxed{A_\mu}\cos\theta_W\right)\boxed{\overline{\psi}_{eL}}\gamma^\mu\boxed{\psi_{eL}}$$

Mai sus am folosit relația $g \sin\theta_W = g' \cos\theta_W$. Termenii încadrați reprezintă câmpurile ce identifică particulele care apar într-un vertex de interacțiune. Rezultatul de mai sus ne spune că electronii de ambele chiralități pot emite și absoarbi particulele câmpului A_μ (fotoni), deoarece un pozitron care intră în vertex (termenii $\overline{\psi}_{eL}$ și $\overline{\psi}_{eR}$) poate fi identificat ca un electron ce iese din vertex, sau că un electron și un pozitron se anihilează într-un vertex.

Odată ce acești termeni ai câmpurilor vor fi îndepărtați din relatia de mai sus, vom obține amplitudinea de probabilitate a vertexului de interacțiune (după ce înmulțim cu i). După cum vedem însă, am obținut *aceeași* amplitudine de probabilitate asociată vertexurilor, atât pentru electronii de chiralitate stânga, cât și pentru cei de dreapta (ceea ce înseamnă că electronii de chiralitate stânga și dreapta au aceeași sarcină electrică).

Rezultatul este remarcabil. Aceasta înseamnă că identificare noastră a câmpului A_μ cu câmpul electromagnetic a fost corectă. Mai mult, comparând vertexul de mai sus cu cel din electrodinamica cuantică (secțiunea 145), vedem că sarcina electrică q a electronilor (de *ambele* chiralități) va deveni, cu convențiile folosite în această lucrare:

$$q = g' \cos\theta_W = g \sin\theta_W$$

Desigur, dezvoltând mai departe toți termenii densității de lagrangean $\mathcal{L}$ cu ajutorul derivatei covariante D_μ, vom obține și celelalte interacțiuni dintre particule. Dintre acestea, un rol important îl joacă interacțiunile *bosonului Higgs*, care este particula asociată oscilațiilor câmpului $h(x)$ în jurul valorii clasice nenule a câmpului Higgs. O parte din interacțiuni sunt prezentate în figura 17.25.

Vedem astfel că, în final, am *unificat* teoria interacțiunilor slabe, mediată de bosonii W^1, W^2 și Z (având masă de repaus nenulă) cu cea a interacțiunilor electromagnetice, mediată de foton, particula de masă nulă a câmpului A_μ. Am obținut astfel *teoria electroslabă*.

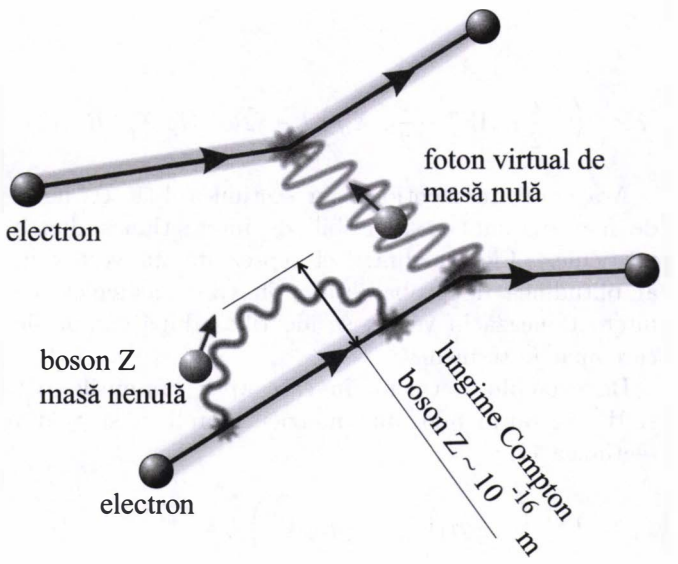

Figura 17.26: *În figură este exemplificată interacțiunea dintre doi electroni aflați la distanță mare unul de altul. Electronul de jos emite atât un boson Z virtual (mijlocitor al interacțiunilor neutre) cât și un foton. Bosonul Z are însă masă nenulă, și deci un timp de viață scurt în starea virtuală. El este reabsorbit de electronul care l-a emis, neavând șansa să ajungă la celălalt electron, dacă distanța dintre electroni este mare. Fotonul virtual (mijlocitorul interacțiunilor electromagnetice) are însă masa de repaus nulă și o rază infinită de acțiune. El poate ajunge la celălalt electron, unde este și absorbit în exemplul de mai sus.*

Unificarea teoriei slabe cu electromagnetismul este considerată unul din marile succese ale fizicii. Cu toate acestea, sunt mulți fizicieni care consideră că unificarea nu este completă, deoarece teoria electroslabă este descrisă de *două constante de cuplaj* g și g' ale interacțiunilor, una pentru simetria $SU(2)$ și alta pentru simetria $U(1)$. Raportul celor două constante este dat de așa-numitul *unghi Weinberg*, după numele fizicianului Steven Weinberg, iar acest raport trebuie determinat experimental, el nu este o consecință a teoriei.

În noua teorie electroslabă există deci patru bosoni ce mediază interacțiunile dintre electroni și neutrini: *fotonul* (pentru electroni), *bosonul Z* (pentru toți leptonii) și doi bosoni W^- și W^+ pentru interacțiunea dintre electroni și neutrini. În plus însă, să nu uităm, avem acum și *bosonul Higgs*, cel ce descrie acum *fluctuațiile cuantice* față de starea de vid clasic nenulă a câmpului Higgs.

Din păcate însă, masa bosonului Higgs este un parametru care nu poate fi extras din celelalte constante experimentale deja determinate. Concluzia neplăcută este că teoria *nu prezice* o valoare pentru masa de repaus a bosonului Higgs. Aceasta a făcut mai dificilă detectarea bosonului Higgs în experimente, așa cum vom vedea mai târziu.

Teoria ne dă un număr mare de diagrame Feynman pentru tot felul de interacțiuni între particule. În primul rând ea conduce la o definiție mai precisă a bosonului Higgs, ca fiind cuanta *oscilațiilor* câmpului Higgs în jurul valorii nenule de echilibru. O altă consecință sunt diagramele Feynman care arată că bosonii W^- și W^+ emit bosoni Higgs. Diagramele sunt foarte utile atunci când vrem să identificăm experimentele de pe urma cărora putem măsura bosonul Higgs în acceleratoarele moderne de particule (vezi figura 17.25).

Chiar dacă teoria electroslabă nu prezice masa bosonului Higgs, ea prezice multe alte elemente, printre care și masa de repaus a *bosonului Z*. Ea este legată de masa bosonilor W^- și W^+ și *tăria* interacțiunilor electroslabe. Astfel, să ne aducem aminte că constanta de cuplaj a interacțiunilor *electromagnetice* este dată în esență de probabilitatea ca un electron să emită un foton, care, la rândul ei, se reduce la sarcina electrică a electronului. Pe de altă parte, constanta de cuplaj g a interacțiunilor nucleare slabe (mediate de bosoni $W^\pm$) este dată de probabilitatea ca electronii sau neutrinii să emită bosoni $W^\pm$.

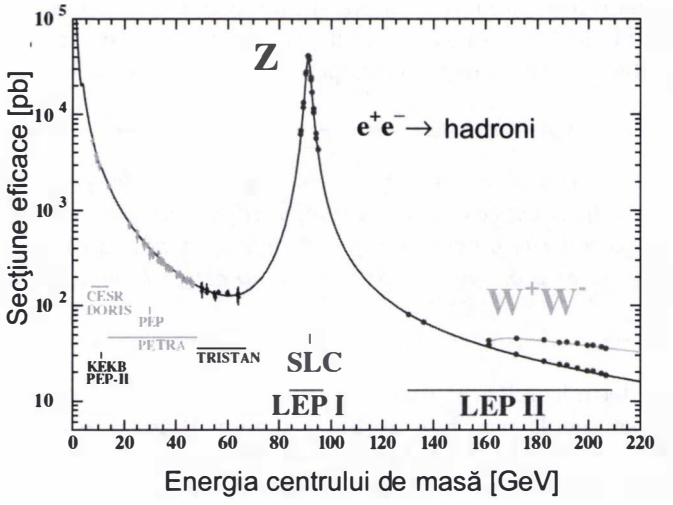

Figura 17.27: *Secțiunea eficace de împrăștiere a electronilor cu pozitroni, pentru diverse produse ale reacției. Secțiunea eficace este reprezentată pe axa verticală și ea reprezintă o mărime a interacțiunii dintre electroni și pozitroni. Pe axa orizontală este prezentată energia totală a perechii incidente formată de electron și pozitron. De remarcat că această energie este mult mai mare decât energia totală a perechii în repaus (de ordinul a 1MeV). Maximumul care apare în jur de* $90\,GeV$ *reprezintă procese prin care perechea electron-pozitron formează un boson Z ce se dezintegrează mai târziu în alte particule:* $e^+e^- \to Z$*. Aceasta înseamnă că masa de repaus a bosonului Z trebuie să fie de aproximativ* $90\,GeV$*. Imaginea este reprodusă din articolul „Precision electroweak measurements on the Z resonance" de M.W. Grunewald și colaboratorii, prezent la pagina de internet arxiv.org/abs/hep-ex/0509008v3, cu permisiunea autorilor.*

Așa cum am menționat, chiar dacă interacțiunile electromagnetice sunt unificate cu interacțiunile nucleare slabe în noua teorie electroslabă, rămânem cu cele două constante de cuplaj g și g' ale interacțiunilor fundamentale (vezi figura 17.11 și figura 17.12). Raportul acestor două numere este dat de așa-numitul *unghi al lui Weinberg* $\tan\theta = g'/g$. Relația pentru masa bosonului Z se dovedește atunci a fi $m_Z = m_W/\cos\theta$, unde m_W este masa de repaus a bosonilor W^- și W^+ (vezi căsuța matematică). Folosind unghiul θ, fizicienii au putut *prezice* masa bosonului Z. Întrebarea este: confirmă experimentele masa prezisă a bosonului Z?

Este interesant de observat că, atunci când fizicienii Steven Weinberg și Abdus Salam au propus teoria electroslabă, *renormarea* ei nu era clară. Ca atare, articolul inițial al lui Weinberg din anul 1967 nu a fost citat de nimeni timp de 3 ani! Când însă a devenit clar că teoria este renormabilă, a început o adevărată vânătoare pentru observarea experimentală a bosonului Z. Câștigătorii au fost fizicienii Carlo Rubbia și Simon van der Meer. Ei au fost primii care au observat bosonii $W^\pm$ și Z, primind Premiul Nobel în anul 1984 pentru această remarcabilă realizare.

Măsurătorile lor au *confirmat* masa prezisă a bosonului Z, cu o eroare ce a ajuns astăzi mai mică decât 1% (vezi măsurători recente în figura 17.27). Acesta este unul dintre cele mai puternice rezultate în favoarea modelului standard, în special a interacțiunii electroslabe, și o dovadă *indirectă* a existenței bosonului Higgs.

Să ne reamintim că electronii emit bosoni Z, nu numai fotoni. De aceea prezența bosonului Z duce la corecții în toate experimentele în care interacțiunea dintre electroni este prezentă (vezi figura 17.26). Măsurători precise ale interacțiunii dintre electroni au confirmat contribuția bosonului Z alături de foton. Deoarece și neutrinii (care nu au sarcină electrică) emit câte un boson Z, interacțiunile intermediate de bosonul Z se numesc *interacțiuni neutre*. Denumirea subliniază faptul că bosonul Z nu are sarcină electrică.

Acum, o mică observație despre renormarea teoriei. Așa cum am menționat, întregul mecanism Higgs a fost pus în scenă pentru a da o masă de repaus nenulă bosonului W, păstrând însă teoria renormabilă. Este însă așa? Calculele confirmă faptul că teoria rămâne renormabilă. Acest mecanism este la urma urmei similar cu cel din supraconductori (despre care știm că funcționează), deci ne așteptăm să obținem rezultate lipsite de infiniți, iar acest lucru este confirmat de teoreticieni.

176. Achiziția de masă nenulă a electronului

Iată-ne ajunși spre sfârșitul teoriei electroslabe. Am introdus câmpul Higgs care este responsabil de ruperea de simetrie și am discutat despre achiziția de masă nenulă pentru bosonul W, ambele urmând linia teoriei supraconductorilor. Teoria, așa cum este dezvoltată până acum, nu conține un element fundamental, pe care nu l-am introdus încă: masa de repaus *nenulă* a electronilor!

Astfel, să ne reamintim că am ales la început masa de repaus a electronilor identic nulă pentru a-i face pe aceștia „rudă" cu neutrinii, pe care i-am considerat tot de masă de repaus nulă. În acest fel electronul de chiralitate stângă și neutrinul de chiralitate stângă au putut fi considerați două stări de isospin ale unei aceleiași particule originare, formând împreună o combinație în cadrul simetriei $SU(2)$. Pentru aceasta însă, atât electronul, cât și neutrinul au trebuit să fie „eliberați" de masa lor de repaus.

Dacă îndrăgim ecuațiile matematice care însoțesc aceste fenomene, am putea încerca să reintroducem masa electronului conform termenilor obișnuiți din teoria *electrodinamicii cuantice*. Mai direct, am pune masa de repaus la loc în ecuații, acolo de unde am scos-o înainte. Atunci însă am avea imediat o problemă cu invarianța locală la transformările locale de etalonare. Astfel, deoarece undele de probabilitate ale electronilor de chiralitate stângă și de chiralitate dreapta se transformă diferit în simetriile $SU(2)$ și $U(1)$ asociate, sistemul nostru de electroni și neutrini *nu* ar mai fi invariant la transformările de etalonare locale.

Avem noroc însă. O altă manieră prin care electronul poate reprimi masa de repaus nenulă, păstrând invarianța la transformările locale de etalonare, este prin intermediul

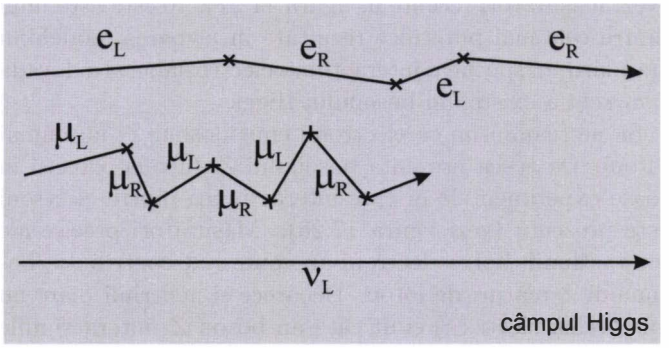

Figura 17.28: *Sus este reprezentată mișcarea unui electron în „marea" câmpului Higgs nenul. Inițial, electronul are masa identic nulă. Electronul interacționează cu câmpul Higgs, și la fiecare interacțiune (reprezentată printr-o cruce mică) el își schimbă chiralitatea (reprezentată prin „L" pentru chiralitate stânga și „R" pentru chiralitate dreapta). Datorită interacțiunii, electronul se mișcă mai încet, capătând masa de repaus nenulă. La mijloc este prezentată situația miuonului, rudă a electronului. Pentru că aici interacțiunea cu câmpul Higgs este mai puternică (are loc mai des), miuonul capătă o masă de repaus nenulă mai mare. Jos de tot este situația neutrinului de chiralitate stânga. Aici neutrinul nu are voie să interacționeze cu câmpul Higgs, pentru că el ar căpăta atunci chiralitate dreapta, or un astfel de neutrin nu a fost observat în experimente. Neutrinul nu va putea interacționa cu câmpul Higgs prin acest model și va rămâne cu masa de repaus nulă.*

câmpului Higgs! Astfel, putem adăuga un termen la densitatea de lagrangean $\mathcal{L}$ care lasă teoria invariantă la transformările locale de etalonare ale simetriei $SU(2) \times U(1)$, deja existente.

Noul termen descrie cum electronul interacționează cu câmpul Higgs, iar în cursul procesului își schimbă *chiralitatea.* Dacă el este un electron de chiralitate stânga, devine după aceea un electron de chiralitate dreapta, și invers. Amplitudinea de probabilitate a acestui proces (tăria interacțiunii dintre electron și câmpul Higgs) este cea care dă în final masa nenulă a electronului (vezi figura 17.28).

Într-o imagine simplificată, ne vom imagina electronul de masă de repaus inițial nulă deplasându-se într-un spațiu care nu este vid, ci în care se află câmpul Higgs nenul. De fiecare dată când electronul interacționează cu câmpul Higgs, el își va schimba chiralitatea, iar acest proces îi încetinește mișcarea. Rezultatul va fi un electron având o masă de repaus *nenulă* (pentru că înaintează mai greu). Masa electronului se obține ca fiind proporțională cu tăria interacțiunii și cu valoarea finită pe care o ia câmpul Higgs în vid.

Din păcate, această tărie a interacțiunii dintre electron și câmpul Higgs nu iese din ecuații, ci trebuie introdusă acolo. În practică, înseamnă că nu cunoaștem tăria interacțiunii directe dintre electron și bosonul Higgs, și deci *nu putem prezice* masa electronului. Desigur, știind masa electronului, putem calcula tăria interacțiunii, însă ar fi fost foarte frumos și elegant dacă am fi putut scoate tăria interacțiunii din ecuații și apoi prezice masa electronului. Iată-ne ajunși la un alt argument al teoriei electroslabe, pe care îl menționăm pentru a completa modelul:

Argument 14:

Electronul capătă masă de repaus nenulă prin interacțiunea directă cu câmpul Higgs, interacțiune care trebuie adăugată. Electronul își schimbă chiralitatea ori de câte ori are loc un astfel de proces.

Mecanismul prin care particulele ca electronul capătă masă nenulă prin intermediul câmpului Higgs este *vizualizat* în literatura de popularizare prin prezența unei persoane celebre la o petrecere (vezi figura 17.29). Dacă până a intra cameră ea se putea deplasa ușor (pentru că nu e era recunoscută), odată intrată în cameră persoana celebră va aduna în jurul ei foarte multi curioși care vor dori să asculte ce spune. Deplasarea ei prin cameră va fi apoi *îngreunată.* În acest fel și electronii capătă masă nenulă

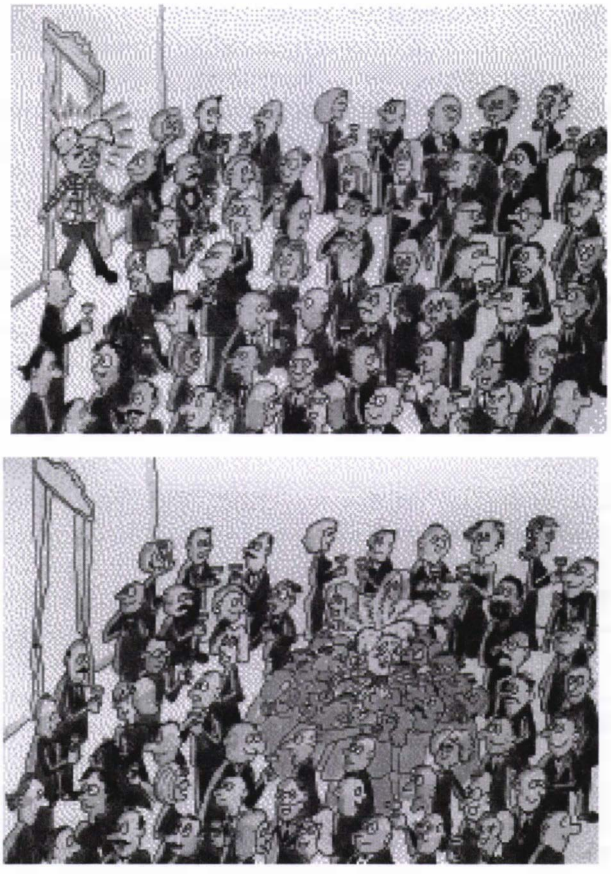

Figura 17.29: *O schiță care explică achiziția de masă nenulă a unei particule prin interacțiunea cu câmpul Higgs. Sus, particula este reprezentată ca o persoană importantă care intră într-o încăpere. Mulțimea de oameni care se găsește deja în cameră reprezintă câmpul Higgs. Odată ce persoana cunoscută se mișcă în adunare, ea atrage atenția asupra ei (schița de jos), ceea ce face înaintarea în mulțime mult mai dificilă. Mișcarea sa încetinește, și ea poate fi asociată unei mase de repaus nenulă a particulei.* ©*David J Miller și CERN.*

odată ce sunt aruncați în vidul care numai vid nu e, pentru că în el câmpul Higgs este *finit*, iar interacțiunea cu acest câmp finit îngreunează mișcarea electronului.

În această descriere, masa *nenulă* a bosonului Higgs poate fi descrisă ca deplasarea unui zvon în cameră. Dacă cineva aude ceva și îi spune vecinului, se vor aduna laolaltă mai mulți vecini, care vor spune altor vecini, iar în acest fel zvonul se va transmite singur mai departe.

Calcul: *Masa electronului*

O manieră prin care putem introduce alți termeni în lagrangean, *păstrând invarianța la transformările locale de etalonare*, este prin intermediul câmpului Higgs. Astfel, continuând căsuța matematică a secțiunii 175, alegem să adăugăm la lagrangean un termen de forma:

$$\delta\mathcal{L} = -g_e\overline{L}\phi R + g_e\overline{R}\phi^\dagger L$$

Mai sus L este forma matriceală cu două linii a undei de probabilitate a particulelor de chiralitate stângă, R cea a electronului de chiralitate dreapta și ϕ este câmpul Higgs (tot o matrice coloană cu două linii).

Aducându-ne aminte de „rețeta" prin care identificăm particulele care interacționează într-un vertex prin intermediul câmpurilor ce apar în lagrangeanul de interacțiune $\delta\mathcal{L}$, vedem că forma de mai sus se poate interpreta ca procesul prin care un lepton de o chiralitate dată (să zicem, L) interacționează cu câmpul Higgs ϕ pentru a căpăta chiralitate opusă (de exemplu, R). Procesul este reprezentat în figura 17.28.

Atunci când efectuăm o transformare generală $L' = UL$ în cadrul simetriei $SU(2)$, trebuie să transformăm și câmpul Higgs. Așa cum a fost detaliat în secțiunea 175, alegerea este chiar $\phi' = U\phi$, pentru transformările din simetria $SU(2)$. Avem:

$$-g_e\overline{L}'\phi' R = -g_e(\overline{L}U^\dagger)(U\phi)R = -g_e\overline{L}\phi R$$

Vedem că lagrangeanul se păstrează invariant la transformările de etalonare ale simetriei $SU(2)$, deoarece matricea U este unitară: $U^\dagger U = I$.

Atunci când are loc ruperea de simetrie, câmpul Higgs va lua o valoare nenulă chiar și în cazul clasic, peste tot în vid. Folosind alegerea din secțiunea 175, avem o aproximare a primei părți din lagrangean:

$$-g_e\begin{pmatrix}\overline{\psi}_{\nu L} & \overline{\psi}_{eL}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\ \eta\end{pmatrix}\psi_{eR} = -(g_e\eta)\overline{\psi}_{eL}\psi_{eR}$$

Remarcabil, termenul de mai sus include doar electroni. A doua parte din lagrangeanul $\delta\mathcal{L}$ are o formă asemănătoare, așa încât obținem:

$$\begin{aligned}\delta\mathcal{L} = &-(g_e\eta)\overline{\psi}_{eL}\psi_{eR} - (g_e\eta)\overline{\psi}_{eR}\psi_{eL} = \\ = &-g_e\eta\left(\overline{\psi}_{eL}\psi_{eR} + \overline{\psi}_{eR}\psi_{eL}\right) = -g_e\eta\,\overline{\psi}\psi\end{aligned}$$

În ultima parte am folosit o relație ce se demonstrează folosind definiția spinorilor pentru electronii de cele două chiralități din secțiunea 172 (demonstrația nu o mai facem aici). Ultimul termen este însă identic cu termenul de masă din lagrangeanul câmpului Dirac, introdus în secțiunea 136. Prin comparație, vedem că electronul a căpătat o masă de repaus nenulă m_e:

$$m_e = g_e\eta$$

După cum se vede din ecuații, un astfel de termen nu apare pentru neutrini, ceea ce înseamnă că neutrinii nu achiziționează masă de repaus nenulă prin intermediul câmpului Higgs.

Vedem astfel că mecanismul prin care electronul a căpătat masă de repaus prin intermediul bosonului Higgs este unul de succes. Din păcate, mecanismul nu funcționează pentru neutrin. Aici, dacă am folosi același mecanism, ar trebui ca neutrinul să își *schimbe* chiralitatea la interacțiunea cu câmpul Higgs. Cu toate acestea, neutrinul nu are decât *o singură chiralitate*, cea de stânga! Cu alte cuvinte, neutrinul nu poate interacționa cu câmpul Higgs, pentru că altfel ar obține chiralitate de dreapta, ori această particulă nu a fost observată în experimente. Iată de aceea ultimul argument în lunga noastră listă:

Argument 15:

Neutrinul nu poate capăta masă de repaus nenulă în modelul actual prin mecanismul Higgs, pentru că chiralitatea lui s-ar schimba la interacțiunea cu câmpul Higgs și neutrinul ar ajunge de chiralitate dreapta. În experimente, neutrinii sunt numai de chiralitate stânga.

După cum vedem, modelul standard al particulelor, așa cum este construit până acum, nu explică masa de repaus *nenulă* a neutrinilor, cu toate că ea a fost confirmată recent experimental, așa cum vom vedea în secțiunea 183. Aceasta reprezintă o primă problemă majoră a modelului standard al particulelor elementare, iar teoreticienii încearcă să includă masa de repaus a neutrinilor într-o versiune extinsă a modelului standard. Forma acestuia nu e stabilită clar până acum.

În final, să facem o mică observație privind masa originară a electronului, așa cum a fost ea introdusă în secțiunea 147. Astfel, masa de repaus originară a electronului se consideră în modelul standard al particulelor inițial *nulă*. După interacțiunea cu bosonul Higgs ea va deveni nenulă. Apoi însă, în urma interacțiunii cu fotonii virtuali, masa electronului capătă componente suplimentare, unele dintre ele divergente.

Masa finală a electronului trebuie să fie cea observată în experimente. De aceea *mărimea interacțiunii* cu bosonul Higgs și cu câmpul electromagnetic trebuie aleasă în așa fel încât masa experimentală a electronului să fie cea observată în laborator, ținând cont de divergențe în cadrul teoriilor renormate. Masa experimentală va avea însă acum două componente, una datorată interacțiunii cu bosonul Higgs și alta datorată interacțiunii cu norul de particule virtuale din jurul său, întrepătrunse una cu cealaltă.

177. Quarcii și interacțiunea slabă

Să observăm că am început studiul interacțiunilor nucleare slabe cu dezintegrarea beta a neutronului, dar după aceea ne-am ocupat doar de electroni și neutrini. Este clar însă că interacțiunea slabă e nu numai apanajul *leptonilor* (adică a electronilor, neutrinilor și diverselor lor generații), dar și apanajul *hadronilor* (particulele formate din quarci), ca neutronul, care apare în dezintegrarea beta.

Acest lucru nu ar trebui să fie o surpriză foarte mare: știm, de exemplu, că protonii au sarcină electrică, deci prezintă interacțiuni electromagnetice. Cum însă am văzut că interacțiunile electromagnetice sunt o formă particulară a interacțiunilor *electroslabe*, nu este de mirare că și protonii prezintă interacțiuni electroslabe.

Desigur, același argument îl putem aduce și pentru quarci, particulele din care sunt compuși protonii sau neutronii, pentru că și quarcii au sarcină electrică. Quarcii interacționează prin intermediul forței electrice, deci și prin intermediul forțelor electroslabe, care nu sunt decât o „pălărie" mai mare pentru forțele electrice.

Lucrul acesta îl recunoaștem direct dacă revenim la procesul de *dezintegrare beta* din care am dedus apoi procesul de interacțiune dintre un neutrin electronic ν_e și un neutron n. Procesul a fost detaliat în secțiunea 172 și îl reproducem:

$$\nu_e \to e^- + W^+$$
$$n + W^+ \to p$$

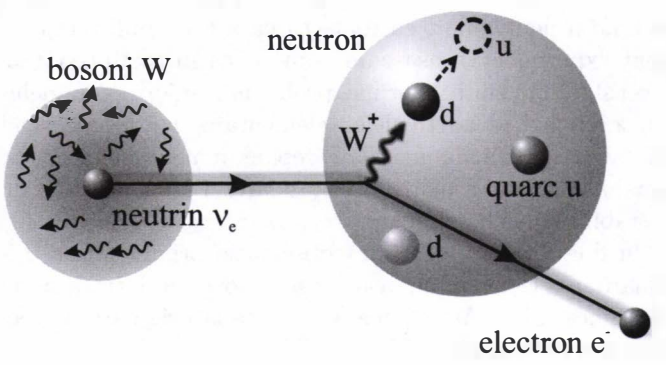

Figura 17.30: *Interacțiunea dintre un neutrin și un neutron, explicată pe componente (vezi și figura 17.8). Aici un neutrin împreună cu norul său de bosoni virtuali W (stânga) penetrează mai întâi neutronul. Neutronul este format din trei quarci, ddu. Dacă neutrinul ajunge în apropierea quarcului d la o distanță aproximativ de o sută de ori mai mică decât dimensiunea neutronului, atunci quarcul d poate absorbi un boson W^+ din norul virtual al neutrinului. Emisia bosonului W^+ va face din neutrin un electron, iar absorbția bosonului W^+ de către quarcul d va face din acesta din urmă un quarc u. Ansamblul de quarci devine acum udu, adică un proton.*

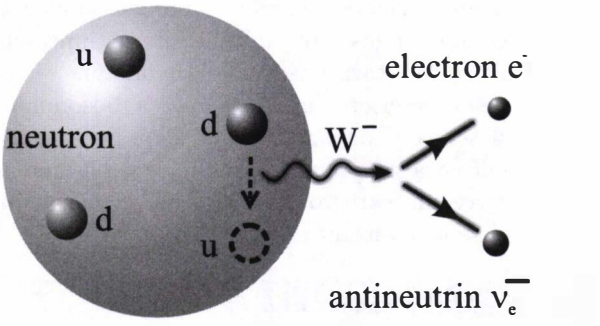

Figura 17.31: *Dezintegrarea beta explicată pe părțile sale componente. Aici un neutron este un ansamblu de trei quarci: udd. Mai întâi un quarc d se transformă într-un quarc u prin emisia unui boson W^-. Transformarea quarcului aduce cu sine transformarea neutronului (udd) într-un proton (udu). Mai departe, bosonul W^- se dezintegrează într-un electron e^- și un antineutrin electronic $\overline{\nu}_e$. Deoarece neutrinii nu au sarcină electrică, bosonul W^- trebuie să aibă sarcină electrică negativă, el fiind antiparticula bosonului W^+.*

Prima relație a reprezentat emisia unui boson W^+ de către un neutrin ν_e și ea a fost „cheia" noastră de început, pentru că în acest proces neutrinul *se transformă* într-un electron. Am văzut că procesul nu este decât o consecință a faptului că electronul și neutrinul sunt două stări de isospin ale aceleiași particule originare. Starea de isospin se schimbă dacă particula emite sau absoarbe bosoni W.

Acum însă ne vom întoarce privirea către al doilea proces. Un *neutron* n absoarbe un boson W^+ pentru a se transforma într-un proton p. Nu putem oare presupune că atât neutronul, cât și protonul sunt două stări de isospin ale unei particule originare și că această stare de isospin se schimbă cu emisia sau absorbția bosonului W? În acest fel, am introduce natural interacțiunea slabă pentru neutroni și protoni în simetria $SU(2)$, și n-ar trebui decât să copiem procesul aplicat pentru electroni și neutrini. La urma urmei, la fel am procedat și atunci când am introdus două stări de isospin pentru bosonul Higgs, pentru ca el să poată interacționa cu bosonul W.

O asemenea încercare ar fi utilă, însă am trebui să fim puțin mai îndrăzneți, dacă ne aducem aminte că raza de acțiune a bosonului W este de aproape 10^{-18} m, adică de aproximativ o sută de ori mai mică decât dimensiunea neutronului! În acest caz, nu ar fi mai interesant să asociem interacțiunea slabă particulelor din care este compus neutronul, mai precis quarcii? La urma urmei, quarcii sunt particule elementare, pe când neutronul nu este. Nici această propunere nu este o surpriză, deoarece quarcii au sarcină electrică, interacționează electromagnetic, și deci electroslab.

Pentru a vedea mai în detaliu ce se întâmplă cu quarcii în procesele de interacțiune nucleară slabă, vom detalia a doua reacție prezentată mai sus, cea în care un neutron n absoarbe un boson W^+ pentru a deveni un proton. Astfel, neutronul are o compoziție de quarci *udd*, iar protonul are compoziția *udu* (vezi figura 17.30). Cea mai naturală

propunere este atunci că un singur quarc d din neutron absoarbe un boson W^+ pentru a deveni un quarc u:

$$n(udd) + W^+ \to p(udu) \quad \Rightarrow \quad d + W^+ \to u$$

Vom aplica atunci ideea noastră cu două stări de isospin în cadrul simetriei $SU(2)$, însă nu pentru proton și neutron, ci pentru quarcul d și quarcul u. Aceste două stări de isospin ale aceleiași particule originare ar fi descrise de simetria $SU(2)$.

Acceptând că aromele de quarci vin împerecheate câte două în stările de isospin ale simetriei $SU(2)$, putem arunca în bătălie tot arsenalul *teoriilor de etalonare* Yang-Mills. Astfel, vom reconstrui interacțiunea acestor quarci cu același boson W (purtător al interacțiunii dintre particule în simetria $SU(2)$), așa cum am procedat la electroni și neutrini, sau la câmpul Higgs (care avea și el tot două stări de isospin).

Desigur, urmând această rețetă, descoperim interacțiunea nucleară slabă și între ceilalți quarci, aranjându-i pe grupuri de câte două stări de isospin și urmărind dezintegrările experimentale (nu numai ale neutronului, dar și ai celorlalți *barioni*). Dacă am face acest exercițiu am avea o surpriză plăcută: gruparea quarcilor doi câte doi se regăsește deja în tabelul particulelor elementare prezentat în 15.18! Astfel, cei șase quarci par să fie aranjați în trei *generații*, fiecare generație având câte *doi* quarci, adică exact de câți avem nevoie:

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$$

Quarcii u și d, cei care apar în *dezintegrarea beta* a neutronului, formează într-adevăr prima generație, având o masă de repaus apropiată, în jur de câțiva MeV. Quarcii c și s formează a doua generație, având o masă de repaus de 100MeV respectiv $1,2$GeV. A treia generație este formată din quarcii t și b. Ne-am aștepta atunci ca o generație de doi quarci să fie exact perechea de două stări de isospin pe care o căutam în simetria $SU(2)$. Quarcii vor putea atunci emite și absorbi bosoni W, care sunt particulele purtătoare de interacțiune în simetria $SU(2)$, așa cum ne dorim.

Procedura de mai sus este în mare corectă, cu o „mică" diferență însă. Astfel, experimentele arată că cei doi quarci care formează o generație nu sunt chiar cele două stări de isopin pe care ni le dorim în simetria $SU(2)$! Aceste stări de isospin ale simetriei $SU(2)$ sunt de fapt *combinații liniare* ale quarcilor din diverse generații. Fizicienii obișnuiesc să scrie perechile care formează două stări de isospin în simetria $SU(2)$ într-o alegere particulară ca:

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}$$

Observați semnul prim ' care apare pentru quarcii de pe a doua linie, d', s' și b'. Aceștia sunt *combinații liniare* ale quarcilor cunoscuți, combinații care sunt descrise de o matrice U de numere complexe:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}; \quad |U| = \begin{pmatrix} 0,974 & 0,223 & 0,003 \\ 0,224 & 0,973 & 0,041 \\ 0,008 & 0,040 & 0,999 \end{pmatrix}$$

De remarcat că matricea este aproape diagonală, ceea ce înseamnă că presupunerea noastră de la început nu era prea departe de adevăr. În matrice am scris numai *modulele* numerelor complexe care formează matricea, pentru că aceasta este tot ce știu cu certitudine deocamdată fizicienii (fazele numerelor complexe nu sunt cunoscute cu erori suficient de mici).

În plus, trebuie menționat că elementele acestei matrici sunt toate niște constante experimentale care *nu* sunt prezise de teorie. După cum vedem, experimentul ne aduce surprize, ceea ce nu înseamnă decât că mai este mult de descoperit în modelul standard al particulelor elementare. Numerele de mai sus reprezintă astăzi încă o *enigmă*, iar originea lor este subiect activ de cercetare. De ce este primul element $0,974$ și nu $0,875$, să spunem? Nu știm...

Matricea de mai sus este cunoscută ca *matricea CKM*, după numele descoperitorilor ei, fizicienii Nicola Cabibbo, Makoto Kobayashi și Toshihide Maskawa. Ultimii doi sunt laureați ai Premiului Nobel în anul 2008 pentru această descoperire, deși mari merite are și Nicola Cabibbo. El a fost primul care a prezis că de fapt quarcii care intră în interacțiunile slabe sunt *combinații liniare* ale celor definiți în interacțiunile nucleare tari. Cabibbo a găsit prima combinație liniară a matricii de mai sus, și anume $d' \approx 0,97d + 0,22s$, și de aceea ne putem imagina surpriza unor fizicieni în anul 2008 atunci când nu i-au regăsit numele pe lista laureaților Premiului Nobel.

Așa cum am menționat, nu știm încă de ce trebuie să considerăm combinații liniare ale quarcilor pentru interacțiunile slabe și de ce termenii combinațiilor liniare (date de matricea CKM) au valoarea experimentală pe care o au. Cu toate acestea, noua matrice a adus un câștig neașteptat, căci ea a permis integrarea în teorie a ruperii de simetrie *sarcină-paritate* CP (de la *charge-parity*, în engleză). Despre aceasta vom vorbi în secțiunea 182. Acolo vom vedea că în natură se produc un număr *diferit* de neutrini de chiralitate stânga și antineutrini de chiralitate dreapta.

Până atunci însă, să facem un exercițiu de imaginație și să privim elementele matricii CKM. Nu este fascinant că, la ora actuală, nu știm de ce ele au forma de mai sus? Nu înseamnă că natura ne mai așteaptă cu alte descoperiri?

18

Cercetări actuale în fizica particulelor elementare

În capitolele precedente am reconstruit împreună teoriile principale ale fizicii microscopice: *teoria interacțiunilor de culoare* și *teoria interacțiunilor electroslabe* (care include și electromagnetismul). Dincolo de caracterul tehnic al acestor teorii, descoperim o lume a interacțiunilor dintre particule care ne este mai puțin familiară în viața cotidiană. Particulele, de exemplu, nu se ciocnesc ca bilele de biliard, ci își schimbă bosoni virtuali în interacțiunile dintre ei, în multiplele procese virtuale care au loc simultan.

Fizica particulelor elementare este însă mai mult decât una dintre numeroasele ramuri ale fizicii. Ea poartă în sine ca o săgeată dorința noastră de a cunoaște legile universului în care trăim, urmărind logica reducționismului: știind legile elementelor componente ale lui sistem (particulele elementare) vom putea reconstrui comportarea întregului sistem (universul însuși).

O astfel de abordare își are limitările ei, așa cum ne demonstrează *știința complexității*: dacă știm legea de mișcare a unei molecule din aer, nu înseamnă că vom reconstrui automat mișcarea maselor de aer și prezice vremea. Dacă știm legile care guvernează legăturile chimice ale atomilor de carbon, oxigen și hidrogen, nu înseamnă că vom ști automat cine suntem.

Prin natura ei, fizica particulelor elementare este constrânsă să analizeze „bucățele" din ce în ce mai mici ale materiei, și de aceea cunoștințele se obțin din ce în ce mai greu. Este adevărat că progresul tehnologic ajută la aceste investigații, însă nu mai este cazul anilor de început, atunci când un grup de cercetare de câțiva oameni putea face descoperiri epocale. Astăzi este nevoie de acceleratoare de particule din ce în ce mai mari și mai scumpe și de grupuri de cercetători de chiar sute sau mii de oameni pentru a obține rezultate noi.

Cu toate dificultățile întâlnite, cercetătorii continuă să facă descoperiri fundamentale în fizica universului microscopic, chiar dacă nu în ritmul anilor de început, cu consecințe în înțelegerea chiar a universului macroscopic. Vom vorbi și noi în secțiunile următoare despre masa nenulă a neutrinilor sau despre problema asimetriei dintre materie și antimaterie. Vom călători către începutul universului folosind cunoștințele dobândite în fizica particulelor elementare și vom descoperi o explozie la fel de spectaculoasă ca Big Bang-ul, cea a universului inflaționar.

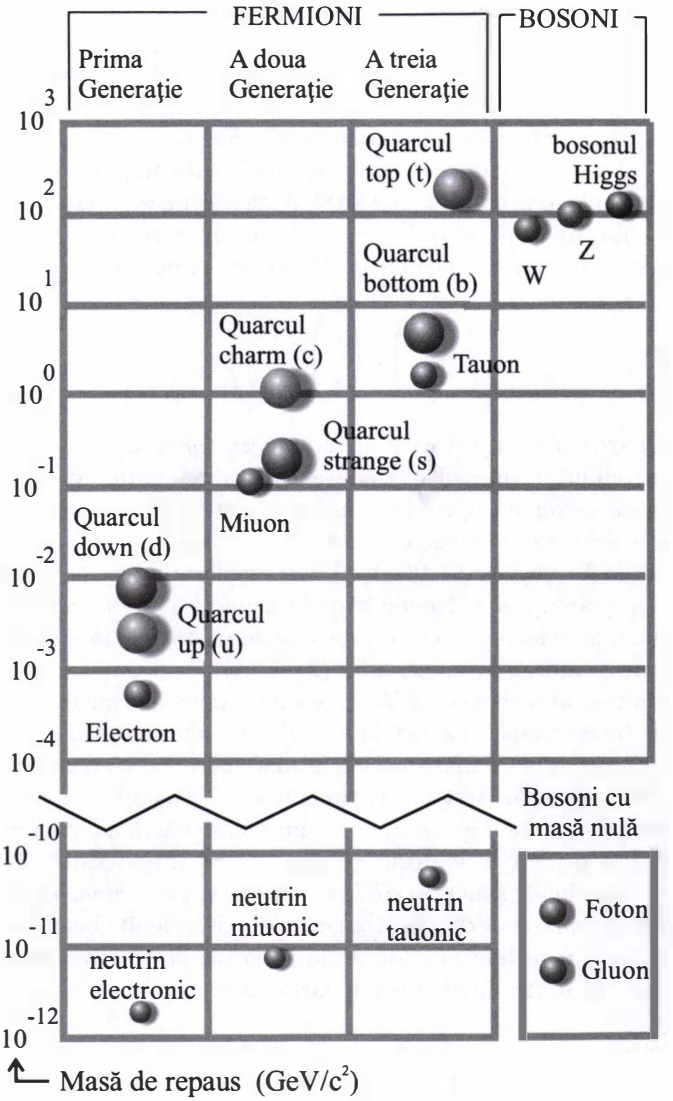

Figura 18.1: *O reprezentare a tuturor particulelor elementare. Pe axa verticală este masa de repaus exprimată în GeV/c^2, iar pe axa orizontală organizarea pe generații. Masa neutrinilor este numai orientativă.*

Spre sfârșitul capitolului vom intra în problematica acceleratorului modern de particule Large Hadron Collider,

de la Geneva. Proiectul este cel mai mare din fizica ultimilor ani și urmărește în principal confirmarea și măsurarea bosonului Higgs, care am văzut că este una dintre cărămizile fundamentale ale modelului standard al particulelor elementare.

Dincolo de aceste rezultate tehnice însă, acest proiect major inspiră generații întregi de tineri care se formează acum pe băncile școlii și care, prin articolele și emisiunile de popularizare pe marginea acestui subiect, intră în contact cu cel mai mare mister pe care îl vor întâlni în viața lor: natura și originea universului în care trăiesc.

178. Modelul standard al particulelor elementare

În capitolele precedente am prezentat interacțiunile de culoare pentru quarci, precum și interacțiunile electroslabe care au loc atât între quarci, cât și între leptoni. În acest fel am reușit să trecem în revistă cele două teorii ale modelului standard: *teoria interacțiunilor de culoare* (cea care ține quarcii împreună în protoni) și *teoria interacțiunilor electroslabe* (cea care unifică interacțiunea slabă nucleară cu electromagnetismul).

În această secțiune vom recapitula principalele concluzii ale capitolelor precedente, pentru a vedea unde am ajuns și a pune lucrurile puțin în perspectivă. Nu e banal faptul că am redus toate particulele cunoscute la câteva componente elementare și nici faptul că am descris toate interacțiunile dintre particule prin doar două tipuri: interacțiunea electroslabă și interacțiunea de culoare. Toate aceste elemente, adunate împreună, formează *modelul standard al particulelor elementare* (vezi tabelul 18.1).

Teoria electroslabă ne arată că interacțiunea dintre particulele elementare (atât leptoni cât și quarci) este mediată nu numai de fotoni și de bosonii W^+ și W^-, dar și de bosonul Z, care a fost astfel prezis de teorie și confirmat de experiment. Desigur, ingredientul cel mai spectaculos al teoriei electroslabe rămâne *câmpul* Higgs, cu *bosonul* Higgs asociat oscilațiilor cuantificate ale sale.

În primul rând, câmpul Higgs are o amplitudine nenulă în orice punct din spațiu, chiar și în vid. Pentru a înțelege ciudățenia situației putem face o comparație cu o familie de furnici care traieste pe o suprafata plană despre care crede că este tot universul, numai ca să descopere mai târziu că acea suprafață este cea a unui ocean înghețat și că sub ea se ascund miliarde de tone de gheață (vezi figura 18.2). Tot astfel și universul nostru este „plin" în fiecare punct al spațiului (chiar și în vid) cu câmp Higgs, care este peste tot într-o stare „înghețată" (vezi secțiunea 174). De aceea noi nu percepem existența câmpului Higgs în primă instanță, chiar uriaș fiind, deoarece câmpul Higgs clasic „înghețat" nu fluctuează decât foarte puțin.

Pare o întoarcere la vechea teorie a eterului, atâta doar că, de data aceasta, câmpul Higgs este compatibil cu teoria relativității restrânse și nu creează contradicții. Așa cum am văzut însă, câmpul Higgs este indispensabil dacă vrem

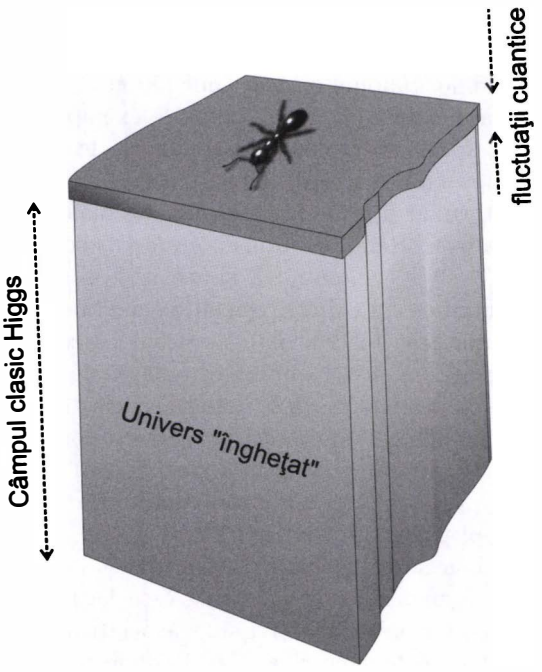

Figura 18.2: *O reprezentare a câmpului Higgs pentru univers. O furnică pe suprafața unui ocean înghețat nu vede miliardele de tone de gheață de sub suprafață, tot așa cum noi nu simțim câmpul Higgs clasic care are o valoare foarte mare în orice punct al vidului cosmic. Ceea ce detectăm noi sunt fluctuațiile cuantice ale acestui câmp Higgs în jurul valorii clasice și interacțiunile sale, interacțiuni care se reflectă, de exemplu, în masa de repaus nenulă a electronilor sau quarcilor.*

să obținem *ruperea spontană de simetrie* chiar în cazul în care spațiul este vid. Căci, cum s-ar putea rupe o simetrie a spațiului fără a pune ceva în el? Prin analogie cu teoria supraconductorilor, avem nevoie de acest mecanism pentru a obține masa de repaus nenulă a bosonului W, păstrând teoria renormabilă.

Câmpul Higgs, chiar dacă este „înghețat", are fluctuații *cuantice* în jurul valorii sale nenule, fluctuații descrise de o nouă particulă, numită *boson Higgs.* Prin interacțiunea sa cu celelalte particule, câmpul Higgs reușește să le dea celor mai multe dintre acestea o masă de repaus nenulă. Mecanismul are loc atât pentru electron, cât și pentru quarc, dar mai ales pentru *bosonul W*, pentru că în acest caz teoria interacțiunilor nucleare slabe rămâne renormabilă. O combinație specială de bosoni rămâne cu masa de repaus nulă în urma interacțiunii cu câmpul Higgs, iar această combinație poartă numele de *foton.* În acest fel *teoria electroslabă* unifică teoria interacțiunilor nucleare slabe cu electromagnetismul.

Metoda de mai sus nu poate fi aplicată la neutrin, care în modelul standard are de aceea masa de repaus nulă. Deoarece însă masa experimentală măsurată a neutrinului este nenulă (așa cum vom vedea în secțiunea 183), modelul standard este incomplet. Observați că nu spunem „eronat", pentru că există propuneri de extensie a modelului standard care să accepte masa nenulă a neutrinului.

Teoria electroslabă se aplică la toate generațiile de leptoni: electronul și neutrinul electronic, miuonul și neutrinul miuonic, tauonul și neutrinul tauonic. Generațiile suplimentare (miuonul sau tauonul, de exemplu) nu sunt decât alte specii de electroni, cu o masă de repaus mai mare. După cum a glumit Richard Feynman, este ca și cum Creatorul ar fi vrut să încerce și altă masă de repaus pentru electron. Remarcabil însă, *aceiași* bosoni, fotonul, bosonii W^- și W^+, bosonul Z și același boson Higgs vor media și interacțiunile dintre celelalte generații de leptoni.

Observația aceasta crucială este ușor de acceptat dacă ne gândim că *același* câmp electromagnetic acționează pentru *toate* particulele care au sarcină electrică, indiferent din ce „materie" sunt alcătuite ele. Și noile generații de leptoni vor interacționa prin aceiași bosoni W și Z, iar noile generații de quarci vor interacționa prin intermediul acelorași opt gluoni.

Prezența acelorași bosoni care mediază interacțiunile între toate generațiile de particule este legată intrinsec de faptul că bosonii respectivi sunt asociați unei simetrii date. Astfel, *toate* simetriile $SU(2)$ (unde particulele au două stări de isospin) generează interacțiuni prin intermediul bosonului W. Avem astfel și perechile de electroni/neutrini, grupul de câte doi quarci organizați pe generații dar și cele două stări de isospin ale bosonului Higgs. Bosonii W și Z sunt deci purtători ai interacțiunilor între toate particulele cu două stări de isospin, care au o simetrie a gradului intern de libertate $SU(2)$.

Teoria cromodinamicii cuantice descrie interacțiunea dintre quarci. Ei au mai multe *arome* și generații. Un quarc de aromă dată are *trei* culori, care se manifestă în simetria $SU(3)$. Mediatorii interacțiunii în această simetrie sunt *gluonii*, ceea ce face ca *aceiași* gluoni să acționeze între toți quarcii, indiferent de aromă. Și în acest caz particulele purtătoare de interacțiune (gluonii) sunt o caracteristică a simetriei $SU(3)$. Această observație devine importantă când căutam o simetrie mai înaltă a particulelor elementare, care a fost „ruptă" cândva, pentru că în acest fel poate vom unifica toate interacțiunile.

Trebuie să menționăm că, din fericire, ambele teorii menționate aici, *cromodinamica cuantică* și *teoria electroslabă*, sunt renormabile, conducând deci la predicții experimentale finite. Cele două teorii formează împreună *modelul standard al particulelor elementare*. Modelul standard este astăzi aproape tot ce știm despre interacțiunile dintre particulele elementare, și el reprezintă o culme a cunoașterii umane despre realitatea fizică ce ne înconjoară. Acest model standard al particulelor elementare împreună cu teoria relativității generale a lui Einstein este tot ce am verificat până în acest moment în experimentele noastre cu materia. Ce se află dincolo de modelul standard se poate numi cercetare de către un grup mai optimist, sau speculație de către altul, cu șanse mai mari sau mai mici de reușită.

Să menționăm însă că, la ora actuală, modelul standard al particulelor elementare este unificat cu teoria relativității *restrânse*. Aceasta pentru că mișcarea relativistă a particulelor a fost deja încorporată în modelul standard odată cu introducerea mecanicii cuantice relativiste. Pe de altă parte, teoria relativității generale este o teorie a *spațiului-timp curb*, a cărei legătură cu mecanica cuantică nu este încă clară, și de aceea modelul standard nu este unificat cu teoria relativității *generale*.

Dacă încercăm să aruncăm o privire de ansamblu asupra modelului standard, nu putem să nu remarcăm caracterul lui de improvizație. Astfel, nu avem un argument clar pentru numărul încă mare de particule elementare și pentru ordonarea acestora pe generații. Nu știm de ce unele elemente ale modelului se potrivesc, de exemplu sarcina electrică a electronului și a protonului. Nu știm care este semnificația clară a procesului de *renormare* și ce anume se află în spatele câmpului Higgs. Nu știm de ce quarcii care apar în interacțiunile slabe sunt combinații liniare ale quarcilor care apar în interacțiunile de culoare și nu știm de ce la urma urmei quarcii au trei culori și nu patru, să spunem. Asta ca să nu mai amintim că modelul standard încă nu e compatibil cu masa nenulă a neutrinului măsurată în experimente...

În plus, trebuie să remarcăm că nu toate elementele modelului standard au fost verificate experimental la ora actuală. De exemplu, cu toate că *bosonul Higgs* a fost descoperit în noile experimente de la acceleratorul Large Hadron Collider, detaliile lui nu sunt încă confirmate și sunt astăzi un subiect activ de cercetare.

Toate aceste observații ne țin treji, ne spun că trebuie să căutăm mai bine, mai mult, pentru că mai este încă destul de descoperit. Se prea poate ca cheia noilor descoperiri să stea în relațiile deja descoperite, se prea poate să fie nevoie de noi experimente. Se prea poate ca mâine să descoperim extensia corectă a modelului standard, se prea poate să mai așteptăm 50 de ani, așa cum am așteptat până acum. Unii critici spun că nu am mai făcut progrese fundamentale în fizica teoretică din anii '60, alții că descoperiri epocale ne așteaptă în experimentele de la Large Hadron Collider.

179. O istorie foarte scurtă a universului

Uneori, după atâta teorie, este bine să culegem roadele efortului și să ne bucurăm, împreună, de frumusețea fizicii ce decurge din ele, pentru că suntem asemenea unui pictor. Astfel, ce folos dacă am învățat o tehnică specială de pictat și nu o punem în aplicare, pentru a ne bucura sufletul cu o *reprezentare* aparte a lumii înconjurătoare?

Un astfel de exemplu este istoria universului, de la Big Bang și până astăzi. Despre ea am mai discutat în capitolul 8, unde am introdus câteva elemente esențiale: *expansiunea* universului și *radiația de fond*. În secțiunea de față vom discuta despre formarea diverselor particule în univers, despre momentele de timp în care procesul a avut loc, folosind noțiuni acumulate în capitolul precedent. Următoarea secțiune o vom dedica unei descoperiri mai recente, și anume *inflația universului*.

Înainte însă de a începe, să facem o mică divagație și să ne reamintim cuvintele poetului despre începutul universului, scrise cu o jumătate de secol înainte de apariția teoriei Big Bang-ului. Mai mult decât anticiparea unei descoperiri însă, Eminescu ne face să trăim acele momente

inițiale cu sufletul, dincolo de formule și ecuații: „Fu prăpastie? Genune? Fu noian întins de apă? / N-a fost lume pricepută și nici minte s-o priceapă".

Eminescu nu a fost primul poet care să intuiască momentele originare ale universului, el a fost inspirat de curentele filozofice ale vremii. Dar acest moment inițial de apariție a Universului a existat, așa cum am discutat în capitolul 8. El este desemnat astăzi sub numele de Big Bang.

Atâta doar că există o deosebire față de viziunea lui Eminescu, care spunea: „Căci era un întuneric ca o mare făr-o rază". Versul sugerează că la început exista spațiul, unde se afla „întunericul" și în interiorul căruia ar fi apărut universul. Dar, așa cum știm din teoria relativității, în momentul originar s-au creat atât *spațiul*, cât și *timpul*! Aici este punctul unde filozofia și gândirea noastră analitică eșuează. Cum am putea să ne imaginăm ceva *dinainte* de momentul când însuși timpul a fost creat? Poate însă că întrebarea nu este bine pusă, dacă privim timpul ca pe o interpretare a relațiilor de cauzalitate. Atunci, primului eveniment nu îi precedă nici un altul, deci nu ne mai putem pune problema unui timp.

Momentul originar al universului este dedus din expansiunea sa. Așa cum am văzut în secțiunea 88, deoarece toate stelele se îndepărtează de noi, cu o viteză cu atât mai mare cu cât sunt mai îndepărtate, apare logic ca ele să fi pornit dintr-un moment de început, atunci când erau vecine cu noi. Contrar părerii generale însă, momentul de Big Bang nu înseamnă că tot universul a început dintr-un singur punct, ci doar că stelele care acum sunt la mii de la ani lumină una de alta erau la momentul originar vecine.

Merită să vorbim puțin despre această observație. Astfel, să ne amintim că modelul de univers în care ne aflăm nu este stabilit cu exactitate de cosmologi. Poate că existăm într-un univers *hipersferic* (analogul sferei în mai multe dimensiuni, unde universul este finit în spațiu), într-unul *hiperbolic* (analogul parabolei, cu un univers infinit) sau chiar într-unul *euclidian* la scară mare, astăzi pur și simplu nu știm. Deosebirea dintre modele este mare, căci, după cum vedem, intr-unul dintre ele universul este finit în spațiu iar în celelalte două infinit încă de la început.

Fizicienii ne atrag atenția că, în modelele cosmologice, primele momente ale universului sunt, la scară *locală*, asemănătoare în toate cele trei modele. Practic, dacă urmărim local densitatea de energie, temperatura sau altă caracteristică *locală*, acestea au o comportare asemănătoare în toate cele trei cazuri (pentru momentele de început ale universului). De aceea, este încetățenit obiceiul de a descrie evoluția universului cu ajutorul unui parametru $a(t)$, care poate reprezenta distanța dintre două puncte învecinate (să zicem cele între acum se află un metru) aflate în repaus unul față de altul. Atunci $a(t)$ ar descrie expansiunea spațiului în timp.

În toate cele trei modele ale universului evoluția spațiului $a(t)$ este aproximativ aceeași imediat după Big Bang. Cu toate acestea, există o diferență uriașă dacă ne gândim că universul hipersferic (finit) trebuie să fi pornit dintr-un punct, dar cel hiperbolic (infinit) trebuie să fi fost infinit încă de la Big Bang! Mai mult, o astfel de analiză care ne dă proprietățile locale ale universului după Big Bang nu ne spune nimic despre situația actuală. Este

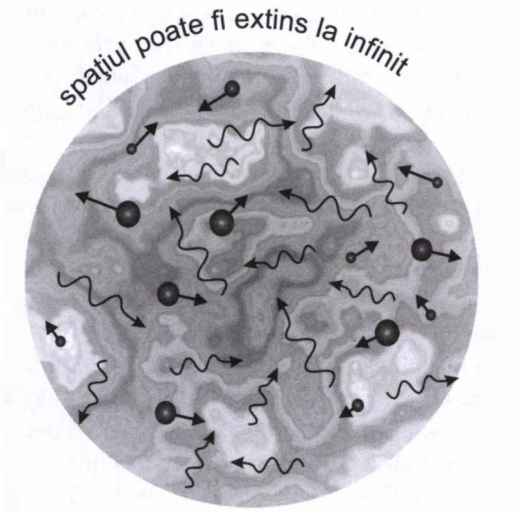

Figura 18.3: *O schiță a universului în era radiației, după Big Bang. Aici particulele ionizate (reprezentate de niște bile) sunt în echilibru termic cu radiația (reprezentată de particulele radiației, săgețile ondulate). În acest mediu apar fluctuații în temperatura medie, reprezentate cu nuanțe mai închise sau mai deschise. De remarcat că am reprezentat o zonă locală a spațiului. Comportarea zonei locale este aproximativ aceeași fie că universul este finit, fie că este infinit încă de la început. Peste tot în spațiu vor fi astfel de fluctuații și particule care își schimbă energia.*

universul infinit? Poate că da... Este finit? Poate că da... Cât de mare?

Deoarece astăzi primim semnale care au plecat cel mult acum 13 miliarde de ani (vârsta aproximativă a universului), cosmologii cred că el trebuie să fie mai mare decât 13 miliarde de ani-lumină. Nu știm însă precis cât de mare, el poate este chiar infinit de mare. Se prea poate ca partea vizibilă a universului de miliarde de ani-lumină să nu fie de fapt decât o fărâmă din tot universul, după cum o stea este o fărâmă dintr-o galaxie, iar o galaxie o fărâmă din universul vizibil.

De aceea, cosmologii obișnuiesc să se refere la *universul observabil*. Acesta este limitat de regiunea până unde a ajuns materia a cărui lumină o mai primim azi (presupunem că telescoapele nu sunt o limitare). Astfel, cu cât ne uităm mai departe, cu atât vedem o lumină care a plecat mai de demult. Limita de timp este impusă de vechimea universului, care este aproximativ 13 miliarde de ani. Dacă avem o rază de lumină care a circulat 13 miliarde de ani, înseamnă că a fost emisă aproape de Big Bang și ne-am aștepta să găsim materia care a emis-o la 13 miliarde de ani-lumină, atât cât este distanța pe care o parcurge lumina în 13 miliarde de ani.

Cu toate acestea, analiza de mai sus este valabilă numai într-un univers static. Universul nostru este însă dinamic, în mod special după Big Bang. Aceasta face ca spațiul să se extindă și după ce lumina a fost emisă acum 13 miliarde de ani. Pe măsură ce timpul se scurge, lumina are mai mult de parcurs (pentru că spațiul din fața ei se extinde), iar materia care a emis-o se îndepărtează de locul emisiei.

Un exemplu este *radiația de fond* pe care noi o receptăm astăzi (vezi secțiunea 89) și care a fost emisă după 380 000

de ani de la Big Bang, deci aproximativ acum 13 miliarde de ani. La momentul emisiei, radiația era mult mai aproape decât 13 miliarde de ani-lumină de noi, pentru că spațiul s-a extins continuu în timpul călătoriei radiației către noi.

Mai mult însă, în timp ce radiația de fond a făcut călătoria, spațiul s-a extins și acolo unde a rămas materia care a emis-o, și ca atare această materie se găsește acum mult mai departe de 13 miliarde de ani-lumină. Astăzi se estimează că materia care a emis radiația de fond se găsește la aproape 45 de miliarde de ani-lumină de noi. Valoarea reprezintă marginea aproximativă a *universului observabil.*

Așa cum am menționat, nici unul dintre modelele cosmologice actuale nu este suficient de precis pentru a ne spune cât de mare este universul în totalitatea lui, dacă este finit sau infinit. Dincolo de aceste 45 miliarde de ani-lumină poate că se află spațiu ce se întinde pe alte miliarde de miliarde de miliarde de ani-lumină, plin de galaxii, stele și minunății pe care nici gândul nu le poate cuprinde. Sau poate că nu, universul fiind o hipersferă aproximativ egală cu universul observabil. Cine știe? Tot ce bănuiesc cosmologii este că toate părțile *observabile* din univers au apărut după Big Bang sub forma unei supe fierbinți și concentrate.

Va mai aduceți aminte de cartea lui Stephen Hawking *O scurtă istorie a timpului* sau de alte cărți similare? Poate v-ați întrebat: oare cum știu fizicienii chiar cu asemenea precizie ce s-a întâmplat în primele microsecunde sau nanosecunde ale universului? La urma urmei, trebuie să ai un curaj enorm ca să spui ce a fost la Big Bang, acum, după miliarde de ani de la crearea universului, când tu nu ai fost acolo și abia te-ai născut pe Pământ.

Ei bine, am ajuns în situația în care putem da puțin la o parte voalul care acoperă misterul acestei analize a fizicienilor. Împreună vom vedea cum putem afla trei lucruri din istoria timpurie a universului: evoluția *dimensiunii* sale cu timpul, evoluția *temperaturii* și momentele când s-au format diversele *particule.* În prima parte a secțiunii vom urmări analiza primară pe care o folosesc fizicienii pentru aflarea acestor variabile. În partea a doua vom merge și noi cu gândul în primele momente ale universului și vom vedea ce s-a întâmplat, pas cu pas.

Așa cum este exemplificat în figura 18.3, ne așteptăm ca la începutul universului, datorită temperaturilor mari, atomii să nu se fi format încă din particulele lor componente (quarci, electroni etc.), particule care sunt încărcate cu sarcină electrică. Materia aceasta este *ionizată*, ceea ce înseamnă că particulele încărcate electric emit și absorb în mod continuu radiație electromagnetică. Radiația a fost la început în echilibru termic cu materia.

Astrofizicienii au arătat că contribuția radiației electromagnetice la energie în primele momente ale universului o depășește pe cea a particulelor. Astfel, universul nu trebuie privit simplist ca plin de praf stelar, dacă vrem să obținem o imagine mai precisă a expansiunii din primele momente ale sale. De fapt, putem identifica *două* etape ale evoluției universului: *era radiației* (atunci când domina radiația electromagnetică) și *era materiei* (atunci când domina energia prafului stelar, vezi figura 18.5).

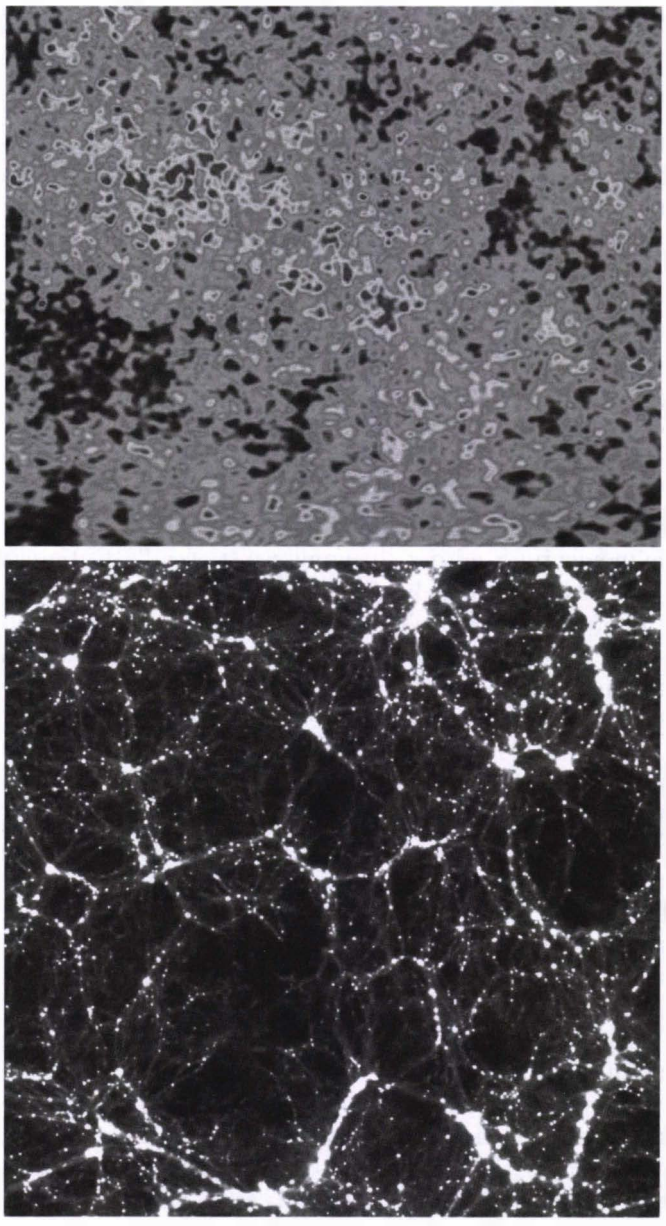

Figura 18.4: *Variațiile de temperatură în radiația de fond (sus) sunt o indicație a fluctuațiilor termice prezente înainte de decuplarea radiației de materie. Aceste fluctuații au contribuit la structura actuală a universului, care este filamentară (imaginea de jos). Aici punctele mai luminoase reprezintă întregi grupuri de galaxii. Imaginea de jos este reprodusă cu permisiunea dr. V. Springel, Institutul de Astrofizică Max-Planck, Garching, Germania.*

În era radiației, *radiatia electromagnetică* este cea care determină în primul rând dinamica universului. La un moment dat însă, după ce universul s-a răcit suficient, electronii și protonii s-au combinat în atomi, care sunt neutri din punct de vedere electric. În acel moment a început *era materiei.* Atunci radiația electromagnetică s-a *decuplat* de materie și a început să se plimbe prin universul aproape gol, răcindu-se odată cu expansiunea acestuia. Universul avea aproape 380 000 de ani.

Rămășițele radiației decuplate de materie le vedem astăzi sub forma *radiației de fond*, așa cum am discutat în secțiunea 89 (vezi figura 18.4). Fizicienii

cred că fluctuațiile termice în radiația electromagnetică ar fi influențat fluctuațiile în concentrațiile de materie. În continuare, materia s-a adunat datorită atracției gravitaționale (iar aici materia întunecată ar fi jucat un rol important), generând structurile filamentare exemplificate în partea de jos a figurii 18.4.

Evoluția universului după Big Bang începe așadar cu *era radiației*. Ecuațiile lui Einstein ne vor spune că distanța medie dintre două puncte vecine $a(t)$ crește în timp, pentru că spațiul se dilată datorită prezenței radiației electromagnetice. El conduce la o expansiune de forma $a(t) \sim \sqrt{t}$. Aici t este timpul de la Big Bang, iar în forma de mai sus recunoaștem expansiunea *decelerată* a universului, pentru că viteza de expansiune $\dot{a}(t) = da(t)/dt \sim 1/(2\sqrt{t})$ scade când timpul trece.

Este interesant de estimat evoluția dimensiunii părții *observabile* din univers. Așa cum am menționat, universul observabil se întinde până la stelele a căror lumină ajunge azi la noi, lumină care a plecat cu aproximativ 13 miliarde de ani în urmă, imediat după momentul Big-Bang. Dimensiunea părții vizibile a universului este de trei ori mai mare, de aproximativ 45 miliarde de ani, datorită expansiunii spațiului. Poate că există stele și dincolo de aceste distanțe, însă lumina de la ele nu a ajuns la noi, pentru că ea nu a putut străbate distanțe mai mari, vârsta universului fiind de aproximativ 13 miliarde de ani.

Dacă notăm dimensiunea *universului observabil* cu $R(t)$, atunci valoarea sa prezentă este de aproximativ $R(t_{azi}) =$ 45 miliarde de ani-lumină. Ea ne permite să calculăm evoluția imediat după Big Bang, făcând câteva presupuneri simplificatoare. De exemplu, putem folosi faptul că era radiației este dominantă până azi (vezi figura 18.5) și ignorăm era materiei. Apoi putem folosi și dependența de timp menționată mai devreme $R(t) \sim a(t) \sim \sqrt{t}$. Obținem prin extrapolare o evoluție aproximativă (până la câteva ordine de mărime) de forma:

$$R(t) \approx \sqrt{\frac{t}{t_P}}\, 10^{-4} \text{ metri}$$

În relația de mai sus constantele au fost ajustate în așa fel încât $R(t_{azi}) \approx$ 45 miliarde de ani-lumină. Modelul ne spune că, la ceea ce se numește timpul Planck $t_P = 1,6 \cdot 10^{-44}$s (ales de noi ca referință), universul observabil avea dimensiuni puțin mai mici de un milimetru.

Să menționăm încă o dată că ea este doar dimensiunea universului observabil la momentul Planck, nu a universului întreg. Se prea poate ca universul la acel timp să fi fost mult mai mare, chiar infinit. În acest caz, desigur, este de așteptat ca miliarde de miliarde de galaxii să se afle dincolo de universul vizibil, galaxii pe care nu le putem detecta acum, pentru că lumina de la ele nu a ajuns la noi.

Evoluția distanței $a(t)$ dintre două puncte vecine ne ajută mai departe să determinăm evoluția proprietăților *locale* ale radiației electromagnetice, aceleași în toate cele trei modele ale universului (chiar și pentru universul infinit în spațiu). Una dintre aceste proprietăți este *densitatea de energie electromagnetică* $\epsilon(t)$.

Față de cazul simplificat al prafului stelar discutat în secțiunea 87, avem o problemă suplimentară: energia totală a radiației electromagnetice *nu se conservă*. Să ne

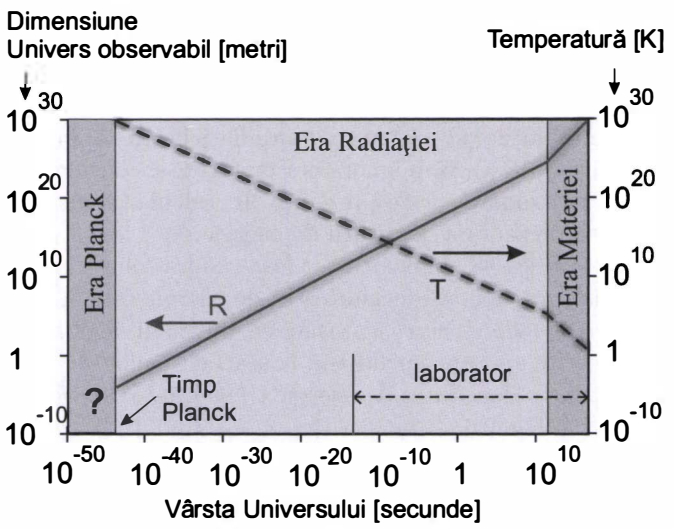

Figura 18.5: *Cu o linie continuă este reprezentată evoluția dimensiunii $R(t)$ a părții observabile din univers (ce conține stelele cele mai îndepărtate a căror lumină a ajuns încă la noi, plecând de acum 13 miliarde ani). Pe axa orizontală este timpul în secunde, pe o scară logaritmică, iar pe axa din stânga este reprezentată dimensiunea $R(t)$. Pe axa din dreapta este reprezentată cu o linie întreruptă temperatura universului, tot pe o scară logaritmică. De remarcat că, pe această scară logaritmică, era radiației domină istoria universului observabil. Pe de altă parte, putem spune că în acceleratoarele moderne reconstruim istoria universului observabil doar după 10^{-13} secunde de la Big-Bang. Aceasta pentru că atunci energia medie a particulelor a fost de câteva mii de GeV, aproximativ egală cu cea obținută astăzi în acceleratoarele moderne.*

aducem aminte că în cazul prafului stelar energia totală se conservă, pentru că ea era dată de numărul de particule de praf, care nu se schimbă. Și în cazul radiației electromagnetice, vom spune că energia totală este dată de numărul total de *fotoni* înmagazinat în radiația electromagnetică, care rămâne în prima aproximație același. Cu toate acestea, așa cum am discutat în secțiunea 89, *lungimea de undă* λ a fotonului se schimbă, datorită expansiunii universului.

Astfel, fotonii pot fi priviți ca niște mici ondulații desenate pe suprafața universului (vezi figura 8.23). Odată ce universul crește, crește și dimensiunea desenului, ceea ce înseamnă că lungimea de undă a fotonului devine mai mare. Creșterea lungimii de undă λ are loc proporțional cu distanța dintre două puncte oarecare $a(t)$, deci $\lambda(t) \sim \sqrt{t}$ folosind evoluția menționată a distanței $a(t) \sim \sqrt{t}$. Atunci energia fotonului va scădea în timp sub forma $E(t) = hf(t) = hc/\lambda(t) \sim 1/\sqrt{t}$. Pe de altă parte, *densitatea de energie* $\epsilon(t)$ este raportul dintre energia totală dintr-un volum și acel volum. Alegând acel volum chiar $a(t)^3$ și ținând cont că numărul de fotoni N din acel volum se păstrează aproximativ constant, obținem pentru densitatea de energie dependența:

$$\epsilon(t) \sim \frac{N \cdot E(t)}{a(t)^3} \sim \frac{1}{\sqrt{t}} \frac{1}{(\sqrt{t})^3} \sim \frac{1}{t^2}$$

Știind densitatea de energie la sfârșitul erei radiației, putem estima în continuare densitatea de energie din momentele de început ale universului, folosind *dependența de timp* de mai sus. Pentru că ne interesează ordinele de mărime ale valorilor și pentru că era radiației este dominantă (vezi figura 18.5), vom ignora era materiei, și considera că numai era radiației este prezentă. În calcule, vom folosi valoarea prezentă a densității de energie.

În secțiunea 88 am menționat însă că universul are o caracteristică specială: densitatea sa de energie este apropiată de o *densitate critică*, care face ca universul să aibă încă o geometrie aproape euclidiană la scări cosmologice. Vom folosi pentru densitatea de energie $\epsilon(t)$ a universului la ora actuală această densitate critică de ordinul 10^{-29}g/cm^3. Folosind și dependența de timp menționată mai devreme $\epsilon(t) \sim t^{-2}$, vom extrapola la momentele de început ale universului pentru a obține:

$$\epsilon(t) \approx 0,1 \frac{E_P}{l_P^3} \left(\frac{t_P}{t}\right)^2$$

În relația de mai sus am ajustat constanta de proporționalitate în așa fel încât $\epsilon(t_{azi}) \approx 10^{-29}\text{g/cm}^3$. Am folosit, pe lângă timpul Planck t_P, și alte constante speciale, desemnate prin E_P, l_P, T_P. Ele poartă numele de *dimensiuni Planck* și ele sunt combinații ale constantelor fundamentale care au dimensiunea dorită de energie E_P, lungime l_P, timp t_P sau temperatură T_P:

$$E_P = \sqrt{\frac{\hbar c^3}{G}} = 1,2 \cdot 10^{19}\text{GeV}; \quad l_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} = 1,6 \cdot 10^{-35}\text{ m}$$

$$t_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}} = 1,6 \cdot 10^{-44}\text{ s}; \quad T_P = \sqrt{\frac{\hbar c^5}{G k_B^2}} = 1,4 \cdot 10^{32}\text{ K}$$

Valorile de mai sus joacă un rol special în fizică, și cu ele o să ne mai întâlnim în secțiunile ce vin. Momentan este important de știut că ele reprezintăsituații extreme ale materiei, în care atât *gravitația*, cât și *mecanica cuantică* joacă un rol important.

De exemplu, nimeni nu se aventurează să prezică ce s-a întâmplat înainte de *timpul Planck* $t_P \approx 10^{-44}$s. De ce? Pentru că atunci spațiul-timp era așa de curbat încât este de așteptat ca *efectele cuantice* să joace un rol important. La ora actuală însă, nimeni nu a reușit să unifice teoria relativității generale cu mecanica cuantică. De aceea, nu avem modele fizice care să ne spună cum s-a comportat universul înainte de timpul Planck.

Mai mult, sunt unii fizicieni care spun că nici nu trebuie să ne întrebăm ce a fost înainte de timpul Planck. Aceasta pentru că *fluctuațiile cuantice* ale spațiului-timp sunt atât de puternice, încât *timpul clasic*, așa cum îl știm noi, nu mai poate fi definit (vezi figura 18.6). De aceea, spun fizicienii, să începem istoria universului cu momentul Planck $t_P \approx 10^{-44}$s.

În cazul nostru, de exemplu, vedem că *densitatea de energie* a universului $\epsilon(t_P)$ la momentul Planck t_P era *aproape egală* cu densitatea de energie Planck $\epsilon_P \approx E_P/l_P^3$. Valoarea acestei densități de energie este uriașă, dacă stăm să ne gândim că densitatea de materie actuală din atom este de aproximativ câțiva protoni pe un volum de 10^{-30}m^3 (dimensiunea atomului). La momentul Planck

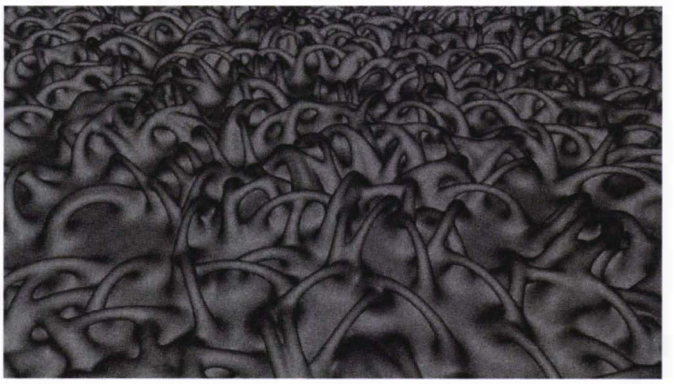

Figura 18.6: *În figură este reprezentată o posibilă configurație a spațiului-timp la dimensiuni miscroscopice, de ordinul lungimii Planck de* 10^{-35} *metri. Aici unii fizicieni cred că spațiul-timp ar avea o structură fragmentară, data de natura sa cuantică, generând structuri microscopice asemănătoare găurilor de vierme. Imagine reprodusă cu permisiunea lui Angus McInnes.*

însă, într-un volum de doar $l_P^3 \approx 10^{-105}\text{m}^3$ (cu 75 de ordine de mărime mai mici) încăpea energie care era de $E_P/E_{proton} \approx 10^{19}$ mai mare decât cea înmagazinată în energia de repaus a protonului.

Am menționat însă că relația pentru densitatea de energie este specială. De ce? Pentru că am început cu o valoare actuală a densității de energie pe care am extrapolat-o la momentul Planck, folosind desigur modelele relativiste. Am obținut însă nu o valoare oarecare a densității de materie la acel moment, ci chiar densitatea Planck, de ordinul a E_P/l_P^3. Un lucru remarcabil, dacă stăm să ne gândim, deoarece Creatorul ar fi putut pune la momentul Planck o densitate oarecare de energie în univers, iar evoluția universului în oricare dintre cazuri ar fi fost mult diferită de cea observată azi.

Observația de mai sus i-a deranjat mulți ani pe fizicieni, care chiar nu cred că cineva stă să le „aranjeze" existența. Așa cum vom vedea în secțiunea următoare, ei propun o altă soluție: *universul inflaționar*, conform căruia, la momentul Planck t_P, universul ar fi avut o densitate de energie chiar mult mai mare decât densitatea Planck.

Știind acum evoluția densității de energie a radiației $\epsilon(t)$ imediat după timpul Planck $t_P \approx 10^{-44}$s, ne vom concentra pe următoarea evoluție, cea a temperaturii medii a radiației. Pentru aceasta trebuie să folosim o relație cunoscută ca *legea Stefan-Boltzmann*. Ea ne spune care este legătura dintre densitatea de energie ϵ a radiației și temperatura T a materiei ionizate cu care radiația este în echilibru termic: $\epsilon = 4\sigma T^4/c$. Aici σ este o constantă universală cunoscută, iar c este viteza luminii.

Legea Stefan-Boltzmann este folosită în termometrele cu infraroșu, cu care estimăm temperatura corpului măsurând cantitatea de radiație emisă. Știind acum evoluția densității de energie $\epsilon(t)$ a radiației, vom înlocui valoarea obținută în relația Stefan-Boltzmann, și obținem evoluția *temperaturii* materiei în era radiației:

$$T(t) = \sqrt[4]{\frac{c \cdot \epsilon(t)}{4\sigma}} \approx 0,6 \cdot T_P \sqrt{\frac{t_P}{t}}$$

După cum vede, la începutul universului ($t = t_P$) temperatura universului (a radiației și a materiei cu care era în echilibru termic) era de mărimea *temperaturii Planck* $T_P = 10^{32}$K. Apoi, temperatura a scăzut continuu (vezi figura 18.5).

Odată ce avem evoluția în timp a temperaturii universului, știm și *energia medie* a particulelor ce formează materia în era radiativă, pentru că radiația este în echilibru termic cu materia. Energia medie a unei particule E_m se calculează din relația statistică a lui Boltzmann $E_m = 3kT/2$, unde k este constanta lui Boltzmann. Ea ne spune că, cu cât este mai mare temperatura, cu atât particulele se ciocnesc mai puternic între ele, deci cu atât crește energia lor medie:

$$E_m(t) = \frac{3kT(t)}{2} \approx 1,6 \cdot E_P \sqrt{\frac{t_P}{t}}$$

După cum vedem, energia particulelor la momentul Planck era comparabilă cu energia Planck E_P. Pe parcurs însă, energia medie a particulelor a scăzut, până când materia a devenit decuplată de radiație. Rezultatul sugerează că, dacă vrem să reconstruim primele momente ale universului în laborator, trebuie să accelerăm particulele până la o energie comparabilă cu *energia Planck*: $E_p \approx 10^{19}$GeV. Ea este însă de miliarde de miliarde de ori mai mare decât energiile pe care le atingem noi în laboratoare, de câteva mii de GeV.

Evoluția energiei medie $E_m(t)$ ne ajută apoi să punem în ordine apariția diverselor *particule* în univers. Astfel, de exemplu, quarcii trebuie să se poată combina între ei pentru a forma protoni. Energia de legătură a quarcilor în protoni este de ordinul a câțiva GeV. Pentru a se forma protonii, universul trebuie să se *răcească* până când energia medie $E_m(t)$ devine câțiva GeV, altfel quarcii au energie cinetică prea mare și nu vor sta legați unul de altul.

Folosind relația precedentă pentru $E_m(t)$, vom deduce că această energie medie se atinge atunci când universul are o vârstă de $t = 10^{-6}$s. La acel moment universul observabil are o temperatură de $T = 10^{14}$K și o dimensiune de câteva zeci de zile-lumină (vezi relațiile precedente). Vom spune atunci, cu destulă certitudine, că la câteva microsecunde de la Big Bang quarcii s-au combinat ca să formeze protoni și neutroni. Aceasta este maniera în care și Stephen Hawking a calculat ce s-a întâmplat în universul timpuriu fără ca, iată, să fie acolo!

Putem continua acest joc și cu celelalte particule (vezi figura 18.7). Știm, de exemplu, că masele de repaus ale bosonilor W și Z sunt de ordinul a 100 GeV. Vom spune atunci că ele s-au format când energia medie E_m a particulelor din univers a scăzut la 100 GeV. Aceasta înseamnă o temperatură medie de 10^{16}K, ce fost atinsă la 10^{-10}s după Big Bang (am folosit relațiile precedente). Dimensiunea universului observabil ar fi fost atunci de câteva ore-lumină. În acele momente s-a separat și forța electromagnetică de forța nucleară slabă.

Desigur, trebuie spus că acest joc de a reconstitui istoria timpurie a universului e riscant. Se prea poate ca valorile precise ale momentelor de timp când au loc procesele să fie ajustate pe viitor de vreo fizică ce urmează să fie descoperită. Un exemplu este teoria *universului inflaționar*, pe care o vom discuta în secțiunea următoare.

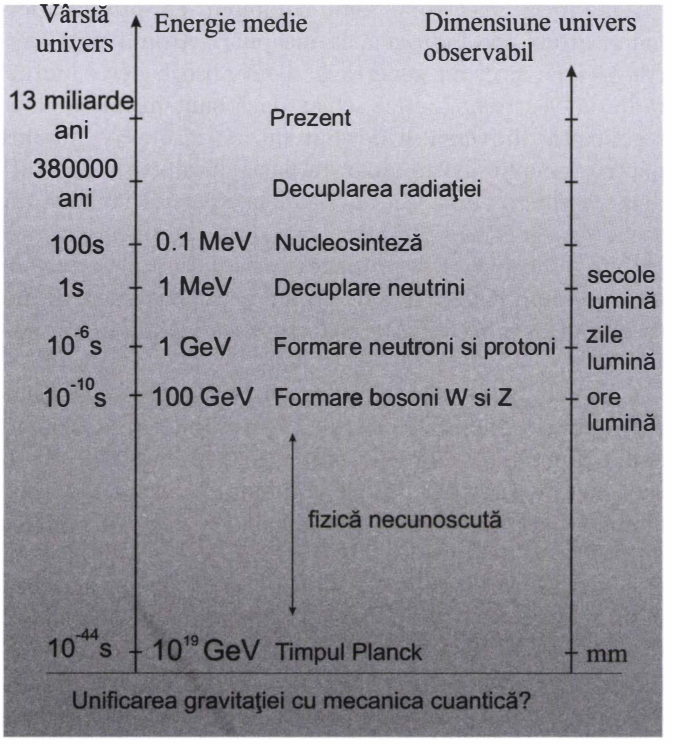

Figura 18.7: *Un tabel ce conține momentele din istoria universului în care s-au format diversele particule și energiile necesare, așa cum rezultă din modelul dezvoltat în text (care nu include inflația universului). În dreapta este prezentată dimensiunea universului observabil, prin timpul necesar unei raze de lumină să-l parcurgă de la un capăt la altul.*

Să observăm de asemenea că întreaga istorie timpurie a universului este de fapt istoria a unei *înghețări*. Astfel, pe măsură ce universul se răcește, particulele condensează în structuri din ce în ce mai complexe. Diversele simetrii se rup *spontan*, ceea ce face posibilă apariția unor tipuri din ce în ce mai diverse de particule și a unor forțe diferite de interacțiune. Mecanismul acesta conduce, așa cum am menționat în secțiunea 174, la apariția mai multor tipuri de forțe în univers, de exemplu forța de culoare sau forța electroslabă, cu toate că la început a existat un singur tip de forță. Rămâne desigur de văzut dacă astăzi putem reconstitui proprietățile particulele ce au apărut *la începutul* universului (și care, în ideea unificării, ne-am dori să fie de un singur tip), precum și forța originară de interacțiune dintre ele. Acesta este visul marii unificări a forțelor din natură.

Așa cum am menționat la început, *era radiației* a fost urmată de *era materiei*. Momentul tranziției se calculează urmărind raționamentul de mai sus. Astfel, așa cum am discutat în secțiunea 89, atunci electronii și protonii s-au combinat pentru a forma *atomi neutri electric*. Înainte de acest moment, electronii și protonii circulau liberi prin spațiu și *generau* radiație electromagnetică în mișcarea lor, pentru că sufereau accelerări și decelerări din cauza ciocnirilor dintre ei. Această radiație era în același timp și absorbită, într-un echilibru termic, în așa fel încât universul era foarte luminos, ca un fel de minge de foc.

Apoi însă, electronii s-au combinat cu protonii formând atomi (de hidrogen, la început). Atomii sunt electric *neutri*, și ei nu generează și nu absorb decât puțină radiație electromagnetică, chiar dacă sunt în mișcare. În consecință, universul a devenit un loc întunecos, în care pentru început exista doar radiația luminoasă generată deja *înainte*. După aceea, până la apariția stelelor, nu a mai fost generată radiație, iar radiația termică generată înainte a început să se propage nestingherită prin univers, nemaiputând fi absorbită de atomii neutri. Spunem atunci că radiația s-a *decuplat* de materie și că intrăm în *era materiei*.

Care este momentul în care a avut loc procesul de decuplare dintre radiație și materie? Urmărind rețeta de până acum, trebuie să știm mai întâi care este energia medie la care electronii și protonii se combină în atomi. În principiu, aceasta este chiar energia de *ionizare* a atomului de hidrogen, adică aproximativ 13,6 eV. Prin relația lui Boltzmann, rezultatul ne conduce, într-o primă instanță, la o temperatură a universului de aproape 50 000 K. O analiză detaliată arată însă că temperatura universului în *momentul de decuplare* era de aproximativ 3000K. Folosind relațiile precedente,vom deduce că această temperatură a fost atinsă atunci când universul avea aproximativ 10^{13} secunde, mai precis 380 000 de ani.

În continuare putem calcula evoluția universului și în era dominată de *materie* (vezi figura 18.5). Putem folosi aceleași modele cosmologice, în care vom considera că universul este de data aceasta compus din *praf stelar* pentru că acum contribuția materiei o va domina pe cea a radiației. Aceasta cu atât mai mult cu cât energia totală stocată în radiație va scădea în continuare, datorită expansiunii universului și creșterii lungimii de undă a fotonilor. Așa cum rezultă din model, creșterea dimensiunii universului în *era materiei* va fi mai puternică decât cea din era radiației, dar încă decelerată.

Ce se întâmplă cu *radiația* care exista la momentul de decuplare și care nu a mai fost absorbită? Ei bine, universul s-a extins, ceea ce a condus la o *deplasare spre roșu* a radiației (o creștere a lungimii de undă a fotonilor), așa cum am menționat deja. În acest fel, pentru că spațiul însuși s-a dilatat, a crescut și lungimea de undă a fotonilor originari călători prin univers (de unde termenul de deplasare spre roșu, pentru că lungimea de undă a luminii roșie este mai mare decât cea a luminii albastre).

În final, atunci când radiația a ajuns cu precădere în domeniul microundelor, universul a devenit aproape un loc stins, până în primele momente când stelele au început să strălucească. Din fericire, noile stele nu numai că au generat din nou lumină, dar, mai important, au funcționat ca adevărate laboratoare de fuziune, în care *elemente atomice* din ce în ce în ce mai grele au fost formate. În final, explozia acestor stele ca supernove a împrăștiat în univers elementele grele, care au putut forma apoi planete, iar pe una dintre ele a aparut viața de care ne bucurăm noi azi.

Așa cum am menționat, e oarecum riscant să presupunem că universul chiar a evoluat ca mai sus în primele sale momente. Aceasta pentru că mereu apar noi modele care ne modifică mai mult sau mai puțin imaginea pe care o aveam. Un astfel de model, dezvoltat recent, este al *universului inflaționar*. În modelele prezentate până acum, universul observabil avea la momentul Planck $t_P \approx 10^{-44}$s dimensiuni de câțiva milimetri. Noul model aduce cu sine o surpriză colosală: dimensiunea universului observabil la momentul Planck nu ar fi fost de câțiva milimetri, ci chiar mai mică decât dimensiunea Planck, adică mai mică decât $l_P \approx 10^{-35}$m! Să intrăm deci în fascinanta lume a *universului inflaționar*.

180. Modelul inflaționar al universului

Am prezentat în secțiunea precedentă o foarte, foarte scurtă istorie a evoluției universului. Până aproape cu 30 de ani în urmă, ea a reprezentat modelul standard al evoluției universului după Big Bang. În anii '80, a devenit însă clar că modelul are două probleme grave, numite *problema planarității* și *problema orizontului*. Ambele se consideră a fi astăzi rezolvate în așa-numitul *model inflaționar* al universului.

Problema planarității se referă la curbura foarte mică a spațiului care este observată în prezent. Astfel, universul este astăzi aproape plan, în mod sigur nu are curburi spațiale de ordinul metrilor, care ne-ar face să ne vedem unii pe alții ca în niște oglinzi ce ne deformează imaginile puternic. Curbura actuală a universului, la scară largă, este însă legată de densitatea medie de materie din univers, care se dovedește a fi apropiată de *densitatea critică* la care universul este euclidian.

Așa cum am menționat în secțiunea precedentă, unul dintre motivele pentru care densitatea actuală ia aceste valori este acela că densitatea de energie de la momentul Planck avea valori de ordinul densității de energie Planck în modelul clasic. Abaterile permise de la valoarea densității critice de la începutul universului sunt foarte mici, estimate de unii fizicieni la valori cu 20 de ordine mărime mai mici decât densitatea critică! Dacă densitatea de energie în acele momente ar fi variat cu doar aceste valori infinitezimale, fie universul ar fi murit prea repede (în câteva sute de milioane de ani), fie expansiunea ar fi fost mult prea rapidă pentru ca materia cunoscută să se poată forma. De ce densitatea de materie a fost reglată atât de fin pentru ca universul să fie aproape euclidian, a „aranjat" Creatorul situația inițială a universului, ori e vorba de un rezultat natural?

Un alt mod de a vizualiza problema planarității este următorul: dacă universul nu era perfect plan încă de la inceput, ar fi apărut nenumarate găuri negre din orice instabilitate, neuniformitate sau oscilație locală. Universul ar fi evoluat atunci foarte probabil într-o mulțime de găuri negre „moarte", iar viața, așa cum o știm, nu ar mai fi apărut. De ce nu s-a întâmplat așa?

Cea de-a doua problemă, *problema orizontului* este legată de izotropia radiației de fond. Ea este radiația electromagnetică ce a fost decuplată de materie odată ce materia a devenit electric neutră, și care în timp a ajuns în domeniul radiațiilor de microunde, datorită dilatării spațiului.

Așa cum am menționat în secțiunea 89, radiația electromagnetică de fond este foarte izotropă. Astfel, *variațiile*

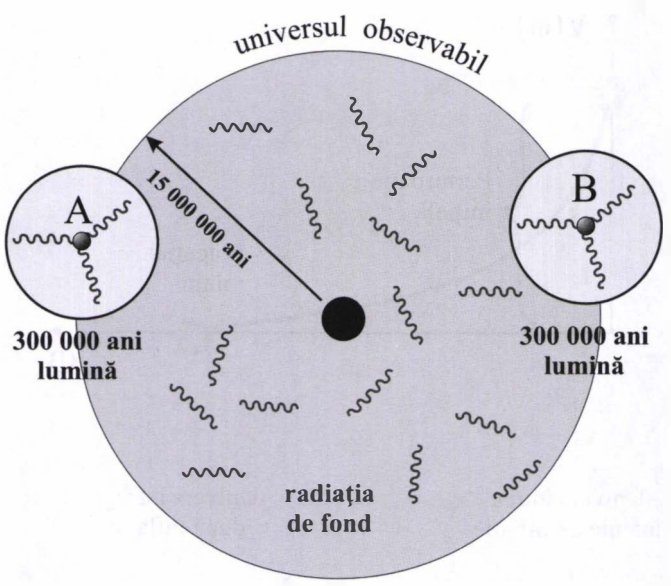

Figura 18.8: *O vizualizare a universului observabil, la 380 000 de ani după Big Bang, atunci când radiația (reprezentată prin săgeți) s-a decuplat de materie. În acel moment, dimensiunea universului era de aproximativ 15 milioane de ani-lumină și un foton (desenat cu o linie ondulată) ar fi avut nevoie de 15 milioane de ani ca să străbată universul. Cu toate acestea, pentru că universul are doar 380 000 de ani vechime, înseamnă că fotonul nu a ajuns mai departe de 380 000 de ani-lumină (cele două mici cercuri în jurul punctelor A și B). Atunci punctele A și B nu puteau fi legate printr-o relație cauzală, deci temperatura de la punctul A nu putea fi adusă în echilibru termic cu temperatura din punctul B. Cu toate acestea, radiația de fond este foarte izotropă, ceea ce înseamnă că toate punctele din univers (ca punctul A și punctul B) au fost în contact termic. Cum se poate?*

de temperatură ale radiației de fond, observate în diverse direcții ale universului, sunt extrem de mici, de câteva *zeci de mii de ori* mai mici decât valoarea absolută (vezi figura 8.25). Practic, temperatura radiației de fond este de 2,725 Kelvin, cu variații de sub 0,001 Kelvin, care nu sunt erori experimentale, ci variații *reale*.

Să ne reamintim că radiația de fond este o rămășiță a echilibrului termic stabilit între materie și radiație până la 380 000 de mii de ani după Big Bang. Faptul că această radiație de fond are aceeași temperatură nu e surprinzător: ne putem imagina că echilibrul termic se stabilea între *toate* colțurile universului observabil. Atunci este normal ca radiația de fond să aibă aceeași temperatură peste tot, pentru că toată materia din universul observabil era în echilibru termic.

Problema apare când ne dăm seama care era *dimensiunea* universului observabil atunci când el avea numai 380 000 de ani, dimensiune ce se estimează din relațiile prezentate în secțiunea precedentă (vezi figura 18.5). Obținem că universul observabil era aproximativ de 1 000 de ori mai mic decât azi, adică avea o dimensiune de aproximativ 15 milioane de ani-lumină. Cu alte cuvinte, luminii i-ar fi luat aproximativ 15 milioane de ani ca să circule de la un capăt la altul (vezi figura 18.8). Cu toate acestea, materia era în *echilibru termic* în întreg universul observabil, deși universul avea numai 380 000 de ani, deci nici măcar lumina nu putea străbate mai mult de 380 000 de ani-lumină!

Cum ar fi putut exista echilibrul termic *aproape perfect* pe care azi îl observăm, fără să fi existat posibilitatea *fizică* a tuturor părților din univers de a veni în contact termic? Pentru a realiza un echilibru termic atât de precis (cu variații de zecimi de miimi) trebuia ca lumina să circule înainte și înapoi nu numai o dată, de la un capăt al altul al universului observabil, ci poate de mii de ori, ori ea abia avea timp să parcurgă o fracțiune din dimensiunea acestui univers. Și atunci? În mod evident, modelul clasic nu explică echilibrul termic realizat la 380 000 de ani după Big Bang între colțuri ale universului aflate la o distanță de 15 milioane de ani-lumină (vezi figura 18.8).

Soluția la ambele probleme, problema planarității și problema orizontului este dată astăzi de *modelul universului inflaționar*. Ideea de bază a acestui model este că, la începutul universului observabil, el a suferit o dilatare exponențială forțată, spre sfârșitul căreia viteza de expansiune a universului depășea chiar viteza luminii! Atenție, vorbim de viteza de expansiune a *spațiului*, căreia teoria relativității nu îi impune o limită, și nu de viteza unor obiecte din univers, care se raportează la acest spațiu. Spațiul poate depăși viteza luminii în expansiunea sa, dar materia nu va depăși această viteză.

Astfel, într-un model preliminar și simplificat, ne putem imagina că la 380 000 de ani de la Big Bang dimensiunea universului nu era de 15 milioane de ani-lumină, ci cu mult, cu foarte mult mai mică decât 380 000 de ani-lumină, în așa fel încât toate colțurile universului să se fi aflat în contact termic. Apoi însă, dintr-o dată, spațiul a explodat pur și simplu, ca un balon ce se umflă instantaneu, pentru a ajunge la 15 milioane de ani-lumină. Desigur, în acel moment viteza de expansiune a spațiului a depășit viteza luminii. Explozia instantanee a spațiului a conservat însă *distribuția de temperatură* din univers. În acest fel, explozia a afectat numai spațiul, iar temperatura radiației de fond, deși s-a schimbat (a scăzut brusc datorită expansiunii), a rămas aceeași în toate colțurile universului.

În practică, modelul de mai sus trebuie ajustat. Astfel, din considerente ce țin de formarea particulelor, perioada de inflație este considerată azi că a avut loc înainte de 10^{-32}s, deci *cu mult înainte* de decuplarea radiației de fond și de formarea particulelor cunoscute (vezi figura 18.9). Căci, dacă inflația ar fi avut loc după formarea particulelor cunoscute, atunci procesul de explozie instantanee a spațiului le-ar fi afectat proprietățile. Așa însă, procesul de inflație a universului a avut loc înainte și a condus, într-o perioadă scurtă de timp, la o expansiune a dimensiunii universului cu foarte multe ordine de mărime (estimările variază în funcție de modele).

Să observăm acum că modelul de inflație a universului rezolvă *problema orizontului*. Astfel, la început, universul observabil era în echilibru termic în toate punctele din spațiu, deoarece dimensiunea sa era foarte redusă. La un moment dat, atunci când a avut loc inflația, universul observabil s-a extins rapid, păstrând însă fluctuațiile de temperatură deja prezente. După aceea, regiuni îndepărtate din univers au rămas cu aceeași temperatură, chiar dacă ele nu mai erau în contact termic (vezi figura 18.8).

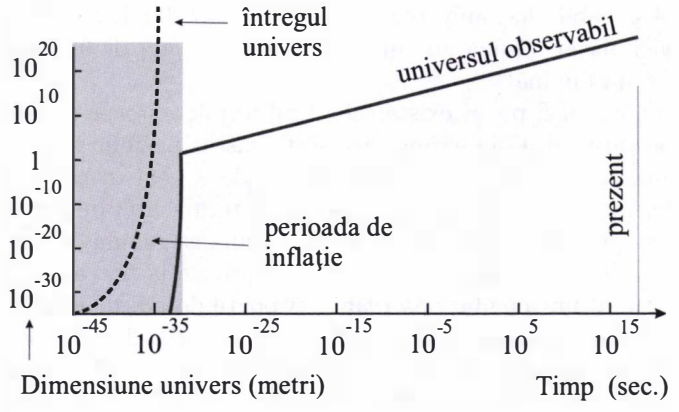

Figura 18.9: *Cu linie întreruptă este prezentă evoluția întregului univers în perioada inflației, după un model ce va fi discutat în secțiunea următoare. Universul întreg ar fi mult mai mare decât universul observabil, care este doar o parte mică din el. Cu linie continuă și dreaptă este prezentată evoluția universului observabil după perioada inflației, conform modelului standard.*

Modelul inflaționar rezolvă elegant și problema *planarității* universului observabil, dacă ne imaginăm că el este doar o parte infimă a unui univers întreg mult mai mare. Modelul consideră că universul întreg a fost la început oricât de curb, însă evoluția l-a adus după inflație într-o stare care este aproape euclidiană *pe zone locale* (cele ale universului observabil) deși, la scară foarte mare, universul întreg este încă curb.

Analogia pe care o putem face este cea cu o foaie de hârtie mototolită, ce ar reprezenta universul *întreg* înainte de inflație. Odată ce această foaie este mărită de mii de ori, ea își păstrează neafectată forma. Acum însă, pe zone locale de câțiva metri, foaie de hârtie va fi aproximativ plană. Tot astfel, în urma inflației, curburi ale spațiului se vor regăsi pe distanțe foarte mari (cele ale universului întreg), însă pe regiuni locale (ca acelea ale universului observabil, mai mic) spațiul a devenit euclidian (vezi partea de jos a figurii 18.10).

Argumentul de mai sus este unul foarte puternic. El ne spune că, dacă acceptăm teoria inflației și dacă măsurăm un univers observabil aproape plan (așa cum vedem, de fapt, în telescoape), atunci este foarte probabil că universul întreg (cel curb) este *cu mult mai mare* decât cel observabil. Argumentul acesta, independent de forma teoriei inflației, îl vom detalia în secțiunea următoare.

Să ne întoarcem acum privirea către *modelul fizic* considerat a fi responsabil de inflație, model dezvoltat, printre alții, de fizicianul Alan Guth, în anii '80. Alan Guth a fost confruntat inițial cu o problemă inerentă modelului standard (cel care nu ia în calcul energia întunecată, ci doar prezența materiei și a radiației electromagnetice), deoarece modelul prezice întotdeauna o *decelerare* a universului în expansiunea sa. Astfel, atât în perioada în care radiația domină expansiunea, cât și în cea în care materia domină, Universul rămâne în expansiune, însă cu viteze din ce în ce mai mici, deci expansiunea decelerată. Ce mecanism ar fi atunci responsabil de inflație, care este o *accelerare* uriașă a expansiunii universului?

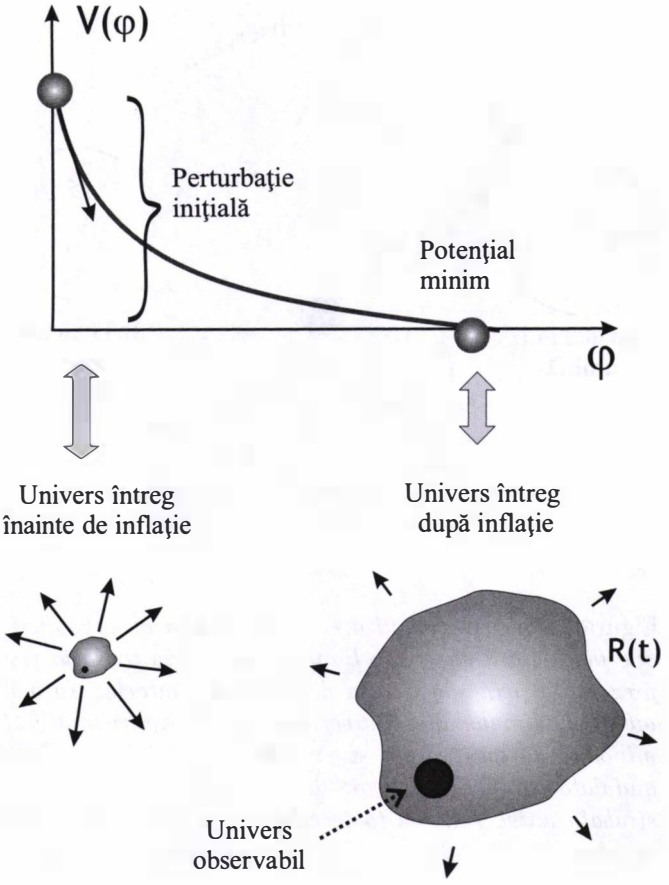

Figura 18.10: *În figură este reprezentat un model al câmpului inflatonic ϕ, care s-ar întinde în tot spațiul. În graficul de sus potențialul câmpului inflatonic este schițat în funcție de valoarea câmpului ϕ. După cum se vede, situația inițială (cea din stânga) este de dezechilibru. Din cauza aceasta câmpul inflatonic se schimbă în timp către valori minime ale potențialului (analog unei bile ce cade de pe un deal). În partea de jos este reprezentată evoluția corespunzătoare a întregului univers. În stânga este situația inițială, atunci când dimensiunile universului erau mici. Variația câmpului inflatonic introduce o expansiune forțată a universului. După inflație (dreapta), potențialul inflatonic atinge valoarea sa minimă, iar universul a suferit o expansiune rapidă. Universul observabil este doar o regiune mică a acestui univers întreg. Deși universul întreg este curb, pe porțiuni mici (ca acelea ale universului observabil) spațiul a devenit euclidian.*

O analiză sumară a modelului standard arată că decelerarea universului se datorează faptului că presiunea radiației este fie pozitivă (lucru inerent radiației câmpului electromagnetic), fie nulă (în cazul prafului stelar). Dacă presiunea ar fi fost însă *negativă*, atunci ar fi fost posibil ca expansiunea universului să fie accelerată. Cel puțin așa spun ecuațiile lui Einstein, lucru pe care l-am exploatat și noi în secțiunea 151, atunci când am menționat că energia vidului (care are presiune negativă) accelerează expansiunea universului.

Alan Guth a construit de aceea un câmp nou, numit *câmp inflatonic*, special pentru ca presiunea generată de el să fie *negativă*! Câmpul are câteva asemănări cu mult mai cunoscutul câmp Higgs, pentru că atât câmpul inflatonic,

cât și câmpul Higgs au valori clasice *nenule* în fiecare punct din spațiu, chiar în starea de vid. De fapt, la început, Guth a presupus chiar că cele două sunt identice, creând astfel pentru câmpul inflatonic un câmp Higgs care se schimbă în timp și care contribuie la curbura spațiului-timp și generează astfel expansiunea spațiului. Astăzi însă se crede că cele două câmpuri (cel inflatonic și câmpul Higgs) sunt două câmpuri distincte. În prezent nimeni nu cunoaște forma precisă a câmpului inflatonic și există nenumărate modele care folosesc noțiunea de inflație.

Pentru cei ce iubesc modelele matematice, iată mai jos ideea de bază a construcției lui Alan Guth. Astfel, așa cum am menționat în capitolul 11, descrierea unui câmp (deci și a câmpului inflatonic) se face cu ajutorul *densității de lagrangean* $\mathcal{L}$. În mod normal, ea ne dă două lucruri esențiale: *ecuațiile de evoluție a câmpului* și *tensorul energie-impuls* al aceluiași câmp. Cei mai mulți fizicieni se concentrează numai asupra ecuațiilor de evoluție ale câmpului, deoarece câmpurile se găsesc de cele mai multe ori într-un univers aproape euclidian. Nu este însă și cazul nostru, pentru că noi suntem interesați de explozia spațiului provocată de acest câmp. Cu alte cuvinte, ne interesează *dinamica* spațiului.

Dinamica spațiului e dată însă de ecuațiile lui Einstein, unde intervine ... *tensorul energie-impuls* al câmpului! Dar aceeași densitate de lagrangean a câmpului ne dă și ecuațiile de evoluție ale câmpului. Frumos, nu? Avem un lagrangean $\mathcal{L}$, și el ne spune nu numai cum *evoluează* câmpul, dar și cum influențează câmpul *structura spațiului-timp*, prin tensorul energie-impuls. Astfel, cu un singur lagrangean $\mathcal{L}$, am împușcat doi iepuri: vedem atât cum evoluează câmpul inflatonic în univers, cât și cum influențează el dinamica universului însuși.

După cum am menționat, există mai multe variante ale teoriei inflației, fizicienii necăzând încă de acord asupra celei mai potrivite formule pentru *densitatea de lagrangean* $\mathcal{L}$ a câmpului inflatonic. Una dintre variantele răspândite la ora actuală este cea a modelului *haotic*, care consideră un câmp inflatonic având o valoare finită la începutul universului (vezi figura 18.10).

Valoarea inițială a potențialului câmpului inflatonic nu este însă minimă, ceea ce introduce o dinamică în câmp, pentru că el își va căuta minimul. Astfel, câmpul inflatonic (considerat clasic) este *dinamic*, el își schimbă valoarea în timp, ajungând în final la valoarea de potențial minim. În acest proces însă, el conferă o dinamică și spațiului-timp (prin teoria lui Einstein), generând astfel întreg procesul de inflație. Cei interesați de soluția matematic, pot urmări căsuța alăturată.

Calcul: ***Inflația universului***

Să notăm câmpul responsabil de inflație cu $\phi = \phi(ct, x, y, z)$. Apoi, să alegem pentru univers un model simplu, în care el este hipersferic și finit (raza de curbură $R = R(t)$ este aceeași în tot spațiul), iar câmpul ϕ este uniform, variind doar cu timpul $\phi = \phi(t)$ și nu spațial. Mai departe, să lucrăm într-un sistem de unități normale $c = \hbar = \epsilon_0 = 1$.

Sunt multe alegeri posibile pentru câmpul ϕ. Alegerea noastră este, pentru simplitate, forma scalară din secțiunea 127.

Presiunea generată de acest câmp scalar este negativă (lucru pe care nu îl mai demonstrăm), așa cum ne dorim pentru expansiunea spațiului.

Densitatea de lagrangean $\mathcal{L}$ a câmpului scalar este dată de relația prezentată în secțiunea 127, unde m reprezintă masa particulei asociate acestui câmp inflatonic ϕ:

$$\mathcal{L}(\phi, \partial_t\phi) = \frac{1}{2}(\partial_t\phi)^2 - \frac{1}{2}m^2\phi^2; \quad L = \int \mathcal{L}dV \sim R^3\mathcal{L}$$

În dreapta am scris explicit forma langrangeanului L, care este o sumă în tot universul a densității de lagrangean $\mathcal{L}$. Datorită uniformității, lagrangeanul L devine proporțional cu cubul razei de curbura $L \sim R^3\mathcal{L}$. Vom considera mai departe că $L = R^3\mathcal{L}$ deoarece lagrangeanul este definit oricum până la o constantă.

Să rescriem din secțiunea 125 ecuațiile Euler-Lagrange pentru lagrangeanul L:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial(\partial_t\phi)}\right) - \frac{\partial L}{\partial\phi} = 0$$

Să remarcăm aici o particularitate. Astfel, am scris ecuațiile Euler-Lagrange pentru lagrangeanul L și nu pentru densitatea de lagrangean $\mathcal{L}$, așa cum eram obișnuiți. Motivul are de-a face cu faptul ca spațiul este acum dinamic $R = R(t)$. În toate cazurile precedente spațiul era static, așa încât puteam folosi relațiile pentru densitatea de lagrangean $\mathcal{L}$. Acum însă sunt interesați de o situație unde câmpul ϕ va influența evoluția spațiului și de aceea trebuie să folosim tot lagrangeanul L.

Derivatele parțiale sunt:

$$\frac{\partial L}{\partial\phi} = -R^3m^2\phi; \qquad \frac{\partial L}{\partial(\partial_t\phi)} = R^3(\partial_t\phi) = R^3\dot{\phi}$$

Mai sus avem $\partial_t\phi = d\phi/dt = \dot{\phi}$, deoarece câmpul $\phi = \phi(t)$ este uniform și nu are decât variație temporală. Înlocuind în ecuația Euler-Lagrange obținem:

$$\frac{d}{dt}\left(R^3\dot{\phi}\right) - (-R^3m^2\phi) = 0 \quad \Rightarrow$$
$$R^3\ddot{\phi} + (3R^2\dot{R})\dot{\phi} + R^3m^2\phi = 0 \quad \Rightarrow$$
$$\ddot{\phi} + 3\frac{\dot{R}}{R}\dot{\phi} = -m^2\phi \qquad (1)$$

În lipsa variației spațiului, ecuația de mai sus s-ar fi redus la ecuația Klein-Gordon a câmpul scalar. Așa însă, vedem cu evoluția curburii spațiului $R = R(t)$ influențează evoluția câmpului ϕ. Ecuația poate fi comparată cu cea a unei bile care oscilează într-o vale. Oscilația este încetinită de frecare (cel de-al doilea termen), ca și cum bila s-ar mișca într-un fluid vâscos. De aceea ne așteptăm ca evoluția câmpului ϕ să fie încetinită de expansiunea indusă a spațiului.

Acum avem nevoie și de relația inversă, cea prin care câmpul ϕ influențează evoluția spațiului $R = R(t)$. Pentru aceasta trebuie să ne întoarcem la ecuațiile teoriei relativității care ne spun cum curbează tensorul de energie-impuls (materia) spatiul-timp.

Pentru început, să deducem densitatea de energie și de masă ρ a câmpului scalar ϕ din densitatea de lagrangean $\mathcal{L}$. Astfel, aceasta din urmă este *diferența* dintre densitatea de energie cinetică și cea potențială, care sunt doi termeni din relația lui $\mathcal{L}$. Densitatea de energie devine *suma* lor:

$$\rho = \frac{\dot{\phi}^2}{2} + \frac{m^2\phi^2}{2}$$

Mai sus am folosit deja $\partial_t\phi = \dot{\phi}$ și am utilizat simbolul ρ pentru densitatea de masă, deoarece ea este egală cu densitatea de energie în alegerea noastră $c = 1$. Mai departe, nu vom scrie toate ecuațiile relativității, ci vom folosi direct ecuația lui Friedman, din secțiunea 87, care ne spune cum determină densitatea de masă ρ evoluția razei de curbură $R = R(t)$:

$$H^2 = \left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{kc^2}{R^2}$$

Înlocuind pe ρ, notând cu H constanta lui Hubble și alegând sistemul de unități în așa fel încât masa Planck redusă să fie egală cu unitatea $M_{Pl} = \sqrt{\hbar c/(8\pi G)} = 1$, vom avea:

$$H^2 = \left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \frac{1}{3}\left(\frac{\dot{\phi}^2}{2} + \frac{m^2\phi^2}{2}\right) - \frac{kc^2}{R^2} \qquad (2)$$

Relațiile (1) și (2) sunt tot ce avem nevoie. Relația (1) ne spune cum influențează curbura spațiului R câmpul scalar ϕ, iar relația (2) ne spune cum influențează câmpul scalar ϕ, la rândul lui, această curbură R, prin intermediul energiei înmagazinate în câmp.

Pentru începutul universului alegem o situație în care câmpul scalar ϕ este foarte, foarte mare ($\phi \gg 1$ în sistemul nostru de unități). Din ecuația (2), deducem atunci că și constanta lui Hubble $H = \dot{R}/R$ era mare, deci evoluția universului era *rapidă*.

Înlocuind înapoi în ecuația (1), putem neglija termenul $\ddot{\phi} \ll 3H\dot{\phi}$, deoarece H este mare. Avem atunci $\ddot{\phi} \approx 0$ și deci $\dot{\phi} \approx$ constant (în modelul bilei în fluid vâscos, mișcarea este dominată de forța de frecare, iar viteza acesteia este aproape constantă). În consecință, câmpul ϕ variază aproximativ liniar, și nu accelerat, de unde denumirea de *slow-roll approximation* în limba engleză (ce se poate traduce prin „aproximarea unei rostogoliri încete", cu referire la figura 18.10).

În această aproximație mai avem și $\dot{\phi} \ll m^2\phi^2$ (ceea ce înseamnă că la început densitatea de energie ρ este stocată majoritar în câmp) sau $H^2 \gg kc^2/R^2$ în relația (2) (ceea ce înseamnă că evoluția este dată în principal de legi locale).

Folosind aceste aproximații pentru începutul universului, vom avea:

$$(2) \quad \Rightarrow \quad H = \frac{\dot{R}}{R} = \frac{m\phi}{\sqrt{6}}; \quad \Rightarrow \quad \boxed{R(t) \sim R_0 e^{Ht}}$$

$$(1) \quad \Rightarrow \quad \dot{\phi} = -\frac{m^2\phi}{3H} = -\frac{m^2\phi}{3}\frac{\sqrt{6}}{m\phi} = -m\sqrt{\frac{2}{3}}$$

În relațiile precedente, toate mărimile sunt dependente de timp $H = H(t)$, $R = R(t)$, $\phi = \phi(t)$, lucru care nu a mai fost scris explicit.

Prima relație ne spune că spațiul se extinde rapid. Pe momente scurte de timp putem considera că extinderea este aproximativ *exponențială*, deoarece $H(t)$ nu variază așa de rapid. De aceea am integrat și *aproximat* evoluția spațiului sub forma unei funcții exponențiale $R(t) = R_0 e^{Ht}$.

Din a doua relație vedem că, în timpul expansiunii, câmpul ϕ *scade* liniar cu timpul (vezi figura 18.10). Cu el scade și constanta lui Hubble H (vezi prima relație). Aceasta conduce la o încetinire a expansiunii accelerate a spațiului. Derivând prima din cele două ecuații de mai sus, $\ddot{R}$ devine:

$$\frac{\sqrt{6}}{m}\ddot{R} = \frac{d}{dt}\left(R\phi\right) = \dot{R}\phi + R\dot{\phi} = \frac{Rm\phi}{\sqrt{6}} - Rm\sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\Rightarrow \qquad \ddot{R} = m^2 R\frac{\phi - 2}{6}$$

Vedem că expansiunea este *accelerată*, $\ddot{R} > 0$, atâta timp cât câmpul inflatonic ϕ rămâne de cel puțin două ori mai mare decât masa Planck redusă $M_{Pl} = 1$ (în sistemul nostru de unități ales). Deoarece ϕ scade în timp, după un timp el va atinge această valoare, și inflația accelerată se va opri.

Atunci când inflația ia sfârșit, potențialul câmpului inflatonic ajunge să ia o valoare minimă în fiecare punct din spațiu. În urma acestui proces de inflație, dimensiunea universului întreg crește brusc cu multe ordine de mărime. Universul observabil rămâne o parte a acestui univers întreg și urmărește evoluția sa.

Cu toate acestea, nu am ajuns la sfârșitul poveștii inflatonului căci, după perioada de inflație, are loc un proces de *reîncălzire* a universului. Procesul are loc pentru că energia potențială a câmpului inflatonic nu e riguros nulă în final. Câmpului inflatonic, odată *cuantificat*, i se va asocia o particulă, numită *inflaton*. Inflatonul se dezintegrează la sfârșitul procesului de inflație în diverse particule elementare, care se vor recombina apoi (odată ce universul se răcește) formând mulțimea de particule pe care le cunoaștem astăzi.

Așa cum am menționat, modelul de mai sus este unul dintre numeroasele propuse la ora actuală pentru a explica inflația, iar fizicienii nu se pun încă de acord care e cel corect. Așa cum este însă el, modelul scoate în evidență caracteristica esențială a procesului de inflație: existența

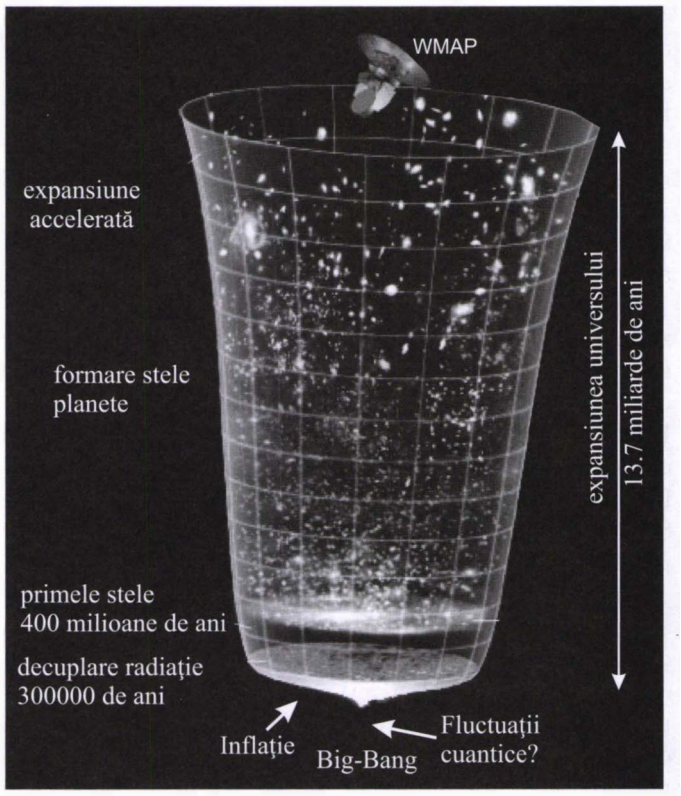

Figura 18.11: *O imagine artistică a evoluției universului observabil (universul întreg ar putea fi mult mai mare). În partea de jos este momentul Big Bang-ului. În partea de sus este schițat satelitul WMAP care a măsurat mai exact radiația de fond a universului.* ©*NASA*

unui *câmp inflatonic* suplimentar, responsabil de expansiunea accelerată a universului.

Vedem astfel cât de temerar este modelul inflaționar. Până acum, în modelul standard al evoluției universului, consideram că el avea pentru început dimensiuni de ordinul unui sâmbure de portocală (vezi figura 18.5). Această dimensiune ni se părea ireal de atins, deoarece ar fi trebuit să concentrăm toată masa universului observabil, cu Soarele și planetele sale, cu toate stelele și gazul cosmic, cu toate galaxiile și roiurile de galaxii. Cum ar încăpea toate într-un sâmbure așa de mic?

Acum însă, am văzut că dimensiunea de sâmbure de portocală a universului observabil este doar *sfârșitul* procesului de inflație, observată într-o zonă restrânsă a unui univers întreg mult mai mare (vezi figura 18.9). Așa cum vom detalia în secțiunea următoare, într-unul dintre modelele teoriei inflației, se prea poate ca universul întreg să fi avut la început dimensiuni de ordinul lungimii Planck (10^{-34}m), iar universul nostru observabil să fi ocupat doar o fracțiune infimă din acest spațiu!

Dimensiunile extrem de reduse ale universului la început indică posibilitatea ca el să fi apărut în urma unor *fluctuații cuantice*. În modelul standard, apariția întregului univers din fluctuatii cuantice este de neimaginat, pentru că masa universului e mult prea mare, deci efectele cuantice sunt prea mici. Acesta a fost un argument puternic pentru a explica de ce universul macroscopic *nu* se comportă cuantic. Dacă fluctuațiile cuantice ar fi fost vizibile pentru obiecte de mărimea unui măr sau a unei mingi de fotbal, lumea de azi ar fi arătat cu totul altfel. Tocmai faptul că masa obiectelor este mare ne ascunde comportarea lor cuantică.

După cum vom vedea în sectiunea următoare, unul dintre modelele inflației presupune tocmai că universul a apărut în urma *fluctuațiilor cuantice*, folosindu-se de faptul că masa universului pe care o observăm a fost generată în cea mai mare parte de câmpul inflatonic. Energia inițială a câmpului inflatonic în aceste modele era destul de redusă la început, în așa fel încât mecanica cuantică să fi jucat un rol important.

La urma urmei este fascinant să ne gândim la ceea ce probabil este imposibil de gândit: apariția a ceva (ca universul) din Nimic. Cum ar putea apare ceva, atunci când nu există nimic? Apariția universului din fluctuații cuantice ne apropie mai mult de misterul acestei întrebări fundamentale. Cel puțin aici îl lăsăm pe Creator la masa de lucru, el fiind ocupat doar cu construcția ecuațiilor, dar nu și a condițiilor inițiale ale universului. Universul ar fi apărut în urma fluctuațiilor cuantice *permise* de ecuații.

181. Inflația eternă, unde gravitaționale și universuri multiple

Apărută la începutul anilor 1980, teoria inflației a fost acceptată încetul cu încetul de comunitatea științifică, datorită capacității sale de a explica uniformitatea radiației de fond (problema orizontului) si forma aproape euclidiană a spațiului (problema planarității), așa cum am discutat în secțiunea precedentă.

Anul 2014 a adus cu sine și prima testare experimentală a unei *predicții* a teoriei. Luată oarecum prin surprindere, comunitatea științifică aproape și-a ținut respirația atunci când un grup internațional a anunțat că *polarizația* radiației de fond poartă urmele *undelor gravitaționale* generate în procesul de inflație. Proiectul internațional de colaborare poartă numele de „Background Imaging of Cosmic Extragalactic Polarization" (prescrutat BICEP), care se poate traduce prin „Vizualizarea modurilor de polarizare ale radiației de fond".

De ce această agitație? Raspunsul ține atât de experiment, cât si de teorie. Astfel, dacă interpretarea experimentului este corectă, atunci vedem pentru prima dată, în polarizația radiației de fond (figura 18.12), urme ale *undelor gravitaționale* generate în procese de fluctuații cuantice care au avut loc la mai puțin de 10^{-30} de secunde după Big Bang! Ar fi cu adevărat extraordinar să știm că variațiile din fotografia 18.12 sunt „urmele" nașterii universului atunci când vârsta lui era de o miliardime de miliardime de miliardime de secundă. Mai mult, în acele momente universul era atât de curbat, încât undele gravitaționale ar fi trebuit să fie *cuantificate*.

Agitația fizicienilor nu se datorează numai experimentului în sine, ci si faptului că rezultatul acestuia a fost *prezis* de teoria inflației. Teoria trebuie luată cu adevărat în serios, spun ei, lucru care nu e deloc ușor. Așa

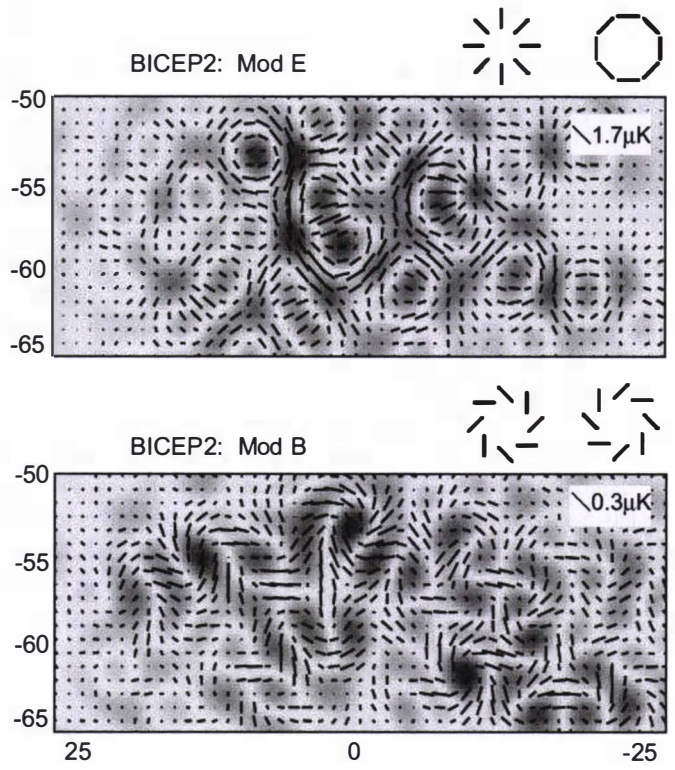

Figura 18.12: *Cele două imagini reprezintă cele două componente ale hărții polarizării radiației de fond, așa cum au fost ele măsurate în experimentul BICEP, într-o zonă restrânsă a boltei cerești. Cele două componente poartă numele de „mod E" și „mod B", după cum se arată în text. Forma acestor moduri e desenată separat în partea din dreapta-sus a fiecărei imagini. O linie reprezintă orientarea polarizării radiației de fond, iar lungimea liniei este o măsură a gradului de polarizare. Teoreticienii experimentul BICEP presupun că „modurile B" (harta de jos) păstrează urme ale interacției dintre radiația de fond și undele gravitaționale primordiale ale universului.*

cum a subliniat în special fizicanul rus Andrei Linde, teoria inflației vine cu niște modele care, dacă se vor dovedi corecte, sunt cu adevărat revoluționare. Unele dintre aspectele ei spectaculoase le-am menționat deja, cum ar fi faptul că expansiunea spațiului depășește viteza luminii. Altele însă sunt și mai greu de „digerat".

Astfel, în modelele lui Linde, universul ar fi apărut în urma unei *fluctuații cuantice* din nimic și ar fi avut la început o greutate mai mică de *un miligram*. În plus, universul întreg ar fi în prezent de $10^{10000000000}$ mai mare decât universul observabil (care are deja zeci de miliarde de ani-lumină) și s-ar dilata etern într-o mulțime de insule separate de *universuri multiple*. Sună științifico-fantastic? Dacă da, înseamnă că realitatea ne-a depășit din nou imaginația...

De aceea, să prezentăm în această secțiune mai pe larg rezultatele experimentului BICEP, pentru a vedea cum sunt ele relevante pentru teoria inflației. După aceea, vom discuta implicațiile teoriei inflației, în forma susținută de Andrei Linde. La sfârșit, vom prezenta o notă de atenționare, apărută în urma unor experimente publicate chiar în momentul când această lucrare intră sub tipar.

Pentru început, să ne concentrăm asupra rezultatului experimental și să privim figura 18.12. Atât în partea de sus, cât și în partea de jos avem o imagine a radiației de fond, așa cum a fost ea prezentată și în figura 8.26. Față de figura 8.26, care reprezintă variațiile de temperatură ale radiației de fond pe întreaga boltă cerească, figura 18.12 vizualizează doar o mică parte a boltei cerești și măsoară variațiile în mărimea și orientarea *gradului de polarizare* a acestei radiații (liniile orientate diferit).

Deși e mai puțin cunoscut, radiația de fond este polarizată. Rezultatul se obține printr-un proces de împrăștiere al fotonilor radiației de fond pe electronii și protonii liberi dinainte de perioada în care ei se vor combina în atomi. Procesul este asemănător celui prin care lumina Soarelui e împrăștiată de atomii din atmosferă și polarizată astfel parțial (lucru speculat de producătorii de ochelari de Soare, care folosesc filtre ce blochează preferențial anumite polarizări ale luminii).

Măsurând polarizarea radiației de fond în fiecare punct al boltei cerești vom obține o hartă, ce poate fi descrisă de un *câmp vectorial* (având o orientare și o amplitudine în fiecare punct al ei). Așa însă cum știu matematicienii, orice câmp vectorial se poate descompune în două componente separate. Prima componentă este asemănătoare câmpului electric static, nefiind rotațională și putând avea o divergență nenulă. De aceea, ea poartă numele de „E-mode" (modul E). A doua componentă are divergența nulă și este rotațională, fiind asemănătoare câmpului magnetic, de unde denumirea de „B-mode" (modul B). Câmpul vectorial al polarizării radiației de fond poate fi și el descris de aceste două componente.

Experimentul BICEP (mai precis BICEP2, după numele detectorului folosit, instalat chiar la Polul Sud) detaliază forma celor două componente. Astfel, interacțiunea dintre fotonii radiației de fond și plasma alcătuită din electroni și protoni este descrisă de așa-numitul *proces de împrăștiere Thompson*. În urma acestui proces, câmpul de polarizare rezultat este doar de tipul E-mode (vezi partea de sus a figurii 18.12. Cu alte cuvinte, descompunând câmpul de polarizare măsurat al radiației de fond, ar trebui să obținem doar modul E.

Cu toate acestea, așa cum arată măsurătorile BICEP2, modul B este și el prezent, chiar dacă într-o măsură mai mică. Prezența neașteptată a modului B are două explicații. Prima consideră că polarizarea inițială a fotonilor radiației de fond se schimbă în drumul lor către noi, prin interacțiunea cu gazul interstelar. Nu numai direcția fotonilor se schimbă, dar și polarizarea inițială a fotonului se pierde, iar câmpul de polarizare măsurat de noi acumulează un *reziduu* de mod B.

Al doilea efect, cel pe care experimentatorii BICEP2 cred că l-au măsurat, este cel prin care fotonii radiației de fond au interacționat cu *undele gravitaționale* generate încă din perioada inflației și care mai erau prezente la momentul când s-a format radiația de fond (380 000 de ani după Big Bang). Aceste unde au un caracter *tensorial* și, conform teoreticienilor, influența lor asupra radiației de fond generează numai moduri B. Aceste moduri B ar fi cele prezente în partea de jos a figurii 18.12.

Problema a devenit și mai interesantă atunci când fizicienii teoriei inflației au calculat și prezis mărimea componentei B-mode din harta polarizării radiației de fond.

Conform calculelor lor, modurile B măsurate în experimentul BICEP ar fi datorate undelor gravitaționale generate de *fluctuațiile cuantice ale spațiului*! Aceste unde gravitaționale ar fi apărut în momentul inflației și s-ar fi propagat în continuare chiar și mai târziu, atunci când radiația de fond a fost generată. Rezultatul experimental ar fi o primă observare a undelor gravitaționale cuantificate (despre ele vom vorbi mult în secțiunea 206).

De fapt, fizicienii teoriei inflației sunt obișnuiți cu fluctuații cuantice care apar în primele momente ale universului, atunci când materia era atât de densă încât mecanica cuantică juca un rol important. De exemplu, ei presupun că tot fluctuațiile cuantice sunt responsabile și de *variațiile de temperatură* măsurate în radiația de fond (vezi figura 8.26), variații care sunt de zeci de mii de ori mai mici decât temperatura medie de $2,7\text{K}$ a radiației de fond. De data aceasta însă, ar fi vorba de fluctuațiile cuantice ale *câmpului inflatonic*!

Câmpul inflatonic a fost introdus în secțiunea precedentă. Am văzut că, într-un model simplificat, el este responsabil de accelerarea expansiunii universului în perioada inflației. Valoarea câmpului scade în timp, generând ca un fel de combustibil expansiunea spațiului. Atunci când câmpul inflatonic atinge valori de ordinul mărimilor Planck, expansiunea nu mai e accelerată ci continuă într-un ritm decelerat. Energia rămasă este folosită, printr-un proces de reîncălzire, la generarea de particule.

Cu puțin timp înainte de sfârșitul inflației, *fluctuațiile cuantice* în câmpul inflatonic generează diferite *densități de energie* în diversele zone de univers. Astfel, acolo unde densitatea de câmp inflatonic este mai mică, procesul de inflație se va termina mai repede. Energia se va transfera materiei generate. Datorită expansiunii universului, densitatea de energie a materiei va scădea, iar temperatura acestei zone va fi mai mică decât a zonelor învecinate, care vor suferi procesul de reîncălzire mai târziu. Vom obține atunci o distribuție a temperaturii materiei primordinale, pe care o vom recunoaște în harta temperaturii radiației de fond (vezi figura 8.26). Așa cum cred fizicienii, acolo unde temperatura și densitatea materiei au fost mai mari s-au agregat gravitațional primele structuri cosmice de materie, sub forma unor grupuri de galaxii primare (vezi figura 18.4).

Modelul fizicianului Andrei Linde este construit în așa fel încât să *reproducă* mărimea variațiilor de temperatură observate în radiația de fond. El prezice că variațiile sunt oarecum aleatoare și că harta lor arată aproximativ la fel, dacă e privită pe zone mari sau pe zone mici (ceea ce în engleză poartă numele de „scale invariance" și în românește s-ar putea traduce prin „invarianță la scara de mărime"). Așa cum se vede din figura 8.26, harta radiației de fond are această proprietate.

Am ajuns astfel la a doua parte a acestei secțiuni, cea în care vrem să prezentăm consecințele modelului inflaționar construit de Andrei Linde. Astfel, Linde presupune că la început universul ar fi avut dimensiuni de ordinul lungimii Planck (10^{-35}m) și o masă totală tot de ordinul Planck (10^{-8}kg), înmagazinată în câmpul inflatonic inițial. Să remarcăm că această masă totală este mult mai mică decât masa universului observabil.

Alegerea valorilor inițiale de ordinul mărimilor Planck (prezentate în secțiunea 179) are un avantaj intrinsec, prin

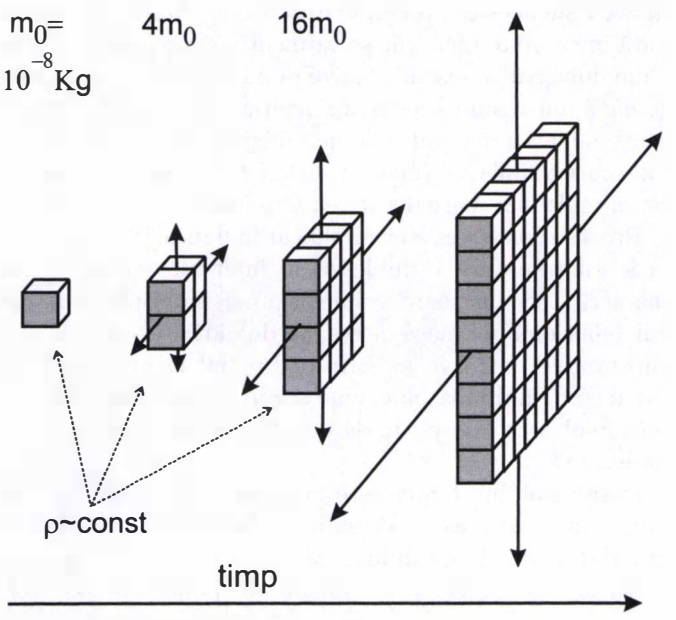

Figura 18.13: *O vizualizare simplificată a procesului de inflație al universului. Cubul din stânga reprezintă universul la început, atunci când el ar fi avut dimensiuni de ordinul lungimii Planck $10^{-35}m$. Masa lui totală ar fi fost de ordinul masei Planck $10^{-8}kg$, și ea ar fi fost stocată în câmpul inflatonic. La intervale de timp foarte scurte (mai scurte de $10^{-38}s$) dimensiunea universului s-ar fi dublat, ceea ce a crescut în mod natural și viteza de expansiune (reprezentată prin săgeți). Deoarece densitatea de energie ρ a câmpului inflatonic a rămas aproape constantă în proces (cuburile au aceeași nuanță și sunt aproape identice), masa universului a crescut de opt ori la fiecare dublare (de patru ori în modelul bidimensional al figurii), depășind cu mult masa universului nostru observabil.*

faptul că universul ar fi putut apărea în urma *fluctuațiilor cuantice*, de data aceasta aplicate câmpului inflatonic și spațiului însuși. Desigur, nu trebuie să ne imaginăm că acest sâmbure de univers ar fi apărut undeva într-un spațiu gol, ci că fluctuațiile cuantice au creat la un moment dat nu numai câmpul inflatonic, dar și spațiul și timpul în care să se manifeste.

Argumentul lui Linde se bazează pe discuția prezentată în secțiunea 160. Astfel, fluctuațiile cuantice pot crea din „nimic" un univers de energie ΔE, dacă acest proces are loc într-un timp de ordinul $\Delta t \sim \hbar/\Delta E$. Cum mărimile Planck (timpul Planck și energia Planck) îndeplinesc această relație, se prea poate ca universul să apară din fluctuațiile cuantice într-un timp Planck (10^{-44}s), spune Linde.

Odată creat acest univers, energia lui este înmagazinată în câmpul inflatonic. Așa cum am arătat în secțiunea precedentă, valoarea inițială a câmpului inflatonic este mare, iar câmpul va căuta să-și atingă valoarea minimă, conducând la expansiunea universului (vezi figura 18.10). Procesul de inflație dublează dimensiunea universului pentru început la fiecare 10^{-44}s (timpul Planck), urmând ca perioada aceasta să crească spre 10^{-38}s la sfârșitul inflației.

O privire mai atentă scoate însă în evidență particularități deosebite ale modelului lui Linde. Astfel,

în decursul acestui proces, *densitatea de energie* înmagazinată în câmpul inflatonic se va menține aproape constată. Cum universul se extinde foarte rapid, înseamnă că energia *totală* a universului crește exponențial! De unde la început universul avea mai puțin de un miligram, el ajunge în timpul scurt al inflației (mai scurt de 10^{-30}s) să acumuleze o masă mult mai mare decât cea a universului observabil.

Procesul acesta este exemplificat în figura 18.13. Aici se vede cum spațiul se dublează în intervale scurte, într-o manieră asemănătoare celulelor unui embrion. În cazul embrionului, masa necesară dublării se extrage din substanțele nutritive pe care embrionul le primește. În cazul câmpului inflatonic, cine asigură această masă, dacă universul avea mai puțin de un miligram și nimic altceva nu exista?

Raspunsul lui Linde este oarecum surprinzător. El ne spune că masa necesară e furnizată de câmpul gravitațional al spațiului, care are energie *negativă*! Situația este oarecum asemănatoare planetelor ce orbitează în jurul Soarelui, care au o energie potențială negativă, de aceea nu pot părăsi singure sistemul solar. În același fel, energia gravitațională negativă a spațiului în expansiune furnizează energia pozitivă a materiei (câmpul inflatonic) în cursul procesului de inflație, în așa fel încât suma celor două rămâne aproape nulă (energia totală se conservă).

Așa după cum se vede în figura 18.13, nu numai mărimea și masa universului se dublează într-un ritm rapid, dar și viteza sa de expansiune (care este de fapt un rezultat al dublării). Cum la început procesul de dublare are loc într-un timp de ordinul timpului Planck, iar dimensiunea universului este de ordinul lungimii Planck, viteza expansiunii este de ordinul vitezei luminii, și o va depăși pe aceasta apoi. Așa cum am menționat în secțiunea precedentă, vorbim de viteza de expansiune a spațiului, care nu este limitată în teoria relativității.

Suprinzător însă, calculele lui Linde arată că universul s-a extins în urma procesului de inflație la distanțe mult mai mari decât cele pe care le cunoaștem pentru universul *observabil* (cel care are azi în jur de câteva zeci de miliarde de ani-lumină). Astfel, dacă luăm o perioadă aproximativă de dublare de ordinul a 10^{-43}s și ținem cont că întregul proces a durat aproximativ 10^{-33}s, atunci universul a cunoscut 10^{11} procese de dublare (vezi căsuța matematică alăturată). El ar fi atins atunci dimensiuni de $2^{10^{11}}$ mai mari, adică de ordinul $10^{10000000000}$m. Ele depășesc cu mult dimensiunile universului observabil, care este doar de aproximativ 10^{26}m!

Dacă e să dăm crezare acestor modele, universul nostru observabil, deja cu dimensiuni de zeci de miliarde de ani-lumină, nu este decât o mică sămânță de mac aruncată printre nenumăratele alte miliarde de zone ale unui univers întreg mult mai vast. Cum aceste zone sunt atât de îndepartate, le putem considera pe bună dreptate alte universuri, aruncate de Creație la distanțe pe care nici măcar nu ni le putem imagina. Vorbim atunci de *universuri multiple.*

Denumirea nu trebuie să ne inducă în eroare. Nu vorbim de universuri *paralele*, universuri care nu ar fi conectate de loc. Din contră, universurile multiple din teoria inflației sunt conectate unul cu altul, atâta doar că se află la distanțe foarte mari. O comparație frumoasă este cea cu

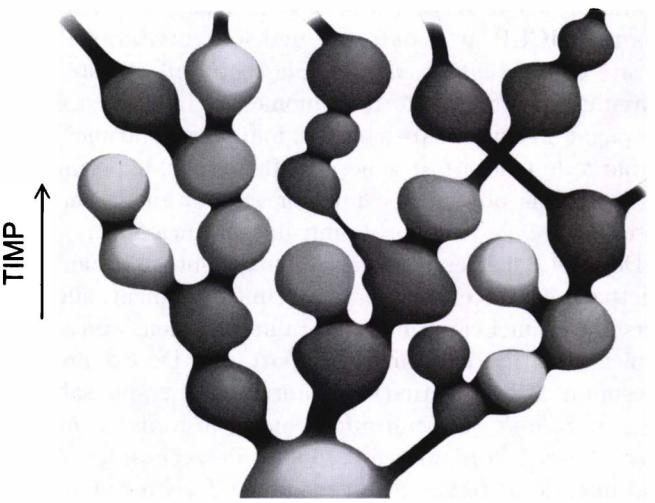

Figura 18.14: *O schită a universurilor multiple concepută de Andrei Linde și reprodusă cu permisiunea dumnealui. „Baloanele" din imagine reprezintă diverse regiuni ale universului întreg, reprezentate în spațiu-timp. Universul suferă din când în când, aleator, procese de inflație într-unele dintre aceste regiuni. Universul nostru observabil (cel de zeci de miliarde de ani-lumină) ar fi azi doar un punct infinitezimal pe unul dintre „baloanele" din imagine.*

teoria *insulelor de univers*, care a apărut odată ce astronomii au descoperit pe cer obiecte mai neclare, și despre care bănuiau că se află mult mai departe decât stelele. Aceste „insule" s-au dovedit a fi galaxiile, care sunt într-adevăr foarte departe una de alta.

Să menționăm că dimensiunea mult mai mare a universului în modelul inflaționar este o consecință aproape de neevitat, independentă de modelele folosite. Astfel, așa cum am menționat în secțiunea precedentă, teoria inflației explică în mod natural faptul că geometria universului este aproape euclidiană (*problema planarității*): cu toate că universul întreg a fost foarte deformat la începutul său, inflația l-a făcut așa de mare că, pe portiunile locale ale universului nostru observabil, el apare aproape euclidian. Universul este, în întregul lui, curb.

Denumirea de *universuri multiple* („multiverse" în engleză) are și o justificare aparte în modelul inflaționar. Astfel, procesul de inflație se oprește în diferite zone locale ale universului, acolo unde câmpul inflatonic a scăzut la valori mici. Totuși, datorită fluctuațiilor cuantice, vor apărea mereu alte zone unde câmpul inflatonic va avea valori mari, iar procesul de inflație continuă.

Un astfel de mecanism creează mereu insule noi de univers în universul deja existent (vezi figura 18.14). Cum zonele de univers nou-create continuă să se expandeze cu viteze mai mari decât viteza luminii, ele vor fi separate de zonele deja create de univers. În acest fel, fiecare insulă de univers poate fi privită ca un univers separat de celelalte. Vorbim atunci de universuri multiple, de un model haotic de formare a acestor universuri și de un *proces de inflație etern.*

În căsuța matematică urmatoare prezentăm elementele principale ale modelului lui Linde.

Calcul: ***Implicații ale modelului haotic***

În căsuța matematică din secțiunea precedentă am prezentat unul dintre nenumăratele modele pentru o teorie a inflației. Să dăm substață acelor calcule, urmărind propunerile lui Andrei Linde.

Presupunerea-cheie pe care Linde o face este că variațiile măsurate în temperatura radiației de fond (vezi figura 8.26) sunt datorate *fluctuațiilor cuantice* ale câmpului inflatonic, care au avut loc cu puțin înainte de sfârșitul inflației. Pentru a reproduce aceste rezultate, el alege masa câmpului inflatonic $m \sim 10^{-5}$ în unități Planck (vezi secțiunea precedentă).

Să ne imaginăm, spune el, că universul avea pentru început (la momentul Planck 10^{-44}s să spunem) dimensiunea Planck 10^{-35}m și o energie *totală* a câmpului inflatonic de ordinul energiei Planck 10^{-8}kg. În unitățile folosite în căsuța matematică precedentă vom avea atunci la timpul $t_0 = 1$ dimensiunea inițială $R_0 = 1$ și densitatea de energie $\rho_0 \sim 1$ (am renunțat la factorul 2 și am folosit semnul $\sim$ pentru a sublinia că valorile sunt aproximative). Deoarece $\rho_0 \sim m^2\phi_0^2$ vom deduce că valoarea inițială a câmpului inflatonic a fost $\phi_0 \sim \sqrt{\rho_0}/m \sim 10^5 \gg 1$.

Mai departe, să reluăm cele două ecuații obținute în căsuță matematică din secțiunea precedentă, până la un ordin de mărime:

$$\dot{\phi} \sim -m; \qquad H \sim m\phi$$

Ele ne dau evoluția universului în perioada de inflație. De exemplu, avem

$$\phi(t) \sim \phi_0 - mt$$

În decursul inflației, câmpul inflatonic scade de la valoarea inițială $\phi_0 = 1/m = 10^5$ la valori de ordinul Planck $\phi \sim 1$ (vezi figura 18.10). Timpul total de inflație rezultă din relația de mai sus că este $T = (\phi_0 - 1)/m \sim 10^{10}$ de unități de timp Planck. În secunde, el devine $T = 10^{10} \cdot 10^{-44}s = 10^{-34}s$.

Expansiunea relativă a inflației (dată de constanta lui Hubble H) urmărește îndeaproape această evoluție, deoarece $H(t) \sim m\phi(t)$, iar m este doar o constantă. Înlocuind valorile ϕ, ea va fi $H = 1$ la început, și mult mai mică la sfârșit, $H \sim m \sim 10^{-5}$. *Pe porțiuni mici* expansiunea este exponențială, așa cum discutat în secțiunea precedentă

$$R(t) \sim R_0 e^{Ht}$$

De aceea, la început universul aproape se dublează sau triplează ($e = 2,71$) la fiecare interval de timp Planck $1/H \sim 1$ (adică $10^{-44}s$ în sistemul internațional de unități). La sfârșitul perioadei de inflație, timpul acesta de dublare va deveni de ordinul $1/H \sim 1/m \sim 10^5$ în unități Planck, adică aproximativ $10^{-39}s$.

Să estimăm acum dimensiunea R a universului la sfârșitul inflației, observând că scăderea lui H este liniară și în cea mai mare parte a timpului el are valori apropiate celei inițiale, $H \sim 1$ (să alegem valoarea medie $H \sim 0,5$). Obținem

$$R(T) = R_0 e^{H_0 T} \sim 1 \cdot e^{0,5 \cdot 10^{10}}$$

Chiar și trecând de la unități de lungime Planck la metri, dimensiunea aceasta rămâne enormă, de ordinul a $R \sim 10^{10000000000}$m, față de dimensiunea cunoscută a universului observabil de $R \sim 10^{26}$m. Universul ar fi atunci cu mult *mai mare* decât îl vedem noi.

În final, să justificăm alegerea inițială a masei câmpului inflatonic $m \sim 10^{-5}$, care se bazează pe interpretarea variației de temperatură în radiația de fond drept un rezultat al fluctuațiilor cuantice *ale câmpului inflatonic* ϕ.

Astfel, lungimea de undă a acestor fluctuații cuantice crește pe măsură ce universul este în inflație. Atunci când ele depășesc valoarea H^{-1}, fluctuațiile „îngheață" (pentru că perioada lor de oscilație devine mai mare decât perioada de inflație). Valoarea H este și viteza de expansiune a inflației și singurul parametru relevant în acel moment. De aceea, se presupune că mărimea fluctuațiilor cuantice $\delta\phi$ este, la acel moment, de acest ordin de mărime H:

$$\delta\phi \sim H$$

Fluctuațiile cuantice $\delta\phi$ determină timpi *diferiți* în care procesul de inflație se va sfârși. Unele regiuni din spațiu vor avea o valoare mai mică a câmpului ϕ, și vor încheia procesul de inflație mai devreme. Datorită expansiunii universului, ele vor sfârși cu o densitate de energie a materiei mai mică decât celelalte regiuni care încheie inflația mai târziu. Diferențele acestea de timp vor fi de ordinul $\delta t = \delta\phi/\dot{\phi} \sim H/\dot{\phi} \sim \phi$, și ele se vor reflecta în variațiile de densitate în materia care se generează în univers

$$\delta_S = \frac{\delta\rho}{\rho} = \frac{\delta R}{R} = \frac{\dot{R}}{R}\delta t = H\delta t \sim m\phi^2 \quad \Rightarrow \quad m \simeq \frac{\delta_S}{\phi^2}$$

Variațiile de densitate $\delta_S = \delta\rho/\rho$ se regăsesc în variațiile temperaturii radiației de fond. Așa cum am menționat în secțiunea 89 ele sunt, într-un ordin de mărime, aproximativ $\delta_S \sim 10^{-5}$ (vezi figura 8.26). Pe de altă parte, spre sfârșitul inflației câmpul ϕ avea valori de ordinul mărimilor Planck (fizicienii aleg $\phi^2 \simeq 1$ în unitățile naturale), deci $m \simeq \delta_S$.

Înlocuind în relația de mai sus valoarea câmpului la sfârșitul perioadei de inflație, obținem $\delta_S \sim m \sim 10^{-5}$, ceea ce, până la un ordin de mărime, se potrivește cu experimentul (cea mai mare deosebire față de modelul complet este faptul că fluctuațiile cuantice au avut loc cu ceva timp înainte de sfârșitul perioadei de inflație).

Să se întindă universul cu mult peste limitele universului observabil? Să continue oare procesul de inflație la nesfârșit, așa cum ne sugerează modelul lui Linde? Imaginându-ne mărimea posibilă a universului dincolo de limitele sale observabile, vom rămâne muți de uimire. Nici nu am ajuns bine pe Lună, nemaivorbind de stele sau galaxii apropiate, și deja ne gândim la lumi dincolo de universul observabil.

În momentul în care lucrarea de față intră în tipar, noi măsurători vin să pună sub semnul întrebării rezultatele experimentului BICEP2. Astfel, telescopul spațial Planck a măsurat, ca și BICEP2, polarizarea radiației de fond. Deși rezoluția telescopului Planck a fost mai slabă decât a măsurătorilor BICEP (cu mai mult de un ordin de mărime), acesta a avut un avantaj: a măsurat mai multe frecvențe!

Experimentul BICEP2 a folosit o singură frecvență de 150 GHz, telescopul Planck a măsurat câteva frecvențe, începând de la 353 GHz în sus. Ei s-au concentrat în special pe influența gazului interstelar asupra modurilor de polarizație B. Așa cum arată modelele, influența gazului interstelar crește pe măsură ce crește frecvența, pe când contribuția undelor gravitaționale primordiale se menține aproape constantă cu frecvența.

Telescopul spatial Planck a arătat că amplitudinea modurilor de polarizare B crește rapid cu frecvența, ceea ce indică o puternică componentă a prafului interstelar în măsurătoarea prezentată în figura 18.12. Extrapolând datele la frecvența de 150 GHz, cercetătorii au estimat că întreaga amplitudine a modurilor B ale polarizării ar putea proveni de la praful interstelar!

Noile rezultate ridică semne de întrebare dacă ceea ce am observat în figura 18.12 sunt într-adevar undele gravitaționale primordiale. Pe de altă parte, ele nu reprezintă o infirmare a modelului lui Linde sau, și mai rău, a teoriei inflației. Cu puterea sa de a explica problema planarității si cea a orizontului, teoria inflației se găsește puternic ancorată în astrofizica modernă.

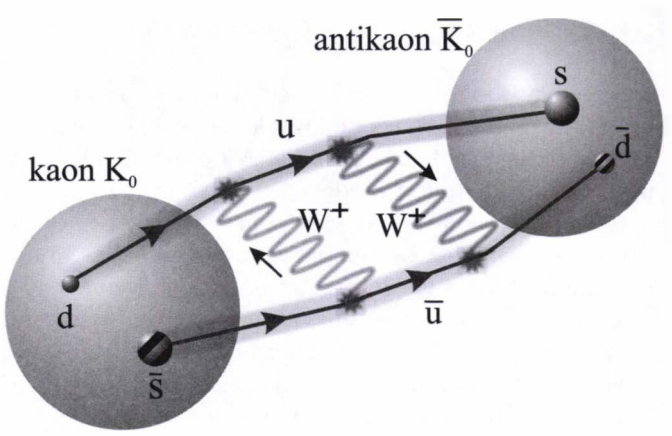

Figura 18.15: *Unul dintre mecanismele prin care un kaon neutru K^0 se transformă într-un antikaon $\overline{K^0}$. În stânga este kaonul inițial, format dintr-un quarc d și un antiquarc $\bar{s}$, de sarcini electrice $-1/3$ și $1/3$. În interiorul kaonilor există nu numai o mare de gluoni care ține cei doi quarci împreună (nedesenați) dar și o mare de bosoni W virtuali. În procesul exemplificat, antiquarcul $\bar{s}$ emite un boson W^+ transformându-se pentru scurt timp într-un antiquarc $\bar{u}$ (de sarcină electrică $-2/3$). Bosonul emis este absorbit de quarcul d, care devine apoi un quarc u. După ce schimbul de bosoni W mai are loc odată în sens invers, cei doi quarci inițiali devin un quarc s și un antiquarc $\bar{d}$, formând de data aceasta un antikaon $\overline{K^0}$.*

182. Violarea simetriei dintre materie și antimaterie și a celei de sarcină-paritate

În secțiunea 171 am discutat despre *chiralitatea* particulelor și despre ruperea simetriei de paritate P. Astfel, la prima vedere, am crezut că un neutrin de chiralitate stânga văzut în oglindă ar apărea ca un neutrin de chiralitate dreapta. Cum însă în experimente întâlnim *numai* neutrini de chiralitate stânga, spunem că simetria de paritate P este ruptă, deoarece natura a avut o preferință pentru neutrinii de chiralitate stânga, fiindcă doar ei apar în experimente.

Pentru a mai îndulci efectele ruperii violente a simetriei de paritate, fizicienii și-au dat seama că imaginea din oglindă a unei particule trebuie să fie *antiparticula* sa (vezi figura 17.7). Vorbim atunci de transformarea sarcină-paritate CP. Noua definiție include nu numai imaginea particulei în oglindă, dar și o schimbare de sarcină pentru imaginea particulei din oglindă (de unde litera C, de la „charge", care înseamnă „sarcină" în engleză). Cu alte cuvinte, imaginea unei particule în oglindă va fi antiparticula sa, având toate sarcinile de semn opus.

Atunci, dacă ne uităm în oglindă la imaginea *neutrinului* de chiralitate stânga, vom vedea un *antineutrin* de chiralitate dreapta. În acest fel, pe baza simetriei în oglindă, nu ne așteptăm să găsim în natură neutrini de chiralitate dreapta, ci antineutrini de chiralitate dreapta, ceea ce se și observă. Mai mult, aceste două tipuri ar trebui să existe în natură în număr egal.

Dacă noua simetrie CP (sarcină-paritate) nu este ruptă, probabilitatea totală de a observa neutrini de chiralitate stânga ori antineutrini de chiralitate dreapta în univers este *aceeași*. Dacă paritatea CP este violată, atunci cele două probabilități sunt *diferite*, și ne așteptăm ca un grup de particule să fie găsit mai des în univers decât celălalt.

În 1964, fizicienii au arătat că simetria sarcină-paritate CP este violată. Descoperirea le-a adus Premiul Nobel fizicienilor James Cronin and Val Fitch în 1980. În experimentele lor, pe care le prezentăm pe scurt aici, cei doi fizicieni au folosit particule numite *kaoni*, care sunt niște *mezoni* (deci formați dintr-un quarc și un antiquarc).

Unul dintre acești kaoni este kaonul neutru K^0, format dintr-un quarc d și un antiquarc $\bar{s}$ (vezi figura 18.15). În 1955 fizicienii Murray Gell-Mann (cel care a pus ordine în quarci) și Bram Pais au observat o proprietate foarte interesantă a kaonului K^0. Astfel, el are capacitatea de a se transforma instantaneu, fără aport de energie, în antiparticula sa *antikaon* $\overline{K^0}$! Sunt câteva reacții care fac tranziția

posibilă, toate datorită *interacțiunii nucleare slabe* a quarcilor, intermediate de bosonul W (un exemplu este prezentat în figura 18.15).

Mai mult, reacția are loc și în sens invers, cu alte cuvinte *antikaonul* $\overline{K}^0$ poate deveni instantaneu un *kaon* K^0, fără aport de energie. Interesant, nu? O particulă care devine antiparticulă, și invers, într-un proces care are loc continuu în *interiorul* ei. Aceasta deoarece quarcul d și antiquarcul $\overline{s}$ din interiorul kaonului schimbă continuu între ei bosoni W din norul de bosoni virtuali, devenind pentru scurt timp quarci sau antiquarci u. La rândul lor, aceștia pot deveni quarci s și antiquarci $\overline{d}$, sau invers (vezi figura 18.15).

În experiment, datorită acestui fenomen special, kaonii vin într-o *combinație liniară* (superpoziție cuantică) de kaoni K^0 și *antikaoni* $\overline{K}^0$, pentru că aceștia oscilează în mod continuu dintr-o parte în alta. Acum însă, așa cum am discutat, imaginea în oglindă a oricărei particule este antiparticula sa. Atunci imaginea în oglindă a kaonului K^0 trebuie să fie antikaonul $\overline{K}^0$, și invers. Cum kaonul experimental este o superpoziție cuantică a celor două, în proporții egale, aceasta înseamnă că imaginea în oglindă a kaonului experimental K este chiar el însuși!

Observația de mai sus este importantă dacă ne punem problema dezintegrării kaonului experimental. Astfel, se arată că există mai multe maniere prin care kaonul experimental se poate dezintegra, deși două joacă un rol special:

$$K \to \pi^+ + e^- + \overline{\nu}_e$$
$$K \to \pi^- + e^+ + \nu_e$$

După cum se vede, primul rezultat este *imaginea în oglindă* a celui de-al doilea, și invers. Aceasta pentru că pionul π^+ este antiparticula pionului π^-, electronul e^- este antiparticula pozitronului e^+ și antineutrinul $\overline{\nu}_e$ este antiparticula neutrinului electronic ν_e. Avem deci o particulă inițială care este propria sa antiparticulă, deci *propria sa* imagine în oglindă (kaonul experimental K). Particula se transformă, în două reacții care sunt una imaginea în oglindă a celeilalte. Ne așteptăm atunci ca cele două reacții să aibă precis *aceeași probabilitate*, pe baza argumentelor de simetrie (vezi figura 18.16).

Cu toate aceste, în experimente, fizicienii Fitch și Cronin au măsurat că probabilitățile celor două reacții sunt *diferite* (vezi figura 18.16). Nu cu mult, cu aproximativ două miimi, suficient însă ca să dea peste cap lumea teoreticienilor. Astfel, kaonul experimental K se dezintegrează mai des într-un pozitron e^+ decât într-un electron e^-! Deși kaonul inițial era propria sa imagine în oglindă, rezultatul reacțiilor *nu* mai este propria sa imagine în oglindă. Acum din totalul de perechi formate, avem cu două miimi mai multe perechi de $(\pi^- + e^+ + \nu_e)$ decât perechi de $(\pi^+ + e^- + \overline{\nu}_e)$. Or, mai simplu de ținut minte, la fiecare 1000 de electroni generați avem 1001 de pozitroni generați.

Experimentele acestea arată că interacțiunea slabă a quarcilor *rupe* simetria sarcină-paritate CP. Dacă un sistem inițial este propria sa imagine în oglindă, nu înseamnă că, după un timp, și produsul reacțiilor sale va fi propria sa imagine în oglindă.

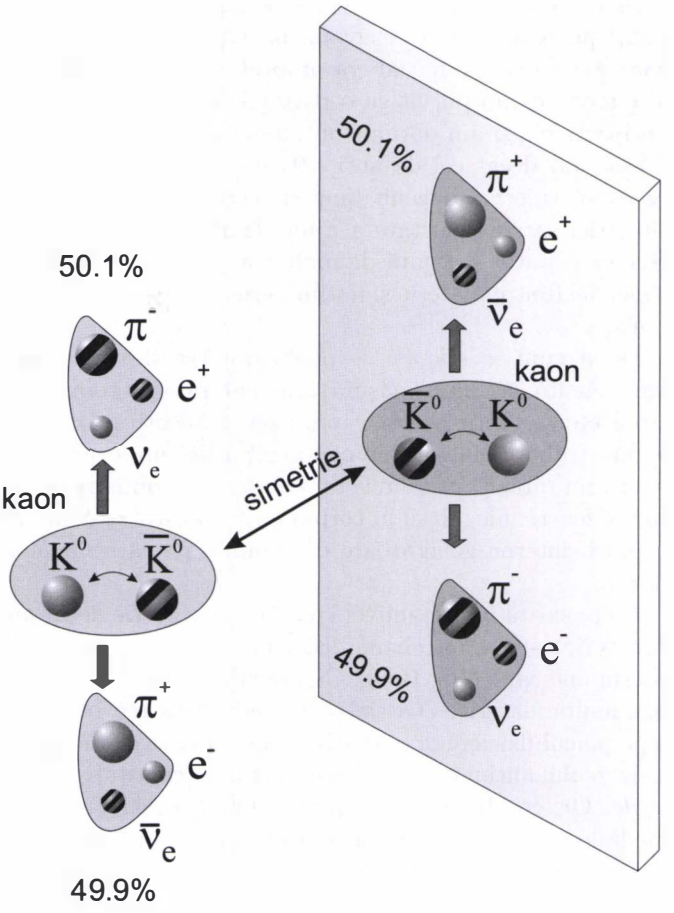

Figura 18.16: *În figură este reprezentată ruperea simetriei sarcină-paritate. Aici particulele sunt reprezentate ca bile „pline" și antiparticulele ca bile hașurate. În stânga este reacția prin care un kaon experimental se dezintegrează în două moduri, cu probabilități diferite. În dreapta este imaginea în oglindă a aceleași reacții. Imaginea în oglindă a unei particule este o antiparticulă, și invers. Kaonul experimental este o superpoziție cuantică, cu contribuții egale, a kaonului K^0 și a antiparticulei sale, antikaonul $\overline{K}^0$. Ca atare, kaonul experimental este identic cu imaginea sa în oglindă. Pe de altă parte, pentru că probabilitățile sunt diferite, imaginea în oglindă a reacției nu mai este identică cu reacția însăși. Procesul de față violează deci simetria în oglindă.*

Interesant însă, ruperea simetriei sarcină-paritate CP poate fi integrată în *modelul standard al particulelor elementare*, mai precis în *matricea CKM* prezentată în secțiunea 177. Ceea ce avem de făcut este să atribuim niște faze diferite elementelor matricii, elemente care sunt deci niște numere complexe. Atenție însă, și aceste faze se obțin tot experimental, iar teoria nu le prezice. La ora actuală, valorile lor sunt în mare parte necunoscute.

Desigur, este liniștitor să aflăm că putem integra ruperea simetriei sarcină-paritate CP în modelul standard al particulelor elementare. La urmei urmei, nu trebuie să extindem modelul sau, mai rău, să introducem niște condiții inițiale speciale ale universului pentru a explica ruperea de simetrie observată. Interesante sunt însă și *consecințele* acestei ruperi de simetrie, printre care vom menționa acum ruperea simetriei dintre materie și antimaterie.

În dezintegrarea kaonului, de exemplu, se obțin mai mulți pozitroni decât electroni, în ciuda faptului că acel kaon experimental inițial era propria sa antiparticulă. Cu alte cuvinte, am pornit cu o particulă care era propria sa antiparticulă și am obținut un număr *diferit* de particule (electroni) decât cel de antiparticule (pozitroni). Odată ce acest aspect a devenit limpede cercetătorilor, ruperea simetriei sarcină-paritate a ajuns foarte atractivă, deoarece ea a putut fi legată de mult mai cunoscuta rupere a simetriei dintre materie și antimaterie, atât de evidentă în univers.

După cum se știe (și se poate observa direct) lumea pare făcută în mare măsură din materie (protoni, electroni etc.). Antimateria e produsă în reacții exotice, și ea ne străbate din când în când corpurile sub forma unor pozitroni rătăciți prin univers. Din fericire, numărul acestora e foarte mic, altfel în corpul nostru ar avea loc mereu explozii interne generatoare de lumină, pe care nu ni le dorim.

De ce există însă în univers mai multă materie decât antimaterie? - iată întrebarea fizicienilor. Desigur, se poate presupune ca, la Big Bang, Creatorul a pus pur și simplu mai multă materie. O astfel de preferință a Creatorului nu e pe placul fizicienilor, care tind să creadă că la începutul universului antimateria și materia erau în cantități perfect *egale*. Or, cu alte cuvinte, că universul (la scară mare, în medie) era identic cu propria sa imagine în oglindă.

De exemplu, ne putem imagina că la începutul universului existau tot atâtea particule X câte antiparticule $\overline{X}$ (vezi figura 18.17). Fizicienii estimează un astfel de moment la aproximativ 10^{-35} secunde de la crearea universului, când temperatura depășea 10^{25} Kelvin.

Pe măsură însă ce universul s-a extins, el s-a și răcit. În decursul procesului, ne putem imagina că particulele X și antiparticulele $\overline{X}$ s-au dezintegrat. Dacă dezintegrarea ar fi păstrat simetria sarcină-paritate CP, atunci universul ar fi fost în continuare identic cu *propria sa* imagine în oglindă. Or, cu alte cuvinte, numărul de particule obținute după dezintegrare ar fi rămas egal cu numărul de antiparticule.

Ne putem însă imagina pentru moment că atât particulele X, cât și $\overline{X}$ ar fi fost chiar *kaonul* nostru experimental K, care este propria sa antiparticulă (am fi avut deci numai kaoni experimentali $K = \overline{K}$). Ce s-ar fi întâmplat atunci? Ei bine, așa cum am văzut, în urma dezintegrării am fi obținut *mai multe* perechi de $(\pi^- + e^+ + \nu_e)$ decât perechi de $(\pi^+ + e^- + \overline{\nu}_e)$! Este drept, doar cu două miimi mai mult, însă suficient pentru ca simetria în oglindă să se rupă. Atunci universul nu ar mai fi fost, în medie, egal cu propria sa imagine în oglindă, pentru că ar fi avut mai mulți pozitroni decât electroni. Or, cu alte cuvinte, numărul particulelor ar fi ieșit *diferit* de cel al antiparticulelor în urma dezintegrărilor, diferență care s-ar conserva până azi (vezi figura 18.17).

Desigur, exemplul kaonului nu este cel pe care îl căutăm, pentru că aici avem mai mulți pozitroni decât electroni, ori noi ne dorim exact contrariul și în plus vrem să găsim dezechilibrul și între quarci (componentele protonilor). Este însă important de înțeles că aceste procese au putut avea loc în univers și că ele ar fi condus la un dezechilibru între materie și antimaterie. Este sarcina fizicienilor

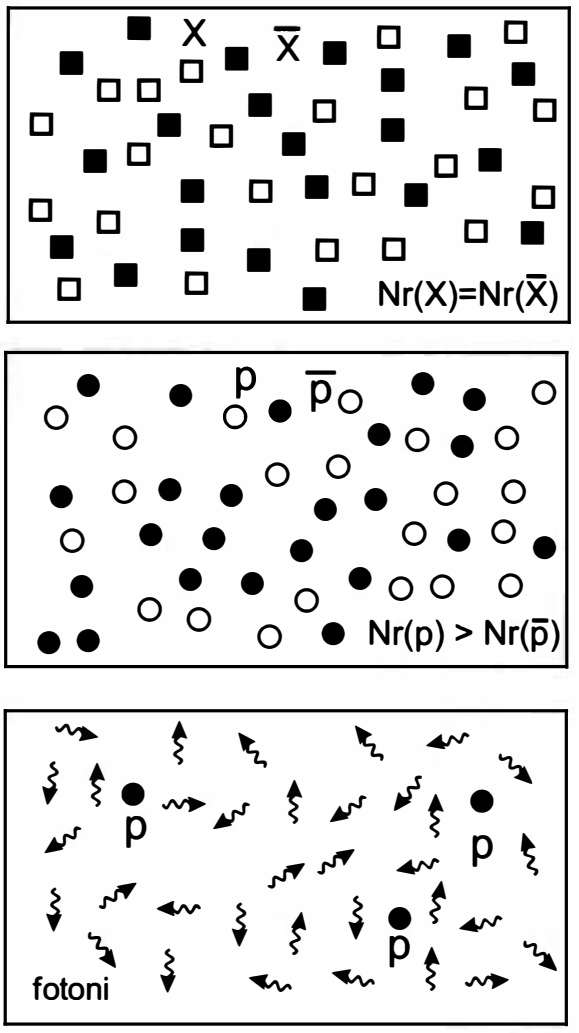

Figura 18.17: *O posibilă soluție pentru ruperea simetriei dintre materie și antimaterie. Sus este universul reprezentat într-un stadiu foarte timpuriu (10^{-35} secunde). El ar fi fost plin de particule originare X (reprezentate prin pătrate pline) și antiparticulele lor $\overline{X}$ (reprezentate prin pătrate goale), în cantități egale. În timp însă, particulele X și $\overline{X}$ s-ar fi dezintegrat, lăsând în urma lor protoni (cercuri pline) și antiprotoni (cercuri goale). Dacă acest proces de dezintegrare ar fi violat simetria sarcină-paritate, atunci cantitățile rămase de protoni și antiprotoni ar fi fost diferite. După un timp (reprezentarea de jos) perechile de proton și antiproton s-au anihilat, lăsând în urmă foarte mulți fotoni, dar și protoni în exces. Raportul dintre fotonii rămași și protonii din univers este o măsură a dezechilibrului originar dintre numărul de protoni și antiprotoni. Din măsurătorile radiației de fond, acest dezechilibru este estimat la o parte dintr-un miliard.*

să identifice acea particulă X responsabilă de ruperile de simetrie.

Să observăm că ruperea simetriei sarcină-paritate apare doar în *două miimi* din cazuri, pe când ruperea simetriei dintre materie și antimaterie pare să fie aproape totală! Altfel spus, avem numai materie în univers, nu doar cu două miimi mai multă decât antimateria.

Remarca aceasta este rapid contracarată de fizicieni. Să nu uităm că la începutul universului, spun ei, ar fi putut fi

mult mai multe particule și antiparticule decât vedem noi astăzi. Dacă particulele ar fi fost cu o miime mai multe decât antiparticulele, dar le-ar fi anihilat pe toate între timp, atunci tot am fi sfârșit numai cu particule și cu nici o antiparticulă (vezi figura 18.17).

Discuția de mai sus ne arată un lucru esențial: avem nevoie doar de o nfimă rupere a simetriei sarcină-paritate pentru a explica excesul de particule față de antiparticule pe care îl observăm azi. Trebuie doar să acceptăm faptul că la început existau mult mai multe particule decât astăzi, și că cele mai multe dintre ele au fost anihilate de antiparticule, până când nu au mai rămas aproape deloc antiparticule și doar puține particule.

Cu toate acestea, cercetătorii încă nu se pun de acord dacă un mecanism similar celui de mai sus este cel într-adevăr responsabil de excesul de materie observat. Sunt calcule mai detaliate care sugerează că nici unul dintre procesele observate de rupere simetriei nu este încă suficient pentru a explica asimetria observată între materie și antimaterie.

Frumosul drum al cercetării continuă însă și aici, în special cu construcția acceleratorului de particule Large Hadron Collider. Astfel, pe lângă acesta, se va construi ceea ce fizicienii numesc o *fabrică-B*. Nu, nu este vorba de o fabrică obișnuită, ci de niște proiecte de cercetare care vor urmări dezintegrarea particulelor, obținute în urma ciocnirilor, care conțin quarci b (de unde numele de fabrică B). Reacțiile acestora conțin urme ale ruperii simetriei sarcină-paritate și fizicienii speră să înțeleagă astfel mai mult din acest proces, pentru ca în final să ajungă la o imagine mai clară a ruperii simetriei dintre materie și antimaterie.

În 2013 fizicienii care lucrează în cadrul acestui proiect au anunțat că au descoperit deja ruperea simetriei sarcină-paritate și pentru o altă particulă, numită mezon B_s^0. Ea este formată dintr-un quarc s și unul b, și se comportă similar kaonului experimental K.

183. Oscilațiile neutrinilor și masa lor nenulă

Modelul standard al particulelor elementare a fost practic pus la punct acum aproape o jumătate de secol. Unii critici spun că de atunci și până azi nu s-a mai întâmplat nimic în fizica fundamentală, exceptând *trei* lucruri: descoperirea *energiei întunecate*, descoperirea *materiei întunecate* și descoperirea masei de repaus *nenule* a neutrinilor. Ne vom concentra acum asupra acestei a treia descoperiri, pentru că ea e relevantă în modelul standard al particulelor elementare.

Astfel, după cum ne aducem aminte, modelul standard a fost construit la început cu neutrini de masă de repaus *nulă* (vezi capitolul 17). Presupunerea a fost făcută atunci când rezoluția aparatelor de măsură nu era așa de bună ca cea de azi, deci era justificată experimental la acea vreme. Ea a fost apoi combinată cu o altă observație experimentală, și anume ruperea simetriei simple în oglindă (ruperea simetriei de paritate). Așa cum am văzut, ea ne spune că în experimente sunt observați numai neutrini de *elicitate* stânga.

Teoreticienii au încorporat masa de repaus nulă a neutrinilor în simetria $SU(2) \times U(1)$ a modelului standard, spunând că, dacă neutrinii au masa de repaus nulă, atunci ei se deplasează cu viteza luminii și putem vorbi de *chiralitatea* lor (o proprietate intrinsecă), care este numai de stânga. Apoi, considerând că și electronul are pentru început masa de repaus nulă, au presupus că neutrinul de chiralitate stânga și electronul de aceeași chiralitate sunt de fapt două stări de isospin ale aceleiași particule, descrise de simetria $SU(2)$. În schimb, electronul de chiralitate dreapta nu are partener și rămâne descris de simetria $U(1)$. Acesta a fost punctul de pornire al teoriei electroslabe. La sfârșit am văzut că electronul recăpăta masa de repaus nenulă, prin interacțiunea cu bosonul Higgs, dar neutrinul nu (vezi secțiunea 176).

După cum vedem, masa nulă a neutrinului stă la baza diferențierii între simetria $SU(2)$ și $U(1)$, deci este adânc înrădăcinată în teorie. Dacă neutrinii au masa de repaus *nenulă*, atunci chiralitatea lor nu mai este o proprietate intrinsecă. Neutrinii devin asemănători electronilor și ne-am aștepta ca ei să poate fi găsiți în natură în ambele stări de elicitate, sau să le putem da masa de repaus nenulă prin interacțiunea cu bosonul Higgs (ceea ce modelul standard nu permite).

De aceea, comunitatea științifică a fost surprinsă atunci când, recent, s-a dovedit *experimental* că și neutrinii au masa de repaus nenulă, în contradicție cu ce credeau creatorii modelului standard.

Povestea descoperirii începe cu observația neutrinilor ce provin de la *Soare*. Ei sunt produși în reacțiile de fuziune din adâncul Soarelui și sunt în majoritate *neutrini electronici*. Astfel, în Soare atomii de hidrogen fuzionează la temperaturi mari în atomi de heliu, în urma unor procese secvențiale. Cum însă protonii și neutronii din alcătuirea celor doi atomi sunt formați din quarci u și d din prima generație, reacția de fuziune implică leptoni tot din prima generație, adică electroni și neutrini electronici ν_e (vezi figura 18.18).

Intensitatea radiației de neutrini electronici provenind de la Soare poate fi *prezisă* de teorie, pentru că se știe componența de atomi de hidrogen și de heliu din Soare. Predicția poate fi apoi comparată cu intensitatea neutrinilor electronici *măsurată* experimental. Spre surpriza fizicienilor însă, măsurătorile făcute încă din anii '60 arătau un flux de neutrini *de trei ori mai mic* decât cel prezis de teorie!

Mult timp această discrepanță între teorie și experiment a rămas un mister. S-au propus diverse explicații, mergând până la acelea care considerau modificarea dinamicii reacțiilor interne din Soare. În timp (în special după anul 2000), o serie de experimente au lămurit în sfârșit misterul. Astfel, s-a demonstrat că aroma neutrinilor (neutrin electronic, miuonic sau tauonic) se schimbă *de la sine* odată ce neutrinul circulă în spațiul liber! Cu alte cuvinte, în drumul lor de la Soare la Pământ, neutrinii electronici vor deveni tauonici sau miuonici, cele trei tipuri de neutrini fiind prezente cu probabilități *egale*. Este normal atunci ca noi să detectăm doar o treime de neutrinii electronici ai fluxului inițial. Restul sunt neutrini tauonici și miuonici

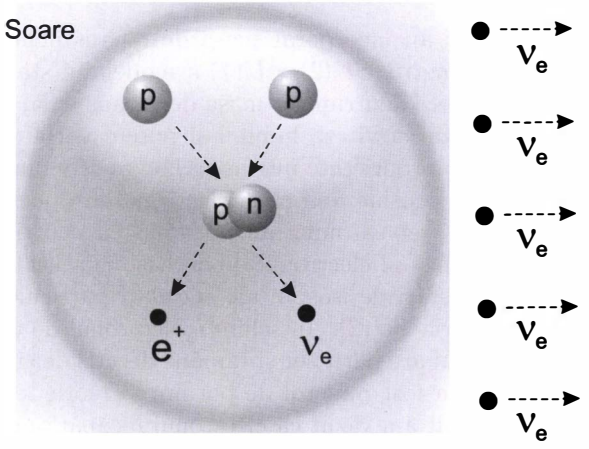

Figura 18.18: *În figură este reprezentată una dintre reacțiile nucleare de fuziune care au loc în Soare. Aici doi protoni (două nuclee de hidrogen) se combină pentru a forma un nucleu de deuteriu (un proton p și un neutron n). De remarcat că transformarea protonului în neutron generează un pozitron e^+ și un neutrin electronic ν_e. Soarele este atunci o fabrică uriașă de neutrini care sunt împrăștiați în sistemul solar. Cu toate acestea, doar o treime dintre neutrinii electronici generați de Soare care ar trebui să ajungă pe Pământ sunt într-adevăr și măsurați. Ce se întâmplă cu restul?*

care nu au fost detectați în experimente, pentru că pur și simplu nu au interacționat cu detectorul nostru.

Teoria care explică această supoziție ciudată spune că neutrinii pe care îi cunoaștem noi (electronici, tauonici sau miuonici) sunt, de fapt, *superpoziții cuantice* ale unor alți neutrini mai „elementari", care au mase de repaus diferite. Cu alte cuvinte, neutrinii despre care credeam că sunt elementari nu sunt chiar elementari, ci sunt superpoziții cuantice ai unor neutrini și mai „elementari".

Astfel, să ne aducem aminte de quarci și de aromele lor (s, d, u etc.). În interacțiunea de culoare (cromodinamica cuantică) aceștia aveau mase de repaus bine definite, putând fi considerați „elementari". În interacțiunea slabă însă, situația era diferită (vezi secțiunea 177). Aici interacțiunile erau mediate de bosonul W, care este un purtător al interacțiunii în simetria $SU(2)$, ceea ce înseamnă că particulele între care el mediază interacțiunea au două stări de isospin.

Într-o primă instanță ne-am fi așteptat ca cele două stări de isospin suplimentare ale quarcului să fie cei doi quarci din aceeași generație. Pentru prima generație, ei ar fi fost quarcii u și d. Cu toate acestea, se dovedește că afirmația e falsă, așa cum am menționat în secțiunea 177, acolo unde am notat cele două stări de isospin ale simetriei $SU(2)$ (într-o alegere particulară) cu u și $d' \neq d$. Quarcul d' am văzut că este o *superpoziție cuantică* a quarcilor d și s!

Situația este cu totul specială, pentru că cei doi quarci inițiali u și d aveau mase de repaus *bine definite*, pe când quarcul d' nu va mai avea o masă de repaus bine definită, el fiind o superpoziție cuantică a unor quarci de mase de repaus diferite (d și s). Cu alte cuvinte, stările de isospin ale quarcilor în interacțiunile nucleare slabe nu sunt quarci de mase de repaus bine definite, ci superpoziții cuantice.

O situație similară avem acum în cazul neutrinilor. Și aici se pare că există probabil niște specii de neutrini *fundamentali* (să spunem, neutrinii 1, 2 și 3) care ar avea mase de repaus diferite. Ca și la quarci, neutrinul electronic este de fapt o superpoziție cuantică a stărilor fundamentale 1, 2, 3. Desigur, tot o superpoziție cuantică a celor trei stări vor fi și neutrinul miuonic și cel tauonic. Matematic, aceste superpoziții cuantice se vor scrie prin intermediul unei matrici ca în cazul quarcilor:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ? & ? & ? \\ ? & ? & ? \\ ? & ? & ? \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}$$

În matricea de mai sus am notat cu semnul întrebării ? elementele matricii (numere complexe) pe care fizicienii trebuie să le reconstruiască. Matricea aceasta ar fi asemănătoare matricii CKM din secțiunea 177.

Să recunoaștem, presupunerea este remarcabilă și constituie o provocare pentru modelul standard. Numai bine, o altă provocare la care generațiile ce vin trebuie să răspundă. În cele din urmă trebuie explicată masa de repaus nenulă a neutrinilor și integrată în modelele cunoscute. Și e frumos că această provocare este una experimentală, deci una care are în mod sigur o rezolvare (căci natura a avut!), atâta doar că rezolvarea nu e cunoscută deocamdată.

Este interesant că analogia de mai sus cu quarcii ar sugera că între neutrini ar putea exista o altă forța fundamentală, în care neutrinii ar avea masa de repaus bine definită, așa cum quarcii care interacționează prin intermediul forței de culoare au masa de repaus bine definită. Observația rămâne însă la nivelul de speculație, pentru că nici un experiment modern nu pare să sugereze acest lucru. Pe viitor însă, odată ce puterea „microscoapelor" moderne va crește, experimetele ar putea scoate la iveală noi forțe de interacțiune între neutrini.

Să vedem însă cum propunerea masei nenule a neutrinilor explică misterul neutrinilor electronici solari, în cazul carora sunt detectați numai o treime față de ceea ce se așteptau teoreticienii. Trebuie să înțelegem în primul rând că neutrinul electronic generat în reacțiile nucleare este de fapt o *superpoziție cuantică* a neutrinilor elementari 1, 2 și 3. Pentru a simplifica raționamentul și a vedea esența procesului, să considerăm în discuția ce urmează că există numai neutrin electronic ν_e și neutrin miuonic ν_μ, și că ei sunt o superpoziție cuantică a doar doi neutrini elementari, 1 și 2, așa cum e exemplificat în figura 18.19.

O stare de superpoziție cuantică este descrisă de un set de *numere complexe*, care ne dau contribuția fiecărei stări componente la starea de superpoziție cuantică. Am definit setul acestor numere ca *undă de probabilitate*, iar în cazul nostru avem doar două astfel de numere. Pentru simplitate, să alegem cele două numere ca $A_1 = \sqrt{2}\exp(-2\pi it/2T)$ pentru starea $|1\rangle$ și $A_2 = \sqrt{2}\exp(-2\pi it/T)$ pentru starea $|2\rangle$.

Amplitudinea unui singur număr complex ne dă *probabilitatea* $|A_i|^2$ de a găsi neutrinul electronic într-una din

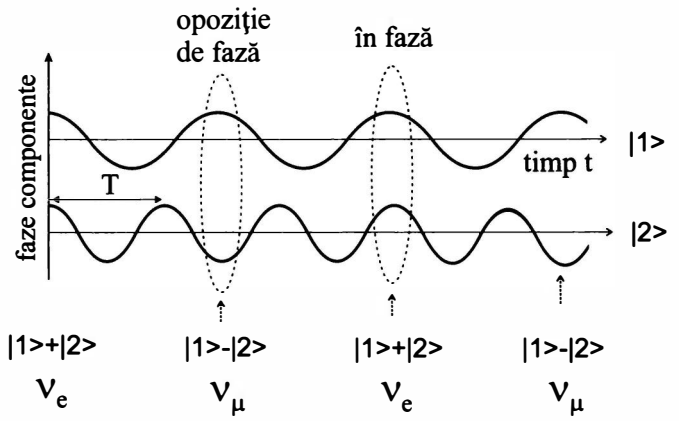

Figura 18.19: *În figură este prezentată esența mecanismului oscilației tipului de neutrin. Aici $|1\rangle$ și $|2\rangle$ reprezintă două stări de masă bine definite ale neutrinului, iar $|\nu\rangle$ este o superpoziție cuantică a celor două stări, având atașată câte un număr complex pentru fiecare stare clasică (definind unda de probabilitate). Faza acestui număr variază în timp (vezi descrierea din text), iar această variație a fazei este reprezentată cu linie continuă pentru cele două componente. Starea de superpoziție cuantică ajunge să descrie un neutrin electronic pentru $t = 2nT$, deoarece cele două componente sunt acum în fază. Atunci când fazele componentelor sunt în opoziție, neutrinul este de tip miuonic. Tipul de neutrin oscilează în timp, deși în unda de probabilitate se schimbă doar faza celor două componente.*

cele două stări elementare 1 sau 2. După cum vedem, cele două probabilități sunt egale, $|A_1|^2 = |A_1|^2 = 0,5$, iar suma lor este egală cu unitatea, ceea ce înseamnă că unda de probabilitate este normată.

Acum însă, vedem că faza acestor două amplitudini de probabilitate oscilează în timp, o caracteristică fundamentală a undei de probabilitate, așa cum am arătat în capitolul de mecanică cuantică: faza particulei oscilează cu o frecvență dată de energia sa $f = 1/T = E/h$ (aici T este perioada oscilației). Cum cele două stări elementare 1 și 2 au mase de repaus diferite, tot diferite vor fi și contribuțiile masei de repaus la energiile celor două stări, deci oscilațiile vor avea frecvențe diferite.

În figura 18.19, pentru simplitate, a fost aleasă o diferență a perioadei în oscilația fazelor egală cu un factor de 2/3. Tot aici, starea de neutrin electronic ν_e a fost definită ca starea în care numerele complexe au aceeași fază (adică $A_1 = A_2$), iar cea de neutrin miuonic ν_μ cea în care cele două numere sunt în opoziție de fază (adică $A_1 = -A_2$). Cele două stări de superpoziție cuantică sunt ortogonale, însemnând că vom găsi neutrinul (conform legilor mecanicii cuantice) într-una una din cele două stări, dacă îi măsuram caracterul electronic sau tauonic.

Privind acum figura 18.19 putem înțelege esența mecanismului oscilației neutrinului. Astfel, în poziția inițială, neutrinul generat este în starea sa de neutrin electronic ν_e, pentru că cele două faze sunt egale $A_1 = A_2 = 1/\sqrt{2}$. Apoi însă, cele două componente se defazează în timp, deoarece perioada oscilației este diferită (pentru că masele componentelor și deci energiile lor de repaus sunt diferite). Pentru anumite momente cele două numere complexe vor fi în antifază, pentru altele în fază. Neutrinul descris de figura 18.19 va fi în anumite momente neutrin electronic ν_e, iar în alte momente neutrin miuonic ν_μ, deși în esență nimic nu se schimbă în unda sa de probabilitate, în afară de fază.

După cum vedem, cheia mecanismului este că fazele celor două componente variază diferit în timp. Cum fiecare dintre componente are o altă masă de repaus, vom obține o combinație cu caracteristici ce se schimbă în timp, iar noi „vedem" un neutrin când de un tip, când de alul. Mecanismul prezentat mai sus ne dă și lungimea spațială pe care această oscilație are loc. Pentru iubitorii de matematică prezentăm alăturat o căsuță cu calculul lungimii de oscilație.

Calcul: ***Oscilația neutrinilor***

Referindu-ne la figura 18.19, putem scrie mai precis frecvența de oscilație a fiecărei faze:

$$|\nu\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\frac{iE_1 t}{\hbar}} |1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\frac{iE_2 t}{\hbar}} |2\rangle$$

Dependența energiei E_i de masa de repaus m_i a neutrinului, pentru cele două stări m_1 și m_2, se scrie luând în calcul faptul că neutrinul e în mișcare relativistă:

$$E_i = \sqrt{p^2c^2 + m_i^2c^4} = pc\sqrt{1 + \frac{m_i^2c^2}{p^2}} \approx pc\left(1 + \frac{m^2c^2}{2p^2}\right)$$

Faza fiecărei componente i=1 sau i=2 variază atunci cu frecvența

$$f_i = \frac{E_i}{h} = \frac{1}{h}\left(pc + \frac{m_i^2c^3}{2p}\right) \qquad \Delta f = \frac{\Delta m^2 c^3}{2ph}$$

$$\Delta T = \frac{2ph}{\Delta m^2 c^3} \sim \frac{2Eh}{\Delta m^2 c^4}$$

Aici $\Delta m^2 = |m_1^2 - m_2^2|$, iar Δf reprezintă diferența de frecvență, cea care ne dă perioada *bătăilor* celor două oscilații de frecvențe diferite $\Delta T = 1/\Delta f$. De remarcat că în deducție am folosit un argument care ne spune că impulsul p este același pentru ambele componente. De aceea fazele celor două componente sunt aproximativ egale, pentru că energia este dată în special de energia de mișcare, și nu de cea de repaus ($E \approx pc$).

ΔT este perioada oscilației unui neutrin de la un tip (electronic sau tauonic, în exemplul nostru) la altul. În acest timp, neutrinul parcurge o distanță de aproximativ $L_{osc} = c\Delta T$, pentru că mișcarea sa este relativistă. Lungimea pe care neutrinii oscilează devine:

$$L_{osc} = \frac{2Eh}{\Delta m^2 c^3}$$

Pentru neutrinii solari această distanță (măsurată experimental) este de aproximativ sute sau mii de kilometri. Ținând cont de energia lor, se obțin diferențe de mase ale neutrinilor de ordinul $\Delta m \approx 1$ meV.

Odată descifrată esența mecanismului oscilației neutrinului, putem înțelege ce se întâmplă cu neutrinii solari. În acest caz, neutrinul electronic generat în reacția de fuziune

din Soare este de fapt o superpoziție de stări cu mase diferite 1, 2 și 3, cum este la început și neutrinul electronic din figura 18.19. Datorită oscilației fazelor, superpoziția va descrie însă în timp nu numai un neutrin electronic (ca la început), dar și unul miuonic sau unul tauonic.

În măsurătorile noastre vedem însă doar caracteristicile de *aromă* ale neutrinului, pentru că folosim doar interacțiunile nucleare slabe. Mai precis, detectorul nostru măsoară neutrinul doar în starea sa de *neutrin electronic*, chiar dacă el este o superpoziție cuantică a celor trei stări de masă bine definită. Atunci însă, avem o probablitate de 1/3 de a-l găsi în acea aromă! Cu alte cuvinte, vom găsi în starea de neutrin electronic doar *o treime* din neutrinii electronici emiși de Soare. Restul de două treimi nu s-au pierdut pe drum, ci deveniseră neutrini miuonici sau tauonici în momentul măsurătorii noastre.

Printre rezultatele experimentale care au convins lumea științifică de oscilația aromei neutrinilor au fost și cele obținute în Japonia, acolo unde o întreagă mină subterană a fost transformată într-un uriaș detector care poartă numele de Kamiokande (vezi figura 18.20). Inițial, detectorul japonez Kamiokande fusese construit pentru măsurarea timpului de dezintegrare al protonului. Când a devenit clar că rezoluția de măsură nu era suficientă pentru detecția acestui timp de dezintegrare (pe care încă nimeni nu l-a măsurat), cercetătorii japonezi au decis să îmbunătățească detectorul pentru detecția neutrinilor cosmici. Noul detector a fost redenumit Super-Kamiokande și a pus bazele astronomiei neutrinice.

În această mină a fost creat un lac subteran artificial de 50 000 de tone de apă cu o puritate foarte ridicată. În spatele stratului de apă se găsesc peste 10 000 de fotomultiplicatori, care monitorizează ciocnirea dintre neutrini și electroni. Pentru că neutrinii au energii înalte, ei lovesc puternic electronii, imprimându-le viteze apropiate de viteza luminii în vid, într-o direcție apropiată de direcția inițială de miscare a neutrinilor. Desigur, interacțiunea nucleară slabă este cea care mediază această ciocnire.

Electronii chiar depășesc, datorită reculului, viteza luminii în apă, care este mai mică decât cea din vid (deci nu se încalcă principiile relativității). Astfel se creează un efect similar celui de „boom sonic", efect însoțit de niște jerbe de lumină caracteristice. Vizualizând aceste jerbe cu ajutorul fotomultiplicatorilor, cercetătorii japonezi au măsurat energia și direcția neutrinilor incidenți. În acest fel, cu ajutorul detectorului Super-Kamiokande, ei au putut confirma oscilația aromelor de neutrin provenind de la Soare.

Să remarcăm însă că oscilația măsurată a neutrinilor nu scoate în evidență decât *diferența* de masă dintre aromele de neutrin, nu și masa absolută. Cu alte cuvinte, se prea poate ca masa neutrinului cel mai ușor să fie nulă, iar ceilalți să aibă masa nenulă, însă nimeni nu crede astăzi acest lucru. Dacă două dintre tipurile de neutrin au masa nenulă, atunci probabil toate trei o au, spun fizicienii. Aceste diferențe de masă sunt mai mici de 1eV, ceea ce înseamnă că masa neutrinului este de milioane de ori mai mică decât masa electronului. De ce o diferență atât de mare între neutrin și electron? Nimeni nu știe.

Un indiciu pentru valorile măsurate ale masei neutrinilor poate să se afle într-o altă descoperire recentă, expansiunea accelerată a universului. Astfel, așa cum am văzut în

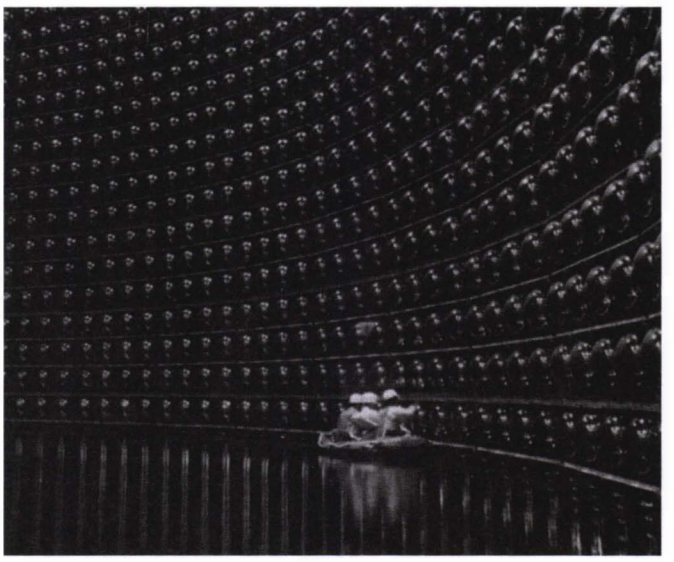

Figura 18.20: *O imagine a interiorului detectorului japonez de neutrini Super-Kamiokande. Aici, un rezervor uriaș este umplut cu zeci de mii de tone de apă purificată, creând un adevărat lac subteran. În imagine se vede o barcă plină de ingineri, care plutește pe lac. Inginerii verifică unul dintre cei peste 10 000 de fotodetectori ultrasensibili, așezați pe pereții rezervorului. Neutrinul se ciocnește cu unul dintre electronii moleculelor de apă din lac, pe care îl accelerează, generând astfel radiatie Cherenkov luminoasă. Lumina va fi detectată de fotodetectorii din pereții rezervorului. ©Kamioka Observatory, ICRR (Institute for Cosmic Ray Research), Tokyo.*

secțiunea 92, expansiunea măsurată a universului nu este *decelerată*, așa cum cum ne așteptam din modelele clasice, ci *accelerată*. Am încercat să explicăm această accelerare în secțiunea 151 cu ajutorul energiei cuantice de zero a vidului. Am văzut acolo că, dacă vom considera toate modurile de oscilație ale câmpului electromagnetic în vid, până la frecvența Planck, vom obtine o energie a vidului care este de 10^{120} ori mai mare decât valoarea observată experimental în expansiunea universului.

Să întoarcem pe dos această observație și să ne întrebăm: oare la ce frecvențe maxime ale modurilor de oscilație din vid trebuie să ne limităm, pentru a explica mărimea măsurată a accelerării universului? O estimare rapidă se face astfel: dacă frecvența maximă este f, atunci un singur mod se întinde pe o distanță aproximativ egală cu lungimea de undă $d = c/f$, iar energia cuantică de zero a acestui mod (energia minimă în starea de vid) este $E = hf/2$. Densitatea de energie este atunci de ordinul $E/d^3 \sim hf^4/2c^3$, iar echivalentul în masă al acestei valori este $hf^4/2c^5$.

Valoarea experimentală a energiei întunecate are un echivalent de masă care este aproximativ de câteva ori mai mare decât densitatea de materie obișnuită, și atunci poate fi estimată la $10^{-29}\mathrm{g/cm}^3$. Egalând cele două valori, obținem valoarea maximă a energiei modului de oscilație care poate contribui la expansiunea observată a universului $hf^4/2c^5 = 10^{-29}\mathrm{g/cm}^3$. Obținem o energie care este, exprimată în unitățile fizicii particulelor elementare, de

$hf \approx 0,01$eV. Cu alte cuvinte, modurile de oscilație din vid cu o frecvență f mai mare decât valoarea precedentă nu trebuie să contribuie la expansiunea universului cu energia lor cuantică de zero.

Pe de altă parte, am văzut că masa neutrinilor este mai mică de 1eV. De fapt, la ora actuală se estimează că masa acestora este de ordinul mili-electron-voltilor, meV (câțiva meV sau câteva zeci de meV). După cum vedem, masa de repaus nenulă a neutrinilor are același ordin de mărime ca valoarea precedentă pentru energia maximă a modurilor de oscilație în vid care pot contribui la expansiunea universului. Este aceasta o simplă coincidență, sau e vorba de o nouă fizică ce iese ușor, ușor, la iveală? Nu știm. Cert este că fizica devine dintr-o dată interesantă nu numai la energii foarte mari (pe care le testăm în acceleratoarele moderne de particule), dar și la energii foarte mici.

Un alt exemplu în care masa nenulă a neutrinului are un impact în teoriile cosmologice îl reprezintă *materia întunecată*. Astfel, așa cum am arătat în secțiunea 90, aceasta este un tip de materie a cărei compoziție nu o cunoaștem, dar care reprezintă 80% din materia *totală* a universului. Neutrinii ar putea reprezenta o fracțiune din materia întunecată, căci ei sunt sunt *aproape invizibili* pentru noi, fiindcă își fac simțită prezența doar prin interacția nucleară slabă.

Totuși, cei mai mulți fizicieni cred că această contribuție e foarte mică, pentru că materia întunecată stă adunată în jurul galaxiilor, ceea ce *nu* e de așteptat în cazul neutrinilor. Neutrinul are o viteză apropiată de viteza luminii și poate scăpa ușor atracției gravitaționale. Rămâne ca viitorul să ne spună care e contribuția neutrinilor la materia întunecată.

De observat că experimentele de până acum au fost efectuate cu neutrini proveniți din spațiul cosmic. Desigur însă, ne dorim să verificăm aceste oscilații ale neutrinilor și în laborator. De aceea, la ora actuală sunt în curs de desfășurare câteva experimente pentru a confirma în laborator oscilația neutrinilor.

Unul dintre experimente are loc în localitatea Gran Sasso din Italia, iar altul în Japonia, purtând numele de Tokai-to-Kamioka. În acest al doilea caz, cercetătorii au reușit în 2011 să măsoare șase neutrini de tip miuonic, care s-au transformat după 300 km de la emisie în neutrini electronici, confirmând și în laboratoare oscilația neutrinilor.

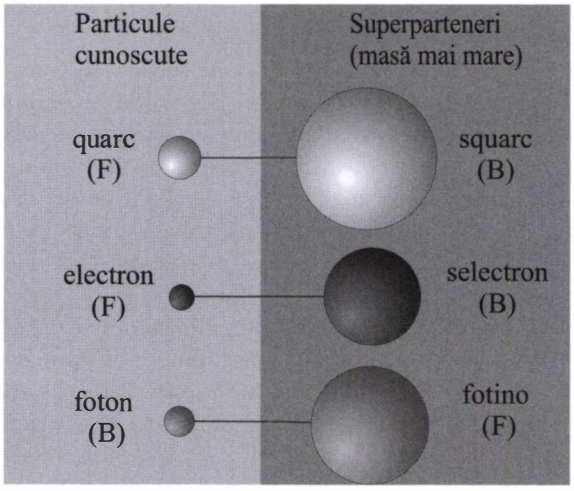

Figura 18.21: *O reprezentare a partenerilor supersimetrici ai câtorva dintre particulele elementare. Fiecărei particule obișnuite îi corespunde un partener supersimetric. De remarcat că partenerul unui fermion (F) este un boson (B), și invers. În figură, partenerii supersimetrici sunt desenați mai mari decât particulele originare, deoarece ei nu au fost observați în experimente, iar fizicienii cred că acest lucru se datorează maselor lor de repaus mai mari decât pot detecta acceleratoarele moderne de particule.*

184. Supersimetria particulelor elementare și energia vidului

La începutul acestui capitol ne-am ocupat în special cu lucrurile cunoscute ale modelului standard al particulelor elementare. Încetul cu încetul însă ne vom muta pe tărâmurile mai speculative ale fizicii și vom urmări împreună câteva subiecte aflate la frontierele cunoașterii. Vom începe cu ipoteza supersimetriei particulelor elementare.

Supersimetria este o propunere nu prea veche a fizicienilor, care introduce în esență ceea ce spune și numele: o nouă simetrie a particulelor elementare. Înainte de a privi cu scepticism această propunere, să ne aducem aminte că simetriile pot fi niște caracteristici fundamentale ale particulelor elementare.

De exemplu, pentru a face mecanica cuantică compatibilă cu teoria relativității restrânse, Paul Dirac a trebuit să introducă pozitronul, *antiparticula* electronului, care are aceeași masă de repaus și același spin ca electronul, dar sarcină electrică pozitivă. Îmbinarea mecanicii cuantice cu teoria relativității restrânse este deci responsabilă de introducerea antiparticulelor. În acest fel, numărul tuturor particulelor a fost *dublat* (desigur, luând în calcul faptul că unele particule pot fi propria loc antiparticulă, de exemplu fotonul). Presupunerea lui Dirac, oricât de ciudată, nu numai că a fost verificată experimental, dar a și devenit indispensabilă teoretic, din motive ce țin de păstrarea cauzalității, așa cum am menționat în secțiunea 144.

După succesul ipotezei lui Dirac, iată că astăzi unii fizicieni propun o altă simetrie, care va dubla din nou numărul particulelor din univers, numită *supersimetrie*: fiecare particulă și antiparticulă din univers va primi un partener supersimetric, partener cu caracteristici statistice opuse. Astfel, fiecare boson va avea un nou partener fermion, și invers, fiecare fermion va avea un nou partener boson. Partenerii fermionilor se notează de obicei cu litera „s" în față, iar partenerii bosonilor se recunosc prin terminația „ino". De exemplu, partenerul fermionului electron este bosonul *selectron*, cel al fermionului quarc este bosonul squarc. Pe de altă parte, partenerul bosonului foton este fermionul *fotino* (vezi figura 18.21).

Trebuie spus că, pentru moment, nu există nici un indiciu experimental că teoria a supersimetriei este adevărată, iar proba de foc experimentală a teoriei sunt experimentele efectuate la ora actuală în acceleratorul de particule

Large Hadron Collider. De aceea merită să spunem câteva cuvinte despre teoria supersimetriei.

Necesitatea supersimetriei intră în scenă dacă analizăm puțin masa de repaus a bosonului Higgs. Să ne reamintim că, în modelul standard al particulelor elementare, câmpul Higgs ocupă fiecare colț al Universului, având o amplitudine clasică nenulă peste tot. Reamintindu-ne de discuția din secțiunea 173, putem spune că universul este un fel de supraconductor exotic, condensat în această stare de către câmpul Higgs.

Totuși, cu ajutorul acestui câmp Higgs, am văzut că bosonii $W^{\pm}$ și Z (purtătorii interacțiunii slabe) pot căpăta masă nenulă, lăsând în același timp teoria electroslabă renormabilă. De fapt, în modelul standard al particulelor elementare, nu numai bosonii $W^{\pm}$ și Z capătă masă prin interacțiunea cu câmpul Higgs, dar și alte particule elementare, ca electronii sau quarcii. Toate acestea capătă masă prin interacțiunea cu câmpul Higgs finit, prezent peste tot, tot așa cum o bilă ușoară care se mișcă într-un mediu vâscos va deveni dintr-o dată mai grea dacă vrem s-o împingem, pentru că trebuie să învingem și vâscozitatea mediului.

Pe de altă parte, *bosonul Higgs* este definit matematic ca particula corespunzătoare oscilațiilor cuantice ale *câmpului* Higgs în jurul valorii clasice de echilibru. Distincția între particulă (bosonul Higgs) și câmp (câmpul Higgs) este importantă pentru rigurozitatea prezentării. Aceasta pentru că ne interesează acum masa de repaus a *particulei* Higgs (deci a bosonului Higgs) dacă vrem s-o măsurăm în experimente.

Masa de repaus a bosonului Higgs se calculează luând în calcul interacțiunile virtuale ale particulei cu toate celelalte particule din univers. Căci, să ne aducem aminte, ceea ce face *câmpul Higgs* special este că faptul el poate interacționa cu aproape toate particulele, tocmai pentru a le da masă de repaus nenulă. Atunci și masa de repaus a bosonului Higgs se obține nu numai studiind excitațiile câmpului Higgs, dar luând în calcul și aceste procese virtuale.

De exemplu, o particulă Higgs poate crea o pereche virtuală de quarc și antiquarc care se recombină apoi la loc într-un boson Higgs, așa cum este schițat în figura 18.22. Astfel de procese virtuale ne sunt familiare, deoarece ele au fost considerate la renormarea electrodinamicii cuantice (vezi secțiunea 147). Acolo am văzut că electronul poate emite și reabsorbi fotoni virtuali, în multiplele procese virtuale care au loc în același timp, iar aceste procese virtuale îi schimbă electronului masa de repaus.

În același fel, interacțiunile virtuale cu celelalte particule vor influența și masa experimentală a bosonului Higgs. Aici însă problema este mult mai serioasă, deoarece chiar și în urma renormării masa de repaus a bosonului Higgs devine mult mai mare decât cea pe care ne așteptam s-o detectăm în experimente și pe care am verificat-o recent la acceleratorul Large Hadron Collider ca fiind de aproximativ 125 GeV (vezi secțiunea 186). Cu alte cuvinte, valoarea teoretică a bosonului Higgs, calculată ținând cont de renormare, este mai mare decât valoarea experimentală. Unde am greșit în modelul teoretic?

Problema masei particulei Higgs poartă numele de *problema ierarhică* („hierarchy problem" în engleză), pentru că ea are de-a face cu organizarea maselor particulelor. În

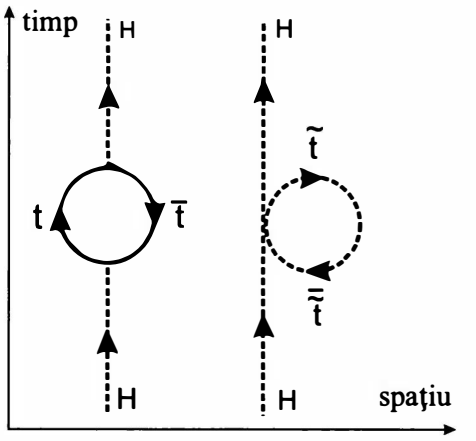

Figura 18.22: *Două procese virtuale care contribuie la renormarea (redefinirea) masei de repaus a bosonului Higgs. Procesul din stânga reprezintă crearea unei perechi virtuale de quarc top t și antiquarc $\bar{t}$ și anihilarea ulterioară a acestora. Cel din dreapta reprezintă emisia partenerului supersimetric al quarcului t și anume squarcul $\tilde{t}$ (un boson) și absorbția acestuia în același moment de timp sub forma sa de anti-squarc $\bar{\tilde{t}}$. De remarcat că acest squarc circulă înainte și înapoi în timp pentru a fi absorbit în aceeași poziție în care a fost emis.*

noua formulare, se pune întrebarea de ce masa de repaus a bosonului Higgs este așa de mică, când de fapt ea trebuia să fie mult mai mare. Problema reprezintă un argument puternic pentru faptul că o fizică nouă va fi descoperită cu ajutorul acceleratorului Large Hadron Collider ce a fost dat în folosință în 2009.

Supersimetria vine cu o soluție la problema masei particulei Higgs. Astfel, ea pornește de la observația că efectele radiative (de corecție) ale proceselor virtuale asupra masei bosonului Higgs au semne *opuse* pentru fermioni și pentru bosoni.

Un proces virtual este, de exemplu, cel prin care o particulă Higgs emite o pereche virtuală de fermioni (fermion cu antifermionul său) care apoi se recombină la loc în aceeași particulă Higgs. În urma acestui proces virtual, masa particulei Higgs trebuie să *crească*. Un alt proces virtual este cel prin care particula Higgs emite un boson pe care îl reabsoarbe instantaneu ca pe un antiboson. Procesul în sine este extrem de interesant, deoarece el presupune că bosonul emis se întoarce înapoi în timp ca antiboson în același moment în care a fost emis (vezi figura 18.22). În acest fel, bosonul virtual a călătorit înainte și înapoi în timp pentru a „dispărea" în același moment în care a fost și creat. În urma acestui proces, se arată că masa particulei Higgs *scade*, pentru că toate aceste procese virtuale au o contribuție negativă.

Acum, cu puțină imaginație, întrevedem soluția: dacă fiecare fermion din univers are un superpartener boson *de aceeași masă*, cele două contribuții de mai sus la masa particulei Higgs se pot anula reciproc! În final, masa particulei Higgs va rămâne mică, deoarece contribuția proceselor virtuale pentru fermioni și bosoni se compensează aproape exact.

Propunerea supersimetriei de mai sus are un avantaj neașteptat: ea ar explica valoarea *energiei de zero* foarte

scăzute care se observă în expansiunea universului. Astfel, să ne aducem aminte că energia de zero este dată de fluctuațiile cuantice ale vidului. Așa cum am arătat în secțiunea 150, vidul creează (datorită principiului de incertitudine) perechi virtuale particulă-antiparticulă în multiplele procese virtuale care au loc în același timp. Energia însumată a perechilor virtuale poartă numele de *energie de zero a vidului.* Energia de zero mai poate fi privită și ca energia minimă pe care un oscilator o are în vid, având paradoxal o valoare nenulă. Orice oscilator din vid primește această energie, chiar dacă e pe starea de energie minimă, iar suma tuturor energiilor de zero ale modurilor posibile reprezintă energia vidului.

Estimările făcute de noi în secțiunea 151 arată că, pentru tot universul, energie de zero totală este foarte mare, de aproximativ 10^{120} mai mare decât energia stocată în materia obișnuită. În mod normal, rezultatul nu reprezintă o problemă, căci noi vedem în experimente doar variațiile de energie, care sunt mult mai mici. Cu toate acestea, *teoria relativității generale* ne spune că orice concentrație de energie contribuie la curbura spațiului-timp și deci la dinamica universului. Atunci energia de zero a universului (cea datorată fluctuațiilor cuantice ale vidului) ar trebui să contribuie la expansiunea cosmologică.

Cum energia vidului este mult mai mare decât energia înmagazinată în materie (de aproximativ 10^{120} mai mare) și mult mai mare chiar decât energia întunecată responsabilă pentru expansiunea universului (care este doar cu un ordin de mărime mai mare decât energia stocată în materie), înseamnă că avem o problemă: în acest fel, Universul ar trebui să se extindă foarte rapid, mult prea repede pentru ca materia să se poată agrega sub forma pe care o vedem astăzi, și în mod sigur mult mai repede decât observăm astăzi cu telescoapele noastre. Cum acest lucru nu se întâmplă, înseamnă că energia de zero a universului (energia vidului) nu trebuie să contribuie la expansiunea universului.

A lăsa deoparte în expansiunea universului atât de multă energie cât are vidul, de 10^{120} mai mare decât este conținută în materia cunoscută, nu e pe placul multor fizicieni. Poate că trebuie considerat un alt mecanism, spun ei, în așa fel încât energia vidului să fie într-un fel sau altul *compensată* când e vorba de expansiunea universului. Mecanismul acesta ar fi cel al *supersimetriei.* Pentru a vedea cum funcționează, să discutăm puțin despre energia de zero a oscilatorilor *bosonici* și a celor *fermionici* (vezi figura 18.23).

Cazul *bosonilor* este cel mai cunoscut și a fost menționat de noi în cadrul cuantificării undelor electromagnetice, adică în cazul fotonilor (vezi secțiunea 130 și figura 12.6). Am văzut acolo că energia de zero a oscilației (*energia minimă*) este dată de $E_0 = hf/2$ unde h este constanta lui Planck, iar f este frecvența câmpului electromagnetic (frecvența oscilației). Nivelurile de energie următoare sunt echidistante, la intervale de hf. Cu cât sistemul se află pe un nivel de energie mai înalt, cu atât spunem că are mai mulți bosoni în acea stare. Energia unui boson este hf. Oscilația bosonică reprezintă de fapt cuantificarea mișcării unui oscilator armonic clasic, exemplu un resort.

Cazul *oscilatorului fermionic* este mai puțin cunoscut. El a fost menționat în secțiunea 130. Cei interesați de mai multe detalii matematice pot urmări secțiunea 216

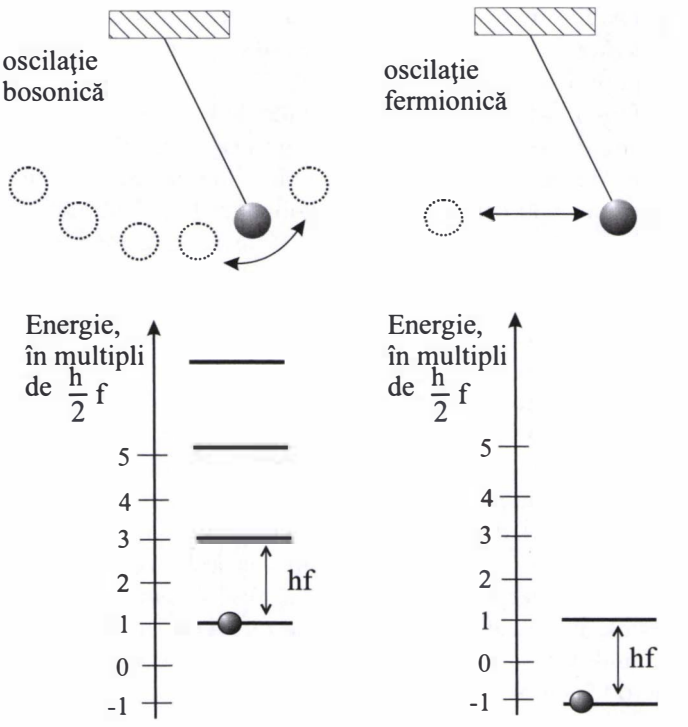

Figura 18.23: *În figură este prezentată simplificat comparația dintre o oscilație bosonică și o oscilație fermionică. În cazul clasic (stânga sus) oscilația bosonică reprezintă o trecere periodică a sistemului printr-o succesiune de stări clasice, cu frecvența f. În stânga jos sunt reprezentate stările energetice cuantificate ale oscilației bosonice, care iau valorile $(n + 1/2)hf$, unde n este un număr natural. Energia minimă (energia de zero) are valoarea $hf/2$, iar diferența dintre nivelurile energetice este hf. În dreapta este situația unei oscilații fermionice. Ea nu are analog clasic, deși poate fi imaginată ca o tunelare cuantică între doar două stări. Energia celor două stări energetice este prezentată în dreapta jos. După cum remarcăm, energia minimă (energia de zero) a oscilatorului fermionic este de data aceasta negativă, $-hf/2$, unde f este frecvența oscilației sale.*

din anexă. Oscilatorul fermionic nu poate lua decât *două* valori cuantice ale energiei $E_0 = -hf/2$ și $E_1 = hf/2$. Atunci când sistemul se află pe starea de energie minimă E_0, nu conține nici un fermion, iar când se află pe starea E_1, conține un fermion de energie hf. Pentru că nu există alte stări de energie superioară, nu putem avea mai mult de un fermion în aceeași poziție (dacă ignorăm spinul), în acord cu principiul lui Pauli. Așa cum este reprezentat în figura 18.23, ne imaginăm că oscilatorul fermionic „oscilează" doar între două stări, deși el nu are un analog clasic, pentru că nu trece prin stări intermediare. După cum vedem, energia minimă a oscilatorului fermionic E_0 este egală în valoare absolută cu cea a oscilatorului bosonic, însă *de semn opus*!

Observația precendentă deja sugerează o posibilă soluție la energia de zero totală a vidului, folosind principiile supersimetriei. Astfel, dacă fiecare boson ar avea un superpartener fermion de *aceeași* masă de repaus m (și deci de aceeași energie $\epsilon = mc^2$ și frecvență $f = \epsilon/h$ a undei de

probabilitate), atunci energiile de zero ale *undelor de probabilitate* ale celor două particule se vor anula reciproc, iar energia totală de zero ar fi nulă!

Observați că vorbim de energiile de zero ale *undelor de probabilitate* ale particulelor, și nu despre particulele respective, care pot lipsi cu desăvârșire din univers, în spiritul secțiunii 130 (unde unda de probabilitate a fotonului era chiar unda electromagnetică). Cumva, în acest caz, ne putem imagina că în fiecare punct din spațiu energiile de zero ale resorturilor bosonice sau fermionice din figura 12.6 (reprezentarea undelor de probabilitate ale particulelor) se suprapun precis, pentru a da o energie de zero totală care este nulă. Adică exact ce ne dorim în cosmologie.

Soluția aceasta mai trebuie totuși nuanțată puțin. Astfel, teoria supersimetriei *unifică* bosonii și fermionii, ceea ce înseamnă că o singură particulă poate deveni (prin interacțiuni) din fermion un boson, și invers. Particula inițială este atunci un *oscilator supersimetric*, oscilator care are energia de zero identic nulă. Pentru noi însă, esența rămâne aceeași, energia de zero a oscilației bosonice o anulează pe aceea a oscilației fermionice, deci energia de zero totală devine nulă.

Așa cum am menționat însă, supersimetria are o problemă serioasă în practică: *niciun* partener supersimetric al particulelor cunoscute nu a fost detectat până acum! Astfel, nu am văzut în experimente *selectroni*, care ar fi bosoni de masă egală cu cea a electronului și care ar fi atunci ușor observabili în experimente. Nici *squarcii* nu au fost observați, nici măcar un *fotino* etc. Niciuna dintre aceste particule nu a apărut încă în experiment.

Teoreticienii care susțin teoria supersimetriei au însă argumente pentru absența completă a dovezilor experimentale. Ei cred în primul rând că supersimetria este *ruptă* în universul nostru. Cu alte cuvinte, că particulele și partenerii lor nu au mase riguros egale, ci *diferite*, ceea ce ar explica faptul că nu le observăm încă în experiment. Astfel, toți partenerii particulelor cunoscute, selectronul, sfotonul, squarcul etc., ar avea mase mai mari decât cele ce se obțin în experimente, de ordinul câtorva sute de GeV (vezi figura 18.21).

Masele partenerilor supersimetrici nu pot fi însă nici prea mari, altminteri se strică prea mult echilibrul inițial între particule și partenerii lor, cel pe care l-am folosit atunci când am introdus superpartenerii! Astfel, dacă partenerii supersimetrici ar fi prea grei față de particulele cunoscute, am obține din nou o masă prea mare a particulei Higgs și o energie de zero prea mare a universului.

Estimativ, superpartenerii nu ar trebui să fie cu ordine de mărime mai masivi decât particula Higgs. Cum aceasta a fost descoperită recent având o masă de aproximativ 125 GeV (vezi secțiunea 186), superpartenerii au cel mult mase de ordinul a câțiva TeV (1 TeV = 1000 GeV). De aceea, unii teoreticieni sunt încrezători că ei vor fi descoperiți cu acceleratorul Large Hadron Collider, în care se vor folosi energii de până la 14 TeV.

Pe de altă parte, dacă nici la acceleratorul Large Hadron Collider nu vom găsi superpartenerii particulelor, încrederea în această teorie va scădea. Atunci superpartenerii ar fi mult prea masivi, stricând echilibrul inițial și generând o masă mult prea mare pentru bosonul Higgs și o energie de zero a vidului prea ridicată. De aceea, un test important al supersimetriei are loc la Large Hadron Collider.

Un rezultat recent, publicat în 2013 de cercetătorii de la Universitatea Harvard, impune deja contrângeri teoriei supersimetriei. Cercetătorii au măsurat momentul electric de dipol al electronului și au arătat că electronul este sferic în limita a 10^{-31} m. Rezultatul este în acord cu modelul standard al particulelor elementare și pune probleme teoriei supersimetriei, căci, într-o formă simplificată a ei, trebuie luată în calcul și contribuția particulelor supersimetrice (ca de exemplu selectronul) la procesele virtuale. Acestea ar forma un nor asimetric în jurul electronului, care se manifestă apoi ca un moment electric de dipol în măsurători. De aceea, susținătorii teoriei supersimetrei trebuie să explice valoarea scăzută a momentului electric prin modele mai complexe.

185. Marea unificare a forțelor fundamentale și energia Planck

Așa cum am menționat, modelul standard al particulelor elementare conține tot ce s-a putut testa *experimental* despre particulele elementare până acum, incluzând bosonul Higgs, ingredientul esențial al teoriei electroslabe.

Așa cum este el, modelul standard prezintă niște coincidențe neexplicate. O asemenea coincidență este sarcina electrică. Astfel, sarcina electrică a unui quarc este precis o treime sau două treimi din cea a unui electron. Or, altfel spus, sarcina protonului este *perfect* egală cu cea a electronului. Coincidența ne spune că modelul standard se explică printr-o teorie superioară, care se reduce la modelul standard și pe care noi încă nu am descoperit-o.

O eventuală teorie superioară modelului standard ar trebui nu numai să explice coincidențele (ca aceea legată de sarcina electrică), dar și să încorporeze *teoria gravitației* a lui Einstein, teorie lăsată complet la o parte din momentul în care am introdus mecanica cuantică. Un astfel de proiect care să unifice toate forțele, inclusiv gravitația, poartă numele de marea unificare a forțelor fundamentale din univers. Acesta încercare i-a umplut anii din urmă ai lui Einstein, fără succes însă. Opinia generală este că Einstein a eșuat în încercarea sa pentru că nu a vrut să încorporeze mecanica cuantică, care am văzut că este crucială în explicarea lumii microscopice.

Pe de altă parte, o teorie superioară modelului standard este de așteptat să explice în mod natural și valori ale mărimilor care sunt luate astăzi direct din experiment, cum ar fi *masele* particulelor sau tăriile diverselor interacțiuni (două pentru teoria electroslabă și una pentru teoria interacțiunii de culoare). Ce ne face însă pe noi să credem că o astfel de teorie va putea fi construită?

Un argument des întâlnit este cel al tăriilor *renormate* ale interacțiunilor. Ideea acestui argument este următoarea. În afara gravitației, există trei interacțiuni: electromagnetică, nucleară slabă și de culoare. Fiecare dintre acestea are o tărie, care este legată de probabilitatea de emisie sau absorbție a bosonilor asociați interacțiunii (cei care mediază interacțiunea).

De exemplu, în *electrodinamica cuantică* sarcinile electrice au o probabilitate finită de a emite și absorbi fotoni virtuali (bosonii ce poartă interacțiunea electromagnetică). Cu cât această probabilitate este mai mare, cu atât sarcinile electrice se încarcă de un nor mai *dens* de fotoni virtuali, deci cu atât vor interacționa ele mai puternic (desigur, aceasta este o imagine simplificată, căci, așa cum am menționat în secțiunea 143, toate aceste procese virtuale trebuie privite ca având loc simultan).

Amplitudinea de probabilitate prin care un electron emite un foton virtual (descrisă de un *vertex* în diagramele Feynman, vezi figura 13.16) se dovedește egală cu sarcina electrică elementară e într-un sistem normat de unități. Ea se mai numește și *constanta de cuplaj* a interacțiunilor electromagnetice, care este astfel proporțiuonală cu sarcina electrică elementară a electronului.

Probabilitatea de emisie sau absorbție a unui foton (pătratul amplitudinii de probabilitate) este atunci egală cu pătratul acestei constante de cuplaj (pătratul sarcinii electrice elementare e), fiind dată de ceea ce se numește *constanta fină* a interacțiunilor electromagnetice $\alpha_{em} = e^2/(4\pi\epsilon_0\hbar c) = 1/137$. Valoarea aceasta reprezintă *tăria* interacțiunilor electromagnetice și ne arată că aceste interacțiuni sunt slabe, deoarece contribuția diagramelor Feynman cu mai multe vertexuri scade foarte repede (probabilitățile trebuie înmulțite).

O interacțiune mai puternică este *interacțiunea de culoare* dintre quarci. Aceasta este dată de probabilitatea de emisie a unui gluon (purtătorul interacțiunii de culoare) de către un quarc, și are o valoare a tăriei în jur de $\alpha_{tare} \approx 0,2$ (trebuie să adăugăm mereu că aceasta este o imagine simplificată, vezi discuția din secțiunea 143). După cum vedem, valoarea aceasta e mai mare decât cea a constantei de structura fină, ceea ce înseamnă că interacțiunea de culoare este mai puternică decât cea electromagnetică.

Mai interesant este însă să observăm un alt lucru, și anume că, în interacțiunea *efectivă* dintre două sarcini, tăria interacțiunii depinde de distanță, dacă luăm în calcul efectele cuantice. Atenție, nu vorbim de forță, care este normal să varieze cu distanța, ci de tăria interacțiunii α, care ar fi trebuie să rămână constantă. De exemplu, forța de respingere clasică dintre doi electroni ia forma $F(d) \sim e^2/d^2 \sim \alpha_{em}/d^2$, unde d^2 este distanța dintre electroni. Aici forța $F(d)$ variază cu distanța, dar tăria interacțiunii electromagnetice $\alpha_{em} \sim e^2$ (constanta de structură fină) rămâne constantă.

În mecanica cuantică însă, datorită prezenței norului de particule virtuale, tăria interacțiunii poate *varia* cu distanța, ceea ce se reduce la a spune că forța de interacțiune variază altfel decât cu pătratul distanței (se abate de la forma lui Coulomb). Astfel, să ne reamintim cazul electrodinamicii cuantice și procesul său de renormare. Am văzut acolo că sarcina reală (originară) a electronului trebuie să fie cu mult mai mare decât ce măsurăm noi în experiment, datorită *ecranării* produse de perechile virtuale electron-pozitron.

Așa cum am menționat, fizicienii reinterpretează acest rezultat prin intermediul a ceea ce ei numesc *tării* ale interacțiunilor (notate de obicei cu α). Dacă norul de particule virtuale nu ar fi existat, atunci tăria aceasta ar fi fost o constantă $\alpha = const$ (linia de mijloc în figura 18.24), ceea ce ar fi implicat că forța de interacțiune dintre quarci (electromagnetică sau de culoare) ar fi variat cu inversul pătratului distanței dintre aceștia $F \sim \alpha/d^2$. Așa însă, datorită norilor virtuali, interacțiunea electromagnetică $\alpha_{em}(d)$ variază, iar forța se abate de forma cunoscută, devenind $F \sim \alpha_{em}(d)/d^2$.

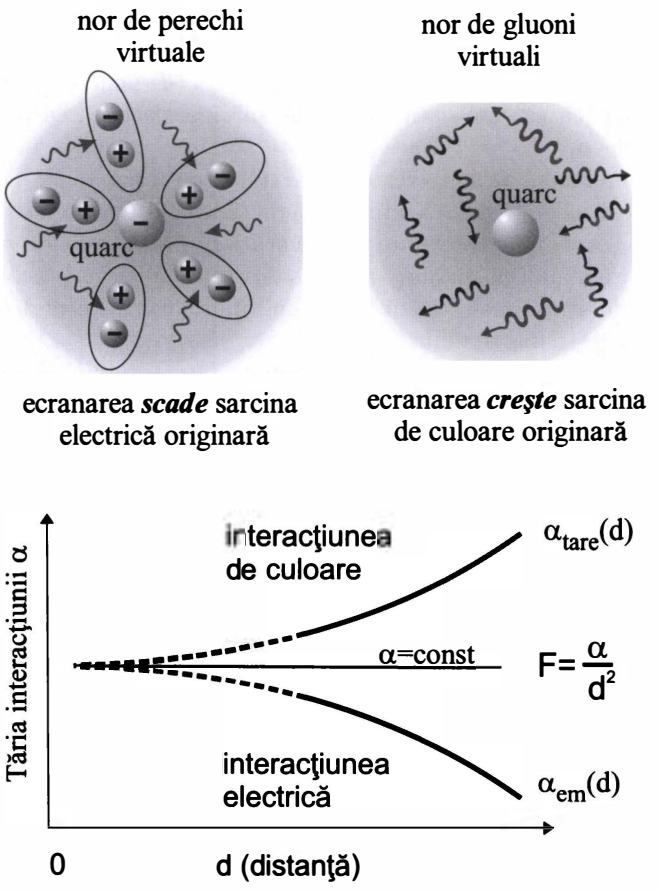

Figura 18.24: *În stânga sus este reprezentat un quarc încărcat cu sarcină electrică, împreună cu norul său de perechi virtuale electron-pozitron. Perechile virtuale ecranează sarcina electrică reală a quarcului care, văzută de la distanță, apare mai mică decât este ea în realitate. În dreapta reprezentăm și norul de gluoni virtuali din jurul quarcului. Deoarece gluonii au sarcină de culoare, sarcina de culoare a quarcului împreună cu norul său apare mai mare văzută de la distanță decât este numai sarcina de culoare originară a quarcului. În figura de jos este reprezentată variația cu distanța a tăriei α a interacțiunilor. La mijloc este cazul în care forța de interacțiune scade invers proporțional cu pătratul distanței. Prin definiție, acesteia i se atașează o constantă de cuplaj α care nu variază cu distanța. Interacțiunea electromagnetică crește mai puternic cu scăderea distanței decât ne așteptam noi (pentru că atunci vedem sarcina electrică originară mare a quarcului), iar interacțiunea de culoare scade (pentru că sunt mai puțini gluoni virtuali care să contribuie la sarcina virtuală). Se poate ca cele două curbe să conveargă într-un punct.*

Observația precedentă are o consecință interesantă. Astfel, dacă aducem foarte aproape doi electroni, ei se vor respinge cu forțe *mult mai mari* decât cele prezise de Coulomb, pentru că sarcina lor reală este în fond mult

mai mare. Așa cum am menționat, această comportare o putem descrie însă și ca o *variație* a tăriei interacțiunii electromagnetice cu distanța $\alpha_{em} = \alpha_{em}(d)$ pentru că am văzut că ea este dată tocmai de sarcina electrică care se vede $\alpha_{em} \sim e^2$. Dacă va crește sarcina „reală" a electronului e, atunci crește și tăria interacțiunii α_{em}. În acest fel vom spune că tăria interacțiunii electromagnetice $\alpha_{em} = 1/137$ (constanta de structură fină) are această valoare numai pe distanțe mari. La distanțe mici însă (acolo unde știm că electronii se resping mult mai puternic) ea va crește foarte mult.

Același joc îl putem juca și pentru *interacțiunile de culoare* dintre quarci, mediate de gluoni. Aici, așa cum am menționat, gluonii au sarcină de culoare, spre deosebire de fotoni, care nu au sarcină electrică. Pentru că glounii au acum culoare, interacțiunea dintre doi quarci crește pe măsură ce ei se îndepărtează, așa cum am detaliat în secțiunea 167. Astfel, cu cât doi quarci sunt mai îndepărtați, cu atât se văd înconjurați de un nor mai mare de gluoni virtuali încărcați cu sarcină de culoare, deci cu atât crește mai mult interacțiunea dintre ei! Ori invers, cu cât doi quarci se apropie mai mult, cu atât se văd mai bine în „goliciunea" lor, și deci cu atât scade mai mult interacțiunea dintre ei.

La distanțe de ordinul dimensiunii nucleului, forța de culoare dintre doi quarci (reprezentată de sarcina de culoare a quarcului) este mai puternică decât cea electromagnetică, datorită norului virtual de gluoni. Pe măsură însă ce cei doi quarci se apropie, ei vor vedea sarcinile lor de culoare reale. Ca atare, tăria α_{tare} a interacțiunii de culoare scade (pentru că vedem sarcina reală de culoare a quarcului, care este mai mică), iar cea electromagnetică crește (pentru că vedem sarcina electrică reală a quarcului, care este mai mare, nemaifiind ecranată). La limita distanțelor mici, ne putem imagina că cele două interacțiuni devin aproximativ tot atât de puternice. În acest caz se prea poate ca cele două tării ale interacțiunilor α să ajungă să aibă aceeași valoare (vezi figura 18.24).

Care ar fi semnificația fizică a unui astfel de rezultat? Ei bine, dacă la distanțe mici toate tăriile interacțiunilor α vor avea aproximativ aceeași valoare (includem aici și pe cea a interacțiunilor nucleare slabe), înseamnă că *sarcinile reale* asociate celor trei interacțiuni (cele care se văd fără corecțiile particulelor virtuale) vor fi *egale*. Poate că atunci bosonii care mediază interacțiunile (fotonul, gluonul, bosonii Z și W) provenin dintr-un singur boson originar iar toate interacțiunile ar fi *unificate* într-o singură interacțiune!

Reprezentarea aceasta cu *distanța* d a tăriilor interacțiunilor $\alpha(d)$ nu este utilă fizicienilor experimentatori, pentru că este greu de adus două particule la distanțe atât de mici și de măsurat în același timp distanța dintre ele. De aceea, ei preferă un calcul al tăriilor interacțiunilor în *reprezentarea impulsului*. Ea are avantajul că scoate în evidență și energiile ce trebuie produse în acceleratoarele moderne pentru a măsura efectele dorite. În plus, rezultatele pot fi interpretate mai ușor prin intermediul diagramelor Feynman, deoarece tăria interacțiunii reprezintă în esență probabilitatea ca fermionii de impuls și energie bine definită (electroni sau quarci) să emită/absoarbă bosonii care mediază interacțiunea (fotoni sau gluoni).

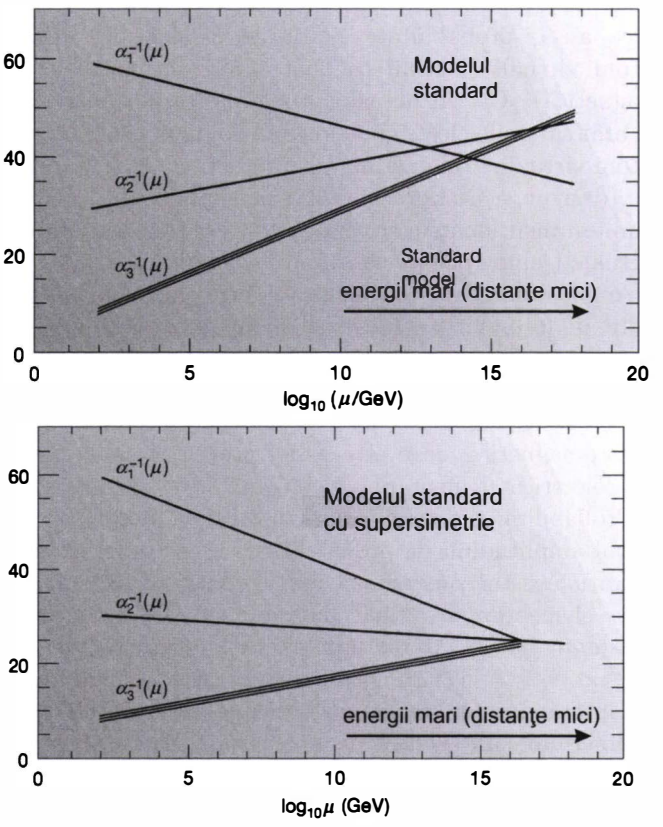

Figura 18.25: *Sus este reprezentată dependența de impulsul μ a inversului tăriilor de interacțiune $1/\alpha$ în modelul standard $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$. Aici α_1 este asociată simetriei $U(1)$ (electromagnetismul), α_2 simetriei $SU(2)$ (interacțiunea slabă nucleară) și α_3 simetriei $SU(3)$ (interacțiunea de culoare). De remarcat că tăria interacțiunii α_1 diferă cu un factor 2 de cea a interacțiunii „pure" electromagnetice $1/\alpha = 137$. Aceasta deoarece electromagnetismul „pur" este un amestec al simetriilor $U(1)$ și $SU(2)$. Jos sunt reprezentate aceleași tării de interacțiune, însă într-o extindere a modelului standard ce include supersimetria. După cum vedem în ambele cazuri, tăriile interacțiunilor tind să conveargă într-un punct apropiat de energia Planck. Imaginile sunt reproduse cu permisiunea editorului articolului „In search of symmetry lost", apărut în revista* Nature *(2005).*

În reprezentarea impulsului, tăriile interacțiunilor au toate o comportare inversă față de reprezentarea poziției. De exemplu, tăria interacțiunii electromagnetice $\alpha(p)$ crește pe măsură ce crește impulsul p, iar cea a forțelor de culoare scade odată ce crește impulsul. Avantajul reprezentării este că acum dependența de impuls a tăriilor interacțiunilor efective poate fi *măsurată* în acceleratoarele moderne de particule (vezi figura 18.25).

Măsurătorile confirmă dependența prezentată mai sus. Ele sugerează că la impulsuri și energii foarte mari (cu alte cuvinte, la distanțe mici) cele trei tării efective ale interacțiunii converg într-adevăr (vezi figura 18.25). În acest fel, măsurătorile experimentale sugerează că cele trei interacțiuni fundamentale pot fi unificate. Doar că mai trebuie să găsim cum.

Interesant este că energia la care converg aceste tării ale interacțiunilor pare să fie de ordinul de mărime al energiei Planck $E_p = 10^{19}$GeV, energie introdusă în secțiunea 179, despre care se crede că a fost atinsă de particule în momentele inițiale ale universului. Cu alte cuvinte, trebuie să accelerăm particulele la energii de ordinul energiei Planck (10^{19}GeV) pentru a observa că toate forțele se unifică și sunt descrise de *aceeași* tărie a interacțiunii.

Dacă ar fi să sondăm aceste distanțe avem nevoie de acceleratoare cu energii foarte mari, de circa 10^{19}GeV. Energiile sunt însă de mii de miliarde de ori mai mari decât energiile pe care le atingem azi în laboratoare (la Large Hadron Collider se ating energii de 10^4GeV). Rezultatul este complet descurajant pentru experimentatori căci, după unele estimări, pentru a atinge aceste energii Planck folosind tehnologia actuală ar trebui să construim acceleratoare de particule lungi de până la un an-lumină!

Pe de altă parte, mărimea uriașă a energiei Planck pare complet descurajantă și din alt punct de vedere. Astfel, în versiunea cea mai *pesimistă*, s-ar putea să nu existe „altceva" până la energii de 10^{19}GeV. Cu alte cuvinte, până când nu vom fi în stare să construim acceleratori de 10^{19}GeV nici nu vom afla ceva nou față de ce ne oferă în esență modelul standard. Un astfel de scenariu pesimist nu este nerealist, căci la urma urmei până acum nu am măsurat decât puține lucruri care să se abată semnificativ de la modelul standard (exemplu, masa nenulă a neutrinilor).

Cei mai mulți fizicieni sunt însă de părere că o nouă fizică va ieși la iveală la acceleratorul de particule Large Hadron Collider. Printre aceștia se află și susținătorii supersimetriei. În problema convergenței tăriilor interacțiunilor, ei mai au un argument puternic. Astfel, spun ei, să luăm în calcul și partenerii supersimetrici pentru calculul constantelor de cuplaj, pentru că și ei fac parte din norul de particule virtuale create în jurul sarcinilor. Dacă facem acest calcul, spun adepții supersimetriei, vom obține o convergență mult mai bună a tăriilor interacțiunilor la energii mari, apropiate de energia Planck (vezi figura 18.25).

Să observăm că energia Planck 10^{19}GeV este atrăgătoare și dintr-un alt punct de vedere. Așa cum am văzut în secțiunea 179, energiile Planck au fost atinse efectiv de particule la începutul universului, imediat după Big Bang. În acele momente curbura spațiului-timp era atât de mare, încât *contribuia* la interacțiunile dintre particulele elementare. Ne așteptăm să scoatem în evidență efecte ale gravitației atunci când accelerăm particule la energii Planck 10^{19}GeV. Or, cu alte cuvinte, la aceste energii nu numai cele trei forțe fundamentale vor fi unificate (forța de culoare, electromagnetică și nucleară slabă), dar la ele se va adăuga și *gravitația*.

O alt mod de a privi lucrurile este de a spune că la energiile Planck particulele pot testa direct structura microscopică a spațiului-timp. Cum la aceste valori ale energiei forțele fundamentale ar fi unificate, structura spațiului-timp va căpăta o formă cuantică (pentru că celelalte forțe sunt prin natura loc cuantice). Așa cum a fost schițat în figura 18.6, pe dimensiuni de ordinul lungimii Planck (10^{-35} m) este de așteptat ca spațiul să-și piardă forma regulată.

O consecință a observației precedente ține de viteza luminii. Datorită formei neregulate a spațiului, fotonii care

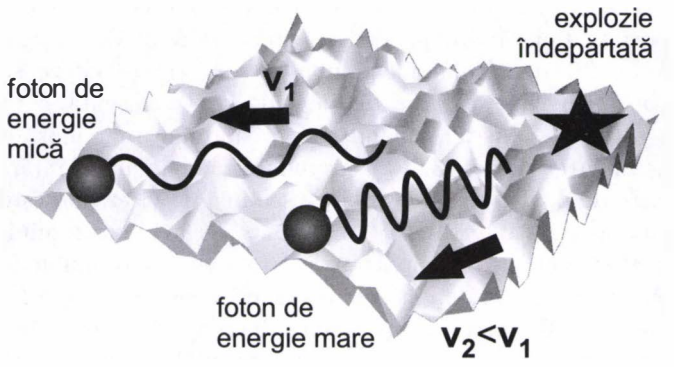

Figura 18.26: *În figură este reprezentată o explozie îndepărtată și doi fotoni rezultați în urma ei, care se îndreaptă către noi. Pentru că fotonul de energie mai mare are o lungime de undă mai mică (curba sinusoidală), el ar interacționa mai puternic cu structura microscopică a spațiului, reprezentată printr-o suprafață cutată. În urma interacțiunii, viteza acestui foton ar scădea, iar el ar sosi la noi puțin mai târziu decât fotonul de energie mai mică (și lungime de undă mai mare). Atunci teoria relativității ar fi violată, deoarece cei doi fotoni ar avea viteze diferite în vid.*

au energie suficient de mare (de ordinul energiei Planck) interacționează cu această structură și este de așteptat ca ei să își *încetinească* viteza. În termeni tehnici, se spune că invarianța relativistă (constanța vitezei luminii) ar fi violată pentru fotonii care au energii de ordinul energiei Planck. Lumina nu ar mai circula în vid cu aceeași viteză.

Pornind de la această observație, unii fizicieni ne atrag atenția că putem proba energiile Planck fără a construi acceleratoare de particule la energii atât de înalte! Astfel, spun ei, dacă teoria de mai sus este corectă, atunci viteza luminii trebuie să se abată din ce în ce mai mult de la valoarea cunoscută, odată ce fotonii au energie apropiată de energia Planck, pentru că ei interacționează cu structura microscopică a spațiului-timp.

Efectul ar putea fi observat experimental în exploziile stelare puternice. Chiar dacă energiile fotonilor emiși nu sunt foarte mari (cu multe ordine de mărime mai mici decât energia Planck), fotonii acumulează întârzieri în drumul lor până la noi, datorită distanțelor uriașe parcurse (vezi figura 18.26). Acești fotoni ar ajunge la noi puțin mai târziu decât cei de energie mai mică.

Un grup extins de colaboratori a publicat în revista *Nature* (2009) o primă testare a acestor idei. Ei au observat lumina care a ajuns la noi în urma unei explozii ce a avut loc la o distanță de 10 miliarde de ani-lumină. Studiind diversele benzi de energie înaltă, cercetătorii au detectat un foton de 31 GeV care a ajuns cu doar 0,829 de secunde mai târziu decât fotonii de energie mai mică (cei pe baza cărora s-a stabilit startul exploziei), cu toate că distanța parcursă a fost enormă. Întârzierea este mică, ceea ce înseamnă că teoria relativității este încă corectă și nu există vreo structură microscopică (de ordin cuantic) a spațiului-timp. Pe baza rezultatelor, cercetătorii au dedus că, cel puțin până la energii de 1,2 mai mari decât energiile Planck, lumina nu pune în evidență o astfel de structură microscopică ce ar putea-o întârzia.

Ordinul de mărime se verifică presupunând o comportare liniară a dependenței vitezei luminii de energia fotonului și calculând energiile la care aceste viteze se vor îndepărta *semnificativ* de valoarea cunoscută $c = 3 \cdot 10^8$ m/s. Astfel, ținând cont că fotonul a circulat 10 de miliarde de ani ($3 \cdot 10^{17}$ secunde) și a acumulat o întârziere de doar o secundă (1 s), înseamnă că viteza lui este cu aproximativ $c/(3 \cdot 10^{17})$ mai mică decât viteza luminii c. Presupunând o comportare liniară a vitezei fotonului de energia sa, acel foton ar trebui sa aibă o energie de aproximativ $3 \cdot 10^{17}$ mai mare pentru ca diferența de viteză să se apropie semnificativ de viteza luminii c. Energia aceasta este atunci de aproximativ $31\text{GeV} \cdot 3 \cdot 10^{17} \approx 10^{19}\text{GeV}$.

După cum se vede însă, această energie este de ordinul de mărime al energiei Planck, deci, cel puțin până la energii de ordinul energiei Planck, fotonul nu va acumula intârzâieri semnificative. La aceste energii, lungimea de undă a fotonului este de ordinul lungimii Planck 10^{-35} m. Faptul că fotonul nu întârzie semnificativ, înseamnă că spațiul se menține plat până cel puțin la aceste dimensiuni. Cu alte cuvinte, spațiul (și probabil spațiul-timp) nu pare să prezinte o structură microscopică precum cea din figura 18.6.

Concluziile de mai sus au fost întărite de o altă observație experimentală, raportată în 2011 de P. Laurent și colaboratorii săi în revista *Physical Review D*. De data aceasta cercetătorii au urmărit *polarizarea* radiației gamma emise într-una dintre cele mai puternice explozii stelare (GRB 041219A). Dacă fotonii gamma emiși (de energie înaltă) ar interacționa cu structura microscopică a spațiului-timp curb, atunci este de așteptat ca ei să-și piardă polarizarea bine determinată obținută în urma exploziei.

Totuși, acest lucru nu s-a întâmplat, ceea ce înseamnă că fotonii de energie înaltă nu au fost întârziați unii față de alții, *nici măcar pe distanțe comparabile cu lungimea lor de undă*, deși au venit de la milioane de ani lumină depărtare! De aici a rezultat o nouă limită pentru energia de unificare cu gravitația, care este de 10^{14} mai mare decât energia Planck (ceea ce se poate traduce și prin faptul că structura microscopică a spațiului-timp ar trebuie să se manifeste pe distanțe mai mici de 10^{14} decât lungimea Planck, adică de 10^{-49} metri).

Estimarea noului rezultat se poate face prin comparație cu rezultatul precedent, luând însă în calcul ce „pierdem" și ce „câștigăm" față de acel experiment. Astfel, în noul experiment, energia fotonilor măsurați a fost cam de 10^4 mai mică, iar explozia a fost la o distanță de 10^2 de ori mai mică. În felul acesta am „pierdut" șase ordine de mărime față de întârzierea din rezultatul precedent.

Pe de altă parte, am „câștigat" pentru că întârzierea dintre fotoni a fost cu mult mai mică decât în primul experiment. Astfel, fotonii din primul experiment aveau o întârziere de o secundă, ceea ce înseamnă că ei se aflau la 10^8 metri unul în spatele celuilalt (am folosit viteza luminii). În noul experiment, fotonii au venit unul după altul la o distanță mai mică decât lungimea lor de undă (care era de 10^{-12} metri). întârzierea fotonilor din al doilea experiment este atunci de $10^{20} = 10^8/10^{-12}$ mai mică decât în primul experiment. Acesta este factorul pe care l-am „câștigat".

Comparând factorul pe care l-am „pierdut" în experiment (10^6) cu cel pe care l-am „câștigat" (10^{20}), obținem un factor de $10^{-6}10^{20} = 10^{14}$ pentru dimensiunea microscopică a spațiului care a fost testată, față de valoarea din primul experiment.

După cum vedem, noile rezultate sugerează că este posibil ca nici măcar la energii foarte înalte (de 10^{14} mai mari decât energia Planck!) gravitația să nu poată fi unificată cu celelalte forțe fundamentale, care sunt în esență de natură cuantică. Cu alte cuvinte, visul nostru de a uni teoria relativității generale cu mecanica cuantică (așa numita *gravitație cuantică*) s-ar putea să fie chiar mai îndepărtat decât credeam noi.

Așa însă cum se întîmplă adesea în fizică, povestea continuă, iar unii fizicienii pun la îndoială modelele pe baza cărora s-au obținut aceste rezultate. Ei spun fie că modelul liniar ales nu este potrivit, fie că trebuie să testăm efectiv particule accelerate la energii Planck pentru a fi siguri de ce se întâmplă acolo.

Alți fizicieni privesc totuși rezultatele de mai sus ca un avertisment că lucrurile stau în realitate altfel decât ne așteptăm. Poate că totuși spațiul nu are o structură microscopică plină de deformații locale ca cea din figura 18.6.

186. Descoperirea bosonului Higgs la acceleratorul Large Hadron Collider

Unul dintre elementele centrale ale modelului standard al particulelor elementare este *câmpul Higgs*. Așa cum am văzut, el ia valori clasice *nenule* în fiecare punct din spațiu, făcând universul să condenseze într-o stare asemănătoare celei supraconductoare, în care simetria este ruptă. Oscilațiilor cuantificate ale acestui câmp li se asociază o particulă, numită *bosonul Higgs*. Ea are o masă de repaus nenulă(vezi secțiunea 174).

Partea interesantă este că modelul standard al particulelor elementare nu prezice o valoare a masei de repaus a bosonului Higgs, și ca atare ea trebuie măsurată experimental. Acesta a fost unul dintre motivele pentru care bosonul Higgs a fost detectat experimental abia recent, în 2012.

În cei aproape 50 de ani scurși de la predicția bosonului Higgs până la detectarea sa experimentală, s-a construit un adevărat mit în jurul acestei particule. Mitul a a crescut odată ce un editor a numit particula, poate neinspirat, „particula lui Dumnezeu".

Povestea e următoarea. În 1993, fizicianul Leon Lederman (laureat al Premiului Nobel) a publicat o carte de popularizare a științei unde a prezentat frustrările cercetătorilor că bosonul Higgs se lasă așa greu de descoperit. Titlul cărții făcea referire la „goddamn particle", ceea ce s-ar putea traduce în limba română prin „particula afurisită". Editorul revistei a găsit titlul nepotrivit, schimbându-l în „God's particle", adică „particula lui Dumnezeu". Alegerea s-a dovedit populară, devenind o adevărată poreclă pentru bosonul Higgs, dar aceasta și pentru că ea joacă într-adevăr un rol central în modelul

Figura 18.27: *Imagine aeriană a amplasării acceleratorului Large Hadron Collider. Cu o linie albă sunt schițate pozițiile tunelelor subterane unde sunt accelerați protonii. Reproducere obținută prin bunăvoința domnului Mircea Penția.*

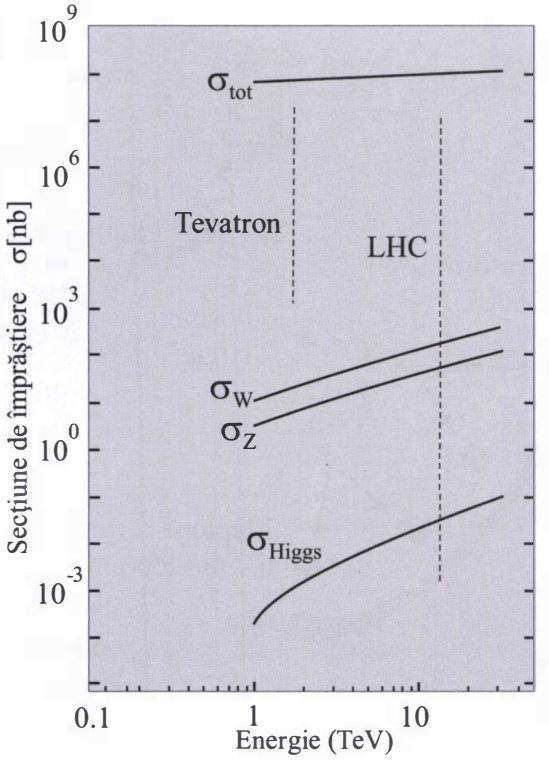

Figura 18.28: *Secțiunile eficace pentru câteva procese de împrăștiere dintre protoni care au loc la Large Hadron Collider. Secțiunea eficace σ poate fi privită simplificat ca dimensiunea unei particule atunci când ea „se lovește" de o altă particulă ($1nb = 10^{-37}m^2$). Sus de tot este secțiunea eficace totală $\sigma_{tot} \sim 10^8 nb = 10^{-29}m^2$. Aceasta înseamnă că diametrul total sub care se vede un proton în interacțiuni este în jur de $10^{-15}m$, adică de mărimea unui nucleu, așa cum ne așteptam. În josul imaginii se vede cum secțiunile de împrăștiere ale proceselor care generează un boson Higgs sunt de miliarde de ori mai mici. Datele sunt redesenate după cele calculate în experimentele ATLAS TDR (2003).*

standard al particulelor. Inutil de adăugat, particula nu are nici o legătură cu divinitatea.

Până în anii 2000, acceleratoarele moderne sondaseră deja energii de până la 1TeV (1000 GeV) și găsiseră în miliardele de evenimente observate doar câteva în care bosonul Higgs ar putea fi implicat, însă nici unul dintre evenimente nu a fost concluziv. Apoi însă, lobby-ul fizicienilor a condus la construcția acceleratorului Large Hadron Collider (ceea ce ar însemna, într-o traducere mai mult sau mai puțin liberă, „accelerator foarte mare de hadroni"). LHC a fost dat în folosință de CERN (Centrul European pentru Cercetare Nucleară) în 2008. După un prim start nereușit, el a fost repornit în toamna lui 2009.

Construit cu un buget de mai multe miliarde de euro, LHC este o rețea de 27 de kilometri de canale subterane, aflate la 100 de metri adâncime, în apropiere de Geneva, la granița dintre Elveția și Franța (vezi figurile 18.27 și 15.6). În aceste canale sunt construite mai multe tuneluri, unde sunt accelerați *protoni* la energii de aproape 7 TV. Accelerarea protonilor se realizează cu ajutorul unor câmpuri magnetice foarte puternice, generate de niște magneți cu supraconductori. Pentru a realiza starea supraconductoare, magneții sunt răciți cu heliu lichid, la temperaturi de câțiva Kelvin. Heliul asigură și răcirea corespunzătoare.

Partea principală acceleratorului o constituie două inele concentrice, unde protonii sunt accelerati în direcții *opuse*. În modul nominal de operare, un singur tunel accelerează mai multe fascicule (fiecare fascicul având aproximativ 10^{11} de protoni) unul după altul, la un interval de 25 nanosecunde (vezi schița asemănătoare din figura 15.5).

Cele două inele se intersectează însă de patru ori, acolo unde două fascicule de protoni sunt lăsate să se ciocnească frontal. Cu toate că numarul de protoni în fiecare fascicul este mare, cei mai mulți protoni trec unul pe lângă altul, obținându-se în final doar aproximativ 20 de ciocniri pe fascicul. Cum însă astfel de ciocniri au loc la fiecare 25 nanosecunde, numărul obținut este suficient de mare pentru a se construi o statistică a rezultatelor.

După ciocnirea a doi protoni vor apărea nenumărate produse de reacție, în funcție de energia protonilor și de distribuția energiei interne a acestora (să nu uităm că protonii sunt formați din quarci, iar aceștia din urmă sunt cei care interacționează).

În fiecare din cele patru puncte de ciocnire sunt așezați detectori pentru a măsura produsele de reacție. Dintre ei, mai cunoscuți sunt detectorii ATLAS (vezi figura 18.35) și CMS, construiți pentru uz general. Fiecare dintre aceștia sunt alcătuiți în esență din trei straturi detectoare, care acoperă aproape complet punctul de interacțiune. Primul strat este constituit din detectori cu semiconductori, care determină direcția de mișcare a particulelor care ies din reacție și eventual sarcina lor electrică. Al doilea strat este format din detectori calorimetrici ce absorb particule emise și le măsoară energia. Al treilea strat este special construit pentru detecția miuonilor.

Ciocnirile dintre protoni nu trebuie să ni le imaginăm simplu ca niște ciocniri între bile, căci lumea lor este guvernată de legile mecanicii cuantice. Astfel, să ne aducem aminte că în mecanica cuantică obținem rezultate diferite pentru *aceleași* condiții inițiale (vezi secțiunea 154). Cu alte cuvinte, chiar dacă aranjăm mereu particulele inițiale

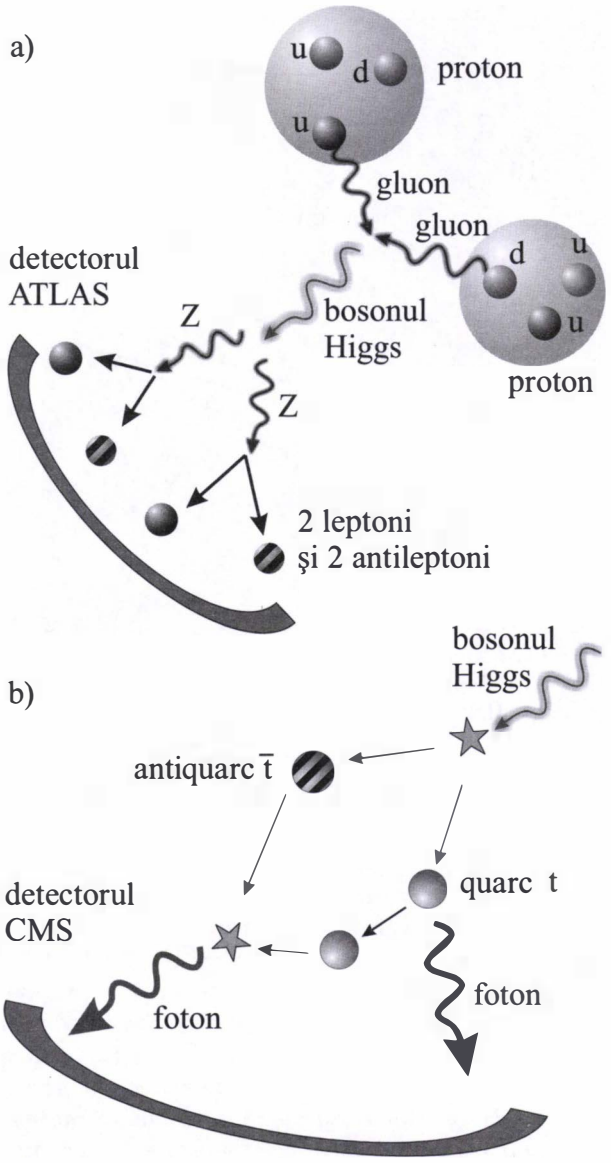

Figura 18.29: *Unele dintre dintre reacțiile prin care bosonul Higgs a fost observat experimental la acceleratorul Large Hadron Collider. În figura de sus, cercurile mari reprezintă doi protoni în ciocnire directă, fiecare cu cei trei quarci ai săi. În cursul ciocnirii există o probabilitate finită ca doi gluoni (din norul de gluoni virtuali a doi quarci) să interacționeze între ei, generând un boson Higgs. Mecanismul poartă numele de „fuziune de gluoni". Bosonul Higgs se dezintegrează mai departe în alte particule, ce pot include doi leptoni și doi antileptoni (de exemplu, electroni și pozitroni). Leptonii sunt măsurați de detectorul ATLAS. În figura de jos, bosonul Higgs se descompune într-o pereche de quarc t și antiquarcul său $\bar{t}$. Mai departe, după ce quarcul a emis un foton, cele două particule se recombină într-un foton. Detectorul CMS al acceleratorului LHC detectează acei doi fotoni rezultați.*

precis în aceeași configurație de start, obținem de fiecare dată rezultate diferite, cu niște probabilități care se calculează cu diagramele Feynman. De aceea, în practică ne așteptăm să ciocnim de nenumărate ori în același fel grupuri de protoni pentru a vedea un singur boson Higgs.

Experimentatorii au trebuit mai întâi să calculeze *probabilitatea* evenimentelor în care se produce bosonul Higgs. Când se referă la aceste probabilități, fizicienii obișnuiesc să menționeze așa-numitele *secțiuni eficace* ale particulelor în ciocniri. Secțiunea eficace este practic *aria* sub care se văd particulele unele pe altele atunci când se ciocnesc. Astfel, dacă particulele ar fi fost niște bile simple, secțiunea eficace ar fi fost dată aproximativ de pătratul diametrului bilei (aria sub care se vede o bilă).

În cazul ciocnirilor de la LHC se arată că procesele în care se *observă* bosonul Higgs au o secțiune eficace mult mai mică decât procesele de împrăștiere obișnuite, cu diferențe ce ajung la factori de zeci sau sute de miliarde de ori (vezi figura 18.28). Cu alte cuvinte, trebuie să trimitem de zeci de miliarde de ori mai mulți protoni pentru a vedea un singur boson Higgs decât pentru a vedea un alt proton!

Cum am menționat deja că la o singură coliziune a două fascicule de protoni doar câțiva dintre ei se ciocnesc, putem estima atunci că avem nevoie de zeci de miliarde de astfel de coliziuni de fascicule pentru a observa un singur boson Higgs. Este drept, rata de repetiție a coliziunilor de 25 nanosecunde ne ajută să obținem aproximativ 50 de milioane de coliziuni pe secundă, însă chiar și așa vedem că trebuie să așteptăm mii de secunde pentru o măsura un singur boson Higgs, aceasta, desigur, dacă ne imaginăm o măsurătoare ideală. Nu este de mirare că, pentru a aduna un număr suficient de evenimente, fizicienii au trebuit să măsoare aproape trei ani până când să confirme bosonul Higgs.

De la început fizicienii s-au așteptat la complicații în interpretarea datelor, pentru că protonii sunt particule compuse din trei quarci, și ca atare interacțiunea lor este mai dificil de modelat. Dacă mai adăugăm și faptul că probabilitatea evenimentelor pe care vrem să le observăm (cele în care apare bosonul Higgs) e foarte mică, înțegem complexitatea problemei.

La aceste dificultăți mai trebuie adăugată una, aceea că fizicienii nu au cunoscut la început masa bosonului Higgs, așa încât la construcția acceleratorului LHC au trebuit să se ia în considerare mai multe scenarii de detecție. De exemplu, dacă masa bosonului Higgs ar fi fost între 130 GeV și 700 GeV, atunci era mai probabil care el să fie detectat când se dezintegrează în patru leptoni (partea de sus a figurii 18.29). Pe de altă parte, dacă masa lui ar fi fost mai mică decât 130 GeV, atunci ar fi fost mai ușor de detectat dezintegrarea sa în doi fotoni (partea de jos a figurii 18.29).

În figura 18.30 sunt reproduse rezultatele obținute la detectorii ATLAS și CMS ai acceleratorului Large Hadron Collider, măsurători asociate proceselelor exemplificate în figura 18.29. După cum se vede, în ambele cazuri există un surplus de evenimente în jurul energiei de 125 GeV, surplus care abia se ridică deasupra zgomotului de fond.

Fizicienii au identificat această origine a surplusului de fotoni ca fiind bosonul Higgs. Numărul evenimentelor măsurate este apropiat de cel prezis de modelul

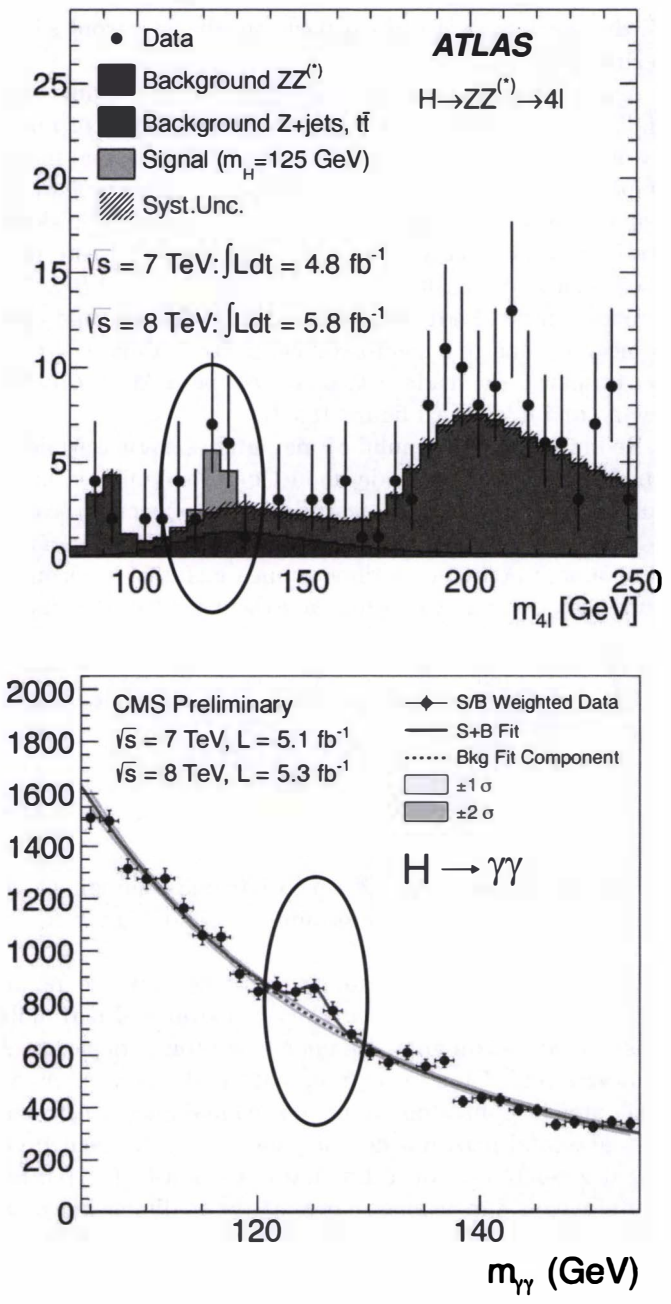

Figura 18.30: *În cele două grafice sunt reprezentate rezultatele măsurate de detectorii ATLAS (sus) și CMS (jos) ai acceleratorului Large Hadron Collider (vezi figura 18.29), până la începutul anului 2013. Pe axa orizontală este energia particulelor măsurate (patru leptoni în figura de sus și doi fotoni în cea de jos), iar pe cea verticală numărul de evenimente normat în raport cu energia. În ambele cazuri se observă un excess de evenimente pentru o energie în jurul a 125GeV, deasupra unui zgomot de fond. În graficul de sus zgomotul de fond este dat de procese ce implică bosonul Z (cele două zone de culoare închisă), iar în cea de jos de procese care implică o pereche de doi fotoni (linia continuă). Remarcați că măsurătorile abia se ridică deasupra zgomotului de fond. ATLAS Experiments © 2013 CERN*

standard al particulelor elementare. Deoarece ambele experimente arată un surplus de fotoni pentru aceeași energie de 125GeV, fizienii au încredere în noua descoperire, estimând (atunci când au anunțat descoperirea) că un astfel de surplus ar fi avut o șansă să apară din întâmplare mai mică de unu la un milion.

De fapt, povestea surplusului măsurat are un capitol aparte, căci, în 2012 (când au anunțat descoperirea) fizicienii au măsurat un surplus de evenimente puțin mai mare decât cel prezis de modelul standard, ceea ce însemna că bosonul Higgs ar fi putut avea proprietăți diferite de cele prezise de modelul standard (de exemplu, spin nenul).

Cu toate acestea, noi rezultate scoase la iveală la începutul anului 2013 au arătat că surplusul nu este totuși așa de mare, iar spinul bosonului Higgs ar părea totuși să fie nul. În acest caz am avea de-a face cu cel mai favorabil scenariu pentru fizicieni, cel în care bosonul Higgs arată exact așa cum prezice modelul standard actual.

Măsurătorile de până acum nu înseamnă sfârșitul cercetării la LHC, pentru că fizicienii trebuie să verifice toate proprietățile bosonului Higgs. Astfel, modelul standard consideră un singur boson Higgs, însă se prea poate ca rezultatele experimentale de la LHC să indice câteva tipuri de bosoni Higgs. Am putea spune că odată cu detecția bosonului Higgs se închide o pagină în istoria fizicii, dar în același timp se deschide alta: ce este dincolo de bosonul Higgs?

187. Găurile negre microscopice, un pericol pentru Pământ?

În 2008 a fost pus în funcțiune acceleratorul de particule Large Hadron Collider (LHC). Mult așteptat de lumea științifică, evenimentul a fost puternic contestat de o mare parte a oamenilor obișnuiți, care au fost speriați că LHC-ul ar putea crea *găuri negre* ce ar înghiți apoi Pământul. Fenomenul a luat amploare și în România, acolo unde mulți oameni au ajuns să se teamă de un final apocaliptic al vieții pe Pământ.

Cum s-a ajuns în această stranie situație? Cum este posibil ca cel mai mare experiment al începutului de mileniu să fie considerat un *pericol* pentru umanitate? Mai jos vom încerca să derulăm puțin povestea științifică ce stă în spatele presupunerii apocaliptice.

În primul rând, să ne amintim că găurile negre reprezintă concentrări masive de materie, ce pot depăși un miliard de tone de materie pe un milimetru cub. La aceste densități materia își depășește statutul de ceva care doar umple spațiul. Conform teoriei relativității generale, ea va *curba* spațiul însuși cu o asemenea putere încât creează efectiv o cușcă pentru lumină, din care ea nu va mai scăpa.

Care este însă cea mai *mică* gaură neagră? Cum poate fi ea formată? Este interesant că teoria modernă a fizicii spune puține lucruri despre limita inferioară a găurilor negre. Aceasta în primul rând pentru că găurile negre foarte mici (microscopice) trebuie să fie descrise în același timp de două teorii: cea a *relativității generale* (gravitația) și

Figura 18.31: *În săptămânile pornirii acceleratorului LHC a circulat o anecdotă pe internet. Vizitatorul unui site s-ar fi uitat „în direct" la LHC. După câteva secunde, o animație flash (de unde am preluat și noi poza de mai sus) arată cum o gaură neagră înghite Pământul. Dincolo de glumă, situația scoate în evidență o problemă etică a cercetării: au dreptul cercetătorii să facă orice în spatele laboratoarelor închise fără ca publicul larg să fie informat suficient? Imagine reprodusă prin bunăvoința lui Cyriak Harris.*

cea a *teoriei cuantice a câmpului* (forma avansată a mecanicii cuantice). La ora actuală însă, tocmai aceste două teorii nu au putut fi unificate! Mai interesant, unul dintre motivele construirii acceleratorului LHC este tocmai căutarea unor indicii în urma cărora cele două teorii să poată fi unificate.

Totuși, ne putem face o idee despre cea mai mică gaură neagră dacă vom combina două aspecte fundamentale ale celor două teorii: *raza Schwarzschild* (dimensiunea clasică a găurii negre) și *lungimea de undă Compton* (dimensiunea cuantică a unei particule de aceeași masă ca gaura neagră).

Raza Schwarzschild ne spune cât de mult trebuie să comprimăm o bucată de pământ pentru a crea din ea o gaură neagră (în cazul celor câteva miliarde de tone ea ar trebui să fie mai mică decât 1 milimetru): $R_S = 2GM/c^2$ (vezi secțiunea 84). Aici G este constanta gravitațională a lui Newton, c este viteza luminii, iar M este masa corpului. Dacă acel corp de masă M are o dimensiune *mai mică* decât raza sa Schwarzschild asociată R_S, atunci acel corp devine o *gaură neagră.*

Lungimea de undă Compton ne spune care este dimensiunea cuantică pe care o putem atribui unei particule sau obiect de o masă dată M, având valoarea $\Lambda = h/(Mc)$. Aici h este constanta lui Planck iar c viteza luminii. Așa cum am arătat în secțiunea 148, nu putem cunoaște poziția particulei (sau a obiectului) cu o precizie mai bună decât cea dată de *lungimea de undă Compton* asociată lui. Cu alte cuvinte, dimensiunea *minimă* a particulei (sau a obiectului) este dată de lungimea de undă Compton Λ. De aceea, nici un corp de masă M nu poate avea o dimensiune mai mică decât lungimea sa de undă Compton asociată $\Lambda = h/(Mc)$. Dacă cineva ar încerca să comprime masa M într-un corp cu o dimensiune mai mică decât Λ atunci *fluctuațiile cuantice* vor face electronii sau protonii din corp să sară dintr-o parte în alta și corpul să se dezintegreze.

Acum să ne imaginăm ce se întâmplă cu lungimea de undă Compton și cu raza Schwarzschild ale unui corp masiv atunci când masa M a sa devine din ce în ce mai mică. După cum vedem în relațiile de mai sus, lungimea de undă Compton este mică pentru corpuri macroscopice, însă ea *crește* odată ce masa M scade. Cu cât masa M este mai mică, cu atât dimensiunea cuantică a corpului $\Lambda = h/(Mc)$ este mai mare. Pe de altă parte, raza Schwarzschild este la început o mărime macroscopică, pentru că masa M este foarte mare. Ea scade însă odată ce masa M a corpului devine mai mică (vezi figura 18.32).

Reducând masa corpului M, ne putem imagina următorul scenariu. Lungimea de undă Compton (mică la început) crește, iar raza Schwarzschild (mare la început) scade. Există atunci un moment special, în care masa M a scăzut la o valoare pentru care dimensiunea cuantică a corpului (lungimea de undă Compton) a crescut așa de mult încât să egaleze raza Schwarzschild $2GM/c^2 = h/(Mc)$ (care a scăzut între timp). Masa M la care are loc această egalitate se dovedește de același ordin de mărime ca și masa Planck M_P:

$$\frac{2GM}{c^2} = \frac{h}{Mc} \quad \Rightarrow \quad M = \sqrt{\frac{\hbar c}{2G}} = \frac{1}{\sqrt{2}} M_p \approx 10^{-8} \text{ kg}$$

Raza Schwarzschild a acestui corp (egală cu lungimea de undă Compton) ajunge de ordinul *lungimii Planck* $R_S = \Lambda \approx l_P \approx 10^{-35}$m.

Obiectul de mai sus este *cel mai mic* care se poate obține pentru gaura neagră. Dacă am scădea și mai mult masa M, atunci lungimea de undă Compton ar depăși raza Schwarzschild. Cu alte cuvinte, materia de masă M nu ar mai putea fi acum adunată într-o zonă mai mică decât raza Schwarzschild pentru a deveni o gaură neagră, pentru că s-ar dezmembra datorită fluctuațiilor cuantice (corpul nu poate avea o dimensiune mai mică decât dimensiunea sa cuantică, dată de lungimea de undă Compton, vezi figura 18.32). După cum vedem, cu dimensiune de ordinul lungimii Planck și cu masă de ordinul masei Planck, acest corp ar reprezenta cea mai mică gaură neagră.

Vedem din analiza de mai sus că masa de repaus cea mai mică pentru o gaură neagră este masa Planck. Desigur, pentru a fi o gaură neagră, dimensiunea unui astfel de obiect trebuie să fie foarte mică, de ordinul lungimii Planck 10^{-35}m. Cu alte cuvinte, degeaba adunăm mai multe particule pentru a forma un corp de masă Planck, dacă interacțiunea dintre particule determină o distanță între ele (și deci o dimensiune a corpului) mai mare decât lungimea Planck. Mai eficient ar fi să adunăm întreaga masă Planck într-o *singură* particulă, pentru a fi siguri că dimensiunea acesteia este mult mai mică. Putem face acest lucru în acceleratoarele moderne de particule?

Pentru a răspunde la întrebare, să rescriem masa corpului (egală cu masa Planck) în termeni familiari fizicii particulelor elementare, obținând $m_P = 10^{19}$GeV. Atunci vedem că avem nevoie de particule accelerate la energii de 10^{19}GeV pentru a putea crea astfel de găuri microscopice în acceleratoarele moderne de particule. Să ne amintim că energia protonilor ce vor fi accelerați de către acceleratorul

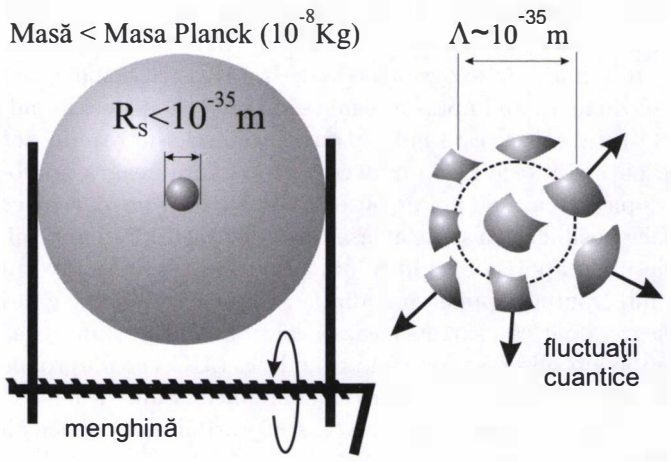

Figura 18.32: *În stânga este exemplificată situația unui corp cu o masă mai mică decât masă Planck, ce are inițial o rază mare (cercul cel mare). Pentru că vrem să facem din acest corp o gaură neagră, trebuie să-l strângem într-o menghină până la o dimensiune de ordinul razei Schwarzschild, care este în acest caz mai mică decât lungimea Planck. Pe parcurs însă, atunci când dimensiunea corpului va ajunge aproape egală cu lungimea de undă Compton (care este mai mare decât R_S), corpul va avea fluctuații cuantice și se va sparge în bucățele (figura din dreapta). În acest fel nu putem construi o gaură neagră cu o masă mai mică decât masa Planck.*

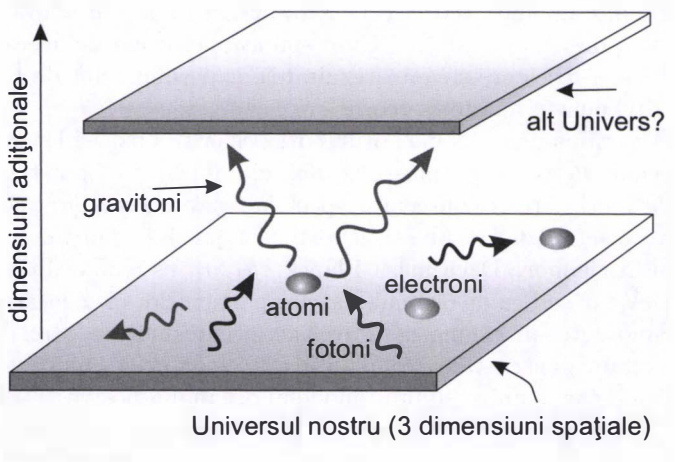

Figura 18.33: *O ipoteză în care universul nostru tridimensional (reprezentat ca planul de jos) este „încapsulat" într-un univers mai mare. Toate particulele cunoscute (electroni, fotoni, atomi etc.) ar rămâne blocate în universul nostru (planul de jos) și doar gravitonii (particula cuantică a gravitației) l-ar putea părăsi și ar circula în dimensiunile suplimentare. Planul de sus reprezintă schematic un alt univers care ar exista paralel cu al nostru.*

LHC este de cel mult 10^4GeV, cu alte cuvinte, de *milioane de miliarde de ori mai mică* decât energia Planck.

Conform acestui calcul minimal, nu sunt șanse de a crea o *gaură neagră microscopică* la LHC, pentru că ele au nevoie de energii de ordinul Planck (adică 10^{19}GeV) pentru a fi create. La urma urmei, acceleratorul Tevatron (aflat în Statele Unite) ciocnește de ani de zile particule cu energii de sute de GeV (de zece ori mai mici decât cele ale LHC-ului) și până acum nu s-a observat *nimic* care să indice o gaură neagră, ca să nu mai vorbim de un potențial pericol pentru Pământ. De unde atunci zvonul că LHC-ul ar putea crea o gaură neagră?

Ei bine, totul a început cu dorința fizicienilor de a înțelege *masele de repaus* ale particulelor elementare cunoscute. Ele sunt de ordinul a câțiva MeV ori GeV, adică mult mai mici decât masa Planck (10^{19}GeV). Dacă universul ar fi fost complet haotic, ne-am fi așteptat ca în el mecanica cuantică și relativitatea generală să fie la fel de importante la orice nivel, iar atunci particulele create ar fi avut mase de repaus de ordinul masei lui Planck.

Universul nostru pare însă foarte ordonat, ceea ce face posibilă apariția particulelor de mase de repaus *foarte mici* comparativ cu masa Planck. Este ca și cum ne-am uita la suprafața unui ocean și ne-am aștepta să vedem valuri de ordinul metrilor, dar găsim o suprafață perfect netedă, cu „valuri" microscopice. Desigur, în acest caz am spune mai degrabă că oceanul este *înghețat*, o analogie care se potrivește bine situației din fizica particulelor elementare (vezi secțiunea 174).

Cu alte cuvinte, în loc să găsim un univers haotic în care masa particulelor să fie de ordinul masei Planck, găsim un univers în care componentele (de masă mult mai mică) se pot ordona în structuri din ce în ce mai complexe, de la protoni, atomi, până la sisteme planetare și macromolecule, ordonare făcută posibilă tocmai de acest „îngheț" al universului (vezi secțiunea 173).

Pentru a explica prezența particulelor de mase mult mai mici decât masa Planck, fizicienii N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos și G. Dvali au propus, în 1998, un mecanism special (o „potrivеală"), bazat pe *teoria corzilor relativiste* și un univers cu *mai multe dimensiuni* decât cele observate în prezent.

Trebuie spus de la început că teoria corzilor relativiste *nu* a fost verificată experimental, deși este o teorie agreată de mulți fizicieni. Despre ea vom vorbi mai pe larg în capitolul 19. Acum este suficient să știm că, în această teorie, fiecare particulă este descrisă de o coardă care vibrează cu viteze apropiate de *viteza luminii*. În varianta specială propusă de cei trei fizicieni, corzile relativiste se manifestă în universul nostru cu trei dimensiuni spațiale, cu o singură excepție: *gravitonii* (particulele ce cuantifică câmpul gravitațional), care au acces la dimensiuni *suplimentare* ale universului, necunoscute încă nouă!

În teoria celor trei fizicieni, universul nostru ar fi *încapsulat* într-un univers mai mare, cu mai multe dimensiuni, după cum o foaie de hârtie bidimensională (analogul universului nostru) poate fi încapsulată într-un spațiu tridimensional (analogul universului mai mare). În această teorie, *nimic* nu poate părăsi universul nostru în dimensiunile sale suplimentare, exceptând gravitonul (vezi figura 18.33). Faptul că el are acces la dimensiunile suplimentare poate fi înțeles dacă observăm că gravitația este de fapt același lucru cu *teoria relativității generale* care descrie curbura întregului spațiu-timp curb.

La ora actuală, teoria corzilor nu a fost testată experimental. În plus, nici nu a fost detectată prezența unor dimensiuni suplimentare unde doar gravitația ar ajunge.

Cu alte cuvinte, teoria celor trei fizicieni poate fi adevărată, deși, improbabilă. Cum spuneam, tocmai de aceea cei trei fizicieni așteaptă rezultatele experimentelor de la LHC pentru a-și testa teoria.

Să rămânem deci în cadrul teoriei celor trei fizicieni și să vedem de ce au propus-o. Astfel, ei au arătat că o astfel de teorie are o consecință specială: *micșorarea efectivă a masei Planck*! Acesta a fost de fapt și scopul inițial al fizicienilor. Dacă masa Planck *efectivă* este de ordinul GeV-ilor, adică de ordinul maselor particulelor elementare cunoscute, înseamnă că am găsit mecanismul pe care îl căutam pentru valoarea redusă a acestor mase, motivul „înghețării" universului în modelul oceanului nostru.

Reducerea efectivă a masei Planck are însă consecințe și dincolo de masele de repaus ale particulelor elementare, inclusiv în cazul *găurii noastre microscopice*. Căci, să ne amintim, o astfel de gaură neagră ar avea o masă de ordinul masei Planck. În noua teorie însă, masa găurii negre va fi mult redusă, fiind dată de masa Planck *efectivă*. Masa găurii negre microscopice va fi de ordinul maselor de repaus ale particulelor mai masive, adică de ordinul GeV-ilor. Având însă o masă de repaus așa de mică, obținem acum un efect ciudat: găurile negre microscopice ar putea fi create experimental la acceleratorul Large Hadron Collider!

Consecința de mai sus nu i-a speriat pe fizicieni. Astfel, ei cred puternic în ceea ce se numește *mecanismul Hawking* de evaporare a găurilor negre, menționat și de noi în secțiunea 86. Găurile negre microscopice se vor *evapora* prin mecanismul Hawking în mai puțin de 10^{-26} secunde! Cu alte cuvinte, ele nici nu au timp să înghită ceva materie din jur, că se vor evapora imediat. Numai bine, spun fizicienii, care speră că, dacă un astfel de proces are loc, gaura neagră va genera perechi de particule și antiparticule specifice care să lase o *urmă* sigură a prezenței acestei găuri negre microscopice. Cu alte cuvinte, dacă o astfel de gaură neagră microscopică se formează, iar mecanismul *evaporării* sale este confirmat pe baza produselor de evaporare, atunci fizicienii sunt deja pregătiți pentru câteva premii.

De dragul raționamentului, să acceptăm însă pe moment că evaporarea găurii negre nu are loc. La urma urmei, există experimentatori care spun că mecanismul Hawking nu a fost testat, pentru că găurile negre cunoscute sunt prea mari pentru ca mecanismul Hawking să joace un rol. Și dacă totuși se formează găuri negre microscopice?

Ei bine, în acest caz observăm că evenimente de tipul celor de la LHC au loc *în fiecare zi* în partea superioară a atmosferei, acolo unde razele cosmice bombardează încontinuu Pământul. Este cunoscut faptul că energia particulelor incidente o depășește pe cea de la acceleratorul LHC. Estimări obișnuite ale acestor impacturi ne spun că, în decursul istoriei Pământului, au avut loc de un milion de ori mai multe asemenea evenimente decât într-un an de funcționare continuă a LHC-ului. Cu alte cuvinte, dacă era să se producă până acum o gaură neagră în părțile superioare ale atmosferei, s-ar fi produs.

Argumentul este puternic, să recunoaștem, însă are o *slăbiciune* ascunsă. Astfel, razele cosmice ce lovesc Pământul au o viteză foarte mare, iar atomii din atmosferă loviți sunt inițial în repaus. Datorită legilor de conservare a impulsului, particulele create în ciocniri (și deci și ipotetica gaură neagră microscopică) au o viteză foarte mare. Gaura neagră astfel creată ar putea deci *traversa* aproape instantaneu Pământul și dispărea dincolo de sistemul Solar, fără să aibă timp să înghită ceva din Pământ.

În schimb, în experimentele de la LHC, particulele care colizionează au impulsuri egale și de sens opus, deci impulsul total inițial este nul. Atunci produsele de reacție pot căpăta și viteze mici. În acest caz și gaura neagră microscopică creată de noi ar putea avea o viteză *mică*, ceea ce face posibil ca ea să fie atrasă încet de centrul Pământului, de unde apoi să-l înghită încetul cu încetul. Cu alte cuvinte, putem spune că radiația cosmică generează găuri negre, doar că ele traversează rapid Pământul, și de aceea nu le-am observat, pe când cele de la LHC vor fi aproape în repaus și au timp destul să „mănânce" Pământul.

Pentru a investiga și această posibilitate, fizicienii Steven Giddings and Michelangelo Mangano au publicat în *Physical Review D* (2008) un alt studiu detaliat. Ei scot în evidență în primul rând faptul că găurile negre create la LHC sau în atmosferă sunt probabil *încărcate electric*, pentru că și particulele din care provin (raze cosmice sau protoni la LHC) sunt încărcate electric. În acest caz, ele vor *radia* în scurt timp energie electromagnetică, ceea ce le va încetini mișcarea. Din calculele celor doi fizicieni, orice gaură neagră încărcată electric care are energie inițială mai mică de 7TeV ar trebui să fie *oprită* până în centrul Pământului, inclusiv găurile negre ce s-ar forma din razele cosmice ce lovesc Pământul. Asta înseamnă că ar fi trebuit până acum să observăm efectul unei astfel de găuri negre în centrul Pământului, *dacă* ea era încărcată cu sarcină electrică.

Desigur însă, există teoretic și posibilitatea ca în urma unor reacții alternative găurile negre generate de razele cosmice să fie *neutre* electric, caz în care ele ar fi scăpat câmpului gravitațional al Pământului, motiv pentru care nu le-am observat. Găuri negre neutrale produse la LHC sunt posibile, dacă ne imaginăm că sarcina electrică a particulelor inițiale este compensată de alte particule create în proces. În acest caz, găurile negre *neutre* produse de atmosfera Pământului în istoria sa ar fi părăsit deja sistemul Solar, datorită vitezei lor mari. Gaura neagră neutră produsă la LHC ar fi însă în repaus și ar fi prima care s-ar așeza frumușel în mijlocul Pământului, de unde să-l devoreze încetul cu încetul.

Timpul în care o gaură neagră microscopică (care acum trebuie să fie neutră) ar înghiți Pământul este un alt element crucial, căci gaura neagră trebuie să înghită Pământul prin cunoscutul *disc de acreție*. Atomii ce vor fi „mâncați" vor trebui să oscileze mai întâi o bună bucată de timp în jurul găurii negre. Într-o analiză standard, cei doi fizicieni găsesc că găurii negre microscopice i-ar lua aproximativ 100 de *miliarde* de ani să înghită Pământul, un timp suficient de lung ca să nu ne îngrijorăm. Numai într-o teorie foarte improbabilă ei găsesc timpi de ordinul a mii de ani.

Pentru a elimina și această posibilitate îndepărtată, cei doi fizicieni și-au concentrat atenția asupra corpurilor mai dense din univers, ca *piticele albe* și *stelele neutronice* (vezi figura 18.34). Cum acestea sunt mai dense, ele au o șansă mare de a fi înghițite de eventualele găuri negre microscopice (neutre sau nu) ce se formează acolo din radiațiile cosmice. De exemplu, stelele neutronice au deja densitate foarte mare, apropiată de cea a găurilor negre. Aici

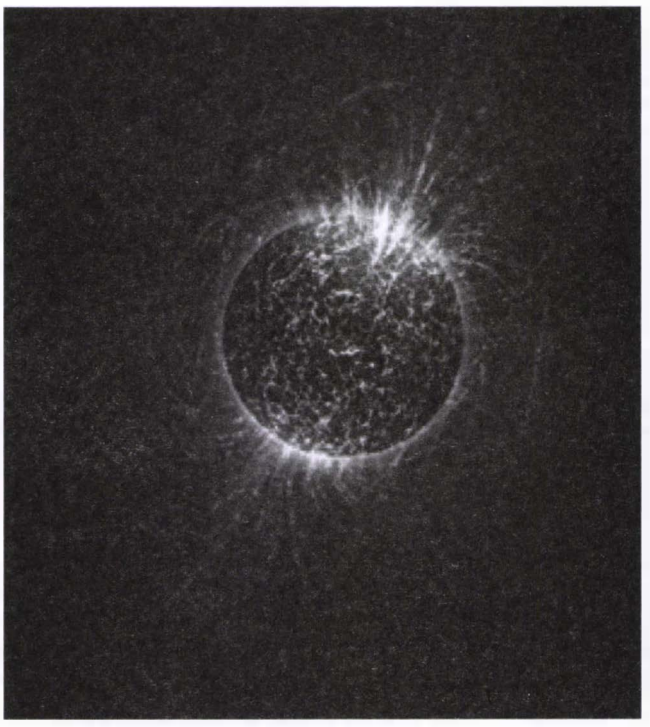

Figura 18.34: *Imagine artistică a unei stele neutronice izolate (fără o altă stea companion si fără pulații radio). Liniile care se extind din stea reprezintă câmpul magnetic. Steaua neutronică are o densitate de materie deja foarte mare, iar o gaură neagră microscopică ce s-ar forma pe suprafața ei ar produce o reactie în lanț ce ar transforma steaua neutronică într-o gaură neagră. Astronomii nu au observat însă astfel de fenomene.* ©*Casey Reed/Penn State University (U.S.A).*

situația este *critică* și, în noile teorii ale fizicienilor, o singură gaură neagră microscopică va declansa o reacție în lanț, determinând dispariția stelei neutronice.

Desigur, în această situație ar trebui să avem un univers cu astfel de evenimente în care găurile negre microscopice „mănâncă" diverse stele. Am vedea nu numai stele neutronice *dispărând* de pe cer, dar si efecte suplimentare pentru celelalte stele, de exemplu variații de intensitate datorate înghițirii lor de către găurile negre microscopice. Încă o dată, *niciun* fel de astfel de efect nu a fost observat de astronomi.

În final, să recapitulăm acest adevărat *lanț al slăbiciunilor*, care ar face posibil ca o gaură neagră microscopică să fie produsă la acceleratorul LHC, gaură neagră care să înghită apoi întreg Pământul într-un timp suficient de scurt:

- Trebuie ca particulele elementare să fie de fapt corzi relativiste.
- Trebuie ca universul să aibă dimensiuni suplimentare perfect ajustate, la care doar gravitația să aibă acces.
- Trebuie ca masa Planck efectivă să fie cu 15 ordine de mărime mai mică decât cea pe care o consideră acum fizicienii.
- Trebuie ca radiația Hawking să nu existe.
- Trebuie ca găurile negre formate să fie neutre electric.
- Trebuie ca mecanismul prin care gaura neagră microscopică înghite Pământul să fie mult mai rapid decât estimează fizicienii.
- Trebuie ca, din diverse motive, noi să nu fi observat efecte asemănătoare care ar avea loc mult mai des în apropierea stelelor neutronice.

Cu alte cuvinte, numai prin niște mecanisme *extrem de improbabile* este posibil ca LHC să producă găuri negre microscopice care să înghită Pământul. Dacă stăm strâmb și judecăm drept, nu putem elimina complet posibilitatea producerii unor găuri negre microscopice periculoase la acceleratorul LHC, dar aceasta nu pentru că am avea o teorie probabilă care să anticipeze evenimentele, ci pentru că imaginația teoreticienilor nu are limite. Să nu uităm în final că la acceleratorul Tevatron nu am observat nimic similar, deși el are energii cu numai un ordin de mărime mai mici decât cele de la LHC.

Dacă fizicienii și-au dorit ca găurile negre microscopice să fie puse în evidență, iată însă că reacția publicului larg a fost complet opusă. Dincolo de argumentele tehnice, rămâne *discuția etică* în jurul unor astfel de experimente.

188. Ce ne mai așteptăm să găsim la LHC?

Așa cum am menționat, sarcina principală a acceleratorului Large Hadron Collider a fost detectarea bosonului Higgs, sarcină îndeplinită cu succes în 2012. Această identificare a fost îngreunată de structura protonilor (particulele accelerate la LHC), care sunt alcătuiți din trei quarci, și de secțiunile eficace reduse ale proceselor care implică bosonul Higgs. Trebuie deci să avem un număr foarte mare de ciocniri pentru a observa un singur boson Higgs.

Structura protonilor nu este dată numai de cei trei quarci, dar si de multitudinea de *particule virtuale* care există ca un nor în jurul quarcilor, printre acestea aflându-se și bosonul Higgs. Așa cum am schițat în figura 15.7, într-o imagine simplificată ne imaginăm că protonul are în jurul lui, sub formă virtuală, *toate* particulele din univers. Ciocnind protonii unii de alții vom afla atunci informații și despre alte particule decât quarcii (neutrini, electroni, bosonul Higgs etc.), chiar dacă ele *nu* fac parte efectiv din structura protonului, ci apar acolo doar sub forma lor virtuală. De asemenea, putem spune că particulele create în reacțiile de ciocnire sunt de fapt particulele aduse la viață din norul virtual al protonului.

Descoperirea bosonului Higgs este fără îndoială un succes mare. Cu toate acestea, nu se pune problema ca acceleratorul LHC să fie închis, odată ce bosonul Higgs a fost descoperit. O etapă următoare o reprezintă măsurarea proprietăților acestui boson si investigarea altor teorii în afara modelului standard. O astfel de teorie este *supersimetria* particulelor.

Așa cum am menționat, supersimetria dublează numărul particulelor din univers. Astfel, fiecare boson va avea un nou *superpartener* fermion (partener care se notează

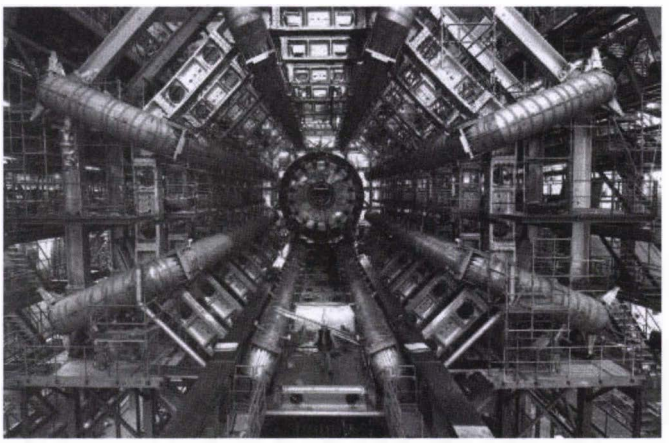

Figura 18.35: *O imagine cu detectorul Atlas al acceleratorului LHC. Acesta este construit în așa fel încât să măsoare particulele rezultate în urma ciocnirilor cu protoni din cadrul LHC. Imagine pusă la dispoziție de domnul Mircea Penția.*

cu litera „s" în față), iar fiecare fermion va avea un superpartener boson (care se recunoaște prin terminația „ino"). Partenerul electronului ar fi bosonul selectron, iar partenerul fotonului ar fi fermionul fotino. Trebuie spus că, pentru moment, nu există *niciun* indiciu experimental că teoria supersimetriei este corectă, iar proba de foc experimentală a teoriei ar putea fi tot la acceleratorul Large Hadron Collider.

Unii teoreticieni cred că superpartenerii au șanse mari să fie observați la LHC, care este capabil să creeze particule de mase de până la 14 TeV. Pe de altă parte, dacă nici atunci superpartenerii nu vor fi găsiți, mulți cred că evenimentul va reprezenta sfârșitul supersimetriei, deși probabil teoria va supraviețui prin variante ale ei.

Deja la sfârșitul anului 2012 au apărut date preliminare nu prea îmbucurătoare pentru susținătorii supersimetriei. Astfel, a fost măsurată dezintegrarea particulei B_s^0 în miuoni, mai precis $B_s^0 \to \mu^- + \mu^+$. Dintr-un miliard de evenimente în care particula B_s^0 se dezintegrează, procesul de mai sus are loc în doar trei evenimente. Rezultatul este în deplină concordanță cu modelul standard, dar nu și cu teoria supersimetriei, care prezice un număr mult mai mare de asemenea evenimente.

Celelalte așteptări ale oamenilor de știință sunt mai exotice și de aceea puteți paria mai puțin pe ele. Una este identificarea unei particule din care ar fi constituită misterioasa *materie întunecată*. Ea trebuie să interacționeze cât mai puțin cu materia înconjurătoare, ceea ce ar explica observațiile. Pe de altă parte, această particulă ar fi foarte comună în univers, cu o masă totală de aproximativ patru ori mai mare decât toată masă obișnuită a universului la un loc (stele, praf stelar etc), așa cum sugerează măsurătorile astronomice. Desigur, se speră că puternicele ciocniri de la LHC vor crea și această particulă ce ar alcătui materia întunecată (măcar virtual, cu efecte observabile însă). Ar fi desigur un triumf să testăm în laborator niște observații astronomice.

O altă observație dorită este scoaterea în evidență a unor *dimensiuni spațiale suplimentare* ale universului. Aceasta este o previziune cunoscută a *teoriei corzilor relativiste*, unde un număr de șase sau șapte dimensiuni spațiale suplimentare ar fi compactate foarte strâns, în așa fel încât ele au scăpat detecției noastre de până acum.

Testarea teoriei corzilor relativiste are (în mod normal) nevoie de energii mult mai mari decât cele produse la LHC. De aceea, la LHC, ea nu este vizată direct. Cu toate acestea, rezultatele obținute la LHC nu îi lasă indiferenți pe teoreticienii corzilor relativiste. Așa cum vom vedea în secțiunea 198, teoria corzilor relativiste este supersimetrică. Invalidarea supersimetriei la LHC pune în dificultate și teoria corzilor relativiste.

Prezicerea unor dimensiuni suplimentare ale universului a devenit foarte răspândită și a depășit granițele teoriei corzilor relativiste. Dacă este așa, e posibil ca noile particule create să poarte informații despre dimensiunile suplimentare. Aceste dimensiuni suplimentare pot fi compactate (caz în care sunt mici și nu se văd) sau macroscopice (caz în care numai gravitonul are acces la ele, așa cum vom discuta în secțiunea 202). O metodă indirectă este observarea energiei totale care intră în reacție și care iese. Dacă există o diferență între ele, înseamnă că energia *nu* este conservată, iar unii fizicieni cred că pot explica această diferență prin faptul că energia „s-a pierdut" în dimensiunile suplimentare.

Nu în ultimul rând, este posibil ca experimentele de la LHC să ne arate că particulele pe care le considerăm elementare (ca electronul sau quarcul) să fie *compuse*. Și acest scenariu este improbabil, căci nu există până acum nici un astfel de indiciu, dar nu este imposibil. Unii oamenii de știință cred că asemenea efecte ar fi observabile mai degrabă la energii de 40 TeV, adică mai mari decât cele obținute la LHC.

Recapitulând, există două scenarii foarte discutate. Primul este că la LHC se va găsi doar bosonul Higgs (cu eventual câteva modificări) și nimic altceva. Desigur, acesta e cazul pesimist, în care nu există o altă fizică ascunsă la energii intermediare.

Problema masei bosonului Higgs, încă nerezolvată în modelul standard, sugerează totuși că o nouă fizică se ascunde la energii de genul celor sondate de LHC. Aceasta este și speranța cercetătorilor, care nu sunt atât în așteptarea unor confirmări (ca bosonul Higgs, supersimetria, dimensiuni suplimentare ale spațiului etc.), ci în așteptarea unor *noi rezultate experimentale*. Ele ar trebui să pună ordine în teoriile existente și să imprime un nou avânt *fizicii fundamentale*, aflată astăzi oarecum în impas, după aproape o jumătate de secol de la ultimele descoperiri majore.

19 Teoria corzilor relativiste

În capitolele precedente am urmărit construcția modelului standard al particulelor elementare. Acesta, împreună cu teoria relativității generale (numită și teoria gravitației), este aproape tot ce știm despre evoluția materiei în acest moment. Dacă am crede că ne aflăm aproape de „sfârșitul fizicii", am putea încerca să explicăm, de jos în sus, comportarea întregului univers: funcționarea protonilor, a atomilor, apoi mișcarea stelelor, apariția vieții și formarea conștiinței din creierul nostru.

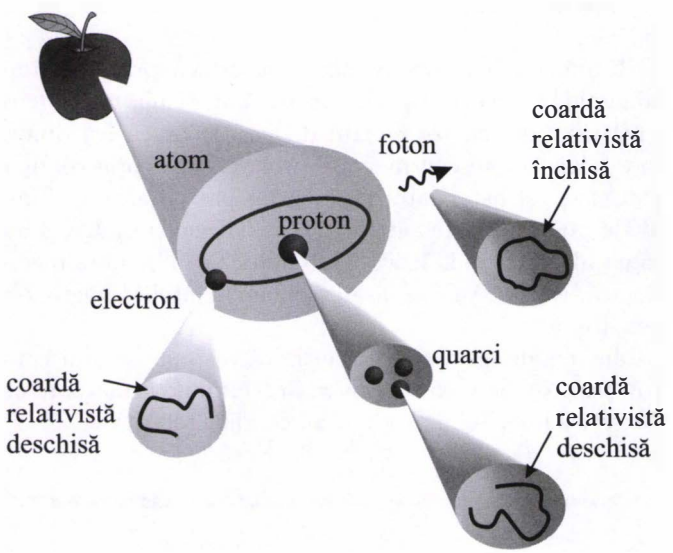

Figura 19.1: *În figură este reprezentată structura posibilă a materiei, de la mai mare la mai mic. Aici fiecare obiect este format din atomi, care la rândul lor sunt formați din electroni și protoni. Atomul emite radiație electromagnetică, formată din fotoni. În teoria corzilor, electronul nu ar fi o particulă elementară, ci ar fi de fapt o coardă, ce poartă numele de coardă relativistă, pentru că vibrează cu viteza luminii. Protonul ar fi format din quarci, însă quarcii la rândul lor ar fi formați și ei din același tip de coardă relativistă. Și fotonul ar fi la bază alcătuit din aceeași coardă relativistă. Natura particulei (electron, quarc, foton etc.) este dată de modul de vibrație al corzii (ce poate fi închisă sau deschisă, depinzând de modelul folosit), însă coarda relativistă este aceeași pentru toate particulele.*

Pe de altă parte, am văzut că cele două teorii (modelul standard și relativitatea generală) nu sunt unificate. Prima este prin excelență o *teorie cuantică*, pe când a doua teorie este prin excelență o *teorie clasică de câmp.* Astfel, mecanica cuantică este o teorie a lumii microscopice, în care particulele apar punctiforme, fără o dimensiune anume. Teoria relativității generale este o teorie pentru distanțe cosmice, în care rolul determinant îl joacă câmpul pe distanțe mari.

Prin urmare, suntem în căutarea unei *teorii unificatoare* a mecanicii cuantice și teoriei gravitației, o teorie pe care nimeni nu a găsit-o până acum. Ne-am aștepta ca ea să unifice în parte noțiunea de particulă cu cea de câmp. O astfel de propunere de teorie vom prezenta în următoarele două capitole. Ea poartă numele de *teoria corzilor relativiste* și spune în esență că toate particulele ar fi alcătuite din același tip de coardă, doar că modul de vibrație al corzii ar fi diferit de la o particulă la alta.

Trebuie spus de la început că nu există încă nici un experiment care să fi testat teoria corzilor relativiste. De aceea, teoria de față rămâne deocamdată, în mare parte, pe masa de lucru a teoreticienilor. Să derulăm și noi povestea acestei teorii, introducând mai întâi coarda relativistă.

189. Introducerea corzii relativiste și un avertisment

O parte din dificultatea unificării mecanicii cuantice cu teoria relativității generale se datorează în principal scărilor diferite ale celor două teorii: mecanica cuantică are de-a face cu particule microscopice, pe când gravitația se ocupă în general cu corpurile masive cerești. Câteva punți de legătură ar fi interiorul stelelor masive sau începutul universului, dar ele sunt mai degrabă cazuri particulare.

În încercarea lor de a găsi o astfel de teorie unificatoare, fizicienii au dat peste o soluție care ar putea fi fi cea corectă și pe care ei o numesc *teoria corzilor relativiste.* Pentru că ea ar unifica mecanica cuantică și teoria relativității, teoria mai este numită și „teoria tuturor lucrurilor" („the theory of everything" în limba engleză).

Esența teoriei corzilor relativiste este faptul că toate particulele elementare sunt alcătuite *din același tip de coardă*. Această coardă ar vibra cu viteze apropiate de viteza luminii, de aceea poartă numele de *coardă relativistă*. Modul în care vibrează ne va da o particulă sau alta. Atât electronul, cât și quarcul sau fotonul ar reprezenta aceeași coardă, oricât de diferite ar apărea aceste particule între ele (vezi figura 19.1). Vibrațiile corzii relativiste ar fi însă diferite de la o particulă la alta.

În capitolul de față vom încerca să vedem principalele caracteristici ale teoriei corzilor relativiste, avertizând de la început cititorul că această teorie este în prezent un domeniu nou de cercetare și foarte controversat în același timp. În plus, nu s-a făcut încă nici o testare experimentală a teoriei corzilor relativiste. Există deci o probabilitate (mai mare sau mai mică, după opinia fiecăruia) ca ea să se dovedească în final *falsă* și ca dumneavoastră să vă pierdeți în zadar timpul. În acest caz nu pot decât să vă consolez că nu veți fi fost singurul.

Acum, o mică observație asupra traducerii numelui teoriei. În engleză teoria se numește *the string theory*, de la cuvântul *string* care înseamnă *coardă*. În românește se mai spune și teoria stringurilor. Noi am optat aici pentru denumirea de *teoria corzilor relativiste*, pentru a scoate în evidență faptul că ne așteptăm ca singura cărămidă de bază a materiei să fie o *coardă* și s-o vizualizăm astfel mai ușor în imaginația noastră. Coarda este însă o *coardă relativistă* deoarece, așa cum vom vedea, vibrația corzii are loc cu viteze apropiate de viteza luminii.

La noi în țară, teoria corzilor relativiste a fost popularizată prin intermediul unor traduceri, de exemplu, *Universul într-o coajă de nucă* al lui Stephen Hawking, sau *Universul elegant* de Brian Green. Cărțile sunt foarte bine scrise, însă poate că ele nu au evidențiat suficient de clar controversele puternice din jurul teoriei corzilor relativiste. De aceea, înainte de a trece la o prezentare tehnică a corzilor, vrem să atragem din nou atenția cititorului că teoria corzilor este încă în dezvoltare, fiind doar pe masa e lucru a teoreticienilor. De fapt, interesul pentru teorie este astăzi oarecum în scădere, unul dintre motive fiind tocmai faptul că teoria este foarte dificil de testat experimental.

În lumea fizicii teoretice contemporane se poartă o dezbatere aprinsă privind posibilitatea ca teoria corzilor să descrie lumea fizică reală. Spectrul opiniilor se întinde de la ideea că teoria e singura viabilă în momentul actual până la a o considera complet falsă. Cercetătorilor implicați în dezbatere sunt de la doctoranzi obișnuiți până la laureați ai Premiului Nobel. Iată câteva citate ale unor nume cunoscute din lumea fizicii sau a matematicii:

Edward Witten (Premiul Fields în 1990): „Teoria corzilor relativiste aparține secolului XXI, însă a fost descoperită din întâmplare în secolul XX."

Steven Weinberg (Premiul Nobel în 1979): „În teoria corzilor relativiste nu există nici un fel de cârpeală. Teoria este fie complet adevărată, fie complet falsă."

Richard Feynman (Premiul Nobel în 1965): „Cred cu adevărat că teoria corzilor relativiste este un nonsens. Nu îmi place că teoreticienii corzilor nu pot calcula nimic exact. De ce sunt masele particulelor atâta cât sunt? Teoria corzilor nu dă nici o explicație pentru aceste valori, absolut nici una!"

Sheldon Glashow (Premiul Nobel în 1979): „După câte văd eu, teoria corzilor relativiste este complet ruptă de experiment. De fapt, nu există nici un fel de experiment care să infirme definitiv teoria. Această teorie este mereu sigură că nu poate fi falsificată. Vă întreb, este ea fizică sau filozofie?"

După cum vedem, opiniile despre teoria corzilor relativiste diferă mult chiar printre specialiști. Există deci un risc mare ca tot ceea ce vom discuta în secțiunile următoare să se dovedească într-o zi fals, și o altă teorie să ia locul acum favorizat al teoriei corzilor. Această posibilitate este din ce în ce mai des pomenită în ultimii ani, când criticii teoriei corzilor s-au înmulțit (să amintim aici numai numele profesorului american Peter Woit).

Ne putem aduce aminte și de zecile de studenți români, fizicieni teoreticieni, pentru care acum zece ani lucrul în cadrul teoriei corzilor părea atât de fascinant și promițător. Pe mulți dintre ei i-au atras cuvinte magice ca *d-brane*, *heterotic string*, sau faima unor fizicieni cunoscuți (ca Weinberg, Schwarz). Criticii acuză că, în anii '90 și la începutul anilor 2000, clubul susținătorilor teoriei corzilor relativiste a primit cele mai multe fonduri, în așa fel încât tinerii teoreticieni erau aproape forțați să aleagă teoria corzilor relativiste, ignorând în mare parte alte teorii posibile.

Ultimii ani însă nu au părut să aducă progrese fundamentale în teoria corzilor relativiste și nici confirmări experimentale, cu tot efortul depus. Doar câțiva dintre tinerii fizicieni au continuat să profeseze în teoria corzilor relativiste, și asta datorită în principal numărului limitat de posturi în universități. Cei mai mulți dintre ei au urmat alte cariere în fizică, matematică sau în afara mediilor academice. Au dus însă cu ei cunoștințele și metodele învățate.

Rămâne, desigur, ca istoria să dea răspuns acestor controverse. Noi ne vom concentra în secțiunile următoare pe partea exclusiv tehnică a teoriei corzilor relativiste.

190. Istoria corzilor relativiste

Teoria corzilor relativiste a apărut între anii 1960 și 1970, în primă instanță ca o teorie a *hadronilor*, particulele formate din mai mulți quarci (neutroni, protoni, pioni etc.). În acei ani teoria quarcilor (cromodinamica cuantică) nu era complet dezvoltată, iar teoria corzilor era o altă opțiune pentru explicarea interacțiunilor dintre hadroni.

Ideea de bază a teoriei corzilor era că *hadronii* nu ar fi particule punctiforme, ci ar fi un fel de *corzi* (ca niște benzi de cauciuc) care vibrează în moduri diferite. Ele ar fi avut dimensiuni de ordinul 10^{-15}m, adică ar fi fost tot

atât de mari ca protonii. De unde și până unde asocierea hadronilor cu niște corzi?

Ei bine, ideea a pornit în mod special de la observații experimentale asupra *rezonanțelor*. Acestea sunt particule cu o viață scurtă, care se dezintegrează în alte particule cunoscute. În acceleratoarele moderne de particule, producția de rezonanțe este o treabă inginerească: pentru a produce o *rezonanță*, direcțiile, unghiurile, energiile și spinii particulelor incidente trebuie ajustate corespunzător. Odată însă obținute rezonanțele, s-a observat o relație ciudată: momentul cinetic propriu J al acestora era în general proporțional cu pătratul energiei lor de repaus E, și anume $J \sim E^2$. Relația descrie așa-numitele *curbe Regge* (vezi figura 19.2).

Momentul cinetic J clasic descrie rotația unei corp în jurul unei axe date (care poate fi și axa proprie a corpului). El este analogul impulsului în mișcarea de rotație și ne dă o indicație despre puterea rotației. Astfel, cu cât crește viteza unghiulară de rotație ω cu atât crește și momentul cinetic $J \sim \omega$. Cu cât este mai greu corpul de masă m, cu atât este mai puternică rotația $J \sim m$. În plus, rotația devine mai puternică și dacă acel corp are dimensiuni L mai mari: $J \sim L^2$ unde L este dimensiunea corpului. Obținem în final o relație de forma $J \sim m\omega L^2$.

Ne-am putea imagina că *rezonanțele* nou produse ar fi un fel de corpuri rigide în rotație nerelativistă. În acest caz, energia E a rezonanței ar fi stocată în principal în masa sa de repaus m, după relația lui Einstein $E = mc^2$, și mai puțin în mișcarea sa de rotație. Cum am văzut că momentul cinetic J este proporțional cu masa m, vom obține o relație de *proporționalitate* între momentul cinetic al rezonanțelor și energia lor de repaus $J \sim E$, ceea ce nu este observat în practică.

De aceea fizicienii au căutat un alt model pentru explicarea comportării experimentale $J \sim E^2$ și au sfârșit prin a considera un corp deloc rigid: o *coardă elastică*, foarte asemănătoare unei benzi de cauciuc, în mișcare de rotație cu viteza luminii! Această coardă elastică satisface relația dorită dintre momentul cinetic și energie $J \sim E^2$, și iată cum. Pentru început trebuie să folosim relația generală dintre momentul cinetic și energie, $J \sim mL^2\omega$, prezentată mai sus și apoi să considerăm dependența de energie a fiecărui termen.

Mai întâi, cu cât coarda de lungime L este mai *întinsă*, cu atât ea are mai multă energie înmagazinată în ea, pentru că este ca un fel de arc armat ($E \sim L$), ceea ce conduce și la o masă mai mare $m = E/c^2$. În plus însă, devenind mai întinsă, se va roti (paradoxal) mai încet. Aceasta deoarece coarda devine mai lungă și, cum capetele corzii au o viteză limitată de viteza luminii, viteza unghiulară ω trebuie să scadă invers proporțional cu lungimea corzii $\omega \sim 1/L \sim 1/E$ (vezi figura 19.2). Luând în calcul toți acești termeni în relația noastră, obținem $J \sim m\omega L^2 \sim E/E \cdot E^2 \sim E^2$. Vedem acum că momentul cinetic crește cu *pătratul* energiei, exact așa cum ne dorim. Atunci *rezonanțele* studiate ar fi de fapt niște corzi care se rotesc cu viteza luminii.

Comportarea corzilor relativiste a devenit și mai interesantă odată ce fizicienii și-au întors privirea spre *mezoni*, despre care aflaseră între timp că sunt alcătuiți dintr-un

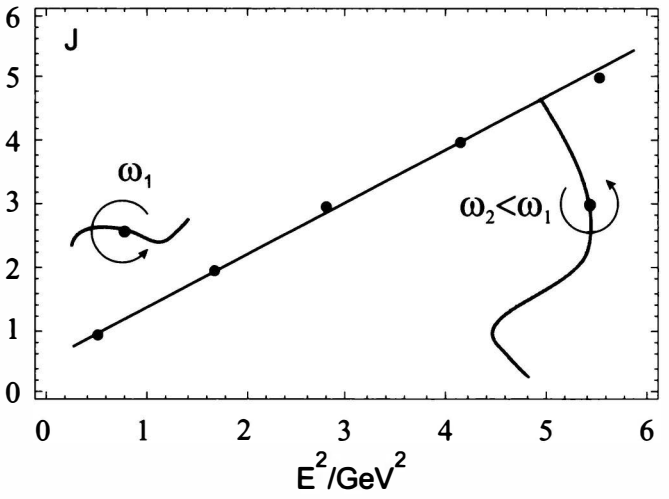

Figura 19.2: *Relația Regge dintre momentul cinetic J și pătratul energiei de repaus E^2 pentru cinci dintre mezonii ρ (reprezentați cu puncte negre). Relația liniară din figură $J \sim E^2$ se explică dacă mezonii ar fi de fapt niște corzi în rotație, așa cum este schițat în figură. La valori mici ale energiei (stânga) am avea o coardă mică ce are o viteză de rotație mare. La valori mari ale energiei E a corzii (dreapta) crește atât lungimea corzii (pentru că este mai întinsă), cât și masa lor (pentru că este dată de energia $E = mc^2$), dar scade viteza unghiulară ω. Coarda, fiind mai lungă, se rotește mai încet, deoarece capetele ei nu pot depăși în rotație viteza luminii.*

quarc și un antiquarc. Astfel, am văzut în capitolele precedente că forța de atracție dintre un quarc și un antiquarc are o comportare ciudată: ea devine mai *puternică* pe măsură ce quarcul și antiquarcul se *îndepărtează* unul de altul, și mai slabă pe măsură ce ei se apropie.

Aceasta este însă și comportarea unei corzi obișnuite sau a unui elastic, deoarece ea consumă energie odată ce este întinsă din ce în ce mai mult. Cu cât întindem mai mult coarda, cu atât trebuie să depunem forțe mai mari pentru a o întinde și mai mult. Putem spune atunci că forța de atracție dintre quarcul și antiquarcul ce formează mezonul este descrisă de o coardă flexibilă, adică de un fel de elastic sau bandă de cauciuc ce îi ține împreună. Noua teorie a fost numită *teoria corzilor*. De fiecare dată când ne referim la aceste corzi trebuie să ne imaginăm că ele sunt elastice, deci că pot fi întinse mai mult sau mai puțin.

Între timp însă, *cromodinamica cuantică* s-a dovedit teoria corectă pentru interacțiunile dintre quarci, așa că, încetul cu încetul, teoria corzilor relativiste a fost dată uitării de către fizicieni. Teoreticienii au lucrat apoi câțiva ani singuri și au continuat să facă progrese în construcția unei teorii mai consistente.

Astfel, teoria inițială descria doar *bosoni*, numai că o parte din hadroni (protonii, de exemplu) sunt *fermioni*. Teoria nu era deci în esență aplicabilă tuturor hadronilor. Din fericire însă, fizicianul Pierre Ramond a reușit, în 1970, să extindă teoria corzilor, introducând și fermionii în teorie. Noua teorie îmbunătățită a devenit cunoscută mai târziu sub numele de *teoria supercorzilor* (despre care înțelegem că sunt relativiste). Așa cum sugerează și numele, ea este o teorie *supersimetrică*, în sensul că fiecare

particulă are un partener supersimetric, după cum am discutat în secțiunea 184. Unul dintre avantajele noii teorii îmbunătățite a fost eliminarea din teoria inițială a *tahionului*, o particulă ce s-ar deplasa cu viteză mai mare decât viteza luminii, și care nu a fost observată în experimente.

În 1974, John Schwarz și Joël Scherk fac o nouă descoperire teoretică. Astfel, printre particulele descrise de corzile relativiste ei identifică una care ar putea fi *gravitonul*! Gravitonul este particula cuantică asociată câmpului gravitațional. Fizicienii presupun că atracția gravitațională poate fi modelată de schimbul unor *gravitoni virtuali*, după cum interacțiunea electrică este descrisă prin schimbul unor fotoni virtuali.

O includere a gravitonului între particulele elementare este un prim pas spre unificarea modelului standard cu teoria gravitației. Astăzi se știe că teoria corzilor relativiste nu numai că permite, dar și impune existența unei particule care poate fi asociată gravitonului, iar aceasta a fost una dintre cele mai plăcute surprize ale fizicienilor.

De exemplu, prin intermediul gravitonului, putem genera noi particule printr-o o dinamică puternică a spațiului, așa cum a existat imediat după Big Bang. În noua abordare cuantică am avea mulți gravitoni care, la Big Bang, s-ar dezintegra în alte particule. O altă situație o reprezintă găurile negre. Din păcate, aici dinamica extremă are loc înăuntrul orizontului găurii negre, acolo unde nu ne putem uita.

Pentru a introduce *gravitonul* în teoria corzilor relativiste, datele problemei se schimbă substanțial. Astfel, lungimea corzii nu va mai fi comparabilă cu cea a hadronilor, ci cu cea a gravitonului! Cât de mic este un graviton? Lumea științifică nu are un răspuns precis, însă bănuiește că el ar avea o dimensiune dată de *lungimea Planck* 10^{-35}m, despre care am vorbit în secțiunea 179.

Conștienți de potențialul noii teorii odată cu introducerea gravitonului, Schwarz și Scherk au propus ca teoria să se splice nu hadronilor, ci tuturor *particulelor elementare* (electron, foton, graviton etc.)! O propunere remarcabilă, pentru că ea a schimbat complet perspectiva sub care noua teorie a fost privită: ca un potențial candidat pentru *unificarea* tuturor forțele fundamentale ale naturii, inclusiv gravitația. Teoria a primit porecla de „Theory of Everything" (teoria tuturor lucrurilor).

Cât ar fi tensiunea T dintr-o coardă relativistă în noul caz? Valoarea acesteia este dată acum de *tăria* interacțiunii gravitaționale purtată de un *graviton*. O valoare estimativă se obține combinând constantele fundamentale, obținând o mărime Planck: $T = c/G^2 \approx 10^{28}\text{g/cm}^2$. Aceasta înseamnă că tensiunea dintr-o coardă relativistă echivalează cu sute de miliarde de miliarde de tone într-o bandă de cauciuc care ar avea un diametru de câțiva milimetri. La aceste tensiuni uriașe, orice material obișnuit s-ar rupe, desigur. Coarda relativistă n-ar fi făcută însă dintr-un material obișnuit (care e alcătuit din atomi), ci din ceva cu totul special, *fără structură*, care nu se rupe la aceste tensiuni incredibile.

După cum vom vedea mai târziu, tensiunea dintr-o coardă relativistă are o proprietate specială: ea nu depinde de lungime, așa cum este cazul unei corzi obișnuite, care devine mai tensionată pe măsură ce tragem mai puternic de ea. De aceea, putem spune că tensiunea din coarda relativistă este o mărime fundamentală pentru ea.

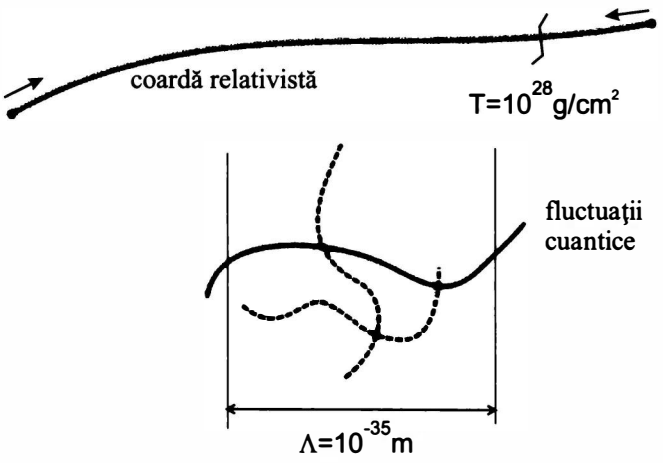

Figura 19.3: *În partea de sus este reprezentată o coardă relativistă deschisă, lăsată liberă. Datorită tensiunii enorme din coardă (egală cu tensiunea Planck), aceasta are tendința de a se restrânge aproape instantaneu la un punct. Atunci când coarda atinge dimensiuni de mărimea lungimii de undă Compton (dată de masa sa), fluctuațiile cuantice joacă un rol important. Coarda va avea în medie o dimensiune dată de lungimea Compton, care se dovedește aproape egală cu lungimea Planck* 10^{-35} *metri (figura de jos).*

Lungimea, pe de altă parte, variază de la o coardă la alta, în funcție de câtă energie ne dorim să stocăm în coardă. Cu cât tragem mai mult de coardă, cu atât ea va acumula mai multă energie: $E \approx TL$. Cu alte cuvinte, dacă nu punem deloc energie în coardă (considerată clasică), lungimea ei este identic *nulă*. Cu cât punem mai multă energie, cu atât lungimea ei va fi mai mare. Pentru a obține o lungime de ordinul lungimii Planck, așa cum ne dorim pentru a descrie gravitonul, va trebui să punem în coardă o energie de ordinul energiei Planck $E \approx TL \approx 10^{19}$GeV. Coarda relativistă clasică va avea *energia* Planck, *lungimea* Planck și *masa* Planck (după formula lui Einstein $E = mc^2$).

La un moment, după ce lăsăm coarda liberă, dimensiunea acesteia va oscila, datorită forțelor de tensiune. Coarda va deveni când mai lungă, când mai scurtă, variind în jurul valorilor inițiale. Tendința de a se strânge este compensată în cazul cuantic și de *principiul de incertitudine*, care impune o anumită dimensiune minimă, dată de masa ei m și deci de energia ei $E = mc^2$. Căci, așa cum am văzut în secțiunea 148, nu putem localiza o particulă de masă m pe o distanță mai mică decât *lungimea de undă Compton* $\Lambda = h/(mc)$. Deoarece coarda are o masă m de ordinul masei Planck, lungimea L „cuantică" va avea dimensiuni minime de ordinul de mărime de mai sus, adică aproximativ lungimea Planck $L \approx 10^{-35}$ metri.

Obținem astfel o coardă relativistă care este un set de *mărimi Planck*, mărimi considerate a apărea la interfața dintre mecanica cuantică și teoria relativității. Rezultatul nu trebuie să fie o surpriză, chiar dacă mărimile Planck sunt valori extreme (dimensiuni de ordinul a 10^{-35} metri, mase ale particulelor de ordinul 10^{19}GeV etc.). Astfel, să ne readucem aminte de procedura renormării (vezi secțiunea 147), un succes indiscutabil al fizicii moderne.

Renormarea sugerează că, la bază, sarcina electronului are valori mult mai mari decât măsurăm noi în experimente, doar că este ecranată de norul de electroni și pozitroni virtuali. La fel se întâmplă și cu masa electronului, care la origine (atunci când interacționează cu bosonul Higgs în teoria renormată), valori absolute mult mai mari. Se prea poate ca, la origini, particulele să fie descrise de mărimi Planck, dar o „potrivire" sau alta face ca mărimile observate în experimente (masa electronului, sarcina sa etc.) să fie mult mai mici.

Situația aceasta se regăsește în teoria corzilor, acolo unde particulele descrise de corzile relativiste au în primă instanță o masă de ordinul *masei Planck*, așa cum am văzut mai sus. Să observăm însă că masa particulelor cunoscute (electroni, quarci etc.) este de miliarde de miliarde de ori *mai mică* decât masa Planck! Cum ar putea descrie teoria corzilor relativiste particulele elementare obișnuite (electron, quarc, foton) când masa experimentală a particulelor este *mult mai mică* decât masa unei corzi relativiste? Urmărind discuția precedentă, vedem că avem nevoie de o „potrivire" într-un fel sau altul, pentru ca mărimile să se compenseze.

Cheia „potrivelii" este combinarea a două mecanisme: introducerea unor dimensiuni suplimentare ale spațiului și introducerea conceptului de *supercoardă*, menționat mai devreme. Mecanismul a condus după un timp (în anii '80) la ceea ce fizicienii numesc *prima revoluție* în teoria corzilor relativiste. El este momentul în care fizicienii John Schwarz și Michael Green au arătat că, după cuantificare, teoria corzilor relativiste este consistentă matematic.

Această consistență aduce cu sine și „potriveala" pe care ne-o dorim: particulele observabile nu sunt descrise de corzi relativiste cu masa de repaus egală cu masa Planck (așa cum ne așteptam), ci corzi relativiste cu masă de repaus *nulă*! Corzile acestea reprezintă, în primă aproximație, particulele cunoscute. Pentru a păstra consistența teoriei, particulele s-ar manifesta într-un univers de *zece* dimensiuni ale spațiului și timpului. Noua formă a teoriei, care a primit numele de teoria *supercorzilor* (înțelegând că sunt relativiste), va fi discutată pe larg în capitolul următor.

Desigur, ne vom întreba, cum este posibil ca o coardă să aibă o energie de repaus *nulă*, nu ar fi atunci și lungimea ei nulă? În cazul clasic, așa și este. În cazul cuantic, răspunsul este mai subtil. Astfel, știm că un oscilator bosonic de frecvență f are o energie de repaus $hf/2$. O posibilitate pentru a obține o energie de repaus nulă a particulelor în mecanica cuantică, păstrând particulele numai de un tip (să zicem bosoni) este introducerea unor *dimensiuni suplimentare* ale spațiului. Vom vedea că, datorită lor, energia de zero a oscilatorului bosonic acumulează alte componente, în așa fel încât suma totală să fie nulă. Mecanismul acesta va fi descris în capitolul de față.

Teoria *supercorzilor* mai introduce un element ajutător: oscilații fermionice suplimentare pe coarda relativistă (vezi figura 19.4). Așa cum am discutat în secțiunea 184, și cum este detaliat în secțiunea 216 pentru cei interesați, un oscilator fermionic de frecvență f (vezi figura 18.23) are o energie de repaus negativă $-hf/2$. În teoria supercorzilor, mișcarea acesteia este descrisă nu numai de vibrațiile

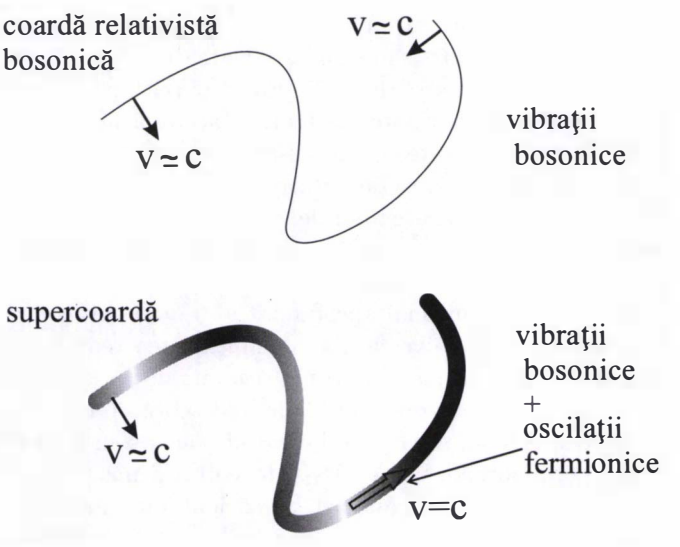

Figura 19.4: *În partea de sus este reprezentată o coardă relativistă bosonică. Ea vibrează cu viteze apropiate de viteza luminii, și poate descrie doar bosoni. Jos este schițată o supercoardă. Aceasta conține oscilații fermionice suplimentare pe lungimea ei, reprezentate cu o nuanță mai închisă și mai deschisă. Oscilațiile se deplasează de-a lungul supercorzii, iar ea poate și vibra în același timp. Supercoarda va descrie acum și fermioni, nu numai bosoni. În acest capitol studiem proprietățile corzii bosonice de sus, urmând ca în capitolul următor să le abordăm pe cele ale supercorzii de jos.*

bosonice ale structurii ei, dar și de aceste oscilații fermionice suplimentare. Energia de repaus este suma energiilor de repaus ale celor procese și, dacă ambele au aceeași frecvență f, suma celor două energii de repaus devine nulă $hf/2 - hf/2 = 0$. În termenii secțiunii 184, supercoarda este un oscilator *supersimetric*, iar masa sa de repaus va deveni nulă. Teoria supercorzilor devine astfel o teorie supersimetrică.

În practică, ambele metode sunt folosite, cel al particulelor superimetrice și cel al dimensiunilor suplimentare ale spațiului. În final, în universul cu *zece* dimensiuni spațio-temporale al teoriei supercorzilor se arăta că nivelurile de energie cuantificate ale acestora încep de la energia nulă. Atunci este posibil să atribuim particulelor obișnuite (electron, quarc etc.) stările de energie *nulă* ale corzilor, pentru că și masa lor de repaus $m = E/c^2$ va fi nulă. Am găsit „potriveala" de care aveam nevoie, atât pentru bosoni, cât și pentru fermioni.

La început s-ar părea că soluția de mai sus are probleme, pentru că multe dintre particulele elementare (electron, quarc etc.) au masa de repaus nenulă. Ele pot totuși căpăta masă nenulă prin mecanisme suplimentare, de exemplu mecanismul Higgs. Mai important este că în acest univers cu 10 dimensiuni există niște corzi relativiste a căror energie de repaus (deci și masă de repaus) este foarte mică, *mult mai mică decât energia Planck*, care pot reprezenta particulele elementare obișnuite (electroni, fotoni etc.).

După acest succes, teoria corzilor a cunoscut un avânt puternic, care a scos în evidență o trăsătură aparte: teoria

conține nenumărate variante. Putem exemplifica cu alegerea între corzi *închise* sau *deschise*. Care dintre ele descrie particulele elementare? În 1995, Edward Witten a propus ca nenumăratele variante ale teoriei care apăruseră între timp să fie considerate ca manifestări ale unei aceleiași teorii fundamentale, care de data aceasta s-ar manifesta în 11 dimensiuni spațio-temporale. Acest al doilea moment semnificativ este cunoscut sub numele de *a doua revoluție* a teoriei corzilor relativiste.

Odată cu studiul mai aprofundat al teoriei corzilor relativiste au ieșit la iveală atât complexitatea teoriei, cât și faptul că se pot construi o multitudine de astfel de teorii, în funcție de proprietățile alese ale corzii relativiste. Ceea ce la început a părut a fi o *șansă* (căci avem de unde alege teoria corzilor corectă) s-a dovedit a fi mai târziu o *problemă*, fiindcă nici până astăzi fizicienii nu au reușit să identifice forma corectă a teoriei corzilor care se reduce la modelul standard al particulelor elementare. Astăzi există cel puțin cinci teorii ale corzilor, cu asemănări între ele (asemănări numite *dualități*).

Așa cum am menționat, teoria corzilor a adus la suprafață o propunere mai veche, cea a unor *dimensiuni spațiale suplimentare*. Astfel, supercorzile ar trebui să existe într-un spațiu cu 9 dimensiuni spațiale (10 în total dacă luăm în calcul și timpul), dintre care deci 6 ar fi în plus față de ce observăm noi. Într-o variantă a teoriei, ele ar fi mici, *compactate*, din moment ce noi observăm doar trei dimensiuni spațiale. În alte variante însă, dimensiunile suplimentare pot fi macroscopice, dar rămân inacesibile observației noastre directe.

Astăzi se discută mult despre măsurarea dimensiunilor spațiale suplimentare. Până acum nimeni n-a reușit să le măsoare. Dacă ele vor fi găsite, nu înseamnă însă că teoria corzilor va fi confirmată. Deși azi se obișnuiește să se vorbească de dimensiunile suplimentare în legătură cu teoria corzilor relativiste, ele nu sunt numai apanajul teoriei corzilor.

În ultimii ani se observă o scădere a activității în domeniul teoriei corzilor relativiste. Principalul motiv este eșecul teoriei de a construi *în timp scurt* o teorie compatibilă cu modelul standard al particulelor elementare. După cum spun unii critici, teoria pare că începe să fie uitată chiar înainte de a se fi demonstrat dacă este corectă sau falsă.

În final, o mică paranteză despre carierele unora dintre fizicienii implicați în dezvoltarea teoriei corzilor relativiste. Astfel, am văzut că Pierre Ramond a introdus fermionii în teorie, teorie care de atunci include automat *supersimetria*. Cu toată această realizare remarcabilă, lui Ramond i s-a refuzat profesoratul la Yale. Și lui John Schwarz i s-a refuzat profesoratul la Princeton, în ciuda contribuțiilor sale cruciale menționate mai sus. El a trebuit să se mute în altă parte, unde a devenind cercetător asociat timp de 12 ani, fiind plătit din fonduri temporare.

Este aceasta o caracteristică a celor ce sparg bariere? A celor ce aleg *incertitudinea* pentru a-și urma ideile? Cu exemple nu numai din fizică, dar și din artă (van Gogh)? Oare nu este mai confortabil să te atașezi unei teorii larg răspândite pentru a căpăta un post permanent de profesor la o universitate, visul celor mai mulți cercetători?

Este o ironie a soartei faptul că, peste timp, situația s-a schimbat. Peste ani, atunci când cei mai mulți cercetători ai teoriei corzilor relativiste au devenit profesori, iar teoria corzilor a căpătat o poziție importantă în catedrele de fizică teoretică, a fost rândul fizicienilor din celelalte domenii să bată de multe ori pe la uși închise.

191. Ce este o coardă relativistă?

Teoria corzilor ne spune că particulele elementare (electronii, quarcii, fotonii etc.) sunt toate de fapt nu puncte infinitezimale, ci *corzi minuscule*, un fel de elastice făcute toate din *același* tip de material. Acest material nu trebuie privit ca un ansamblu de părticele încă și mai mici, ci pe ceva continuu, neted și fără structură internă. Grosimea corzilor se consideră a fi *infinitezimală* și se neglijează, așa încât coarda este privită ca un obiect pur *unidimensional*.

Corzile relativiste pot fi *deschise* (ca o sfoară) sau *închise* (ca o brățară sau un inel), mai lungi sau mai scurte (în funcție de energia lor, pentru că lungimea crește cu energia stocată), în diferite moduri de vibrație etc. Toate ar fi însă alcătuite din același material și ar fi descrise astfel *de aceeași ecuație*. Atât electronul, cât și fotonul ar fi o astfel de coardă, chiar dacă cel din urmă se deplasează cu viteza luminii și are masa de repaus nulă. Atât quarcul, cât și gluonul ar fi aceeași coardă relativistă, oricât de mare ar fi diferența dintre ele, chiar dacă unul este fermion și altul boson.

Astfel, *toate particulele* ar fi alcătuite din aceste corzi relativiste, un fel de elastice minuscule. Și, tot ca la un elastic, lungimea medie a corzilor ar fi dată de energia înmagazinată (cu cât corzile au mai multă energie, cu atât lungimea lor medie este mai mare). Pentru o energie dată, vom considera că lungimea corzii oscilează în jurul unei valori medii. Când coarda considerată clasică nu are deloc energie înmagazinată în ea, atunci lungimea ei ar trebui să fie nulă.

Ne așteptăm ca aceste corzi minuscule să se comporte în mod asemănător corzilor vibrante mecanice, ceea ce este adevărat până la un punct, acela care spune că tensiunea în coarda relativistă rămâne *aceeași*, indiferent de cât de tare tragem de coardă, lucru care nu este valabil pentru coarda clasică. Așa cum vom vedea, cea mai importantă caracteristică a corzilor relativiste ar fi *modul lor de vibrație*. Simplu spus, ne-am aștepta ca un anumit mod de vibrație a corzii să reprezinte un electron, un altul un foton și așa mai departe.

Cu alte cuvinte, electronii ar fi toți de fapt corzi relativiste care vibrează în același mod. Și quarcii ar fi tot corzi relativiste care vibrează la fel, atâta doar că diferit de vibrația electronilor (vezi figura 19.5). Celelalte caracteristici, cum ar fi cazul în care coarda este deschisă sau închisă (ca o brățară sau inel) definesc de fapt o formă a teoriei corzilor. În cazul cel mai simplu, așa cum vom vedea, bosonii ar putea fi corzi închise, iar fermionii corzi deschise.

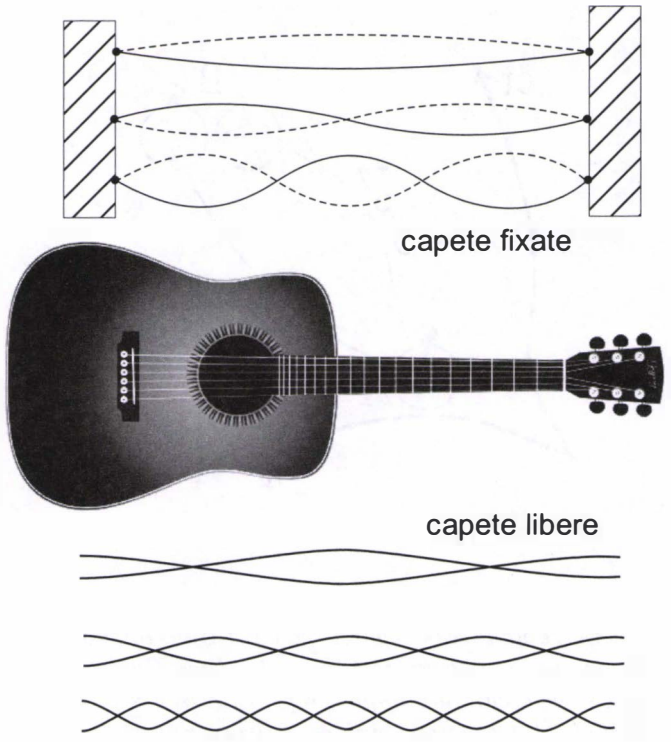

Figura 19.5: *Vibrația unei corzi relativiste poate fi asemănată celei a unei corzi de chitară. Sus este reprezentată o singură coardă de chitară ce are mai multe moduri de vibrație (de obicei două, cele transversale) și mai multe armonici (cu frecvențe ale vibrației care sunt multipli întregi ai unei frecvențe fundamentale). Coarda de chitară vibrează în special pe frecvența fundamentală, iar armonicile dau timbrul sunetului, deși ele pot fi scoase în evidență prin tehnici speciale. Jos sunt reprezentate prin asemănare câteva dintre modurile de vibrație ale unei corzi relativiste deschise. De remarcat că, spre deosebire de cazul corzii de chitară, acum capetele corzii relativiste sunt libere. În teoria corzilor relativiste, ne așteptăm ca fiecare manieră de vibrație a unei astfel de corzi să fie asociată unei particule elementare.*

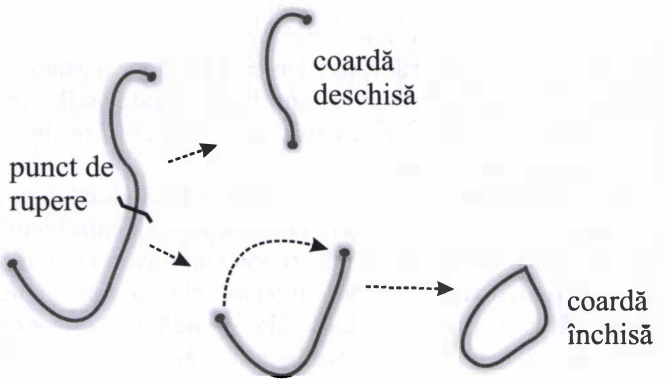

Figura 19.6: *În figură este prezentat unul dintre multiplele procese pe care o coardă relativistă le poate avea. Aici coarda inițială se rupe în două bucăți, cu o probabilitate dată de ceea ce se numește constantă de cuplaj a corzii relativiste. În urma procesului se obțin două corzi deschise, iar bucata de jos își unește capetele, devenind după un timp o coardă închisă. Mecanismul poate fi asociat unui electron (coarda deschisă) care emite un foton (coarda închisă).*

După cum vedem, lungimea corzilor nu este o constantă a teoriei, fiind dată de energia stocată în coardă. Astfel, cu cât vrem să întindem mai mult o coardă, cu atât trebuie să punem mai multă energie în ea. Cu cât coarda are mai multă energie stocată (deci reprezintă particule de masă de repaus mai mare), cu atât lungimea medie a corzii este mai mare. În cazul clasic deci, energia corzii relativiste poate lua orice valoare, ca și lungimea sa.

În cazul cuantic, mișcarea corzii relativiste trebuie cuantificată. Acum este de așteptat ca ele să ia doar valori *discrete* ale energiei sale. Avantajul este că avem atunci și un *spectru* discret al valorilor pe care le poate lua masa corzii (dată de energia sa discretă). Vom atașa astfel diverse energii discrete diverselor particule, în funcție de masa lor de repaus.

Vedem că, și în cazul cuantic, lungimea corzii nu mai este un parametru inițial, ci este un rezultat al energiei discrete pe care ar avea-o acea particulă. Mai mult însă, în acest caz cuantic, coarda nu are oricum o lungime precisă, căci fluctuațiile cuantice generează moduri diferite de oscilație ale corzii în multiplele procese virtuale care au loc în același timp (în reprezentarea lui Feynmann).

Așa cum am menționat, dacă vrem să includem *gravitonul* în teorie (și vrem!), atunci ne așteptăm ca dimensiunea *medie* a unei corzi relativiste să fie în jurul lungimii Planck, adică de aproximativ 10^{-35}m. Desigur, aceasta este dimensiunea când coarda are o energie medie înmagazinată în ea. Dacă cineva ar „scoate" energia din coardă, atunci lungimea corzii ar deveni nulă.

Nu va fi de mirare că în experimentele moderne, care probează dimensiuni nu mai mici de 10^{-18}m, corzile relativiste se văd ca niște puncte minuscule. De aceea particulele elementare par azi punctiforme deși ele sunt niște corzi, spun susținătorii teoriei corzilor. Pe de altă parte, sondarea experimentală a unor dimensiuni de ordinul 10^{-35}m nu este posibilă azi, ele fiind de miliarde de miliarde de ori mai mici decât ceea ce putem măsura noi. Aceasta e una din slăbiciunile teoriei: în principiu, teoria corzilor relativiste nu poate fi încă testată experimental!

În afară de puterea de a explica *toate* particulele elementare prin aceeași structură a corzii relativiste și *aceeași* ecuație, noua teorie a corzii relativiste mai are un avantaj ascuns: introduce în mod natural interacțiunile dintre particule. Astfel, emisia unei particule (ca emisia fotonului de către electron) s-ar explica natural prin ruperea unei corzi în două corzi mai mici (vezi figura 19.6).

Așa cum vom vedea mai târziu, acestui proces de emisie (de rupere a corzii inițiale) i se atașează *aceeași ecuație universală* ca cea pentru mișcarea corzii! Lucrul este remarcabil, să recunoaștem, deoarece în acest fel interacțiunile dintre particule(ruperea și unirea corzilor la loc) vor căpăta aceleași ecuații ca cele pentru propagarea și vibrația lor în spațiu.

În final, să facem o observație asupra naturii particulelor în teoria corzilor relativiste, prin comparație cu *teoria cuantică a câmpului* prezentată în capitolul 12. Astfel, în

teoria corzilor relativiste, particulele au structură, din moment ce ele iau forma unor corzi. Pe de altă parte, în teoria cuantică a câmpurilor, particulele sunt doar pachete de energie discretă fără structură internă, asociate oscilațiilor „arcurilor" din care e constituit acel câmp. Care dintre cele două teorii este corectă?

Raspunsul este că, pentru moment, amândouă pot fi adevărate. Astfel, se prea poate ca ceea noi acum identificăm ca pachete de energie în teoria cuantică a câmpului să aibă mai târziu structură internă, deși teoria nu necesită acest lucru deocamdată. Pe de altă parte, corzile relativiste pot fi privite ca pachete de energie. Puntea de legătură rămâne interpretarea lui Feynman (capitolul 13), în care mai multe procese virtuale au loc în același timp. Ea face posibil să descriem și evoluția corzilor relativiste, urmărind multiplele procese virtuale care au loc simultan.

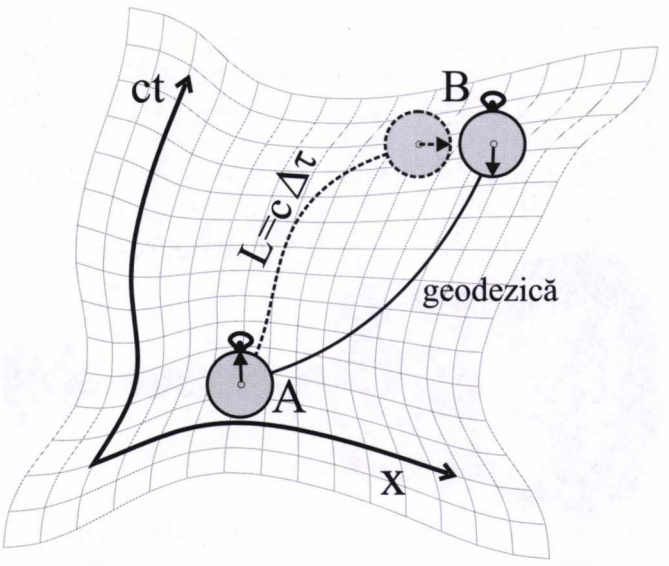

Figura 19.7: *În figură sunt reprezentate două linii de univers ale unui ceas deplasat pe două traiectorii diferite. „Lungimea" unei traiectorii în spațiu-timp (intervalul relativist) este dată de timpul propriu $\Delta\tau$ scurs pe ecranul ceasului. Între aceste linii de univers este și una pentru care ceasul se mișcă liber atunci când, aruncat din A, ajunge în B. Linia de univers a acestei mișcări este cea pentru care timpul propriu $\Delta\tau$ scurs pe cadranul ceasului este maxim (linia continuă), între toate celelalte linii de univers.*

192. Ecuația fundamentală de mișcare a corzii relativiste

Ceea ce ne-ar interesa pe noi în comportarea corzilor relativiste ar fi trei lucruri esențiale:

- Care este ecuația fundamentală ce descrie evoluția unei singure corzi relativiste?
- Care sunt ecuațiile care descriu probabilitățile de emisie și absorbție ale particulelor descrise de corzile relativiste?
- Cum rezultă în final tabelul particulelor elementare, inclusiv gravitonul, cu toate proprietățile lor și comportarea descrise de modelul standard?

Cam acestea ar fi dorințele, ceea ce nu înseamnă că vor fi și realizate. În următoarele două secțiuni vom începe să abordăm primele două puncte, urmând ca apoi să-l discutăm și pe cel de-a treilea. Trebuie însă spus de la început că cel de-al treilea punct nu este încă rezolvat.

Este evident că răspunsul la prima întrebare este cel cu care trebuie să începem. Care este ecuația fundamentală a unei corzi relativiste? De remarcat că aceasta ar descrie nu numai coarda, dar în fond tot universul, pentru că toate particulele ar fi alcătuite *din aceeași coardă*, care doar vibrează în moduri diferite. În plus sperăm, precum grecii antici, ca universul să fie nu numai descriptibil, dar și *frumos*. Ca atare, ecuația fundamentală a corzii relativiste trebuie să fie cât se poate de simplă.

O primă formă a ecuației fundamentale o vom obține prin comparație cu teoria relativității generale. Astfel, am văzut că în acel caz corpurile aruncate liber se mișcă pe *geodezice* în spațiu-timp (vezi secțiunea 71). Geodezica este o linie specială între două evenimente ale spațiului-timp: „lungimea" sa în spațiu-timp (intervalul relativist) este un *extrem* (un minim sau un maxim) între toate liniile de univers care se pot imagina între cele două evenimente.

În secțiunea 70 am văzut că este posibil să măsurăm intervalele relativiste temporale de-a lungul liniilor de univers. Tot ce avem nevoie este să lăsăm un ceas să se deplaseze pe acea linie de univers și să urmărim timpul indicat pe cadranul ceasului. El poartă numele de *timp propriu*. „Lungimea" liniei de univers parcursă în spațiu-timp este chiar timpul propriu care se scurge pe cadranul ceasului, $c\Delta\tau$ (c este viteza luminii).

Ceasul lăsat liber se mișcă deci pe o geodezică și intervalul relativist („lungimea" parcursă în spațiu-timp) poate fi citit pe cadranul ceasului ca fiind timpul propriu indicat de ceas. O altă interpretare a mișcării corpurilor în câmpuri gravitaționale este următoarea: un ceas liber se mișcă liber pe o geodezică a spațiului-timp pentru că aici își *maximizează* timpul său propriu $\Delta\tau$, între toate celelalte linii de univers posibile între evenimentul inițial și cel final (pentru că geodezica are tocmai această proprietate).

Astfel, să ne imaginăm că aruncăm un ceas dintr-un punct dat la un moment inițial (evenimentul A în figura 19.7) în așa fel încât el să ajungă în alt punct dat, într-un moment final (evenimentul B). Cum trebuie să aruncăm ceasul pentru ca el să ajungă în cel de-al doilea eveniment exact la momentul dorit ? Ce traiectorie va urma ceasul în spațiul real? Dar în *spațiu-timp*?

Mișcarea ceasului de la primul la al doilea eveniment este descrisă de o *linie de univers*. În principiu, există foarte multe linii de univers posibile între cele două evenimente considerate A și B. Pe unele dintre ele ceasul ar putea face mișcări de desene animate, zece tumbe, s-ar putea întoarce de trei ori și așa mai departe. În realitate însă, așa

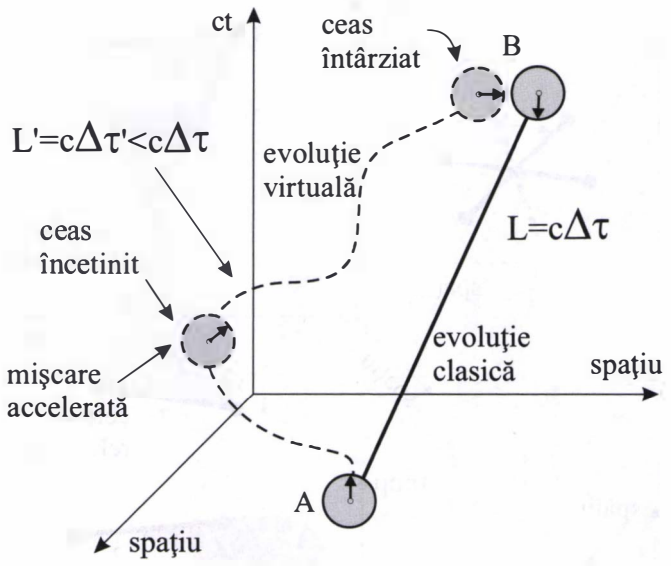

Figura 19.8: *În figură este reprezentată mișcarea unui ceas aruncat liber într-un spațiu-timp minkowskian (necurbat). Ceasul are o mișcare rectilinie și uniformă în spațiu, iar în spațiu-timp mișcarea este descrisă de o linie de univers dreaptă, desenată cu linie îngroșată. Dintre toate liniile de univers ale posibilelor evoluții virtuale între evenimentul inițial și cel final, timpul propriu (indicat de ceas pe ecran) este maxim pe linia de univers a evoluției clasice. În figură este desenată, cu linii punctate, și o posibilă evoluție virtuală a particulei. Aici ceasul ar fi avut o puternică mișcare accelerată, ceea ce ar fi întârziat bătăile sale, iar timpul propriu trecut pe ecranul ceasului ar fi fost mai mic. Imaginea din figură pare să sugereze că linia punctată este mai „lungă". După cum vedem este exact invers, pentru că reprezentarea este în spațiu-timp.*

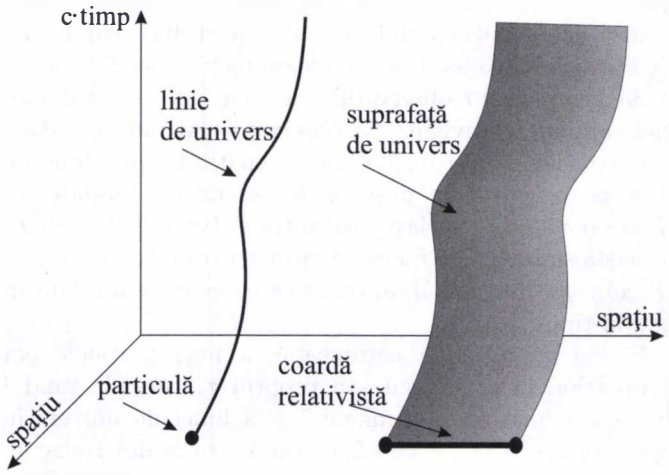

Figura 19.9: *Stânga: Linia de univers a unei particule în mișcarea sa în spațiu-timp. De remarcat că în planul orizontal este schițat schematic spațiul, iar în direcția verticală timpul. Dreapta: coarda relativistă formează, în mișcarea ei prin spațiu-timp, o suprafață de univers. Intersecția acestei suprafețe de univers cu hiperplanul spațiului (orizontal în figură) ne va spune care este forma spațială a corzii la acel moment de timp. În exemplul din figură, forma corzii (un segment) rămâne neschimbată și doar poziția ei se schimbă în timp.*

cum știm, există o singură linie de univers pe care ceasul, aruncat din primul punct la timpul inițial (evenimentul A) și lăsat apoi liber, ajunge la cel de-al doilea punct la timpul dorit (evenimentul B). Această linie de univers este cea pentru care timpul propriu $\Delta\tau$ scurs este maxim, între toate liniile de univers care se pot imagina între cele două evenimente.

Să reformulăm rezultatul de mai sus cu ajutorul *principiului acțiunii minime* detaliat în capitolul 11. Acesta ne spune că, dintre toate liniile de univers posibile, ceasul va alege acea linie de univers care minimizează *acțiunea* S. Pentru a obține același rezultat, atunci acțiunea S pe o linie de univers trebuie să fie proporțională cu *timpul propriu* $\Delta\tau$ al ceasului pe acea traiectorie, la care mai adăugăm și un semn minus în față:

$$S \sim -\Delta\tau$$

Principiului acțiunii minime ne spune atunci că ceasul va alege acea linie de univers care minimează acțiunea S, deci care *maximizează* timpul arătat pe cadran, adică timpul său propriu $\Delta\tau$. Or, puțin mai metaforic, dintre toate liniile de univers, ceasul o va alege pe aceea în care trăiește cel mai alert. Această linie de univers va avea o „lungime" (intervalul relativist) $c\Delta\tau$ maximă, ceea ce înseamnă că este o *geodezică*. Ceasul va urma deci linia unei geodezice în spațiu-timp.

Rezultatul poate fi vizualizat mai ușor în cadrul teoriei relativității *restrânse*. Care este aici linia de univers dintre două evenimente date, care maximizează timpul propriu al ceasului? Conform regulii generale, ea trebuie să fie o geodezică, adică o *linie dreaptă* în cazul nostru (unde nu exista curbură a spațiului-timp). Cu alte cuvinte, corpul liber va avea o mișcare rectilinie și uniformă, așa cum ne așteptam.

Dacă vrem, putem detalia cum această mișcare maximizează timpul propriu al ceasului (vezi figura 19.8). Dacă ceasul s-ar abate de la linia dreaptă (care reprezintă în fond o mișcare rectilinie și uniformă), atunci el ar trebui să decelereze și să accelereze în diverse moduri pentru a ajunge totuși în punctul final la timpul dorit. În sistemul său de referință însă, ceasul ar simți aceste schimbări bruște ca pe un puternic câmp gravitațional (principiul echivalenței), care nu vor face decât să *încetinească* bătăile ceasului, așa cum spune teoria relativității generale. La sfârșit, odată ce ceasul va ajunge în punctul dorit, la timpul dorit, el va fi rămas puțin în urmă, iar timpul propriu măsurat pe cadranul ceasului va fi mai mic. Linia dreaptă este deci linia de univers care maximizează timpul propriu al ceasului în spațiul-timp minkowskian.

Să recapitulăm puțin, amintind din nou că acțiunea care descrie mișcarea unui ceas este proporțională cu *timpul propriu* $\Delta\tau$ al ceasului între evenimentul inițial și cel final $S = -\Delta\tau$. În plus, această acțiune este și *relativist invariantă*, tocmai pentru că reprezintă o mărime măsurabilă fizic: timpul care se scurge pe cadranul ceasului. De acum

încolo ne vom restrânge la cazul teoriei relativității restrânse, acolo unde spațiul-timp nu este curb și este descris de metrica minkowskiană (analogul metricii euclidiene).

Să generalizăm observațiile de mai sus în cazul teoriei corzilor relativiste. Să observăm mai întâi că, dacă o particulă în mișcare descrie în spațiu-timp o linie de univers, o coardă în mișcare va descrie o suprafață *bidimensională* în același spațiu-timp (vezi figura 19.9). Această suprafață se numește, prin generalizare, *suprafață de univers*, înțelegând automat că ea este o suprafață în spațiu-timp.

Să ne amintim că acțiunea S a unei particule era proporțională cu timpul său propriu τ, care, la rândul lui, era o măsură a „lungimii" L a liniei de univers în spațiu-timp, $S \sim -\tau = -L/c$. Cum coarda descrie acum o *suprafață de univers* în spațiu-timp, pare logic să generalizăm acțiunea S pentru coardă ca fiind dată de *aria* A a suprafeței sale de univers $S \sim A$. Acțiunea definită astfel se numește *acțiunea Nambu-Goto*, și ne așteptăm ca ea să fie *ecuația fundamentală* ce descrie coarda relativistă.

Pentru a afla mișcarea corzii între o configurație inițială și una finală (la momente de timp date) trebuie să folosim *principiul acțiunii minime*. Pentru cazul clasic (cel cuantic îl vom discuta puțin mai încolo) el suna așa:

Legea corzii relativiste în cazul clasic:

Între două configurații date ale corzii, inițială și finală, coarda relativistă evoluează în așa fel încât să minimizeze acțiunea S în spațiu-timp, acțiune care este proporțională cu aria A a suprafeței de univers descrisă de coardă în spațiu-timp:

$$S = -\frac{T}{c}A$$

Aici c este viteza luminii, T este o constantă universală pentru toate corzile, ce reprezintă tensiunea din coardă. Ea va avea o valoare apropiată de tensiunea Planck T_P, așa cum am văzut în secțiunile precedente.

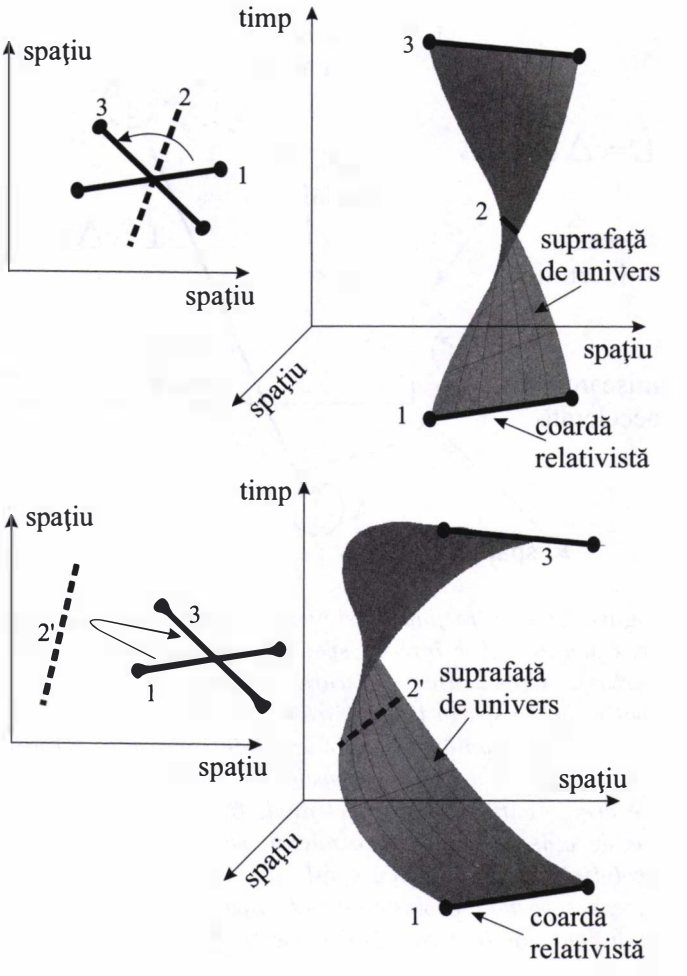

Figura 19.10: *În partea din stânga sus și din stânga jos sunt schițate două mișcări imaginabile ale unei corzi relativiste ce ar evolua liber între starea inițială 1 și cea finală 3. În prima (cea de sus) coarda doar se rotește în poziția intermediară 2, pe când în cea de-a doua (cea de jos) coarda ajunge în altă poziție de spațiu intermediară 2'. În dreapta sunt reprezentările în spațiu-timp ale suprafeței de univers descrise de coardă în mișcare. Evoluția reală este cea pentru care aria suprafeței de univers este maximă în spațiu-timp (acțiune minimă), adică evoluția din figura de sus. Imaginea din figură pare să sugereze că aria de jos este mai mare, însă este exact pe invers, deoarece reprezentarea este în spațiu-timp.*

Naturalețea alegerii pentru acțiune este demnă de remarcat: acțiunea unei corzi este *proporțională cu aria* suprafeței de univers pe care o generează în spațiu-timp. Ce poate fi mai simplu? Relația de mai sus pentru acțiunea S reprezintă legea de mișcare pe care o căutam pentru coarda relativistă. Situația este exemplificată în figura 19.10.

Pentru a înțelege mai bine principiul acțiunii minime în cazul corzilor relativiste, să facem o analogie cu *baloanele de săpun*. Astfel, să ne imaginăm că avem o singură coardă relativistă care se mișcă într-un plan, pe care îl vom considera orizontal (vezi stânga figurii 19.11). Spațiul-timp va fi atunci *tridimensional* și este ușor de vizualizat dacă alegem axa timpului chiar axa verticală. La momentul inițial coarda se va afla în planul originii, iar la sfârșit se va afla într-un plan aflat la o înălțime mai mare, care corespunde unui alt moment de timp. Să observăm că, în mișcarea sa, coarda generează o suprafață bidimensională în spațiu-timp, adică o *suprafață de univers*.

În exemplul din figura 19.11 am ales pentru configurația inițială a corzii o formă eliptică și o poziție anume în care se află coarda. În configurația finală, coarda relativistă are o altă formă (dreptunghi) și se află în altă poziție. Ne putem întreba, cum trebuie să *aruncăm* corda inițială pentru că ea să ajungă la punctul și configurația dorită în final? Sau, într-o altă formulare, *ce fel de mișcare* relativistă are coarda pentru ca să evolueze între cele două configurații date?

Cum mișcarea corzii relativiste este dată de suprafața de univers în spațiu-timp, întrebarea se reduce la o alta: Care este *suprafața de univers* care descrie mișcarea relativistă a corzii libere, în așa fel încât ea să ajungă din configurația inițială la cea finală? Răspunsul fizicienilor este că suprafața de univers ce descrie evoluția clasică are

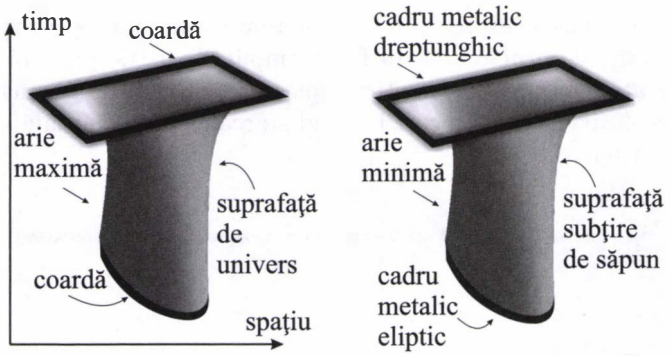

Figura 19.11: *În partea din stânga este reprezentă în spațiu-timp evoluția liberă a unei corzi relativiste, între două stări inițiale și finale diferite. Suprafața de univers își maximizeaza „aria" în spatiu-timp, între cele două configurații inițiale și finale date. Figura din dreapta exemplifică o analogie cu legea baloanelor de săpun: o peliculă subțire de soluție de săpun se formează între două cadre metalice, în așa fel încât să minimizeze aria totală. În figură este exemplificat un cadru metalic dreptunghiular (cel de sus) și unul eliptic (cel de jos) care se aseamănă cu forma corzii din partea din stânga.*

aria *maximă* în spațiu-timp, dintre toate suprafețele de univers care s-ar putea imagina între cele două configurații.

Să facem acum o analogie, asemănând configurația inițială și finală a corzii cu două cadre metalice în spațiul nostru tridimensional (vezi dreapta figurii 19.11). Aici analogul suprafeței de univers va fi o peliculă subțire de soluție de săpun care se prinde la capete de cele două cadre metalice. Legea fundamentală a corzii ne spune că o coardă se mișcă în așa fel încât să *maximizeze* aria suprafeței de univers în spațiu-timp. Or, această lege se potrivește destul de bine cu cea a baloanelor de săpun: baloanele de săpun formează suprafețe în același fel, *minimizând aria* lor!

De exemplu, baloanele *libere* de săpun sunt sferice, tocmai pentru a minimiza aria în condițiile date (volum fix). Tot astfel însă, balonul de săpun ce se formează între două cadre metalice date își va alege acea formă care minimizează aria (vezi dreapta figurii 19.11). În același fel și coarda relativistă evoluează în așa fel încât să maximizeze aria suprafeței de univers între situația inițială și cea finală.

Desigur, diferența esențială dintre *spațiul* balonului de săpun și *spațiul-timp* suprafeței de univers este că acesta din urmă se supune metricii Minkowski. Tocmai de aceea și coarda relativistă își *maximizează* aria în spațiu-timp, iar balonul de săpun își *minimizează* aria în spațiu (vezi și figura 19.10, unde pare că aria din figura de jos este mai mare și aria din figura de sus mai mică, când este de fapt pe dos, tocmai pentru că reprezentarea este în spațiu-timp).

Vedem că acțiunea corzii relativiste $S = -TA/c$ este proporțională cu aria suprafeței de univers A, cea care trebuie maximizată pentru evoluția clasică a corzii. În relație mai apare și o constantă T, ce reprezintă *tensiunea* din coardă. Valoarea acestei tensiuni a corzii va reprezenta o constantă a teoriei pentru că vom cere ca toate corzile din univers să aibă aceeași tensiune.

În acest fel, tensiunea din coarda relativistă T ar trebui să fie *singurul parametru* al teoriei, care ne dă valorile tuturor mărimilor obținute în experiment (masele particulelor, dimensiunile lor, forțele de interacțiune etc.).

În teoria clasică a corzilor, un alt parametru este energia din coardă, care ne dă și lungimea ei medie. Cu toate acestea, atunci când cuantificăm mișcarea corzii, energia va veni în pachete discrete și o vom folosi doar pentru a identifica o particulă sau alta. Ea nu va fi însă un parametru inițial al teoriei. Singurul parametru rămâne tensiunea din coardă.

Desigur, ecuațiile de mișcare ale corzii vor fi relativiste, deoarece calculăm aria corzii în spațiu-timp. De aceea coarda se mai numește și *coardă relativistă*. În general, ecuațiile de mișcare ne vor conduce și la câteva *moduri de vibrație* ale corzii, iar acestor moduri de vibrație vom încerca să le atribuim diversele particule elementare, în funcție și de energia lor. Despre aceasta însă într-o secțiune ulterioară.

Să menționăm acum că o coardă relativistă *nu* este o simplă coardă mecanică. Este adevărat că, în primă aproximație, legea de mișcare a corzii relativiste (minimizarea acțiunii sale, proporțională cu aria suprafeței de univers) conduce la o mișcare asemănătoare unei corzi elastice, așa cum ne doream. Totuși, coarda relativistă rămâne un obiect special, care se *comportă* ca o coardă obișnuită din anumite puncte de vedere, însă nu din toate. Să ne gândim numai că această coardă relativistă nu are structură internă, spre deosebire de o coardă obișnuită, care e alcătuită din atomi. Sau că, așa cum am menționat, tensiunea T din coardă rămâne aceeași indiferent cât de mult tragem de ea.

În final, să analizăm puțin mai detaliat mișcarea *cuantică* a corzii relativiste, bazându-ne pe noțiuni introduse în capitolele precedente. Astfel, în mecanica cuantică, ar trebui să calculăm diversele *probabilități de tranziție* pentru coarda relativistă, de la o situație la alta (analogul metodei Feynman pentru o particulă, prezentată în secțiunea 138).

Să ne aducem aminte că, în *metoda lui Feynman*, probabilitatea tranziției particulei dintr-o poziție în alta o calculam din suma coerentă a unor amplitudini de probabilitate care se atașează tuturor traiectoriilor virtuale pe care particula le-ar fi putut urma (vezi secțiunea 137). Amplitudinile de probabilitate sunt niște numere complexe, care au toate același modul și o fază dată de *acțiunea* pe traiectoria respectivă. Metoda lui Feynman ne spune că această sumă are un extrem (maxim sau minim) exact pentru traiectoria clasică.

În același fel trebuie să folosim aceste principii și pentru teoria corzilor. Să zicem că pornim de la o coardă rotundă, aflată într-un spațiu vid unde nu acționează nici o forță asupra ei. Ne întrebăm apoi care este amplitudinea de probabilitate a tranziției ca ea să ajungă peste un timp într-o altă poziție, sub forma unui pătrat (o situație similară este prezentată în figura 19.12). În acest caz, trebuie să desenăm *toate* modalitățile virtuale prin care coarda ar fi putut evolua de la cerc la pătrat, pe toate traiectoriile posibile. Să indexăm fiecare evoluție virtuală cu n, unde $n = 1, 2, 3$.

Pentru *fiecare* evoluție virtuală n, trebuie să calculăm mai întâi aria A_n a suprafeței de univers în spațiu-timp.

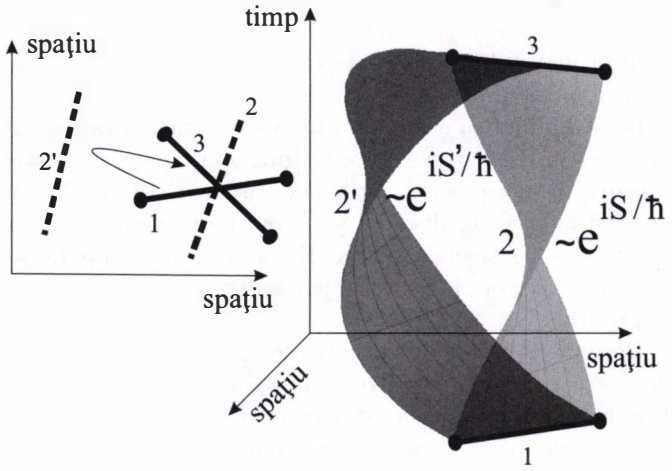

Figura 19.12: *În stânga sunt schițate aceleași două evoluții virtuale ale unei corzi relativiste ca și în figura 19.10, din situația 1 în situația 3. În dreapta sunt reprezentate evoluțiile în spațiu-timp. Amplitudinea de probabilitate a tranziției din 1 în 3 se obține adunând amplitudinile de probabilitate pentru toate evoluțiile imaginabile (virtuale) de la 1 la 3, nu numai cele două reprezentate. Fiecare astfel de evoluție primește o amplitudine de probabilitate* $Ap \sim e^{iS/\hbar}$, *unde* S *este acțiunea acelei evoluții. În cazul corzilor relativiste, acțiunea* S *este dată chiar de aria* A *„măturată" de coardă în spațiu-timp:* $S \sim A$.

Ea va fi proporțională cu acțiunea $S_n = -TA_n/c$, care, la rândul ei, va fi proporțională cu *faza* amplitudinii de probabilitate asociate $Ap_n = Ce^{iS_n/\hbar}$. Apoi adunăm coerent toate amplitudinile de probabilitate, pentru toate evoluțiile virtuale, $Ap = Ce^{iS_1/\hbar} + Ce^{iS_2/\hbar} + \ldots + Ce^{iS_n/\hbar} + \ldots$. Obținem o valoare care este egală cu amplitudinea de probabilitate totală Ap și care ne spune în final care este probabilitatea de tranziție $p = |Ap|^2$.

În relația de mai sus constanta C se determină în urma unui proces de normare. Astfel, C are acea valoare care ne asigură că probabilitatea totală de a găsi coarda relativistă în diverse poziții este egală cu unitatea. În acest fel vom fi siguri că nu vom avea două corzi sau nici una în urma acestui proces cuantic.

Să recapitulăm legea de evoluție cuantică a corzii relativiste sub forma:

Legea corzii relativiste în cazul cuantic:

În metoda lui Feynman, acțiunea $S_n = -TA/c$ ne dă amplitudinea de probabilitate Ap_n a unei evoluții virtuale n a corzii, după relația $Ap_n \sim e^{iS_n/\hbar}$, unde $\hbar$ este constanta modificată a lui Planck. Amplitudinea de probabilitate pentru tranziție se calculează însumând amplitudinile virtuale ale tuturor evoluțiilor virtuale n care pot fi imaginate între starea inițială și cea finală $Ap_{total} = Ap_1 + Ap_2 + \ldots$, iar probabilitatea finală devine $p = |Ap_{total}|^2$.

Desigur, multitudinea proceselor ne va suprasatura imaginația. Este însă un exercițiu util să ne imaginăm că ele există, exercițiu pe care noi nu-l vom mai repeta în secțiunile următoare. În final, amplitudinile de probabilitate ale acestor tranziții se folosesc pentru a determina evoluția cuantică a corzii, știind starea cuantică inițială a acesteia.

193. Interacțiunea dintre corzi, emisia și absorbția de particule

În secțiunea de față ne vom concentra asupra interacțiunii dintre corzi, asupra emisiei și absorbției corzilor virtuale. În plus, vom discuta și despre amplitudinile de probabilitate asociate acestor procese, pentru a scoate în evidență unitatea teoriei corzilor relativiste.

Căci, să ne aducem aminte, toate particulele ar fi alcătuite din același tip de coardă. Modul de vibrație al corzii relativiste este cel care identifică particula. Atunci când coarda relativistă este liberă, ne așteptăm ca modul ei de vibrație să nu se schimbe, cu alte cuvinte ca particula să-și *păstreze* tipul în mișcarea sa liberă.

Pe de altă parte, coarda își va schimba modul de vibrație în urma interacțiunilor cu alte corzi. Procesul acesta nu reprezintă altceva decât *transformarea* particulelor una în alta. Deoarece o coardă relativistă își va schimba modul de vibrație în urma interacțiunii cu alte corzi, înseamnă că particulele se vor schimba unele în altele în cursul interacțiunilor. Privind sub acest unghi, nu ar mai fi de mirare că un electron emite un boson W^- pentru a se transforma în neutrin, sau că un electron se anihilează cu un pozitron pentru a deveni un foton. Particulele se transformă unele în altele deoarece corzile din care sunt făcute își vor schimba modurile de vibrație în urma interacțiunii.

De exemplu, o coardă se poate rupe în mișcarea ei, și va genera astfel două corzi. Fenomenul se poate asocia celui de *emisie* a unei particule (vezi figura 19.13). Dacă prima coardă este un boson W^+, iar din ea se rupe o bucată, atunci cea de-a doua bucată poate reprezenta un foton. Ruperea unei bucăți din coarda inițială copiază astfel procesul prin care un W^+ (coarda inițială) emite un foton (bucata de coardă ce s-a rupt). Desigur, în cazul general, identificarea particulelor se face folosind *modul de vibrație* al corzii înainte și după ce coarda se rupe în două, nu neapărat în modul simplificat pe care l-am prezentat noi aici. Mecanismul este însă foarte atrăgător: emisia particulelor ar fi de fapt un proces în care coarda se rupe în două.

Putem avea desigur și procesul invers, în care două corzi se *unesc* într-o singură coardă. Anihilarea electronului cu pozitronul ar putea avea o astfel de explicație, deoarece aici cele două corzi inițiale (una pentru electron și alta pentru pozitron) se unesc pentru a forma o nouă coardă (fotonul). Un alt exemplu este *absorbția* unui foton de către un quarc. Aici o coardă inițială (quarcul) se unește cu alta (fotonul) pentru a crea o coardă cu același mod de vibrație ca și coarda inițială (un quarc). Procedura este foarte atractivă, deși ea are nenumărate detalii ce trebuie completate, de exemplu forma corzilor (închise sau deschise).

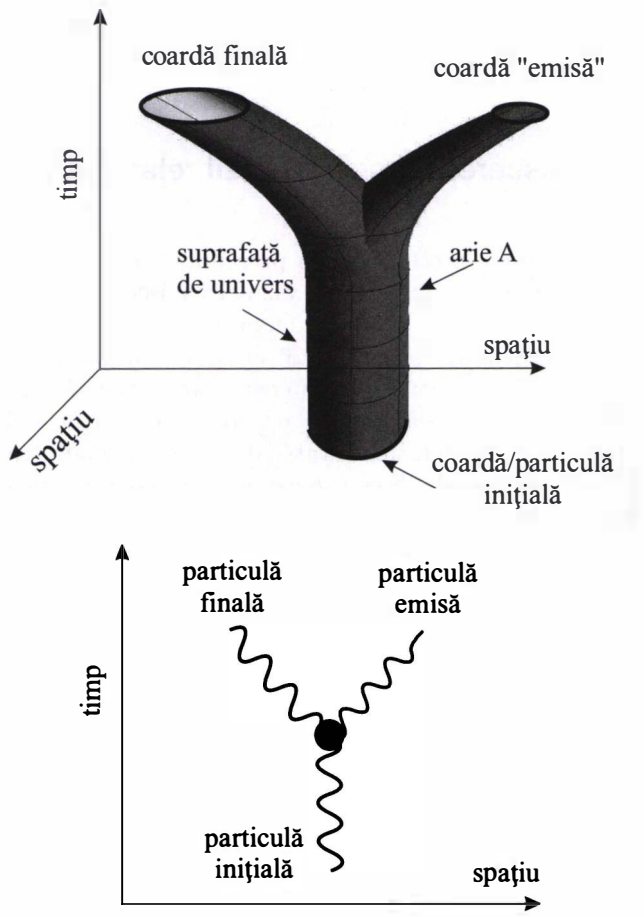

Figura 19.13: *Sus este reprezentat în spațiu-timp procesul prin care o coardă închisă se sparge în două. Acest proces poate fi asociat emisiei unei particule (diagrama de jos) dacă modul de vibrație al corzii înainte și după emisie este același, pentru ca particula să fie aceeași. În cazul general, procesul descrie dezintegrarea unui tip de particulă în alte două particule. Amplitudinea de probabilitate a acestui proces este dată de acțiunea S a sa, ca fiind $e^{iS/\hbar}$. La rândul ei, acțiunea S este proporțională cu aria A întinsă de coarda de univers în spațiu-timp între cele două procese $S \sim A$.*

Să ne imaginăm acum toate aceste procese de ruperi și uniri de corzi în *spațiu-timp*, iar pentru simplitate, să alegem cazul corzilor închise. Ce vom obține? Ei bine, în cazul ruperii corzii în două, obținem ceva asemănător unui trunchi de copac care are o ramură (vezi figura 19.13). Trunchiul reprezintă *suprafața de univers* a unei corzi relativiste în spațiu-timp. Direcția de creștere a trunchiului o vom asocia timpului. Dacă trunchiul are o ramură, atunci ramura o vom asocia suprafeței de univers a unei corzi care se rupe din coarda inițială, coardă care reprezintă particula emisă. Cum arată spațiul-timp cu astfel de ruperi și uniri de corzi? În principiu, ca o junglă plină de liane, în care ramurile nu numai că se despart de trunchiuri, dar și se unesc înapoi de ele.

Cum vom calcula însă *amplitudinea de probabilitate* a unui astfel de proces de emisie și absorbție, de care avem nevoie în mecanica cuantică? Răspunsul este cât se poate de simplu și frumos: folosind *aceeași* lege a ariei suprafețelor de univers în spațiu-timp! Or, cu alte cuvinte, aceeași lege a baloanelor de săpun prezentată în secțiunea precedentă.

Astfel, să ne aducem aminte că amplitudinea de probabilitate Ap este dată de acțiunea S atașată respectivului proces virtual, adică $Ap \sim e^{iS/\hbar}$. La rândul ei, acțiunea S pentru procesul virtual este proporțională cu aria A a suprafeței de univers în spațiu-timp: $S = -TA/c$, unde T este tensiunea din coardă și c este viteza luminii. Știind deci aria suprafeței de univers pentru procesul în care coarda se rupe în două, știm atunci și acțiunea S atașată ei, și în final știm amplitudinea de probabilitate $Ap \sim e^{iS/\hbar}$ a procesului. Tot ce avem de făcut în final este să *adunăm* amplitudinile de probabilitate ale tuturor proceselor virtuale care conduc la același rezultat, pentru a afla probabilitatea totală a tranziției (aceasta este de fapt regula generală din metoda lui Feynman).

În cazul emisiei *clasice* de particule, situația chiar se simplifică. Aici putem folosi *principiul acțiunii minime*, unde utilizăm pentru acțiunea S aceeași formă proporțională cu aria A „măturată" de coardă în spațiu-timp $S = -TA/c$. În cazul acesta clasic, „trunchiul" și „ramura" ce descriu suprafața de univers vor lua acea formă clasică ce maximizează aria totală în spațiu-timp, între configurațiile inițiale și finale date.

Consecința este foarte puternică și frumoasă. Procesul de emisie și absorbție de particule rezultă din aceeași lege a ariei maxime a suprafeței de univers în spațiu-timp, discutată în secțiunea precedentă! Cu alte cuvinte, nu mai avem nevoie de noi legi pentru a descrie emisia și absorbția unor particule. În acest fel, aceeași lege a ariei minime a suprafeței de univers în spațiu-timp ne spune nu numai cum evoluează corzile, dar și cum *interacționează* ele, cum se rup sau cum se unesc.

Ce poate fi atunci mai frumos decât o singură lege pentru toate fenomenele? Nu este de mirare că teoria corzilor a devenit așa de răspândită. Ea ne spune cum *evoluează* diversele particule (care sunt moduri de vibrație ale aceleiași corzi fundamentale) dar și cum *interacționează* ele (de exemplu prin emisia și absorbția de particule). Toate acestea folosind aceeași lege a ariei minime a suprafeței de univers în spațiu-timp. Ea ar fi *unica* lege a universului, simplă și elegantă, care ar avea doar un singur parametru, tensiunea corzii relativiste. Din această lege și din acest parametru trebuie să fi făcut Creatorul întreg universul.

În cazul cuantic avem de-a face cu amplitudini de probabilitate ale diverselor evenimente, cum are fi acela în care o coardă se poate sparge în alte două corzi, în trei sau în patru. Acum trebuie luate în calcul toate modalitățile clasice *virtuale* prin care un sistem de corzi poate ajunge de la starea inițială la cea finală. Procesul copiază *metoda lui Feynman* menționată în secțiunea 137. În final trebuie să adunăm coerent toate amplitudinile de probabilitate (ținând cont de fază) pentru a calcula probabilitatea finală de tranziție dintr-o situație în alta.

Vedem că astfel construim de fapt *diagrame Feynman* pentru „ruperea" corzilor, tot așa cum construim și pentru emisia unui foton de către un electron. Vom obține atunci procese în diverse ordine de perturbație, date de numărul de rupturi și uniri. Cu cât numărul de rupturi este mai mare, cu atât ordinul de perturbație este mai ridicat.

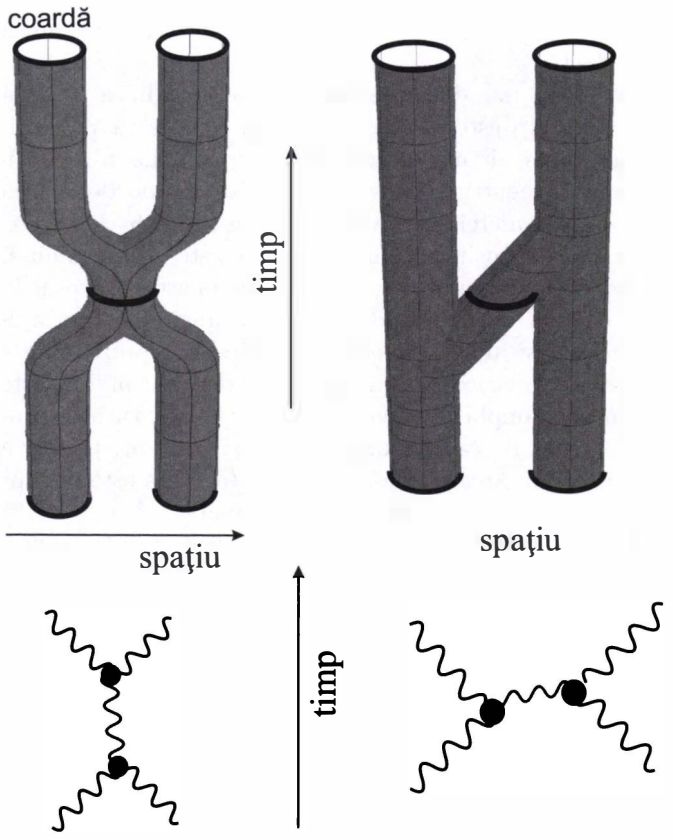

Figura 19.14: *În figura de sus sunt reprezentate în spațiu-timp două moduri în care poate avea loc interacțiunea dintre două corzi relativiste. Jos sunt reprezentate diagramele Feynman echivalente celor două procese, în funcție de felul în care identificăm oscilațiile corzii ca fiind o particulă sau alta. Dacă privim atenți însă figurile de sus, observăm că ele au aceeași topologie!*

Față de particule, procedura de mai sus pentru corzile relativiste are un avantaj mai puțin evident. Astfel, putem interpreta aceeași formă a suprafeței de univers, datorită topologiei, ca o sumă a tuturor diagramelor Feynman de același ordin! Această particularitate deosebită este exemplificată în figura 19.14. Aici se vede cum cele două moduri de interacțiune între corzile relativiste au aceeași topologie, deci reprezintă în esență același proces.

Vizualizarea interacțiunilor sub forma acestor „copaci" în spațiu-timp scoate în evidență și un alt avantaj. În teoria corzilor relativiste s-ar putea *elimina singularitățile* care apar în teoria corpusculară (în principiu). Dacă în teoria corpusculară linia de univers a electronului este întreruptă brusc de apariția unei linii de univers pentru un foton emis, în reprezentarea corzilor închise toată suprafața copacului (trunchi, ramuri) este *continuă*, fără rupturi bruște. Acolo unde înainte aveam intersecția celor două linii de univers, avem acum o suprafață ce acoperă în mod *continuu* atât suprafața de univers a primei particule („trunchiul"), cât și pe cea a celei generate („ramura").

Susținătorii teoriei corzilor relativiste s-au așteptat chiar la mai mult. Ei au crezut că, odată ce interacțiunea dintre particule ia astfel de forme continue în teoria corzilor, toate singularitățile ce apar în teoria particulelor elementare ar fi eliminate. Se pare însă că această presupunere nu este demonstrată riguros.

194. Mișcarea clasică a corzii relativiste

În secțiunile precedente am prezentat *legea fundamentală* a corzii relativiste. Am văzut că mișcarea clasică a unei corzi libere are loc în așa fel încât să maximizeze aria suprafeței de univers „măturată" de coardă în spațiu-timp.

Matematic, fiecărui proces în care este implicată coarda i se poate atașa o acțiune S proporțională cu *aria* A a suprafeței de univers „măturată" de coardă în spațiu-timp $S = -TA/c$, unde T este *tensiunea* din coardă (un parametru universal), iar c viteza luminii. Pentru evoluția clasică, acțiunea aceasta este *minimă* (aria suprafeței de univers în spațiu-timp este maximă) între toate evoluțiile virtuale posibile între o stare inițială și una finală. În plus, așa cum am văzut, ecuația fundamentală descrie două lucruri: evoluția (vibrația) unei singure corzi, dar și ruperea sau combinarea de corzi diferite (emisia și absorbția de particule).

În secțiunea de față vom încerca să prezentăm *mișcarea clasică* a corzii relativiste care rezultă din această ecuație fundamentală. Mișcarea se obține descriind suprafața de univers a corzii relativiste în spațiu-timp într-un mod asemănător suprafețelor curbe, menționate în cadrul teoriei relativității generale. Rezultatele confirmă așteptările, coarda relativistă mișcându-se în spațiu în mod asemănător unui elastic obișnuit: se întinde și se strânge, vibrează etc.

În cazul în care doar tragem de capetele unei corzi relativiste, energia elastică se înmagazinează de-a lungul corzii. Fiecare element infinitezimal de lungime ΔL al corzii va avea o energie elastică ΔE dată de produsul dintre tensiunea din coardă T (o constantă pentru coarda relativistă) și lungimea ΔL a elementului respectiv (vezi figura 19.15). Rezultatul este asemănător cu cel din cazul clasic, atunci când extensia corzii nu este mare.

La coarda clasică însă, pe măsură ce extensia crește, crește și tensiunea din coardă, datorită legăturilor dintre atomi. De fapt, la o forță aplicată destul de mare, coarda clasică se rupe, pentru că atomii se separă la un moment dat definitiv. Pentru coarda relativistă, tensiunea rămâne constantă indiferent cât de mult tragem de coardă.

Dacă ar fi acum să dăm drumul corzii relativiste întinse, ne putem aștepta ca ea să se restrângă într-un singur *punct*, pentru că tensiunea din coarda relativistă este mereu aceeași. Aceasta spre deosebire de cazul clasic, în care elasticul va atinge o dimensiune minimă la care tensiunea din elastic devine nulă, atunci când își consumă energia înmagazinată în ea. Dacă însă coarda (clasică sau relativistă) nu are o astfel de posibilitate, ea va începe să vibreze odată ce îi dăm drumul, după cum și un elastic vibrează un timp după ce îi dăm drumul.

Să nu uităm că la efectul clasic de vibrație se mai adaugă cel al *fluctuațiilor cuantice* care apar în mod special atunci când coarda atinge dimensiuni mici, așa cum am menționat în secțiunea 190. Aceasta deoarece coarda nu se poate restrânge într-un punct fără a viola principiul de incertitudine. În practică, fluctuațiile cuantice conduc la

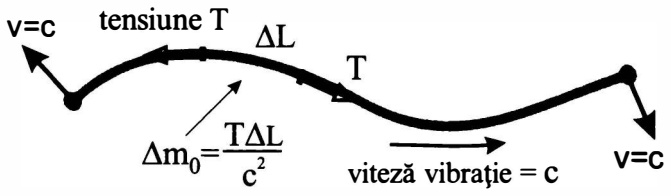

Figura 19.15: *În figură este exemplificată mișcarea unei corzi relativiste. Pe coarda relativistă există vibrații transversale care circulă cu viteza luminii c, iar capetele corzii ating viteza luminii în mișcarea lor. Fiecare fragment din coardă are o energie de repaus înmagazinată ΔE dată numai de tensiunea T din coardă $\Delta E = T\Delta L$, unde ΔL este lungimea fragmentului. Masa de repaus intrinsecă a „materialului" din care e alcătuită coarda se consideră identic nulă. Aceasta conduce la o masă de repaus pentru acea bucată dată numai de energia stocată în tensiunea corzii, cu ajutorul relației lui Einstein $\Delta m_0 = \Delta E/c^2$.*

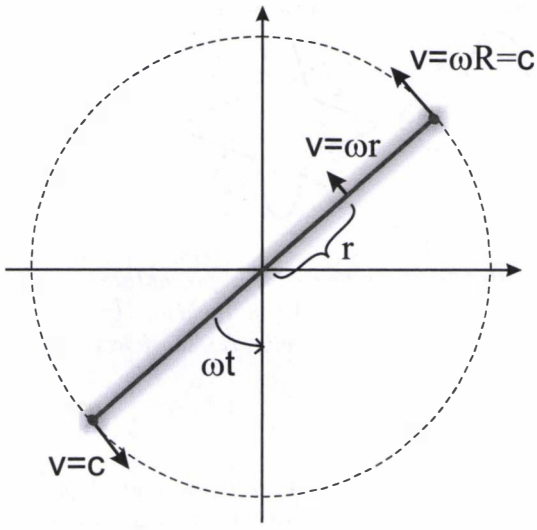

Figura 19.16: *Cea mai simplă mișcare a corzii relativiste libere este cea de rotație în jurul centrului său, exemplificată în figură. Aici coarda de lungime $L = 2R$ își păstrează forma dreaptă, iar capetele corzii se vor roti cu viteza luminii. Energia scocată de coardă are o parte elastică, dată de lungimea sa, $E_e = TL$ dar și o parte dinamică E_c, dată de rotația corzii. Odată ce energia înmagazinată crește, va crește și lungimea corzii. Paradoxal însă, odată ce lungimea devine mai mare, coarda se va roti mai încet (ω mai mic), pentru că cele două capete nu pot depăși viteza luminii.*

o dimensiune medie a corzii de ordinul *lungimii Planck* 10^{-35}m, datorită tensiunii uriașe din coarda relativistă. Prin flutuații cuantice înțelegem aici procese cuantice virtuale care au loc în paralel, de aceea în cazul cuantic nu mai vorbim de o lungime bine definită a corzii relativiste, ci de un fel de lungime „medie".

Una peste alta, dimensiunea corzii relativiste este mult mică decât dimensiunea sondată a particulelor elementare de ordinul a 10^{-15}m. De aceea, o astfel de structură de coardă relativistă nu poate fi încă observată experimental cu instrumentele de măsură pe care le avem la ora actuală. Datorită dimensiunilor mici ale corzii, vom vizualiza doar mișcarea de translație a corzii, nu și pe cea de vibrație.

Mișcarea de vibrație a corzii și tensiunea din coardă au deci înmagazinată energie care, conform principiului lui Einstein $E = mc^2$, este echivalentă cu masa. Apare atunci presupunerea naturală că *masa de repaus a particulei este dată de energia înmagazinată în coarda relativistă*, atunci când ea nu se deplasează din același loc. Presupunerea are un substrat mai profund, în sensul că vom considera „materialul" din care e alcătuită coarda relativistă fără masă de repaus. Cu alte cuvinte, masa de repaus a corzii relativiste este intrinsec *nulă*, iar masa de repaus pe care noi o asociem corzii este datorată numai energiei înmagazinate în ea. Atenție însă, această energie poate fi atât *energie de tensiune* (pentru că am lungit coarda), cât și *energie de vibrație* (deoarece coarda vibrează).

Presupunerea de mai sus este foarte atrăgătoare, dar să nu ne lăsăm duși de val imediat. Așa după cum am văzut în secțiunile precedente, energia stocată în coarda relativistă clasică este de ordinul energiei Planck 10^{19}GeV, adică de miliarde de miliarde de ori mai mare decât energia de repaus a particulelor obișnuite (electron, quarc etc.). Este clar că, în forma de mai sus, coarda relativistă nu poate descrie particulele obișnuite. Mai avem nevoie de o presupunere pentru a rezolva problema („potriveala" menționată în secțiunea 190), iar aceasta folosește cuantificarea nivelurilor de energie, așa cum vom vedea mai târziu.

Revenind la mișcarea clasică a corzii relativiste, să menționăm o comportare fascinantă, faptul că cele două capete libere ale corzii se deplasează cu viteza luminii (vezi figurile 19.15 și 19.16). Într-o primă instanță, ne-am putea imagina că efectul este un rezultat al tensiunii uriașe din coardă, care pune în vibrație coarda relativistă cu viteze uluitoare. Cu toate acestea, motivul este mai profund, deoarece niciun material de masă de repaus nenulă nu poate fi accelerat la o viteză egală cu viteza luminii în vid. Rezultatul precedent se obține tocmai datorită faptului că „materialul" din care e alcătuită coarda relativistă are masa de repaus riguros *nulă*. În acest fel, forța ce acționează asupra capetelor corzii le pune pe acestea în mișcare cu viteza luminii, deoarece ele nu opun nici o rezistență, masa lor de repaus fiind nulă.

O soluție particulară a ecuației de mișcare a corzii relativiste este o coardă *perfect dreaptă* (vezi Fig 19.16). Aceasta se rotește în jurul centrului său, cu frecvență unghiulară constantă, în așa fel încât viteza corzii la capete să fie egală cu viteza luminii. Soluția scoate în evidență un efect mai ciudat al corzii relativiste, acela că mișcarea de rotație are loc *mai încet* odată ce punem *mai multă* energie în coarda relativistă. Aceasta deoarece coarda devine mai întinsă pentru a stoca energia suplimentară, la fel cum un arc se întinde mai mult din același motiv. De aceea coarda trebuie să-și încetinească mișcarea de rotație, în așa fel încât capetele, aflate acum mai departe, să se miște tot cu viteza luminii, după cum se vede în figura 19.16.

După cum o coardă elastică are *două* moduri de vibrație transversală (date de două direcții spațiale perpendiculare

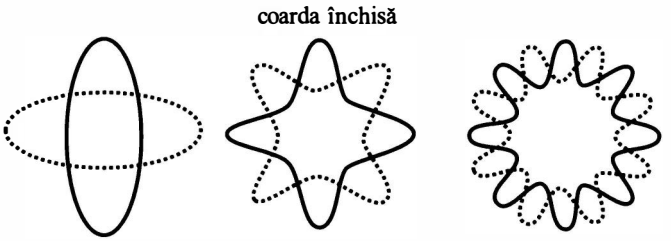

Figura 19.17: *În figură sunt prezentate câteva armonici de vibrație pentru coarda închisă. În principiu, ne așteptăm ca modurile de vibrație să reprezinte particule diferite.*

pe coardă), la fel va avea și o coardă relativistă. Mai interesant însă, pentru corzile relativiste se arată că vibrațiile lor transversale se propagă cu viteza luminii pe lungimea corzii! Vă puteți imagina o coardă de copii, pe care aceștia să genereze vibrații cu viteza luminii? Probabil cu greu. Coarda relativistă generează vibrațiile cu viteza luminii chiar pe o lungime incredibil de mică, lungimea Planck de 10^{-35} metri! Cum această lungime este în esență de același ordin de mărime cu lungimea de undă λ a vibrației, iar viteza vibrațiilor de-a lungul corzii este egală cu viteza luminii c, atunci frecvența vibrațiilor va fi de ordinul frecvenței Planck $f = c/\lambda \sim 10^{43}$Hz.

Pentru fiecare dintre cele două moduri de vibrație transversală există o infinitate de frecvențe cu care coarda poate vibra. Datorită dimensiunii finite a corzii, aceste frecvențe se dovedesc a fi *armonici* (multipli întregi) ale unei *frecvențe fundamentale* a corzii (vezi figura 19.17). Valoarea frecvenței fundamentale depinde de tensiunea din coarda relativistă.

Nu este de mirare, pentru că și la o chitară frecvența fundamentală a unei corzi crește dacă o strângem mai bine atunci când o acordăm, deoarece crește tensiunea din coardă. Pentru că tensiunea corzii relativiste este de ordinul tensiunii Planck, frecvența corzii relativiste ia o valoare de ordinul frecvenței Planck, adică 10^{43}Hz. armonicile de vibrație ale corzii vor fi *multipli întregi* ai acestei frecvențe fundamentale.

Tot analogia cu chitara ne ne conduce spre o altă caracteristică importantă care trebuie menționată. Astfel, mișcarea generală a corzii de chitară se decompune la orice moment într-o *superpoziție* a vibrației sale fundamentale și a armonicilor (vezi figura 19.18). Cu alte cuvinte, mișcarea corzii de chitara este descrisă de un *ansamblu* de oscilatori, unul corespunzător vibrației fundamentale și ceilalți armonicilor. Dacă alegem să cântăm la chitară o anumită notă, ea va suna diferit de la o chitară la alta, sau de la o chitară clasică și una electrică. În toate aceste cazuri mișcarea corzii de chitară include, pe lângă frecvența fundamentală, armonici, cele care dau un timbru anume sunetului.

La fel și coarda relativistă trebuie privită ca un *ansamblu* de oscilatori care vibrează. Unul are frecvența fundamentală, altul frecvența dublă și altul poate o frecvență de cinci ori mai mare. La orice moment, mișcarea corzii este o superpoziție a tuturor acestor vibrații. Acest lucru este important în cuantificarea corzii, deoarece trebuie să cuantificăm fiecare oscilație în parte și să considerăm că starea unei corzi este o superpoziție cuantică a *tuturor*

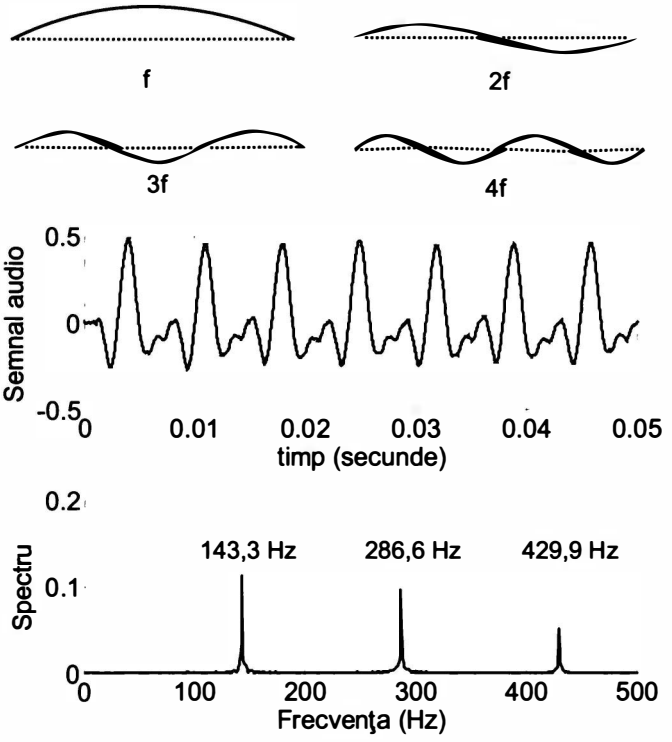

Figura 19.18: *În stânga sus este schițată vibrația fundamentală a unei corzi de chitară, vibrație care are loc cu frecvența f. În continuare sunt prezentate armonicile de vibrație ale aceleași coarde de chitară. Ele au frecvențe care sunt multiplu întreg nf al frecvenței fundamentale. Amplitudinile vibrațiilor sunt desenate exagerat în figură. La orice moment, coarda este o superpoziție a stărilor de mai sus. În figura de mijloc este prezentat semnalul audio al unei corzi de chitară, măsurat de autor. Jos este prezentat spectrul de frecvență al acestui semnal. În spectru se vede cum armonicile au frecvențe care sunt multipli întregi ai vibrației fundamentale de valoare 143,3 Hz. Prezența armonicilor demonstrează starea de superpoziție a corzii ca o sumă a oscilațiilor de diverse frecvențe, toate armonici ale frecvenței fundamentale.*

acestor stări (așa cum am cuantificat „salteaua" cuantică în capitolul 12, ca un ansamblu de resorturi).

În final, să menționăm din nou că o coardă relativistă nu trebuie privită ca o coardă obișnuită care se deplasează cu viteze relativiste, din moment ce ea se conformează legii sale fundamentale. O deosebire esențială între coarda relativistă și un elastic simplu este faptul că prima nu are structură internă. În plus, tensiunea din coarda relativistă este mereu aceeași, pe când în cazul elasticului aceasta poate varia.

195. Cuantificarea vibrației corzii relativiste

După cum am menționat în secțiunea precedentă, coarda relativistă are două moduri de vibrație transversală. Fiecare mod de vibrație prezintă aceeași *frecvență fundamentală de vibrație* f, care este de același ordin de mărime cu frecvența Planck. Toate celelalte frecvențe de vibrație ale corzii sunt *armonici* ale acestei frecvențe fundamentale, adică multipli întregi nf.

Comparația cu coarda de chitară din secțiunea precedentă se potrivește numai parțial corzii relativiste. Astfel, lungimea corzii relativiste nu este constantă, ca cea a corzii de chitară. Coarda relativistă este *liberă*, și ea devine când mai lungă, când mai scurtă, în funcție de modurile sale de vibrație și de maniera în care energia se distribuie între vibrație și tensiunea în coardă. De aceea vom spune că o coardă relativistă este asemănătoare mai curând unui *elastic* decât unei corzi de chitară. Cu toate acestea, analiza matematică arată că rezultatul cu armonici se păstrează: coarda relativistă are și ea vibrații care sunt multipli întregi ai unei frecvențe fundamentale, frecvență care este în acest caz de ordinul de mărime al frecvenței Planck $f = 10^{43}$ Hz, adică milioane de miliarde de miliarde de miliarde de miliarde de bătăi pe secundă.

Așa cum am menționat în secțiunea precedentă, masa de repaus m a unei corzi relativiste este dată de energia E pe care ea o stochează atunci când, pentru noi, ea se află în repaus, $m = E/c^2$. Căci, dacă lăsăm pe loc o coardă relativistă, ea va arăta ca un vierme: se va încolăci, va vibra, însă în medie va rămâne pe loc. Deoarece coarda relativistă are dimensiuni foarte mici, pentru noi ea va arăta ca un punct material în repaus. De aceea, o vom identifica cu o particulă în repaus, de masă de repaus nenulă (dată de energia înmagazinată în coardă $m = E/c^2$).

Să remarcăm însă că particulele elementare au numai anumite valori ale masei de repaus, pe când energia (și de masa de repaus) a corzii relativiste poate lua orice valoare. Aceasta, desigur, deoarece coarda relativistă nu este încă *cuantificată*. După cuantificare, ne așteptăm ca oscilațiile corzii să vină în pachete de energie discretă, deci și masa de repaus a particulei descrisă de coardă să ia valori discrete.

De aceea, următoarea etapă crucială este *cuantificarea* mișcării de vibrație transversală. În urma cuantificării vom observa numai anumite niveluri de energie ale vibrațiilor, ceea ce înseamnă de fapt numai *anumite* mase posibile ale particulelor elementare, cele descrise de coarda relativistă. Adică exact ceea ce ne dorim dacă vrem să explicăm multitudinea de particule elementare din natură!

Procesul de cuantificare a corzii relativiste este asemănător cuantificării unui ansamblu de oscilatori mecanici. Aceasta pentru că o coardă relativistă are mai multe grade de libertate, spre deosebire de un oscilator armonic (oscilatorul armonic e descris numai de poziția bilei de la capătul lui, în timp ce coarda e descrisa de ansamblul pozițiilor tuturor punctelor sale).

De aceea, mișcarea clasică a corzii se scrie ca o *superpoziție* a modurilor sale de vibrație, care pot avea

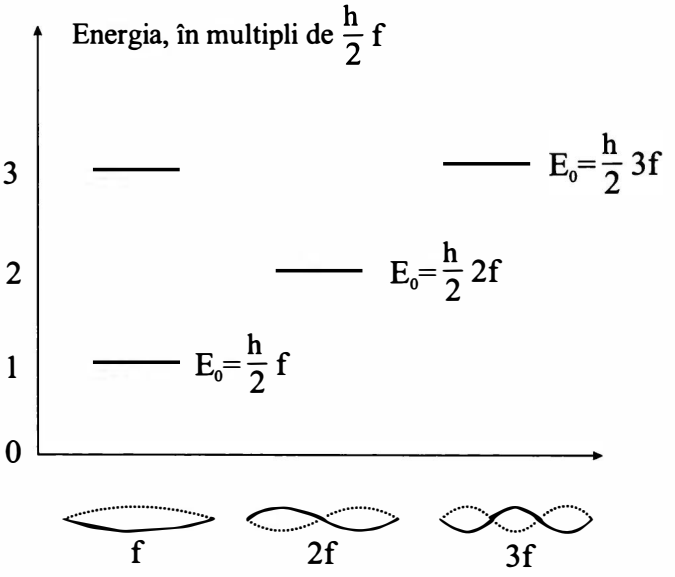

Figura 19.19: *Spectrul energetic al vibrațiilor cuantice ale corzii relativiste. În partea de jos este schițată în fiecare caz vibrația echivalentă a unei corzi de chitară. Coarda este o superpoziție a tuturor acestor tipuri de vibrații, deci trebuie privită ca* un ansamblu *de vibrații având frecvențe diferite. În stânga este spectrul vibrației fundamentale cu frecvența f. Aici energia minimă este dată de energia cuantică de zero, care are valoarea $E_0 = (h/2)f$. Următorul nivel de energie se află cu hf deasupra sa. La mijloc este spectrul primei armonici de vibrație a corzii relativiste (frecvența de vibrație $2f$ este dublul frecvenței fundamentale). Aici se vede numai nivelul de energie minimă $E_0 = (h/2)2f$. În dreapta este reprezentată a doua armonică, cu frecvența sa $3f$ și energia sa cuantică minimă $(h/2)3f$.*

frecvențe diferite, așa cum am menționat în secțiunea precedentă. Analiza arată că un mod are o frecvență fundamentală de vibrație f (apropiată de frecvența Planck), iar celelalte moduri sunt armonici ale acestei frecvențe, având frecvența nf, unde n este un număr natural. Mișcarea clasică este o sumă a acestor moduri, în care fiecare mod are o valoare anume a amplitudinii sale de oscilație, la fel cum miscarea unei corzi de chitară este o sumă a vibrației sale fundamentale și a armonicilor ce vor determina timbrul sunetului.

În continuare trebuie să cuantificăm fiecare mod de oscilație cu frecvența sa constantă. Să privim mai întâi cum se cuantifică vibrația de *frecvența fundamentală* f. Aici vom obține niveluri discrete de energie, diferența de energie dintre ele fiind dată de $\Delta E = hf$, unde h este constanta lui Planck. Cu alte cuvinte, vibrația fundamentală a corzii nu va lua orice energii, ci doar cele date de formula lui Planck (vezi figura 19.19).

Mai mult însă, așa cum ne spune mecanica cuantică, nivelul de energie minimă are o valoare nenulă, dată de jumătate din valoarea precedentă $E_0 = (h/2)f$ (vezi figura 9.22). Valoarea această poartă denumirea de *energie de zero* a vibrației. Atunci, chiar în cazul în care coarda nu este excitată, ea are totuși o energie finită stocată în vibrația fundamentală, deci o masă de repaus nenulă! În acest fel pare că nu vom obține particule de masă nulă, ca

fotonul, pentru că acum coarda cuantică are deja o energie minimă.

Situația se înrăutățește dacă observăm că există o mulțime de armonici ale vibrației fundamentale, fiecare având *energia sa de zero* nenulă, și pe fiecare trebuie să le luăm în calcul (deoarece coarda este un ansamblu de oscilatori, câte unul pentru fiecare frecvență). Prima armonică va avea frecvența dublă $2f$, deci energia de zero $(h/2)(2f)$, următoarea armonică va avea frecvența triplă, deci energia de repaus $(h/2)(3f)$ și așa mai departe (vezi figura 19.19).

Chiar dacă niciuna dintre aceste vibrații ale armonicilor nu este excitată, vom obține totuși o energie *totală* dată de suma energiilor de zero pentru fiecare vibrație: $E = (h/2)f + (h/2)(2f) + (h/2)(3f) + \ldots$ Rezultatul este un număr infinit, deci masa de repaus minimă a particulei $m = E/c^2$ ar trebui să fie *infinită*!

Cum ieșim din această fundătură? Soluția este complexă, dar din fericire prezintă o scurtătură. Astfel, să observăm că suma precedentă poate fi scrisă ca *energia de zero* a vibrației fundamentale $(h/2)f$ înmulțită cu un număr infinit care se scrie ca $(1+2+3+\ldots)$. Pentru a obține energia de zero totală a corzii mai trebuie să înmulțim cu un factor de doi, pentru că avem *două* moduri de vibrații transversale (în cele două direcții spațiale perpendiculare pe coardă). Energia de zero totală a corzii noastre relativiste devine:

$$E_0 = m_0c^2 = 2\left[\frac{hf}{2}(1+2+3+4+\ldots)\right]$$

Mai sus, m_0 ar fi masa de repaus *minimă* a corzii relativiste, care se vede că ar fi infinită în acest model simplificat. Suma infinită $(1+2+3+\ldots)$ apare însă și în prelungirea analitică a așa-numitei *funcții zeta a lui Riemann*, care este definită de relația:

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^s} = \frac{1}{1^s} + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \ldots$$

Matematicienii știu că suma Riemann este convergentă pentru $s > 1$ și divergentă pentru $s \leq 1$.

Dacă privim suma noastră $(1+2+3+\ldots)$ vedem că ea este egală cu valoarea funcției lui Riemann pentru $s = -1$. Până aici nu am făcut mare lucru, căci și funcția lui Riemann pentru $s = -1$ este divergentă. Cu toate acestea, matematicienii sunt inventivi și nu se sperie de infiniți. Astfel, ei au reușit să *prelungească analitic* funcția lui Riemann în domeniul numerelor complexe, în așa fel încât să ia valori finite peste tot, inclusiv în punctele în care inițial era divergentă!

Rezultatul este *general* și nu are de-a face cu teoria corzilor relativiste. Metoda se aplică de obicei atunci când o funcție are în anumite zone valori finite, iar în altele valori infinite. În acest caz, funcția se reconstruiește în zona în care este infinită cu valori *finite* obținute prin extrapolări din zona în care este finită. În cazul funcției Riemann, *prelungirea analitică* conduce la o valoare de $-1/12$ pentru $s = -1$.

Aceasta înseamnă, în termenii matematici ai funcției Riemann, că putem scrie simplificat:

$$\zeta(-1) \Rightarrow -\frac{1}{12} \rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} = 1+2+3+4+\ldots = -\frac{1}{12}$$

Desigur, suma precedentă pare ciudată, deoarece este *finită*. Pentru noi, forma de mai sus este mai mult o „scurtătură", care ne ajută să calculăm corect spectrul vibrațiilor corzii, pe baza unei teorii matematice consistente. Subliniem din nou că formula de mai sus este pur matematică și ca ea nu este specifică numai teoriei corzilor, ci mult mai generală. Pentru cei interesați, prezentăm în căsuța matematică o deducție a acestui rezultat, datorată lui Leonhard Euler.

Calcul: *Suma Euler 1+2+3+4+...*

Să scriem dezvoltarea Taylor a funcției $1/1(1-x)$ atunci când x este un număr real foarte mic $x \approx 0$:

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \ldots$$

Să derivăm acum forma de mai sus, obținând:

$$1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \ldots = \frac{1}{(1-x)^2}$$

Relația de mai sus este valabilă pentru $x \approx 0$. Totuși, să ne imaginăm că ne îndepărtăm de 0, dar nu prea mult, către $x = -1$. Pe măsură ce ne îndepărtăm, trebuie să considerăm din ce în ce mai mulți termeni în relatia de mai sus pentru a obține un rezultat aproximativ. Atunci când ne apropiem de $x = -1$, unii termeni din sumă vor fi negativi, alții pozitivi, iar suma va „oscila" foarte mult. La limita $x = -1$ vom avea:

$$1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \ldots = \frac{1}{(1-(-1))^2} = \frac{1}{4}$$

Suma de mai sus ne pune deja în încurcătură, căci la prima vedere ea ar trebui să fie negativă (dacă vom combina termenii doi câte doi, de la primul), sau pozitivă (dacă în schimb combinăm termenii doi câte doi, începând de la al doilea). Pentru Euler însă rezultatul de mai este corect, dacă privim suma de mai sus ca o „prelungire" a relațiilor pentru $x \approx 0$ către $x = -1$.

Mai departe, Euler spune să scriem

$$\zeta(-1) = 1 + \underline{2} + 3 + \underline{4} + \ldots$$

$$2\zeta(-1) = \underline{2} + \underline{4} + 6 + 8 + \ldots \quad \big| \cdot 2$$

$$\zeta(-1) - 2[2\zeta(-1)] = 1 - \underline{2\cdot 2} + \underline{2} - \underline{\underline{2\cdot 4}} + 3 - 2\cdot 6 + \underline{4}\ldots$$

$$-3\zeta(-1) = 1 - 2 + 3 - 4 + \ldots = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \quad \zeta(-1) = \frac{1}{(-3)}\frac{1}{4} = -\frac{1}{12}$$

Mai sus, atunci când am scăzut numerele de la cele două sume, am combinat termenii care sunt la fel, de exemplu $2 - 2\cdot 2 = -2$ sau $4 - 2\cdot 4 = -4$.

Căsuța matematică precedentă ne permite o mică observație pe marginea infinitului. În mod normal, infinitul este un concept inaccesibil nouă, pentru că viața noastră este limitată și nu avem timp să-l „numărăm". Cu toate acestea, după cum vedem, matematicienii reușesc câteodată să facă din infinit un concept accesibil, fără contradicții interne, atâta timp cât acel infinit vine cu niște reguli precise prin care este construit.

Revenind la calculul energiei de zero, vom folosi funcția lui Riemann $\xi(-1) = -1/12$ pentru a vedea că energia de zero *totală* a corzii devine:

$$E_0 = 2\frac{hf}{2}(1+2+3+4+\ldots) = -\frac{1}{12}hf$$

În primă instanță vedem că numărul de mai sus nu mai este divergent, deci am scăpat de „infinit". Pe de altă parte, am obținut o valoarea negativă a energiei, ceea ce este extrem de neplăcut, deoarece toate energiile de repaus ale particulelor elementare sunt pozitive. Într-o analiză matematică mai atentă se arată că această stare de energie minimă (neexcitată) a corzii relativiste descrie de fapt un *tahion*, adică o particulă a cărei viteză trebuie să fie mai mare decât viteza luminii. Până astăzi cel puțin, nimeni n-a observat vreun tahion în natură, de aceea rezultatul precedent nu este printre cele mai așteptate ale teoriei corzilor relativiste.

Mai rău însă, să calculăm care va fi masa particulei în cazul în care coarda se va afla în *prima* sa stare excitată de energie. Aceasta este dată de prima stare excitată a vibrației fundamentale, nu a stărilor armonicilor, care au o frecvență mai mare (armonicile rămân pe starea de energie minimă). Diferența de energie între nivelurile vibrației de frecvență fundamentală este $\Delta E = hf$, iar această valoare trebuie adăugată la energia de zero calculată până acum. Energia totală a corzii din prima sa stare excitată E_1, cea care dă *masa de repaus* a particulei corespunzătoare, va fi:

$$E_1 = E_0 + hf = -\frac{1}{12}hf + hf = \frac{11}{12}hf$$

Cum am văzut că frecvența fundamentală f are o valoare de ordinul *frecvenței Planck*, masa de repaus a particulei descrisă de această excitație $m_1 = E_1/c^2$ iese de de ordinul *masei Planck*, adică aproximativ 10^{19}GeV (10^{-8}kg în unități mai familiare).

O astfel de valoare pentru masa de repaus a particulei este devastatoare în practică, căci masa Planck este de 10^{25} de ori mai mare decât masa electronului, adică de milioane de miliarde de miliarde de ori mai mare decât avem noi nevoie! În acest fel prima stare excitată nu poate descrie *nicio* particulă elementară, deoarece are o masă de repaus mult prea mare. Mai mult, următoarele stări excitate ale corzii relativiste au o energie și mai mare, deci situația nu se poate decât înrăutăți.

Vedem astfel că, până acum teoria corzilor nu iese decât în pierdere, pentru că prezice *tahioni* și în plus mase ale particulelor elementare *cu mult mai mari* decât observăm noi în experimente. Și atunci? Care este soluția?

196. Universul corzii bosonice cu 26 de dimensiuni spațio-temporale

Am văzut în secțiunea precedentă că masele de repaus ale particulelor, prezise de teoria corzilor relativiste, sunt în primă instanță mult *prea mari* pentru a reproduce masele observate experimental. Astfel, masa corzii relativiste este de ordinul masei lui Planck, de miliarde de miliarde de ori mai mare decât masa electronului.

Fizicienii nu numai că au învățat bine matematică, dar au și imaginație să stoarcă din ea tot ce e posibil. În cazul de față, ei au rezolvat problema maselor prea mari și au venit cu soluția unui univers care are *mai mult* de trei dimensiuni spațiale! Iată în continuare argumentele lor, prezentate pentru cazul corzii deschise (deci cu ambele capete libere).

Ce se întâmplă dacă aceste corzi relativiste nu s-ar deplasa într-un univers cu trei dimensiuni spațiale, ci într-unul în care numărul dimensiunilor spațiale este mai mare? Ei bine, atunci numărul *modurilor de vibrație* transversală a corzii crește și devine $D-2$, unde D este numărul de dimensiuni *totale* ale spațiului-timp acelui univers (pentru $D = 4$ obținem două moduri de vibrații transversale, adică atât cât trebuie). Să revenim acum la calculul nivelurilor de energie cuantificate ale corzii relativiste, prezentat în secțiunea precedentă.

Astfel, să ne aducem aminte că *fiecare* armonică a unui mod de vibrație transversală contribuie la *energia de zero* a corzii. Energia totală de zero va fi atunci dată de suma energiilor de zero ale armonicilor și frecvenței fundamentale. Ea devine $(h/2)f$ înmulțit cu $(1+2+3+\ldots)$, care am văzut că în final este $-hf/24$. Acum însă avem $(D-2)$ vibrații transversale, deci energia totală de zero este:

$$E_0 = (D-2)\frac{h}{2}f(1+2+3+4+\ldots) = -\frac{D-2}{24}hf$$

Vedem că și în această situație obținem o stare minimă de energie E_0 care este negativă, deci rămânem cu problema că ea va descrie un *tahion*.

Mai interesant este să calculăm prima stare excitată a corzii relativiste. Așa cum am văzut în secțiunea precedentă (figura 19.19), ea este dată de prima stare excitată a modului de vibrație fundamental, deci trebuie să adăugăm cuanta de energie hf la energia de zero precedentă. Energia totală a primului mod excitat devine:

$$E_1 = E_0 + hf = -\frac{D-2}{24}hf + hf = \frac{26-D}{24}hf$$

Și acum minunea: dacă universul în care trăim are $D = 26$ de dimensiuni ale spațiului-timp, atunci valoarea precedentă este identic *nulă*!

Rezultatul precedent este confirmat de o analiză riguroasă a corzilor deschise, în care se arăta că de fapt $D = 26$ este *singura* dimensiune în care teoria este consistentă matematic. O astfel de soluție ne salvează de problema descoperită în secțiunea precedentă, acolo unde particulele ar fi avut mase de repaus de ordinul masei Planck. Acum,

	Caorda bosonică deschisă	Coarda bosonică închisă
dimensiunea D a spaţiului-timp	26	26
starea de energie minimă	tahion (energie negativă)	tahion (energie negativă)
prima stare excitată	foton (energie nulă)	graviton, dilaton (energie nulă)
urmatorile stări excitate	masa Planck	masa Planck
Tip particule	numai bosoni	numai bosoni

Figura 19.20: *Un tabel cu o parte din particulele descrise de coarda bosonică şi caracteristicile lor.*

unele dintre aceste particule vor avea o masă de repaus nulă.

Desigur, o astfel de particulă care reprezintă prima stare excitată a corzii ar putea fi *fotonul*, care are masa de repaus nulă. Cum descriem însă electronul, care are masa de repaus *nenulă*, sau bosonul W? Unde sunt celelalte 22 de dimensiuni spaţiale pe care nu le observăm? Şi ce ne facem cu celelalte stări excitate de energie mai mare, care vor da încă mase ale particulelor de ordinul masei lui Planck? Ce ne facem cu starea de energie minimă, care are încă energie negativă, deci descrie un tahion?

După cum vedem, soluţia unui univers cu 26 de dimensiuni rezolvă o problemă fundamentală (cea a masei prea mari a particulelor descrise iniţial de coarda relativistă), însă ridică în plus multe probleme care trebuie rezolvate. Să le luăm pe rând.

În primul rând, teoria corzilor presupune că *toate* particulele elementare observate experimental sunt de fapt stări excitate ale corzilor care au energia riguros nulă, exact aşa cum a fost cazul precedent.

Faptul că masele experimentale sunt *nenule* îl vom explica într-un pas ulterior, printr-un mecanism special, de exemplu mecanismul Higgs. La urma urmei să ne amintim că în modelul standard electronul sau bosonul W au iniţial o masă de repaus nulă, însă capătă apoi o masă de repaus nenulă prin interacţiunea cu bosonul Higgs. Este deci important de menţionat că un mecanism nou (pe care urmează ca fizicienii să-l descopere) ne poate da mase *nenule* pentru particulele elementare, de ordinul de mărime al celor observate în experimente. Mai important pentru noi este că am obţinut o masă de repaus a particulelor (descrise de prima stare excitată) *mult mai mică* decât masa Planck.

În al doilea rând, trebuie studiat spectrul excitaţiilor particulelor, pentru a vedea ce particulă elementară o vom asocia unei anumite stări excitate de energie nulă a corzii (vezi figura 19.20). Aşa cum am menţionat, vom alege doar stările excitate de energie riguros nulă, deorece doar ele pot descrie particulele observabile care au o masă mult mai mică decât masa Planck. Pentru început, trebuie să ne asigurăm că excitaţiile acestea de energie nulă au gradele de libertate ale particulei elementare pe care vrem s-o descriem (polarizarea, de exemplu).

În cazul nostru, prima excitaţie cuantică a corzii, care are $D-2$ moduri de vibraţie transversale, ar putea descrie *fotonul*, care are două polarizări transversale, deci tot cu două mai puţine decât numărul total de dimensiuni observabile ale universului (patru). Pe de altă parte, toate celelalte stări excitate, care au energie mai mare, vor descrie particule cu o masă de repaus de ordinul masei Planck. Ca atare, vom neglija aceste excitaţii, spunând că oricum stări de asemenea energie înaltă (dată de masa Planck) nu vor fi obţinute curând în laboratoarele noastre (vezi tabelul 19.20).

Acest rezultat subminează oarecum aşteptarea noastră din discuţia de la începutul capitolului, unde am presupus că diversele stări excitate ale corzilor descriu particule elementare de diverse mase. Acest lucru nu se întâmplă! Vedem că de fapt nu vom utiliza decât prima stare excitată a corzilor, singura care are energie nulă, celelalte sunt inutilizabile. Rezultatul se va păstra de-a lungul diverselor forme ale teoriei corzilor, în sensul că nu vom utiliza în prima variantă decât stările de energie nulă pentru a descrie particulele elementare cunoscute.

Observaţia de mai sus pare că ia din farmecul teoriei corzilor relativiste, însă argumentul poate fi întors pe dos. Astfel, am menţionat că, dacă luăm constantele fundamentale şi formăm din ele mărimi, vom obţine mărimile Planck. Aceasta ne face să credem că masa de repaus cea mai *naturală* a unei particule este masa Planck, care este cu ordine de mărime mai mare decât masa obişnuită a particulelor.

Teoria corzilor relativiste (în 26 de dimensiuni) vine cu un model ce explică observaţia de mai sus. Astfel, la energiile mici obişnuite ale universului actual, doar stările de energie *nulă* sunt active, celelalte stări excitate ale corzii relativiste neputând fi atinse. Pur şi simplu universul este prea „îngheţat", iar corzile relativiste rămân în starea lor de energie nulă. Observăm deci experimental doar particule a căror masă de repaus este mult mai mică decât masa Planck, deşi intrinsec (la temperaturi mari, atunci când stările corzii relativiste sunt excitate) masa de repaus a particulelor descrise de coardă va fi masa Planck.

Să revenim acum la problema celor 22 de dimensiuni spaţiale suplimentare faţă de cele trei cunoscute. Unde sunt ele, dacă nu au fost măsurate până acum? Răspunsul iniţial al fizicienilor este că aceste dimensiuni sunt *compactate*, deci că sunt atât de mici încât nu se văd nici cu ochiul liber, ba chiar nici în laboratoare (vezi figura 19.21).

Despre aceste dimensiuni suplimentare vom discuta în secţiunea 199. În principiu însă, ele pot fi comparate cu o aţă văzută de la distanţă: acea aţă pare să aibă numai o singură dimensiune, în lungul ei. Pe de altă parte, dacă ne apropiem de aţă, sau suntem o furnică ce se plimbă pe aţă, vom vedea că aţa are *două* dimensiuni, cea de-a doua generând suprafaţa sa cilindrică.

Avantajul major al dimensiunilor suplimentare este că le putem compacta în multe feluri. Fiecare compactare rupe simetria spaţiului iniţial şi generează geometrii foarte diferite, în funcţie de alegerea compactării. Fizicienii speră ca această rupere de simetrie să poate fi asociată cu diversele simetrii ale particulelor elementare, de exemplu

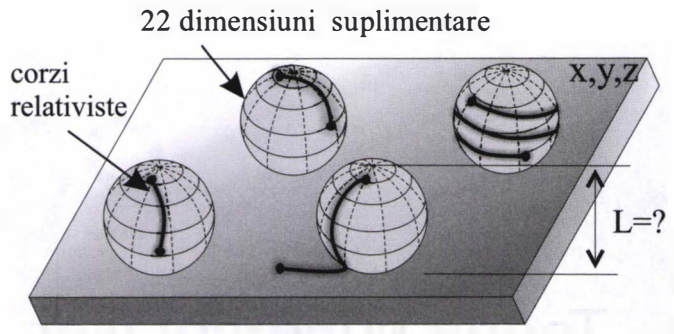

Figura 19.21: *În figură este schițată compactarea celor 22 de dimensiuni spațiale suplimentare în teoria corzii bosonice. Planul reprezintă spațiul tridimensional obișnuit. Sferele reprezintă dimensiunile compactate, a căror mărime L este încă necunoscută, însă e foarte mică. „Sforile" de pe cercuri reprezintă corzile relativiste, care pot explora aceste dimensiuni, fiind suficient de mici.*

$SU(2) \times U(1) \times SU(3)$ din modelul standard al particulelor elementare.

Un astfel de scenariu este posibil, deși până acum nimeni nu a găsit compactarea corectă care să explice spectrul de masă al particulelor elementare observate în natură. Cu toate acestea, oponenții teoriei corzilor deja se plâng de o alegere particulară a unei compactării față de alta, căci alegerea acesteia va fi destul de arbitrară, spun ei. De fapt, alegerile pentru compactare sunt atât de diverse încât, spun criticii, teoria corzilor va explica *orice* formă a particulelor elementare. De aici vine critica ce spune că nu se poate demonstra niciodată că teoria corzilor este falsă, prin urmare nu este o teorie științifică (pentru că orice teorie științifică trebuie să fie falsificabilă).

Ne vom întreba în final dacă stările cuantice ale corzilor descriu *fermioni* ori *bosoni*. Răspunsul nu este simplu, deoarece am folosit până acum numai prima cuantificare pentru particule. Cu toate acestea, caracterul fermionic sau bosonic al particulelor poate fi regăsit în numărul oscilațiilor transversale și modul acestora de transformare.

Astfel, se poate arăta că starea de energie minimă (cea de energie negativă) este *nedegenerată* (adică există o singură astfel de stare cu acea energie). Apoi se arată că prima stare excitată (cea de energie nulă) are caracter *vectorial*, în care însă numai polarizările transversale sunt vizibile. În termeni tehnici, spunem că starea de energie minimă descrie o particulă *scalară* (tahionul), ce nu are componente, deci spinul ei este zero, particula fiind așadar un *boson* (vezi tabelul 19.20). Pe de altă parte, prima stare excitată se transformă ca un vector, deci are spinul 1. Ea descrie tot un boson, putând reprezenta fotonul. În acest fel, fizicienii au arătat că *toate* stările cuantice ale corzilor descriu *bosoni*, de unde și numele folosit în titlul acestei secțiuni: *coarda bosonică*.

Observăm astfel că, până acum, am obținut un rezultat pozitiv prin identificarea primei stări excitate a corzii cu fotonul, prezicând corect și numărul de polarizări ale sale, dar că avem un rezultat negativ prin prezența tahionului în teorie. Același lucru se întâmplă și pentru coarda închisă, caz în care teoria prezice corect *gravitonul* (particula cuantică purtătoare a interacțiunii gravitaționale), dar rămâne încă tahionul (vezi tabelul 19.20).

De remarcat că prezența gravitonului pentru coarda închisă este un succes, deorece chiar și într-o teorie cu corzi deschise ne așteptăm ca acestea să-și poată uni capetele, devenind corzi închise. Teoria corzilor relativiste include atunci natural gravitonul printre particulele sale.

Cu toate acestea, ambele teorii ale corzilor (închise și deschise) au dezavantajul că prezic numai bosoni. Ținând cont de acest lucru, vom numi de acum încolo teoria corzilor relativiste în forma introdusă până acum *teoria corzilor bosonice*. Pentru a fi consistentă, teoria se manifestă într-un spațiu-timp cu 26 de dimensiuni.

Recapitulând, vedem că teoria corzilor bosonice prezice câteva lucruri remarcabile, dar are unele neajunsuri. O parte din aceste neajunsuri sunt îndepărtate dacă teoria corzilor bosonice e completată cu niște proprietăți noi, devenind teoria *supercorzilor*, așa cum vom vedea în capitolul următor. Avantajul major este că noua teorie prezice atât bosoni, cât și fermioni. Câștigul va fi obținut însă pe seama creșterii complexității teoriei și a introducerii unor noi presupuneri.

20 Teoria supercorzilor

În capitolul precedent am introdus *teoria corzilor relativiste.* Am văzut că aceste corzi relativiste au dimensiuni foarte mici, de ordinul lungimii Planck 10^{-35}m, și că ele ar trebui să descrie toate particulele elementare cunoscute: electron, foton, quarc etc. Toate aceste particule ar fi alcătuite din același tip de coardă, iar *modul de vibrație* al corzii ne dă o particulă sau alta.

Așteptarea aceasta a fost oarecum subminată atunci când am înțeles că masa clasică de repaus a unei corzi relativiste este de ordinul masei Planck 10^{19}GeV, adică de multe miliarde de ori mai mare decât cea a particulelor elementare cunoscute (electronul are de exemplu 0, 5MeV). Nici în situația cuantică lucrurile nu stau mai bine, căci și aici nivelurile de energie ale corzii relativiste sunt de ordinul energiei Planck și deci masa reprezentată de ele va fi tot de ordinul Planck.

Din fericire, situația a fost salvată in extremis de presupunerea că universul ar avea 26 de dimensiuni spațio-temporale. Am văzut că unul dintre nivelurile cuantice de energie ale corzii relativiste are energia *nulă*, și deci descrie o particulă cu masa de repaus nulă. De aceea, presupunând că ne aflăm într-un univers cu 26 de dimensiuni, *toate* particulele elementare cunoscute sunt descrise tocmai de acest nivel de energie nulă, deci ele au o masă de repaus *nulă* în prima situație.

În felul acesta am coborât masa de repaus a particulelor cu ordine de mărime mai mici decât masa Planck, semn că ne aflăm pe drumul cel bun. O analiză mai riguroasă arată nu numai că cele 26 de dimensiuni ale spațiului-timp sunt utile, dar chiar că sunt necesare pentru a păstra consistența matematică a teoriei.

Pornim deci cu o masă de repaus nulă a particulelor elementare. Particulele vor căpăta masă de repaus prin alte mecanisme, de exemplu mecanismul Higgs sau cel de compactare a celor 22 de dimensiuni spațiale noi. Căci este evident că aceste dimensiuni nu sunt vizibile pentru noi, iar una dintre posibilități este ca ele să fie compactate foarte mult, dincolo de puterea de măsură a echipamentelor moderne.

Am încheiat capitolul precedent subliniind faptul că teoria corzilor relativiste, așa cum a fost prezentată până acum, descrie din păcate doar bosoni (fotoni, gluoni, însă nu electroni sau quarci). De aceea, teoria de până acum mai este cunoscută și sub numele de *teoria corzilor bosonice.*

Absența fermionilor din teorie este un neajuns grav, pe care încercăm să-l corectăm prin introducerea unei extensii a teoriei de până acum. Extensia aceasta poartă numele de *teoria supercorzilor* (subînțelegând deja că sunt relativiste).

197. Supercoarda și universul cu 10 dimensiuni

După cum am văzut, teoria corzilor relativiste descrie în forma ei de bază doar *bosoni.* Pentru a include și *fermioni* în teorie, fizicienii au încercat diverse extensii ale modelului de început. Una dintre ele a fost adăugarea unor *sarcini* la capetele corzii relativiste. Modelul folosit copiază în parte comportarea așteptată în cadrul interacțiunilor nucleare, acolo unde s-a crezut o vreme că mezonii ar fi fost descriși de o coardă relativistă. Coarda ar fi avut două sarcini, câte una la fiecare capăt, sarcini atribuite quarcului și antiquarcului din care e alcătuit mezonul.

Am menționat deja această ipoteză și am spus că ea explică în parte comportarea forței de culoare dintre quarci care, paradoxal, crește pe măsură ce quarcii se îndepărtează unul de altul, și scade pe măsură ce ei se apropie. În timp, teoria sarcinilor la capetele corzii relativiste, propusă de J. Paton și H. M. Chan, a căpătat diferite accente și încă se mai păstrează parțial în diversele variante moderne ale teoriei corzilor.

Soluția general acceptată de a introduce fermionii în teoria corzilor relativiste a fost dezvoltată în anii '70, printre alții, de către Pierre Ramond, Andrei Neveu și John Schwarz. Ei au construit un model mai complex al corzii relativiste, care se numește *supercoardă.* Despre acest model vom discuta în continuare.

Astfel, în noua extensie a teoriei corzilor relativiste, o supercoardă este o coardă relativistă bosonică (așa cum a fost prezentată până acum) căreia i se adaugă proprietăți *suplimentare* pe lungimea ei. Aceste proprietăți sunt însă *intrinseci* și nu au de-a face cu vibrația fizică a corzilor. Ele pot fi descrise de oscilația unui câmp fermionic ce se manifestă de-a lungul întregii corzi (fie ea închisă sau deschisă).

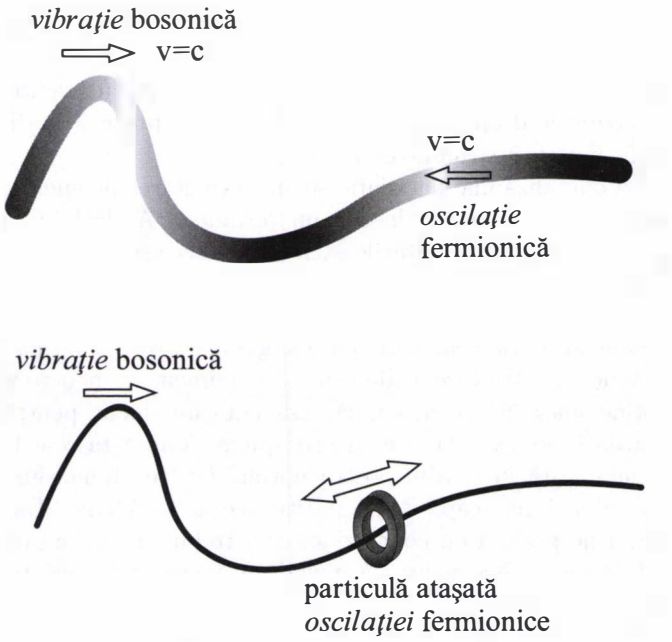

Figura 20.1: *În figură este schițată o supercoardă deschisă, în două reprezentări echivalente (sus și jos). Supercoarda are aceeași mișcare de* vibrație *ca și coarda bosonică. Vibrațiile se deplasează de-a lungul corzii cu viteze egale cu viteza luminii și ele reprezintă unduiri fizice ale supercorzii. În plus însă, supercoarda are o proprietate intrinsecă suplimentară, care poate fi descrisă (imaginea de sus) de o* oscilație *a unui câmp fermionic ce evoluează pe coardă. Oscilația aceasta nu are nimic de-a face cu vibrația fizică a supercorzii și ea este reprezentată în figură ca o schimbare de nuanță a supercorzii. Cuanta de energie a oscilației fermionice poate fi asociată unei particule (fermion) constrânsă să se deplaseze pe coarda relativistă (figura de jos).*

Într-un mod simplificat, putem vizualiza noul câmp fermionic ca un fel de nuanță atașată corzii relativiste. Schimbarea în nuanță reprezintă oscilațiile acestui câmp fermionic. Cuanta de energie a acestui câmp poate fi asociată unui fermion care ar fi constrâns să trăiască doar pe coarda relativistă (vezi figura 20.1).

Poate mai importantă decât vizualizarea noilor oscilații ale câmpului fermionic atașat corzii relativiste este forma nivelurilor de energie introduse de aceasta. Ele vor contribui la masele de repaus ale particulelor descrise de noua supercoardă, dar și la caracterul lor de spin, determinând în final dacă particulele vor fi bosoni sau fermioni. Pentru a vedea cum noul câmp fermionic ce se dezvoltă pe supercoardă influențează evoluția acesteia, să ne reamintim mai întâi cum arată nivelurile de energie ale unei *oscilații bosonice* și ale unei *oscilații fermionice*, așa cum au fost introduse în secțiunile 130 și 184.

Am văzut acolo că un resort clasic poate fi cuantificat în două moduri. Dacă se presupune că el reprezintă un oscilator bosonic, atunci după cuantificare va avea un număr infinit de niveluri de energie, situate la intervale $\Delta E = hf$, unde f este frecvența de oscilație a resortului. De aceea, resortul poate înmagazina oricât de multe pachete de energie $\Delta E = hf$. În plus, energia minimă este $E_0 = hf/2$, numită energie de zero. Dacă presupunem că resortul reprezintă un oscilator fermionic, atunci el nu va avea după cuantificare decât două stări de energie: $E_0 = -hf/2$ (energia de zero) și $E_1 = hf/2$. În al doilea caz resortul înmagazinează un singur pachet discret de energie $\Delta E = hf$ în plus față de energia de zero.

Revenind la supercoarda noastră, pentru a studia comportarea sa, trebuie să adăugăm noile oscilații fermionice ale câmpului suplimentar de pe coardă la vibrația fizică a corzii relativiste (cea care îndoaie fizic coarda în mișcarea ei), așa cum a fost ea introdusă în capitolul precedent. Pentru a face distincția clară între cele două de acum încolo, vom folosi termenul de *vibrație* numai pentru modurile de vibrație fizică ale corzii relativiste. Acestea sunt, așa cum am văzut, *vibrații bosonice*. Apoi, vom folosi termenul de *oscilații* numai pentru *oscilațiile fermionice* ale noului câmp fermionic prezent pe lungimea supercorzii. Să nu uităm deci că o supercoardă e caracterizată de suma dintre vibrațiile bosonice (cele care îndoaie coarda) și oscilațiile fermionice (cele care dau diverse nuanțe ale corzii relativiste).

Să luăm pentru început cazul corzii deschise și să vedem mai în detaliu ce se întâmplă. Aici se arată matematic că există două tipuri de soluții pentru oscilațiile fermionice rezonante de pe coardă, în funcție de condițiile la capete ale acesteia. Alegerea condițiilor la capete pentru noile oscilații fermionice se face de la început și rămâne neschimbată pe tot parcursul „vieții" supercorzii respective (vezi figura 20.2).

Aceste două tipuri de soluții sunt desemnate în literatura de specialitate prin două „sectoare": sectorul *Ramond* (R) și sectorul *Neveu-Schwarz* (NS), de la numele fizicienilor care le-au studiat. În sectorul *Ramond* (R) oscilațiile corzii au aceleași valori la cele două capete libere ale corzii deschise. Simplist, ne putem imagina coarda „vopsită" cu aceeași nuanță la capete. În sectorul *Neveu-Schwarz* (NS) valorile oscilației la capetele corzii vor fi opuse. Diferența dintre cele două sectoare este însă crucială: supercorzile din sectorul R vor descrie în final particule ce se comportă ca *fermioni*, iar cele din sectorul NS vor descrie particule ce se comportă ca niște *bosoni* (vezi figura 20.2). Deoarece condițiile la capete nu se schimbă, particulele vor rămâne toată „viața" lor fermioni sau bosoni, așa cum au fost la început.

După cum am văzut, orice supercoardă e caracterizată de suma dintre vibrațiile bosonice și oscilațiile fermionice. Acum însă, oscilațiile fermionice intrinseci vor prelua energie suplimentară, deci vor avea o contribuție la masa de repaus a supercorzii. Datorită acestui lucru, ar trebui să recalculăm energia cuantică de zero a supercorzii, cea care dă masa de repaus a particulelor descrise de supercoardă, așa cum am făcut în capitolul precedent pentru coarda bosonică. Nu vom reface în detaliu calculele, dar vom trece în revistă raționamentele căci, după cum vom vedea, numărul de dimensiuni ale spațiului-timp în care supercoarda trebuie să existe nu va mai fi $D = 26$, ci $D = 10$!

Calculul trebuie făcut diferit în cele două sectoare, NS și R, care au condiții la capete diferite pentru oscilația fermionică. În sectorul R oscilațiile fermionice au o frecvență *fundamentală* f care este egală cu cea a vibrației fizice a corzii (vezi figura 20.2). Rezultatul se datorează în esență faptului că atât vibrațiile, cât și oscilațiile sunt rezonante

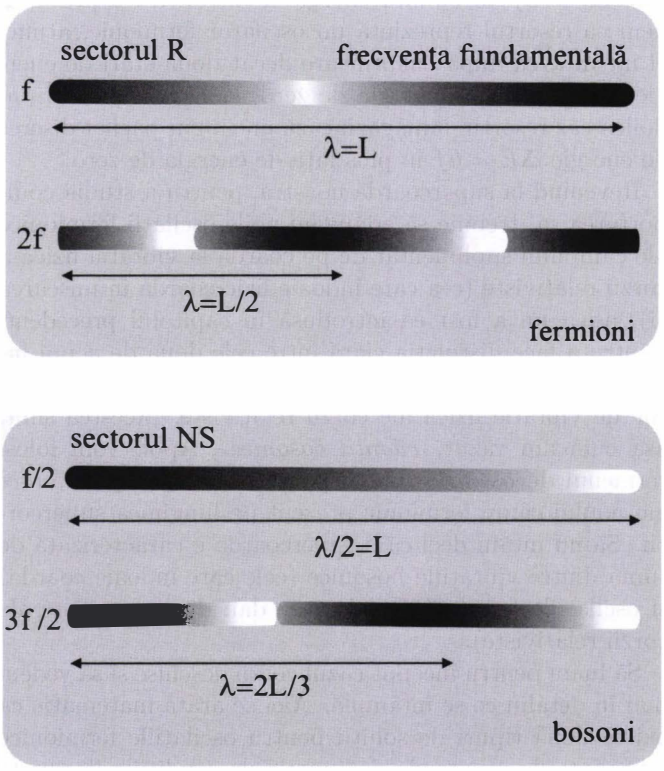

Figura 20.2: *Sus este schițată oscilația fermionică pentru o supercoardă în sectorul R. Supercoarda este reprezentată printr-o bară îngroșată, iar nuanțele de pe ea reprezintă oscilația fermionică, oscilație care se deplasează cu viteza luminii c pe lungimea L a corzii. Condiția la capete în sectorul R este ca oscilațiile rezonante la capetele corzii să ia aceleași valori. De aceea, în afara frecvenței fundamentale $f = c/L$, se obțin și armonici cu frecvențele $2f$, $3f$ etc., deoarece cu cât lungimea de undă $\lambda_n = L/n$ este mai mică, cu atât frecvența $f_n = c/\lambda_n = nf$ este mai mare. Jos este schițat cazul sectorului NS. Aici valorile oscilației fermionice rezonante sunt opuse la cele două capete (nuanțe mai închise și mai deschise). De aceea, frecvența fundamentală $f/2$ este acum o jumătate din cea precedentă (lungimea de undă este de două ori mai mare decât lungimea corzii L), iar armonicile trebuie să fie $3f/2$, $5f/2$ etc. pentru a satisface aceleași condiții la capete.*

(încap de un număr întreg de ori pe lungimea corzii), iar ambele se propagă pe coardă cu aceeași viteză a luminii. Pentru că amândouă au aceeași frecvență, valoarea energiei minime a oscilației fermionice $-hf/2$ va compensa exact (negativă fiind) valoarea energiei minime a vibrației fizice $hf/2$ (vezi și figura 12.9).

Acest lucru se întâmplă nu numai pentru frecvența fundamentală, dar și pentru celelalte armonici nf ale oscilațiilor, și pentru fiecare mod de vibrație (care sunt în număr egal pentru oscilațiile fermionice și vibrațiile bosonice). În acest fel, pentru fiecare mod de vibrație și pentru fiecare armonică sau frecvență fundamentală, oscilația fermionică are un partener în vibrația bosonică, ceea ce face ca *energiile de zero* (energiile nivelurilor de energie minimă) să se compenseze reciproc (pentru că frecvențele celor două sunt egale, însă energiile au semn opus). În final vom spune, cu plăcută surprindere, că supercoarda din sectorul R are energia minimă totală *nulă*, deci poate descrie pentru început particulele elementare cunoscute, așa cum ne dorim! Aceasta indiferent de numărul de dimensiuni ale spațiului-timp.

La o analiză mai detaliată, se arăta că starea de energie minimă (nulă acum) descrie un *fermion*. Același lucru este valabil și pentru stările excitate, de aceea supercorzile deschise din sectorul R descriu fermioni.

Surpriza este cât se poate de frumoasă. Nu mai avem *tahion* în teorie (particulă cu energie negativă) și nu mai trebuie să introducem dimensiuni suplimentare pentru a obține masa de repaus nulă, așa cum am făcut pentru coarda bosonică. Am putea presupune că această coardă se manifestă în spațiul nostru normal cu trei dimensiuni spațiale, și am scăpa de o multitudine de probleme. Dar să nu ne grăbim cu concluziile, căci trebuie să ne uităm și în sectorul NS, pentru a include în teorie și *bosoni*, nu numai fermioni.

Din păcate însă, în sectorul NS lucrurile nu stau prea grozave. Aici oscilațiile fermionice care apar au o frecvență fundamentală $f/2$ care este *jumătate* din frecvența fundamentală f de vibrație a corzii (vezi figura 20.2). De aceea trebuie din nou să calculăm energia minimă totală a supercorzii, ca sumă a energiilor minime pentru oscilațiile fermionice și vibrațiile bosonice. Vom face și noi calculul, chiar dacă este puțin mai lung. Aceasta pentru a vedea cu ochii noștri de ce este nevoie de 10 dimensiuni ale spațiului-timp!

Să începem mai cu energia minimă a *vibrațiilor bosonice*. Ea are o formă discutată în capitolul precedent. Astfel, într-un univers cu D dimensiuni ale spațiului-timp, energia minimă a tuturor modurilor de vibrație la un loc este o sumă a energiei minime a vibrației pe frecvența fundamentală f și a armonicilor sale nf, la care trebuie să ținem cont și de numărul $D-2$ de moduri transversale de vibrație:

$$E_0^b = (D-2)\left[\frac{h}{2}f\,(1+2+3+4+\ldots)\right] = -\frac{D-2}{24}hf$$

Mai sus am folosit prelungirea analitică a funcției Riemann, așa cum a fost ea introdusă în secțiunea 195. Am adunat energiile minime ale frecvenței fundamentale f și ale armonicilor nf, iar la sfârșit am înmulțit cu $D-2$ pentru că avem $D-2$ moduri de vibrație *transversală* a supercorzii.

Să calculăm acum energia de zero a tuturor *oscilațiilor fermionice* luate la un loc. Pentru aceasta să ne aducem aminte că frecvența fundamentală a oscilațiilor este $f/2$ în sectorul NS (vezi figura 20.2). Ea conduce la o energie de zero cu valoarea negativă $-(h/2)(f/2)$, pentru că oscilația este fermionică. Apoi trebuie să ținem cont de condițiile la capete pentru a calcula frecvențele armonicilor. Privind figura 20.2 vedem că, pentru a satisface aceleași condiții la capete asociate sectorului NS, armonicile trebuie să aibă frecvențele $(2k+1)(f/2)$, unde $k = 1, 2, \ldots$ Energia de zero a unei astfel de armonici este atunci $-(h/2)(2k+1)(f/2)$.

Suma totală a energiilor minime (pentru frecvența fundamentală și toate armonicile), pentru toate modurile de oscilație (care sunt tot $D-2$, ca și cele de vibrație) devine:

$$E_0^f = (D-2)\left[-\frac{h}{2}\frac{f}{2}(1+3+5+7+\ldots)\right]$$

Acum însă, cu puțin imaginație, obținem

$$\begin{aligned}(1+3+5+7+\ldots) &= (1+2+3+4+\ldots) - (2+4+6+8+\ldots)\\ &= (1+2+3+4+\ldots) - 2(1+2+3+4+\ldots)\\ &= -(1+2+3+4+\ldots) = \frac{1}{12}\end{aligned}$$

Folosind valoarea de mai sus în relația precedentă, obținem energia minimă (de zero) a *oscilațiilor fermionice*:

$$E_0^f = (D-2)\left(-\frac{hf}{4}\right)\frac{1}{12} = -\frac{D-2}{48}hf$$

Adăugând apoi și energia minimă a *vibrațiilor bosonice* (calculată la început) obținem energia minimă *totală* a supercorzii din sectorul NS:

$$E_0 = E_0^b + E_0^f = -\frac{D-2}{24}hf - \frac{D-2}{48}hf = -\frac{D-2}{16}hf$$

Din păcate, această valoare a energiei de zero este *negativă*, ceea ce înseamnă că în sectorul NS supercoarda de energie minimă descrie din nou un *tahion*, ca în teoria corzii relativiste obișnuite. Veste proastă, deci.

Să vedem acum care este energia *primei* stări excitate. Cum oscilația fermionică are o frecvență fundamentală $f/2$ care este jumătate din frecvența vibrației fundamentale f, pe aceasta trebuie s-o luăm în considerare, deoarece toate celelalte armonici ne vor aduce pe un nivel mai ridicat de energie. Energia primei stări excitate a supercorzii este cu $\Delta E = h(f/2)$ mai mare decât energia minimă pe care tocmai am calculat-o, și ea devine:

$$E_1 = E_0 + h\frac{f}{2} = -\frac{D-2}{16}hf + \frac{hf}{2} = \frac{10-D}{16}hf$$

Observăm acum că, dacă universul are $D = 10$ dimensiuni, obținem precis o valoare *nulă* pentru energia *primei* stări excitate, deci și pentru masa particulei, adică exact așa cum ne dorim ca să evităm valoarea foarte mare a masei Planck (vezi discuția din capitolul precedent). Cu alte cuvinte, universul în care supercoarda se manifestă trebuie să aibă acum *10 dimensiuni* spațio-temporale!

Așa cum am menționat, caracterul stărilor excitate ne spune dacă avem de-a face cu fermioni sau bosoni. O analiză atentă ne arată că în sectorul NS starea de energie minimă (cea negativă) descrie o particulă de spin zero, care este deci un boson. Ea reprezintă *tahionul*. Prima stare excitată, cea care are masa nulă în universul de zece dimensiuni, poate fi asociată fotonului, care este tot un boson. În acest fel, se arată că toate particulele descrise de supercoardă în sectorul NS sunt *bosoni*, deși, atenție, oscilațiile de pe suprafața supercorzii sunt de natura fermionică. Aceasta desigur, pentru că oscilațiile fermionice au trebuit adunate la vibrațiile bosonice ale supercorzii.

În cazul sectorului R, am văzut că masa stării de energie minimă este nulă, indiferent de numărul de dimensiuni ale universului, deci în acest sector nu apar tahioni. Desigur, în acest caz nu avem nevoie de un univers cu 10 dimensiuni. Cu toate acestea, pentru că supercorzile din sectorul R descriu *numai fermioni*, iar cele din sectorul NS descriu *numai bosoni*, este necesar să presupunem că supercoarda se mișcă într-un univers de $D = 10$ dimensiuni, dacă vrem să descriem împreună atât bosonii, cât și fermionii.

Chiar dacă aducem cele două sectoare împreună și presupunem că o supercoardă se mișcă într-un univers cu zece dimensiuni, tot nu am terminat povestea. Aceasta pentru că supercorzile din sectorul NS încă vor descrie *tahioni*. Pentru a elimina tahionii complet din teorie și a face potrivirea mai bună, mai avem nevoie de un ingredient, care poartă numele de *proiecție GSO*. Ea aduce cu sine un câștig neașteptat: *supersimetria* particulelor elementare! Despre aceasta însă, în secțiunea următoare.

198. Supersimetria și proiecția GSO

Așa cum am discutat în cadrul secțiunii 184, supersimetria este o caracteristică a particulelor elementare, mult dorită de unii teoreticieni, dar încă nedemonstrată experimental. În această teorie, fiecărui fermion i-ar fi asociat un boson de aceeași masă, numit *superpartener*, și invers.

În acest fel, fiecare particulă ar avea un superpartener de masă egală, însă de tip opus, care urmează să fie descoperit. Astfel, fermionul electron ar avea ca superpartener o particulă ce se numește *selectron*, și care ar fi un boson. Bosonul foton ar avea ca superpartener particula *fotino*, care ar fi un fermion și așa mai departe. Însă, pentru că acești superparteneri nu au fost descoperiți până acum, fizicienii cred că supersimetria este ruptă, și că superpartenerii ar avea în experimente mase diferite de partenerii lor (mult mai mari, de aceea nu ar fi fost detectați).

Așa cum este construită până acum, teoria supercorzilor nu descrie încă particule supersimetrice. Să ne aducem numai aminte că *tahionul* (particula de energie negativă) există în sectorul NS, dar nu și în sectorul R. Pentru a face teoria *supersimetrică*, trebuie ca fiecare fermion din sectorul R să aibă un superpartener boson în sectorul NS, și invers. În plus, în modelul inițial, partenerii trebuie să aibă aceeași masă de repaus.

Dacă este așa, trebuie să fim conștienți de un lucru încă de la început. În cele mai multe stări energetice ale sale, supercoarda descrie particule de o masă foarte mare, masa Planck, care nu pot fi particulele elementare cunoscute. Singurele supercorzi care pot descrie spectrul cunoscut de particule elementare vor fi cele care au energia *nulă* (deci masa de repaus nulă). În acest caz, atât particulele aceasta, cât și *superpartenerii* lor vor avea inițial masa de repaus nulă.

Faptul că particulele cunoscute (electronul, de exemplu) au masa de repaus nenulă și că superpartenerii lor trebuie să aibă o masă de repaus chiar mai mare (pentru că nu au fost descoperiți), trebuie explicat ulterior printr-un mecanism suplimentar, care ar urma să fie găsit. Acest mecanism poartă numele de *rupere de supersimetrie*.

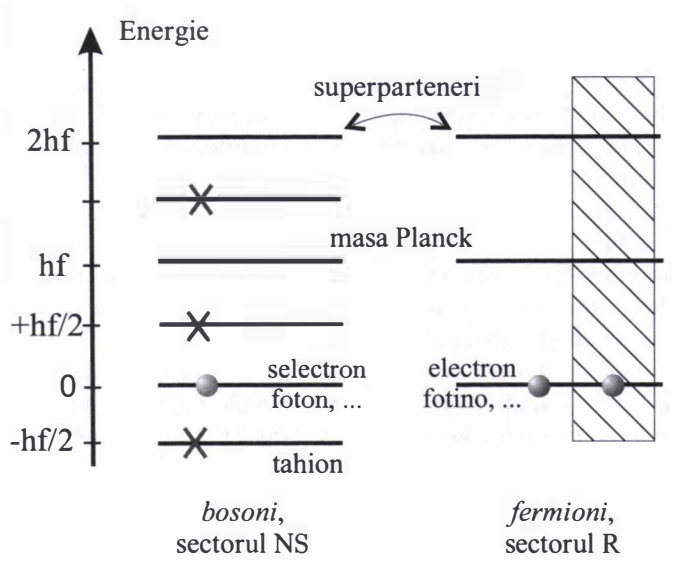

Figura 20.3: *În figură este exemplificată proiecția GSO. În stânga sunt reprezentate nivelurile de energie totală ale supercorzii din sectorul NS, unde aceasta descrie bosoni. Nivelurile de energie încep de la $-h(f/2)$, unde f este frecvența fundamentală a vibrației. În dreapta sunt reprezentate nivelurile de energie totale în sectorul R, acolo unde supercoarda reprezintă fermioni. După cum se vede, în stânga sunt niveluri (cele cu un X) care nu au corespondent în dreapta. Ele se elimină ad-hoc prin proiecția GSO. De remarcat că în acest fel „dispare" din teorie tahionul. În dreapta, aceleași niveluri de energie găzduiesc de două ori mai multe particule decât în stânga. Pentru a realiza supersimetria, o jumătate din aceste particule descrise de supercoardă se elimină în funcție de chiralitatea lor.*

Teoria supercorzilor, așa cum a fost construită până acum, nu este deci supersimetrică. Unul dintre motive este că sectorul NS descrie intrinsec *mai multe* mase de repaus posibile ale particulelor decât sectorul R. Astfel, în sectorul NS oscilația fermionică a supercorzii are o frecvență fundamentală $f/2$ care este *jumătate* din cea a vibrației fundamentale f din sectorul R (vezi figura 20.2). Aceasta face ca diferența minimă dintre două stări excitate să rămână mereu $hf/2$ în sectorul NS (vezi figura 20.3).

Pe de altă parte, în sectorul R frecvența fundamentală atât pentru oscilațiile fermionice, cât și pentru vibrațiile bosonice este *aceeași*, și anume f. Diferența minimă dintre două niveluri excitate ale supercorzii este acum hf. Simplu spus, în sectorul NS avem de două ori *mai multe* niveluri de energie disponibile (cu o distanță de $hf/2$ între ele) decât în sectorul R (unde distanța între ele este hf). În felul acesta avem și de două ori mai multe mase de repaus posibile pentru particulele descrise de sectorul NS față de cele descrise de sectorul R (vezi figura 20.3). Cu alte cuvinte, există bosoni în sectorul NS care nu au corespondent un fermion în sectorul R, ei sunt deci prea mulți. Așadar, teoria nu este încă supersimetrică.

Pentru a face teoria supersimetrică în 10 dimensiuni, mai avem nevoie de câteva ingrediente pentru supercoardă, incluse în așa-numita *proiecție GSO* (după numele fizicienilor Ferdinando Gliozzi, Joel Scherk și David Oliv care au propus mecanismul). Ea constă la început în *eliminarea ad-hoc* a bosonilor din sectorul NS care sunt în plus, deci a acelor bosoni ale căror niveluri de energie nu au corespondent în sectorul R (vezi figura 20.3). Procedeul, deși pare artificial, este justificat matematic într-o analiză riguroasă.

Rezultatul va fi că scăpăm de *jumătate* din nivelurile de energie ale bosonilor descriși de sectorul NS și rămânem cu un număr egal cu cel al nivelurilor de energie al fermionilor din sectorul R, și cu aceleași valori ale energiei. În acest fel vom avea o corespondență exactă între nivelurile de energie din cele două sectoare, și deci între masele particulelor descrise de ele. Astfel, fiecare boson din sectorul NS va avea un superpartener fermion din sectorul R, de exact *aceeași* energie, deci cu aceeași masă de repaus. Această eliminare *ad-hoc* ne aduce un câștig neașteptat: starea tahionică din sectorul NS este automat eliminată, căci ea nu avea pereche în sectorul R.

Dar procedura GSO nu se oprește aici, pentru că nu numai nivelurile de energie trebuie să se potrivească „unu la unu", dar și *numărul de particule* pe care le găzduiesc! Cu alte cuvinte, câți bosoni avem pe un nivel de energie al sectorului NS, tot atâția fermioni ar trebui să avem pe un nivel de aceeași energie din sectorul R. De data aceasta, rețeta GSO elimină dintre fermionii din sectorul R pe aceia care nu au corespondent un boson în sectorul NS. Alegerea însă se face pe baza *chiralității* particulelor, iar în final mai rămân în sectorul R doar jumătate din posibilii fermioni descriși de supercoardă (vezi figura 20.3).

Chiralitatea este utilă în mod practic. Astfel, am văzut că în modelul standard al particulelor elementare, neutrinii au numai un anume tip de chiralitate. Eliminând din sectorul R fermioni pe baza chiralității lor, *rupem* de fapt simetria de chiralitate. Dacă suntem norocoși, mai târziu vom putea identifica printre particulele rămase doar neutrinii care au chiralitatea de stânga, cea observată în experiment.

Recapitulând puțin rezultatele pentru supercoarda *deschisă* (cu capetele libere, vezi figura 20.2), vedem că se poate construi o teorie supersimetrică a supercorzilor, care să conțină perechi de bosoni și fermioni superparteneri, cu mase egale. Completitudinea și coerența acestei teorii este încă obiect de cercetare, însă noi am vrut să dăm aici numai o idee despre felul în care se construiește o astfel de teorie. Considerațiile de mai sus constituie baza de plecare a unei teorii supersimetrice consistente a supercorzilor deschise.

În final să menționăm că am inversat puțin ordinea cronologică a evenimentelor, pentru claritatea argumentelor. Astfel, am prezentat într-un capitol precedent teoria supersimetriei, iar în această secțiune teoria supercorzilor. Adevărul este însă că mai întâi au apărut supercorzile și abia apoi teoria supersimetriei! Aceasta pentru că supersimetria particulelor a fost la început o *predicție* a teoriei supercorzilor. Fizicienii au văzut că, pentru a păstra teoria coerentă, trebuie să introducă proiecția GSO, rămânând cu particule supersimetrice. Tocmai de aceea noua teorie a primit numele de teoria supercorzilor, prefixul „super" venind de la supersimetrie. Odată însă ce, în timp, s-a văzut că supersimetria poate fi o caracteristică a particulelor indiferent dacă ele sunt descrise sau nu de corzi relativiste, ea a fost adoptată de mulți fizicieni din afara teoriei corzilor relativiste.

199. Dimensiunile suplimentare ale spațiului în modelul Kaluza-Klein

În secțiunile precedente am prezentat elementele de bază ale teoriei supercorzilor. Am văzut că aceasta este o teorie supersimetrică ce descrie în același timp atât bosoni, cât și fermioni. Pentru ca teoria să fie consistentă matematic dar și pentru că să poată descrie particulele elementare cunoscute, este necesar ca ea să se manifeste în *10 dimensiuni spațio-temporale.* În acest fel, primul nivel de energie va avea energia riguros nulă (vezi figura 20.3), și el va descrie (pentru început) particulele elementare cunoscute și superpartenerii lor încă nedescoperiți.

Întrebarea principală este unde sunt cele șase dimensiuni suplimentare ale spațiului, căci nu pare că le observăm atunci când mergem la plimbare. Răspunsul cel mai frecvent al fizicienilor este că noile dimensiuni sunt *compactate*, cu alte cuvinte că ele sunt *microscopice* și nu au fost încă observate în experimente.

O astfel de presupunere nu este nici nouă, nici nu un apanaj exclusiv al teoriei corzilor relativiste. Ea a devenit cunoscută cu mult înainte ca teoria corzilor relativiste să apară, și anume atunci când fizicienii căutau modele pentru a unifica forțele fundamentale ale naturii.

Să luăm de exemplu teoria gravitației și electromagnetismul clasic. Prima este descrisă de ecuațiile *relativității generale* ale lui Einstein. A doua este descrisă de *ecuațiile lui Maxwell.* Pot fi ambele manifestări ale aceleași ecuații fundamentale? Dacă este așa, atunci trebuie să găsim comportări asemănătoare între cele două teorii, pe baza cărora să reconstruim teoria mai „fundamentală".

La o astfel de încercare s-au încumetat unii dintre fizicieni în anii de după apariția teoriei relativității generale, în frunte cu Einstein. Einstein a avut marele avantaj că teoria sa este o teorie a spațiului-timp însuși, deci e în esență mai „fundamentală" decât toate celelalte teorii clasice. Cu alte cuvinte, unificarea electromagnetismului clasic și relativității generale (dacă există o astfel de unificare) este mai degrabă o *încorporare* a electromagnetismului în teoria relativității.

Sesizând acest aspect, fizicienii Theodor Kaluza și Oskar Klein au fost printre primii care să propună o unificare a relativității cu electromagnetismului. Metoda lor este pe cât de spectaculoasă, pe atât de „periculoasă", și ea mai bântuie și astăzi mințile fizicienilor: introducerea *dimensiunilor suplimentare ale spațiului*, toate *compactate*, pentru că nu sunt observate (vezi figura 20.4). Chiar dacă în final încercarea celor doi fizicieni nu a fost un succes, vom prezenta și noi aici pentru că este relevantă în discuția noastră despre dimensiunile suplimentare ale spațiului în teoria corzilor relativiste.

Astfel, în viziunea lui Kaluza și Klein, câmpul electromagnetic clasic nu este decât o manifestare a unei dimensiuni suplimentare a spațiului (a patra) și iată în ce fel. După cum ne aducem aminte din teoria relativității generale, spațiul-timp nostru obișnuit este *curb.* Curbura

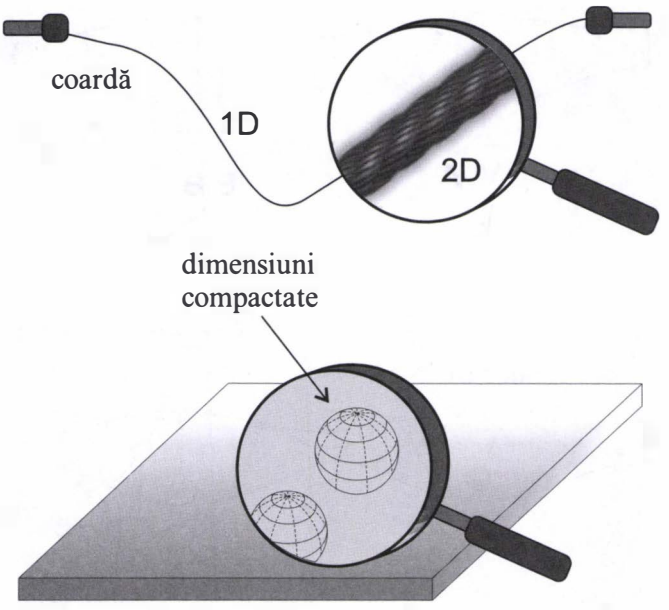

Figura 20.4: *În desenul de sus este reprezentată o coardă de sărit pentru copii, văzută de la distanță. Ea pare că este unidimensională. Din apropiere însă, vom recunoaște structura bidimensională a corzii. Jos este prezentat un plan văzut de la distanță, care pare lucios. Privind cu lupa însă, fiecare punct al planului are două dimensiuni suplimentare compactate, reprezentate ca niște sfere.*

sa este determinată de tensorul energie-impuls al materiei și ea este descrisă de metrica spațiului-timp, notată cu $g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}(x^i)$, unde $\mu, \nu, i = \overline{0,3}$ sunt indici ce indexează coordonata de timp și spațiu, iar x^i este poziția unui eveniment în spațiu-timp. Această metrică se atașează fiecărui sistem de axe care poate fi arbitrar ales în spațiu-timp, și ne ajută să calculăm „distanța" dintre două evenimente în spațiu-timp (intervalul relativist). În practică, intervalul relativist se măsoară cu un ceas care se deplasează liber între cele două evenimente sau cu o riglă. În cazul ceasului, timpul propriu indicat de cadranul său este o măsură directă a intervalului relativist.

Kaluza și Klein au avut îndrăzneala să considere un spațiu cu încă o dimensiune. Unde este acea dimensiune, dacă nu o vedem? Ei bine, dacă spațiul-timp tot este *curb*, poate că acea dimensiune este atât de curbată și atât de mică (*compactată*), încât nici nu se vede cu ochiul liber!

Exemplul cel mai cunoscut este al firului de ață, care, de la distanță, pare unidimensional. De aproape însă, pentru o furnică ce merge pe el, ața are totuși o suprafață, deci este bidimensională (vezi figura 20.4). În același fel ne putem imagina că în *fiecare* punct al spațiului se află un mic cerc. De la distanță nu vedem aceste cercuri (inele) dar, de aproape, o microfurnică ar avea acces la ele. În acest fel spațiul mai capătă o dimensiune aditională, ajungând să aibă patru dimensiuni.

Desigur, imaginea de mai sus este o analogie. Nu trebuie să ne imaginăm că inelele suplimentare ar exista în spațiul nostru tridimensional, căci atunci nu am făcut nimic, spațiul ar rămâne cu trei dimensiuni. Din spațiul nostru, inelele microscopice ar apărea mai mult ca niște

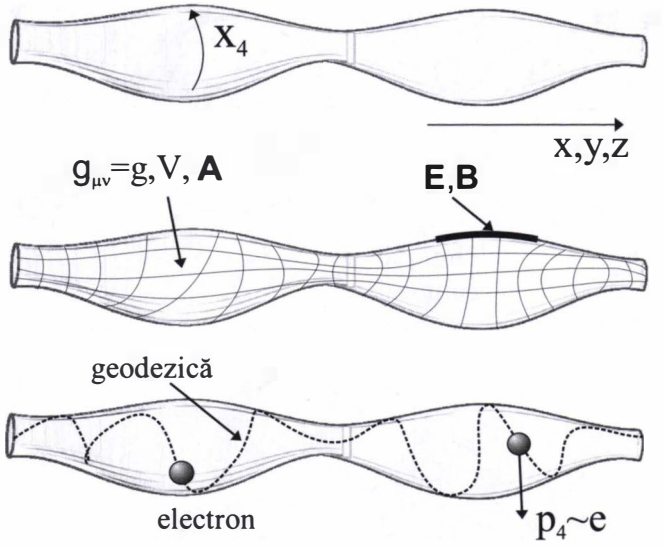

Figura 20.5: *În figură este desenat același cilindru deformat care reprezintă o dimensiune suplimentară a spațiului (a patra), compactată însă, în modelul Kaluza-Klein. Sus sunt reprezentate axele spațiului obișnuit x, y, z și axa celei de-a patra dimensiuni x_4. La mijloc este desenată „harta" acestui spațiu patru-dimensional și pe ea este indicată componenta spațială a metricii $g_{\mu\nu}$, cu ajutorul căreia calculăm distanțele reale. În modelul Kaluza-Klein, o parte din această metrică este dată de ceea ce noi numim potențiale electrodinamice $(V, \mathbf{A})$ ale câmpului electromagnetic. Jos este reprezentată mișcarea liberă a unui electron în acest spațiu patru-dimensional, care are loc pe o geodezică temporală în spațiu-timp. De la distanță, acest cilindru deformat se vede ca o linie dreaptă, iar nouă electronul ni se pare că se deplasează pe o linie dreaptă în spațiul x, y, z. El se deplasează însă și în dimensiunea a patra, mișcare ce îl face să „salte" în stânga și în dreapta. Noi asociem „salturile" unei forțe electromagnetice ce acționează asupra electronului, pentru că nu vedem dimensiunea compactată.*

tunele care scurtcircuitează spațiul. O astfel de analogie este schițată în figura 20.4. Aici însă avem câte o sferă în fiecare punct din spațiu, deci am obține cinci dimensiuni ale spațiului.

În universul lui Kaluza și Klein, spațiul are patru dimensiuni, una dintre ele fiind puternic compactată. Apoi, cei doi fizicieni au încercat să descrie acest spațiu-timp *cinci-dimensional* (dacă luăm în calcul și timpul) cu ecuațiile teoriei relativității generale a lui Einsten. Desigur, ecuațiile au trebuit generalizate, pentru că Einstein le-a scris într-un spațiu-timp de patru dimensiuni, însă asta nu a fost o problemă, un indice în plus pentru dimensiunea suplimentară...

Mărimea curburii în spațiul-timp cu cinci dimensiuni se găsește în valorile metricii $g_{\mu\nu}$ (unde avem acum $\mu, \nu = \overline{0,4}$). Atenție, o parte dintre aceste elemente ale metricii descriu cât de mult este curbat spațiul-timp pe care îl percepem noi (patru-dimensional) și celelalte elemente ale metricii descriu cum este curbată dimensiunea *suplimentară* a spațiului. Acum însă, cei doi fizicieni asociază aceste elemente suplimentare ale metricii potențialelor electrodinamice V, $\mathbf{A}$. Cu alte cuvinte, potențialele electrodinamice ne spun cum este curbat spațiul compactat!

Ipoteza este extrem de atrăgătoare, să recunoaștem. Unda electromagnetică în vid nu ar fi atunci decât o simplă undă de deformare a dimensiunii compactate, iar evoluția câmpului electromagnetic nu ar fi decât evoluția curburii dimensiunii compactate (vezi figura 20.5).

Dacă am generaliza, putem spera că toate celelalte forțe din natură nu ar fi decât manifestări ale unor dimensiuni suplimentare. Fizica s-ar reduce apoi la geometrie și tot ceea ce ar trebui să construim ar fi metrica curburii spațiului-timp în toate dimensiunile. Frumos, nu? Visul matematicienilor, să arate că universul nu este decât o problemă geometrică.

Kaluza și Klein au pornit cu o metrică a spațiului-timp cu *cinci* dimensiuni, au aplicat ecuațiile lui Einstein și au încercat să observe ce se întâmplă. În principiu, pentru că numărul de ecuații este mai mare, ei s-au așteptat să găsească două grupuri de ecuații: unele care descriu metrica dimensiunilor *necompactate* (echivalente cu ecuațiile lui Einstein în spațiul-timpul obișnuit) și un grup care descrie comportarea noii dimensiuni *compactate* (ecuații echivalente cu legile lui Maxwell).

Încercarea a reușit până la un punct. De exemplu, în acest univers cu cinci dimensiuni particula se mișcă liber pe o geodezică, exact ca la teoria relativității. În spațiul nostru cu patru dimensiuni, mișcarea nu va mai apare pe geodezicele acesteia. Pentru noi, care nu vedem dimensiunile suplimentare ale spațiului, pare că cineva trage de particule într-o parte sau alta. De aceea vom presupune existența unor forțe electrice și magnetice, deși, în esență, particula se mișcă *liber* în spațiul cu patru dimensiuni.

Cu alte cuvinte, spațiul este curb în dimensiunea suplimentară, curbarea sa o percepem ca pe un câmp electric și magnetic, iar mișcarea în spațiul-timp al nostru, care depinde de dimensiunea suplimentară curbată, o vom pune (în necunoștință de cauză) pe seama forțelor electrice și magnetice.

De exemplu, ne putem imagina că spațiul este curbat doar în dimensiunea compactată și euclidian în rest, ceva ca un cilindru umflat și dezumflat, dar care are o direcție *dreaptă* (vezi figura 20.5). Nouă (care nu vedem dimensiunea compactată) ne pare că cilindrul este ca o ață dreaptă. Un electron aflat pe el se va deplasa, din perspectiva noastră, pe o linie dreaptă. Electronul în realitate se mișcă și în dimensiunea compactată, iar mișcarea lui va apărea pentru noi în „hopuri", când înainte, când înapoi, chiar dacă tot pe linie dreaptă. Ce putem noi spune altceva decât că asupra electronului acționează o forță, pe care noi o numim forță electromagnetică? Aceasta pentru că nu vedem dimensiunea spațială suplimentară și mișcarea *liberă* a electronului inclusiv în această dimensiune.

Mai mult, în noua teorie se arată că ceea ce noi considerăm sarcina electrică a particulei este de fapt componenta *impulsului* în direcția dimensiunii suplimentare, cea pe care oricum n-o vedem. Cu alte cuvinte, cu cât se mișcă mai repede particula în acea dimensiune compactată, cu atât ne va apărea că are o sarcină electrică mai mare.

Aici intervine contribuția hotărâtoare a lui Klein, care face observația că sarcinile electrice ale particulelor măsurate în experimente sunt *discrete*, fiind toate multipli

întregi ai sarcinii electronului. Atunci și impulsul mișcării în direcția dimensiunii compactate trebuie să fie *discret*, rezultat care va fi obținut în mod natural în urma cuantificării mișcării. Această observație poate fi folosită ca un avantaj, explicând de ce dimensiunea suplimentară rămâne încă mică, compactată, *neobservabilă* deocamdată: dimensiunea compactată nu poate crește pentru că impulsul electronului în dimensiunea compactată s-ar modifica, și astfel sarcina electronului ar fi variabilă în timp!

Căci, și în asta constă marele „pericol" al tuturor teoriilor cu dimensiuni suplimentare ale spațiului, relațiile lui Einstein ne spun că spațiul-timp este *dinamic*, deci aceste dimensiuni suplimentare pot crește în timp devenind chiar vizibile! De aceea, în orice astfel de teorii, trebuie să găsim argumente pentru a păstra dimensiunile suplimentare compactate.

În teoria Kalutza-Klein, sarcina electrică *constantă* a electronului ne asigură că impulsul său într-a patra dimensiune spațială rămâne constant. Dacă acest impuls p este un rezultat al cuantificării, atunci lungimea de undă $\lambda = h/p$ (care e constantă) este rezonantă în direcția dimensiunii compactate, deci se potrivește de un număr întreg de ori în ea. În consecință, și mărimea acestei dimensiuni va rămâne constantă.

Oricum, teoria ca teoria, însă... matematica ne omoară. Cu toate încercările lor, Kaluza și Klein *nu* au reușit să deducă niște ecuații pentru curbura dimensiunii suplimentare a spațiului care să conducă la mișcări ale particulei identice cu cele prezise de Maxwell pentru electron. Cu alte cuvinte, încercarea celor doi fizicieni a eșuat.

200. Dualitatea T, teoria M și supergravitația

În aceste ultime secțiuni vom încerca să facem o scurtă trecere în revistă a direcțiilor actuale de cercetare prezente din teoria corzilor relativiste. Să ne reamintim scopul inițial al teoriei corzilor, acela de a descrie toate particulele elementare și interacțiunile dintre ele.

După cum am remarcat în secțiunile precedente, numai stările de energie nulă ale excitațiilor corzilor au șansa de a descrie particulele elementare cunoscute. Celelalte stări au energie prea mare, de ordinul energiei Planck. Mai este însă o cale lungă până la a descrie *spectrul* maselor particulelor elementare și forma exactă a *interacțiunilor* dintre ele.

Pasul final ar fi construirea unei teorii consistente și complete ale corzilor relativiste, care să explice universul observat. Cum miza inițială a fost includerea *gravitonului*, teoria ar explica nu numai tabelul particulelor elementare, dar și gravitația. Ar fi unificarea mult-așteptată de fizicieni, și de aceea ar primi pe bună dreptate numele de „teoria tuturor lucrurilor" („the theory of everything"). Din păcate însă, nimeni n-a reușit acest lucru până acum.

Poate că o parte a problemei stă într-una dintre criticile care i se aduc teoriei, și care se referă tocmai la graviton. Gravitonul este o cuantă a undelor gravitaționale, deci a curburii spațiului însuși. Dacă vrem să reconstruim curbura spațiului, trebuie să *adunăm* gravitonii unul cu altul, în toate ordinele de perturbație. Or, această procedură poate conduce, așa cum am văzut în cadrul electrodinamicii cuantice, la *infiniți* și în final teoria se poate dovedi nerenormabilă.

Tip teorie	Tip coardă	D	Detalii
bosonică	Deschisă şi închisă	26	numai bosoni, tahion prezent
I	Deschisă şi închisă	10	Graviton, fără tahion, supersimetrie, grup SO(32)
IIA	închisă	10	Graviton, fără tahion, supersimetrie, grup U(1)
IIB	închisă	10	Graviton, fără tahion, supersimetrie
Heterotic	închisă	10	Graviton, fără tahion,
Heterotic SO(32)	închisă	10	Graviton, fără tahion, supersimetrie, grup SO(32)

Figura 20.6: *În tabel sunt prezentate șase dintre cele mai răspândite forme ale teoriei corzilor relativiste. În a doua coloană, D este numărul de dimensiuni ale spațiului-timp în care se manifestă coarda relativistă.*

După cum vedem, problema este că trebuie să adunăm contribuțiile gravitonilor pentru a reconstrui curbura spațiului, deci teoria relativității generale. Aceasta este însă o problemă intrinsecă abordării, care pornește de la *particule*, reprezentate de niște corzi relativiste. În acest fel am pornit de la mai mic și speram să ajungem la mai mare, dar poate că ar fi trebuit să procedăm și invers (să fi pornit de la spațiul curb, și apoi să ajungem la particulele numite gravitoni).

O altă problemă a apărut în momentul în care s-a dovedit că există mai multe forme ale teoriei supercorzilor (vezi tabelul 20.6). Să nu ne mire acest lucru, la urma urmei teoria corzilor rămâne un exercițiu de imaginație, care nu a fost încă supus testelor ce ar putea diferenția între toate formele teoriei. Astfel, cea mai directă manieră de testare este să producem și să ciocnim particule care au o masă apropiată de *masa Planck*. Din păcate, masa Planck este de miliarde de miliarde de ori mai mare decât masa particulelor care se produc azi în acceleratoarele moderne de particule, așa că mai avem de așteptat.

Ne aflăm atunci într-o situație cu adevărat specială: niciuna dintre variantele de bază ale teoriei corzilor relativiste nu poate fi testată experimental. Teoreticienii își dau frâu liber imaginației fără să existe *experimente* ulterioare care să selecteze dintre teoriile propuse de ei. Singura metodă de selecție la ora actuală rămâne consistența matematică.

Prezența mai multor forme ale teoriei supercorzilor este atât încurajatoare, cât și descurajantă. Încurajatoare pentru că atunci teoria corzilor are în sine o *diversitate* foarte

mare, iar una dintre formele ei ne poate conduce la soluția căutată. Descurajantă, pentru că ne-am fi așteptat ca teoria corzilor să fie directă, să conducă numai la un singur rezultat, care ar fi explicat lumea fizică reală. Acum însă găsim mai multe teorii care pot fi corecte, dar nu le putem încă *selecta* pe cele adevărate prin experimente. Criticii teoriei corzilor relativiste spun că numărul de teorii care se pot construi este cu mult mai mare decât cele prezentate în tabelul 20.6, și doar lipsa de timp și de resurse impiedică dezvoltarea tuturor acestor posibilități.

Mai mult însă, ei acuză că la ora actuală teoriile sunt încă atât de generale, încât nu se pot face predicții care să fie *falsificabile* în experiment. Desigur, afirmația are de-a face cu puterea *limitată* a acceleratoarelor moderne de particule, care încă nu sondează interacțiuni la energii de ordinul energiei Planck. Cu toate acestea, în ea se găsește o nuanță care sună cam așa în cuvintele criticilor: „Înțelegem că nu puteți face experimente care să demonstreze care teoria e adevărată, însă aveți o predicție pe care, dacă se dovedește a fi *falsă*, o putem folosi pentru a arunca toată teoria corzilor relativiste la gunoi?" Răspunsul este negativ, căci, chiar dacă o anumită formă particulară a teoriei corzilor relativiste poate fi exclusă, rămân alte forme care încă nu pot fi excluse.

Între numeroasele forme ale teoriei corzilor relativiste se pare că există anumite relații, numite *dualități*. Ele sunt interesant de studiat nu numai pentru că ne ajută să găsim o teorie mai completă și mai potrivită lumii în care trăim, dar și pentru că scot în evidență „durerile nașterii" unei teorii fizice. Vom da aici un exemplu de astfel de relație între diferite forme ale teoriei corzilor relativiste, și anume ceea ce fizicienii numesc *dualitatea T*, care este denumirea științifică pentru formă geometrică asemănătoare unui covrig).

Pentru aceasta, să ne aducem aminte că teoria supercorzilor se manifestă într-un univers cu 10 dimensiuni. Cum universul vizibil pare să aibă doar 4 dimensiuni spațio-temporale, cea mai naturală presupunere este că celelalte 6 dimensiuni spațiale sunt *compactate*. Desigur, în acest caz, mărimea dimensiunilor suplimentare este foarte mică, pentru că ele nu sunt observate încă în experimente, așa cum am discutat în secțiunea 199.

Să considerăm acum o coardă închisă care se mișcă în aceste dimensiuni suplimentare. Pentru început vom considera că raza de curbură a dimensiunii suplimentare este mult mai mare decât mărimea corzii, în așa fel încât coarda poate fi aproximată cu o *particulă punctiformă*. De fapt, analiza următoare poate fi aplicată și la particule (vezi figura 20.7).

Atunci avem o particulă (coarda noastră mică) ce se deplasează în tot spațiul cu 9 dimensiuni spațiale, deci impulsul ei $p = p_x, p_y, p_z, p_4, \ldots, p_9$ are niște componente care se manifestă în spațiul tridimensional obișnuit p_x, p_y, p_z și alte componente care se manifestă în cele șase dimensiuni compactate $p_4, p_5, \ldots, p_9$. Ideea de bază este că noi vedem doar mișcarea în spațiul cu trei dimensiuni, *nu* și pe cea care are loc în celelalte șase dimensiuni compactate.

Mișcarea unei particule într-o dimensiune suplimentară compactată seamănă însă mult cu mișcarea orbitală a electronului în jurul atomului (vezi figura 20.7). În cazul atomului, am văzut că electronul este descris de o *undă de probabilitate* a cărui lungime de undă se potrivește de un

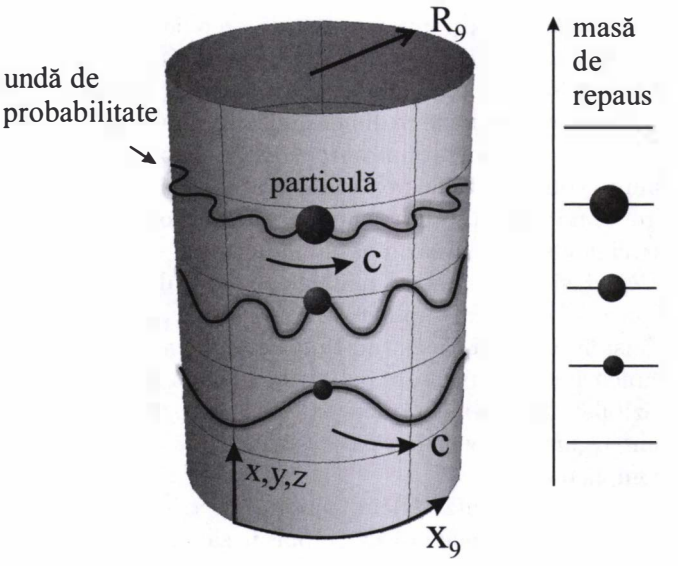

Figura 20.7: *Cilindrul din figură reprezintă un spațiu cu nouă dimensiuni. Ultima dimensiune spațială x_9 este compactată în planul orizontal al figurii (inelul cilindrului), dimensiunile macroscopice x, y, z sunt reprezentate de-a lungul cilindrului, iar celelalte dimensiuni compactate au fost ignorate. Câteva particule (reprezentate prin niște bile în figură) de masă de repaus inițial nulă se mișcă în jurul cilindrului cu o viteză egală cu viteza luminii c. Pentru că ele nu se mișcă de-a lungul cilindrului (cele 3 dimensiuni macroscopice), particulele vor apărea în repaus pentru un observator care nu vede dimensiunea compactată. Pe cilindru este schițată unda de probabilitate a celor trei particule. Unda de probabilitate este rezonantă în jurul cilindrului, deci lungimea sa de undă va avea doar valori discrete $\lambda = (2\pi R_9)/n$. Aceasta conduce la o valoare discretă a impulsului $p_9 = h/\lambda \sim n$ în jurul cilindrului, deci și a energiei $E = pc$ și a masei particulei $m_0 = E/c^2 \sim n$ pe care observatorul o crede în repaus (dreapta figurii).*

număr întreg de ori pe circumferința cercului (orbita sa). Cu alte cuvinte, unda de probabilitate a electronului este *rezonantă* pe orbita sa.

Tot așa și în cazul dimensiunii compactate, mișcarea unei particule va fi descrisă de o *undă de probabilitate* a cărei lungime de undă λ se potrivește de un număr întreg de ori în circumferința $2\pi R$ a spațiului compactat de dimensiune foarte mică R, adică $n\lambda = 2\pi R$, unde n este un număr natural (vezi figura 20.7). Și în acest caz unda de probabilitate a particulei va fi *rezonantă* în direcția dimensiunii compactate.

Vedem că lungimea de undă λ a undei de probabilitate a particulei în direcția unei dimensiuni compactate va fi *discretă* $\lambda = n(2\pi R_9)$. Atunci, conform relației lui de Broglie $p = h/\lambda$, și componenta *impulsului* particulei în direcția compactată (să zicem dimensiunea 9) va fi discretă $p_9 = h/\lambda = nh/(2\pi R_9)$. În rest, cele trei componente ale impulsului x, y, z în spațiul nostru obișnuit *nu* vor fi discrete (ignorăm componentele corespunzătoare celorlalte dimensiuni compactate).

Să remarcăm că, cu cât raza de curbură R este mai *mică*, cu atât contribuția la impulsul particulei devine mai *mare*, deoarece $p \sim 1/R$. Situația este din nou similară cu cea a electronului, unde impulsul este mai mare pe orbitele interioare ale atomului, care sunt mai mici. În teoria corzilor relativiste problema este evidentă, deoarece aici dimensiunile suplimentare trebuie să aibă raze de curbură foarte mici din moment ce nu au fost observate. În acest caz, impulsul particulelor va avea o valoare p_9 mare, deci o *energie* considerabilă asociată acestei mișcări.

Pentru simplitate, să considerăm că particula are inițial masa de repaus nulă și că ea nu se mișcă în direcțiile macroscopice x, y, z (unde apare în repaus), ci doar de-a lungul direcției compactate x_9 (vezi figura 20.7). Noi *nu putem vedea* mișcarea particulei în dimensiunea compactată, ci doar în dimensiunea spațiului nostru obișnuit x, y și z. Pentru noi, particula este în repaus. Aceasta înseamnă că vom percepe energia înmagazinată în mișcarea din dimensiunea compactată ca făcând parte din *masa de repaus* a particulei. Din punctul nostru de vedere, particula va avea o masă de repaus *nenulă*.

Formulele lui Einstein ne ajută să calculăm contribuția acestei mișcări la *masa de repaus* a particulei, așa cum o percepem noi. De exemplu, dacă masa de repaus reală a particulei (în cele 10 dimensiuni) este *nulă*, atunci energia particulei este dată de $E = p_9 c$, pentru că ea se deplasează cu viteza luminii c *în direcția compactată* (vezi relația generală între impulsul particulei, masa ei de repaus și energie, prezentată în secțiunea 65). Noi însă, în ignoranța noastră, vom atribui această energie masei de repaus m_0 pentru mișcarea particulei în cele trei dimensiuni spațiale cunoscute, ce devine atunci $m = E/c^2 = p_9/c$. Folosind forma precedentă pentru valoarea impulsului p_9, obținem în final o valoare a masei de repaus $m \approx E/c^2 \approx p_9 c/c^2 \approx nh/(R_9 c)$.

Să observăm că, datorită mișcării particulei într-un spațiu curb foarte mic, particula a căpătat *masă de repaus* discretă! Desigur, poate că în realitate ea are masa de repaus nulă, ca fotonul de exemplu, însă noi nu avem cum să știm. Ea se mișcă în spațiul compactat cu viteza luminii, capătă energie, deci *masă inerțială* conform teoriei lui Einstein. În același timp însă, particula pare că stă pe loc în spațiul nostru tridimensional, pentru că nu vedem mișcarea în dimensiunea compactată, deci o considerăm în repaus. Mecanismul acesta poate fi unul prin care particulele cu masă de repaus nulă căpată masă de repaus nenulă.

Revenind la teoria corzilor relativiste, unde acestea reprezintă o particulă sau alta, observăm că mecanismul acesta e foarte util. Să ne aducem aminte că, inițial, masa particulelor elementare descrise de supercorzi era riguros nulă. Ele se deplasează însă în nouă dimensiuni spațiale, deci șase dintre acestea trebuie să fie compactate. O parte dintre particule se pot deplasa în dimensiunile compactate, și vor căpăta astfel energie care e ascunsă ochilor noștri, energie pe care o vom interpreta ca pe o *masă de repaus nenulă*. Am văzut că acest mecanism ne dă mase discrete ale particulelor, cu valori invers proporționale cu mărimea dimensiunii compactate $m \sim 1/R_9$. Dacă ajustăm curburile dimensiunilor compactate, am putea spera să reproducem chiar masa de repaus a particulelor elementare din modelul standard al particulelor elementare.

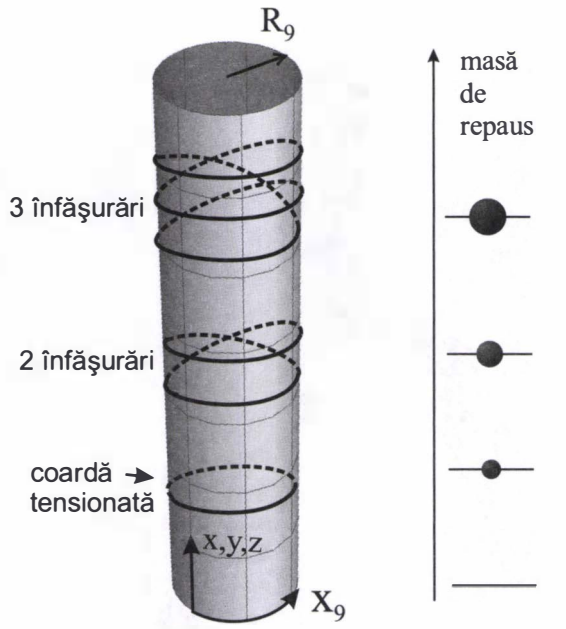

Figura 20.8: *Cilindrul din figură reprezintă un spațiu cu nouă dimensiuni. Ca și în figura precedentă, lungimea cilindrului reprezintă cele trei dimensiuni macroscopice x, y și z, perimetrul cilindrului dimensiunea compactată x_9, iar celelalte dimensiuni sunt ignorate. În acest spațiu trăiesc niște corzi înfășurate în jurul cilindrului (de-a lungul dimensiunii 9, compactate). Pentru un observator care nu vede dimensiunea compactată, acestea reprezintă niște obiecte punctiforme ce se deplasează sau stau pe loc în dimensiunile macroscopice (de-a lungul cilindrului). În figură sunt reprezentate trei astfel de corzi închise, în repaus. Corzile închise pot fi înfășurate de mai multe ori. Energia elastică stocată în înfășurare crește cu numărul de înfășurări (de la stânga la dreapta), deoarece corzile sunt tensionate și lungimea corzilor variază (cele care au o lungime mai mare au înmagazinată și o energie mai mare). Energia aceasta este o măsură a masei de repaus pe care coarda ce stă pe loc o posedă, masă care devine acum nenulă și discretă (dreapta).*

În analiza precedentă supercorzile sunt mult *mai mici* decât raza R_9 a dimensiunii suplimentare compactate, deci pot fi considerate ca niște particule aproape punctiforme. Cu toate acestea, pentru coarda *închisă* există încă o altă posibilitate, și anume ca întreaga coardă să se înfășoare de mai multe ori în spațiul curb dat de dimensiunile compactate! Să observăm că aceasta ar fi o „încârligătură" din care coarda nu poate scăpa, decât dacă se rupe. În termeni matematici, ea este un *defect topologic* (vezi figura 20.8).

După cum am văzut în cazul clasic, cu cât tragem mai mult de capetele unei corzi, cu atât aceasta devine mai lungă, deci înmagazinează mai multă energie. Cum tensiunea T din coarda relativistă este aceeași, energia totală E a unei corzi în repaus se dovedește a fi clasic proporțională cu lungimea L a corzii, constanta de proporționalitate fiind chiar tensiunea în coardă $E = TL$.

Dacă o coardă *închisă* este înfășurată de mai multe ori în spațiul curb, ea nu se poate restrânge într-un punct pentru a-și consuma energia, așa cum face coarda relativistă

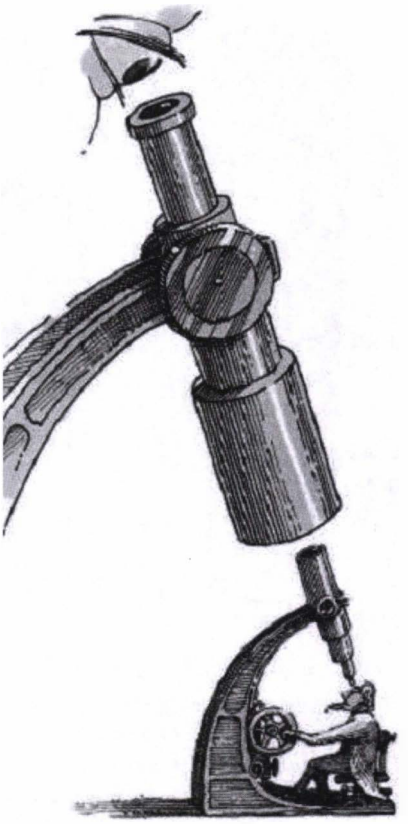

Figura 20.9: *O reprezentare artistică a dualității în fizică. Imagine reprodusă cu permisiunea autorului (Dusan Petricic) din* Scientific American.

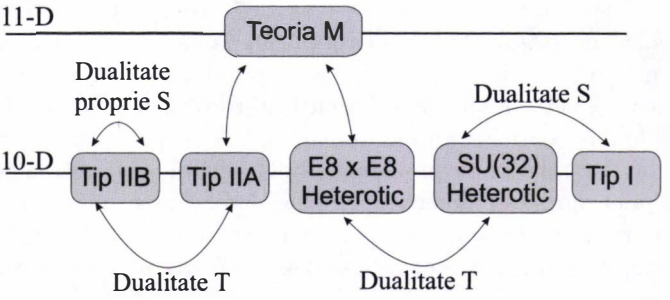

Figura 20.10: *Pe linia de jos sunt reprezentate cinci dintre cele mai cunoscute forme ale teoriei corzilor relativiste. Toate acestea au loc într-un spațiu-timp cu* $D = 10$ *dimensiuni. Între teorii există relații, de exemplu dualități T sau dualități S. Relațiile dintre teoriile IIA și* $E_8 \times E_8$ *par să implice existența unei teorii încă nedescoperite, denumită teoria M de către fizicieni. Ea s-ar manifesta într-un spațiu-timp cu 11 dimensiuni și ar avea legătură cu supergravitația.*

liberă dacă ar avea posibilitatea. De aceea, o coardă relativistă înfășurată de mai multe ori nu poate pierde energia acumulată prin înfășurarea ei, energie care se va găsi în *masa de repaus* a corzii.

Acum însă, datorită înfășurării, lungimea corzii devine un număr întreg n de circumferința dimensiunii compactate $L = n(2\pi R_9)$. Energia clasică este însă proporțională cu tensiunea din coardă și lungimea corzii. Aceasta înseamnă că energia înmagazinată în înfășurare este proporțională cu circumferința dimensiunii compactate $E = nT(2\pi R_9)$, și la fel va fi masa de repaus a particulei descrise de coardă $m_0 = E/c^2$. Desigur, aceasta este masa de repaus pe care o atribuim noi mișcării în spațiul cu trei dimensiuni, acolo unde nu vedem coarda înfășurată în jurul dimensiunii suplimentare, ci vedem doar că aceasta stă pe loc.

Să comparăm acum cele două situații prezentate mai sus. În prima aveam o rază de curbură R_9 a dimensiunii compactate *mult mai mare* decât dimensiunea corzii închise. Pentru că unda de probabilitate era rezonantă în direcția dimensiunii compactate, masele particulelor descrise de coardă puteau lua numai valori discrete: $m_0 \sim n/R_9$. În a doua situație, raza de curbură R_9 a dimensiunii compactate era *mai mică* decât dimensiunea corzii închise, în așa fel încât corzile închise puteau fi înfășurate în jurul acesteia. Pentru că sunt tensionate, corzile au acum energie și masă de repaus date de forma $m_0 \sim nR_9$. Vedem că și în acest caz masele de repaus sunt discrete.

Dacă privim cele două relații de mai sus, putem trage concluzia că cele două spectre discrete de mase m_0 pe care coarda relativistă le descrie sunt în esență aceleași. Cu alte cuvinte, spectrul de particule pentru o coardă închisă aflată într-un spațiu cu rază de curbură R_9 *mare* este identic cu cel al unei corzi înfășurate într-un spațiu cu o rază de curbură R_9 *mică*. Această simetrie poartă numele de *dualitatea T*. Interesant este că în spațiul nostru tridimensional vom măsura masa de repaus a particulei, însă nu avem idee de unde provine: fie dintr-un spațiu curb cu raza R_9 mare sau, dimpotrivă, dintr-o înfășurare pe un spațiu de dimensiune R_9 mică.

Pe de altă parte, observația de mai sus are o consecință directă pentru multitudinea de forme ale teoriei supercorzilor. Astfel, se arată că ceea ce este interpretat ca o excitație datorată impulsului cuantificat într-o teorie poate fi interpretat ca o excitație datorată „înfășurării" pe spațiul curb într-o altă teorie. Spunem în acest caz că cele două teorii sunt *T-duale* (vezi figura 20.10).

În afară de *dualitatea* T care leagă câteva din teoriile supercorzilor, mai există și o altă dualitate care stabilește corelații între teorii, numită dualitatea S (de la „strong", „puternic"): o teorie la constante de cuplaj g mici este identică cu o altă teorie la constante de cuplaj g mari. În plus, o teorie poate fi S-dual ei înseși, însemnând că teoria se comportă identic la constante de cuplaj mari ca și la constante de cuplaj mici.

Ce înseamnă aceste relații între diversele teorii ale corzilor relativiste? În afară de faptul evident că ceea ce cunoaștem este încă insuficient, o părere des întâlnită este că toate aceste teorii se obțin probabil dintr-o teorie mai cuprinzătoare, numită *teoria M* („M" provine fie de la „membrană", fie de la „mister", în funcție de preferințele fizicienilor). Puține lucruri se știu despre această teorie M, însă se bănuiește că ea s-ar manifesta într-un univers cu 11 dimensiuni și că ar conduce la *supergravitație* în limita cuplajului său slab.

Supergravitația este o aplicație a supersimetriei. Gravitonului (care este un boson) îi este atașat supercorespondentul fermion *gravitino*. Unii fizicieni cred că se poate construi o teorie consistentă a supergravitației în 11 dimensiuni. Mai mult, s-a observat că ecuațiile

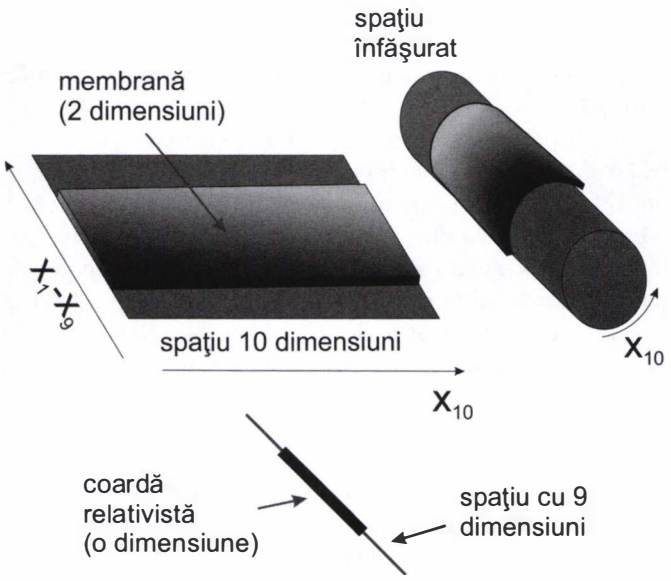

Figura 20.11: *În stânga sus este reprezentată o membrană (o suprafață bidimensională) într-un univers de 10 dimensiuni spațiale, de la x_1 până la x_{10}. În dreapta sus, spațiul este înfășurat în jurul dimensiunii spațiale x_{10} și cu el este înfășurată și membrana. Atunci când înfășurarea este pe un cerc de rază foarte mică, obținem situația de jos, unde atât membrana, cât și spațiul au „pierdut" o dimensiune. Avem atunci o coardă relativistă unidimensională într-un univers cu 9 dimensiuni spațiale.*

supergravitației în 11 dimensiuni admit soluții care descriu o *membrană* bidimensională. Membrana poate fi folosită pentru a construi un mecanism prin care teoria supergravitației în 11 dimensiuni să fie redusă la teoria supercorzilor în 10 dimensiuni, și iată cum.

Ne vom imagina că una dintre cele 11 dimensiuni este compactată *odată cu membrana* (vezi figura 20.11). În acest fel o dimensiune spațială (să zicem x_{10}) se înfășoară, iar odată cu ea se înfășoară și membrana. Odată înfășurată, membrana devine o coardă, pentru că o dimensiune (cea compactată) nu se mai vede. Pe de altă parte, și spațiul pierde acum o dimensiune datorită compactării, rămânând cu 9 dimensiuni spațiale. Avem atunci un univers cu 10 dimensiuni spațio-temporale și cu o coardă unidimensională, adică *exact* ceea ce spune teoria supercorzilor.

În ciuda entuziasmului inițial apărut la descoperirea legăturii dintre supergravitația în 11 dimensiuni și teoria supercorzilor în 10 dimensiuni, nu s-a realizat un progres deosebit în ultimii ani. Nimeni n-a demonstrat existenta teoriei M. Teoria corzilor relativiste rămâne în continuare un joc de puzzle, deși plin de imaginație, așa cum vom vedea și în secțiunile următoare.

201. Compactarea dimensiunilor spațiale și principiul antropic

După cum am văzut în secțiunile precedente, dimensiunile suplimentare ale universului joacă un rol crucial în teoria supercorzilor, acolo unde ele ar fi în număr de *șase*. Noile dimensiuni sunt probabil compactate, din moment ce nu le observăm. Rămân două întrebări importante: cum facem *teoretic* compactarea și cum putem observa *experimental* dacă există dimensiunile compactate? Trebuie spus de la început că, dacă detectăm experimental astfel de dimensiuni spațiale compactate, nu înseamnă automat și că teoria supercorzilor este adevărată.

În secțiunea precedentă am exemplificat compactarea pe spații cilindrice (pentru simplitate) și am văzut că, datorită *dualității T* pentru corzile închise, un spațiu curb de dimensiune *mare* poate fi echivalent cu un spațiu curb de dimensiune *mică*, unde corzile sunt înfășurate pe aceste dimensiuni suplimentare. Pe de altă parte, compactarea se face nu numai pe spații perfect cilindrice, ci și pe altfel de spații, mult mai „încârligate". În teoria supercorzilor, compactarea se face în așa-numitele *spații Calabi-Yau*, introduse de matematicienii american Eugenio Calabi și chinez Shing-Tung Yau (vezi figura 20.12). Unul dintre motivele pentru care aceste spații Calabi-Yau sunt preferate de teoreticienii supercorzilor este că ele au proprietatea de dualitate T inclusă în simetria lor.

Spațiile Calabi-Yau sunt un fel de universuri care au o parte din dimensiunile suplimentare deja compactate. Ele sunt foarte greu de vizualizat, prezentând topologii complexe, asemănătoare mult mai cunoscutei *benzi a lui Moebius*. Există multe astfel de spații posibile, fiecare având topologia sa (care include compactarea) dată de niște parametri denumiți *moduli*. În urma compactării, fiecare dintre aceste spații va conduce la alt spectru posibil de mase de repaus pentru particulele descrise de supercorzi, dat de valoarea *modulilor*, prin mecanisme asemănătoare celor prezentate în secțiunea precedentă.

Astfel, în secțiunea precedentă am discutat despre un model prin care supercorzile de masă inițială nulă capătă apoi masă de repaus nenulă. Am văzut acolo că mișcarea și înfășurarea corzii în dimensiunile *compactate* conțin în fond energie. Această energie este însă echivalentă cu masa inerțială conform relației lui Einstein. În spațiul nostru tridimensional noi nu vedem mișcarea supercorzii în dimensiunile suplimentare, ci doar energia conținută în ea, pe care o percepem ca *masă de repaus*. Vom crede că supercoarda are o masă de repaus și se deplasează încet în spațiul nostru (sau chiar stă pe loc), deși ea poate se deplasează cu viteza luminii în dimensiunile suplimentare ale spațiilor compactate.

Modelul acesta este extrem de util pentru reconstrucția tabelului de particule elementare ale modelului standard. Aici, așa cum am văzut, suntem constrânși să pornim cu mase de repaus *nule* ale particulelor elementare, pentru a evita uriașele mase Planck ale stărilor excitate ale corzii relativiste. Avem nevoie deci de un mecanism adițional

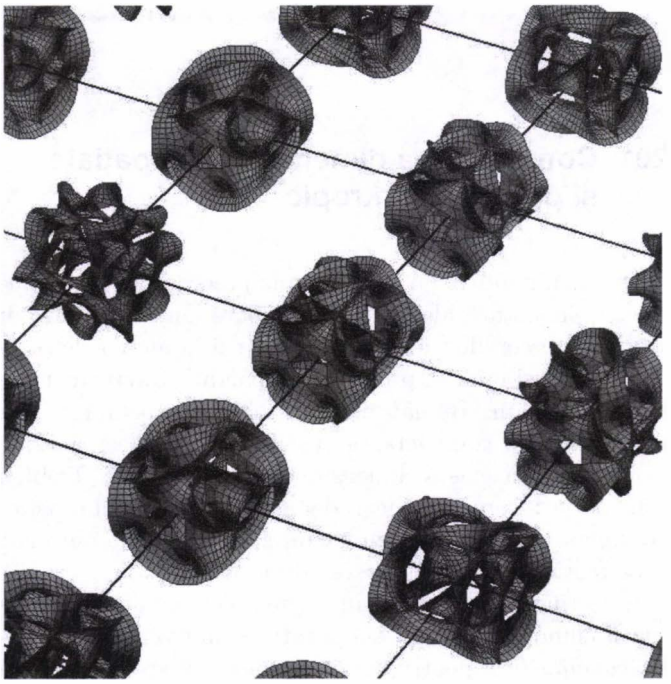

Figura 20.12: *În figură sunt reprezentate schematic proiecții ale spațiilor Calabi-Yau în fiecare punct din spațiu. Aceste spații ne dau o manieră efectivă de compactare a celor șase dimensiuni suplimentare ale spațiului din teoria supercorzilor. Imagine reprodusă cu permisiunea autorilor, Jeff Bryant (Wolfram Research) și Andrew J. Hanson (Indiana University).*

prin care particulele elementare să capete mase de repaus *nenule* (mult mai mici decât masa Planck, dar nenule). Mecanismul acesta poate fi dat de maniera în care sunt compactate dimensiunile suplimentare. În aceste dimensiuni suplimentare compactate supercorzile se pot deplasa sau înfășura nevăzute de noi, căpătând astfel energie pe care noi o atribuim masei de repaus nenule a particulei.

Astfel privită, prezența *modulilor* (cei care spun cum sunt compactate dimensiunile suplimentare ale universului) în spațiile Calabi-Yau poate fi privită ca un avantaj. Modulii ne permit să introducem diverse mase de repaus nenule ale particulelor pe care vrem să le descriem cu supercorzile noastre. Există atunci șansa să găsim soluția corectă pentru tabelul particulelor elementare cunoscute, cel care descrie lumea reală pe care noi o cunoaștem. Pe de altă parte, va fi foarte dificil să explicăm de ce natura a ales *tocmai acel set de moduli* pentru spațiile Calabi-Yau și nu altul!

O estimare moderată a numărului posibil de spații Calabi-Yau, date de numărul de configurații de moduli pe care îl putem alege, este de 10^{100} (un număr mai cunoscut sub denumirea de *googol*). Alte estimări ajung chiar la 10^{500} de forme posibile (număr care îl depășește pe cel al atomilor din univers). Pare atunci imposibil de explicat de ce numai una din multiplele soluții a fost aleasă, cea care descrie universul nostru și exact particulele elementare din el, cu spectrul lor de mase de repaus. Urmând gândurile lui Einstein, am putea spune că acum Creatorul are miliarde de miliarde de variante ale universului pe care îl poate crea, și nu ne dorim ca iarăși el să trebuiască să aleagă varianta pentru noi. Pe de altă parte, tocmai această diversitate devine un argument împotrivă, conform principiului *antropic*.

Astfel, părerea unor cosmologi este că universul în care trăim are mulți *parametri* foarte fin ajustați, ceea ce face posibil ca acest univers să poată conține viața așa cum o știm noi. De exemplu, vârsta universului este suficient de mare pentru ca viața să aibă timp să se dezvolte. Pe de altă parte, și spectrul particulelor elementare așa cum le știm permite construcția atomilor, apoi a moleculelor etc. Să ne imaginăm că am fi avut numai fotoni în univers: atunci viața, așa cum ne- imaginăm, nu ar fi avut probabil nici o șansă să apară.

De fapt, viața este caracterizată intrinsec de o *complexitate* foarte înaltă, complexitate în mod curent nu o sesizăm la adevărata ei amploare. Să ne imaginăm numai ADN-ul cu miliardele sale de nucleotide, sau proteinele care sunt adevărate mașinării ale corpului și care se potrivesc perfect unele cu altele, tocmai pentru a putea acționa. Se prea poate ca o alegere puțin diferită a spectrului de particule elementare să nu facă posibilă o complexitate foarte înaltă, așa cum o vedem în lumea biologică de astăzi.

În fața acestei complexități, ne vom întreba: oare nu a fost universul construit anume de un Creator, deoarece altfel nu ar fi ieșit atât de bine *potrivit*? Argumentul acesta este folosit de unii teologi protestanți care spun: iată, universul este prea complex pentru a fi apărut din întâmplare. Trebuie să existe un Creator care să fi ajustat parametrii inițiali ai universului.

Principiul antropic încearcă să explice complexitatea, această potrivire a parametrilor inițiali, fără însă a face apel la un Creator. Principiul antropic ne spune că au existat mii și miliarde de alte universuri nepotrivite, cu constante complet aiurea, în care viața nu ar fi apărut așa cum știm noi. În câteva dintre aceste universuri constantele sau condițiile inițiale s-ar fi potrivit din întâmplare. În ele ar fi apărut și viața, sau viața inteligentă, care, iată, contemplă tocmai această potrivire și complexitate a universului. Cu alte cuvinte, este normal să contemplăm un univers potrivit pentru viață, fiindcă altminteri viața nu ar fi apărut în el și nu ar fi avut cine să-l contemple.

Argumentul este puternic, să recunoaștem. La urma urmei, să ne gândim la miliardele de ani în care viața a evoluat pe Pământ. Suntem noi conștienți de viața unei celule sau alta de acum 2 miliarde de ani, de viața dinozaurului Gică de acum 100 de milioane de ani, de viața primului om amărât care a pus mâna pe bâtă acum câteva milioane de ani? Toate acestea nu mai fac parte din ceea ce noi am putea numi *prezență conștientă*, pentru că sunt atât de indepartate in timp. Însă, după cum au existat mii de dinozauri de care noi nu mai știm, se poate să fi existat și mii de alte universuri nereușite, uitate de istorie.

Există câteva posibilități pentru existența acestor universuri foarte diferite de al nostru. O posibilitate ar fi ca universul să se nască de mai multe ori, în *cicluri*. La fiecare naștere a sa, universul selectează *anumite* spații Calabi-Yau pentru compactarea celor 6 dimensiuni spațiale suplimentare, care în final dau întreaga evoluție a universului. Universul se naște și dispare apoi, urmând ca la o nouă naștere să aleagă *altă* modalitate de compactare.

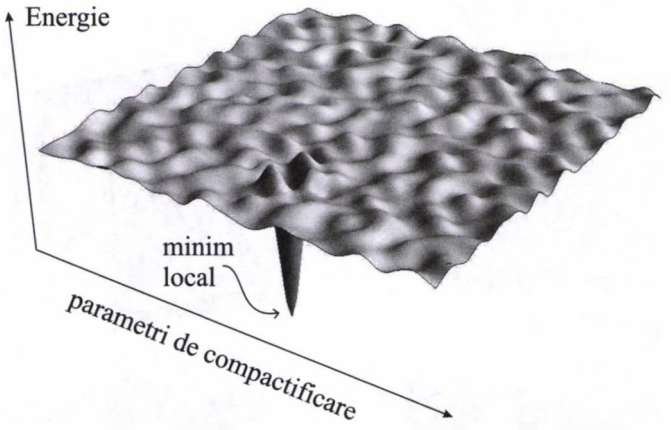

Figura 20.13: *Peisajul posibilelor universuri, în funcție de cum putem compacta cele șase dimensiuni suplimentare. Pe axa verticală este energia vidului cosmic. Pe axele orizontale sunt reprezentați schematic câțiva dintre parametrii (modulii) care descriu cum are loc compactarea. Fiecare mod de compactare este deci asociat în figură unui punct din peisaj și el va crea o singură formă de univers. Cele mai multe puncte reprezintă universuri cu energie a vidului prea mare, care nu vor forma materia așa cum o știm noi pentru că prezic o expansiune mult mai accelerată a universului decât cea observată experimental. Doar în puține cazuri, acolo unde energia are puternice minime locale, poate apărea un univers asemănător cu al nostru.*

În final, va ieși unul cu simetria particulelor dată de modelul standard al particulelor elementare și în el noi, care iată am ajuns să ne întrebăm de ce este așa și nu altfel.

Un exemplu de „potrivire" a constantelor universului și a condițiilor sale inițiale este legat expansiunea universului. Astfel, în secțiunea 92 am văzut că universul este în expansiune accelerată, deși *nu* într-o expansiune foarte accelerată. Fizicienii descriu această expansiune accelerată prin intermediul unei energii întunecate, care este (exprimată în unități de masă) cu un ordin de mărime mai mare decât densitatea medie de masă din univers $10^{-29}\mathrm{g/cm}^3$.

Am văzut în secțiunea 151 că energia de zero a vidului cuantic poate explica expansiunea *accelerată* a universului. Aceasta pentru că presiunea vidului are sens opus presiunii obișnuite a radiației: ea atrage pereții metalici între care se află, spre deosebire de radiația electromagnetică, care apasă pe ei. Pentru a estima energia vidului, trebuie să adunăm energia de zero a tuturor modurilor posibile de oscilație ale undelor de probabilitate ale particulelor. Problema este, așa cum am calculat în secțiunea 151, că energia vidului este de 10^{120} mai mare decât am avea nevoie.

Am putea calcula energiile de zero maxime cu care particulele vor contribui la densitatea de energie observată a universului, fără să depășească valoarea măsurată experimental. Pentru aceasta, să remarcăm mai întîi că un mod de oscilație cu frecvența f contribuie la densitatea de energie cu energia $E = hf/2$ și se întinde pe o lungime aproximativ egală cu lungimea sa de undă $\lambda \approx c/f \sim 1/E$. Densitatea de energie de zero a vidului devine atunci $\epsilon \approx E/\lambda^3 \sim E^4$, crescând cu puterea a patra a energiei considerate.

Cum în secțiunea 151 am calculat densitatea de energie considerând moduri de oscilație cu energii apropiate de energia Planck și am obținut valori de 10^{120} mai mari decât avem nevoie, înseamnă că valoarea maximă a energiei de zero pe care o putem accepta să contribuie la energia universului este de 10^{30} mai mică decât energia Planck (am folosit dependența cu puterea a patra, dedusă mai devreme, dintre densitatea de energie și energia de zero a oscilatorului luat în considerare). Cum energia Planck este de aproximativ $10^{19}\mathrm{GeV} = 10^{28}\mathrm{eV}$, înseamnă că energia de zero maximă este de doar $10^{-2}\mathrm{eV}$ (remarcați că această valoare are același ordin de mărime cu cel al masei de repaus nenule a neutrinilor, recent descoperită).

Valoarea obținută în final este mult mică decât cea a particulelor observate, iar rezultatul pune probleme. Aceasta pentru că particulele observate (electroni, fotoni, etc.) contribuie *întotdeauna* la energia de zero, fie că există sau nu într-un loc din spațiu, chiar și în vid, prin unda lor de probabilitate.

Situația se poate recunoaște în figura 12.6, acolo unde vedem că particulele sunt pachete de energie ale oscilatorilor aflați în fiecare punct din spațiu, oscilatori care reprezintă undele de probabilitate ale acestor particule. Acești oscilatori au energie de cuantică zero chiar și în starea lor de energie minimă (care, prin definiție, reprezintă absența particulelor din acel loc). Cu alte cuvinte, energia de zero a particulelor se manifestă în fiecare punct din spațiu, chiar dacă spațiul este vid, complet lipsit de particule. În această situație nu putem decât spera ca supersimetria să ne salveze.

Relația dintre supersimetrie și energia de zero a vidului cuantic a fost menționată în secțiunea 184, și ea este în esență următoarea: dacă toate particulele ar fi fost supersimetrice, atunci energia de zero a vidului ar fi fost *riguros nulă*, datorită simetriei perfecte între bosoni și fermioni (o altă formulare a acestui rezultat este să spunem că energia de zero a particulelor supersimetrice este nulă).

Teoria supersimetriei spune însă că superpartenerii bosoni și fermioni au *aceeași* masă de repaus, or acest lucru nu a fost observat încă în practică (pentru că superpartenerii nu au fost detectați la masele așteptate). De aceea, supersimetria trebuie să fie *ruptă* cel puțin în jurul energiei de $10^4\mathrm{GeV}$, energia aproximativă până la care am testat supersimetria până acum. În acest caz, aceasta este energia maximă pentru care trebuie să adunăm energiile de zero ale modurilor de oscilație. Densitatea de energie a vidului cuantic devine însă și atunci de $(10^4\mathrm{GeV}/0,01\mathrm{eV})^4 = 10^{60}$ mai mare decât cea observată experimental în expansiunea universului. Nici în acest caz situația nu este rezolvată.

Teoria supercorzilor este o teorie supersimetrică, iar ruperea de simetrie trebuie să aibă loc, deoarece nici un partener supersimetric nu a fost încă descoperit. Vedem atunci că încă există o problemă cu valoarea prezisă de teoria supercorzilor pentru contribuția energiei de zero a vidului cuantic la expansiunea universului, care este de 10^{60} mai mare decât valoarea care ne trebuie. Pentru mulți fizicieni teoreticieni, această diferență de 60 de ordine de mărime este prea mare și un argument pentru a

elimina orice teorie supersimetrică, deci și teoria supercorzilor. Problema rămâne însă și în cadrul mecanicii cuantice obișnuite (acolo unde diferența este chiar de 120 de ordine de mărime), așa încât să nu ne grăbim să desființăm supersimetria.

Teoria supercorzilor are un avantaj față de teoria supersimetriei. Astfel, spectrul de particule care se pot obține este determinat de valorile *modulilor* spațiilor Calabi-Yau, cu alte cuvinte de felul în care sunt compactate dimensiunile suplimentare ale spațiului. Aceste posibilități sunt nenumărate (10^{100} sau chiar 10^{500}), iar ceea ce poate fi un avantaj.

Din multitudinea de posibilități poate că există una în care coeficienții se potrivesc *perfect*, așa încât să rezulte atât ruperea de supersimetrie la peste 1TeV, cât și o energie a vidului mult mai mică decât ne așteptăm în primă instanță. Potrivirea ar fi într-adevăr remarcabilă, deoarece în mod normal ruperea de simetrie vine cu o energie a vidului de 10^{60} mai mare decât valoarea de care avem nevoie pentru a explica expansiunea observată a universului, și, cu toate acestea, energia vidului ar fi de același ordin de mărime cu cea observată experimental.

Există miliarde de miliarde de posibile spații Calabi-Yau, și, dacă vom căuta suficient de mult, poate vom găsi unul care să se potrivească cu modelul standard al particulelor Elementare și din care să rezulte o energie a vidului foarte mică, așa cum avem nevoie (vezi figura 20.13).

Cu miliardele de miliarde de posibilități de alegere ale modulilor (deci ale modalităților de compactare), teoria corzilor relativiste nu este atunci *falsificabilă*, spun unii critici, pentru că ea poate explica *orice* tabel de particule elementare. Astfel, alegând alți moduli ai spațiilor Calabi-Yau, construim alte universuri și eventual alte particule elementare.

De aceea, spun acești critici, teoria corzilor relativiste nu este o teorie științifică, pentru că orice teorie științifică trebuie să fie falsificabilă. Dacă descoperim o particulă nouă, se prea poate să găsim și o combinație de moduli ai spațiilor Calabi-Yau care să conducă la acea particulă cunoscută. Sunt pur și simplu *prea multe* modalități de compactare a dimensiunilor suplimentare.

Introducerea dimensiunilor suplimentare aduce cu sine însă o altă problemă, cea a *instabilității* acestora. Această problemă este legată intrinsec de teoria relativității generale, care ne spune că spațiul este *dinamic*. Cu alte cuvinte, din ecuațiile lui Einstein, mărimea dimensiunilor spațiale suplimentare compactate poate varia în timp. Dacă așteptăm suficient de mult, o parte dintre acestea ar putea deveni chiar macroscopice. Ne întrebăm atunci: oare cum am percepe noi aceste dimensiuni suplimentare, dacă ar crește încetul cu încetul în spațiul nostru atât de familiar?

Ce fascinant! Cum ar fi să vedem cu ochii noștri apariția treptată a unei a patra dimensiuni spațiale? Vom percepe oare tot secțiuni tridimensionale din spațiul patru-dimensional, pentru că așa rămân construiți ochii noștri tridimensionali (vezi figura 20.14)? Ne vom dezvolta noi conexiuni neuronale pentru a reprezenta *relațiile spațiale* dintre obiectele care au acum patru dimensiuni spațiale? Este greu de spus, dacă nu avem șansa de a trăi

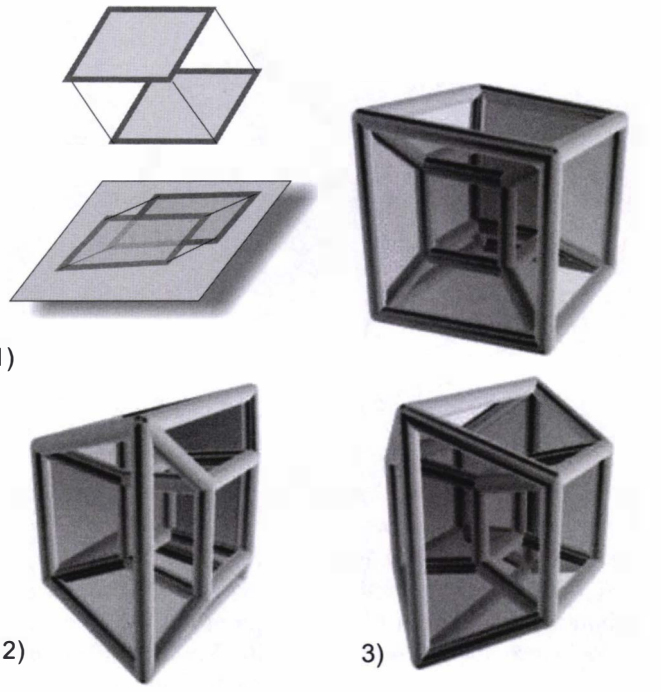

Figura 20.14: *În stânga sus este prezentată proiecția unui cub pe o suprafață bidimensională. Cubul poate fi privit ca alăturarea a două pătrate diferite. Fiecare pătrat se proiectează în plan ca un paralelipiped, de aceea proiecția cubului devine o alăturare de două paralelipipede. În dreapta sus (1) este reprezentată proiecția unui hipercub patru-dimensional pe un hiperplan tridimensional (universul nostru). Prin analogie, și hipercubul este alăturarea a două cuburi în spațiul patru-dimensional. De aceea proiecția sa, reprezentată în figură, poate fi privită ca o alăturare a două cuburi tridimensionale deformate. În stânga jos (2) și dreapta jos (3) sunt reprezentate alte două proiecții pentru care hipercubul inițial este rotit în spațiul patru-dimensional. Sursa: Wikipedia Commons.*

„pe viu" această creștere în mărime a unei dimensiuni suplimentare compactate care era până acum ascunsă privirii noastre.

Pe de altă parte, poate că nu este bine să ne dorim acest lucru, deoarece evoluția dinamică a dimensiunii spațiale suplimentare nu poate decât modifica relațiile dintre particulele elementare, eventual distruge atomii și moleculele din care e alcătuit corpul nostru, inclusiv ochii. Înainte de a porni o panică generală ca cea dată de pornirea acceleratorului LHC în 2008, să spunem că nu avem deocamdată nici un indiciu experimental privind existența acestor dimensiuni spațiale suplimentare și nici despre faptul că ele ar fi dinamice.

La ora actuală, problema *stabilității* dimensiunilor compactate nu este rezolvată, deși diverse propuneri există pe mesele cercetătorilor. Nici problema energiei de zero prea mari nu este încă rezolvată. Teoria supercorzilor are însă destule variante ale modalităților de compactare, și e posibil ca una dintre acestea să conducă la o constantă cosmologică mică, egală cu cea observată. Rămâne la latitudinea cititorilor fie să ia atitudine de o parte sau alta a dezbaterii în jurul *principiului antropic*, fie să aștepte rezultate mai noi și mai concludente.

202. Lumea branelor și mărimea dimensiunilor suplimentare

Multă vreme s-a considerat că, spre deosebire de corzile deschise (cele cu capetele libere), corzile *închise* (cele în formă de bucle închise) au o șansă mai mare de a explica lumea fizică înconjurătoare. Aceasta deoarece corzile închise par că au mai multe detalii ce pot fi folosite, de exemplu înfășurarea în jurul unei dimensiuni compacte. De fapt, dacă privim tabelul 20.6 vedem că doar în teoriile de Tip I apar corzile deschise. O invenție nouă însă, numită *D-brană*, a readus corzile deschise în actualitate.

Astfel, în toate discuțiile de până acum am considerat tacit că, pentru o coardă deschisă, capetele sale sunt libere. La urma urmei, pare normal, coarda deschisă se mișcă liber prin spațiu, iar cu ea și capetele sale. Mai mult, am văzut că viteza acestor capete trebuie să fie egală cu viteza luminii.

Cu toate acestea, să ne imaginăm că legăm unul sau ambele capete ale corzii deschise de un punct *fix*. Or, și mai interesant, să le lăsăm să alunece *liber* pe o linie sau pe un plan. În general, am putea limita mișcarea unui capăt al corzii la un *hiperplan* de dimensiune p (să nu uităm că avem de unde alege, deoarece universul are 9 dimensiuni spațiale). Acest hiperplan de dimensiune p, pe care capetele corzilor sunt constrânse să se miște, se numește o *Dp-brană*.

Litera D vine de la Johann Dirichlet, care este numele matematicianului german ce a studiat ecuațiile diferențiale

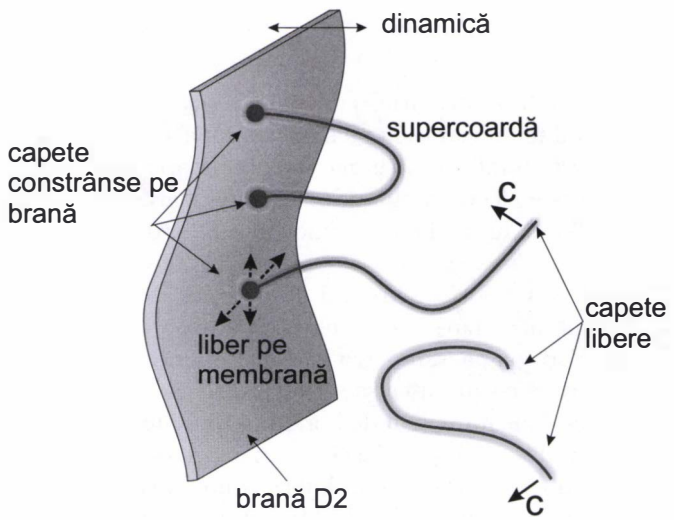

Figura 20.15: *În figură sunt exemplificate condițiile la capete pentru o coardă relativistă. Coarda de sus are ambele capete constrânse să se miște pe o suprafață bidimensională (o membrană) care poartă numele de „D2-brană". Coarda de jos are ambele capete libere. La mijloc se află o coardă ce are un capăt constrâns să se miște pe membrană și un capăt liber. Suprafața bidimensională (membrana) poate fi deformată, torsionată și dinamică în timp.*

ale unei funcții cunoscând valorile acesteia la capetele unui interval dat. Aceste ecuații se pot aplica și la mișcarea unei corzi cu capetele fixe. Cuvântul *brană* vine de la membrană, deoarece, în cazul general, hiperplanul de dimensiune p poate fi imaginat ca o membrană (vezi figura 20.15).

De exemplu, în cazul în care coarda are un capăt fixat într-un punct, atunci acel punct definește o D0-brană, pentru că dimensiunea unui punct este 0. Dacă însă capătul corzii este constrâns să se miște liber într-un plan, atunci acel plan definește o D2-brană (pentru că planul are dimensiunea 2) și așa mai departe (vezi figura 20.15). Dar D-branele nu sunt numai hiperplanuri fixe pe care capetele corzilor sunt constrânse să se miște. Ele sunt obiecte *dinamice*, care se mișcă, fluctuează sau care interacționează cu alte obiecte. Desigur, în această situație fizica devine și mai interesantă, iar problema mult mai complexă.

Dintre multitudinea de hiperplanuri (dinamice) *Dp-brane* care pot fi construite, cele mai fascinante sunt *branele de univers* („branewold" in engleza). Într-un caz simplificat al acestei teorii (caz pe care alegem să-l prezentăm aici pentru cursivitate), avem de-a face cu *D3-brane*, adică cele două capete ale corzilor sunt constrânse să se afle într-un hiperplan de dimensiune 3 din universul de 9 dimensiuni spațiale. Presupunerea suplimentară este că acest hiperplan este chiar universul în care ne aflăm noi (vezi figura 20.16)!

Cu alte cuvinte, nu atingem niciodată alte puncte din universul de nouă dimensiuni, pentru că ele sunt în afara hiperplanului 3 dimensional pe care ne aflăm, hiperplan care se numește acum *brană de univers*. În această brană de univers (universul nostru tridimensional) noi am detecta de fapt capetele corzilor care sunt atașate la ea, pe care le-am percepe ca particule elementare, deși corzile s-ar extinde în toate cele nouă dimensiuni. Această brană de univers este deci universul în care trăim. Și, să nu uităm, ea poate fi dinamică, torsionându-se și deformându-se în timp.

Presupunerea de mai sus este desigur spectaculoasă, pentru că ea ne permite să considerăm că celelalte 6 dimensiuni suplimentare nu sunt compactate ca în cazul spațiilor Calabi-Yau, ci se pot extinde oricât de mult. Aceste dimensiuni suplimentare pot fi oricât de mari, pentru că noi oricum nu le vedem, fiind constrânși să trăim în acel hiperplan tridimensional dat, acolo unde simțim capetele corzilor deschise descriind *particulele elementare* (vezi figura 20.16).

Desigur, veți întreba, care este avantajul unei astfel de brane de univers? Dincolo de faptul că este o construcție matematică interesantă, chiar este nevoie de ea pentru a explica realitatea? Ei bine, avantajul este că într-o astfel de teorie lungimea corzii relativiste ar putea fi mai mare decât lungimea Planck de 10^{-35} metri! De fapt, în teoria branelor de univers lungimea corzilor este dată de energia la care vrem să avem ruperea supersimetriei. Așa cum am văzut, fizicienii cred că aceasta are loc la energii de ordinul TeV-ilor, energii care vor fi testate la acceleratorul LHC.

Energia de 1TeV ne dă, în modelele de mai sus, frecvența de vibrație $f = E/h$ a corzii, iar aceasta, la rândul ei, ne dă lungimea de undă a vibrației fundamentale $\lambda = c/f = ch/E \sim 10^{-18}$m. Lungimea de undă este însă de ordinul de mărime al lungimii corzii deschise, datorită condițiilor

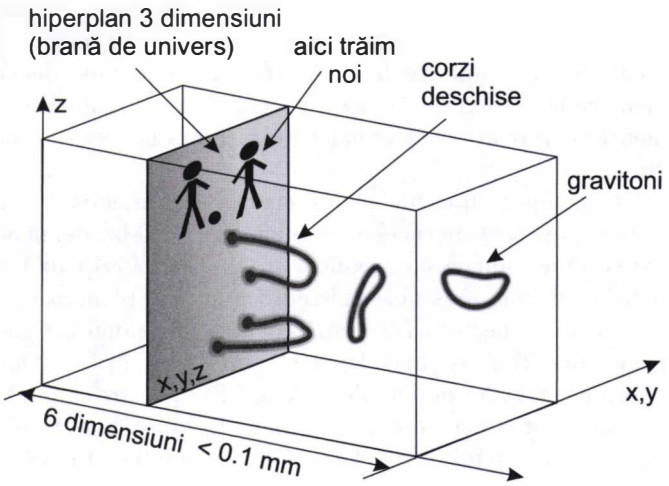

Figura 20.16: *Într-o versiune simplificată a teoriei branelor de univers, universul nostru tridimensional (reprezentat aici de un hiperplan vertical) ar fi „cufundat" într-unul cu nouă dimensiuni spațiale totale. Corzile relativiste deschise ar avea capetele fixate în hiperplan și ar reprezenta particulele obișnuite. Unele dintre aceste corzi deschise își pot uni capetele și forma un graviton (o coardă închisă) ce va scăpa de pe hiperplan. În afară de graviton, nimic altceva nu evadează de pe hiperplan (din universul în care trăim). Spațiul suplimentar din afara hiperplanului nu este „văzut" în mod obișnuit decât prin intermediul gravitației, pentru că nici lumina nici altceva nu îl părăsește. Din estimări actuale, dimensiunea lui trebuie să fie mai mică decât o zecime de milimetru.*

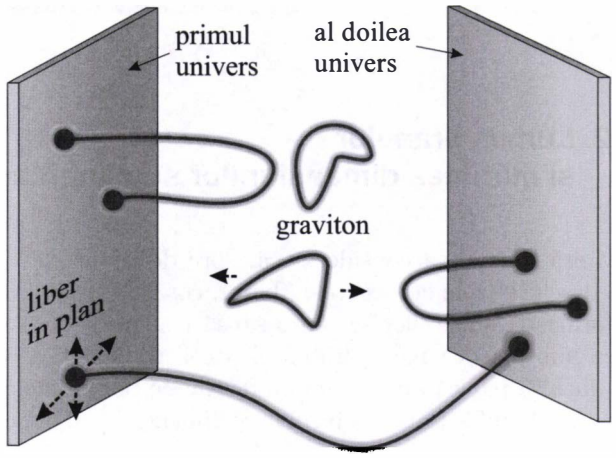

Figura 20.17: *Schița unui model de universuri paralele care sunt conectate prin intermediul interacțiunii gravitaționale. Cele două planuri reprezintă două brane de univers, adică fiecare câte un univers separat. În mod normal toate corzile relativiste deschise ce reprezintă particule sunt constrânse să trăiască și să evolueze pe aceste brane de univers. Cu toate acestea, capetele unor corzi se pot uni formând gravitoni (corzi închise) care vor evada în spațiul liber între branele de univers (cele două planuri). Ele vor purta interacțiunea de la univers la altul. Un astfel de model poate explica materia întunecată din universul nostru, a cărei existență a fost recent dedusă. În acest caz ea ar fi pur și simplu materia unui univers paralel cu al nostru, pe care noi o percepem prin intermediul gravitonilor. Dacă cele două universuri sunt și mai apropiate, atunci o coardă deschisă (partea de jos a figurii) se leagă de ambele universuri, creând modele și mai complexe.*

de rezonanță. Aceasta înseamnă că lungimea corzii este în noua teorie de ordinul 10^{-18}m, adică mult mai mare decât lungimea Planck inițială de 10^{-35}m. Indirect, atunci nivelurile excitate ale corzii se vor găsi în jurul energiilor de câțiva TeV, așa cum ne dorim, deci ar putea fi testate la acceleratorul LHC din Geneva.

Pentru că totuși nu am detectat în experimentele noastre celelalte dimensiuni, acum *posibil macroscopice*, fizicienii cred că avem nevoie de presupuneri suplimentare pentru teoria branelor de univers. Una dintre ele ar fi aceea că forțele electromagnetice slabe și tari nu se extind în afara branei de univers, deci în afara universului cu trei dimensiuni spațiale în care trăim. Acest lucru este ușor de acceptat dacă observăm că purtătorii forțelor sunt niște particule elementare (fotoni, bosoni) descrise de corzi relativiste. Pe ele le vom considera corzi deschise cu un capăt fix pe brana de univers.

Pe de altă parte, astfel de constrângeri nu se aplică forței gravitaționale, pentru că ea este cea care dă intrinsec curbura spațiului-timp, conform teoriei relativității generale. Forța gravitațională este intermediată de graviton, pe care îl putem face acum o coardă închisă, pentru a putea părăsi universul în care trăim, fiindcă nu mai este legat de el (vezi figura 20.16).

Dar și în acest caz trebuie să impunem constrângeri suplimentare asupra mărimii celor 6 dimensiuni pe care nu le vedem. Astfel, dacă dimensiunile acestea ar fi fost foarte mari, atunci supernovele ar fi emis energie gravitațională în *toate* cele 9 direcții spațiale. Energia gravitațională ar fi avut o altă distribuție, iar evoluția supernovelor ar fi fost vizibil modificată. În plus, mărimi mari ale celor 6 dimensiuni ar fi influențat în mod vizibil istoria universului. Toate aceste efecte impun o limită superioară pentru mărimea celor 6 dimensiuni suplimentare, de ordinul a *câteva zecimi de milimetru.*

Dar și așa valori de ordinul de mărime al *milimetrilor* ar fi mult mai mari decât cele așteptate pentru spațiile Calabi-Yau compactate introduse în secțiunea trecută. La o primă vedere s-ar putea să fiți surprinși, căci dacă dimensiunile suplimentare ar fi de aproximativ 1 mm, atunci sigur s-ar vedea, veți spune! Dar să nu uităm că noi „vedem" în mod obișnuit doar prin intermediul forțelor electromagnetice, care sunt obligate în acest caz să stea în brana de univers (universul nostru tridimensional). Singura noastră „lumină" cu care vedem în afara branei de univers este forța *gravitațională*, iar surpriza mare este că această forță nu a fost testată până în prezent pentru dimensiuni de sub o zecime de milimetru. De aceea prezentăm în continuare un rezultat al căutării altor dimensiuni cu ajutorul forței gravitaționale, care este util desigur tuturor teoriilor ce includ dimensiuni suplimentare ale spațiului.

Ideea de bază a experimentului este următoarea. Comportarea forței gravitaționale cu distanța este dată

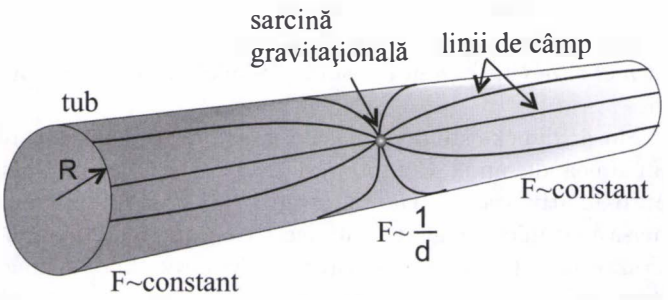

Figura 20.18: *În figură este reprezentat cazul unei singure dimensiuni suplimentare compactate. De la distanță, tubul din figură apare ca având o singură dimensiune. De aproape însă se vede structura sa bidimensională. În figură sunt desenate și niște linii de câmp generate de o sarcină gravitațională aflată în mijloc. De departe liniile de camp sunt paralele, însă foarte aproape de sursă acestea au o formă radială care trădează caracterul bidimensional al suprafeței. Măsurând atunci dependența liniilor de câmp de distanță vom ghici când ne apropiem la o dimensiune așa de mică încât dimensiunile suplimentare ale spațiului își fac apariția. În exemplul din figură, aproape de sursă, forța gravitațională evoluează invers proporțional cu distanța (pentru că este o suprafață bidimensională) iar departe de sursă forța devine constantă (liniile de flux își păstrează distanța dintre ele).*

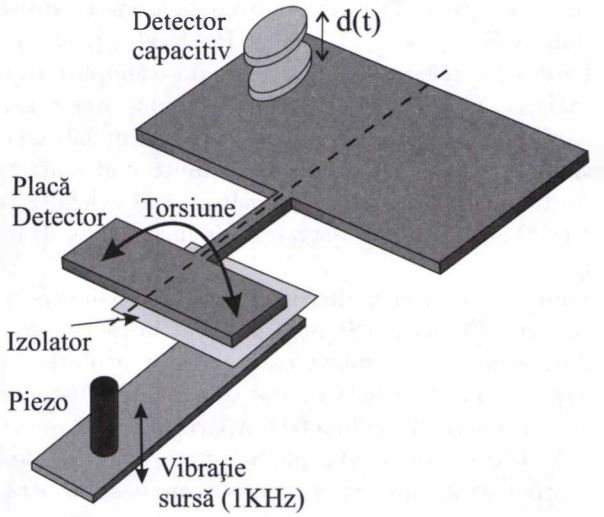

Figura 20.19: *Schema aparatului de măsură folosit de J. C. Long și John Price pentru a detecta eventualele dimensiuni suplimentare ale spațiului. Aparatul conține o lamelă de tungsten (cea de jos) care vibrează cu o frecvență de aproape 1KHz. Ea este sursa. La aproximativ 0,1 milimetri deasupra ei este așezată o altă lamelă de tungsten. Ea este detectorul. Între cele două este așezată o a treia placă izolatoare, care elimină posibilitatea ca vibrațiile plăcii sursă să fie transmise plăcii detector prin intermediul aerului sau eventualelor sarcini electrice statice care s-ar găsi pe cele două plăci. În acest fel, vibrația (generată de un cristal piezoelectric) va ajunge la detector doar datorită atracției gravitaționale care există între cele două plăci. Deoarece placa sursă este așezată asimetric, placa detector va avea o mișcare de torsiune în jurul axei sale de simetrie. Mișcarea este măsurată cu un detector capacitiv. Valoarea capacității este o măsură directă a distanței $d(t)$ dintre plăci.*

de numărul de dimensiuni ale spațiului. În spațiul tridimensional, de exemplu, forța gravitațională scade invers proporțional cu *pătratul* distanței, pentru că energia gravitațională emisă de un corp se distribuie uniform în spațiu. Or, cu alte cuvinte, câmpul gravitațional are o structură de *flux*, care se distribuie uniform din punctul sursă. Cum aria sferei ce înconjoară punctul este proporțională cu pătratul razei sferei, iar *fluxul* de câmp se menține constant, înseamnă că densitatea de flux (care este o măsură a tăriei gravitației) scade invers proporțional cu pătratul distanței.

În cazul prezenței unor dimensiuni suplimentare, se întâmplă un lucru deosebit. Astfel, să ne imaginăm un univers care are o topologie asemănătoare suprafeței unui *cilindru* subțire (vezi figura 20.18). Pe distanțe foarte scurte, suprafața cilindrului este *bidimensională*, deci forța scade proporțional cu distanța conform argumentului de mai sus (ar fi scăzut cu pătratul distanței dacă suprafața ar fi fost tridimensională). Dacă însă privim de la distanță, cilindrul apare ca o ață de o singură dimensiune, deci forța devine constantă cu distanța.

Vedem astfel că modul în care evoluează forța gravitațională cu distanța ne dă numărul de dimensiuni ale universului. Forța gravitațională scade cu distanța după relația $F \sim 1/r^{n-1}$ unde n este numărul total de dimensiuni ale spațiului. Atunci, dacă vrem să testăm existența unor dimensiuni suplimentare de mărimea unui milimetru, trebuie să măsurăm comportarea forței gravitaționale pe distanțe din ce în ce mai mici.

Putem porni cu distanțe macroscopice, de metri, și măsura forța de atracție dintre două corpuri pe măsură ce le apropiem. În universul nostru cu trei dimensiuni spațiale vom observa că forța crește invers proporțional cu *pătratul* distanței $F \sim 1/d^2$. Când însă măsurăm forța la distanțe de zecimi de milimetru, acolo unde poate o dimensiune suplimentară își face apariția, trebuie să observăm că forța gravitațională crește invers proporțional cu *cubul* distanței $F \sim 1/d^3$. Aceasta pentru că fluxul gravitațional se manifestă într-un univers cu patru dimensiuni spațiale. La distanțe și mai mici, dacă mai apare o nouă dimensiune suplimentară, atunci forța va crește invers proporțional cu valoarea distanței la *puterea a patra* $F \sim 1/d^4$ și așa mai departe.

Așa cum am menționat, din motive practice, aceste distanțe la care dimensiunile suplimentare își fac apariția trebuie să fie mai mici decât aproximativ un milimetru. Dacă găsim o abatere a comportării de la $F \sim 1/r^2$ către $F \sim 1/r^3$ la distanțe *mai mici* decât un milimetru, vom spune cu certitudine că o nouă dimensiune și-a făcut apariția. Sau, mai simplu spus, o eventuală *abatere* de la legea lui Newton semnalează apariția unor dimensiuni suplimentare.

Să observăm că teoria branelor de univers explică de ce gravitația este intrinsec mai slabă decât celelalte forțe ale naturii. Astfel, putem presupune că la distanțe foarte mici toate forțele (inclusiv gravitația) au același ordin de mărime. Dacă numărul de dimensiuni spațio-temporale

este $d = 10$, atunci forța gravitațională scade cu distanța sub forma $F \sim 1/r^{d-2} \sim 1/r^8$. Pe de altă parte, toate celelalte forțe (electromagnetismul, de exemplu) trebuie să scadă ca $F \sim 1/r^2$, pentru că ele sunt constrânse să se manifeste în brana de univers care are numai trei dimensiuni spațiale. De aceea, la distanțe mai mari forța gravitațională devine mult mai slabă decât celelalte forțe (pentru că scade cu puterea a opta la început, pe distanțe mici).

În anul 2003 un grup de cercetători de la Universitatea Boulder din Colorado (SUA) a publicat în revista *Nature* rezultatele unui experiment care a testat evoluția forței de atracție gravitațională cu distanța pentru distanțe de ordinul zecimilor de milimetri. Aparatul folosit prezintă două lamele de tungsten, plasate la o distanță de 0,1 mm, între care autorii experimentului au măsurat atracția gravitațională. Această măsurătoare nu a fost făcută însă direct, ci *indirect* (vezi figura 20.19).

Astfel, una dintre lamele (numită *detector*) are o frecvență particulară de rezonanță. Apoi cealaltă lamelă (numită *sursă*) este pusă să vibreze cu exact aceeași frecvență de rezonanță ca cea a lamelei detector. Datorită forței gravitaționale, lamela sursă va transmite vibrația lamelei detector, iar acesta va reacționa foarte sensibil, deoarece vibrează pe frecvența ei proprie de rezonanță. Amplitudinea vibrației lamelei detector este apoi monitorizată cu o sondă capacitivă, și ea ne dă o informație indirectă despre mărimea forței de atracție newtoniană între cele două lamele și comportarea acesteia cu distanța. Aparatul astfel construit este sensibil la greutăți care sunt de un miliard de ori mai mici decât o pietricică de nisip.

Rezultatele experimentului nu au scos la iveală nicio abatere de la legea lui Newton, nici măcar pentru distanțe de ordinul unei zecimi de milimetru. Cu alte cuvinte, mărimea *eventualelor* dimensiuni suplimentare trebuie să fie mai mică decât 0, 1 mm, dacă ele există în realitate.

203. Despre entropie și radiația Hawking a găurilor negre

În secțiunea 187 am prezentat *găurile negre microscopice*. Am văzut că limita acestora se găsește atunci când lungimea de undă Compton a găurii negre devine egală cu raza sa Schwarzschild. Un calcul direct conduce la observația că masa minimă a găurilor negre microscopice este egală cu masa Planck, adică 10^{19} GeV (în unități obișnuite avem 10^{-8} kg). În acest caz, raza Schwarzschild devine egală cu lungimea Planck, adică 10^{-35}m.

Lungimea de undă Compton ne spune care este precizia cu care putem localiza un obiect de masă M, din punct de vedere cuantic. Datorită incertitudinii cuantice, niciodată nu vom localiza mai precis un corp decât într-o regiune de dimensiune egală cu lungimea sa de undă Compton. Dacă am încerca să-l îndesăm într-o regiune mai mică, bucățele din corp vor sări afară datorită fluctuațiilor cuantice (vezi secțiunea 187). Pe de altă parte, raza Schwarzschild definește dimensiunea unui corp la care el devine o gaură neagră. Dacă îndesăm corpul într-un volum mai mic decât cel dat de raza Schwarzschild, atunci el devine o gaură neagră și nimic nu mai scăpă din el.

Masa Planck este acea masă a găurii negre pentru care lungimea de undă Compton și raza Schwarzschild sunt aproximativ *egale*. Gaura neagră nu ar putea avea o masă mai mică, pentru că în acest caz lungimea de undă Compton ar fi *mai mare* decât raza Schwarzschild. Atunci fluctuațiile cuantice ar arunca bucăți din gaura neagră pe distanțe mai mari decât raza Schwarzschild și ar dezintegra efectiv gaura neagră. De aceea găurile negre microscopice de masă Planck sunt cele mai mici găuri negre permise de teoria actuală.

Așa cum am văzut în secțiunile precedente, în starea sa de energie minimă (neexcitată), coarda relativistă are masa nulă, pentru a putea descrie valorile scăzute ale maselor particulelor elementare. Pe de altă parte, în starea sa *excitată*, masa unei corzi relativiste este de ordinul masei Planck, deci egală cu cea a unei găuri negre microscopice. Mai mult însă, așa cum am menționat, coarda relativistă are o mărime spațială tot de ordinul lungimii Planck, ca și gaura neagră microscopică. Vedem că atât coarda relativistă în starea excitată, cât și gaura neagră microscopică au aceeași masă Planck și aceeași dimensiune spațială dată de lungimea Planck. Putem face atunci presupunerea spectaculoasă că o coardă excitată este o gaură neagră microscopică!

Pornind de la aceste observații asupra corzilor excitate, unii cercetători investighează impactul teoriei corzilor asupra teoriei găurilor negre, sau, invers, o eventuală *confirmare* a teoriei corzilor relativiste cu ajutorul găurilor negre. Desigur, situația este paradoxală, deoarece atât corzile relativiste cât și găurile negre *microscopice* încă nu au fost detectate experimental.

Cu toate acestea, lipsa observațiilor nu îi împiedică pe fizicienii teoreticieni să elaboreze modele de găuri negre cu ajutorul teoriei corzilor relativiste. Problema este tentantă și pentru că teoria corzilor relativiste este prima teorie care încearcă să afle efectiv ce se întâmplă *în interiorul* găurilor negre. Astfel, chiar înainte de primele rezultate experimentale, teoria corzilor relativiste pare că a repurtat un succes în descrierea stărilor interioare ale găurii negre, prin intermediul *entropiei*.

Entropia este cunoscută ca o măsură fizică a dezordinii care, în general, este o noțiune oarecum subiectivă. În fizică însă, entropia (care se notează cu S) are o definiție exactă, fiind o măsură logaritmică a numărului $\Omega(E)$ de stări *microscopice* diferite ale unui sistem fizic care au aceeași energie E. În mod normal, entropia este minimă în starea de energie minimă a sistemului. Aceasta deoarece, cuantic, sistemul nu poate avea decât câteva configurații în starea sa de energie minimă.

Dacă însă punem puțină energie în sistem, energia se poate distribui în mai multe moduri între diversele părți ale sale, deci există mai multe configurații cu aceeași energie totală. Entropia S crește în acest caz. Desigur, dacă punem și mai multă energie în sistem, atunci sistemul își va distribui în și mai multe feluri energia între componentele sale. Atunci vom avea nenumărate configurații microscopice pentru care energia totală a sistemului este aceeași. Entropia a devenit din nou mai mare (vezi figura 20.20).

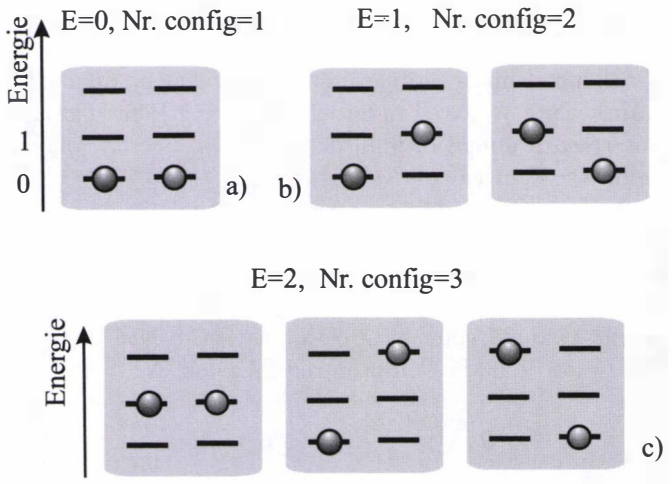

Figura 20.20: *În figură este exemplificată creșterea cu energia a numărului total de configurații (entropia) pentru un sistem compus. Sistemul exemplificat are două componente reprezentate prin două bile (de exemplu, doi atomi). În figură este reprezentată pe verticală (pentru fiecare componentă) o distribuție simplificată a nivelurilor de energie. În stânga sus (a) sistemul are energia totală minimă $E_0 = 0$ și va fi găsit cu această energie în doar o singură configurație $\Omega(E_0) = 1$ (entropie nulă). În dreapta sus (b) sistemul are energia totală $E_1 = 1$, iar el va fi găsit în două configurații $\Omega(E_1) = 2$ (entropia a crescut). În figură de jos sistemul compus are energia totală $E_2 = 2$ și va fi găsit deja în trei configurații $\Omega(E_2) = 3$ (entropie și mai mare).*

Așa cum a arătat fizicianul Ludwig Boltzmann (1844 - 1906), entropia crește cu energia:

$$S(E) = k_B \ln \Omega(E); \qquad \Rightarrow \qquad \Omega(E) = e^{\frac{S(E)}{k_B}}$$

Aici $k_B = 1,3 \cdot 10^{-23}$J/K este o constantă universală, numită constanta lui Boltzmann, iar $\Omega(E)$ este numărul de configurații microscopice distincte corespunzătoare energiei totale E.

Vedem astfel că entropia $S(E)$, dată de numărul de configurații microscopice ale sistemului, crește cu energia E pe care o punem în sistem. De fapt, relația e folosită astăzi pentru a defini matematic *temperatura* oricărui sistem. Ea ne spune că variația (derivata) entropiei cu energia este proporțională cu inversul temperaturii. Temperatura este mică atunci când, punând puțină energie în sistem, acesta își crește considerabil numărul său de configurații $d\Omega(E)$:

$$\frac{1}{T} = \frac{dS(E)}{dE}$$

Astfel, din relația de mai sus vedem că dacă temperatura T este mică, atunci variația entropiei este mare. Aceasta înseamnă că, dacă punem puțină energie ΔE, obținem o variație apreciabilă în entropie ΔS. Pe de altă parte, numărul de configurații $\Omega(E)$ crește exponențial cu energia, devenind foarte mare (vezi figura 20.20). Dacă însă numărul de configurații rămâne aproximativ același atunci când punem puțină energie în sistem, temperatura acelui sistem va fi mare.

Așa cum am amintit, fizicienii au avut îndrăzneala să aplice noțiunile de mai sus la *găurile negre*. Căci, dacă stăm strâmb și judecăm drept, nu avem cum să numărăm stările microscopice ale găurii negre la o energie dată, pentru că nu știm ce se întâmplă exact în interiorul ei! Cu toate acestea, așa cum au arătat Stephen Hawking și Jacob Bekenstein, ne putem face o idee despre numărul configurațiilor interne dacă măsurăm din afară *temperatura* la care gaura neagră radiază. Cum măsurăm însă temperatura unei găuri negre?

În secțiunea 86 am menționat că o gaură neagră produce *radiație Hawking* la orizontul ei datorată ruperii perechilor particulă-antiparticulă din vidul cuantic (vezi figura 8.14). Vom putea estima temperatura unei găuri negre dacă descriem mai precis radiația Hawking. Lucrul acesta nu l-am făcut în secțiunea 86, pentru că atunci nu aveam dezvoltate noțiunile de mecanică cuantică necesare. De aceea, vom profita acum de ocazie și vom descrie mai precis radiația Hawking.

Radiația Hawking este produsă puțin în afara *orizontului* găurii negre, cel care definește distanța față de centrul găurii negre sub care orice corp ce cade nu mai poate scăpa. În discuția noastră de aici, vom considera că orizontul găurii negre se află la o distanță de centru egală cu raza Schwarzschild $R_0 \approx GM/c^2$, unde M este masa găurii negre, G constanta gravitațională a lui Newton și c viteza luminii.

Pe marginea acestui orizont există în principiu numai vid, însă, așa cum am văzut în secțiunea 150, vidul cuantic poate fi privit ca fiind plin de *particule virtuale*. În mod normal, particulele virtuale nu pot fi observate, afară de cazul în care ele sunt aduse „la viață", exemplu în *efectul Schwinger* (vezi figura 14.24 din secțiunea 151): în prezența unui câmp electric foarte intens, electronii și pozitronii dintr-o astfel de pereche virtuală se deplasează în sens opus, acumulând pe o distanță scurtă energie care este mai mare decât energia lor de repaus, și devenind astfel particule *reale*.

Același lucru se poate întâmpla și la orizontul găurii negre, chiar dacă aici nu există un câmp electric. În acest caz, forța care separă particula și antiparticula din perechea virtuală este forța gravitațională, care *variază* cu distanța până la centru (vezi figura 20.21). De aceea, particula sau antiparticula virtuală care este mai aproape de centru e atrasă cu o forță mai mare decât perechea sa. Într-un sistem de referință al centrului lor de masă, particulele se îndepărtează unele de altele. Dacă energia astfel primită depășește energia lor de repaus, pe o distanță mai mică decât lungimea de undă Compton (ca și în cazul efectului Schwinger), atunci particulele vor deveni reale. Gaura neagră va emite astfel radiație, numită *radiație Hawking*, după numele celui care a prezis existența ei.

După cum arată calculele (vezi căsuța matematică), lungimea de undă Compton a particulelor radiate este aproximativ egală cu raza Schwarzschild sau mai mare decât ea. În figura 20.21 ar fi trebuit să desenăm o gaură neagră mai mică, de dimensiunea perechii virtuale, dar nu am făcut acest lucru. Cum găurile negre stelare au raze Schwarzschild de ordinul kilometrilor, numai particule cu o masă de repaus mică (cu lungimea de undă Compton

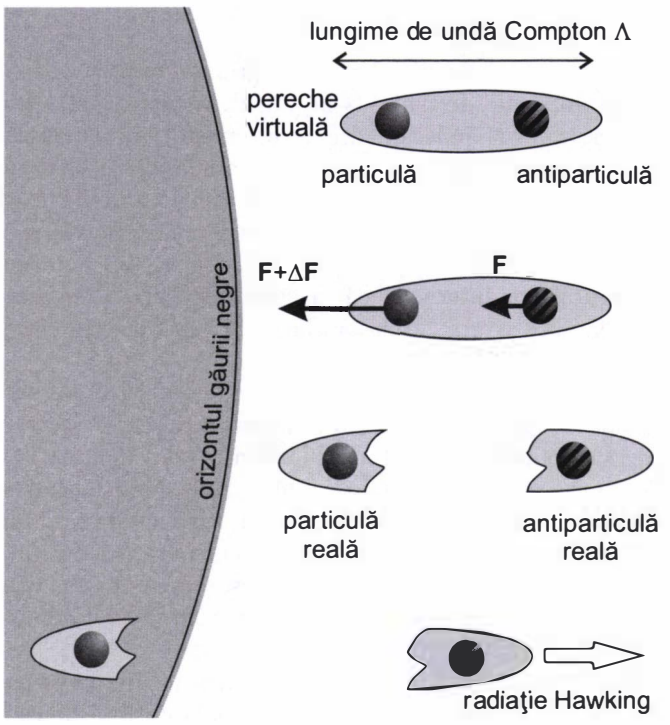

Figura 20.21: *În figură este reprezentat schematic modul în care apare radiația Hawking a găurii negre. O pereche virtuală de particulă și antiparticulă (schițată sus) este separată datorită forțelor gravitaționale puternice de la marginea găurii negre. În exemplul schițat, particula virtuală este mai apropiată de gaura neagră (aflată în stânga imaginii) decât antiparticula sa, în multiplele procese virtuale. Diferența ΔF dintre forța de atracție a găurii negre asupra particulei și antiparticulei este suficient de mare pentru a „sparge" perechea, generând o energie mai mare decât cea înmagazinată în masa de repaus a particulelor și transformându-le pe acestea în particule reale. Jos este schițat cum, în urma procesului de separare, una din cele două particule (în cazul nostru este chiar particula, dar putea fi și antiparticula) este înghițită de gaura neagră, iar cealaltă va scăpa generând radiație Hawking.*

mare) pot fi radiate, de pildă fotoni. De aceea, radiația acestor găuri negre este în principal electromagnetică.

Atunci când găurile negre sunt mici (cum se crede că erau la începutul universului), și raza Schwarzschild este mai redusă. Dacă o gaură neagră are dimensiuni de câțiva metri, vom detecta emisia ei în domeniul radio al radiațiilor electromagnetice (care are lungimi de undă de ordinul metrilor), iar atunci când gaura neagră este microscopică, și alte particule vor fi radiate. În acest caz, procesul seamănă cu unul de dezintegrare al găurii negre microscopice în particule elementare.

Procesul Hawking de emisie a radiației electromagnetice de către găurile negre este folosit de fizicieni pentru estimarea *temperaturii* acestora. Ei folosesc relația dintre temperatură și entropie pentru a afla numărul de stări microscopice ale găurii negre.

Calcul: ***Entropia găurii negre***

Să încercăm să estimăm temperatura și entropia unei găuri negre pe baza radiației Hawking. Pentru că ne interesează numai ordinul de mărime al acestor valori, vom face doar calcule *estimative*.

Astfel, să considerăm o pereche virtuală la orizontul găurii negre (vezi figura 20.21). Distanța de la pereche la centrul găurii negre este de ordinul razei Schwarzschild $r \approx R_0$, iar pentru distanța dintre particula și antiparticula virtuală vom folosi o valoare estimativă dată de lungimea de undă Compton redusă a lor, $\Delta r \approx \Lambda$:

$$r \approx R_0 = \frac{2GM}{c^2}; \qquad \Delta r \approx \Lambda = \frac{\hbar}{mc}$$

Diferența de forță gravitațională cu care particula și antiparticula de masă de repaus m sunt atrase se va estima atunci ca fiind

$$\Delta F = \Delta\left(\frac{GMm}{r^2}\right) = -\frac{2GMm}{r^3}\Delta r = -\frac{\hbar c^5}{(2MG)^2}$$

Din efectul Schwinger (vezi secțiunea 151) știm că lucrul mecanic efectuat de această forță pe o distanță mai mică decât lungimea de undă Compton redusă Λ trebuie să fie mai mare decât energia de repaus a particulelor $2mc^2$ pentru ca particulele să devină reale. Avem atunci următoarea relație care ne dă masa de repaus a particulelor ce vor deveni reale la orizontul găurii negre:

$$|\Delta F| \cdot \Lambda = 2mc^2$$

$$\frac{\hbar c^5}{(2MG)^2} \cdot \frac{\hbar}{mc} = 2mc^2 \quad \Rightarrow \quad m = a\frac{c\hbar}{GM}$$

Aici constanta a are, în calculul nostru estimativ, valoarea $a = 1/\sqrt{8}$.

Lungimea de undă Compton a acestor particule devine aproximativ egală cu raza Schwarzschild:

$$\Lambda = \frac{\hbar}{mc} \approx \frac{GM}{ac^2} = \frac{R_0}{2a}$$

Știind masa de repaus m a particulelor virtuale ce devin reale la orizontul găurii negre, putem estima temperatura radiației Hawking. Astfel, folosim faptul că, la echilibrul termic ce se va stabili puțin în afara orizontului găurii negre, temperatura este dată de energia medie a particulelor devenite reale:

$$E = mc^2 \approx k_B T \quad \Rightarrow \quad T \approx \frac{mc^2}{k_B} = a\frac{c^3\hbar}{k_B GM}$$

Mai sus k_B este constanta lui Boltzman, iar în prima parte am folosit o relație cunoscută a termodinamicii clasice.

Atunci când raza Schwarzschild este microscopică, particulele emise pot fi fotoni, electroni, pozitroni și așa mai departe. Când însă gaura neagră este macroscopică (cazul găurilor negre stelare, care au o rază Schwarzschild de ordinul kilometrilor) numai particulele cu o masă de repaus nulă vor fi emise, de exemplu fotoni. Aceasta pentru că lungimea de undă Compton a

electronilor sau pozitronilor este mult mai mică decât raza Schwarzschild, iar ele nu capătă energie suficientă pentru a fi separate din marea de particule virtuale. Gaura neagră stelară emite în principal radiație electromagnetică.

În acest al doilea caz (găurile negre stelare), deducția de mai sus trebuie adaptată pentru fotoni. Se arătă însă că lungimea de undă a fotonilor emiși este aproximativ egală cu raza Schwarzschild, așa încât rezultatul final pentru temperatură se păstrează în același ordin de mărime.

Formula dedusă de noi pentru temperatura găurii negre este estimativă, în această analiză sumară. Astfel, constanta a are aproximativ valoarea $a = 1/\sqrt{8}$ în calculul nostru, pe când o valore mai apropiată de realitate este $a = 1/8\pi$.

Exprimată în mase solare M_S, temperatura unei găuri negre de masă M va fi $T \approx 10^{-7}K(M/M_S)$. Vedem că, în mod normal, temperatura unei găuri negre stelare este mult mai mică decât temperatura radiației de fond 2,7K, deci o gaură negră stelară nu poate fi observată de astronomi direct prin intermediul radiației Hawking emise.

În timp, radiația Hawking conduce la „evaporarea" găurii negre. Timpul se estimează folosind formula temperaturii, iar el devine, pentru găurile negre stelare, mult mai mare decât vârsta actuală a universului.

Știind temperatura teoretică a unei găuri negre, putem încerca să estimăm și entropia S a acesteia, deci numărul de stări microscopice diferite, atenție, fără să privim direct înăuntrul găurii negre, ci doar folosind relația de definiție a temperaturii $1/T = dS/dE$ menționată mai devreme. Astfel, energia totală a unei găuri negre este de ordinul $E = Mc^2$, unde M este masa găurii negre. Avem:

$$dE = d(Mc^2) = TdS \approx \frac{c^3\hbar}{8\pi k_B GM} dS$$

$$dS = \frac{8\pi k_B G}{c\hbar} MdM \quad \Rightarrow \quad \text{(prin integrare)}$$

$$S = \frac{8\pi k_B GM^2}{2c\hbar} = \frac{k_B}{4} 4\pi \left(\frac{2GM}{c^2}\right)^2 \left(\frac{c^3}{\hbar G}\right) = k_B \frac{A}{4A_P}$$

Aici $A = 4\pi R_0^2$ este aria orizontului găurii negre, iar A_P este aria unui pătrat de dimensiune Planck $l_P = \sqrt{\hbar G/c^3} \approx 10^{-35}$m.

Folosind relația de definiție a entropiei $S = k_B ln\Omega(E)$, vedem că numărul de stări microscopice al găurii negre este aproximativ

$$\Omega(E) = e^{\frac{A}{4A_P}}$$

Dacă gaura neagră are o suprafață a orizontului de ordinul ariei Planck A_P, atunci ea va conține un număr foarte redus de stări microscopice diferite!

Numărul de stări microscopice ale găurii negre se dovedește a fi dat de raportul dintre *aria orizontului găurii negre* și *aria Planck* (pătratul lungimii Planck). Cu cât o gaură neagră are o masă mai mare, cu atât ea are o entropie mai mare. Pe de altă parte, dacă avem de-a face cu o *gaură neagră microscopică*, atunci aria orizontului ei este de ordinul ariei Planck, deci există doar *câteva* configurații microscopice pe care gaura neagră le are!

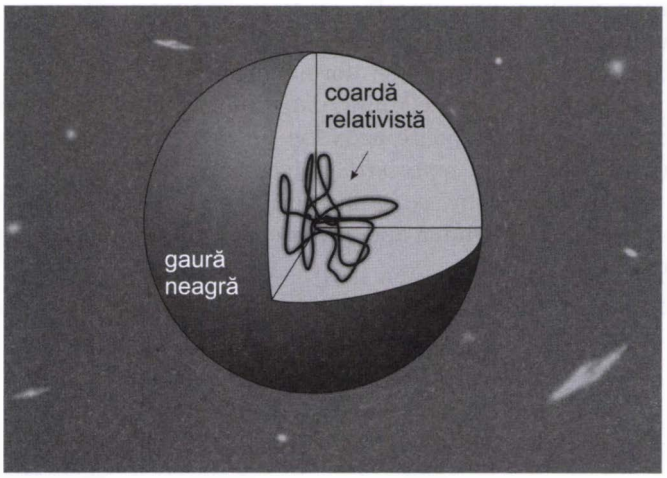

Figura 20.22: *O gaură neagră pe un fundal de stele. În interiorul găurii negre este schițată o coardă relativistă. În teoria corzilor relativiste, gaura neagră poate fi privită ca o coardă relativistă aflată pe un nivel de energie excitat. Unii fizicieni cred că temperatura găurii negre măsurată din afară ne dă numărul de stări cuantice ale corzilor relativiste aflate înăuntrul găurii negre.*

Rezultatul este deosebit, să recunoastem. El ne spune din nou că dimensiunile Planck sunt acelea la care atât gravitația cât și mecanica cuantică joacă un rol important. Căci, dacă o gaură neagră microscopică are doar câteva configurații, acelea nu pot fi decât stările ei *discrete* de energie, cele cuantificate. Analiza semiclasică a lui Hawking ne spune că, pentru o gaură neagră microscopică, aceste stări discrete de energie sunt puține, dar nu se spune și care sunt ele.

Teoria corzilor relativiste îndrăznește acest lucru. Astfel, așa cum am văzut, pentru energii de ordinul energiei Planck (ca acelea ale găurii negre microscopice) coarda relativistă are doar câteva configurații posibile, la fel ca gaura neagră microscopică, și aceleași proprietăți (masă Planck, lungime Planck etc.). Punând semnul de egalitate între o coardă relativistă excitată și o gaură neagră microscopică, vom *identifica* stările cuantice ale găurii negre microscopice ca fiind acele câteva stări excitate ale corzii relativiste.

Desigur, dacă am fi mai îndrăzneți, am compara găurile negre și corzile relativiste la energii și mai mari. O astfel de analiză ar aduce un câștig suplimentar. Astfel, fizicienii au arătat că și la energii mai mari entropia găurii negre este egală cu cea a corzii relativiste, deși numai în anumite aproximații (de exemplu, o constantă de cuplaj mare pentru interacțiunile dintre corzile relativiste). De aceea, unii cercetători îndrăznesc chiar mai mult, lansând ipoteza că chiar și găurile negre *macroscopice* (cosmice) pot fi privite în interior ca o singură coardă relativistă uriașă, într-o stare excitată de energie foarte mare (vezi figura 20.22).

Pe de altă parte, folosirea corzilor relativiste pentru explicarea găurilor negre are implicații în cosmologie. De

exemplu, ne putem imagina un scenariu pentru sfârșitului universului, cel în care universul se contractă la loc către dimensiuni minuscule, formând un fel de gaură neagră. În momentul acela însă, datorită principiului cuantic de incertitudine, poate avea loc un proces de *evaporare* ce va conduce la *renașterea* universului. Tranziția de la „moarte" la „viață" se va face printr-o coardă relativistă uriașă, care determină apoi proprietățile universului renăscut.

Astfel de scenarii, deși susținute de calcule parțiale, țin în mare măsură de imaginația cercetătorilor. Așa cum am menționat deja, teoria corzilor relativiste nu este încă demonstrată experimental, și cu atât mai puțin relația ei cu găurile negre. Cu toate că aceste exerciții de imaginație par să se îndepărteze mult prea mult de ceea ce putem experimenta azi, să nu uităm că realitatea depășește de multe ori imaginația noastră.

21

Fizica, între cotidian și viitor

Acum, când am ajuns spre sfârșitul povestirii noastre, să facem un popas pe vârful muntelui. Analogia își are frumusețea ei, deoarece din vârf putem admira în toată splendoarea organizarea diverselor sate de la poalele muntelui. La fel și în fizică putem regăsi relații între diversele teorii odată ce avem o privire de ansamblu. Sau putem privi în lumea înconjurătoare și recunoaște într-o formă sau alta principii fundamentale ale fizicii.

De aceea, în prima secțiune ne vom concentra pe câteva dintre lucrurile aflate, și vom încerca să vedem dacă recunoaștem prezența lor în viața noastră de zi cu zi. În ultima secțiune ne vom orienta către problemele rămase încă nerezolvate în fizica modernă și către indiciile pentru rezolvarea lor.

204. Fizica modernă, recunoscută în lumea înconjurătoare

Fizica în sine este percepută în spațiul public ca o știință complexă, iar în școli ca o materie grea. Poate că este în parte adevărat, deși dificultatea se datorează în cea mai mare parte aparatului matematic cu care ea operează. Dincolo de aceasta însă, fizica rămâne în esență un exercițiu prin care încercăm să corelăm fenomene aparent diferite ale naturii.

De exemplu, putem compara mișcarea Lunii pe cer cu căderea unui măr. Deși diferite (Luna *stă* pe cer, iar mărul *cade*), ambele fenomene sunt totuși descrise de aceeași lege a atracției universale. Ca și mărul, Luna cade spre Pământ, doar că, având un impuls inițial într-o direcție tangențială cu Pământul, ea se tot învârte în jurul lui, neatingându-i niciodată suprafața. Știind acest lucru, ne vom aminti că Luna cade încontinuu spre Pământ de câte ori o vom privi pe cerul înstelat.

Un alt exemplu menționat în această lucrare este cel al focului. În culoarea *roșie* a jarului aprins se regăsește cuantificarea nivelurilor de energie ale oscilatorilor termici. Astfel, dacă ei nu ar fi fost cuantificați (cazul clasic), atunci oscilațiile de frecvență înaltă ar fi fost excitate în aceeași măsură ca și cele de frecvență joasă. Cum însă primele sunt mai numeroase datorită prezenței armonicilor (multipli ai frecvenței fundamentale), contribuția acestora ar fi fost dominantă, iar jarul ar fi arătat cel puțin albastru, ori ar fi emis în ultraviolet (acolo unde frecvențele sunt mai mari). În fizică, efectul poartă numele de *catastrofă ultravioletă*.

Din fericire, nivelurile de energie sunt cuantificate după relația lui Planck $\Delta E = hf$, unde ΔE este diferența dintre nivelurile de energie, f este frecvența oscilației, iar h este constanta lui Planck. Atunci, pe măsură ce crește frecvența f, scade numărul de niveluri de energie disponibile (pentru că va crește diferența ΔE dintre ele). În acest fel contribuția oscilațiilor de frecvență înaltă joacă acum un rol mai puțin important, iar jarul devine *roșu* (lumina de culoare roșie are o frecvență mai mică decât cea de culoare albastră). Privind deci culoarea roșie a jarului recunoaștem un element esențial al mecanicii cuantice: discretizarea nivelurilor de energie.

Un alt exemplu menționat este cel al *nopții întunecate*. El scoate în evidență faptul că universul a avut un moment de început. Căci, dacă universul ar fi existat dintotdeauna și ar fi fost static (un model mai simplificat), atunci radiația luminoasă a stelelor ar fi avut timp să umple tot spațiul, iar noaptea ar fi fost inundată de lumina stelelor (paradoxul lui Olbers). Lumina nopții ar fi fost un indiciu privind vârsta infinită a universului. Așa însă, faptul că noaptea este întunecată ne reamintește mereu că universul a avut un *început*.

Există și alte exemple mai puțin evidente. Astfel, în capitolul de electromagnetism am discutat despre faptul că un câmp magnetic generat de un curent electric nu este decât o manifestare *relativistă* a câmpului electric. Dacă ne-am afla pe un electron în mișcare, nu am observa decât câmpul electric al acestuia și nici un fel de câmp magnetic generat de electron. Așa însă, pentru că privim electronul cum trece pe lângă noi (deci din alt sistem de referință), percepem acel câmp electric ca fiind modificat, iar o parte a câmpului electric originar este o formă pe care noi o numim câmp magnetic.

Observația de mai sus este oarecum surprinzătoare, deoarece ne așteptam ca efectele relativiste să fie nesemnificative în lumea înconjurătoare (pentru că vitezele obiectelor sunt mult mai mici decât viteza luminii, deci ne

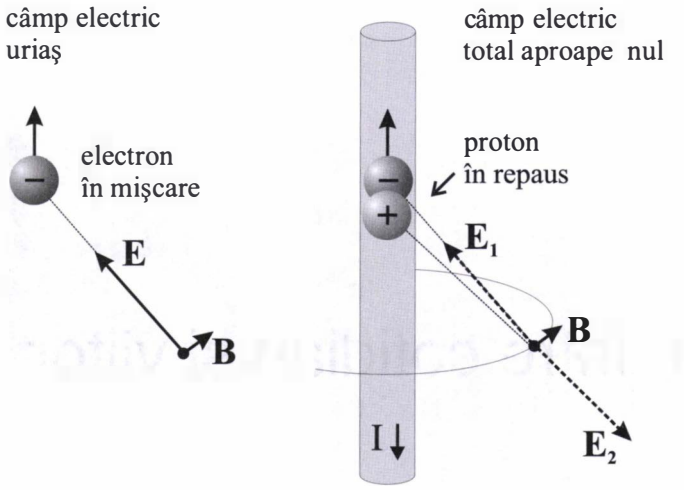

Figura 21.1: *În stânga este un electron în mișcare cu o viteză nerelativistă. Datorită acestui lucru, câmpul electric* **E** *este mult mai mare decât cel magnetic* **B**, *într-un sistem de unități în care cele două câmpuri pot fi comparate. În dreapta este schițat același electron în mișcare într-un conductor. Aici nucleele pozitive (protonii) aflate în repaus în conductor nu contribuie la câmpul magnetic ci doar la cel electric. Cum însă sarcina electrică a protonului este egală în valoare absolută cu cea a electronului, câmpurile electrice ale celor două particule se vor anihila reciproc, chiar dacă ambele sunt foarte mari. Vom rămâne atunci doar cu câmpul magnetic, care va fi observat chiar dacă are valori mici, pentru că el se adună de la toți electronii care circulă în conductor.*

așteptam ca un câmp magnetic să nu fie imediat observabil. De fapt, așa și este, câmpul magnetic al unui electron ce se deplasează cu viteze obișnuite este mult mai mic decât câmpul său electric, dacă ambele sunt exprimate în aceleași unități de măsură.

Cu toate acestea, câmpurile magnetice ale tuturor electronilor în mișcare în conductor se adună, pe când câmpurile electrice sunt anulate de câmpurile electrice ale protonilor statici (conductorul este neutru). Așa se face că, pentru un conductor ce transportă curent electric, câmpul magnetic devine *vizibil*, deși pentru electron el este intrinsec mult mai mic decât cel electric (vezi figura 21.1). În final, vedem că de fiecare dată când măsurăm cu o simplă busolă câmpul magnetic al Pământului (care este generat de curenți electrici aflați adânc în Pământ), nu facem decât să verificăm *teoria relativității restrânse*.

Teoria relativității o recunoaștem și într-un alt exemplu, cel al mișcării orbitale a Pământului. Astfel, Pământul se mișcă în medie cu 30 km/s pe orbita sa, iar timp de un an își schimbă direcția de mișcare cu 360°. Noi însă nu observăm mișcarea Pământului în evenimentele zilnice, pentru noi este ca și cum el ar sta pe loc. Vom recunoaște aici *principiul relativității* al lui Galilei, cel care ne spune că legile mecanice sunt aceleași dacă stăm pe loc ori dacă ne deplasăm cu viteză constantă.

Acest principiu l-am extins la electromagnetism. Astfel, am văzut că experimentele de electricitate și magnetism efectuate pe Pământ (în special cele de interferometrie) nu scot în evidență viteza Pământului de 30 km/s. Circuitele electronice funcționează la fel, ele nu par să se sinchisească de o direcție sau alta a mișcării Pământului în spațiu. Observația se reduce în esență în a spune că și legile lui Maxwell sunt aceleași în orice sistem de referință inerțial, cu concluzia surprinzătoare că viteza unei unde electromagnetice (viteza luminii) este *aceeași* din orice direcție o privim, fie că ne apropiem de undă, fie că ne îndepărtăm de ea.

Un alt exemplu poate neașteptat este cel al franjelor de interferență ce se formează în experimentele de *difracție*. Așa cum am văzut, cel mai simplu exemplu de experiment de difracție este cel în care aducem două degete unul lângă altul. Atunci când ele se apropie la o distanță mai mică decât un milimetru (atât cât să nu se atingă) le vom privi îndeaproape. Vom observa câteva linii întunecate paralele cu marginea degetelor, ce sunt *franjele de interferență*.

Într-o primă instanță, prezența franjelor de interferență scoate în evidență caracterul ondular al razelor de lumină. În a doua instanță însă, să ne reamintim că în mecanica cuantică o undă luminoasă este de fapt o *undă de probabilitate* a fotonilor. Iar faptul că unda de probabilitate formează franje de difracție ne spune de fapt că un foton se găsește într-o stare de *superpoziție cuantică* corespunzătoare diverselor traiectorii virtuale pe care le poate urma atunci când trece printre degetele noastre.

Să ne întoarcem acum cu privirea la o altă surpriză, cea a *materiei vii*. Astfel, majoritatea oamenilor de știință cred că viața este un rezultat al *autoorganizării* materiei în structuri din ce în ce mai complexe. Prezența complexității materiei vii scoate însă în evidență faptul că universul este *răcit*. Astfel, precum un fulg de zăpadă își construiește frumoasa sa formă regulată atunci când este frig, și se topește când dă de căldură, la fel și complexitatea lumii vii (proteinele, ADN-ul) este posibilă pentru că temperatura universului este în medie scăzută.

Dacă energiile particulelor ar fi fost de ordinul energiei Planck (așa cum ne-am fi așteptat combinând pentru început constantele universale), atunci și temperatura universului ar fi fost de ordinul de mărime al temperaturii Planck (miliarde de miliarde de miliarde de grade), iar structurile complexe nu s-ar fi putut dezvolta în timp, ci s-ar fi topit pur și simplu. Din fericire însă, odată cu expansiunea universului, acesta s-a răcit, permițând autoorganizarea materiei în structuri din ce în ce mai complexe.

Observația precedentă o regăsim și în *modelul standard al particulelor elementare*, acolo unde energiile medii ale particulelor sunt cu zeci de ordine de mărime mai mici decât energia Planck. Universul este aici înghețat într-o formă similară cu a supraconductorilor. Rolul „apei înghețate" în acest model îl reprezintă câmpul Higgs, care este nenul în fiecare punct din spațiu și „înghețat" într-o stare în care fazele sale din fiecare punct din spațiu se aliniază unele cu altele, aducând cu sine o rupere de simetrie. Mecanismul introduce o *diferențiere* a forțelor elementare, ca cea de interacțiune nucleară slabă sau electromagnetică. În plus, prin intermediul bosonului Higgs, se generează masa de repaus nenulă pentru diverse particule.

Cu alte cuvinte, răcirea și „înghețarea" universului face posibilă apariția structurilor complexe nu numai la nivel *macroscopic* (de exemplu, viața), dar și la nivel *microscopic* (o diversitate mai mare a particulelor elementare și a interacțiunilor dintre ele). Se prea poate ca cel de-al doilea fenomen să fie o necesitate pentru primul, însă aici

am intra desigur pe un tărâm al speculațiilor. Noi să ne reamintim, de fiecare dată când privim o frunză căzând legănându-se dintr-un copac, că propria ei existență este datorată răcirii și „înghețării" universului, la fel cum răcirea atmosferei permite apariția structurilor complexe pe care le numim fulgi de zăpadă.

Desigur, exemplele ar putea continua cu faptul că forța de atracție dintre un pieptene frecat și o hârtiuță scoate în evidență dependența forței electrostatice de distanță, sau cu faptul că de fiecare dată când folosim un sistem GPS pentru navigație verificăm intrinsec dilatarea timpului în câmpuri gravitaționale mai intense, parte a teoriei relativității generale.

În plus, de fiecare dată când privim lumina Soarelui nu facem decât să verificăm legea tunelării cuantice, cea care face posibil ca doi protoni să fuzioneze chiar dacă distanța dintre ei este prea mare pentru ca procesul să aibă loc. Tunelând cuantic prin potențialul electrostatic care îi separă, cei doi protoni se pot afla la o distanță mult mai mică între ei, făcând posibil procesul de fuziune prin intermediul forțelor nucleare.

Un alt exemplu este cel al nisipului din palmă. Așa cum văzut, dacă unda de probabilitate a particulelor de nisip nu ar fi suferit un colaps cuantic la fiecare măsurătoare, ar fi trebuit ca particulele de nisip să fie delocalizate pe distanțe de milimetri, de la începutul formării Pământului. Atunci am fi simțit miscarea cuantică a particulelor de nisip în palmă. Acest lucru nu se întâmplă, pentru că unda de probabilitate suferă un colaps cuantic la fiecare măsurătoare, lucru de care ne putem aduce aminte ori de câte ori ajungem pe malul mării și luăm un pumn de nisip în palmă.

Ne vom opri aici cu aceste exemple. Ele scot în evidență o caracteristică esențială a fizicii, faptul că prin observații atente asupra lumii cotidiene putem înțelege și descoperi legi profunde ale universului. Tot ce avem de făcut este să privim *cu alți ochi* lumea din jurul nostru. De ce 1+1 fac mereu 2? De ce o undă luminoasă trece totuși prin vidul cosmic când este de așteptat ca ea să aibă un mediu purtător, ca o undă mecanică obișnuită? De ce obiectele se lovesc unele de altele și nu se întrepătrund ca niște unde? De ce există ceva mai degrabă decât nimic?

Sperăm că aceste tipuri de întrebări vor bântui mințile tinere așa cum au bântuit mințile marilor fizicieni atunci când și ei aveau o vârstă fragedă. Din *curiozitatea* generată și din *emoția* trăită se va naște apoi o nouă generație de cercetători, așa cum s-a întâmplat mereu de-a lungul timpului.

205. Istoria căderii libere a unui corp

De ce cad corpurile lăsate liber și, mai ales, de ce cad ele accelerat? Iată o întrebare al cărei răspuns poartă cu sine o parte însemnată din istoria fizicii. Vom răspunde și noi la această întrebare, pentru ca, pe viitor, atunci când vom privi căderea unui obiect, să ne aducem aminte cum căderea corpului scoate în evidență mai întâi legile mecanicii, apoi pe cele ale teoriei relativității generale, iar în final chiar pe cele ale mecanicii cuantice.

Astfel, legile fizicii sunt într-un fel ca foile de ceapă, se dau unele pe altele la o parte numai pentru a scoate la iveală alte foi de ceapă mai adânci. La ora actuală nu putem spune când se va sfârși acest proces. La fiecare etapă a sa reușim să găsim o unitate între noile legi descoperite, iar aceast lucru ne ține ocupați. Cine știe, s-ar putea să ajungem la o „lege ultimă", dar s-ar putea la fel de bine să ne aflăm doar la sufrafața „cepei", și dincolo de acești pași de început să se afle mii de alte straturi care așteaptă să fie descoperite.

Căderea unui corp este un lucru cu care ne-am obișnuit în viața de zi cu zi, nu ne sare în ochi, e ceva de la sine înțeles. Discutați cu un copil dacă se întreabă de ce cad corpurile și o să se uite mirat la voi, ca și cum ar spune „Dar ce întrebare e asta?" Întrebați-l de ce nu cade Luna, și atunci o să se arate intrigat și curios, pentru că acum remarcă *excepția*, iar ochii îi vor sclipi. Creierul nostru, veți fi poate de acord, este obișnuit să deducă automat regulile generale și să le arunce undeva în subconștient. Când apare însă o excepție, creierul se trezește ca din somn, la fel ca iepurele care sesizează o mișcare undeva dincolo de ierburi.

Povestea noastră începe cu Aristotel care, la întrebarea de ce cad corpurile, a răspuns că ele își caută locul lor *natural*, Pământul. Să remarcăm frumusețea acestui răspuns. La urma urmei, de ce se întorc oamenii acasă, nu pentru că își caută la sfârșitul zilei locul lor natural? Răspuns lui Aristotel este unul filozofic poate, dar care folosește un *principiu*, și nu o ecuație.

Introducerea ecuațiilor a început odată cu Galileo Galilei, dar mai ales cu Newton și Leibniz, care au dezvoltat forma lor diferențială. De atunci științele naturii au căpătat înfățișarea cunoscută astăzi, cu câte una sau mai multe ecuații în spatele fiecărei teorii. Răspunsul lui Galilei a fost că mișcarea corpului în cădere este întotdeauna accelerată, iar răspunsul lui Newton a fost că această mișcare se datorează forței cu care este atras corpul de către Pământ. Detaliile matematice se regăsc în ecuațiile ce descriu mișcarea.

Este interesant să aruncăm o privire asupra acestor detalii, ridicând următoarea problemă. Să presupunem că aruncăm un ceas drept în sus și ne întrebăm cu ce viteză trebuie să aruncăm ceasul și care este *traiectoria* sa în așa fel încât să cadă înapoi precis peste două secunde (vezi figura 21.2)?

Galilei și Newton ar răspunde atunci astfel: ceasul trebuie să urce un timp de o secundă și să coboare o secundă (timpul total este $T = 2s$). La sfârșitul mișcării de urcare viteza lui este nulă. Cum în acest timp de urcare corpul este *decelerat* continuu cu $g = -9.8\text{m/s}^2$, viteza lui inițială trebuie să fi fost $v_0 = gT/2 = 9,8\text{m/s}$, iar evoluția vitezei în timp $v(t) = v_0 - gt$. Dacă notăm cu x coordonata înălțimii, atunci traiectoria $x = x(t)$ se obține integrând ecuația precedentă, $x(t) = \int_0^t v(t)dt = v_0 t - gt^2/2$. Taaaaa da! Problema rezolvată. La coborâre mișcarea va fi în oglindă.

Pentru claritate, să desenăm traiectoria ceasului în spațiu-timp, ca în figura 21.2, unde avem pe o axă înălțimea și pe alta timpul. În joacă, sau plictisindu-ne la ore, să desenăm și alte traiectorii imaginare pe care

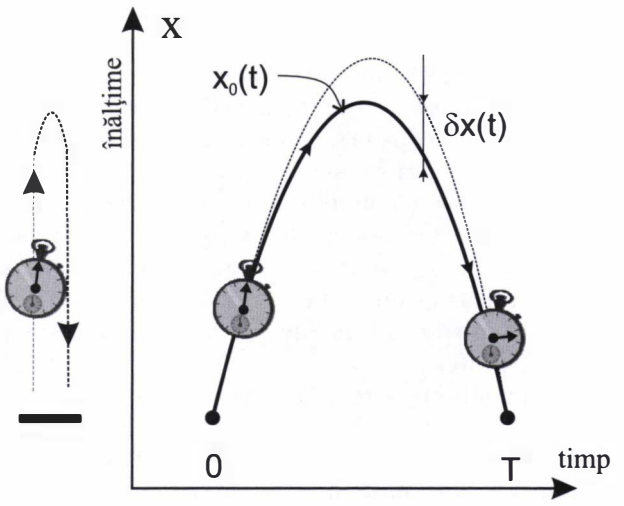

Figura 21.2: *În stânga este schițat un ceas aruncat în sus în așa fel încât să cadă înapoi exact după un timp $T = 2s$. În dreapta este schițată cu linie îngroșată linia de univers a acestei mișcări în spațiu-timp. Punctată, este schițată o altă linie de univers, situată infinitezimal aproape de cea reală.*

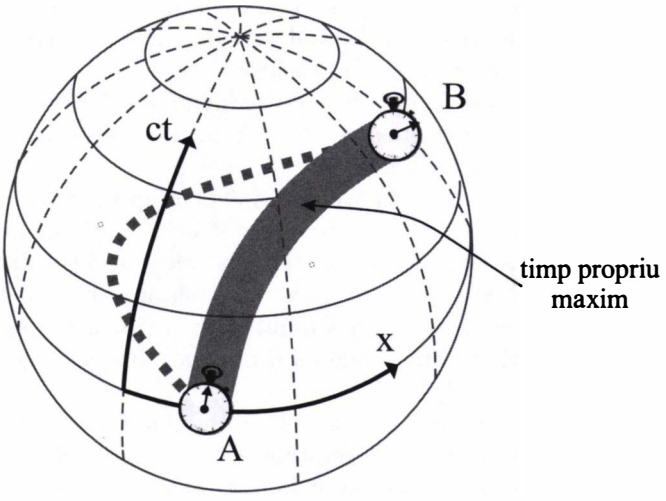

Figura 21.3: *Reprezentarea în spațiu-timp a liniei de univers a unui ceas aflat în mișcare liberă. Mișcarea urmează o geodezică, ceea ce înseamnă că ceasul alege acea linie de univers între evenimentele inițiale și finale care maximizează timpul propriu indicat pe ecran. De exemplu, dacă ceasul s-a deplasa pe linia de univers punctată din imagine, atunci viteza lui ar fi mare și ca atare ceasul ar bate mai încet, pentru că timpul se dilată pentru el. El nu și-ar maximiza astfel timpul propriu. Observați asemănarea situației cu cea a firului elastic din figura 11.1, atâta doar că acolo aveam un spațiu curb, pe când aici avem un spațiu-timp curb.*

le-ar fi putut urma ceasul în spațiu-timp. Atunci să ne întrebăm: are traiectoria reală ceva special față de celelalte traiectorii?

Așa cum am detaliat în capitolul 11, răspunsul este afirmativ, și a fost dezvoltat de Lagrange în cadrul mecanicii analitice. Lagrange ne atrage atenția că, dintre toate traiectoriile care pot fi imaginate între momentul inițial și cel final, traiectoria reală este cea pentru care *acțiunea* corpului este minimă. Astfel, trebuie să calculăm pe traiectoria imaginară lagrangeanul L al ceasului (*diferența* dintre energia cinetică și cea potențială), apoi să însumăm (integrăm) pe evoluția respectivă această valoare, pentru a obține acțiunea S. Aceasta va fi minimă pe traiectoria reală. Cei interesați pot urmări detaliile matematice ale secțiunii 124.

Să observăm cum putem „citi" principiul acțiunii minime. El ne spune că ceasul vrea să-și minimizeze energia cinetică și să-și maximizeze pe cât posibil energia potențială, pe traiectoria sa dată de evenimentele inițiale si finale. De aceea ceasul nostru are o mișcare decelerată în sus, el vrea să se miște cât mai puțin (minimizarea energiei cinetice) și să stea cât mai mult la înălțime, acolo unde energia potențială este mare (maximizarea energiei potențiale).

Căderea accelerată a unui corp lăsat liber (ceasul, în cazul nostru) este atunci, conform principiului acțiunii minime, o optimizare a diferenței dintre energia cinetică și cea potențială, în așa fel încât acțiunea să fie minimă. Ne vom întreba totuși: de ce tocmai *diferența* dintre cele două energii? De ce are lagrangeanul tocmai această valoare și nu alta? Dacă am căuta răspunsul la întrebare am avea o supriză: forma de mai sus rezultă din faptul că ceasul încearcă să-și maximizeze *timpul propriu* care este, în teoria relativității, diferit de indicația dată de ceasurile noastre în repaus!

Astfel, să ne readucem aminte discuția din cadrul teoriei relativității generale. Acolo ne-a interesat mișcarea unui ceas lăsat liber într-un câmp gravitațional. Mișcarea ceasului este reprezentată ca o *linie de univers* în spațiu-timp. Așa cum am văzut în secțiunea 71, linia de univers trebuie să fie o *geodezică* pentru orice corp ce se mișcă liber. Cu alte cuvinte, dacă ne întrebăm care va fi traiectoria ceasului aruncat în așa fel încât să cadă înapoi după două secunde, răspunsul este: reprezentată în spațiu-timp, această traiectorie va fi geodezica ce trece prin cele două evenimente! Geometric, trebuie să desenăm spațiul-timp curb, să trasăm apoi geodezica ce trece prin cele două evenimente și avem răspunsul căutat.

Reamintindu-ne acest rezultat, vedem cum putem aplica principiul acțiunii minime în cazul sistemului reprezentat de un ceas lăsat liber în câmp gravitațional. Aici considerăm acțiunea sistemului ca fiind „lungimea" liniei de univers („distanța" parcursă de ceas în spațiu-timp). Între starea inițială și cea finală (reprezentate de două evenimente în spațiu-timp) mișcarea reală a ceasului este aceea pentru care această acțiune e minimă. Astfel vom obține o geodezică, pentru că geodezica este linia cea mai „scurtă" între două evenimente spațio-temporale date (vezi figura 21.3).

Punem cuvintele „scurtă" și „distanță" între ghilimele, pentru că metrica spațiului-timp are niște trăsături aparte, așa cum am văzut în capitolul 7, și de aceea trebuie să definim mai exact ce înțelegem prin acești termeni. De exemplu, „distanța" parcursă de ceas în spațiu-timp este dată de *timpul propriu* τ indicat pe cadranul ceasului, diferit de timpul sistemului de referință, pentru că ceasul bate

mai încet atunci când se deplasează cu viteze mai mari sau când se află mai aproape de o stea. În teoria relativității definim acțiunea ceasului ca: $S \sim -\tau$, cu semnul minus pentru ca ea să devină minimă atunci când ceasul își maximizează timpul propriu pe traiectoria reală (geodezica) între evenimentul inițial și final.

Am detaliat în figura 21.3 de ce mișcarea pe o geodezică între starea inițială și cea finală (evenimentele A și B) maximizează *timpul propriu* scurs pe ecranul ceasului. Astfel, ceasul ar fi putut urma traiectorii imaginare în care ar fi dat ocolului planetei de trei ori până să se întoarcă în locul unde l-am aruncat (exact peste două secunde), însă în acest caz viteza lui ar fi fost foarte apropiată de viteza luminii, iar timpul ar fi stat pe loc pe ecranul ceasului (dilatarea timpului în teoria relativității restrânse). Timpul scurs pe ecranul său ar fi fost aproape nul, și nu cât mai mare, așa cum și-ar fi „dorit" ceasul. De aceea ceasul încearcă să minimizeze mișcarea între evenimentul inițial și cel final, alegând să să deplaseze cu viteze cît mai mici între cele două evenimente. În acest fel, ceasul își *minimizează energia cinetică.*

Același argument se construiește și pentru energia potențială. Astfel, așa cum ne spune teoria relativității generale, timpul se scurge mai încet pe un ceas dacă acesta se află mai aproape de corpuri cerești masive. La limită, de exemplu, la orizontul unei găuri negre timpul stă aproape pe loc (vezi secțiunea 75). De aceea, pentru a-și maximiza timpul propriu, ceasul preferă să stea cât mai departe de aceste zone. De exemplu, în cazul ceasului de pe Pământ, ceasul „preferă" zone mai îndepărtate de Pământ, deci mai sus, acolo unde energia potențială este mai mare și unde timpul bate mai repede. Ceasul încearcă prin urmare să-și *maximizeze energia sa potențială.*

Vedem astfel că teoria relativității (restrânsă și generală) explică forma lagrangeanului pentru un ceas în cădere liberă. Acesta se mișcă în așa fel încât să-și minimizeze energia cinetică și să-și maximizeze energia potențială, între un eveniment inițial și unul final date (astfel, ceasul își maximizează timpul propriu). Or, lagrangeanul este diferența dintre energia cinetică și cea potențială, deci suma lui de-a lungul evoluției va fi minimizată. Cei interesați de forma matematică a discuției de mai sus pot urmări căsuța matematică alăturată.

Calcul: ***Timpul propriu și acțiunea unui corp***

Să ne referim la figura 21.2, imaginându-ne că aruncăm în sus un ceas de masă m pentru a ajunge înapoi după timpul $T = 2\text{s}$ și că el urmează traiectoria reală $x_0(t)$.

În teoria relativității, timpul propriu indicat de ceas diferă de timpul sistemului de referință prin efecte introduse de mișcare (dilatarea timpului în teoria relativității restrânse) și cele introduse de câmpurile gravitaționale (dilatarea timpului în teoria relativității generale). Să considerăm mișcarea ceasului pe momente infinitezimale de timp dt, calculate în sistemul nostru de referință. Ceasul va arăta atunci pe ecranul lui că a trecut un timp δt *diferit* de timpul dt al sistemului de referință.

De exemplu, teoria relativității restrânse (vezi secțiunea 52) ne spune că timpul propriu $\delta\tau_1$ trecut pe ecranul ceasului va fi:

$$\delta\tau_1 = dt\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = dt\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}} \approx dt\left(1-\frac{v^2}{2c^2}\right)$$

Aici v este viteza corpului la acel moment infintezimal iar c este viteza luminii. În plus, am folosit aproximarea $(1+x)^a \sim 1+ax$, valabilă pentru $x \ll 1$, cum este în cazul nostru.

Ceasul va indica pe cadranul său o valoare δt diferită de valoarea dt indicată de ceasurile sistemului nostru de referință. Diferența va fi

$$(\delta\tau_1 - dt) \approx -\frac{v^2}{2c^2}dt$$

Deoarece ceasul se mișcă în câmpul gravitațional al Pământului de masă M (vezi secțiunea 75), aflându-se la o distanță r de centrul Pământului, timpul $\delta\tau_2$ trecut pe ecranul său va fi din nou diferit timpul dt trecut în sistemul nostru de referință:

$$\delta\tau_2 = dt\sqrt{1-\frac{2GM}{rc^2}} = dt\left(1-\frac{2GM}{rc^2}\right)^{\frac{1}{2}} \approx dt\left(1-\frac{GM}{rc^2}\right)$$

Aici G este constanta gravitațională a lui Newton. Valoarea întârzierii datorată câmpului gravitațional al Pământului devine:

$$(\delta\tau_2 - dt) \approx -\frac{GM}{rc^2}dt$$

Valoarea negativă obținută în ambele cazuri ne spune că ceasul va bate mai încet (indicația lui de pe ecran $\delta\tau$ este mai mică decât timpul scurs în sistemul nostru de referință $\delta\tau < dt$), pentru fiecare moment infinitezimal dt al mișcării.

Din teoria relativității generale (vezi secțiunea 71) știm că ceasul se deplasează liber pe o *geodezică* a spațiului-timp. Între două evenimente date ale spațiului-timp, geodezica este linia de univers pentru care ceasul „trăiește" cel mai intens, deci pentru care întârzierile *acumulate* $|\delta\tau - dt|$ sunt cele mai mici (vezi figura 21.3). Ceasul caută atunci să-și *minimeze* întârzierile de mai sus acumulate în mișcarea sa:

$$\int_0^T\left(\frac{v^2}{2c^2}dt+\frac{GM}{rc^2}dt\right) = \frac{1}{mc^2}\int_0^T dt\left(\frac{mv^2}{2}+\frac{mGM}{r}\right) \sim$$
$$\sim \int_0^T dt\,(E_c - E_p) = \int L\cdot dt = S$$

În relația de mai sus am înmulțit și împărțit cu masa m a ceasului (considerată constantă într-o primă aproximare) pentru a recupera energia cinetică $E_c = mv^2/2$ și cea potențială $E_p = -mGM/r$ a corpului de probă.

Energia potențială a fost introdusă în secțiunea 19, acolo unde am văzut că ea se poate aproxima cu $E_p \approx E_0 + mgh$. Aici h este înălțimea ceasului față de

suprafața Pământului, iar $g = GM/R^2$ este accelerația gravitațională.

Vedem astfel că forma lagrangeanului ceasului în cădere este $L = E_c - E_p$, deci termenul S este chiar *acțiunea* atașată sistemului. Această acțiune va fi minimizată pe traiectoria reală a ceasului pentru că aici își minimizează ceasul întârzierile.

Calculul ne arată astfel că lagrangeanul este într-adevăr *diferența* dintre energia cinetică și cea potențială, și că forma este un rezultat al faptului că ceasul încearcă să își maximizeze timpul propriu (să-și minimizeze întârzierile) între evenimentele inițial si final. Avem, cu alte cuvinte, o manifestare a teoriei relativității.

Urmărind discuția precedentă, a unui ceas în cădere liberă, recunoaștem cum s-a schimbat incă o dată perspectiva noastră. Astfel, Aristotel ne spunea că ceasul cade spre Pământ pentru că Pământul reprezintă locul natural al obiectelor. A venit apoi Newton, care ne-a spus că ceasul cade pentru că este atras de Pământ. Acum vine Einstein și ne spune că ceasul cade într-o manieră în care își maximizează timpul propriu.

Putem fi curioși și privi cadranul ceasului odată ce acesta atinge Pământul. După cum ne spune Einstein, timpul τ indicat pe cadran ar trebui să fie în urmă față de timpul t indicat de ceasurile noastre. Întârzâierea este de ordinul $v^2/c^2\Delta t$, așa cum se vede în căsuța matematică precedentă, pentru ceasul nostru care cade după două secunde $\Delta t = 2s$. Folosind pentru viteză o valoare medie $v = g\Delta t \approx 10m/s$, obținem întârzieri ale timpului propriu al ceasului de ordinul $(10/(3 \cdot 10^8))^2 \approx 10^{-15}$s.

Să remarcăm întârzierea infinitezimală a ceasului. Și totuși, această întârziere infinitezimală (de ordinul unei singure rotații clasice a electronului pe orbita atomului) este motivul pentru care mișcarea corpului este accelerată, și nu sub o altă formă, în așa fel încât ea sa descrie o geodezică în spațiu-timp. Noi nu ne dăm seama de întârzierile infinitezimale ale ceasului pentru timpul său propriu, pentru că nu folosim în viața de zi cu zi ceasuri atât de precise. Natura ne surprinde incă o dată.

Povestea noastră nu se oprește însă aici. Am văzut că forma acțiunii S (diferența dintre energia cinetică și cea potențială, însumată pe traiectorie) este generată de timpul propriu τ al ceasului, care este maxim pe geodezică. Ceasul își minimizează acțiunea S pentru că de fapt își maximizează timpul propriu τ, după relația $S \sim -\tau$. Ne putem însă întreba mai departe, de ce ceasul își maximizează timpul propriu, de ce alege el pentru mișcare tocmai geodezica între evenimentul inițial și cel final? Totuși, de ce nu o altă traiectorie?

Pentru a răspunde la întrebare, să facem un salt în reprezentarea lui Feynman pentru mecanica cuantică, aducându-ne aminte că însuși Feynman a fost preocupat de principiul minimei acțiuni, chiar de pe băncile școlii. Metoda lui Feynman (vezi capitolul 13) ne spune cum să calculăm *amplitudinea de tranziție* a ceasului dintr-un eveniment în altul, folosind traiectoriile virtuale.

Astfel, la început trebuie să ne imaginăm că ceasul urmează simultan toate traiectoriile virtuale care pot fi construite între evenimentul inițial (aruncarea ceasului) și cel final (căderea lui la loc după două secunde). Pe fiecare astfel de traiectorie virtuală ceasul este urmărit în mișcarea sa de o undă pilot. Oscilația undei pilot „bate" în funcție de *timpul propriu* al aceasului, încetinind dacă ceasul se mișcă mai repede pe traiectoria virtuală ori dacă ajunge mai aproape de o stea.

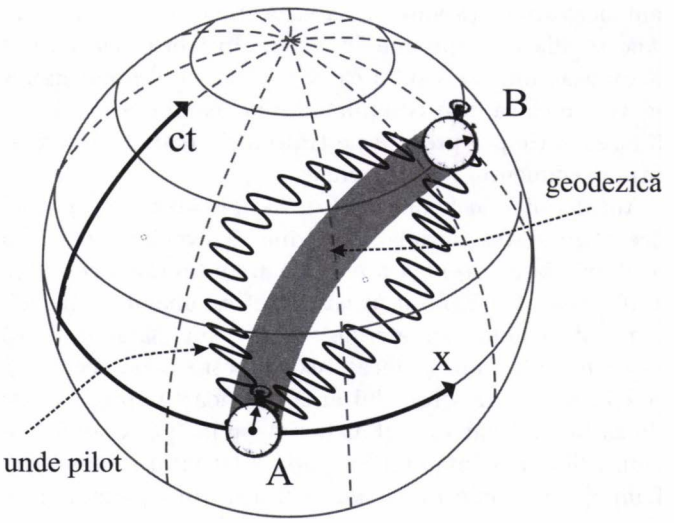

Figura 21.4: *În imagine este reprezentată într-un spațiu-timp curb evoluția aceluiași ceas liber ca în figura 21.3. Probabilitatea ca ceasul să aibă o tranziție cuantică din A în B se calculează interferând undele pilot ale tuturor liniilor de univers virtuale. Variația în faza undei pilot este o măsură directă a timpului propriu parcurs pe traiectoria virtuală, deci a „lungimii" în spațiu-timp a traiectoriei virtuale. Cum această lungime este un extrem pe geodezică, toate traiectoriile apropiate de geodezică vor avea undele pilot în fază. Pentru că undele interferează constructiv, ele vor contribui semnificativ la amplitudinea de probabilitate finală a tranziției din A în B.*

Probabilitatea ca ceasul să ajungă dintr-un loc într-altul e este dată de *interferența* undelor pilot pentru toate traiectoriile virtuale, interferență care poate fi constructivă sau distructivă, în funcție de faza undei pilot în evenimentul final (vezi figura 21.4). Acum însă, acele traiectorii care se regăsesc aproape de geodezica spațiului-timp vor avea aproximativ aceeași valoare a timpului propriu (caracteristica geodezicei, pentru care timpul propriu este minim), deci undele pilot ajung în fază, iar interferența e constructivă. Ca atare, ceasul are o probabilitate mai mare de a fi găsit pe linia de univers atașată geodezicei între evenimentul inițial și cel final. Deși, ne spune mecanica cuantică, el poate fi găsit și în alte locuri, pentru că circulă și pe acolo.

Vedem că trebuie să ne ajustăm din nou percepția despre fenomenele naturii. Ceasul circulă pe toate traiectoriile virtuale *în același timp*, dar el are o probabilitate mai mare de a fi găsit pe geodezică, pentru că aici undele pilot ale ceasului interferează constructiv. A ne imagina că un ceas parcurge *în același timp* mai multe traiectorii virtuale nu e un exercițiu pe care îl facem zilnic.

Și totuși, în modelul lui Feynamn, așa se întâmplă ori de câte ori aruncăm ceasul în sus. El cade accelerat pentru că urmează mai multe traiectorii virtuale și interferează

pe acestea, interferența fiind constructivă pentru traiectoria pe care ceasul cade accelerat. Traiectoria reală și cele apropiate de ea au astfel cea mai mare contribuția la amplitudinea de tranziție între evenimentul inițial și cel final.

Faptul că ceasul ar putea fi găsit și pe a altă traiectorie decât cea clasică este o caracteristică a mecanicii cuantice. Pentru a ne face o idee despre aceste probabilități, să ne aducem aminte din capitolul 13 că faza acumulată pe o traiectorie virtuală este $\phi = S/\hbar$. Traiectoriile care joacă un rol important sunt atunci cele a căror fază diferă față de traiectoria reală cu nu mai mult de $|\Delta\phi| = |\Delta S|/\hbar \approx 2\pi$, deci cele care au $|\Delta S| \leq h$.

Ne putem întreba: cât de diferite sunt aceste traiectorii virtuale față de traiectoria reală pentru ceasul din figura 21.3? Unde să ne uităm, în afară de traiectoria clasică, pentru a găsi în mod neașteptat ceasul? După cum vedem, acele traiectorii vor avea $|\Delta S| \approx |\Delta E_p|\Delta t \approx mg|\Delta z|\Delta t \leq h$ și deci $|\Delta z| < h/(mg\Delta t) \approx 10^{-34}$m, pentru un ceas de masă $100g$ aflat într-o mișcare de $\Delta t \approx 1$s. Pentru a vedea efecte cuantice, trebuie atunci să ne uităm la o traiectorie virtuală a ceasului care se abate cu doar $\Delta z \approx 10^{-34}$ m față de traiectoria reală!

Povestea de mai sus e o nouă etapă în înțelegerea căderii ceasului. Aristotel ne spunea că un corp cade pentru a ajunge la Pământ, locul natural al oricărui obiect din univers. Newton ne spune că ceasul cade accelerat pentru că este atras de Pământ. Einstein ne spune că el cade de fapt pentru că urmează o geodezică în spațiu-timp, în așa fel încât să-și maximizeze timpul propriu între poziția inițială și cea finală. Iar acum vine Feynman și spune că ceasul poate fi găsit oriunde, atâta doar că pe traiectoria clasică interferența undelor pilot este constructivă, datorită caracteristicilor geodezicei, de aceea este cel mai probabil este să-l găsim aici. Care va fi următoarea descriere?

Să mai remarcăm că am pornit de la un principiu (cel al lui Aristotel) pentru a ajunge tot la un principiu. Pentru a afla rezultatul corect nu avem decât să presupunem că unda de probabilitate oscilează în acord cu „distanța" parcursă de ceas în spațiu-timp, timpul său propriu. În acest fel am reconstruit o legătură între teoria relativității generale și mecanica cuantică. Din păcate, este doar o mică piesă dintr-un joc de puzzle, rămas nerezolvat. Căci, la ora actuală, nimeni nu a putut unifica teoria relativității generale cu mecanica cuantică. Despre acesta însă, în secțiunea următoare.

206. Gravitația cuantică

Vom aborda în această secțiune o problemă nerezolvată a fizicii moderne, și anume unificarea mecanicii cuantice cu teoria relativității generale. Vom detalia în special o soluție particulară propusă de fizicieni, numită în engleză „loop quantum gravity" (ceea ce s-ar putea traduce prin gravitație cuantică cu „bucle").

Așa cum am menționat în capitolul 12, mecanica cuantică a fost unificată doar cu teoria relativității *restrânse*. Una dintre „cheile" soluției s-a dovedit teoria cuantică a câmpurilor, acolo unde particulele sunt pachete de energie ale unor câmpuri clasice. Dacă impunem condiția ca toate componentele câmpurilor din natură să satisfacă la bază și relațiile câmpului Klein-Gordon, atunci particulele rezultate vor satisface relația relativistă a lui Einstein dintre masă și energie, deci ele se vor mișca relativist, cum e cazul electronului sau al fotonului.

Din acest punct de vedere, pare surprinzător că nu putem extinde direct metoda de mai sus la teoria relativității *generale*. Unde s-au împotmolit fizicienii? De ce nu putem generaliza imediat rezultatele din teoria cuantică a câmpurilor? Răspunsul stă în esența teoriei relativității generale, care ne spune că spațiul este *curb* și *dinamic*. Fiind dinamic, ar trebui să-l cuantificăm și pe el, deci însăși fundalul pe care se manifestă materia! Cum acest lucru nu l-am făcut în teoria cuantică a câmpurilor, acolo unde fundalul spațiului era clasic, nu este de mirare că o cuantificare a teoriei relativității generale este mai mult decât un simplu pas înainte.

Înainte de a începe povestea, să clarificăm puțin un aspect. După cum se vede, titlul secțiunii este „gravitație cuantică" și nu „teoria relativității generale cuantificate". Motivul a fost explicat în capitolul 7: interacțiunea gravitațională este un rezultat direct al curburii spațiului-timp, deci al relativității generale. În teoria lui Einstein, am putea spune la fel de bine că gravitația *nu există*, în sensul că nu avem forțe sau câmpuri gravitaționale suplimentare, tot ce avem este curbura spațiului-timp.

Acest lucru este păstrat de fizicieni și în cuantificarea teoriei relativității generale. Noua teorie s-ar numi *gravitație cuantică*, dar să nu ne imaginăm că trebuie să cuantificăm numai forța gravitațională ca pe o forță care se adaugă celorlalte forțe ale naturii. Ceea ce avem de cuantificat, în principiu, este evoluția dinamică a spațiului-timp.

Vom face și noi de acum încolo această identificare completă dintre gravitație și teoria relativității generale. Desigur, se prea poate să greșim și, spre deosebire de ceea ce se intamplă în teoria macroscopică a lui Einstein, cele două concepte să fie diferite la nivel microscopic. Vom urma totuși linia de gândire cea mai des întâlnită și vom presupune că gravitația nu există separat de curbura spațiului-timp. Atunci, ceea ce trebuie să cuantificăm nu este un ipotetic câmp gravitațional, ci direct structura curbă a spațiului-timp.

Punctul nostru de pornire este teoria cuantică a câmpului, acolo unde particulele sunt pachete discrete de energie ale unui câmp clasic. Acest câmp clasic și particulele sale se manifestă pe un fundal bine definit al spațiului-timp, fundal care se supune legilor relativității restrânse. Primul pas pe care îl putem face este să ne imaginăm că fundalul este *curb*, precum cel creat de relativitatea generală, rămânând însă *clasic*. Teoria rezultată ar deveni atunci un fel de teorie cuantică a câmpurilor pe spații curbe. Funcționează o astfel de abordare?

Răspunsul este afirmativ, până la un punct. De fapt, acest lucru l-am exemplificat deja în secțiunea 205 (vezi figura 21.4). Am arătat acolo că amplitudinea de tranziție a unei particule dintr-un eveniment spațio-temporal în altul este un rezultat direct al curburii spațiului-timp. Folosind

metoda lui Feynman a evoluțiilor virtuale, pe fiecare dintre evoluțiile virtuale între cele două evenimente particula acumulează o fază. Această fază este proportională cu timpul său propriu, deci cu „distanța" parcursă în spațiu-timp între evenimentul inițial și cel final. Amplitudinea de probabilitate a tranziției între evenimentul inițial și cel final este suma coerentă (care ține cont de fază) a tuturor evoluțiilor virtuale între cele două evenimente. După cum vedem, analiza nu folosește nici o formulă în plus ci doar forma curbă a spațiului-timp. Concluzia este că mișcarea unei particule într-un spațiu-timp curb poate fi cuantificată.

Rezultatul este întărit și de un experiment recent, care a testat pentru prima dată mișcarea cuantificată a unor particule în câmpul gravitațional al Pământului (deci în spațiul-timp curb generat de masa Pământului). Experimentul, efectuat de Valery Nesvizhevsky, Hans Börner și colaboratorii lor, a fost publicat în revista *Nature* (2002). Aceștia au calculat mai întâi că energia unor neutroni este cuantificată, odată ce neutronii se mișcă în câmpul gravitațional al Pământului, deasupra unei oglinzi metalice situate mai jos la o distanță de câțiva microni. Energia neutronilor are niveluri discrete, datorate câmpului gravitațional, iar aceste niveluri au fost confirmate direct în experiment.

Să observăm că în cele două exemple de mai sus vorbim despre mișcarea unei particule într-un spațiu-timp curb generat de corpuri masive, aflate în depărtare, nu de particulele respective. În teoria pe care o căutăm, ne interesează curbura spațiului indusă *chiar de particulele cuantificate* (aflate în stări de superpoziție cuantică). Or, aici apare o primă problemă, căci o particulă cuantificată nu se află într-un loc precis, ci ea se află *în același timp* în toate locurile din univers! Ce putem face?

La întrebarea de mai sus avem în esență două soluții, prezentate în figura 21.5. Aici am desenat o particulă care se află într-o stare de superpoziție cuantică în doar două poziții, notate cu A și B. În partea de sus a figurii avem prima opțiune: spațiul rămâne *clasic*, dar este curbat de starea cuantică a particulei. El are două „adâncituri", pentru că particula poate curba spațiul în ambele locuri, din moment ce ea este, *în același timp*, în ambele poziții.

Desigur, în acest caz al spațiului *clasic*, curbura sa este dată de *întreaga* undă de probabilitate a particulei. Dacă particula se află doar în A, atunci spațiul este curbat doar în A, dacă se află în B, atunci spațiul este curbat doar în B (cazurile clasice). Când particula se află în ambele locuri simultan, spatiul este curbat în ambele zone, cu o curbură dată de probabilitatea de a găsi particula acolo.

Soluția de mai sus a fost prima încercată de fizicieni. Ei au generalizat astfel ecuațiile lui Einstein, propunând ca spațiul și timpul să rămână clasice, iar curbura spațiului-timp să fie dată de un fel de valoare medie a tensorului energie-impuls, atunci când particula se află într-o stare de superpoziție cuantică.

O astfel de propunere se poate, în principiu, testa experimental. Din păcate, astăzi cele mai grele obiecte „macroscopice" care au fost puse în superpoziție cuantică sunt de ordinul grosimii unui fir de păr. Pentru a testa teoria, ar trebuie să măsurăm curbura spațiului sau măcar forța de atracție gravitațională a unui fir de păr aflat în

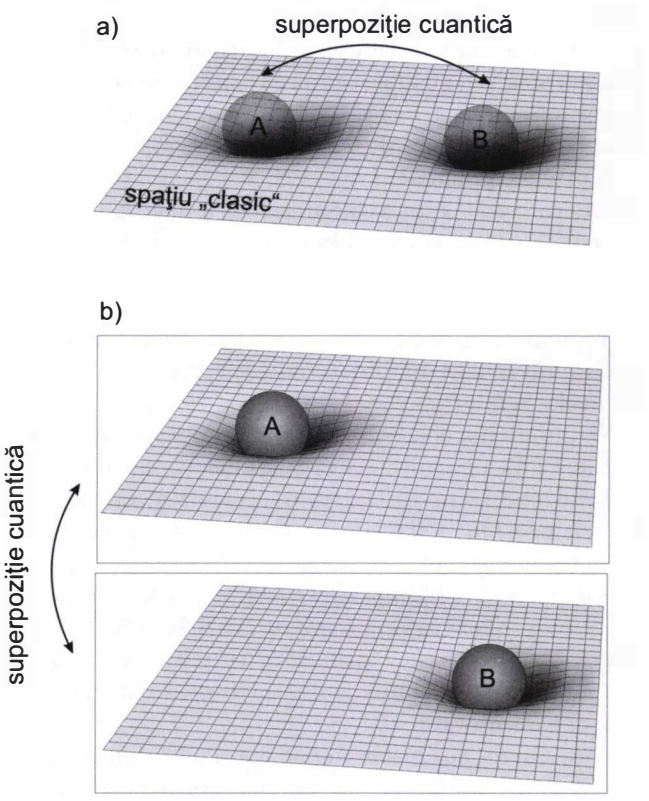

Figura 21.5: *În figură sunt prezentate două dintre manierele prin care putem unifica mecanica cuantică cu teoria relativității generale. În partea de sus este reprezentată o particulă care se află într-o stare de superpoziție cuantică formată din două stări clasice localizate. Spațiul rămâne clasic, dar se curbează în cele două locuri, proporțional cu probabilitatea particulei de a se găsi acolo. În partea de jos, fiecare dintre stările clasice de localizare ale particulei vine cu o curbură a spațiului. Starea de superpoziție a celor două situații este nu numai pentru particulă, dar și pentru spațiul curb în care se manifestă particula.*

superpoziție cuantică. Astfel de experimente încă nu au fost făcute în laboratoare.

Chiar și în lipsa rezultatelor experimentale, fizicienii se îndoiesc că soluția de mai sus este cea corectă. Ei susțin că, pe de o parte, nu putem folosi pur și simplu energia medie, căci în acest caz ar trebuie să includem energia de zero a vidului, care este cu 120 ordine de mărime mai mare decât energia observată în experimente, așa cum am arătat în secțiunea 151. Desigur, am putea scădea energia de zero a vidului, însă tot nu scăpăm de alte probleme fundamentale. De exemplu, este greu de adus împreună forma *nedeterministă* a mecanicii cuantice cu caracterul *determinist* al curburii spațiului-timp, în care îl păstrăm clasic pe acesta din urmă. Căci ce se întâmplă la o măsurătoare a particulei, atunci când unda de probabilitate are un colaps cuantic? Se schimbă brusc și curbura spațiului-timp?

Un argument foarte puternic împotriva teoriei semiclasice de mai sus a fost adus în 1977 de fizicienii Kenneth Eppley și Eric Hannah. Ei au remarcat că curbura spațiului ne dă *informații* despre unda de probabilitate a particulei. Am putea afla unda de probabilitate, măsurând doar curbura indusă asupra spațiului. Așa însă cum am văzut la sfârșitul secțiunii 120, nu avem voie să aflăm

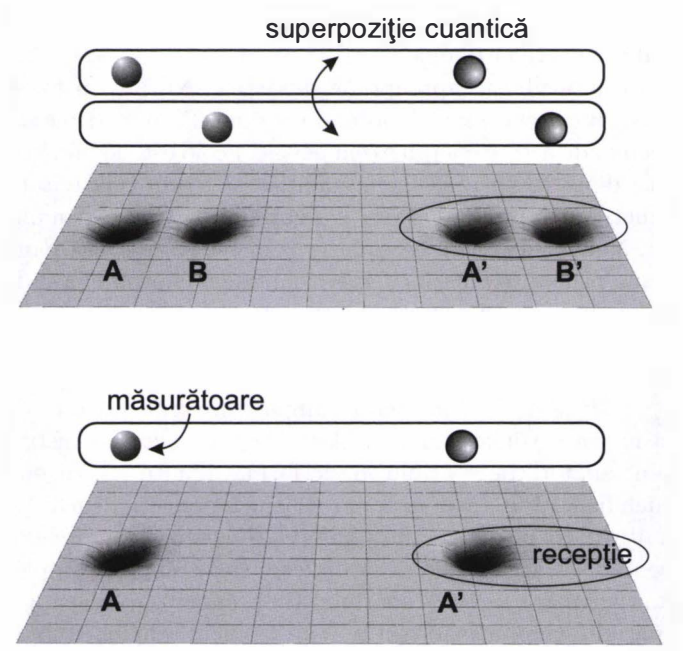

Figura 21.6: *În partea de sus avem două particule care se află într-o stare de corelație cuantică (o superpoziție cuantică specială a două stări clasice). Prima stare clasică are prima particulă în A și a doua în A'. A doua stare clasică are prima particulă în B și a doua particulă în B'. Deorece prima particulă se găsește atât în A cât și în B, spațiul are două adâncituri, câte una pentru fiecare din cele două poziții (în teoria semiclasică). Jos este rezultatul unei măsurători asupra particulei din stânga, atunci când unda de probabilitate multiparticulă suferă un colaps cuantic. Acum a doua particulă va fi găsită fie în A', fie în B', iar spațiul are doar o adâncitură (în exemplu ales ea este în A'). Deoarece spațiul curb are acum doar o singură adâncitură, observatorul din zona A'B' va deduce că observatorul din stânga a făcut o măsuratore. Informația măsurătorii a ajuns instantaneu în dreapta, cu o viteză mai mare decât viteza luminii.*

starea cuantică completă a unei particule, căci atunci am putea viola cauzalitatea, trimițând informație cu o viteză mai mare decât viteza luminii! Sub forma de mai sus, teoria semiclasică nu poate fi corectă.

Să detaliem puțin mai mult acest argument interesant. Astfel, să ne imaginăm *două* particule corelate, într-un experiment asemănător figurii 10.28. Prima particulă este fi în pozițiile apropiate A și B, iar ce-a de-a doua particulă se găsește la celălalt capăt al universului, simultan în pozițiile A' și B'. Starea de corelație este aleasă asemănător stării EPR din secțiunea 119. Ea va fi o superpoziție cuantică a doar două stări clasice. În prima stare clasica prima particulă este în A și a doua în A', iar în cea de-a doua stare prima particulă este în B și a doua particulă în B'. Să remarcăm că ambele particule sunt într-o stare de superpoziție cuantică. Local, starea primei particule este atunci asemănatoare cu cea schițată în figura 21.5. Avem două „adâncituri" în curbura spațiului, lucru valabil și pentru a doua particulă.

Să presupunem acum că un observator aflat în zona primei particule A și B vrea să-i trimită un mesaj unui alt observator aflat în zona A' și B', instantaneu, la celălalt capăt al universului. El vrea să spună: „Acum apasă pe trăgaci!" Pentru aceasta el face o măsurătoare a stării de superpoziție a celor două particule. Așa cum am discutat detaliat în secțiunea 119, sistemul de două particule va avea un colaps cuantic fie în starea AA' (prima particulă în A, a doua în A'), fie în starea BB' (prima particulă în B, a doua în B').

Mai departe, obvservatorul aflat în zona A'B' nu măsoară deloc particula, el doar urmărește curbura spațiului. Acum însă, deoarece particula a doua se găsește *fie* în A', *fie* în B', el va observa o singură „adâncitură" a spațiului, nu două! „Aha, unda de probabilitate a suferit un colaps cuantic, deci șeful mi-a zis să trag", va spune el. Informația a circulat cu o viteză mai mare decât viteza luminii, pentru că nu ne-a interesat ce se întâmplă cu particula, ci am măsurat doar colapsul unei de probabilitate și momentul său, prin intermediul curburii spațiului. Folosind apoi mecanismul din figura 6.18 putem trimite informație în trecut, violând astfel cauzalitatea.

După cum vedem, teoria semiclasică a gravitației cuantice are probleme. Spațiul nu poate rămâne clasic, fiind curbat de unda de probabilitate a materiei care se află în el. Ce se întâmplă atunci cu corpurile care se află în stări de superpoziție cuantică? Ele trebuie să influențeze cumva curbura spațiului-timp, deoarece acest lucru se întâmplă pentru stările macroscopice. Dar cum?

Situația pe care ne-o putem imagina în continuare este cea din partea de jos a figurii 21.5. Aici vedem că atât particula, cât și spațiul, se află într-o stare de superpoziție! Faptul că spațiul însuși este într-o stare de superpoziție cuantică pare suprinzător, însă să ne aducem aminte că spațiul este *dinamic* în teoria lui Einstein. Or, în mecanica cuantică, orice lucru dinamic se cuantifică, ajungând într-o stare de superpoziție cuantică, ceea ce va fi valabil și pentru spațiu.

Cum putem însă descrie o stare a spațiului în care el este într-o stare de superpoziție cuantică? O manieră este să folosim aproximații în cazul curburilor dinamice cu o amplitudine *redusă*. Aceasta e calea pe care o urmează astăzi o parte dintre fizicieni.

Astfel, în figura 8.2 am schițat o undă gravitațională ce poate fi privită ca o „unduire" a spațiului. Unduirea e descrisă de o metrică a spațiului-timp $g_{\mu\nu}$, o matrice 4×4 detaliată în secțiunea 70, care are valori diferite în diferite evenimente din spațiu-timp. În cazul nostru, metrica $g_{\mu\nu}$ variază doar puțin față de metrica Minkowski $g^0_{\mu\nu}$ introdusă în secțiunea 60. De aceea vom scrie $g_{\mu\nu} = g^0_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$, unde ultimul termen va avea valori mici. În continuare, vom privi termenul $h_{\mu\nu}$ ca pe o *variație* a curburii spațiului-timp față de metrica Minkowski.

Următorul pas este să considerăm variația $h_{\mu\nu}$ un *câmp clasic* care se manifestă în spațiul-timp minkowskian $g^0_{\mu\nu}$. Obținem astfel un model al saltelei, detaliat în secțiunile 11 și 12, în care arcurile saltelei modelează câmpul $h_{\mu\nu}$ cu mai multe componente. Ecuațiile acestui câmp sunt date de ecuațiile lui Einstein, în aproximația unei curburi mici (vezi secțiunea 74). Putem acum aplica tot arsenalul teoriilor cuantice de câmp care unifică mecanica cuantică cu teoria relativității restrânse ce se manifestă pe metrica Minkowski $g^0_{\mu\nu}$. Metoda de mai sus poartă numele de „background independent" în engleză, ceea ce se poate traduce prin independența de fundal.

În cele mai multe cazuri, atunci când curbura spațiului nu e mare, metoda conduce la rezultate bine definite, care se pot testa experimental. Unul dintre acestea e existența *gravitonului* ca fiind cuanta de energie a undelor gravitaționale plane descrise de câmpul $h_{\mu\nu}$. Gravitonul se dovește a fi o particulă cu masa de repaus nulă care se deplasează cu viteza luminii și are spinul 2 (vezi secțiunea 108 și figura 9.39 pentru semnificația experimentală a spinului).

Așa cum am discutat în secțiunea 83, fizicienii se pregătesc să măsoare direct existența undelor gravitaționale în cadrul experimentului Advanced LIGO. Unii dintre fizicieni sunt de părere că modificări ale sistemului și condiții speciale ar permite chiar detectarea gravitonilor. Rămâne de văzut dacă acest lucru va fi posibil, căci, trebuie spus, existența gravitonilor este pe moment doar o supoziție teoretică.

Succesul metodei de aproximație a curburii spațiului-timp la curburi mici a generat un val de entuziasm în rândul fizicienilor. Putem folosi metoda de mai sus de cuantificare a spațiului nu numai în cazul curburilor mici, și-au spus ei, dar chiar și în cazul general! Tot ce avem de făcut este să reconstruim cazul general prin perturbații succesive.

Metoda a fost de aceea adoptată cu entuziasm de susținătorii teoriei corzilor relativiste. Așa cum am menționat în secțiunea 190, gravitonul nu numai că poate fi introdus în teoria corzilor relativiste, dar este chiar necesar pentru completitudinea ei. Una dintre corzile relativiste este un graviton de masă nulă și spin 2, atunci când tensiunea din coarda relativistă este de ordinul tensiunii Planck. De aceea, susținătorii teoriei cred că putem obține gravitația cuantică (deci putem cuantifica spațiul în toate cazurile), exprimând curbura spațiului într-o sumă de gravitoni.

Cu toate acestea, există fizicieni care nu sunt așa entuziaști. Descriind numai cu gravitoni curbura spațiului, spun ei, vom avea de depășit probleme fundamentale, cum ar fi faptul ca teoria *nu este renormabilă*. După cum am văzut în secțiunea 147 teoria electrodinamicii cuantice are o problemă fundamentală: electronul, în mișcarea sa virtuală, va emite și absorbi un foton. Contribuția acestor procese elementare, pe toate traiectoriile imaginabile, introduce un termen *divergent* în masa de repaus a electronului. Pentru a elimina aceste divergențe, a trebuit să considerăm că masa originară a electronului este diferită și să ignorăm (într-un mod consistent matematic) procesele virtuale care au loc la energii și impulsuri mai mari decât energia și impulsul Planck.

În cazul gravitonului se întâmplă un lucru asemănator. Aici particulele în mișcarea lor virtuală emit și absorb gravitoni, în multiple procese virtuale, obținându-se din nou divergențe în teorie. Am putea aplica aceeași metodă ca în cazul electrodinamicii cuantice și ignora procesele care au loc la energii mai mari decât energia Planck, însă avem o problemă fundamentală: deoarece vrem să unificăm mecanica cuantică cu teoria relativității generale, pentru curburi oricât de mari, trebuie să includem energiile Planck, acolo unde de fapt ne așteptăm ca cele două teorii să fie unificate! Se ne aducem aminte numai de cazul găurii negre microscopice, detaliat în secțiunea 187; ea are o masă de repaus de ordinul masei Planck, deci și o energie de ordinul energiei Planck.

Rezultatul este aproape un dezastru. Nu putem folosi procedura renormării ignorând energiile Planck, deoarece tocmai de aceste energii avem nevoie, acolo este locul unde cele două teorii (mecanica cuantică și teoria relativității generale) se întâlnesc (vezi și figura 18.25). Astăzi mulți fizicieni consideră că teoria, așa cum este construită până acum prin aproximații cu gravitoni, nu e renormabilă și de aceea nu poate fi corectă. Și atunci?

În acest caz trebuie să ne întoarcem la punctul de pornire, acolo unde am scris metrica spațiului-timp $g_{\mu\nu} = g^0_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$ și am considerat câmpul $h_{\mu\nu}$ ca o abatere de la metrica Minkowski $g^0_{\mu\nu}$. Astfel, tot ce putem construi sunt abateri ale spațiului de le forma infinită a spațiului euclidian. Putem descrie un spațiu hipersferic, închis și finit, ca abatere de la unul infinit? Răspunsul nu este evident. Ceea ce trebuie să facem este să renunțăm complet la a compara metrica spațiului-timp curb $g_{\mu\nu}$ cu cea a a spațiului-timp Minkowski $g^0_{\mu\nu}$. În termeni tehnici, trebuie sa construim o teorie „independentă de fundal".

Să remarcăm că teoria corzilor relativiste nu poate fi o astfel de teorie. Corzile relativiste, inclusiv gravitonul, se manifestă într-un spațiu-timp minkowskian. Avem deci de-a face cu o teorie dependentă de fundal, care are de la bun început un fundal spațio-temporal deja definit, ca un fel de scenă pe care se desfășoară spectacolul materiei. Ceea ce trebuie să construim noi într-o teorie independentă de fundal este tocmai acest fundal, această scenă. Mai mult, fundalul trebuie să fie dinamic (cum este spațiul curb) și probabil într-o stare de superpoziție cuantică (dacă vrem să unificăm teoria lui Einstein cu mecanica cuantică). Dacă teoria corzilor relativiste nu e o astfel de teorie, care este soluția?

La ora actuală, cea mai cunoscută propunere de teorie independentă de fundal, care răspunde la întrebările de mai sus, se numește „Loop Quantum Gravity", ceea ce se poate traduce prin „gravitație cuantică cu bucle" (sau inele). Vom prezenta ideile de bază ale acestei teorii, amintind însă că nu a fost testată si că se află pe masa de lucru a fizicienilor. La fel ca în cazul corzilor relativiste, teoreticienii au luat-o cu mult înaintea experimentatorilor și se prea poate ca teoria să fie falsă, iar dumneavostră să vă pierdeți timpul citind rândurile de mai jos.

Numele teoriei provine de la modelul pe care fizicienii l-au ales la început pentru a cuantifica oscilațiile spațiului curb. În mod normal, aceste oscilații sunt unde plane gravitaționale, iar pachetele discrete de energie ale acestora vor fi gravitonii. Se pot alege însă și alte moduri de oscilație care să fie cuantificate, între care un rol special îl joacă acelea care seamănă cu niște bucle sau inele, de unde numele teoriei.

Pentru a ne face o idee despre aceste oscilații sub formă de bucle, să privim figurile 4.5 și 4.6. Am schițat acolo componentele electrice și magnetice ale câmpului electromagnetic într-o zonă vidă, fără sarcină electrică. Datorită acestui lucru, liniile de câmp electric (numite și linii Faraday) se închid unele pe altele sub forma unor bucle. Într-un mod asemănator, putem desena „bucle" și pentru câmpul gravitațional, lucru scos în evidență, printre alții, de fizicianul Kenneth Wilson (vezi figura 21.7).

Figura 21.7: *În figură este redesenat un model al buclelor (inelelor) în teoria gravitației cuantice, după fizicianul Carlo Rovelli. Fiecare inel reprezintă o excitație a spațiului, iar întrepătrunderea inelelor generează relația dintre punctele din spațiu. Inelele nu se manifestă într-un spațiu euclidian, așa cum poate sugerează figura, ele sunt chiar spațiul în care se va manifesta materia.*

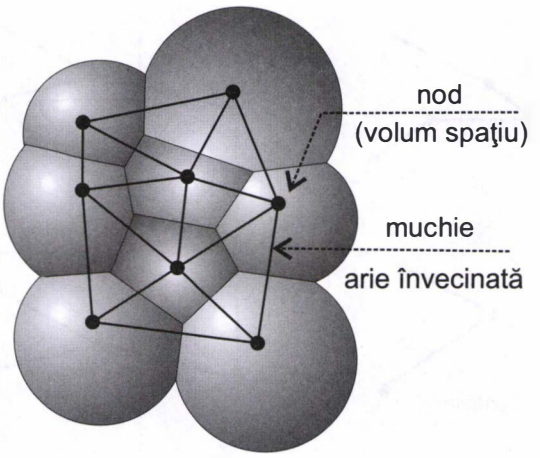

Figura 21.8: *Figura schițează o rețea care descrie spațiul. Fiecare nod al rețelei este un punct din spațiu. Volumul pe care acest punct îl cuprinde este cuantificat și descris de un număr cuantic. Liniile între noduri desemnează punctele vecine din spațiu. Aria comună pe care vecinii o împărtășesc este de asemenea cuantificată, fiind și ea descrisă de câte un număr cuantic, ce se scrie de obicei în dreptul liniei (lucru pe care noi nu l-am făcut aici).*

Următorul pas în evoluția teoriei a fost contribuția fizicianului Abhay Ashtekar, care a descris buclele nu în termenii câmpului gravitațional, ci în termenii unui câmp dedus din el, asemănător potențialelor electrodinamice (vezi secțiunea 128). Lucrul acesta e remarcabil, deoarece potențialele electrodinamice poartă cheia teoriilor invariante la transformările de etalonare locale, așa cum am discutat în secțiunea 163. În acest fel, având caracteristici asemănătoare, ne așteptăm să putem unifica gravitația cu teoriile modelului standard al particulelor elementare.

Să mai privim odată figura 21.7. Inelele din figură sunt excitații ale câmpului gravitațional. Ele nu trebuie privite însă ca având loc în spațiu, ci ca definind spațiul. Dacă este așa, ceea ce contează la inele nu sunt poziția unuia față de altul, ci felul în care sunt întrepătrunse. Într-un fel, modul în care inelele se întrepătrund ne va da legătura dintre punctele din spațiu.

Înțelegând acest lucru, Carlo Rovelli și Lee Smolin au reformulat problema, punând bazele a ceea ce noi numim azi teoria gravitației cuantice cu bucle. Astfel, punctul lor de pornire este faptul că întrepătrunderile inelelor din figura 21.7 *definesc* de fapt punctele din spațiu, iar inelele detaliază relațiile dintre aceste puncte. Ei au redesenat în continuare figura 21.7 într-o formă care arată ca cea din figura 21.8. În acest proces, au folosit un model elaborat mai înainte de Roger Penrose.

Figura 21.8 poartă numele de „spin network" în engleză, ceea ce poate fi tradus printr-o *rețea spinorială*. Fiecare nod din rețea definește un punct din spațiu, iar liniile dintre noduri ne spun care sunt punctele învecinate. Primul lucru pe care îl observăm în figură este că spațiul devine discret. Forma discretă este vizibilă numai când distanța dintre vecini este de ordinul lungimii Planck de 10^{-35} metri. La dimensiunile noastre obișnuite spațiul pare continuu.

O rețea spinorială are însă și alte caracteristici speciale: punctele de spațiu (nodurile rețelei) ocupă volume discrete de spațiu, de ordinului volumului Planck. Cu alte cuvinte, volumul în spațiu este cuantificat! Același lucru este valabil și pentru aria care este pusă în comun de două volume vecine (două noduri învecinate). Și aceasta este cuantificată, fiind de ordinul ariei Planck. Cum liniile care unesc nodurile din figura 21.8 ne arată care noduri sunt vecine, aria pe care nodurile o au în comun este un număr ce se scrie de obicei în dreptul liniei.

Rezultatul final este cu adevărat remarcabil. Spațiul este format din puncte discrete (nodurile rețelei), având asociate volume discrete de spațiu și arii de asemenea discrete între vecini (descrise de liniile rețelei). De aceea, nu trebuie să privim nodurile rețelei din figura 21.8 ca fiind în spațiu, ci mai degrabă ca acelea care *definesc* spațiul. Spațiul este discret și, după cum se vedem, dinamic, deoarece numărul de noduri poate crește sau poate scădea în timp, ca și relațiile dintre noduri (ariile comune), cele care vor defini curbura spațiului.

Folosind tehnici specifice mecanicii cuantice (cum sunt cele din secțiunea 213), fizicienii au atașat o *amplitudine de probabilitate* pentru tranziția spațiului de la o stare a rețelei la alta, așa cum este schițat în figura 21.9. Metoda se dovedește a fi asemănătoare metodei folosite de Feynman și detaliată în capitolul 13, în sensul că reconstruim o amplitudine de tranziție între două stări oarecare luând în calcul toate modurile prin care rețeaua poate ajunge din prima stare în cea de-a doua.

Desigur, rezultatul este remarcabil, deoarece el nu numai că ne dă o manieră de aproximare a amplitudinilor de tranziție intre două stări oarecare, dar ne și spune că spațiul este într-o stare de *superpoziție cuantică* atunci când urmează stările intermediare. Recunoaștem atunci noțiuni de evoluție virtuală a spațiului, ca acelea din metoda lui Feynman. O astfel de evoluție virtuală, ca în figura 21.9, poartă numele de „spin foam" în engleză, ceea ce s-ar traduce prin „spumă spinorială".

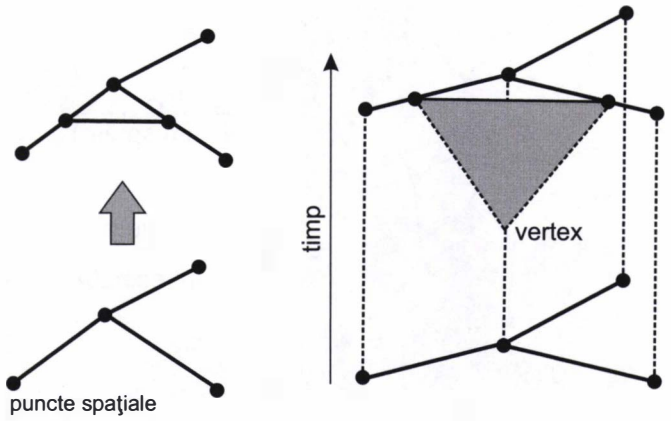

Figura 21.9: *În figură este schițată tranziția unei rețele ce descrie spațiul de la o stare (jos) la alta (sus). După cum vedem, în urma procesului au aparut două puncte noi de spațiu. Procesul poate fi comparat cu un vertex care apare în diagramele Feyman (vezi figura 13.16).*

Dacă privim figura 21.9, pare că am greșit pe undeva, deoarece ne lipsește o definiție clară a axei timpului! Cu toate acestea, nu este vorba de o greșeală a teoriei, ci mai degrabă de un avantaj al ei. Astfel, timpul în figura 21.9 este definit de valoarea citită pe cadranele ceasurilor care s-ar afla în nodurile rețelei. Timpul încetează atunci să fie ceva absolut, ca în teoriile dependente de fundal, așa cum era teoria corzilor relativiste. Timpul este o consecință a structurii de „spumă" a figurii 21.9.

Materia se adaugă la o astfel de construcție ca un termen suplimentar ce descrie proprietățile nodurilor. Vom avea termeni ce descriu câmpul electromagnetic sau cei care descriu mișcarea electronilor. Cum am pornit cu niște câmpuri gravitaționale asemănatoare potențialelor electrodinamice, este de preferat ca, pentru câmpul electromagnetic, să folosim tocmai valorile acestor potențiale electrodinamice. Astfel sperăm să încorporăm natural proprietățile materiei, prin intermediul teoriilor invariante la transformarea de etalonare locală.

Vedem în figura 21.9 că nodurile „spumei" sunt evenimente spațio-temporale. Acestea sunt discrete, ceea ce înseamnă că atât spațiul, cât și timpul sunt discrete. Nu trebuie să ne imaginăm că liniile din figură reprezintă „evoluții", ci că ele sunt elemente ajutătoare pentru a recunoaște procese cunoscute. Tot ce există sunt nodurile „spumei", care reprezintă evenimente spațio-temporale. Liniile și ariile sunt doar elemente matematice ajutătoare pentru calcule și pentru interpretări. De exemplu, procesul din figura 21.9 este unul ce poate fi asociat unui vertex din metoda lui Feynman (vezi figura 13.16).

Ne oprim aici cu introducerea gravitației cuantice cu bucle. După cum am amintit, ea este doar o formă particulară a gravitației cuantice. Dacă forma e cea corectă, rămâne de văzut. Avantajul teoriei este că nu depinde de un fundal anume al spațiului-timp, spre deosebire de teoria corzilor relativiste. Ca și aceasta însă, ea prezice efecte la energii de ordinul energiilor Planck, și de aceea nu va fi verificată în principiu prea devreme, atâta timp cât nu apar configurații speciale care să poate fi testate în acceleratoarele moderne sau în spațiul cosmic.

207. Impasurile din fizica modernă, indicii pentru viitor

Iată-ne aproape de sfârșitul călătoriei. Ne aflăm precum un astronaut la marginea galaxiei noastre, privind necunoscutul ce se întinde în față. Ce să se afle oare în celelalte galaxii? Extratereștrii, stele nebănuit de frumoase, găuri negre formând discuri de proporții cosmice? Ce n-am da să aflăm, să ne lăsăm purtați în spațiul intergalactic, să ne bucurăm de frumusețea cosmosului!

Dar, ca orice lucru, și naveta noastră cosmică are limite, poate călători de la o stea la alta, dar nu de la o galaxie la alta. Pentru noi, oamenii, naveta noastră spațială rămâne deocamdată mica noastră planetă. Sau, apropiindu-ne de spiritul cărții *Micul prinț*, naveta noastră spațială este propriul nostru trup. Și, pentru că motoarele acestuia au un timp limitat de funcționare, ne bucurăm de ceea ce s-a descoperit până acum, și nu putem trăi descoperirile ce vin.

Chiar așa, ce descoperiri ar putea veni? Ce alte fețe ascunse ale realității ar mai putea ieși la iveală? Greu de anticipat. Vom găsi indicii dacă privim *problemele* actuale din fizică, deși acum nu le putem interpreta complet, în toată semnificația lor. Ele sunt mici raze de lumină ce vin de dincolo de necunoscut, mici semne de recunoaștere pentru cei ce se încumetă să le descifreze sensul. Să ne întoarcem deci la problemele actuale ale fizicii discutate în această carte și să le inventariem, încercând să ghicim câte ceva din viitor.

Impasurile în fizica modernă se pot ordona în două categorii: unele *experimentale*, rezolvabile în viitorul apropiat, iar altele *teoretice*, care probabil au mai mult de așteptat. La aceste două categorii se pot adăuga probleme cu adevărat *fundamentale* ale fizicii, care trec însă de granițele sale, atingând și alte domenii, ca filozofia, de exemplu. Să le luăm pe rând și să începem cu impasurile experimentale.

În general, impasurile experimentale sunt niște măsurători făcute deja și care nu se încadrează în teoriile actuale. Istoria fizicii ne dă multe astfel de exemple, cum sunt măsurătorile lui Rutherford pentru structura nucleului atomic sau experimentul Michelson-Morley. În toate aceste cazuri, ne așteptăm ca evoluția fizicii să fie *rapidă*, deoarece măsurătorile au fost efectuate și pot fi îmbunătățite pas cu pas.

Ceea ce trebuie să facem este fie să îmbunătățim experimentele, fie să ajustăm teoria sau s-o schimbăm din temelii. În aceste cazuri, fondurile de cercetare se obțin mai ușor, pentru că guvernanții vor justifica investițiile prin niște rezultate care se obțin în câțiva ani. Desigur, este și cât se poate de normal, ne concentrăm să cercetăm acolo unde sunt *probleme* ce pot fi testate, deoarece în acest fel răspunsurile vor veni destul de repede. Iată o listă cu astfel de probleme actuale ale fizicii:

Proprietățile bosonului Higgs Problema face parte din subcategoria: „Știm, dar nu am verificat complet, deși o putem face". Bosonul Higgs este, fără doar și poate, vârful de lance al cercetărilor acestor ani, prin construcția acceleratorului Large Hadron Collider (LHC) de la Geneva. Despre acest boson am discutat pe larg și am văzut că este ingredientul de bază al modelului standard. Am menționat că, recent, existența sa a fost verificată experimental. Totuși, detaliile acestui boson nu sunt încă complet cunoscute și se prea poate ca experimentele să ne aducă surprize (de exemplu mai multe tipuri de bosoni Higgs). În acest caz, rezultatele experimentelor efectuate la LHC vor reprezenta *semințele* teoriilor ce vor urma.

Materia întunecată Ea e una dintre surprizele astronomiei ultimelor decenii. Așa cum am văzut, materia întunecată este de câteva ori mai multă decât materia obișnuită în univers. Ea se găsește concentrată în galaxii, acolo unde le face pe acestea să rămână compacte, în așa fel încât să nu se rupă datorită forțelor centrifuge produse de vitezele mari de rotație. Materia întunecată nu are de-a face cu găurile negre, iar astăzi mulți fizicieni cred că ea este un ansamblu de *particule* care nu interacționează (în limita detecției experimentale) decât gravitațional cu materia cunoscută de noi. Materia aceasta nouă se numește *întunecată* pentru că nu interacționează electromagnetic, deci nu va genera sau absorbi lumina. Unii fizicieni speră ca indicii despre particula ce compune materia întunecată să apară la acceleratorul LHC, deși se prea poate ca acest lucru să nu se întâmple.

Energia întunecată Așa cum am discutat în capitolul de relativitate generală, modelele clasice ale universului (gaz sau praf stelar, radiație electromagnetică) prezic un univers în expansiune *decelerată*. Cu toate acestea, expansiunea măsurată este *accelerată*. Energia responsabilă de accelerație e numită *energie întunecată*, pentru că originea ei este necunoscută. Este adevărat că expansiunea accelerată se poate descrie matematic printr-o constantă cosmologică Λ introdusă de Einstein în ecuațiile sale, însă *originea* energiei întunecate este cea care scapă momentan înțelegerii noastre. Este energia întunecată o parte a energiei cuantice a vidului? Este ea o forță încă necunoscută a naturii? Nu avem un răspuns satisfăcător.

Masa nenulă a neutrinilor În modelul standard al particulelor elementare, neutrinii au masa de repaus nulă. Cu toate acestea, măsurători recente asupra neutrinilor solari arată că masa lor de repaus este *nenulă*. Partea proastă e că această masă de repaus nenulă nu poate fi integrată în modelul standard numai copiind schema după care electronul primește masa de repaus nenulă. Astfel, electronul primește masă de repaus prin interacțiunea cu câmpul Higgs, iar fiecare interacțiune punctiformă cu acest câmp îi schimbă chiralitatea. Neutrinul însă nu are voie să interacționeze în acest mod cu câmpul Higgs, deoarece el ar putea primi în urma interacțiunii chiralitate de dreapta, or neutrinii par să fie în experimente numai de chiralitate stânga. Soluția imediată este desigur o extensie a modelului standard, însă ea are nevoie de alte indicii experimentale pentru a lua forma corectă.

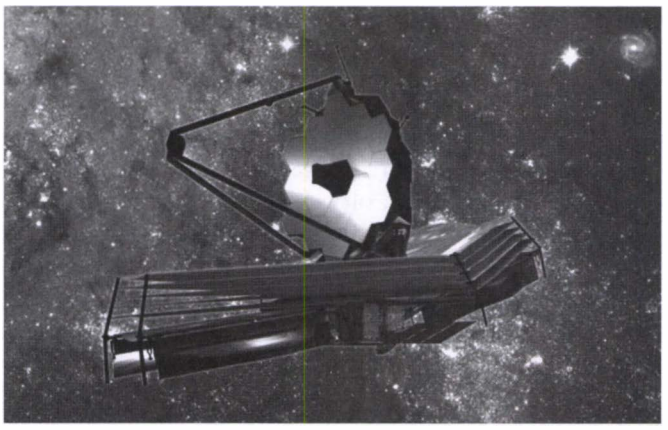

Figura 21.10: *O imagine artistică a telescopului spațial James Webb, urmașul telescopului Hubble. Acesta urmează a fi lansat în 2018 și e destinat să studieze în infraroșu cele mai îndepărtate obiecte ale spațiului cosmic. ©NASA și Space Telescope Science Institute.*

După cum vedem din enumerarea sumară de mai sus, multe observații sunt în fond de natură *astronomică*. Acest lucru are o explicație directă: folosirea sateliților a explodat în ultimii ani datorită progresului în tehnologia telecomunicațiilor. Așa se face că putem trimite mai ieftin sateliți pe orbită, acolo unde atmosfera Pământului nu limitează observațiile astronomice. Dacă adăugăm la aceasta și explozia tehnologiei fotografiilor digitale, înțelegem de ce, la ora actuală, observațiile astronomice din sateliți sunt printre cele care țin prima pagină a revistelor de știință.

Tendința va continua în anii următori, deoarece de la an la an se lansează sateliți tot mai perfecționați, construiți special pentru a studia anumite caracteristici astronomice. Astfel, în 2009 a fost lansat satelitul Herschel, care are la bord un puternic telescop în infraroșu. Acesta studiază în principal formarea galaxiilor și a stelelor. Odată cu Herschel a fost lansat în spațiu și telescopul Planck, care are ca obiectiv o analiză mai detaliată a anizotropiei radiației cosmice de fond.

Tot în 2009 a fost lansat și telescopul spațial Kepler, construit special pentru a detecta planete extrasolare. Cu un an înainte (2008) a fost lansat telescopul spațial GLAST pentru detecția razelor gamma. Este de așteptat ca, printre altele, rezultatele să contribuie și la înțelegerea materiei întunecate.

Problema energiei întunecate va fi abordată odată cu așteptata lansare în 2018 a telescopului spațial James Webb, urmașul parțial al telescopului spațial Hubble (vezi figura 21.10). Telescopul James Webb va funcționa numai în infraroșu, fiind optimizat pentru studiul obiectelor foarte îndepărtate. Deplasarea spre roșu a radiației ce ajunge la noi de la galaxiile îndepărtate este suficient de mare pentru a descrie mai precis expansiunea accelerată a universului.

La celălalt capăt al spectrului avem *acceleratoarele moderne de particule*, cu vârful de lance Large Hadron Collider (LHC). Acesta a și verificat recent (2012) existența bosonului Higgs. Totuși, detaliile acestui boson sunt încă un subiect activ de cercetare experimentală. De aceea, pe baza noilor rezultate, se poate ca în anii ce vin să asistăm la îmbunătățiri ale modelelor existente, în special ale modelului standard al particulelor elementare. Desigur, noile cercetări lasă deschisă și posibilitatea unor descoperiri neașteptate.

O surpriză pentru experimentatori ar putea veni dintr-un domeniu neașteptat: *laserii de mare putere*. La ora actuală, puterea acestora atinge câțiva peta-wați (10^{15} watt), ceea ce reprezintă aproape o sutime din întreaga putere a radiațiilor solare care bombardează continuu Pământul. Laserii își disipă însă puterea în pulsuri scurte (de aproximativ 10^{-15} secunde) și au fost construiți nu numai pentru cercetare, dar și pentru procesul de fuziune, în care doi atomi de hidrogen trebuie lipiți într-unul de heliu.

În următorii ani se vor construi laseri de o mie de ori mai puternici, exemplu cei din proiectul european ELI („Extreme Light Infrastructure") în care și România joacă un rol important. În viitor, acești laseri pot deveni atât de puternici, încât câmpurile lor electrice sunt suficiente pentru a sparge perechile de particule virtuale care se formează în vid și a crea particule *reale*.

Cu aceste câmpuri electrice uriașe, laserii ar putea accelera particule la valori comparabile cu accelerațiile gravitaționale de la marginea găurilor negre. În acest caz, din cauza principiului echivalenței, particulele ar emite o radiație echivalentă radiației Hawking, numită *radiație Unruh*. Dacă această nouă generație de laseri va deveni realitate, ea ar fi o *alternativă* la acceleratoarele moderne de particule.

Am ajuns la cea de-a doua categorie a enumerării noastre, cea a *problemelor teoretice* ale fizicii. Ele se referă în special la modelele acceptate, care explică datele experimentale, însă a căror descriere paradoxală scapă înțelegerii noastre. La ele adăugăm și modele teoretice pe care ni le dorim, dar nu le-am putut construi până acum. Iată câteva astfel de probleme:

Colapsul undei de probabilitate Fără doar și poate, acesta e paradoxul care, dacă putem spune așa, îi scoate din minți pe fizicieni. După cum am văzut în capitolul de mecanică cuantică, orice particulă este descrisă de o *undă de probabilitate*, pusă în evidență în experimentele de difracție. Însă, atunci când particula e *măsurată*, unda de probabilitate se schimbă *brusc*, în așa fel încât să descrie de acum încolo rezultatul care a fost obținut. În experimentele de difracție, atât electronul, cât și fotonul sunt detectați ca mici puncte localizate pe anumite părți ale detectorului, cu toate că unda de probabilitate se poate întinde pe spații mari. Practic, dacă particula a fost găsită într-un punct, atunci unda de probabilitate devine *localizată* în acel punct, deși înainte ea se întindea de aici până în galaxia Andromeda. Cum de se poate schimba *instantaneu* unda de probabilitate în tot universul? Schimbarea are loc odată cu măsurătoarea sau este un proces continuu prin interacțiunea cu obiectele din jur? Care e descrierea efectivă a acestui proces și care e semnificația lui? Vom reveni puțin mai jos cu detalii asupra acestei probleme.

Esența procesului de renormare În *teoriile cuantice de câmp* renormarea reprezintă asocierea unor *alte valori* maselor, sarcinilor sau câmpurilor pentru particulele descrise de acele câmpuri. De exemplu, în electrodinamica cuantică sarcina electrică a electronului nu are valoarea cunoscută de $1,6 \cdot 10^{-19}$C, ci este mai mare, dar e ecranată de prezența norului virtual de particule din jurul său. Renormarea ne spune că teoria noastră, așa cum o cunoaștem acum, este o *aproximare* a unei teorii ce urmează a fi descoperită. *Care* este acea teorie?

Tăria interacțiunii gravitaționale Forța de respingere *electrostatică* dintre doi electroni este cu 47 de ordine de mărime mai mare decât cea de atracție *gravitațională* dintre aceleași particule. Dincolo de a fi o simplă curiozitate experimentală, observația scoate în evidență o proprietate generală: gravitația este mult mai *slabă* decât celelalte forțe fundamentale. Acest lucru se exprimă în mai multe feluri. De exemplu, deoarece particulele se atrag slab gravitațional, putem spune că masele lor de repaus sunt foarte mici, în orice caz mult mai mici decât masa Planck (masa celei mai mici găuri negre posibile). Aceasta are drept consecință indirectă curbura foarte scăzută a spațiului pe zone locale, care este aproape euclidian. În mod cert, universul ar fi arătat altfel dacă gravitația ar fi fost cu ordine de mărime mai puternică decât este ea. Ce „cheie" ascunde observația de mai sus?

Gravitația cuantică Mecanica cuantică e o teorie a lumii *microscopice*, pe când teoria relativității e o teorie a lumii *macroscopice*, mergând până la cosmologie. Toată fizica actuală se reduce fie la una, fie la alta. Mecanica cuantică a fost unificată cu relativitatea restrânsă, în cadrul teoriilor cuantice de câmp. Cu toate acestea, deocamdată nu avem un model general acceptat care să *unifice* mecanica cuantică cu relativitatea generală (teoria corzilor relativiste e doar o încercare). Problema majoră este că, în relativitatea generală, spațiul este *dinamic*. Ca orice lucru dinamic, și spațiul trebuie cuantificat, ajungând astfel la o stare de superpoziție cuantică a spațiului însuși. Teoria relativității generale este în plus și deterministă, în sensul că niște condiții inițiale determină o comportare unică în viitor, pe când mecanica cuantică este fundamental indeterministă. Se prea poate ca semințele soluției unificării mecanicii cuantice cu relativitatea generală (în ceea ce se numește gravitație cuantică) să se găsească odată cu celelalte probleme enumerate mai devreme, exemplu cea a colapsului undei de probabilitate sau cea a tăriei mici a forței gravitaționale. O altă punte de legătură poate fi începutul universului, acolo unde am văzut că unda de probabilitate a fotonilor primordiali (radiația de fond) s-a extins odată cu expansiunea universului (vezi figura 8.23) sugerând că aceasta este „legată" într-un fel sau altul de spațiu.

Energia de zero a vidului Așa cum am văzut, în mecanica cuantică vidul nu e chiar ... gol. Dacă vom construi un cuptor cu microunde, diversele moduri de vibrație ale unui câmp electromagnetic vor avea energii minime nenule, chiar dacă cuptorul nu este pornit. Practic, în interiorul cuptorului pe care noi îl credeam gol vor ieși la iveală nenumărați fotoni *virtuali*, ce contribuie cu energia lor la energia totală din cuptorul cu microunde. Un calcul estimativ pentru întregul univers arată că energia stocată deja în aceste moduri de vibrație de energie minimă (numită *energie de zero* a vidului) este de 10^{120} de ori mai mare decât energia observată experimental în expansiunea accelerată a universului. Una dintre posibilități este că nu toată această energie a vidului trebuie luată în calcul pentru expansiunea universului. Sau, în teorii mai îndrăznețe (ca teoria corzilor relativiste sau supersimetria), că avem de-a face cu o potrivire specială a constantelor universului. Contradicția s-ar putea rezolva odată ce mecanica cuantică va fi unificată cu relativitatea generală, iar problema de față este un indiciu care să ne ducă pe drumul cel bun.

Am enumerat doar o parte din problemele teoretice care „bântuie" cel mai des mințile fizicienilor. Fiecare dintre ele își are povestea ei, însă recunoaștem o trăsătură comună: faptul că au de-a face cu *mecanica cuantică* și eventual cu legătura ei cu teoria relativității generale. Aceste probleme nu par să fie rezolvabile în viitorul apropiat prin experimente, pentru că deocamdata nu pot fi efectuate experimente ca acelea din acceleratoare de particule la energii de ordinul *energiei Planck*. Poate însă că ne lipsește un geniu care să pună toate fragmentele cap la cap și să ne rezolve toate problemele prin câteva ecuații. În primul caz trebuie să mai așteptăm decenii bune (sau secole?), în al doilea caz poate că peste câțiva ani sau decenii cineva va găsi soluția corectă.

Pare surprinzător că am folosit cuvântul secole, însă există câteva argumente bune care ne spun să fim răbdători. Problema colapsului undei de probabilitate datează de la construcția mecanicii cuantice în abordarea standard (așa-numita *școală de la Copenhaga* a lui Bohr), adică de-acum aproape un secol! Nici celelalte probleme nu sunt mai recente, renormarea de exemplu, fiind un succes de acum o jumătate de secol, iar relația mecanicii cuantice cu gravitația îl preocupa pe Feynman tot cu o jumătate de secol în urmă. Deci, dacă am așteptat deja un secol sau o jumătate de secol fără să găsim soluții, se prea poate să trebuiască să mai așteptăm un secol sau două.

Desigur, între timp au apărut diverse propuneri, însă nici una nu s-a dovedit a fi cea corectă. Să luăm cazul colapsului undei de probabilitate atunci când are loc o măsurătoare. Unda de probabilitate a unui electron este foarte asemănătoare unui val în apropierea țărmului mării: ea se întinde pe un spațiu extins, care poate fi oricât de mare. Dacă un copil simte un val în stânga plajei de la Mamaia atunci un alt copil simte la fel de bine *același* val în dreapta plajei, la câteva zeci de metri mai încolo.

Comportarea aceasta nu se regăsește în unda de probabilitate. Dacă valul ar fi fost o undă de probabilitate a unui singur electron, atunci fiecare copil ar fi simțit nu

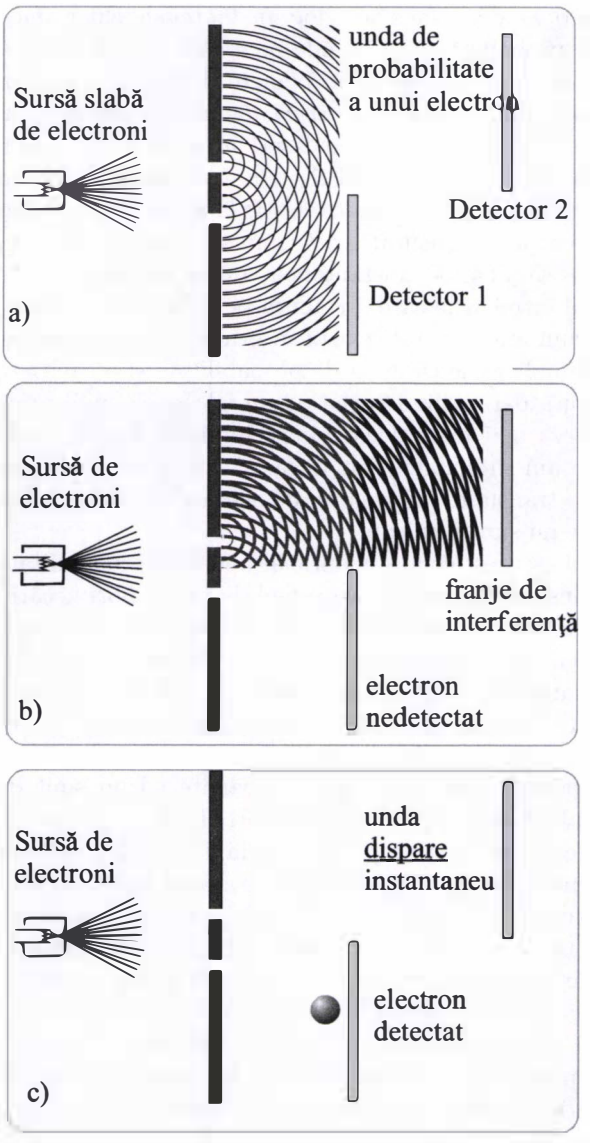

Figura 21.11: *În a) este exemplificat colapsul undei de probabilitate a unui singur electron, într-un tip de experiment de difracție unde doi detectori D1 și D2 sunt așezați la distanțe diferite de sursă. Aici există două posibilități. În situația b) detectorul D1 nu măsoară prezența electronului. Jumătatea de sus rămasă a undei de probabilitate trece mai departe (modificată în parte) și ajunge la cel de-al doilea detector. Dacă am măsura mai mulți electroni pe cel de-al doilea detector D2 atunci când primul detector D1 nu măsoară nimic, am observa franje de interferență. În a doua situație c) primul detector măsoară electronul. În acest caz unda de probabilitate suferă un colaps instantaneu și devine localizată în zona în care a fost găsit electronul, dispărând efectiv din jumătatea de sus.*

întreg valul, ci un electron descris de acea undă de probabilitate. Mai mult, dacă primul copil ar fi simțit electronul („valul"), atunci al doilea copil nu ar mai fi simțit *nimic*. Practic, „valul" ar fi dispărut brusc din fața celui de-al doilea copil, pentru că primul copil ar fi detectat electronul (vezi o situație similară în figura 21.11).

Procesul prezentat este desigur colapsul undei de probabilitate la o măsurătoare. Partea interesantă este că

acest proces de colaps are loc *instantaneu* chiar dacă unda de probabilitate se întinde pe *ani-lumină*, deci dacă cei doi copii ar fi așezați pe planete diferite. Așa cum am menționat, știm astăzi *experimental* acest lucru prin intermediul măsurătorilor cu laseri în jurul paradoxului Einstein-Rosen-Podolski (EPR). Cum se poate însă ca o parte a undei de probabilitate să știe la ani-lumină că dincolo a avut loc o măsurătoare? Cum se poate ca procesul de colaps să aibă loc „instantaneu" în tot universul? Iată în esență întrebările care îi tulbură pe fizicienii.

Așa cum am discutat, există în principiu două răspunsuri. Primul spune că unda de probabilitate știe când are loc măsurătoarea, fiind vorba de un fel de „comunicație" cu o viteză mai mare decât viteza luminii. Atenție însă, așa cum am subliniat, „comunicația" nu poate fi folosită pentru a transmite informație, de aceea principiile de cauzalitate nu sunt încălcate.

Faptul că acest colaps cuantic al undei de probabilitate are loc instantaneu în tot universul dă totuși fiori fiecărui expert în teoria relativității. Căci, după cum am văzut, două evenimente simultane într-un sistem de referință pot să nu mai fie simultane în alt sistem de referință. În care sistem de referință se definește acest „instantaneu" al colapsului undei de probabilitate?

Aici părerile fizicienilor sunt împărțite. Unii sunt de părere că acest colaps nu trebuie privit ca pe un proces fizic mecanicist, așa cum a fost de fapt introdus la început, ci mai mult ca pe un proces de *cunoaștere*, de transfer de informație către observator. De aceea, spun acești fizicieni, nu trebuie să ne imaginăm un colaps simultan al undei de probabilitate și, mai rău, un eventual sistem de referință care în acesta are loc simultan la capetele universului. Ceea ce trebuie să ne imaginăm sunt doar procese de măsurare, în urma cărora observatorii acumulează informație. Există și fizicieni care păstrează forma clasică a colapsului și privesc procesul mai degrabă ca pe un indiciu al căii ce trebuie urmată dacă vrem să unificăm teoria relativității cu mecanica cuantică.

O altă idee este că unda de probabilitate suferă colapsuri succesive, continue, la interacțiunea cu *mediul ambiant*. Oricât ar părea de atrăgător, acest tip de soluție are o problemă gravă: interacțiunea cu mediul ambiant conduce la o teorie *locală*, deci viteza de colaps a undei de probabilitate nu va depăși viteza luminii. Or, în experimentele EPR s-a demonstrat tocmai că viteza procesului de colaps cuantic poate depăși viteza luminii! Cu alte cuvinte, soluția interacțiunii cu mediul ambiant și a colapsului succesiv al undei de probabilitate nu poate fi cea completă.

Este clar că ceva încă lipsește. Poate că soluția ne va aduce în apropierea teoriei relativității generale, iar astfel vom împușca doi iepuri dintr-un foc, atât colapsul undei de probabilitate, cât și unificarea mecanicii cuantice cu teoria relativității. La urma urmei, în modelul inflaționar, care e compatibil cu relativitatea generală, am întâlnit viteze de expansiune a spațiului ce depășeau viteza luminii.

Să fie o legătură între cele două? Așa par să gândească și matematicianul Roger Penrose și cercetătorul maghiar Lajos Diosi. Ei susțin împreună o teorie interesantă a colapsului undei de probabilitate: atunci când obiectele sunt ușoare, ele se comportă cuantic. Când însă devin grele, se

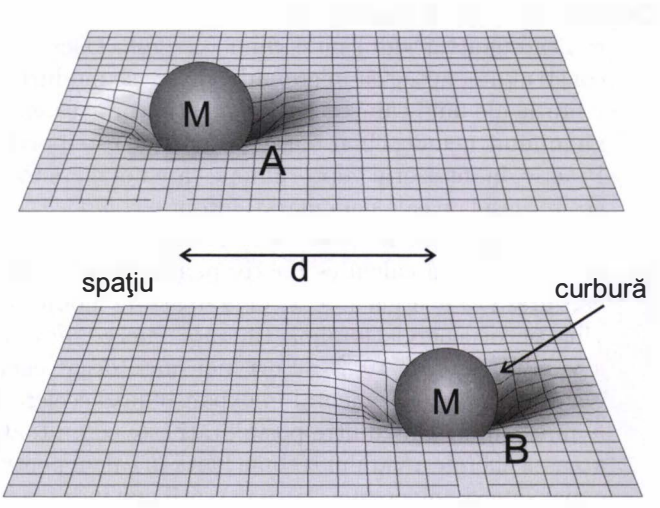

Figura 21.12: *Două stări clasice A și B în care unda de probabilitate a corpului de masă M este localizată. Aceasta conduce la o deformare a spațiului. În teoria lui Penrose și Diosi, chiar dacă punem corpul într-o stare de superpoziție cuantică a celor două stări clasice de mai sus, sistemul va colapsa într-un timp scurt într-una din cele două stări clasice, datorită interacțiunii dintre spațiul curb și unda de probabilitate a corpului.*

comportă clasic, pentru că unda lor de probabilitate se *localizează* instantaneu în urma interacțiunii cu *spațiul curb* generat de ele!

Astfel, în teoria relativității generale se știe că orice obiect *curbează* spațiul-timp din jurul său. Cu cât este mai mare masa corpului, cu atât este mai mare curbura. În mod normal, unda de probabilitate a unei particule se poate întinde pe distanțe mari. Cu toate acestea, atunci când masa particulei devine mare, curbura spațiului-timp ajunge suficient de puternică pentru a *interacționa* cu unda de probabilitate. Rezultatul este un colaps al undei de probabilitate, iar particula ajunge să fie localizată într-una sau alta dintre pozițiile ei spațiale. Ea devine atunci *clasică* (vezi figura 21.12).

Cât de repede ar avea loc procesul de colaps? Penrose estimează că el are loc cu atât mai repede cu cât energia implicată este mai mare. De fapt, Penrose presupune că am putea avea de-a face cu un principiu similar celui de incertitudine energie-timp, dat de o energie caracteristică gravitațională a sistemului E_G. Sistemului cuantic i-ar fi permis să reziste în starea de superpoziție un timp maxim caracteristic $\Delta t < h/E_G$. Cu cât energia caracteristică este mai mare, cu atât sistemul în superpoziție trebuie să colapseze mai repede către una dintre stările sale clasice.

Pentru un cub de masă M și densitate ρ, aflat în superpoziția cuantică a două stări clasice în care el este deplasat pe distanța d, fizicianul Stephen Adler a arătat că energia caracteristică este de ordinul $E_G \sim (4\pi/3)Gd^2M\rho$, unde G este constanta lui Newton. Cu cât masa corpului M este mai mare, cu atât energia caracteristică E_G este mai mare, deci timpul de colaps mai mic. Pentru a măsura acest timp ar trebuie să procedăm invers și să alegem un corp de masă M mică, pentru ca timpul de colaps să fie mare.

De exemplu, am putea alege o bucată de material cu o densitate de $\rho = 5\text{g/cm}^3$, de masă $M = 5 \cdot 10^{-10}\text{kg}$ și o distanță $d = 10^{-9}\text{cm}$ între pozițiile clasice ce definesc starea de superpoziție cuantică. Atunci timpul în care sistemul cuantic colapsează în starea clasică devine mare $\Delta t \approx 10^4 s$, deci măsurabil. Penrose a propus chiar un experiment care să verifice supoziția, folosind mărimi apropiate de cele de mai sus, experiment care nu a fost încă efectuat cu succes. Subiectul rămâne deschis.

Oricum ar fi, observațiile de mai sus sunt strâns legate de aceea că, cel puțin la nivel microscopic, lumea este cuantică și are o comportare neobișnuită pentru noi. Aici putem interpreta fenomenele fie folosind unde de probabilitate (metoda standard), fie folosind procese paralele (virtuale) care au loc în același timp (metoda lui Feynamn). Este lumea într-adevăr așa? Au loc toate procesele virtuale simultan, așa cum sugerează interpretarea lui Feynman? După cum am menționat, este greu de spus ce este în esență lumea, iar metoda lui Feynman trebuie privită mai degrabă ca o *reprezentare* a formalismului matematic.

Oricât de paradoxală ar fi mecanica cuantică sau intepretarea lui Feynamn, este bine să ne reamintim că ele sunt verificate zi de zi în acceleratoarele moderne de particule. Dacă am îmbrățișa atitudinea ce spune că orice interpretare care explică fără contradicție datele experimentale este o reprezentare corectă a realității, atunci în timp ce vorbim sau mâncăm au loc nenumărate alte procese paralele (virtuale) a căror existență nu o sesizăm pentru că ele nu contribuie prea mult la rezultatele finale. Aceste procese nu sunt înregistrate în cortexul din creier pentru a face parte din ceea ce numim viața noastră conștientă.

Iată-ne ajunși acum la cea de-a treia categorie de probleme ale fizicii, de data aceasta cu adevărat *fundamentale*. Desigur, se va spune că ele depășesc granițele fizicii, și pe bună dreptate. La urma urmei, este fizica în stare să explice universul în *totalitatea* lui? Poate că nu, sau poate că pur și simplu ceea ce numim noi „explicație" nu este decât o formă particulară de cunoaștere. Chiar și în acest caz, este bine să vedem ce spune fizica, pentru că observațiile ei nu pot fi ignorate nici de filozofi, nici de alți căutători în ale cunoașterii. Iată o listă personală a acestor probleme:

De ce există ceva mai degrabă decât nimic?

Întrebarea aceasta poate fi la urma urmei întrebarea ultimă a fizicii. Pare o întrebare pur filozofică, care iese din sfera științei. Cum ar putea fi altfel când instrumentele științei (legi, aparate de măsură etc.) sunt *încarcerate* în însăși lumea pe care fizica vrea s-o explice? Totuși, fizica ne dă și aici câteva indicii și ne duce pe tărâmuri nebănuite. Poate că cel mai bun exemplu este vidul cuantic. Așa cum am menționat, chiar dacă am avea un spațiu perfect gol, ne așteptăm să găsim în el toate particulele ce pot apărea în univers sub forma lor virtuală. Din punctul de vedere al mecanicii cuantice, nu există un spațiu gol, există mai degrabă un spațiu în starea sa de energie minimă, stare care are o energie finită și este o „supă" de particule elementare sub forma lor virtuală. Tot ce avem nevoie este ca acele particule să existe *potențial*, cu alte cuvinte să poată exista real dacă cineva are energie suficientă să le așeze acolo. Ne apropiem astfel de propunerea unor fizicieni că universul a apărut ca o instabilitate cuantică a ... nimicului.

Originea ecuațiilor fundamentale ale universului

Urmând discuția precedentă, recunoaștem că avem nevoie de legi ale universului chiar și atunci când nu sunt particule în el, pentru că legile determină proprietățile particulelelor virtuale ce vor umple un eventual vid cosmic. Totuși, cine a generat aceste legi ultime? Pe ce baze? Fără să aibă un răspuns la întrebare, fizica aruncă o altă lumină asupra problemei. Va mai aduceți aminte de legea conservării energiei? Cine a „scris-o" în univers? Matematic, așa cum arătat Emmy Noether, legea de conservare a energiei este o consecință a faptului că toate momentele de timp au aceeași importanță. Cu alte cuvinte, dacă un sistem are aceeași comportare fie că își începe evoluția acum fie peste un an, atunci acel sistem are o mărime care se conservă în timp, mărime pe care noi o numim apoi *energie*. Exemplul se extinde atât în cazul legilor de conservare ale impulsului (rezultate în urma invarianței la transformările de translație), cât și în cazul legilor de transformare Lorentz (rezultate în urma inexistenței unei „direcții" speciale în spațiu-timp). Dacă așa stau lucrurile, nu e oare posibil ca de fapt să nu existe legi fizice deloc? Ca ceea ce noi numim legi fizice să fie de fapt niște consecințe ale unor proprietăți „estetice" ale existenței (izotropie, simetrie etc.)? Dacă este așa, mai trebuie să cercetăm pentru a lămuri toată situația. Chiar dacă noi exemple apar (ca invarianța la transformările de etalonare locale) nu putem încă trage astfel de concluzii. Cert este că pare atrăgător să descriem universul pe baza unor principii generale și nu pe baza unor ecuații (care ar trebui deduse oricând din aceste principii).

Cauzalitatea și relația cu percepția timpului

Cauzalitatea este una din legile cele mai rezistente ale fizicii. Dacă am „sparge" cauzalitatea, am putea crea nenumărate paradoxuri, schimbând ordinea evenimentelor sau trimițând informație înapoi în timp. Cauzalitatea pare logică, deoarece noi oamenii suntem atât de „infestați" de timp, încât ne imaginăm că fiecare proces are un rezultat care urmează cauzei. Matematic însă, putea să fie altfel. Ca să dăm un exemplu, dacă antiparticulele nu ar fi existat, atunci cauzalitatea ar fi putut fi violată. Dacă am trimite semnale cu o viteză mai mare decât viteza luminii, am putea trimite și mesaje în trecut, violând iarăși cauzalitatea. Și totuși, de ce este cauzalitatea *cimentată* în legile universului? De ce universul are nevoie de ea? Are vreo legătură cu faptul că avem numai o singură axă a timpului? În teoria relativității axa timpului se unifică *în parte* cu cea a spațiului în geometria spațiului-timp. Teoria relativității elimină ideea simultaneității absolute, lucru ce trebuie luat în considerare de filozofi, însă nu merge atât de departe încât să pună un semn de egalitate între axa timpului și cea a spațiului. Timpul păstrează pe axa sa caracterul de cauzalitate, ca și cum acesta este un lucru indispensabil naturii. De ce? Este o

interpretare pe care noi o dăm universului sau există un motiv mai profund?

De ce universul e descriptibil matematic? Iată o întrebare care chiar trece de frontierele fizicii și ale științei. După cum spunea Einstein, cel mai de mirare este faptul că lumea e descriptibilă matematic. Chiar dacă este așa, și aici ar putea sta ascunsă o față mai puțin evidentă a universului. Astfel, operațiile matematice sunt de fapt o copie a comportării obiectelor macroscopice din jur. De câte ori adunăm $1 + 1$ și obținem 2 nu facem decât să punem imaginar un măr lângă altul și să numărăm două. Legile matematicii și chiar ale logicii pot fi în final niște legi *deduse* din comportarea universului în care înotăm. Relațiile pe care le găsim între diverse părți ale existenței sunt atunci o imagine pe care noi o căutăm și o găsim *deliberat* într-un posibil haos. Ce ne spune fizica aici? De exemplu, ea ne spune despre curbura spațiului-timp că este generată de obiectele care se află în el și că ceea ce percepem noi ca metrică a spațiului-timp nu este decât o *imagine* a relației spațiale și temporale dintre obiecte. Noi înșine poate că am descoperit relații matematice într-un loc în care ele sunt doar *forma exterioară*, dar nu și *esența*, care poate că ne scapă încă. Și totuși, de ce spațiul are trei dimensiuni spațiale și nu patru?

După cum vedem mai sus, problemele *fundamentale* sunt cel mai greu de abordat în fizica actuală. Cine știe însă dacă ele vor avea un răspuns vreodată, peste un an, peste un miliard de ani, sau poate niciodată.

Deocamdată noi trăim doar cu *emoția* acestor întrebări, emoție care ne dă fiori de câte ori ne gândim cât de profunde sunt întrebările și cât de fascinante ar putea fi răspunsurile. Tocmai această emoție este cea care cred eu că ne definește pe noi oamenii, fie ei cercetători, fizicieni sau simpli olari. Emoția de *a fi* într-o lume a cărei existență o putem prea puțin explica și speranța de *a deveni* ceva mai mult decât dulapul de lângă noi. Dar despre asta, într-o poveste viitoare.

22 Anexă

La începutul lucrării de față, am încercat să folosim cât mai puțin ecuațiile pentru explicarea noțiunilor. Din când în când, am adăugat câte o căsuță cu formule matematice pentru cei care vor să aprofundeze subiectul, iar, atunci când nu s-a putut altfel, am apelat la ecuații chiar în interiorul textului.

Pe măsură ce subiectul a devenit mai complex, căsuțele matematice au devenit mai lungi, lucru evident mai ales pentru teoriile care folosesc principiul acțiunii minime (capitolul 11) și pe cel a invarianței la transformările de etalonare locale (capitolele 16 și 17). Aceasta pentru că în fond fizica nu poate exista fără matematică. În fizică vom înțelege câteva fenomene fără ecuații, prin asocieri cu alte fenomene cunoscute, însă în final trebuie să punem mâna pe creion să calculăm efectiv care sunt rezultatele experimentelor.

În această anexă vom discuta câteva dintre noțiunile folosite mai des. Vom începe cu un subiect mai simplu pentru care iubesc matematica: *derivarea* și *integrarea*. Aceasta va sublinia diferența de perspectivă a unui matematician și a unui fizician.

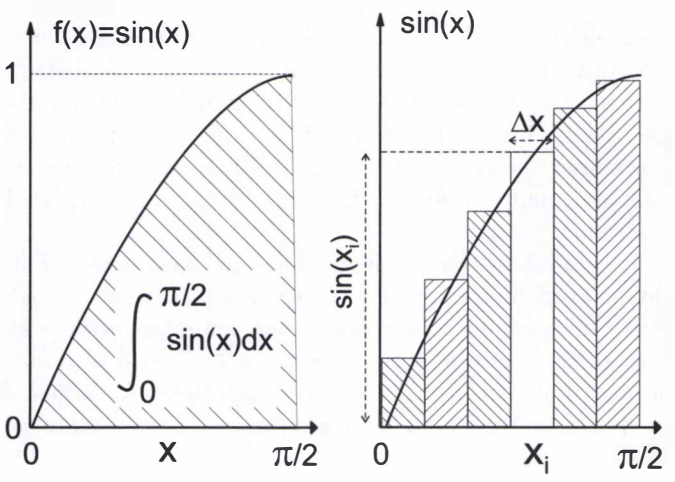

Figura 22.1: *În stânga este reprezentată definiția unei integrale ca aria de sub curba ce reprezintă funcția. În dreapta este reprezentată aceeași integrală în aproximarea unei sume Riemann. Aici aria este împărțită într-o sumă finită de dreptunghiuri. Cu cât sunt mai multe dreptunghiuri, cu atât aproximarea e mai bună.*

208. Despre matematicieni și fizicieni, derivate și integrale

Să considerăm exemplul unei *integrale*. Dacă sunteți la liceu în anii terminali, sau se întâmplă să fi iubit matematica în liceu, nu mă îndoiesc că pentru dumneavoastră rezolvarea unei integrale este ca un rebus. De exemplu, veți fi imediat de acord că

$$\int \sin(x)dx = -\cos(x) + C$$

Cu alte cuvinte, ați fost învățați la ora de matematică să vi se dea o funcție oarecare (în cazul de mai sus $\sin(x)$), iar dumneavoastră să-i calculați integrala, care este în acest caz funcția $-\cos(x) + C$ unde C este o constantă.

Nimic rău aici, însă operația de mai sus a făcut din dumneavoastră niște matematicieni, și nu încă niște fizicieni. Pentru a deveni fizicieni, trebuie să observați mai întâi că integrala de mai sus este *nedefinită*, însemnând că este o operație matematică ce transformă o funcție într-alta după niște reguli învățate de la profesor.

Primul pas pentru a deveni fizicieni este să considerăm o integrală *definită*, cum ar fi:

$$\int_0^{\pi/2} \sin(x)dx = -\cos(x)\Big|_0^{\pi/2} = -cos(\pi/2) + \cos(0) = 1$$

Descrierea integralei definite ne apropie mai mult de aplicațiile practice ale integralelor. Astfel, probabil vă amintiți definiția integralei ca aria de sub curbă. În cazul de față, putem desena curba asociată funcției $\sin(x)$ și calcula aria definită de curbă și axa x, în intervalul $(0, \pi/2)$. Aceasta este semnificația integralei definite din exemplul precedent. Rezultatul este exemplificat în figura 22.1

La privirea ariei, un fizician ar verifica rezultatul primit de la matematician, să fie sigur că înțelege despre ce e vorba. Altfel, el aproximează aria cu cea a unui triunghi, obținînd valoara $1 \cdot (\pi/2)/2 = 3,14/4 = 0.78$, adică puțin mai mică decât 1, așa cum este de așteptat, pentru că triunghiul este mai mic decît aria hașurată din 22.1.

De fapt, pentru fizician, o reprezentare mai potrivită a integralei este cea din partea dreaptă a figurii 22.1. Aici aria de sub curba ce reprezintă funcția este aproximată ca o sumă de dreptunghiuri, în ceea ce se numește o sumă Riemann. Suma se scrie sub forma:

$$\int_0^{\pi/2} \sin(x)dx = \sum_{i=1}^{n} \sin(x_i)\Delta x$$

Am ales ca toate dreptunghiurile indexate de numărul natural $i = \overline{1,n}$ să aibă aceeași lățime Δx, pentru simplitate. Fiecare dreptunghi are o lățime Δx și o înălțime $\sin(x_i)$. De aceea aria unui dreptunghi este $\sin(x_i)\Delta x$, iar suma tuturor dreptunghiurilor ne va da aria totală, așa cum am scris mai devreme.

Reprezentarea sumei Riemann se regăsește în forma sub care se scrie integrala, care are mereu un termen ce începe cu „d", ca dx în forma de mai sus. Ea este lățimea dreptunghiului $dx = \Delta x$ scrisă cu litera „d" mică pentru a sublinia că dx este o mărime infinitezimală, adică un Δx pe care îl facem cât putem noi mai mic pentru a avea o aproximare cât mai bună a sumei Riemann. Căci, cu cât sunt mai multe dreptunghiuri, cu atât aproximarea va fi mai bună.

Vedem că am redus integrala inițială la o sumă. Este doar o aproximație, una însă care poate fi oricât de precisă. Am ajuns astfel la reprezentarea fizicianului, pentru care o integrală reprezintă întotdeauna o *sumă*. Ea este efectuată și pentru alte funcții, dar și pentru mărimi care variază și nu pot fi scrise simplu ca niște funcții. De exemplu, să luăm următoarea integrală:

$$\int_0^T \frac{mv^2}{2} dt$$

Fizicianul va spune „În primul rând, cine variază în această funcție? Pentru că am dt, înseamnă că cea care variază este variabila t, care descrie cel mai probabil timpul". Aceasta deoarece forma dt reprezintă forma infinitezimală a lățimii dreptunghiurilor Δt din exemplul precedent. „Atunci, spune fizicianul, una dintre variabilele m sau v trebuie să varieze în timp". Dacă este în mecanica clasică, fizicianul va prespune că m reprezintă masa unei particule, iar v viteza sa. Variația vitezei în timp va fi probabil o funcție $v(t)$, iar aria de sub funcția $mv(t)^2/2$ trebuie calculată, între limitele 0 și T. Fizicianul își desenează în cap curba $mv(t)^2/2$ și își imaginează cum hașurează aria, o împarte în dreptunghiuri și adună ariile dreptunghiurilor.

De ce am intrat în aceste detalii? Pentru a scoate în evidență faptul că, pentru fizician, o integrală este mereu o *sumă* de valori fizice și nu un rebus matematic. Întreaga fizică se reduce la niște ecuații descrise matematic, iar toate operațiile matematice se reduc în esență la sume, diferențe, înmulțiri sau împărțiri (ca integrala din exemplul de mai sus). De aceea, căutând o reprezentare cât mai fidelă a universului, capul fizicianului se umple cu astfel de operații de adunări și scăderi, pe care el și le imaginează că ar trebui făcute într-un model sau altul. Și, atunci când nu are un matematician să-l ajute cu un calcul exact, pune mâna pe computer și aproximează numeric toate calculele.

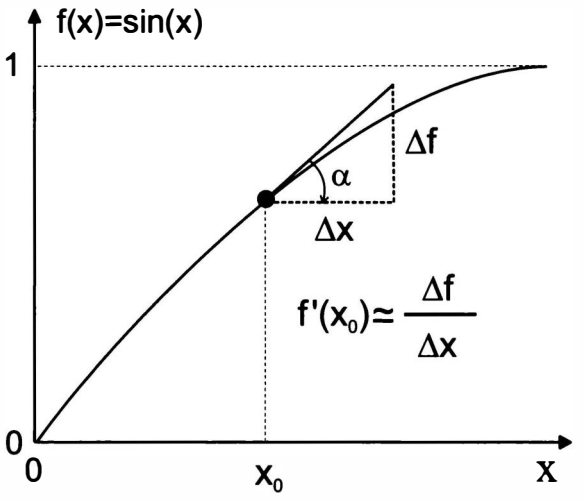

Figura 22.2: *În figură este reprezentată semnificația unei derivate, care este variația un mărimi în timp în raport cu o variabilă. În cazul de față mărimea este f, iar variabila x, având funcția $f(x) = \sin(x)$.*

Același lucru se vede și în reprezentarea unei *derivate*. Ca și la integrală, pentru un matematician ea este o transformare a unei funcții într-alta. De exemplu, un matematician ar scrie

$$\sin'(x) = \frac{d\sin(x)}{dx} = \cos(x)$$

Pentru un fizician însă, derivata nu reprezintă decât viteza de variație a unei mărimi în raport cu o variabilă. Pentru el, $f(x) = \sin(x)$ este o funcție ce are peste tot niște valori în funcție de variabila x, de exemplu o distanță f în funcție de timpul reprezentat ca x. „Va să zică, funcția asta $f(x)$ ia valori peste tot unde este x, gândește fizicianul. Derivata ei $f'(x_0)$ îmi spune cât de repede se schimbă funcția $f(x)$ în punctul x_0". De aceea, el se întoarce la definiția derivatei care are forma:

$$f'(x_0) = \left.\frac{df(x)}{dx}\right|_{x_0} = \lim_{x\to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \sim \left.\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}\right|_{x_0}$$

Așa cum este schițat în figura 22.2, viteza de variație a funcției se reduce la unghiul făcut de tangenta la grafic cu axa orizontală. Cu cât acest unghi este aproximat mai bine, cu atât derivata se obține mai precis. Tocmai de aceea, ca și la integrală, dx este limita infinitezimală (cât se poate de mică) a intervalului Δx, caz în care ne imaginăm că $dx = \Delta x$.

Faptul că valorile sunt fizice se recunoaște în unitățile de măsură. În exemplul de mai sus, dacă f este o distanță, atunci ea se măsoară în metri, kilometri sau o altă unitate de măsură a distanței. Dacă x reprezintă timpul, atunci el este dat în secunde, ore, milenii sau orice altă unitate de timp. De remarcat că, în acest caz, viteza de variația a funcției este chiar viteza cu care suntem obișnuiți, putând fi exprimată în km/s.

Fizica este însă un conglomerat, dezvoltat de mai multi fizicieni în momente diferite și pentru aplicații diferite. De aceea se întâmplă ca aceeași noțiune fizică să aibă mai multe unități de măsură. În această lucrare, de exemplu, am folosit unități diferite pentru energie, de exemplu Joule

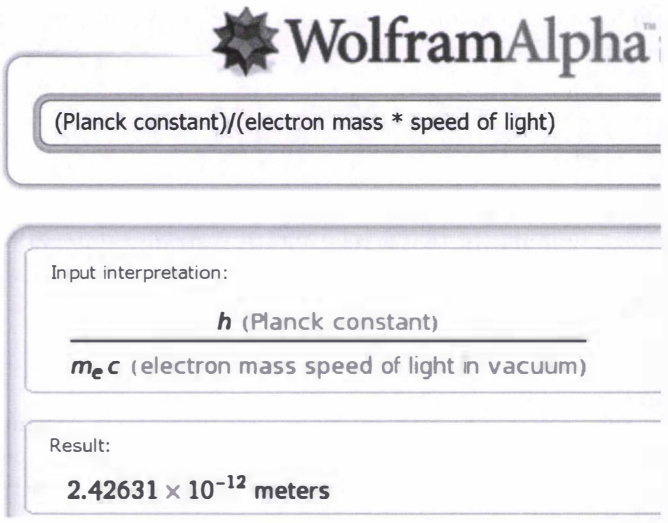

Figura 22.3: *În figură este prezentat un exemplu de calcul al lungimii de undă Compton pentru electron, folosind programul prezent la pagina de internet www.wolframalpha.com. De remarcat că rezultatul include automat unitățile de măsură.*

$1\text{J} = 1\text{kg} \cdot \text{m/s}^2$ în mecanică și electron-Volt $1\text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{J}$ în fizica particulelor elementare.

Fizicienii au ajuns să definească mai multe sisteme pentru unitățile de măsură. De exemplu, în afară de sistemul internațional *SI* există și sistemul *CGS* (centimetru-gram-secundă) sau sisteme de unități naturale. Dintre acestea din urmă cel mai cunoscut e sistemul de unități Planck, pentru care lungimea se măsoară în lungimi Planck $1,6 \cdot 10^{-35}$m iar timpul în „bucăți" de timp Planck $5,4 \cdot 10^{-44}$s. În acest sistem, unele constante universale, exemplu viteza luminii în vid, devin egale cu unu $c = 1$.

Din fericire au apărut diverse programe software ce pot fi utilizate pentru a face conversia între unități, pentru a rezolva analitic ecuații, sau pot fi folosite pur și simplu pentru a verifica unitățile de măsură. Un astfel de program este *Mathematica*, a cărui versiune online este prezentată în figura 22.3.

Identificarea unităților sau mărimilor pe care le reprezintă nu este întotdeauna ușoară, căci, spre deosebire de limbajul verbal, unde literele și cuvintele au de obicei un înțeles comun, simbolurile utilizate în ecuații sunt fie definite de autor pe parcurs (și valabile numai între anumite pagini!), fie subînțelese (pentru că au fost introduse într-un manual sau carte de largă circulație).

Nu este de mirare deci că cele mai des întâlnite întrebări adresate unui autor de articol de fizică de cineva din branșă sunt: „Ce ai vrut sa spui aici?", „Ce fel de operații faci aici?", „Ce reprezintă literele astea?". Dacă se întâmplă să participați la conferințe de fizică, să nu vă fie rușine să-l intrebați pe autori aceste lucruri direct. Numai înțelegând cât mai simplu posibil articolele respective vom putea lua cu noi mesajele lor mai departe.

Pentru că astfel de confuzii pot apărea și în lucrarea de față, vom detalia în următoarele secțiuni câteva dintre convențiile folosite de noi.

209. Convenții pentru operații matematice

Așa cum am menționat, nu am încercat în această lucrare să detaliem modelele matematice din spatele celor fizice, ci doar am adăugat câteva dintre ele în căsuțe matematice, pentru cei care vor să știe mai mult, sau am apelat la ele atunci când nu s-a putut altfel. De aceea, în lucrare se găsesc câteva notații care nu sunt familiare unora dintre cititori. Vom încerca să prezentăm câteva dintre ele.

Astfel, funcțiile de anumite variabile au fost scrise în reprezentarea standard ca $f(x, y, ..)$. Notația cu paranteze ne spune că mărimea f ia valori diferite pentru mai multe valori ale variabilelor x și y sau altele care apar între paranteze.

Așa cum am văzut în secțiunea precedentă, derivata a fost notată în câteva locuri cu semnul $'$, de exemplu în $f'(x) = df(x)/dx$. Atunci când variația este în raport cu timpul, se mai folosește și notația $\dot{f} = df(t)/dt$. Atât la derivate, cât și la integrale trebuie să căutam atent litera d, de exemplu în dx, pentru că ea ne spune care mărime este variabilă, în cazul de față x. Notația dx (cu d în fața lui x) nu este decât o manieră de a reprezenta intervalul Δx, considerându-l foarte mic (când ne putem imagina că $dx = \Delta x$).

Dacă mărimea noastră f este dependentă de mai multe variabile, x și y să spunem, atunci înțelegem prin *derivată parțială* viteza de variație a funcției față de numai una din cele două variabile. Ea a fost notată în lucrare cu semnul „∂". Avem de exemplu $\partial f(x,y)/\partial x = df(x,y)/dx$ atunci când y nu variază deloc.

În lucrarea de față, cele mai multe mărimi fizice sunt dependente de timpul notat cu t. Ele ar trebuie scrise ca $V(t)$, de exemplu, deși noi am ignorat de multe ori dependența de timp și am scris simplu V. În unele părți, mărimile sunt vectori, ceea ce înseamnă că au trei componente spațiale, câte una pentru fiecare axă. Pe tot parcursul lucrării am reprezentat vectorii cu litere *îngroșate*. De exemplu, avem $\mathbf{E} = (E_x, E_y, E_z)$.

O mărime întâlnită în capitolul 4 pentru vectori este ∇, numit operatorul *nabla*:

$$\nabla = \mathbf{i}\frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial}{\partial z}$$

Aici, vectorii unitate ai celor trei axe au fost scriși ca $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, și $\mathbf{k}$. Operația de derivare de mai sus se poate aplica vectorilor, când aceștia descriu mărimi care se întind peste tot în spațiu (ei se numesc atunci câmpuri). De exemplu, avem următoarele relații pentru *divergența* $\nabla \cdot \mathbf{E}$ și pentru *rotorul* $\nabla \times \mathbf{E}$:

$$\nabla \times \mathbf{E} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = \mathbf{i}\left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}\right) +$$

$$+\mathbf{j}\left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}\right) + \mathbf{k}\left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\right)$$

În relațiile de mai sus am folosit deja aproape toate convențiile menționate mai devreme, una după alta! Astfel, vectorul $\mathbf{E}$ a fost scris îngroșat, pentru că are trei componente E_x, E_y, E_z pe cele trei axe x, y și z. Fiecare dintre aceste componente există în toate punctele de spațiu, deci reprezintă un câmp, de exemplu $E_x = E_x(x, y, z)$. Nici acest lucru nu a mai fost scris explicit.

Pentru că fiecare din cele trei componente ale vectorului $\mathbf{E}$ (fie E_x, E_y sau E_z) variază atât cu x, cât și cu y sau z, am folosit simbolul de derivată parțială „∂" pentru variația unei componente numai față de una dintre axe.

Operatorul ∇ acționează și asupra unei funcții scalare $\eta = \eta(\mathbf{r})$:

$$\nabla\eta = \mathbf{i}\frac{\partial \eta}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial \eta}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial \eta}{\partial z}$$

În acest caz, se arată că:

$$\nabla \times (\nabla\eta) = 0$$

Relația o putem demonstra pe componente. Avem de exemplu:

$$\frac{\partial(\nabla\eta)_z}{\partial y} - \frac{\partial(\nabla\eta)_y}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial \eta}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial \eta}{\partial y} = 0$$

Un operator care a fost menționat în lucrare este operatorul Laplace:

$$\nabla^2 f = \nabla.(\nabla f) = \nabla.\left(\mathbf{i}\frac{\partial f}{\partial x} + \mathbf{i}\frac{\partial f}{\partial y} + \mathbf{i}\frac{\partial f}{\partial z}\right) =$$
$$= \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

210. Notații relativiste

Odată cu teoria lui Dirac a electronului în mișcare relativistă din capitolul 12 am introdus și notații relativiste. Astfel, în mod obișnuit, poziția unui eveniment se notează cu $\mathbf{r} = (x, y, z)$ și momentul la care are loc cu t. Noi am format din aceste mărimi un vector în spațiul-timp cu patru dimensiuni:

$$x^\nu = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (ct, x, y, z);$$

Mai sus, indicele μ ia patru valori $\mu = \overline{1:4}$, iar c este viteza luminii. În teoria relativității restrânse, intervalul relativist ds dintre două evenimente („distanța" dintre ele) este dat de relația:

$$ds^2 = c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = c^2(\delta\tau)^2$$

Aici $dt = t_A - t_B$ este diferența între momentele de timp t_A și t_B ale unor evenimentele A și B infinitezimal apropiate în spatiu-timp. Aceeași relație este valabilă și pentru coordonatele spațiale, de exemplu $dy = y_A - y_B$. Mai departe, $\delta\tau$ este timpul propriu al unui ceas care circulă rectiliniu și uniform între aceste evenimente, dacă acest lucru este posibil fără ca el sa depășească viteza luminii c.

Forma de mai sus este una din cele două convenții posibile și se notează cu (+,-,-,-). Cealaltă convenție (-,+,+,+), acolo unde timpul primește un termen negativ și spațiul unui pozitiv, nu este folosită în această lucrare.

Intervalul relativist se rescrie sub forma:

$$ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu = \sum_{\mu,\nu=0}^{3} g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu$$

Mai sus am explicitat convenția lui Einstein, care ne spune să adunăm termenii ce au indici care se repetă, în cazul de mai sus indicii μ și ν. Matricea $g_{\mu\nu}$ reprezintă *metrica* spațiu timpului atunci când ea are forma lui Minkowski (în teoria relativității restrânse):

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Vectorul x^μ are o formă *contravariantă*. Putem defini însă și o formă *covariantă* x_μ a acestui vector, cu notația:

$$x_\mu = g_{\mu\nu}x^\nu = (x_0, x_1, x_2, x_3) = (ct, -x, -y, -z)$$

Relația de mai sus ne ajută se scriem mai simplu intervalul relativist:

$$ds^2 = dx^\mu dx_\mu = \sum_{\mu=0}^{3} dx^\mu dx_\mu$$

Putem trece de la forma *covariantă* x_ν înapoi la cea *contravariantă* x^μ definind $g^{\mu\nu}$, care este inversul matricii $g_{\mu\nu}$:

$$x^\mu = g^{\mu\nu}x_\nu; \quad g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Formalismul de mai sus se extinde și la alți vectori în spațiul-timp cu patru dimensiuni. De exemplu, putem forma un vector patru-dimensional din energia E și impulsul $\mathbf{p} = (p_x, p_y, p_z)$ al unei particule. Forma contravariantă p^μ și cea covariantă p_μ sunt

$$p^\mu = \left(\frac{E}{c}, p_x, p_y, p_z\right) = \left(\frac{E}{c}, \mathbf{p}\right);$$
$$p_\mu = g_{\mu\nu}p^\nu = \left(\frac{E}{c}, -p_x, -p_y, -p_z\right) = \left(\frac{E}{c}, -\mathbf{p}\right);$$

Denumirea de *vector* nu este întâmplătoare. Astfel, în spațiul trei dimensional, direcția unui vector se schimbă de la un sistem de referință la altul, dar modulul său rămâne constant. Același lucru este valabil și pentru vectorii din spațiul-timp cu patru dimensiuni, de exemplu pentru vectorul energie-impuls p^μ al unei particule în mișcare cu viteză constantă. Modulul lui va fi

$$p^\mu p_\mu = \frac{E^2}{c^2} - \mathbf{p}^2 = m_0^2c^2$$

Mai sus am folosit relația lui Einstein $E^2 = m_0^2c^4 + p^2c^2$ dintre energia E și impulsul $\mathbf{p}$, obținând masa de repaus m_0 a particulei, care este relativist invariantă (aceeași în orice sistem de referință inerțial).

Un alt vector patru-dimensional folosit în lucrare este cel al derivatei parțiale față de coordonatele de spațiu și timp:

$$\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu} = (\partial_0, \partial_1, \partial_2, \partial_3) = \left(\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$$

Forma contravariantă a acestui vector va fi:

$$\partial^\mu = g^{\mu\nu}\partial_\nu = \left(\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}, -\frac{\partial}{\partial x}, -\frac{\partial}{\partial y}, -\frac{\partial}{\partial z}\right)$$

În secțiunea 128 am introdus potențialele electrodinamice pentru câmpul electromagnetic. Ele au fost potențialul electric V și cel magnetic vector $\mathbf{A}$. Și cu aceste mărimi putem forma un vector contravariant A^μ și unul covariant A_μ:

$$A^\mu = \left(\frac{V}{c}, A_x, A_y, A_z\right) = \left(\frac{V}{c}, \mathbf{A}\right);$$
$$A_\mu = \left(\frac{V}{c}, -A_x, -A_y, -A_z\right) = \left(\frac{V}{c}, -\mathbf{A}\right);$$

Până în capitolul 12 am lucrat în sistemul internațional de măsura *SI*. După aceea am folosit un sistem de unități naturale, în care $c = 1$, $\epsilon_0 = 1$ și $\hbar = 1$. Alegerile simplifică formulele, deși pot conduce și la confuzii, la trecerea de la un sistem al altul. În cazul electromagnetismului, un articol util este „On the formulation of Electrodynamics in a Form Independent of Units" de domnul profesor Constantin Vrejoiu.

Un cuvânt special pentru notația e, care desemnează în această lucrare sarcina electrică a protonului, deci constanta *pozitivă* $e = 1,6 \cdot 10^{-19}C$. Sarcina electronului, care este negativă, a fost desemnată cu $q = -e$ (multe alte lucrări notează direct cu e sarcina electronului, ceea ce nu este cazul nostru).

211. Notații pentru mărimile fizice

Lucrarea de față acoperă o gamă largă de fenomene fizice. De aceea se întâmplă adeseori să scriem mărimi fizice diferite cu aceeași notație, căci noi am păstrat modul în care ele sunt scrise în literatura de specialitate, fără să le schimbăm.

Pentru a ajuta cititorul să evite confuzii între mărimi care se scriu la fel, adunăm în această secțiune câteva dintre ele, în ordina alfabetică. Așa cum am menționat în secțiunea precedentă, toate mărimile îngroșate reprezintă vectori.

notație	mărime	secțiune
$\mathbf{a}$	accelerația unui corp	12
A	amplitudinea undei de probabilitate	99, 137
$\mathbf{A}$	potențial magnetic vector	128, 161
A_P	arie Planck	203
Ap	amplitudine de probabilitate	192
$\mathbf{B}$	câmp magnetic	24, 161
c	viteza luminii	37
$\delta(x)$	funcția lui Dirac	140
$e > 0$	sarcina electrică a protonului	27
e^+	pozitron	169
E	energie	79, 160
E_p	energie potențiala	84, 94
E_P	energia Planck	179
E_0	energia de zero	150
$\mathbf{E}$	câmp electric	22, 161
$\mathbf{F}$	vectorul forță	12
f	frecvență	94, 79
$f(x)$	funcție	124
f_P	frecvența Planck	151
g	accelerație gravitațională	13
g_{ij}	metrica spațiului-timp	60, 69
G	constanta atracției gravitaționale	14

g	factor pentru momentul anomal	149
$G_i^{\mu}(x)$	câmp gluonic	165
g, g'	constante de cuplaj în $SU(2)$	172
g_{tare}	constantă de cuplaj în $SU(3)$	166
H	constanta lui Hubble	88
h	constanta lui Planck	94
$\mathbf{J}$	densitate de curent electric	35
k	constanta elastică a unui resort	12
k, k_B	constanta lui Boltzmann	94, 179
K	propagator	140
L	lucru mecanic	19, 96
$\mathbf{L}$	momentul cinetic al unei particule	98
L	lagrangean	124, 126
L	unda de probabilitate pentru leptonii de chiralitate stângă	172
$\mathcal{L}$	densitate de lagrangean	127 128
l_P	lungimea Planck	151
m	masa inerțială a unui corp	12
m	masa gravitațională a unui corp	13
m_0	masa de repaus a unei particule	65
m	masa dinamică a unei particule	65
m_{em}	masa electromagnetică	146
n	indice de refacție	40, 123
$\mathbf{p}$	impuls	99
p	probabilitate	99, 140
q	sarcina electrică	128
$(\mathbf{q}, E)$	impulsul și energia unei particule	147
$R_{ij}(x^{\mu})$	tensorul lui Ricci	72, 209
R	curbura scalară a spațiului-timp	72
R	unda de probabilitate pentru leptonii de chiralitate dreapta	172
r_0, R_0	raza critică	75
R_n	raza orbitei electronului	98
$\mathbf{S}$	vectorul lui Poynting	41
S	acțiune	124, 137
S	entropie	203
$SU(3)$	simetrie	165
$SU(2)$	simetrie	172
t	timp	
$T_{ij}(x^{\mu})$	tensorul energie-impuls	72
T	perioada unei oscilații	79
T	temperatura unui corp	94, 95
U	matrice unitară	165
v_{sc}	viteză de evadare	84 87
V	energia potențială a electronului	102
V	potențial electric	128, 148
x^{μ}	$x^0 = ct$, $x^1 = x$, $x^2 = y$, $x^3 = z$	70
w	densitate de energie	41
W	greutatea corpului	13
$\mathbf{v}$	viteza	17
α	constanta de structură fină	147
$\delta\tau$	timpul propriu	60, 124
Δs	interval spațio-temporal	60
ϵ_0	permitivitatea vidului	35, 48
ϵ	mărime infinitezimala	147
γ	factorul Lorentz	50 52-
Γ_{ik}^{l}	simbolurile lui Christoffel	71, 209
Γ	funcția Gamma	147
γ^{μ}	matricile Dirac	141, 209
λ	lungime de undă	37, 98
Λ	lungime de undă Compton	160
λ_a	matricile Gell-Mann	165
Λ	constanta cosmologică	92
μ_B	magneton Bohr-Procopiu	149
μ_0	permeabilitatea magnetică a vidului	35, 48
ν_e	neutrin electronic	169, 170
∇	operator vectorial nabla	35, 209
ψ	undă de probabilitate	102, 109
ϕ	faza undei de probabilitate	137, 162
Φ	flux magnetic	162
ρ	densitatea de masă	72
ρ	densitate de sarcini electrice	35
ρ_{cr}	densitatea critică de materie	88
τ	timp de decoerență	111, 112
τ_i	matricile lui Pauli	172
τ	tauon	156

212. Scurtă bibliografie

Lucrarea de față este o colecție de idei și teorii din mai multe lucrări de specialitate. Pe cât posibil, am limitat caracterul tehnic al subiectelor și am introdus căsuțe matematice pentru a da o idee acelora care vor să aprofundeze subiectul. Pentru aceștia, prezentăm mai jos o scurtă listă de lucrări de specialitate.

Primele trei serii de cărți de fizică de mai jos au fost traduse în limba română. Ele rămân și acum un punct de referință și pot fi procurate fie de la anticariat, fie la mâna a doua de pe internet. Fiecare dintre cele trei serii conține volume care abordează mai multe subiecte, cum ar fi mecanica, electromagnetismul sau mecanica cuantică:

Fizica modernă, de Richard P.Fynman, Editura Tehnică 1970 (trei volume)

Cursul de fizică Berkeley, de Editura Didactică și Pedagogică București 1983 (cinci volume)

Curs de fizică teoretică, de L D Landau și E M Lifsit, Editura Tehnică 1965-1988, tradus parțial.

Pentru studiul *mecanicii* există mai multe lucrări. Dintre cele care conțin și alte subiecte, recomandăm:

Fizica, de David Halliday și Robert Resnick, Editura Didactică și Pedagogică 1974

Gravitația, de Gorge Gamow, Editura Științifică 1966

Fizica, de F.Sears, M.Zemansky și H.Young, Editura Didactică și Pedagogică 1983

Electromagnetismul și *electrodinamica clasică* pot fi studiate din lucrările următoare:

Electricitate și magnetism, de Al. Nicula, Gh. Cristea, Editura Didactică și Pedagogică 1982

Electrodinamica clasică, de J.D. Jackson, Editura Tehnică 1991

Teoria cîmpului electromagnetic C.I. Mocanu Editura Didactică și Pedagogică 1980

Teoria relativității restrânse și *teoria relativității generale* sunt detaliate în lucrările:

Teoria relativității, de Albert Einstein, Editura Tehnică 1957

Electrodinamica și teoria relativității, de Constantin Vrejoiu, Editura Didactică și Pedagogică 1993

Teoria relativității și electrodinamica, de Steliana Codreanu, Liviu Tatăru, Casa cărții de știință 1994

Relativitate generală și cosmologie, de Nicolae Ionescu-Pallas, Editura Științifă și Enciclopedică 1980

Gravity, de James B. Hartle, Editura Addison-Wesley 2003 (în limba engleză)

General Relativity, de M. P. Hobson, G. P. Efstathiou, A. N. Lasenby, Editura Cambridge University Press 2006 (în limba engleză)

O listă pentru studiul *mecanicii cuantice* este:

Mecanica cuantică, de A. Messiah, Editura Științifică 1968

Introducere în mecanica cuantică, de B.H.Bransden și C.J.Joachain, Editura Tehnică 1995

Mecanica cuantică, de Șerban Țițeica, Editura Academiei 1984.

Fizica atomului, de Traian I. Crețu, Ștefan St. Tudorache, Editura Științifică și Enciclopedică 1985

Introduction to Quantum Mechanics, de David J. Griffiths, Editura Pearson Prentice Hall 2004 (în limba engleză)

Teoria cuantică a câmpului include în principiu atât electrodinamica cuantică, cât și cromodinamică cuantică sau modelul standard al particulelor elementare:

Bazele teoriei cuantice a câmpurilor, de Mircea Pentia, Editura Matrix Rom 2009

Teoria cuantică a câmpurilor, de Valeriu Novacu, Editura Tehnică 1984

QED - Strania teorie despre lumina și materie, de Richard P. Feynman, Editura Pergament 2007

Quantum Field Theory, de Lewis H. Ryder, Editura Cambridge University Press 1996 (în limba engleză)

An Introduction To Quantum Field Theory, de Michael E. Peskin și Dan V. Schroeder, Editura Westview Press 1995 (în limba engleză)

Teoria corzilor relativiste este o teorie relativ nouă și, în afara teoriilor de popularizare, nu există nici o lucrare de specialitate tradusă în limba română:

Universul elegant, de Brian Greene, Editura Humanitas 2008 (popularizare)

A First Course in String Theory, de Barton Zwiebach, Editura Cambridge University Press 2009 (în limba engleză)

În lista de mai sus au fost omise alte discipline necesare în studiul fizicii teoretice, cum ar fi de exemplu *ecuațiile fizicii matematice*, *termodinamica* sau *fizica statistică*. O lucrare utilă atunci când subiectele sunt noi este *Dicționar de fizică teoretică*, de Emil Vinteler, apărută la Editura Enciclopedică în 1999.

23

Anexă matematică: Metoda canonică în mecanica cuantică

În această anexă vom prezenta detaliile matematice ale metodei canonice în mecanica cuantică. Avantajul este că metoda canonică scoate în evidență elementele generale ale unei teorii cuantice aplicate oricărui sistem.

În prima secțiune vom prezenta elementele matematice de bază ale metodei canonice în mecanica cuantică: spațiu Hilbert, vectori, operatori, valori proprii etc. În a doua secțiune vom face o legătură cu metoda lui Feynman pentru cazul discret urmând ca în secțiunea următoare să prezentăm cazul continuu.

213. Formularea canonică, între magie și exactitate matematică

Încă de la începuturile mecanicii cuantice a devenit clar că ea ne aduce o nouă percepție a realității, una cu care nu suntem obișnuiți în viața de zi cu zi. După cum trebuie să acceptăm existența a mii de tipuri de bacterii invizibile în aerul pe care îl respirăm, la fel trebuie să acceptăm că particulele cuantice sunt în același timp în toate punctele din univers, chiar dacă în nici unul din cele două cazuri nu percepem cu simțurile noastre aceste situații.

Acum o sută de ani, corifeii mecanicii cuantice au avut nu numai sarcina de a face inteligibilă noua față a realității, dar mai ales aceea de a-i da consistență *matematică*. Ca și în cazul teoriei relativității, „ciudățeniile" naturii își găsesc un loc în fizică, dar numai dacă pot fi descrie de un limbaj matematic *lipsit de orice contradicții interne*. În cazul teoriei relativității, de exemplu, o rază de lumină are aceeași viteză indiferent din ce sistem de referință e privită, pentru că percepția timpului și spațiului se modifică de la un sistem de referință la altul. Consistența matematică este asigurată de *tranformările Lorentz* (vezi secțiunea 62), scrise sub forma unor ecuații matematice clare.

Natura ne dezvăluie „ciudățenii" și în mecanica cuantică. Primul principiu al mecanicii cuantice (vezi secțiunea 110) ne spună că o particulă se află *în același moment de timp* în toate punctele de spațiu. Comportarea a fost introdusă în forma matematică a teoriei prin intermediul undei de probabilitate, care atașează câte un număr complex fiecărei poziții din spațiu unde poate fi găsită particula. Pătratul modulului acestui număr complex ne dă probabilitatea de a găsi particula acolo, dar ea în esență se găsește simultan peste tot. Al doilea principiu ne spună că unda de probabilitate evoluează în timp.

Provocarea cu adevărat extraordinară vine odată cu principiul al treilea. Acesta ne spune că, după măsurătoare, unda de probabilitate suferă o schimbare bruscă (*colapsează*) în așa fel încât să descrie de acum încolo o particulă având cu certitudine proprietatea tocmai măsurată. Dacă proprietatea este poziția, unda de probabilitate va deveni localizată după măsurătoare. Dacă proprietatea este impulsul, unda de probabilitate va deveni o undă plană (vezi secțiunea 107). Ce va deveni însă unda de probabilitate dacă măsurăm altă proprietate, să zicem energia? Și cum putem proceda în cazul general, al oricărui sistem cuantic, nu numai al particulelor?

Fizicienii teoreticieni și matematicienii au rezolvat cazul general printr-o abordare tipică unei „cutii negre": nu știm cu precizie ce se află înăuntru, dar putem testa funcționarea „cutiei" prin răspunsurile pe care le dă atunci când se efectuează diverse operații asupra ei (vezi figura 23.1). Cutia neagră este în cazul nostru *sistemul cuantic*, acțiunile asupra ei sunt *măsurătorile* pe care le efectuăm, iar răspunsurile cutiei sunt *rezultatele* pe care le obținem în urma măsurătorilor.

Metafora cutiei negre este relevantă în cazul nostru pentru că nu putem ști cu precizie ce rezultat vom obține în urma măsurătorii. Nu știm ce este în „interiorul" cutiei, cine „alege" un rezultat sau altul, și nici dacă există în fond o astfel de „alegere".

Așa cum am arătat când am vorbit despre principiul de incertitudine și cum vom argumenta mai târziu, este obligatoriu să nu putem ști precis tot ce se află în interiorul cutiei. Dacă am ști, mecanica cuantică n-am mai fi bună de nimic și ne-am întoarce la mecanica clasică. Limitarea cunoașterii „cutiei negre" este *fundamentală*.

Elementele de bază ale „cutiei negre" asociate unui sistem cuantic sunt *stările* sale cuantice, stări care primesc de obicei notația „$|\ \rangle$" (numită *ket*). Să considerăm cazul

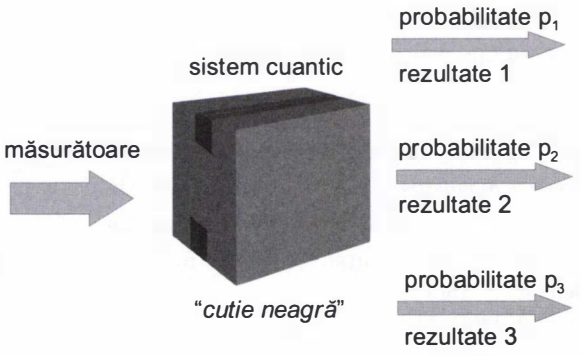

Figura 23.1: *Modelul unui sistem cuantic. Acesta trebuie privit ca o „cutie neagră", care ne dă diverse răspunsuri la „întrebările" pe care le punem (măsurătorile), dar despre care nu știm cum selectează răspunsurile.*

unei particule și să începem cu stările ei *clasice*, care pot fi poziția ei spațială, de exemplu $|Avrig\rangle$, $|Blaj\rangle$, $|Carei\rangle$. Atunci când particula este localizată la Avrig, starea ei este $|Avrig\rangle$. Pentru simplitate vom considera doar trei astfel de stări și le vom nota cu prima literă a orașelor $|A\rangle$, $|B\rangle$, $|C\rangle$ (tehnic vorbind, abordăm cazul sistemelor cuantice discrete).

Principiul întâi al mecanicii cuantice ne spune că fiecare astfel de stare clasică primește câte un număr complex, iar setul de numere complexe reprezintă *unda de probabilitate* $|\psi\rangle$ a sistemului. O stare cuantică la un moment dat este descrisă *complet* de o astfel de undă de probabilitate.

De exemplu, să presupunem că unda de probabilitate a particulei alese este un set de trei numere complexe particulare $a = 0,3 + 0,5i$, $b = 0,5 - 0,5i$ și c=0,4, corespunzătoare celor trei stări clasice $|A\rangle$, $|B\rangle$, $|C\rangle$. Vom scrie această stare cuantică sub trei forme:

$$|\psi\rangle = \{a, b, c\}$$

$$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

$$|\psi\rangle = a\,|A\rangle + b\,|B\rangle + b\,|B\rangle$$

Prima formă este una simplicată, care ne dă esența: o stare cuantică și unda de probabilitate ce descrie acea stare cuantică este un set de numere complexe, câte unul pentru fiecare stare clasică. Spunem că starea cuantică este o *superpoziție cuantică* a stărilor clasice. A doua formă este tot o scriere simplificată, însă sub o formă matriceală, datorată lui Werner Heisenberg. Așa cum vom vedea mai jos, forma matriceală este foarte utilă în calculele matematice.

A treia formă este cea mai des întâlnită în literatura de specialitate și ea se numește reprezentarea *canonică*. Aici stările clasice $|A\rangle$, $|B\rangle$ și $|C\rangle$ sunt scrise explicit, iar numerele complexe ale undei de probabilitate trebuie recunoscute în fața acestor simboluri. Avantajul acestei notații este că seamănă foarte mult cu cea din calculul vectorial, cu care vom vedea că mecanica cuantică se aseamănă. Din forma canonică putem reconstrui mereu forma matriceală, dacă scriem explicit undele de probabilitate ale stărilor clasice:

$$|A\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad |B\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad |C\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix};$$

Avem:

$$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$
$$= a\,|A\rangle + b\,|B\rangle + b\,|B\rangle$$

După cum ne spune primul postulat al mecanicii cuantice (secțiunea 110), modulul pătrat al numerelor complexe a, b și c ne dă probabilitatea ca, la o măsurătoare a *poziției*, să găsim particula în poziția asociată acelui număr. Probabilitatea să găsim particula la Avrig este, în exemplul precedent, $p = |a|^2 = (0,3)^2 + (0,5)^2 = 0,34$. Dacă ne limităm la cele trei stări de mai sus, știm sigur că particula se află pe undeva, deci suma probabilităților trebuie să fie egală cu unitatea. Avem atunci în mod necesar $|a|^2 + |b|^2 + |c|^2 = 1$, lucru care se verifică direct pentru alegerea noastră particulară și unda de probabilitate $|\psi\rangle$ este *normată*.

Toate stările cuantice ale particulei se scriu sub forma de mai sus. Spunem atunci că ele se manifestă într-un *spațiu Hilbert* (după numele matematicianului german David Hilbert), iar fiecare stare cuantică $|\psi\rangle$ este un *vector* în acest spațiu.

Așa cum sugerează denumirea, spațiile Hilbert sunt foarte asemănătoare spațiului tridimensional cu care suntem obișnuiți. Precum spațiul tridimensional are o *bază* formată din trei vectori unitate (versori) $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$ și $\mathbf{k}$, tot așa și spațiul Hilbert se construiește pornind de la o *bază* formată din stările sale clasice. În cazul particulei noastre, baza va fi setul celor trei matrici $|A\rangle$, $|B\rangle$ și $|C\rangle$, asociate celor trei stări clasice de poziție ale particulei.

La fel ca spațiul tridimensional, spațiul Hilbert este dotat cu o structură matematică, descrisă de *produsul scalar* între doi vectori oarecare. Să ne amintim că produsul scalar dintre doi vectori obișnuiți $\mathbf{r_1} = x_1\mathbf{i} + y_1\mathbf{j} + z_1\mathbf{k}$ și $\mathbf{r_2} = x_2\mathbf{i} + y_2\mathbf{j} + z_2\mathbf{k}$ se scrie $\mathbf{r_1}\mathbf{r_2} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$.

Pentru că, față de vectorii tradiționali, constantele a, b și c sunt *numere complexe*, produsul scalar din spațiul Hilbert (notat cu $\langle\psi_1|\psi_2\rangle$) se scrie puțin diferit:

$$|\psi_1\rangle = a_1\,|A\rangle + b_1\,|B\rangle + c_1\,|C\rangle$$
$$|\psi_2\rangle = a_2\,|A\rangle + b_2\,|B\rangle + c_2\,|C\rangle$$
$$\langle\psi_1|\psi_2\rangle = a_1^*a_2 + b_1^*b_2 + c_1^*c_2$$

Aici a^* este complex conjugatul numărului complex a. În forma matriceală, relația de sus se obține dacă facem notațiile

$$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \qquad \langle\psi| = \begin{pmatrix} a^* & b^* & c^* \end{pmatrix}$$

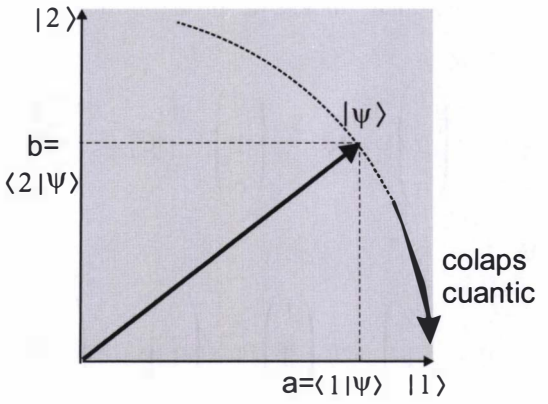

Figura 23.2: *În figură este schițat un spațiu Hilbert cu doi vectori* $|1\rangle$ *și* $|2\rangle$ *ce formează o bază ortonormată. O stare cuantică este descrisă de un vector* $|\psi\rangle = a\,|1\rangle + b\,|2\rangle$ *de normă egală cu unitatea* $a^2 + b^2 = 1$*, ca și vectorii bazei. De remarcat că proiecția vectorului* $|\psi\rangle$ *este descrisă de numerele a și b care sunt complexe. Probabilitatea să găsim sistemul în starea* $|1\rangle$ *este* $p = |a|^2$*. Dacă îl găsim acolo, starea cuantică va deveni* $|\psi\rangle \to |1\rangle$*.*

Notația $\langle\psi|$ poartă numele de „bra" iar produsul scalar se obține prin înmulțirea matricii „bra" $\langle\psi_1|$ cu cea „ket" $|\psi_2\rangle$. Avem deci $\langle\psi_1|\psi_2\rangle = \langle\psi_1|\,.\,|\psi_2\rangle$, adică „braket" (în limba engleză).

Produsul scalar ne ajută să definim *norma* unui vector oarecare $|\psi\rangle = a\,|A\rangle + b\,|B\rangle + b\,|B\rangle$ cu relația $\langle\psi|\psi\rangle = a^*a + b^*b + c^*c = a^2 + b^2 + c^2$ ce devine un număr real pozitiv. Acest număr va avea orice valoare reală pozitivă. Putem folosi produsul scalar în reprezentarea matriceală pentru a testa că baza aleasă $|A\rangle$, $|B\rangle$, $|C\rangle$ este *ortonormată*, înțelegând prin aceasta că produsul scalar între oricare dintre elementele ei este nul, $\langle A|B\rangle = 0$, $\langle B|C\rangle = 0$, $\langle C|A\rangle = 0$ și că vectorii bazei au norma egală cu unitatea $\langle A|A\rangle = 1$, $\langle B|B\rangle = 1$, $\langle C|C\rangle = 1$.

După cum am văzut, elementele „cutiei negre" sunt stările cuatice, pe care noi le-am descris într-o bază ortonormată, formată din stările clasice $|A\rangle$, $|B\rangle$, $|C\rangle$ asociate poziției. Mai departe, vrem să descriem și măsurătorile efectuate asupra „cutiei negre". De exemplu, să presupunem că vrem să măsurăm poziția particulei. Ce valori vom obține? Uitându-ne pe harta României, vedem că cele trei orașe $|Avrig\rangle$, $|Blaj\rangle$, $|Carei\rangle$ sunt pe o linie aproximativ dreaptă și că Avrig se află la 270 Km față de București (unde este borna de 0 km), Blaj la distanța 330 km și Carei la distanța 630 km. Atunci cele trei numere care se pot obține pentru poziția particulei vor fi (270, 330, 630).

Măsurătoarea poziției o vom descrie prin intermediul unui *operator liniar*. Acesta „operează" pe o stare cuantică, pentru a obține o altă stare cuantică și va fi descris printr-o matrice pătrată (pentru că acțiunea unei matrici pătrate asupra unei matrici coloană este tot o matrice coloană). În cazul nostru, operatorul poziției va fi

$$\widehat{P} = \begin{pmatrix} 270 & 0 & 0 \\ 0 & 330 & 0 \\ 0 & 0 & 630 \end{pmatrix}$$

Vom folosi în această secțiune și în următoarea, pentru toți operatorii (care sunt matrici pătrate), notația cu „căciuliță" ca în $\widehat{P}$.

Forma de mai sus este aleasă în așa fel încât să satisfacă câteva condiții. În primul rând, matricea de mai sus este o matrice *hermitică*. Ea îndeplinește relația $\widehat{P} = (\widehat{P}^T)^*$. Aici $\widehat{P}' = \widehat{P}^T$ este matricea $\widehat{P}$ transpusă, iar $(\widehat{P}')^*$ reprezintă matricea $\widehat{P}'$ complex conjugată. Deși în exemplul nostru acest lucru este evident, vom discuta mai târziu caracterul general al observației.

A doua condiție este ca elementele bazei ortonormate $|A\rangle$, $|B\rangle$, $|C\rangle$ (care descriu stări *localizate*) să fie *vectori proprii* ai matricii de mai sus. Astfel, dacă putem scrie pentru un vector $|\psi\rangle$ relația

$$\widehat{P}\,|\psi\rangle = \lambda\,|\psi\rangle$$

vom spune că acel vector $|\psi\rangle$ este *vector propriu* al operatorului $\widehat{P}$, având asociată *valoarea proprie* λ. Avem, de exemplu

$$\widehat{P}\,|C\rangle = \begin{pmatrix} 270 & 0 & 0 \\ 0 & 330 & 0 \\ 0 & 0 & 630 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 630 \end{pmatrix} = 630\,|C\rangle$$

Aici vedem că vectorul $|C\rangle$ este *vector propriu* al operatorului de poziție $\widehat{P}$, având *valoarea proprie* 360, care este chiar poziția particulei dacă ea se află în starea clasică $|C\rangle$. Măsurând atunci poziția particulei (folosind operatorul $\widehat{P}$ pe „cutia neagră"), o putem găsi în locul $|C\rangle$, aflat la distanța 630 km de origine. Valorile proprii ale operatorului $\widehat{P}$ sunt rezultatele pe care le obținem când măsurăm poziția particulei.

Mai mult însă, dacă ne aducem aminte de postulatul colapsului cuantic (vezi secțiunea 110), starea cuantică a particulei va *colapsa* în așa fel încât să descrie o particulă localizată în punctul în care a fost găsită. Cu alte cuvinte, dacă vom găsi particula în poziția $|C\rangle$, atunci unda de probabilitate *devine* instantaneu $|\psi\rangle \to |C\rangle$, indiferent cât era ea înainte. Rezultatul ne asigură că, la o măsurătoare imediat ulterioară a poziției, vom obține *cu siguranță* aceeași valoare de 630, pentru că starea cuantică a devenit $|C\rangle$ (vezi figura 23.2).

Procedura de mai sus o vom aplica, pentru început, oricărui sistem cuantic, nu numai unei particule. Putem atașa stărilor clasice matricile coloană $|A\rangle$, $|B\rangle$, $|C\rangle$, exact sub forma simplă aleasă de noi, cu două elemente nule și un element egal cu unitatea. Starea cuantică generală va fi o superpoziție liniară a stărilor clasice, adică o matrice coloană cu numere complexe. Ea va reprezenta unda de probabilitate a sistemului. Apoi putem atașa măsurătorii clasice o matrice diagonală, ca în exemplul de mai sus, în care valorile proprii λ sunt niște numere care diferențiază și identifică stările clasice (în cazul nostru numerele au fost pozițiile orașelor în borne kilometrice măsurate de la București). Vectorii proprii ai acestei matrici vor fi stările clasice.

Ar părea că în construcția de mai sus nu am descris decât bazele mecanicii cuantice, pentru că nu recunoaștem în fond ceva mai mult decât principiul superpoziției cuantice

și principiul de colaps. Magia începe atunci când ne întrebăm: „Ce se întâmplă dacă măsurăm o altă caracteristică decît cea asociată stărilor clasice cu care am început?" În cazul particulei întrebarea cheie este: „Ce se întâmplă dacă măsurăm nu poziția, ci impulsul sau energia?"

Să remarcăm că întrebarea de mai sus este încuietoare. Astfel, suntem tentați să răspundem că, dacă cunoaștem pozitia particulei de-a lungul timpului, atunci știm și impulsul său, căci el nu este decât o reprezentare a mișcarii particulei. Și totuși, să ne aducem aminte că în mecanica cuantică particula se află *simultan* în toate pozițiile sale, la orice moment de timp, de aceea o și descriem ca un set de numere complexe (unda de probabilitate). Ce viteza am putea asocia particulei? Miliarde de viteze, niciuna? Vedem că, în această abordare, întrebarea de mai sus nu are răspuns.

În mecanica cuantică întrebarea își găsește răspuns, dar unul neconvențional. Astfel. într-o primă instanță, ne putem imagina că *viteza medie* a particulei se deduce din evoluția în timp a *poziției medii.* În spiritul mecanicii cuantice (prin asemănare cu cazul poziției), vom spune că particula poate avea orice viteză, cu o distribuție în jurul valorii medii.

Răspunsul este numai parțial satisfăctor. Astfel, și în cazul poziției putem face aceeași deducție, spunând că este dată de o distribuție în jurul valorii medii. Aici însă, dacă vrem să *știm* poziția unei particule, facem totuși o măsurătoare și aflăm poziția! Este necesar să procedăm la fel și în cazul impulsului. Dacă vom face o măsurătoare a impulsului, trebuie să-l putem afla. Cum facem însă „măsurătoarea"? Așa cum banuiți, prin intermediul unui *operator* ca acela al poziției, adică o matrice!

Vom presupune că *orice* măsurătoare asupra „cutiei negre" va fi descrisă de o matrice pătrată de dimensiune $n \times n$, unde n este numărul de stări clasice pe care le putem diferenția. Matricea nu va fi de orice tip, ci neapărat *hermitică.* În felul acesta, așa cum arată matematicienii, valorile ei proprii sunt numere *reale*, pe care le vom atașa *rezultatelor* măsurătorii (în cazul impulsului ele sunt valorile pe care le va lua impulsul). *Vectorii proprii* de normă egală cu unitatea ai matricii vor fi stările cuantice pe care „cutia neagra" le va lua după măsurătoare, conform cu principiul colapsului. În cazul măsurătorii impulsului, ele sunt stări ale particulei în care ea are impulsul bine definit, iar în cazul în care măsurăm energia (cu un operator adecvat), ele vor fi stări în care energia sistemului este bine definită.

Vom descrie de aceea matematic comportarea cuantică a unui sistem prin intermediul următoarelor reguli generale. Regulile sunt scrise mai jos pentru sisteme *nedegenerate*, înțelegând prin aceasta că stări diferite au proprietăți diferite (de exemplu, energii diferite):

1. Stările clasice ale unui sistem cuantic formează pentru început o *bază ortonormată* a unui spațiu Hilbert. În cazul nostru (poziția particulei), acestea au fost stările $|A\rangle$, $|B\rangle$ și $|C\rangle$ (cele care au două elemente ale matricii coloană nule și unul egal cu unitatea).

   (a) Există însă și alte baze ortonormate, care se scriu ca niște combinații liniare ale bazei cu care am început.

2. Stările cuantice reprezintă *vectori* în acest spațiu Hilbert, fiind descrise de superpoziții liniare ale stărilor clasice $|\psi\rangle = a\,|A\rangle + b\,|B\rangle + c\,|C\rangle$.

   (a) Stările cuantice se pot scrie ca fiind combinații liniare și într-o altă bază ortonormată.

3. Măsurătorile care conduc la stările clasice cu care am început se vor descrie printr-un operator (o matrice pătrată) care acționează asupra vectorilor (matricile coloană) din spațiul Hilbert.

   (a) Fiecare măsurătoare are atașat un operator $\widehat{M}$. În reprezentarea matriceală acesta este o matrice hermitică pătrată. Rezultatele posibile ale unei măsurători sunt numai *valorile proprii* λ_m care satisfac relația $\widehat{M}\,|m\rangle = \lambda_m\,|m\rangle$.

4. Probabilitatea de a găsi sistemul într-una din stările clasice asociate lui este dată de produsul scalar dintre starea cuantică în care se află și starea clasică respectivă. De exemplu, dacă particula se găsește în starea $|\psi\rangle$, atunci probabilitatea să o găsim în starea $|A\rangle$ este $p = |\,\langle A|\psi\rangle\,|^2 = |a|^2$.

   (a) La o măsurătoare descrisă de matricea $\widehat{M}$, probabilitatea să găsim sistemul într-o stare descrisă de vectorul propriu $|m\rangle$ având asfel proprietatea λ_m este dată de produsul scalar dintre unda de probabilitate $|\psi\rangle$ și vectorul propriu respectiv $p = |\,\langle m|\psi\rangle\,|^2$.

5. După o măsurătoare asociată unei caracteristici clasice, sistemul cuantic va lua starea clasică ce corespunde rezultatului găsit în măsurătoare.

   (a) Starea generală pe care o va lua sistemul după orice măsurătoare $\widehat{M}$ va *deveni* unul dintre vectori proprii $|m\rangle$ corespunzător rezultatului λ_m măsurat $\widehat{M}\,|m\rangle = \lambda_m\,|m\rangle$ (principiul colapsului cuantic). Astfel, la o măsurătoare imediat ulterioară $\widehat{M}$, se va obține cu siguranță aceeași valoare λ_m ca la prima măsurătoare. Aceasta deoarece unda de probabilitate a devenit $|m\rangle$, iar produsul ei scalar cu un alt element al bazei (care ne dă probabilitatea să detectăm particula în acea stare) este nul.

În regulile de mai sus, care definesc relația între o măsurătoare și aparatul matematic, se găsește ascuns un ocean de mistere. Este remarcabil că, deși aceste reguli au fost deduse la început pentru sisteme simple (ca particula în mișcare), ele s-au dovedit valabile pentru *toate* sistemele cuantice măsurate experimental, inclusiv în noile teorii ale câmpurilor cuantice și chiar pentru întregul univers.

Nimeni nu a găsit, până acum, nici măcar un sistem care să se abată de la regulile de mai sus. Și, tot astfel, nimeni nu înțelege azi de ce universul cuantic are forma de mai sus. De ce este nevoie de structura de operatori, valori și vectori proprii pentru a descrie rezultatele măsurătorii, care pare atât de neobișnuită? Este adevărat, structura de mai sus asigură absența contradicțiilor în sistemul matematic, însă de ce universul cuantic a ales acest limbaj matematic pentru a se exprima, și nu altul?

Vom lăsa deocamdată aceste gânduri deoparte și vom exemplifica regulile de mai sus pentru cazul în care vrem să măsurăm nu poziția particulei care se află la $|Avrig\rangle$,

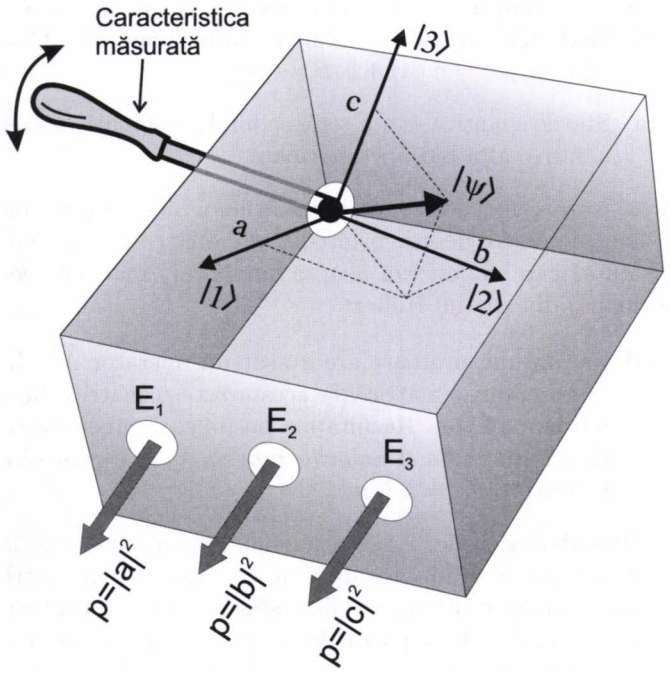

Figura 23.3: *În figură este detaliat tot ce știm despre interiorul „cutiei neagre" prezentate în figura 23.1. În reprezentarea de mai sus, pereții cutiei definesc baza inițială a unui spațiu Hilbert în care se manifestă unda de probabilitate $|\psi\rangle$ a sistemului. Orice măsurătoare asupra cutiei va fi asociată unei baze din acest spațiu Hilbert, bază care poate fi „rotită" față de pereții cutiei (centrul sistemelor de referință rămâne comun). În figură, baza este formată de vectorii $|1\rangle$, $|2\rangle$, și $|3\rangle$ și este singura caracteristică pe care o putem „ajusta" din exteriorul cutiei. Baza aleasă are trei elemente în reprezentarea de mai sus, ceea ce înseamnă că operatorul $\widehat{E}$ asociat măsurătorii are trei vectori proprii (elementele bazei $|1\rangle$, $|2\rangle$, și $|3\rangle$) și trei valorii proprii asociate acestora (notate E_1, E_2 și E_3). În urma măsurătorii vom obține doar aceste valori, cu probabilități date de proiecția vectorului $|\psi\rangle$ pe elementele bazei (notate cu a, b și c). După măsurătoare, vectorul $|\psi\rangle$* devine *unul din elementele bazei, asociat acelei valori care a fost găsită efectiv în urma măsurătorii.*

$|Blaj\rangle$ sau $|Carei\rangle$, ci *energia* ei. Așa cum am văzut, măsurătorii energiei trebuie să-i atașăm un operator, care va fi în reprezentarea matriceală o matrice hermitică și pe care o vom nota cu $\widehat{E}$.

În mod normal, fizicienii trebuie să construiască aceste operator cu grijă, pentru a reproduce rezultatele clasice, luând, de exemplu, în considerare energia cinetică și pe cea potențială. Noi vom simplifica problema și vom presupune că am găsit matricea hermitică asociată măsurării energiei și că ea are forma:

$$\widehat{E} = \begin{pmatrix} 1 & -i & -i \\ i & 0 & -1 \\ i & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Relația de mai sus este *tot ce avem nevoie* pentru a descrie răspunsul „cutiei negre" atunci când asupra ei efectuăm măsurarea energiei. Astfel, *valorile proprii* E_k ale matricii de mai sus ne vor da rezultatele posibile ale măsurării energiei, iar *vectorii proprii* $|e_k\rangle$ ne vor da starea cuantică pe care o va lua sistemul după măsurare. În cazul nostru, se poate verifica că ele sunt:

$$\widehat{E}\,|e_k\rangle = E_i\,|e_k\rangle\,; \qquad E_1 = 2; \quad E_2 = -\sqrt{2}; \quad E_3 = \sqrt{2}$$

$$e_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} -i \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\,;\; e_2 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} i \\ \sqrt{2} \\ 1 \end{pmatrix}\,;\; e_3 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} i \\ -\sqrt{2} \\ 1 \end{pmatrix}$$

Cei trei vectori proprii formează o bază *ortonormată*, deorece $\langle e_k|e_k\rangle = 1$ și $\langle e_k|e_j\rangle = 0$ pentru $k \neq j$. Aceasta se dovedește o proprietate generală a oricărei matrici hermitice: *vectorii ei proprii* vor forma mereu o *bază ortonormată*. Vedem astfel că, prin alegerea unei matrici hermitice pentru a reprezenta o măsurătoare fizică, întreaga problemă a devenit *matematică*. Tot ce reprezintă măsurătoarea este acum matricea hermitică atașată ei.

Să exemplificăm măsurarea energiei particulei și să presupunem că particula se află localizată la Avrig. Unda ei de probabilitate este chiar $|\psi\rangle = |A\rangle$. În notațiile de mai sus avem $a = 1$, $b = 0$ și $c = 0$.

Ne vom întreba: dacă măsurăm acum energia, ce valori poate ea lua, cu ce probabilități, și care va deveni starea cuantică a particulei după măsurătoare? Așa cum ne spun regulile generale, vom „măsura" pentru energie doar valorile E_k, probabilitățile vor fi $|\langle e_k|\psi\rangle|^2$, iar după măsurătoare starea va deveni unul dintre cei trei vectori proprii $|e_k\rangle$, în funcție rezultatul obținut.

De aceea, pentru a efectua calculele de mai sus, să descompunem vectorul $|\psi\rangle = |A\rangle$ în vectorii $|e_k\rangle$ ce reprezintă vectorii proprii ai operatorului de energie. După cum se verifică direct, descompunerea este:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{i}{\sqrt{2}}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} -i \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} - \frac{i}{2}\frac{1}{2}\begin{pmatrix} i \\ \sqrt{2} \\ 1 \end{pmatrix} - \frac{i}{2}\frac{1}{2}\begin{pmatrix} i \\ -\sqrt{2} \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$|\psi\rangle = |A\rangle = \frac{i}{\sqrt{2}}\,|e_1\rangle - \frac{i}{2}\,|e_2\rangle - \frac{i}{2}\,|e_3\rangle$$

Avem atunci:

$$|\psi\rangle = |A\rangle = a'\,|e_1\rangle + b'\,|e_2\rangle + c'\,|e_3\rangle \quad \text{unde:}$$

$$a' = \langle e_1|\psi\rangle = \frac{i}{\sqrt{2}};\; b' = \langle e_2|\psi\rangle = -\frac{i}{2};\; c' = \langle e_3|\psi\rangle = -\frac{i}{2}$$

Remarcăm că, deși particula este localizată în $|A\rangle$, ea e descrisă de o superpoziție de stări $|e_k\rangle$ de energie bine definită, lucru pe care l-am menționat în secțiunea 103, acolo unde am numit stările de energie bine definită stări staționare.

Rezultatele de mai sus pot fi așezate în următorul tabel:

energie măsurată	probabilitate de a obține acea energie	starea *devine*
$E_1 = 2$	$\langle \|e_1\|\psi\rangle \|^2 = \|i/\sqrt{2}\|^2 = 0.5$	$\|e_1\rangle$
$E_2 = -\sqrt{2}$	$\langle \|e_2\|\psi\rangle \|^2 = \|-i/2\|^2 = 0.25$	$\|e_2\rangle$
$E_3 = \sqrt{2}$	$\langle \|e_3\|\psi\rangle \|^2 = \|-i/2\|^2 = 0.25$	$\|e_3\rangle$

După cum vedem, în urma măsurării energiei se va obține doar una dintre cele trei valori E_k. Suma celor trei probabilități este egală cu unitatea, așa cum trebuie. După măsurătoare particula se va afla într-una din cele trei stări cuantice $|e_k\rangle$ corespunzătoare valorii găsite în măsurătoare. Dacă la măsurătoare energia particulei este $E_1 = 2$, atunci unda de probabilitate va *deveni* după măsurătoare $|e_1\rangle$.

Să facem acum un salt în descrierea matematică și să ne întrebăm care va fi *evoluția* sistemului cuantic în timp, cunoscând starea sa inițială. Să presupunem că particula este la început în starea $|\psi(0)\rangle = |A\rangle$.

În secțiunea 103 am discutat modelul oscilatorului armonic și am arătat că el e un exemplu în care stările sale de energie bine definită formează *stări staționare* (rezonante). Avantajul acestor stări staționare (de energie constantă) este că ele se păstrează nealterate în timp, atâta doar că faza lor variază cu un termen proporțional cu energia E a stării și cu timpul scurs t, anume $e^{-iEt/\hbar}$, unde $\hbar$ este constanta redusă a lui Planck. Desigur, rezultatul de mai sus este valabil numai în cazul în care sistemul este liber, altfel forțele exterioare vor modifica energia sistemului, deci evoluția ulterioară a lui.

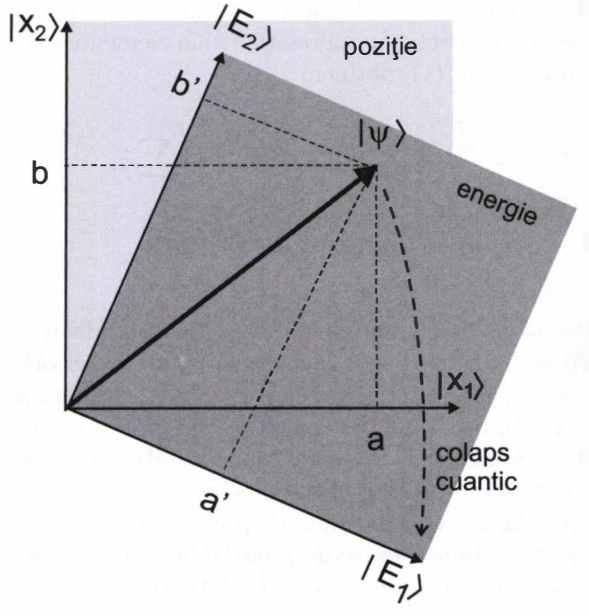

Figura 23.4: *În figură este schițată o stare cuantică a unei particule $|\psi\rangle$ într-un spațiu Hilbert, în reprezentarea poziției și a energiei. Stările ortonormate ale bazelor $(|x_1\rangle, |x_2\rangle)$ și $(|E_1\rangle, |E_2\rangle)$ formează două sisteme ortogonale „rotite" unul față de altul. O măsurătoare a poziției sau a energiei reprezintă o proiecție a vectorului de normă egală cu unitatea $|\psi\rangle$ într-unul din aceste sisteme. Dacă măsurăm energia, probabilitatea de a găsi particula având energia E_1 este $p = |a'|^2 = |\langle E_1|\psi\rangle|^2$ (aici a' este un număr complex). În urma măsurătorii, starea cuantică a particulei va deveni $|\psi\rangle \to |E_1\rangle$, conform principiului colapsului cuantic.*

În cazul nostru, dacă particula s-ar fi aflat la început în starea $|e_k\rangle$ (în care are energia E_k, cu $k = \overline{1:3}$), atunci ea ar fi evoluat ca $e^{-iE_kt/\hbar}|e_k\rangle$. Fiecare componentă a undei de probabilitate asociată stării de energie va evolua după relația de mai sus. Avem

$$|\psi(0)\rangle = |A\rangle = \frac{i}{\sqrt{2}}|e_1\rangle - \frac{i}{2}|e_2\rangle - \frac{i}{2}|e_3\rangle$$
$$|\psi(t)\rangle = e^{-\frac{iE_1t}{\hbar}}\frac{i}{\sqrt{2}}|e_1\rangle - e^{-\frac{iE_2t}{\hbar}}\frac{i}{2}|e_2\rangle - e^{-\frac{iE_3t}{\hbar}}\frac{i}{2}|e_3\rangle$$

Mai sus recunoaștem o caracteristică generală a sistemelor cuantice. Descriem evoluția unui sistem clasic *enumerând* stările prin care trece (în cazul de mai sus ele pot fi, de exemplu, $|e_1\rangle$, $|e_2\rangle$, $|e_3\rangle$). În cazul cuantic, sistemul se află *mereu* în superpoziția cuantică a oricăror stări ce definesc o bază ortonormată, de aceea evoluția se reduce la aflarea dependenței de timp a contribuțiilor fiecărei stări a bazei în starea cuantică.

Sistemul cuantic e descris de evoluția unui set de numere complexe (unda sa de probabilitate), pe când sistemul clasic e descris de evoluția unui singur număr real, care ne spune în care stare clasică se află sistemul la un moment dat. Stările bazei pot fi nu numai stările „clasice", ca poziția particulei (așa cum se obișnuiește în general), dar și stările bazei ortonormate ale măsurării energiei (deci stările staționare în care energia e constantă în timp).

Interesant însă, relația precedentă o putem scrie simplificat dacă observăm că $e^{iE_3t/\hbar}|e_3\rangle = e^{i\widehat{E}t/\hbar}|e_3\rangle$. Aici $\widehat{E}$ trebuie privită ca o matrice 3×3, iar ridicarea la putere a unei matrici se face prin descompunerea în serii Taylor. Avem deci:

$$|\psi(0)\rangle = e^{-\frac{i\widehat{E}t}{\hbar}}\frac{i}{\sqrt{2}}|e_1\rangle - e^{-\frac{i\widehat{E}t}{\hbar}}\frac{i}{2}|e_2\rangle - e^{-\frac{i\widehat{E}t}{\hbar}}\frac{i}{2}|e_3\rangle$$
$$= e^{-\frac{i\widehat{E}t}{\hbar}}\left[\frac{i}{\sqrt{2}}|e_1\rangle - \frac{i}{2}|e_2\rangle - \frac{i}{2}|e_3\rangle\right] = e^{-\frac{i\widehat{E}t}{\hbar}}|\psi(0)\rangle$$

Obținem atunci evoluția sistemului cuantic ca fiind:

$$\boxed{|\psi(t)\rangle = e^{-\frac{i\widehat{E}t}{\hbar}}|\psi(0)\rangle}$$

Relația de mai sus este cât se poate de generală. Deși pare simplă, ea poartă cu ea viitorul interacțiunilor pentru orice sistem cuantic. Prin derivare, ea conduce direct la o ecuație de evoluție a undei de probabilitate, echivalentă cu ecuația lui Schrödinger.

În reprezentarea matriceală, $|\psi(0)\rangle$ este un vector coloană care are câte un număr complex corespunzător fiecărei stări din baza aleasă (stările acestea pot fi stările clasice inițiale, dar pot fi și ale altei baze aleasă în mod convenabil). Starea $|\psi(t)\rangle$ este tot o matrice coloană, care reprezintă unda de probabilitate a particulei la un moment ulterior. La mijloc apare $\widehat{E}$ care este o matrice pătrată corespunzând măsurării energiei. Expresia $e^{i\widehat{E}t/\hbar}$ va fi tot o matrice, care se obține prin descompunerea în serii Taylor a operației exponențiale.

Exemplul folosit, cel al unei particule în trei poziții spațiale, este foarte simplificat. Cu toate acestea, *orice* sistem cuantic se pliază pe modelul de mai sus, fie că este vorba de o particulă, de un ansamblu de particule sau chiar de universul însuși! Ne imaginăm că stările sistemului sunt aduse într-o matrice coloană, care conține câte o linie pentru fiecare stare clasică posibilă (avem n linii). Apoi operatorul energiei $\widehat{E}$ devine o matrice pătrată, de dimensiune $n \times n$, dată de numărul n al stărilor clasice posibile.

214. Legătura cu metoda lui Feynman în cazul discret

În secțiunea de față ne propunem să justificăm matematic o tehnică de calcul a proceselor cuantice folosită în capitolul 13. Ea ne arată că orice rezultat cuantic poate fi privit ca o „sumă" de procese cuantice elementare care au loc în același timp, numite *procese virtuale.*

Calculul se bazează pe o observație care se regăsește în construcția noastră de până acum. De aceea, să ne întoarcem la problema noastră a particulei aflată în trei locații, discutată în secțiunea precedentă, și să vedem cum putem calcula altfel evoluția sistemului cuantic. Să „spargem" timpul de la 0 la t în N „bucățele" foarte mici $\tau = t/N$. Vom scrie atunci evoluția undei de probabilitate a particulei sub forma:

$$\begin{aligned}|\psi(t)\rangle &= e^{-\frac{i\widehat{E}(N\tau)}{\hbar}}|\psi(0)\rangle = \\ &= e^{-\left[\frac{i\widehat{E}\tau}{\hbar}-\frac{i\widehat{E}\tau}{\hbar}-\ldots-\frac{i\widehat{E}\tau}{\hbar}\right]}|\psi(0)\rangle \\ &= e^{-\frac{i\widehat{E}\tau}{\hbar}}e^{-\frac{i\widehat{E}\tau}{\hbar}}\cdot\ldots\cdot e^{-\frac{i\widehat{E}\tau}{\hbar}}|\psi(0)\rangle \qquad (1)\end{aligned}$$

Mai departe, vom folosi o observație mai puțin evidentă. Astfel, după cum au arătat matematicienii și după cum se verifică direct pe exemplul din secțiunea precedentă, elementele *oricărei* baze ortonormate (ca cea a poziției) satisfac relația:

$$\boxed{\sum_k |k\rangle\langle k| = |1\rangle\langle 1| + |2\rangle\langle 2| + |3\rangle\langle 3| = I_3} \qquad (2)$$

Am notat cu $|k\rangle$ cele trei elemente ale bazei ortonormate. Ele pot fi stările de poziție bine definită $|A\rangle$, $|B\rangle$ și $|C\rangle$, stările de energie bine definită $|e_1\rangle$, $|e_2\rangle$ și $|e_3\rangle$, sau oricare altă bază ortonormată.

În reprezentarea matriceală, $|k\rangle$ sunt matrici coloană de dimensiune 3 (vezi secțiunea precedentă). În plus, I_3 este matricea unitate de dimensiune 3×3, iar în relația de mai sus recunoaștem că, datorită dimensiunilor matricilor, $|k\rangle\langle k|$ va fi o matrice 3×3. Pentru alegerea $|k\rangle = |e_k\rangle$ din secțiunea precedentă avem:

$$|1\rangle\langle 1| = |e_1\rangle\langle e_1| = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}-i\\0\\1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}i & 0 & 1\end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}1 & 0 & -i\\0 & 0 & 0\\i & 0 & 1\end{pmatrix}$$

Efectuăm apoi calculele pentru $|2\rangle\langle 2| = |e_2\rangle\langle e_2|$ și pentru $|3\rangle\langle 3| = |e_3\rangle\langle e_3|$, utilizând matricile $|e_1\rangle$ și $|e_2\rangle$ din secțiunea precedentă:

$$|2\rangle\langle 2| = \frac{1}{4}\begin{pmatrix}i\\\sqrt{2}\\1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-i & \sqrt{2} & 1\end{pmatrix} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix}1 & i\sqrt{2} & i\\-i\sqrt{2} & 2 & \sqrt{2}\\-i & \sqrt{2} & 1\end{pmatrix}$$

$$|3\rangle\langle 3| = \frac{1}{4}\begin{pmatrix}i\\-\sqrt{2}\\1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-i & -\sqrt{2} & 1\end{pmatrix} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix}1 & -i\sqrt{2} & i\\i\sqrt{2} & 2 & -\sqrt{2}\\-i & -\sqrt{2} & 1\end{pmatrix}$$

Folosind matricile de mai sus, putem verifica direct relația (2) prezentată mai devreme:

$$|1\rangle\langle 1| + |2\rangle\langle 2| + |3\rangle\langle 3| = \begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

Observând că $e^{-i\widehat{E}(\tau)/\hbar}$ sunt matrici 3×3 în relația (1) și inserând matricile I_3 din relația (2) în elementele dezvoltării din relația (1), obținem

$$\begin{aligned}|\psi(t)\rangle = e^{-\frac{i\widehat{E}\tau}{\hbar}}\left(\sum_k |k\rangle\langle k|\right)e^{-\frac{i\widehat{E}\tau}{\hbar}}\left(\sum_l |l\rangle\langle l|\right)\cdot\ldots \\ \ldots\cdot\left(\sum_m |m\rangle\langle m|\right)e^{-\frac{i\widehat{E}\tau}{\hbar}}|\psi(0)\rangle\end{aligned}$$

Acum vom presupune că inițial particula se află în starea $|\psi(0)\rangle = |i\rangle$ (una dintre cele trei stări ale bazei ortonormate alese) și ne interesează care e probabilitatea s-o găsim după un timp t în starea finală $|f\rangle$ (o altă stare a bazei ortonormate alese). Această probabilitate este, conform regulilor introduse în secțiunea de față, $p = |\langle f|\psi(t)\rangle|^2$, deoarece la momentul t unda de probabilitate a particulei este $|\psi(t)\rangle$. *Amplitudinea de probabilitate* $\langle f|\psi(t)\rangle$ se scrie reorganizând puțin termenii din relația precedentă:

$$\begin{aligned}\langle f|\psi(t)\rangle &= \langle f|e^{-\frac{i\widehat{E}t}{\hbar}}|i\rangle = \\ &= \sum_{kl\ldots m}\left(\langle f|e^{-\frac{i\widehat{E}\tau}{\hbar}}|k\rangle\right)\left(\langle k|e^{-\frac{i\widehat{E}\tau}{\hbar}}|l\rangle\right)\ldots\left(\langle m|e^{-\frac{i\widehat{E}\tau}{\hbar}}|i\rangle\right)\end{aligned}$$

În primul rând, trebuie să citim cu atenție relația de mai sus. Aici $e^{-i\widehat{E}\tau/\hbar}$ este o matrice 3×3 care se obține prin dezvoltarea exponențialei în serii Taylor. Mai departe, k, l, ... m sunt numere care iau fiecare doar trei valori 1, 2 și 3. Elementul $\langle k|e^{i\widehat{E}\tau/\hbar}|l\rangle$ este atunci un număr complex.

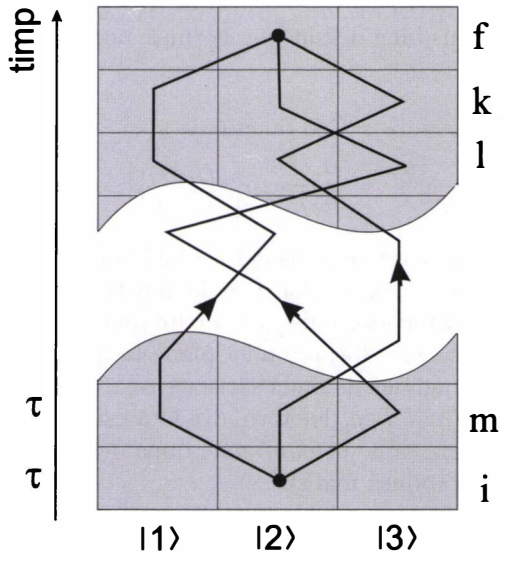

Figura 23.5: *În figură este explicitat calculul amplitudinii de probabilitate a tranziției a unei particule din poziția inițială $|i\rangle = |2\rangle$ în poziția finală $|f\rangle = |2\rangle$ (vezi text). Pe axa verticală timpul este discretizat în elemente τ. Pe axa orizontală sunt prezentate trei poziții spațiale. Indicii din dreapta m... l, k indexează cele trei posibile poziții ale particulei la momente succesive de timp. Liniile continue reprezintă trei posibile traiectorii pe care particula poate ajunge din starea inițială în starea finală. Amplitudinea finală a probabilității de tranziție de la $|i\rangle$ la $|f\rangle$ este o sumă a valorilor asociate fiecăreia dintre traiectorii. Vom interpreta rezultatul spunând că particula parcurge în același timp toate traiectoriile imaginabile între starea inițială și cea finală.*

Să facem în continuare următoarea notație:

$$\boxed{\langle f|e^{-i\widehat{E}t/\hbar}|i\rangle = \left(i \xrightarrow{t} f\right)}$$

Aici numărul complex $\left(i \xrightarrow{t} f\right) = \langle f|e^{-i\widehat{E}t/\hbar}|i\rangle = \langle f|\psi(t)\rangle$ se numește *amplitudinea de probabilitate* a tranziției din starea $|i\rangle$ în starea $|f\rangle$, după un timp t. El ne spune că, dacă particula se găsește inițial în starea $|i\rangle$ atunci probabilitatea s-o găsim după timpul t în starea $|f\rangle$ este $p = |\langle f|\psi(t)\rangle|^2 = \left|\left(i \xrightarrow{t} f\right)\right|^2$.

Cu aceste notații, să rescriem suma de mai sus, inversând însă ordinea termenilor din produs de la dreapta la stânga:

$$\boxed{\left(i \xrightarrow{t} f\right) = \sum_{\{kl\ldots m\}} (i \xrightarrow{\tau} m) \cdot \ldots \cdot (l \xrightarrow{\tau} k) \cdot (k \xrightarrow{\tau} f)}$$

Suma $\sum_{kl\ldots m}$ ne spune că, dacă vrem să calculăm amplitudinea de tranziție $(i \xrightarrow{\tau} f)$, atunci trebuie să reconstruim mai întâi *toate* căile $\{i, m, l, \ldots, k, f\}$ prin care particula poate ajunge din starea inițială $|i\rangle$ la starea finală $|f\rangle$ (vezi figura 23.5).

Fiecare cale $\{i, m, l, \ldots, k, f\}$ are atașată o *amplitudine de probabilitate* $(i \xrightarrow{\tau} m) \ldots (l \xrightarrow{\tau} k)(k \xrightarrow{\tau} f)$. La rândul ei, ea este un *produs* al tuturor „bucățelelor" $(l \xrightarrow{\tau} k) = \langle k|e^{-i\widehat{E}\tau/\hbar}|l\rangle$ din care e construită calea. Amplitudinea de probabilitate a tranziției finale $\langle f|e^{-i\widehat{E}t/\hbar}|i\rangle = \left(i \xrightarrow{t} f\right)$ se calculează ca *suma* amplitudinilor de probabilitate de pe fiecare cale ce poate fi construită (vezi figura 23.5).

Rezultatul de mai sus se interpretează spunând că, pentru a ajunge din starea $|i\rangle$ în starea $|f\rangle$, particula a mers *în același timp* pe toate *traiectoriile virtuale* posibile $\{i, m \ldots l, k, f\}$. Fiecare dintre aceste traiectorii a primit o amplitudine de probabilitate, iar rezultatele au fost însumate la sfârșit. În termeni simpli, vom spune că particula a parcurs simultan toate traiectoriile virtuale, ea primind denumirea de particulă *virtuală*.

Rezultatul este nu numai remarcabil, dar și foarte util în practică. El poate fi aplicat nu numai pentru o particulă, așa cum a fost dedus aici, dar pentru orice sistem cuantic și pentru orice bază ortonormată $|k\rangle$. De aceea, pentru a fixa noțiunile, să recapitulăm metoda detaliată în această secțiune:

Legătura cu metoda lui Feynman

1. Alegem mai întâi o bază ortonormată $|k\rangle$ pentru spațiul Hilbert al undei de probabilitate. Baza poate fi oricare.
2. Definim $\left(i \xrightarrow{t} f\right) = \langle f|e^{-i\widehat{E}t/\hbar}|i\rangle$ ca fiind amplitudinea de probabilitate a tranziției din starea initială i în starea finală f, unde $|i\rangle$ și $|f\rangle$ sunt două elemente ale bazei ortonormate, t timpul dintre ele, iar $\widehat{E}$ este operatorul energiei.
3. Dacă punem sistemul în starea inițială $|i\rangle$, probabilitatea ca să-l găsim în starea $|f\rangle$ după timpul t este $p = \left|\left(i \xrightarrow{t} f\right)\right|^2$
4. Amplitudinea de probabilitate $\left(i \xrightarrow{t} f\right)$ se scrie ca o *sumă* a amplitudinilor de probabilitate ale tuturor căilor $\{i, m, l, \ldots, k, f\}$ prin care sistemul poate ajunge din starea inițială în cea finală (vezi figura 23.5). Un astfel de proces se numește virtual.
5. Pentru fiecare evoluție posibilă (proces virtual) amplitudinea de probabilitate este un *produs* al amplitudinilor de probabilitate ale proceselor elementare $(l \xrightarrow{\tau} k)$ care o compun.
6. Interpretăm rezultatul spunând că sistemul a suferit mai multe procese virtuale, toate în același timp.

În capitolul 13 este detaliat rezultatul de mai sus pentru cazul universului alcătuit din mai multe particule. Stările $|k\rangle$ sunt stări multiparticulă ale universului, iar elementele $(l \xrightarrow{\tau} k)$ tranziții între ele.

Ne putem întreba: ce am câștigat cu formalismul de mai sus, căci, dacă privim cu atenție, pare că ne scărpinăm la urechea stângă cu mâna dreaptă. Astfel, amplitudinea de

probabilitate a tranziției între starea inițială și cea finală $\left(i \xrightarrow{t} f\right) = \langle f|e^{-i\widehat{E}t/\hbar}|i\rangle$ se scrie exact la fel ca amplitudinea de probabilitate a tranzițiilor pe „bucățele" mai mici $\left(l \xrightarrow{\tau} k\right) = \langle f|e^{-i\widehat{E}\tau/\hbar}|i\rangle$, ceea ce diferă este doar timpul între momentele de măsură (t în primul caz și $\tau = t/n$ în cel de-al doilea).

Cu toate acestea, avantajul ascuns privirii este că putem alege timpul $\tau = t/N$ foarte mic, în așa încât să aproximăm operatorul $e^{-i\widehat{E}\tau/\hbar} \approx 1 - i\widehat{E}\tau/\hbar$. Alegerea va permite nu numai un calcul mai ușor pentru amplitudinea de probabilitate a celui de-al doilea proces, dar mai ales *interpretarea* lui în termenii unor procese familiare.

De exemplu, dacă avem o particulă ce se deplasează într-un câmp potențial, atunci procesele intermediare care au loc în timpul infinitezimal τ pot fi *interpretate* ca acelea în care particula se mișcă rectiliniu și uniform. În cazul proceselor multiparticulă ale capitolului 12 procesele infinitezimale în timpul τ sunt nu numai ca acelea prin care particula se mișcă rectiliniu și uniform, dar și acelea prin care particula emite și absoarbe alte particule.

Procedeul de mai sus se va dovedi „cheia" cu care vom recupera *interpretarea* familiară a proceselor dintre particule, cu toate că, în esența lor, procesele din mecanica cuantică rămân nefamiliare lumii noastre clasice. Măsurătorile arată că toate sistemele cuantice (chiar cele mai complexe) pot fi *întotdeauna* descrise folosind procedeul de mai sus.

215. Legătura cu metoda lui Feynman în cazul continuu

Sa exemplificăm procedeul tocmai descoperit în secțiunea precedentă cu un calcul mai complex, cel al mișcării unei particule unidimensionale într-un câmp de energie potențială. Calculul ne va permite să abordăm și o situație mai complexă, cea a unei particule aflată într-un spațiu *continuu*, nu într-o mulțime discretă de puncte ale spațiului ca până acum.

Pentru început, trebuie să rescriem formalismul mecanicii cuantice al secțiunii 213 pentru o particulă care se deplasează într-un spațiu *continuu* unidimensional. La un moment dat, starea cuantică a unei particule este descrisă de o undă de probabilitate $|\psi\rangle = \psi(x)$, care este o funcție cu valori complexe în toate punctele x. Toate funcțiile $|\psi\rangle$ formează *spațiul Hilbert*, iar o singură funcție este un *vector* în acest spațiu.

Printr-o generalizare a relației prezentate în secțiunea 213, produsul scalar dintre două stări cuantice $|\Phi\rangle = \Phi(x)$ și $|\psi\rangle = \psi(x)$ se definește ca:

$$\langle\Phi|\psi\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi^*(x)\psi(x)dx$$

Acum trebuie să definim o bază ortonormată în acest spațiu Hilbert. Avem două baze ortonormate des utilizate, cea în care particula este localizată $|x_0\rangle$ și cea în care ea are un impuls bine definit $|p\rangle$. Formele acestora sunt:

$$|x_0\rangle = \delta(x - x_0); \qquad \text{o funcție de } x$$
$$|p\rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} e^{\frac{ipx}{\hbar}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \exp\left[i\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right)\right]; \text{o funcție de } x$$

Prima relație este functia delta a lui Dirac, care ne spune că particula se poate găsi doar la poziția x_0, pentru că funcția lui Dirac este nulă în celelalte puncte. În relația a doua recunoaștem forma undei plane la un moment dat, pentru că lungimea de undă satisface relația lui de Broglie $\lambda = (2\pi)(\hbar/p) = h/p$. Factorul din față este ales așa încât cele două baze să fie *ortonormate*, după definiția produsului scalar introdusă mai sus:

$$\langle x_1|x_2\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x - x_1)\delta(x - x_2)dx = \delta(x_1 - x_2);$$
$$\langle p|p'\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\pi\hbar} e^{\frac{i(p'-p)x}{\hbar}} dx = \delta(p - p');$$

În relația a doua am folosit la sfârșit o formulă de definiție foarte utilă a functiei delta Dirac $\delta(p - p_0)$, pe care o vom mai folosi pe parcurs. Să calculăm acum și produsul scalar $\langle x_2|p\rangle$, care ne va fi util mai târziu:

$$\langle x_2|p\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x - x_2)\frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} e^{\frac{ipx}{\hbar}} dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} e^{\frac{ipx_2}{\hbar}}$$

Deși vectorii $|x\rangle$ și $|p\rangle$ formează două baze ortonormate în spațiul Hilbert, ele nu sunt normate în sensul așteptat de noi. De exemplu, să presupunem că o particulă este în starea $|x_0\rangle = \psi_0(x) = \delta(x - x_0)$. Probabilitatea de a găsi particula oriunde în spațiu devine

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi_0(x)|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\delta(x - x_0)\right]^2 dx = \delta(0) = \infty \neq 1$$

Tehnind vorbind, nu mai putem spune că funcția $|x_0\rangle = \delta(x - x_0)$ reprezintă unda de probabilitate a unei singure particule, căci nu mai este normată în modul în care ne doream. Lucrul acesta nu trebuie să fie chiar un șoc, odată ce observăm că, în cazul general, nu toți vectorii unui spațiu Hilbert sunt normați în sensul dorit de noi, ci doar o parte dintre ei. Asta înseamnă că nu putem interpreta $|\langle x_2|x_1\rangle|^2$ ca probabilitatea să găsim particula în x_2, odată ce ea a fost „pusă" în x_1, ca în cazul discret. Așa cum se arată în secțiunea 140, $\langle x_2|x_1\rangle$ reprezintă amplitudinea de probabilitate a *tranziției* particulei din punctul x_1 în punctul x_2.

Mai departe, trebuie să reconstruim *operatorii* ce acționează în spațiul Hilbert unidimensional al acestei particule care se mișcă pe o dreaptă. Operatorii vor fi notați cu $\widehat{x}$, $\widehat{p}$, $\widehat{E}$ și $\widehat{V}$. Ei ne vor spune care vor fi poziția, impulsul, energia totală sau energia potențială atunci când vom face „măsurători" asupra particulei. Toți operatorii au rezultate clare când actionează asupra vectorilor *bazei proprii*, deci asupra acelor stări în care se cunoaște cu precizie impulsul sau poziția:

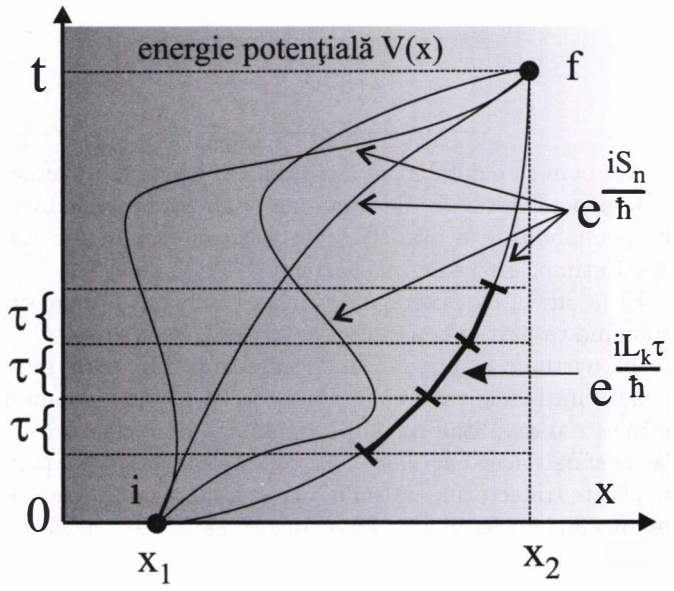

Figura 23.6: *În figură este reprezentată mișcarea unidimensională a unei particule de masă m de-a lungul axei x. Pe axa verticală este timpul. În text detaliem calculul amplitudinii de probabilitate a tranziției unei particule din poziția x_1 în poziția x_2 la momentul t. Ea se calculează ca o sumă a amplitudinilor de probabilitate $\sum_n e^{iS_n/\hbar}$ pentru toate traiectoriile n care pot fi imaginate între evenimentul inițial și cel final. Pe fiecare traiectorie, amplitudinea de probabilitate se calculează ca produsul elementelor componente: $e^{iS/\hbar} = \prod_k e^{iL_k/\hbar}$, unde L se numește lagrangean și este diferența dintre energia cinetică și cea potențială ale particulei pe traiectoria aleasă la momentul respectiv.*

$$\widehat{x}\,|x_0\rangle = x\,|x_0\rangle\,;\quad \widehat{p}\,|p\rangle = p\,|p\rangle\,;\quad \widehat{V}\,|x_0\rangle = V(x_0)\,|x_0\rangle$$

Relațiile de mai sus se „citesc" cu conventiile sectiunii 213. A doua relație ne spune că, dacă măsurăm impulsul stării $|p\rangle$, atunci acesta va fi cu precizie p, pentru că el este o *valoare proprie* a operatorului $\widehat{p}$. La fel este și cazul operatorului de poziție $\widehat{x}$ sau cel de energie potențială $\widehat{V}$.

În reprezentarea matriceală ar trebuie să ne imaginăm că acești operatori sunt matrici de dimensiune infinită, lucru care este mai dificil. De aceea, fizicienii fac o alegere puțin diferită. Ei ne reamintesc că operatorii *transformă* un vector al spațiului Hilbert (care este o funcție de poziție) într-un alt vector (deci într-o altă funcție). De exemplu operatorii de mai sus se scriu ca:

$$\begin{aligned}
\widehat{x}\,|\psi\rangle &= x\cdot\psi(x) && \text{o funcție de } x\\
\widehat{p}\,|\psi\rangle &= -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\psi(x) && \text{o funcție de } x\\
\widehat{V}\,|\psi\rangle &= V(x)\cdot\psi(x) && \text{o funcție de } x
\end{aligned}$$

Putem verifica direct că alegerile de mai sus sunt corecte. Avem de exemplu:

$$\widehat{p}\,|p\rangle = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}e^{\frac{ipx}{\hbar}}\right) = \frac{-i\hbar}{\sqrt{2\pi\hbar}}\left(\frac{ip}{\hbar}\right)e^{\frac{ipx}{\hbar}} = p\,|p\rangle$$

Cu definițiile de mai sus, vom aborda problema amplitudinii de tranziție $\left(x_1 \xrightarrow{\tau} x_2\right)$, unde τ este un timp foarte scurt. Astfel, vom rescrie operatorul energiei sub forma

$$\widehat{E} = \frac{\widehat{p}^2}{2m} + \widehat{V}$$

Mai sus $\widehat{p}$ este operatorul impulsului și $\widehat{V}$ operatorul energiei potențiale. Recunoaștem suma dintre energia cinetică și cea potențială. Avem:

$$\begin{aligned}
e^{-\frac{i\widehat{E}\tau}{\hbar}}\,|x_1\rangle &= e^{-\frac{i\widehat{p}^2\tau}{2m\hbar}}\,e^{-\frac{i\widehat{V}\tau}{\hbar}}\,|x_1\rangle = \\
&= e^{-\frac{iV(x_1)\tau}{\hbar}}\left[e^{-\frac{i\widehat{p}^2\tau}{2m\hbar}}\,|x_1\rangle\right]
\end{aligned}$$

Mai sus am folosit faptul că $\widehat{V}\,|x_1\rangle = V(x_1)\,|x_1\rangle$. Am „scăpat" astfel de un operator, pentru că $V(x_1)$ este doar un număr, reprezentând energia potențială a particulei în punctul x_1. Rămâne să mai „scăpăm" și de operatorul $\widehat{p}$. Pentru aceasta, să descompunem starea în care particula este localizată în x_1 în unde plane:

$$\begin{aligned}
|x_1\rangle = \delta(x-x_1) &= \int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{2\pi\hbar}e^{\frac{i(x-x_1)p}{\hbar}}\,dp = \\
&= \int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}e^{-\frac{ipx_1}{\hbar}}\,|p\rangle\,dp
\end{aligned}$$

Relația cu funcția delta a lui Dirac a fost menționată mai devreme, acum doar am schimbat variabilele între ele. În plus, am folosit și forma lui $|p\rangle$. Obținem:

$$\begin{aligned}
e^{-\frac{i\widehat{p}^2\tau}{2m\hbar}}\,|x_1\rangle &= \int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}e^{-\frac{ipx_1}{\hbar}}\,e^{-\frac{i\widehat{p}^2\tau}{2m\hbar}}\,|p\rangle\,dp = \\
&= \int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}e^{-\frac{ipx_1}{\hbar}}\,e^{-\frac{ip^2\tau}{2m\hbar}}\,|p\rangle\,dp
\end{aligned}$$

Mai sus am folosit faptul că $\widehat{p}\,|p\rangle = p\,|p\rangle$ și „am scăpat" de operator. Utilizând produsul scalar $\langle x_2|p\rangle$ calculat deja, avem elementul căutat:

$$\begin{aligned}
\langle x_2|e^{-\frac{i\widehat{p}^2\tau}{2m\hbar}}|x_1\rangle &= \int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}e^{-\frac{ipx_1}{\hbar}}\,e^{-\frac{ip^2\tau}{2m\hbar}}\,\langle x_2|p\rangle\,dp \\
&= \int_{-\infty}^{\infty}\frac{dp}{2\pi\hbar}e^{\frac{ip(x_2-x_1)}{\hbar}}\,e^{-\frac{ip^2\tau}{2m\hbar}}
\end{aligned}$$

Relația de mai sus este de forma:

$$\int_{-\infty}^{\infty}e^{-ap^2+bp}dp = \sqrt{\frac{\pi}{a}}e^{b^2/4a}$$

Acum vom face identificarea $a = i\tau/(2m\hbar)$ și $b = i(x_2 - x_1)/\hbar = i\Delta x/\hbar$ pentru a obține:

$$\langle x_2|e^{-\frac{i\widehat{p}^2\tau}{2m\hbar}}|x_1\rangle = \frac{1}{2\pi\hbar}\sqrt{\frac{\pi}{i\tau/(2m\hbar)}}e^{\frac{(i\Delta x/\hbar)^2}{4i\tau/(2m\hbar)}} = \\ = \sqrt{\frac{m}{2\pi i\hbar\tau}}e^{\frac{im(\Delta x)^2}{2\hbar\tau}}$$

Adăugând la loc termenul energiei potențiale avem:

$$\langle x_2|e^{-\frac{i\widehat{E}\tau}{\hbar}}|x_1\rangle = \sqrt{\frac{m}{2\pi i\hbar\tau}}e^{\frac{im(\Delta x)^2}{2\hbar\tau}}e^{-\frac{iV(x_1)\tau}{\hbar}}$$

În termenul exponențial regăsim *lagrangeanul* L pe care îl are particula dacă circulă *în linie dreaptă* între cele două puncte x_1 și x_2 considerate apropiate (acest lagrangean este detaliat în capitolul 11):

$$L = \frac{m}{2}\left(\frac{\Delta x}{\tau}\right)^2 - V(x_1) = \frac{mv^2}{2} - V(x_1) = E_c - E_p$$

Aici E_c este energia cinetică a particulei, iar E_p energia potențială, pentru o deplasare considerată rectilinie și uniformă între cele doua puncte apropiate x_1 și x_2. Vedem astfel că, *pe portiuni mici*, amplitudinea de tranziție $\left(x_1 \xrightarrow{\tau} x_2\right)$ se poate aproxima cu:

$$\boxed{\left(x_1 \xrightarrow{\tau} x_2\right) = \langle x_2|e^{-\frac{i\widehat{E}\tau}{\hbar}}|x_1\rangle = \sqrt{\frac{m}{2\pi i\hbar\tau}}e^{\frac{iL\tau}{\hbar}}}$$

Rezultatul remarcabil al secțiunii 213 era că puteam scrie amplitudinea de probabilitate ca o sumă a unor termeni asociați *tuturor* traiectoriilor $\{i, m, \ldots, l, k, f\}$ prin care particula putea ajunge din starea inițială $|x_i\rangle$ în cea finală $|x_f\rangle$ (uităm pe moment că primul caz este discret și al doilea continuu):

$$\left(x_i \xrightarrow{t} x_f\right) = \sum_{\{m\ldots lk\}}\left(x_i \xrightarrow{\tau} x_m\right)\cdot\ldots\cdot\left(x_l \xrightarrow{\tau} x_k\right)\cdot\left(x_k \xrightarrow{\tau} x_f\right)$$

Formula de mai sus conduce la un rezultat remarcabil. Astfel, pe o singură traiectorie $\{i, m, \ldots, l, k, f\}$ de la momentul initial la cel final, asemănătoare celor schițate în figura 13.5, vom avea un produs al amplitudinilor de probabilitate pe porțiuni elementare în suma precedentă

$$e^{\frac{iL_1\tau}{\hbar}}\cdot\ldots\cdot e^{\frac{iL_{n-1}\tau}{\hbar}}\cdot e^{\frac{iL_n\tau}{\hbar}} \sim e^{\frac{i}{\hbar}\sum_{k=1}^{n}L_k\tau} = e^{\frac{iS}{\hbar}} \quad (3)$$

Aici L_1 este lagrangeanul pe portiunea $\left(i \xrightarrow{\tau} m\right)$, apoi L_{n-1} este lagrangeanul pe portiunea $\left(l \xrightarrow{\tau} k\right)$ și așa mai departe. Am definit *acțiunea* S de-a lungul traiectoriei $\{i, m, \ldots, l, k, f\}$ ca

$$S = \frac{i}{\hbar}\sum_{k=1}^{n}L_k\tau = \frac{i}{\hbar}\int_{-\infty}^{\infty}L(t)dt = \frac{i}{\hbar}\int_{-\infty}^{\infty}\Big[E_c(t) - E_p(t)\Big]dt$$

Această acțiune S este detaliată în capitolul 11. Pentru toată suma obținem atunci (vezi figura 23.6):

$$\boxed{\left(x_i \xrightarrow{t} x_f\right) \sim \sum_{\{m\ldots lk\}} e^{\frac{iS}{\hbar}}}$$

Așa cum este detaliat în capitolul 13, Richard Feynman redescoperă formula de mai sus pentru amplitudinea de probabilitate a tranziției între două evenimente din spațiu-timp, *oricât de îndepărtate.*

El ne arată că putem *interpreta* rezultatul de mai sus spunând că particula parcurge *în același timp* toate traiectoriile virtuale $\{i, m, \ldots, l, k, f\}$ care se pot imagina între poziția inițială și cea finală. Fiecare traiectorie virtuală n primește o amplitudine de probabilitate de forma $e^{iS_n/\hbar}$, iar la sfârșit aceste numere complexe trebuie adunate pentru toate traiectoriile virtuale care se imaginează între starea inițială și cea finală. Pe o singură astfel de traiectorie virtuală n amplitudinea de probabilitate $e^{iS_n/\hbar}$ se calculează cu relația (3). Sa remarcăm că acest rezultat este adânc înrădăcinat în mecanica cuantică.

Interpretarea relației de mai sus este diferită în cazul continuu față de cazul discret, ceea ce ne complică problema. Astfel, în cazul discret $|x_k\rangle$ reprezintă o particulă localizată în poziția k, pe când în cazul continuu acest lucru nu mai este valabil, din motive de normare. De aceea, așa cum am arătat în capitolul 13, termenul $\left(x_i \xrightarrow{t} x_f\right)$ trebuie interpretat ca *propagator* în cazul continuu (vezi secțiunea 140):

$$\left(x_i \xrightarrow{t} x_f\right) = K(x_i, 0_i; x_f, t)$$

Pentru completitudinea argumentației matematice, vom prezenta semnificația acestui propagator și modul în care trebuie folosit. Calculul este relevant doar pentru căsuța matematică din secțiunea 140.

Pentru început, să facem legătura între reprezentarea de mai sus și modul obișnuit în care este scrisă unda de probabilitate a unei particule $\psi(x,t)$. Aceasta e o funcție care atașează un număr complex fiecărei poziții din spațiu x la fiecare moment de timp t. Numărul este *amplitudinea de probabilitate* dacă vrem să măsurăm starea cuantică a particulei $|\psi(t)\rangle$ la momentul t și în punctul x:

$$\psi(x,t) = \langle x|\psi(t)\rangle$$

Să presupunem că la un moment initial $t = 0$ starea cuantică a particulei era $|\psi(0)\rangle$. Unda de probabilitate ar fi fost scrisă $\psi(x,0) = \langle x|\psi(0)\rangle$. Starea cuantică la momentul t a evoluat din cea de la momentul $t = 0$ printr-o relație prezentată la începutul secțiunii 214:

$$|\psi(t)\rangle = e^{-\frac{i\widehat{E}t}{\hbar}}|\psi(0)\rangle$$

Aici $\widehat{E}(t)$ este operatorul energiei. Avem:

$$\psi(x,t) = \langle x|\psi(t)\rangle = \langle x|e^{-\frac{i\widehat{E}t}{\hbar}}|\psi(0)\rangle$$

Mai departe folosim o relație de completitudine a bazei formate din stările poziției $|x_i\rangle$. Relația aceasta a fost prezentată în secțiunea 214 în cazul discret și mai jos este

scrisă pentru cazul continuu (demonstrația nu o mai prezentăm):

$$\int |x_i\rangle \langle x_i| \, dx_i = I$$

Aici I este operatorul unitate. Ca și în secțiunea 214, introducem acest operator în relația precedentă pentru a obține

$$\psi(x,t) = \langle x|e^{-\frac{i\widehat{E}t}{\hbar}}|I|\psi(0)\rangle = \int \langle x|e^{-\frac{i\widehat{E}t}{\hbar}}|x_i\rangle \langle x_i|\psi(0)\rangle \, dx_i$$

Facem acum notația:

$$\langle x|e^{-\frac{i\widehat{E}t}{\hbar}}|x_i\rangle = K(x_i, 0\,; x, t) = \left(x_i \xrightarrow{t} x\right)$$

Am notat cu $K(x_i, 0\,; x, t)$ ceea ce în secțiunea 140 este numit *propagator*. Definiția propagatorului din secțiunea 140 trebuie făcută în absența câmpurilor potențiale $V(x) = 0$. Reamintindu-ne ca $\psi(x,0) = \langle x|\psi(0)\rangle$ avem în final:

$$\boxed{\psi(x,t) = \int K(x_i, 0\,; x, t)\psi(x_i, 0)dx_i}$$

Aceasta este relația din secțiunea 140. Calculele de mai sus scot în evidență complexitatea teoriei atunci când ea se aplică spațiului continuu, față de cazul când spațiul ar fi fost discret. Așa cum am amintit, propagatorul trebuie privit în cazul continuu ca amplitudinea de probabilitate a tranziției de la un loc la altul și trebuie folosit în forma de mai sus.

216. Oscilatorul bosonic și cel fermionic în metoda canonică

După cum am văzut în această anexă, metoda canonică oferă o imagine foarte nefamiliară a universului. De unde până acum, în mecanica clasică, lumea reală era plină de culori și de forme bine definite, în mecanica cuantică universul devine un ansamblu de „cutii negre". Percepția directă pe care o experimentăm zilnic (culorile, gustul etc.) trebuie s-o reducem apoi la *măsurători* pe care le efectuăm asupra „cutiilor negre". Măsurătorilor le atașăm operatori și alte elemente matematice abstracte, de exemplu vectori și valori proprii (vezi figura 23.3). Valorile proprii ale unui operator sunt singurele rezultate posibile ale măsurătorii descrise de acel operator.

Imaginea de mai sus pune probleme filozofice fundamentale. Să luam de exemplu un grăunte de nisip. În mecanica clasică el este imaginat ca un corp de formă bine definită, care există într-un loc bine definit. Odată ce îl luăm în palmă, îi vom simți prezența prin senzația de atingere pe care o avem. În mecanica cuantică spunem că, atâta timp cât nu îl observăm, acest grăunte este în același timp în mai multe locuri din spațiu, dar el încă „este".

În metoda canonică grăuntele are atașată o „cutie neagră" asupră căreia noi efectuăm măsurători. Atunci când îl simțim în palmă, tocmai am efectuat o măsurătoare de poziție asupra cutiei negre, cu un operator de poziție asociat. Rezultatul măsurătorii a fost un proces fizic ce a condus, în final, la un mecanism neuronal pe care noi îl denumim „senzație de atingere". Există atunci grăuntele de nisip, sau numai procesul de măsurătoare asupra cutiei sale negre, proces în urma căruia creierul nostru primește doar rezultatul?

În secțiunea 12 am prezentat oscilatorul armonic, iar în secțiunea 103 am introdus soluțiile cuantice ale sale. Acum vrem să prezentăm analiza oscilatorului armonic unidimensional în metoda canonică.

În mecanica clasică, resortul este modelat de o bilă de masă m legată de un resort. Mișcarea clasică a bilei are loc în așa fel încât energia totală (suma energiei cinetice și potențiale) să fie constantă:

$$E = \frac{p^2}{2m} + \frac{kx^2}{2}$$

Aici k este constanta elastică a resortului, x poziția bilei față de situația de echilibru, iar $p = mv$ impulsul său (v este viteza bilei). Frecvența de oscilație proprie a oscilatorului devine $f = 1/(2\pi)\sqrt{k/m}$. Viteza unghiulară este $\omega = 2\pi f = \sqrt{k/m}$.

În mecanica cuantică, bila se află în același timp în toate pozițiile sale x, iar noi avem doar o probabilitate s-o găsim într-un loc sau altul. Această „probabilitate cuantică" este descrisă de câte un număr complex $\psi(x)$, în fiecare dintre aceste puncte x. Dacă în mecanica clasică stările posibile ale particulei erau pozițiile sale x, în mecanica cuantică stările posibile sunt acele funcții $\psi(x)$ care formează un spațiu Hilbert. Măsurătorilor clasice ale poziției x și impulsului p le vom atașa operatorii $\widehat{x}$ și $\widehat{p}$, care au fost introduși în secțiunea 215. Aceștia acționează asupra stărilor cuantice $\psi(x)$ pentru a produce alte stări cuantice:

$$\widehat{x}\,|\psi\rangle = x \cdot \psi(x); \qquad \widehat{p}\,|\psi\rangle = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\psi(x)$$

Operatorii de mai sus îndeplinesc următoarea relație:

$$\begin{aligned}(\widehat{x}\widehat{p} - \widehat{p}\widehat{x})\psi(x) &= \widehat{x}\left[-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\psi(x)\right] - \widehat{p}\Big[x \cdot \psi(x)\Big] = \\ &= x\left[-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\psi(x)\right] - \left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\right)\Big[x \cdot \psi(x)\Big] = \\ &= \cancel{-i\hbar x\frac{\partial}{\partial x}\psi(x)} + \cancel{i\hbar x\frac{\partial}{\partial x}\psi(x)} + i\hbar\psi(x)\end{aligned}$$

Obținem atunci o relație de *comutare* foarte utilă între cei doi operatori:

$$[\widehat{x}, \widehat{p}] = \widehat{x}\widehat{p} - \widehat{p}\widehat{x} = i\hbar$$

Măsurătorii energiei particulei i se atașează un operator $\widehat{E}$, care se preia din forma clasică (unde înlocuim $k = m\omega^2$):

$$\widehat{E} = \frac{\widehat{p}^2}{2m} + \frac{m\omega\widehat{x}^2}{2}$$

Fizicienii au descoperit că pot descrie mai simplu evoluția cuantică a oscilatorului dacă definesc următorii operatori:

$$\widehat{a} = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\left(\widehat{x} + \frac{i}{m\omega}\widehat{p}\right)$$
$$\widehat{a}^\dagger = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\left(\widehat{x} - \frac{i}{m\omega}\widehat{p}\right)$$

Operatorii de mai sus au nenumărate proprietăți interesante, de exemplu:

$$[\widehat{a}, \widehat{a}^\dagger] = \widehat{a}\widehat{a}^\dagger - \widehat{a}^\dagger\widehat{a} = \frac{m\omega}{2\hbar}\frac{i}{m\omega}\left[(-\widehat{x}\widehat{p} + \widehat{p}\widehat{x}) - (\widehat{x}\widehat{p} - \widehat{p}\widehat{x})\right] =$$
$$= \frac{i}{2\hbar}\left[-i\hbar - i\hbar\right] = 1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{[\widehat{a}, \widehat{a}^\dagger] = \widehat{a}\widehat{a}^\dagger - \widehat{a}^\dagger\widehat{a} = 1}$$

Mai sus am folosit relația de comutare dintre operatorii $\widehat{x}$ și $\widehat{p}$ și nu am mai scris termenii $\widehat{x}\widehat{x}$ și $\widehat{p}\widehat{p}$ care se anulează. Operatorii $\widehat{x}$ și $\widehat{p}$ se pot rescrie ca:

$$\widehat{x} = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}\left(\widehat{a} + \widehat{a}^\dagger\right); \qquad \widehat{p} = i\sqrt{\frac{m\hbar\omega}{2}}\left(\widehat{a}^\dagger - \widehat{a}\right)$$

Cu ajutorul formelor de mai sus putem rescrie operatorul $\widehat{E}$ sub forma:

$$\widehat{E} = \frac{1}{2m}\frac{-m\hbar\omega}{2}\left(\widehat{a}^\dagger - \widehat{a}\right)^2 + \frac{m\omega}{2}\frac{\hbar}{2m\omega}\left(\widehat{a} + \widehat{a}^\dagger\right)^2 =$$
$$= \frac{\hbar\omega}{4}\left[-\cancel{(\widehat{a}^\dagger)^2} + \widehat{a}^\dagger\widehat{a} + \widehat{a}\widehat{a}^\dagger - \cancel{(\widehat{a})^2} + \cancel{(\widehat{a})^2} + \widehat{a}^\dagger\widehat{a} + \widehat{a}\widehat{a}^\dagger + \cancel{(\widehat{a}^\dagger)^2}\right] =$$
$$= \frac{\hbar\omega}{4}\left[4\widehat{a}^\dagger\widehat{a} + 2\right] \quad \Rightarrow \quad \boxed{\widehat{E} = \hbar\omega\left(\widehat{a}^\dagger\widehat{a} + \frac{1}{2}\right)}$$

Mai sus am folosit relația de comutare $\widehat{a}\widehat{a}^\dagger = \widehat{a}^\dagger\widehat{a} + 1$. În relația precedentă recunoaștem nivelele energetice ale oscilatorului armonic. Astfel, dacă notăm cu $|n\rangle$ starea energetică n a oscilatorului armonic, acolo unde el are energia $E_n = \hbar\omega(n + 1/2)$, atunci trebuie să avem:

$$\widehat{E}\,|n\rangle = \hbar\omega\left(\widehat{a}^\dagger\widehat{a} + \frac{1}{2}\right)|n\rangle = E_n\,|n\rangle = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right)|n\rangle$$
$$\Rightarrow \quad \boxed{\widehat{N}\,|n\rangle = \widehat{a}^\dagger\widehat{a}\,|n\rangle = n\,|n\rangle}$$

Aici $\widehat{N}$ poartă numele de *operator al numărului de particule*. Astfel, în teoria cuantică a câmpului am insistat că putem considera un pachet de energie $\Delta E = \hbar\omega$ ca fiind o *particulă* înmagazinată de resort. Atunci, dacă oscilatorul se află în starea energetică n, el are înmagazinate n astfel de particule. Operatorul $\widehat{N}$ devine asociat măsurării numărului de particule. Valoarea sa proprie corespunzătoare stării $|n\rangle$ este n. Dacă măsurăm numărul de particule în starea $|n\rangle$ vom obtine n.

Ce reprezintă operatorii $\widehat{a}$ și $\widehat{a}^\dagger$? Pentru a afla răspunsul, să efectuăm următorul calcul:

$$\widehat{N}\left[\,\widehat{a}^\dagger\,|n\rangle\,\right] = \left(\widehat{a}^\dagger\widehat{a}\right)\widehat{a}^\dagger\,|n\rangle = \widehat{a}^\dagger\left(\widehat{a}\widehat{a}^\dagger\right)|n\rangle = \qquad (1)$$
$$= \widehat{a}^\dagger\left(1 + \widehat{a}^\dagger\widehat{a}\right)|n\rangle = \widehat{a}^\dagger\,(1+n)\,|n\rangle = (n+1)\left[\widehat{a}^\dagger\,|n\rangle\,\right]$$

Vedem că vectorul $\widehat{a}^\dagger\,|n\rangle$ este vector propriu al operatorului $\widehat{N}$, corespunzător valorii proprii $(n+1)$. Putem face atunci identificarea $\widehat{a}^\dagger\,|n\rangle = A_{n+1}\,|n+1\rangle$, unde constanta A_{n+1} trebuie determinată prin normare. Norma acestui vector este $|A^2_{n+1}|$, deoarece vectorul $|n+1\rangle$ este deja normat.

Norma vectorului se calculează pornind de la:

$$\left(\widehat{a}^\dagger\,|n\rangle\right)^\dagger.\left(\widehat{a}^\dagger\,|n\rangle\right) = \left(\langle n|\,\widehat{a}\right)\left(\widehat{a}^\dagger\,|n\rangle\right) = \langle n|\,\widehat{a}\widehat{a}^\dagger\,|n\rangle$$

Remarcăm că, atunci când intră în partea din stânga a produsului scalar (în „bra"), operatorul $\widehat{a}^\dagger$ devine $\widehat{a}$. La fel, operatorul $\widehat{a}$ va deveni $\widehat{a}^\dagger$ dacă ar trece în stânga produsului scalar. Regula o vom mai folosi în această secțiune și în următoarea. Avem în continuare:

$$\langle n|\,\widehat{a}\widehat{a}^\dagger\,|n\rangle = \langle n|\,(1 + \widehat{a}^\dagger\widehat{a})\,|n\rangle = \langle n|n\rangle + n\,\langle n|n\rangle = 1 + n$$

Valoarea de mai sus trebuie să fie egală cu $|A^2_{n+1}|$, cât am menționat că este norma vectorului. Avem atunci $|A_{n+1}| = \sqrt{n+1}$. Faza numărului A_{n+1} complex se demonstrează a fi egală cu unitatea, așa încât ajungem la relația:

$$\boxed{\widehat{a}^\dagger\,|n\rangle = \sqrt{n+1}\,|n+1\rangle}$$

Relația de mai sus definește operatorul $\widehat{a}^\dagger$ ca unul de *creare*. Astfel, în urma acțiunii sale, sistemul este adus din starea $|n\rangle$, unde are n particule înmagazinate, în starea $|n+1\rangle$, unde are $n+1$ particule înmagazinate. Operatorul $\widehat{a}^\dagger$ a *creat* astfel o particulă.

În același fel se arată că

$$\boxed{\widehat{a}\,|n\rangle = \sqrt{n}\,|n-1\rangle}$$

Aceasta definește operatorul $\widehat{a}$ ca unul de *anihilare* de particule. El aduce resortul ce are înmagazinate n particule în starea în care are doar $n-1$ particule. Operatorul $\widehat{a}$ a *anihilat* o particulă.

Vedem astfel că am pornit de la un simplu resort și am ajuns la o teorie a particulelor, pachetele sale de energie înmagazinate. Modelul de mai sus stă la baza *teoriei cuantice a câmpurilor*. Aici resortul clasic cu care am pornit este doar un model, fără semnificație fizică. Ne putem imagina, pentru simplitate, că în fiecare punct din spațiu se află un astfel de resort, însă fizicienii își imaginează mai degrabă „cutii negre" ce sunt descrie complet de operatorii

$\widehat{a}$ și $\widehat{a}^\dagger$, cu regulile lor atașate. Tot ce avem la îndemână sunt cei doi operatori $\widehat{a}$ și $\widehat{a}^\dagger$ și relația dintre ei:

$$[\widehat{a}, \widehat{a}^\dagger] = 1$$

Dacă inversăm calculele putem demonstra, prin inducție, că relația de mai sus conduce la spectrul de energie corect, cu doar câteva presupuneri suplimentare.

Astfel, vom nota cu $|0\rangle$ vectorul propriu al operatorului $\widehat{N} = \widehat{a}^\dagger\widehat{a}$ care are valoarea proprie cea mai mică. Dacă asupra lui actionează un operator de anihilare $\widehat{a}$, acesta va *distruge* starea cuantică:

$$\widehat{a}\,|0\rangle = 0$$

Remarcați mai sus diferența dintre starea de energie minimă $|0\rangle$ și rezultatul operației, care este nul. Aici 0 nu este o altă stare cuantică, ci semnifică faptul că în operațiile matematice termenul de mai sus dispare.

Apoi, prin inducție, folosind relația (1), se arată că următoarea stare $|1\rangle$ are valoarea proprie 1, cea de-a treia stare $|2\rangle$ va avea valoarea proprie 2 și așa mai departe. Stările acestea $|n\rangle$ vor reprezenta o bază în spațiul Hilbert al „cutiei negre". Apoi alegem operatorul de energie

$$\widehat{E} = \frac{\hbar\omega}{2}\left(\widehat{a}^\dagger\widehat{a} + \widehat{a}\widehat{a}^\dagger\right) = \hbar\omega\left(\widehat{a}^\dagger\widehat{a} + \frac{1}{2}\right)$$

Vedem că operatorul $\widehat{E}$ are aceeași vectori proprii $|n\rangle$ cu valorile proprii $E_n = \hbar\omega(n+1/2)$. Am recuperat astfel comportarea oscilatorului armonic fără să mai discutăm de resorturi, de bile atașate lor sau de polinoame Hermite cu care să rezolvăm sistemul, ca în secțiunea 103.

Întrebarea nu este atunci ce pierdem printr-o astfel de abordare matematică a mecanicii cuantice ca cea a metodei canonice, ci mai degrabă ce „este" resortul macroscopic cu care suntem obișnuiți? Oare nu este și el doar o astfel de „cutie neagră" care se manifestă într-o limită a numărului n foarte mare?

Abordarea canonică a oscilatorului armonic își găsește justificarea deplină în ceea ce am numit în secțiunea 130 *oscilator fermionic*. Am discutat acolo despre un oscilator cuantic cu frecvența f care are doar două niveluri de energie $-hf/2$ și $hf/2$. Clasic, nu putem modela un astfel de oscilator. Și atunci, care este definiția lui?

În teoria cuantică a câmpurilor, un astfel de oscilator este folosit pentru modelarea particulelor numite *fermioni*. Conform principiului lui Pauli, o stare cuantică nu poate fi ocupată de mai mult de un fermion. „Cutia neagră" a acestor oscilatori este descrisă de niște operatori de creare $\widehat{a}^\dagger$ și anihilare $\widehat{a}$ care îndeplinesc următoarele relații:

$$\begin{aligned}
\{\widehat{a}, \widehat{a}^\dagger\} &= \widehat{a}\widehat{a}^\dagger + \widehat{a}^\dagger\widehat{a} = 1; \\
\{\widehat{a}, \widehat{a}\} &= \widehat{a}\widehat{a} + \widehat{a}\widehat{a} = 0; \;\Rightarrow\; \widehat{a}\widehat{a} = 0 \\
\{\widehat{a}^\dagger, \widehat{a}^\dagger\} &= \widehat{a}^\dagger\widehat{a}^\dagger + \widehat{a}^\dagger\widehat{a}^\dagger = 0; \;\Rightarrow\; \widehat{a}^\dagger\widehat{a}^\dagger = 0
\end{aligned}$$

Notația $\{..\}$ poartă numele de *anticomutator*. Relațiile de mai sus sunt suficiente pentru a determina comportarea particulelor, dacă presupunem aceeași relație inițială pentru operatorul numărului de particule $\widehat{N}$ ca la oscilatorul bosonic, și una puțin diferită pentru energie $\widehat{E}$:

$$\widehat{N} = \widehat{a}^\dagger\widehat{a}; \qquad \widehat{E} = \frac{\hbar\omega}{2}\left(\widehat{a}^\dagger\widehat{a} - \widehat{a}\widehat{a}^\dagger\right)$$

Astfel, avem:

$$\begin{aligned}
\widehat{N}^2 &= \widehat{a}^\dagger\widehat{a}\widehat{a}^\dagger\widehat{a} = \widehat{a}^\dagger(1 - \widehat{a}^\dagger\widehat{a})\widehat{a} = \\
&= \widehat{a}^\dagger\widehat{a} - \widehat{a}^\dagger\widehat{a}^\dagger\widehat{a}\widehat{a} = \widehat{N} - (\widehat{a}^\dagger)^2(\widehat{a})^2 = \widehat{N}
\end{aligned}$$

Dacă $|n\rangle$ este un vector propriu al lui $\widehat{N}$, corespunzător valorii proprii n, putem folosi relația precedentă $\widehat{N}^2 = \widehat{N}$ pentru a obține:

$$(\widehat{N}^2 - \widehat{N})\,|n\rangle = 0; \;\Rightarrow\; n(n-1)\,|n\rangle = 0 \;\Rightarrow\; n = 0 \text{ sau } n = 1$$

Din relația de mai sus deducem că n nu poate lua decât două valori $n = 0$ și $n = 1$. Avem atunci doar doi vectori ai bazei spațiului Hilbert, și anume vectorii $|0\rangle$ și $|1\rangle$. Energiile acestor două stări sunt

$$\begin{aligned}
\widehat{E} &= \frac{\hbar\omega}{2}\left(\widehat{a}^\dagger\widehat{a} - \widehat{a}\widehat{a}^\dagger\right) = \hbar\omega\left(\widehat{a}^\dagger\widehat{a} - \frac{1}{2}\right) = \hbar\omega\left(\widehat{N} - \frac{1}{2}\right) \\
\widehat{E}\,|0\rangle &= \hbar\omega\left(0 - \frac{1}{2}\right)|0\rangle = -\frac{\hbar\omega}{2}\,|0\rangle \\
\widehat{E}\,|1\rangle &= \hbar\omega\left(1 - \frac{1}{2}\right)|0\rangle = \frac{\hbar\omega}{2}\,|1\rangle\,;
\end{aligned}$$

Obținem astfel valorile de energie menționate în secțiunea 130 pentru oscilatorul fermionic. Dacă sistemul se află în starea de energie minimă $|0\rangle$, el nu găzduiește nici o particulă, iar dacă se află în starea $|1\rangle$, el găzduiește o singură particulă de energie $\hbar\omega$. Alte niveluri de energie nu există, deci el nu poate găzdui mai mult de o particulă. Particula este, în acest caz, un *fermion*.

217. Teoria cuantică a câmpurilor în metoda canonică

Așa cum am discutat în capitolul 12, în teoria câmpurilor clasice ne putem imagina că avem câte unul sau mai multe resorturi în fiecare punct din spațiu. După cuantificare, fiecare pachet de energie discretă al resortului va reprezenta o particulă. În metoda canonică (schițată în secțiunea precedentă), resorturile vor fi descrise de câte o „cutie neagră" care ne dă răspunsurile acesteia la o măsurătoare sau alta.

Datorită formei ecuațiilor câmpurillor libere, fizicienii folosesc aproape întotdeauna reprezentarea impulsului, deoarece aici modurile de oscilație (cele care vibrează cu frecvență constantă în cazul clasic) sunt bine definite. Să

vedem, pe scurt, ce se întâmplă în teoria cuantică a câmpurilor, luând ca exemplu cazul câmpului scalar real, descris de ecuația Klein-Gordon (vezi secțiunea 127).

Modurile de oscilație ale câmpului scalar sunt *unde plane*, care au o lungime de undă λ și o perioadă T. Perioada undei T se calculează din lungimea de undă λ folosind ecuația Klein-Gordon (vezi secțiunea 131):

$$\left(\frac{h}{T}\right)^2 = m^2c^4 + \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 c^2$$

Forma de mai sus conține legătura dintre energia pachetelor discrete de energie care rezultă după cuantificare $E = hf = h/T$ și impulsul acestora, care este definit ca $p = h/\lambda$:

$$E^2 = m^2c^4 + p^2c^2$$

Recunoaștem în forma de mai sus relația lui Einstein dintre energie și impuls, dacă identificăm aceste pachete de energie cu niște particule, iar m cu masa de repaus a acestora.

Să „numerotăm" modurile de oscilație ale câmpului scalar prin intermediul impulsului $\mathbf{p}$ asociat pachetelor discrete de energie, odată ce modurile de oscilație vor fi cuantificate. Atunci vom ști că lungimea de undă a modului de oscilație (unda plană) este $\lambda_p = h/p$, unde $p = |\mathbf{p}|$, direcția de deplasare a undei este direcția impulsului, iar frecvența modului este $f_p = E_p/h$, unde $E_p^2 = m^2c^4 + p^2c^2$.

Pe parcursul discuției vom folosi și viteza unghiulară $\omega_p = 2\pi f = E/\hbar$ a modului $\mathbf{p}$. Alegând un sistem normal de unități $\hbar = 1$ și $c = 1$, frecvența unghiulară a modului $\mathbf{p}$ ia forma $\omega_p = E_p$:

$$\boxed{\omega_p = E_p = \sqrt{m^2 + p^2}}$$

Evoluția unui singur mod de oscilație $\mathbf{p}$ (o undă plană) o scriem sub forma:

$$\phi_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}, t) = Re\left[a_{\mathbf{p}} e^{i(\mathbf{pr} - E_p t)}\right]$$

În relația de mai sus $a_{\mathbf{p}}$ este un număr complex care reprezintă amplitudinea modului de oscilație $\mathbf{p}$. El are un modul, dar și o fază, deoarece modurile pot fi defazate unul față de altul. În termenul $e^{i(\mathbf{pr} - E_p t)}$ recunoaștem evoluția undei plane. Datorită alegerii $\hbar = 1$, vedem că lungimea de undă este $\lambda = 2\pi/p = 2\pi\hbar/p = h/p$. La fel, frecvența modului este $f = 2\pi/E_p = 2\pi\hbar/E_p = h/E_p$. Deoarece câmpul scalar ales este descris de numere reale, a trebuit să luăm partea reală Re a undei.

O evoluție oarecare a câmpului scalar liber se scrie ca o superpoziție a modurilor de oscilație $\mathbf{p}$:

$$\phi(\mathbf{r}, t) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3}\left[a_{\mathbf{p}} e^{i(\mathbf{pr} - E_p t)} + a_{\mathbf{p}}^* e^{-i(\mathbf{pr} - E_p t)}\right]$$

Mai sus am desfăcut partea reală ca o sumă a numărului complex și a conjugatului său.

În continuare trebuie să observăm că, în metoda canonică a mecanicii cuantice, tot ceea ce măsurăm, culoare, formă, poziție, sentimente, dureri, este descris de un *operator* care actionează într-un spațiu Hilbert. De exemplu, câmpul clasic scalar Klein-Gordon a fost descris de un număr real $\phi(\mathbf{r}, t)$ în fiecare punct din spațiu $\mathbf{r}$, la orice moment de timp t. Aici puteam măsura fizic câmpul ϕ în poziția $\mathbf{r}$ la momentul t pentru a obține un număr real, care era valoarea câmpului din acel punct.

În mecanica cuantică măsurătoarea trebuie descrisă de un *operator* hermitic. Fiind hermitic, el va avea valori proprii reale care ne dau rezultatele măsurătorii asupra câmpului. În fiecare punct din spațiu $\mathbf{r}$ avem un astfel de operator, pe care îl notăm cu $\widehat{\phi}(\mathbf{r})$. De observat că acesta nu depinde de timp (în termeni tehnici rămânem în reprezentarea Schrödinger). Unda de probabilitate care descrie acum câmpul (și pe care trebuie s-o construim) va depinde însă.

Pentru a găsi acest operator $\widehat{\phi}(\mathbf{r})$, să observăm că evoluția în timp a unui singur mod de oscilație este $a_{\mathbf{p}} e^{-iE_p t}$. Ea este periodică și poate fi comparată cu evoluția în timp a poziției bilei din modelul resortului, care este tot oscilatorie atunci când resortul este liber:

$$x(t) \sim \cos\left(2\pi\frac{t}{T}\right) \sim ae^{-i2\pi\frac{t}{T}} + a^* e^{-i2\pi\frac{t}{T}}$$

Mai sus a este un număr complex.

În metoda canonică, măsurarea poziției a avut atașat un *operator* $\widehat{x}$. În modelul resortului din secțiunea precedentă, pentru masa bilei $m = 1$ și $\hbar = 1$ operatorul se scria ca

$$\widehat{x} \sim \frac{1}{\sqrt{2\omega}}\left(\widehat{a} + \widehat{a}^\dagger\right)$$

Prin comparație cu resortul cuantificat, vedem că în cazul modului de oscilație $\mathbf{p}$ putem face identificările:

$$a_{\mathbf{p}} e^{-iE_p t} \Rightarrow ae^{-i2\pi\frac{t}{T}} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2\omega}}\widehat{a} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2\omega_p}}\widehat{a}_{\mathbf{p}}$$

$$a_{\mathbf{p}}^* e^{iE_p t} \Rightarrow a^* e^{i2\pi\frac{t}{T}} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2\omega}}\widehat{a}^\dagger \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2\omega_p}}\widehat{a}_{\mathbf{p}}^\dagger$$

Înlocuind rezultatul de mai sus, obținem *operatorul* $\widehat{\phi}$, dat de:

$$\boxed{\widehat{\phi}(\mathbf{r}) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3}\frac{1}{\sqrt{2\omega_p}}\left[\widehat{a}_{\mathbf{p}} e^{i\mathbf{pr}} + \widehat{a}_{\mathbf{p}}^\dagger e^{-i\mathbf{pr}}\right]}$$

Observăm că operatorul $\widehat{\phi}(\mathbf{r})$ nu depinde de timp și este un operator hermitic. Valorile sale proprii sunt reale, iar acestea reprezintă rezultatele măsurării câmpului ϕ în punctul $\mathbf{r}$. „Cheia" sunt desigur operatorii $\widehat{a}_{\mathbf{k}}$ și $\widehat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger$, care reprezintă operatorii de anihilare și creare asociați modului de oscilație $\mathbf{p}$.

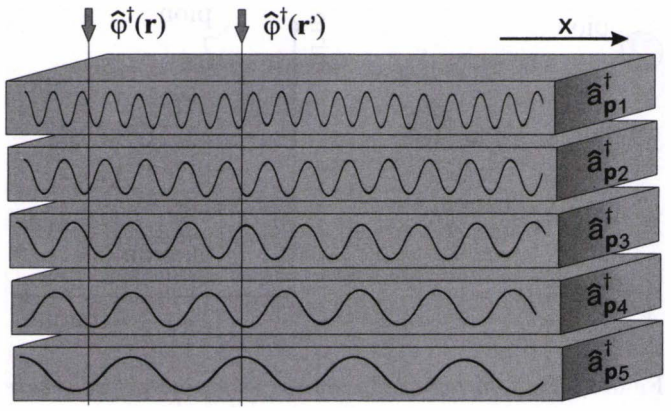

Figura 23.7: *Curbele sinusoidale din figură reprezintă cinci moduri proprii de oscilație ale câmpului scalar, având o lungime de undă bine definită λ_i. Fiecărui mod i se asociază o „cutie neagră", un impuls $\mathbf{p}_k$ având modulul $p_k = h/\lambda_k$ și un operator de creare $\hat{a}^\dagger_{\mathbf{p}_k}$. Acesta poate „crea" pioni actionând asupra stărilor cuantice. Operatorul de creare a particulei $\phi^\dagger(\mathbf{r})$ într-o poziție $\mathbf{r}$ este o sumă a operatorilor $\hat{a}^\dagger_{\mathbf{p}_k}$.*

Fiecare mod de oscilație $\mathbf{p}$ este descris astfel de o „cutie neagră" cu operatorii săi aferenți $\hat{a}_\mathbf{k}$ și $\hat{a}^\dagger_\mathbf{k}$. Ei satisfac relații de comutare echivalente oscilatorului armonic, atâta doar că sunt generalizate pentru cazul spațiului continuu:

$$[\hat{a}_\mathbf{p}, \hat{a}^\dagger_{\mathbf{p}'}] = (2\pi)^3\delta(\mathbf{p}-\mathbf{p}')$$
$$[\hat{a}_\mathbf{p}, \hat{a}_{\mathbf{p}'}] = 0; \quad [\hat{a}^\dagger_\mathbf{p}, \hat{a}^\dagger_{\mathbf{p}'}] = 0;$$

Ne putem întreba acum care este spațiul Hilbert în care acționează operatorii de mai sus. Spațiul acesta, conform secțiunii 131, este descris de ansamblul tuturor excitațiilor posibile ale câmpului. Stările excitate se reconstruiesc pornind de la starea de vid $|0\rangle$, în care toate modurile de oscilație $\mathbf{p}$ se află în starea de energie minimă. Aplicând operatorul de creare $\hat{a}^\dagger_\mathbf{p}$ stării de vid $|0\rangle$, vom obtine o altă stare cuantică, ce descrie o situație a câmpului în care numai modul de oscilație $\mathbf{p}$ este excitat. Aceasta este starea câmpului în care el înmagazinează o singură particulă de impuls $\mathbf{p}$:

$$\boxed{|\mathbf{p}\rangle = \sqrt{2E_p}\,\hat{a}^\dagger_\mathbf{p}\,|0\rangle}$$

Forma de mai sus are un factor suplimentar în față, care asigură normarea stării $|\mathbf{p}\rangle$ în cazul relativist. Stările în care se află două sau trei particule în univers sunt:

$$|\mathbf{p_1};\mathbf{p_2}\rangle = \sqrt{4E_{p_1}E_{p_2}}\,\hat{a}^\dagger_{\mathbf{p}_1}\hat{a}^\dagger_{\mathbf{p}_2}\,|0\rangle$$
$$|\mathbf{p_1};\mathbf{p_2};\mathbf{p_3}\rangle = \sqrt{8E_{p_1}E_{p_2}E_{p_3}}\,\hat{a}^\dagger_{\mathbf{p}_1}\hat{a}^\dagger_{\mathbf{p}_2}\hat{a}^\dagger_{\mathbf{p}_3}\,|0\rangle$$

Relațiile de comutare ale operatorilor de anihilare și creare $\hat{a}_\mathbf{k}$ și $\hat{a}^\dagger_\mathbf{k}$ ne spun că particulele de mai sus vor fi bosoni. De exemplu, din relația de mai sus recunoaștem că $|\mathbf{p_1};\mathbf{p_2}\rangle = |\mathbf{p_2};\mathbf{p_1}\rangle$. La schimbarea celor două particule starea este simetrică, deci particulele sunt *bosoni*. Dacă am fi ales în schimb relațiile de anticomutare prezentate în secțiunea precedentă, am fi obținut *fermioni*, lucru pe care nu-l mai detaliem aici.

Prin intermediul stărilor de mai sus ale câmpului scalar (stări care reprezintă mereu un ansamblu de particule de impuls bine definit) se reconstruiește întreg spațiul Hilbert al stărilor cuantice $|0\rangle$, $|\mathbf{p}\rangle$, $|\mathbf{p_1};\mathbf{p_2}\rangle$ etc. ale câmpului scalar real. Câmpul scalar se poate afla în oricare dintre aceste stări cuantice, și în plus evoluează în timp.

Evoluția câmpului scalar o vom determina în metoda canonică folosind operatorul energiei $\hat{E}$ (vezi secțiunea 213). Până la o constantă, operatorul $\hat{E}$ se dovedește a fi o sumă a energiilor fiecărui mod de oscilație:

$$\hat{E} = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} E_p \hat{a}^\dagger_\mathbf{p}\hat{a}_\mathbf{p}$$

În relația de mai sus recunoaștem operatorul care ne dă numărul de particule „înmagazinate" de modul de oscilație $\mathbf{p}$, și anume $\hat{N}_\mathbf{p} = \hat{a}^\dagger_\mathbf{p}\hat{a}_\mathbf{p}$. Acest număr este înmulțit cu energia unei singure particule (un singur pachet discret de energie al câmpului) $E_p = \omega_p$. Apoi, toate energiile modurilor sunt însumate. Din relație am îndepărtat deja energia vidului, căci, după cum se vede, în starea de vid energia va fi nulă $\hat{E}\,|0\rangle = 0$.

Evoluția unei stări oarecare a câmpului este dată de operatorul energiei $\hat{E}$, așa cum am arătat în secțiunea 213. Dacă, de exemplu, câmpul este inițial în starea $|\mathbf{p}\rangle$, el va avea evoluția

$$|\mathbf{p};t\rangle = e^{-i\hat{E}t}\,|\mathbf{p}\rangle \sim e^{-iE_pt}\,|\mathbf{p}\rangle$$

Aceasta pentru că starea $\mathbf{p}$ a unei particule este vector propriu al energiei $\hat{E}$, corespunzător energiei E_p. După cum vedem, doar faza stării evoluează în timp.

În secțiunea 145 am prezentat două „rețete" de construcție a *propagatorilor* și *vertexurilor* ce fac parte din diagramele Feynman. Vrem acum să justificăm parțial aceste „rețete" folosind reprezentările de mai sus. Să începem cu interpretarea acțiunii operatorului $\hat{\phi}(\mathbf{r})$ asaupra stării de vid $|0\rangle$. Presupunerea pe care o vom face este că această stare reprezintă o particulă localizată în punctul $\mathbf{r}$:

$$|\mathbf{r}\rangle = \hat{\phi}(\mathbf{r})\,|0\rangle$$

Putem dovedi presupunerea, efectuând calculul direct:

$$|\mathbf{r}\rangle = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3}\frac{1}{\sqrt{2\omega_p}}\left[\hat{a}_\mathbf{p}e^{i\mathbf{pr}} + \hat{a}^\dagger_\mathbf{p}e^{-i\mathbf{pr}}\right]|0\rangle =$$
$$= \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3}\frac{1}{2E_p}e^{-i\mathbf{pr}}\,|\mathbf{p}\rangle$$

Mai sus am folosit faptul că $\hat{a}_\mathbf{p}\,|0\rangle = 0$ precum și forma relativistă a stării $|\mathbf{p}\rangle$. Forma de mai sus este o superpoziție Fourier precum cea prezentată în secțiunea 215 pentru operatorul de poziție $\hat{x}$. Ea justifică presupunerea noastră.

Spunem atunci că operatorul $\widehat{\phi}(\mathbf{r})$ creează o particulă din vid în punctul $\mathbf{r}$. Deoarece $\widehat{\phi}^\dagger(\mathbf{r}) = \widehat{\phi}(\mathbf{r})$, același operator poate și anihila o particulă, dacă ea se află în acel punct. Aceasta pentru că pionul este propria sa antiparticulă și rămâne la latitudinea noastră să interpretăm procesul, de la caz la caz.

Să calculăm acum, ca în secțiunea 215 *amplitudinea de probabilitate* a tranziției particulei din punctul $\mathbf{r} = \mathbf{0}$ (originea axei) la momentul inițial $t = 0$ către punctul $\mathbf{r}$ la momentul t. Amplitudinea de probabilitate va fi *propagatorul* particulei. Să „preparăm" particula în starea $|\mathbf{r} = \mathbf{0}\rangle$ la momentul $t = 0$:

$$|\mathbf{r} = \mathbf{0}\rangle = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_p} |\mathbf{p}\rangle$$

După momentul t, starea va deveni:

$$|\psi(t)\rangle = e^{-i\widehat{E}t} |\mathbf{r} = 0\rangle = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_p} e^{-iE_p t} |\mathbf{p}\rangle$$

Amplitudinea de probabilitate a tranziției în punctul $\mathbf{r}$ este dată de produsul scalar între starea $|\psi(t)\rangle$ în care se află acum câmpul și starea $|\mathbf{r}\rangle$ unde vrem să-l găsim:

$$\langle \mathbf{r}|\psi(t)\rangle = \iint \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{d^3p'}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_p} \frac{1}{2E_{p'}} e^{i\mathbf{pr} - iE_p t} \langle \mathbf{p}'|\mathbf{p}\rangle$$

Deoarece produsul scalar în alegerea noastră devine $\langle \mathbf{p}'|\mathbf{p}\rangle = (2\pi)^3(2E_p)\delta(\mathbf{p}' - \mathbf{p})$, obținem

$$\boxed{K(\mathbf{0}, 0; \mathbf{r}, t) = \langle \mathbf{r}|\psi\rangle = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_p} e^{i\mathbf{pr} - iE_p t}}$$

Forma de mai sus a progatorului este un rezultat intermediar, identic până la constanta $2E_p$ cu propagatorul nerelativist prezentat în secțiunea 140. Într-o analiză ulterioară, se ajunge la rezultatul prezentat în secțiunea 145 pentru propagatorul particulelor descrise de câmpul scalar. Analiza este aproape identică cu cea făcută în prima parte a secțiunii 145 pentru propagatorul nerelativist.

În partea a doua a acestei secțiuni să justificăm parțial „rețeta" pentru construcția vertexurilor diagramelor Feynman din lagrangean, prezentată în secțiunea 145. Să construim un model simplu în care pionii câmpului scalar real interacționează între ei. Pentru aceasa, să adăugăm un termen de interacțiune lagrangeanului câmpului scalar real:

$$\mathcal{L} = \left(\frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - \frac{1}{2}m^2\phi^2\right) - g\phi^3$$

Dacă termenul suplimentar din dreapta nu ar fi fost prezent, atunci modurile de oscilație $\mathbf{k}$ ale câmpului clasic ar fi evoluat *independent* unele de altele. Așa însă, datorită interacțiunii neliniare, se poate ca sistemul clasic să înceapă dintr-un mod de oscilatie bine definit $\mathbf{p}$ și să sfârșească după un timp într-o superpoziție de mai multe

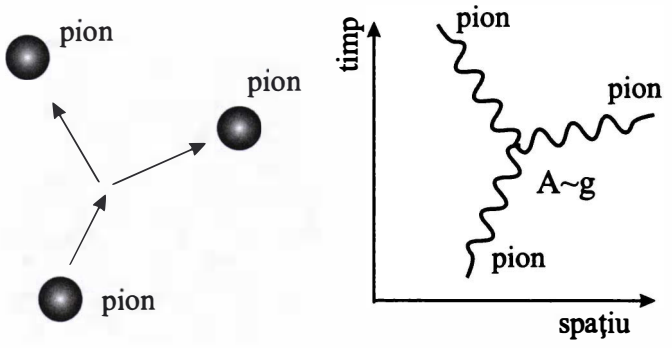

Figura 23.8: *În figura din stânga este procesul prin care un pion se dezintegrează în alți doi pioni, în cadrul teoriei ϕ^3. În dreapta este reprezentată diagrama Feynman a acestui proces. Evoluția pionilor este schițată cu linie ondulată, deoarece pionul este un boson. Amplitudinea de probabilitate a vertexului este proporțională cu constanta de cuplaj g.*

moduri de oscilație diferite. În teoria cuantică a câmpurilor, noile moduri vor avea înmagazinate particule, care astfel au fost *create* de particula inițială de impuls $\mathbf{p}$.

Să detaliem procesul de mai sus pornind de la forma lagrangeanului de interacțiune:

$$\mathcal{L}_i = -g\boxed{\phi}\boxed{\phi}\boxed{\phi}$$

Am scris câmpurile în mici căsuțe pentru a recunoaște vertexul interacțiunii care va apărea în diagramele Feynman, conform cu „rețeta" din secțiunea 145. Notația ne spune că particulele din căsuțe vor fi trei pioni. Vertexul va conține o interacțiune a trei pioni, iar amplitudinea de probabilitate va fi proporțională cu termenul rămas după ce eliminăm câmpurile, constanta g (vezi figura 23.8). Să vedem dacă este așa.

Pentru aceasta, să considerăm că la momentul inițial avem un pion în punctul $\mathbf{r}_0$:

$$|\mathbf{r}_0\rangle = \widehat{\phi}(\mathbf{r}_0)\,|0\rangle$$

Ne întrebăm: dacă așteptăm un timp scurt $t = \tau$, în ce situație vom găsi câmpul scalar cuantic? Pentru început, trebuie să reconstruim noul operator $\widehat{E}'$ al energiei.

Sarcina nu e atât de dificilă dacă observăm că termenul suplimentar din densitatea de lagrangean $-g\phi^3$ joacă rolul densității de energie potențială, cu un semn minus (deoarece lagrangeanul este diferența dintre energia cinetică și cea potențială).

Densitatea suplimentară de energie potențială este atunci $g\phi^3$, iar energia suplimentară totală ΔE va fi suma acestei valori în tot spațiul. Ea devine însă un operator $\Delta\widehat{E}$, pentru că și $\widehat{\phi}$ a devenit un operator:

$$\widehat{E}' = \widehat{E} + \Delta\widehat{E}; \qquad \Delta\widehat{E} = g\int \left[\widehat{\phi}(\mathbf{r})\,\widehat{\phi}(\mathbf{r})\,\widehat{\phi}(\mathbf{r})\right] dV$$

Aici dV este elementul de volum ,iar $\widehat{E}$ este operatorul energiei în absența interacțiunii prezentat mai devreme în

secțiune. Operatorul $\Delta\widehat{E}$ reprezintă *energia potențială* a interacțiunii, care apare cu semn minus în *densitatea* de langrangian $\mathcal{L}$.

La un moment $t = \tau$, starea cuantică a câmpului scalar devine:

$$|\psi(t)\rangle = e^{-i\widehat{E}'\tau}\,|\mathbf{r}_0\rangle$$

Dacă intervalul de timp $t = \tau$ este foarte scurt, putem aproxima:

$$|\psi(t)\rangle \approx \left(1 - i\widehat{E}'\tau\right)|\mathbf{r}_0\rangle$$

Deoarece termenul al doilea este mic (timpul scurs τ este mic), starea cuantică va rămâne aproximativ aceeași. Totuși termenul al doilea face posibil să găsim sistemul și în altă stare cuantică. În care însă? Pentru a răspune la întrebare, să dezvoltăm acest termen:

$$-i\tau\widehat{E}'\,|\mathbf{r}_0\rangle = -i\tau\widehat{E}_0\,|\mathbf{r}_0\rangle - i\tau\Delta\widehat{E}\,|\mathbf{r}_0\rangle$$

Prima parte conține operatorul $\widehat{E}_0$ corespunzător câmpurilor libere. Ea ne spune că pionul inițial din punctul $\mathbf{r}_0$ se poate deplasa într-o parte sau alta. Cum acest lucru a fost deja discutat în cadrul propagatorului, să ne concentrăm pe termenul rămas:

$$-i\tau(\Delta\widehat{E})\,|\mathbf{r}_0\rangle = -i\tau g\sum_{\mathbf{r}}\left[\widehat{\phi}(\mathbf{r})\;\widehat{\phi}(\mathbf{r})\;\widehat{\phi}(\mathbf{r})\right]|\mathbf{r}_0\rangle$$

În relația de mai sus am făcut o simplificare grosieră și am înlocuit integrala cu o sumă (ca și cum spațiul ar fi discret), pentru simplitatea argumentului.

Acum să ne reamintim că, deoarece $\widehat{\phi}(\mathbf{r}) = \widehat{\phi}^{\dagger}(\mathbf{r})$, operatorul $\widehat{\phi}(\mathbf{r})$ poate fi interpretat fie ca un operator care creează pioni, fie ca unul care anihilează pioni. Prima variantă se poate interpreta atunci ca o creare de pioni într-un alt punct $\mathbf{r} \neq \mathbf{r}_0$, deci din vid. Procese ca acestea contribuie la energia vidului și sunt importante în renormare. Noi le ignorăm deocamdată și ne concetrăm pe interpretarea operatorului $\widehat{\phi}(\mathbf{r})$ ca unul de *anihilare* de particule.

În suma precedentă, dacă operatorul va acționa într-un alt punct $\mathbf{r}' \neq \mathbf{r}_0$, rezultatul va fi nul: $\widehat{\phi}(\mathbf{r}')\,|\mathbf{r}_0\rangle = 0$, în interpretarea acestuia ca operator de anihilare. Dintre toți termenii, doar cel din punctul $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0$ va rămâne nenul, deoarece operatorul $\widehat{\phi}(\mathbf{r}_0)$ anihilează particula ce se află acolo, obținând starea de vid $\widehat{\phi}(\mathbf{r_0})\,|\mathbf{r}_0\rangle = |0\rangle$.

Termenul de mai sus va deveni:

$$-i\tau g\left[\widehat{\phi}(\mathbf{r}_0)\;\widehat{\phi}(\mathbf{r}_0)\right]\widehat{\phi}(\mathbf{r}_0)\,|\mathbf{r}_0\rangle = -i\tau g\widehat{\phi}(\mathbf{r}_0)\widehat{\phi}(\mathbf{r}_0)\,|0\rangle$$

În continuare, operatorul $\widehat{\phi}(\mathbf{r}_0)$ creează un pion în punctul $\mathbf{r}_0$:

$$-i\tau g\widehat{\phi}(\mathbf{r}_0)\,|\mathbf{r}_0\rangle$$

În final și ultimul operator $\widehat{\phi}(\mathbf{r}_0)$ va crea un pion în același punct, așa încât starea finală va deveni:

$$-i\tau g\,|\mathbf{r}_0;\mathbf{r}_0\rangle$$

După cum vedem, am obținut o stare în care se află doi pioni în *aceeași* poziție inițială $\mathbf{r}_0$. Recapitulând, putem avea următoarea tranziție:

$$\boxed{|\mathbf{r}_0\rangle \quad\rightarrow\quad -i\tau g\,|\mathbf{r}_0;\mathbf{r}_0\rangle}$$

Acest proces este exemplificat în figura 23.8. Termenul de mai sus are două constante în fața sa: τ și g. Ele ne spun că amplitudinea de probabilitate a acestui proces crește cu timpul (factorul τ) și cu constanta de cuplaj a interacțiunii g. Vertexul interacțiunii (amplitudinea sa de probabilitate) conține trei pioni și este proporțional cu g (vezi figura 23.8). Am verificat astfel parțial „rețeta" din secțiunea 145.

De remarcat că, cu cât constanta de cuplaj g este mai mare, cu atât câmpul cuantic ajunge din starea inițială $|\mathbf{r}_0\rangle$ în starea finală $|\mathbf{r}_0;\mathbf{r}_0\rangle$ mai repede. Rezultatul se interpretează spunând că, în această teorie, timpul de viață al pionului inițial este corelat cu constanta de cuplaj g a interacțiunii. Cu cât constanta de cuplaj g este *mai mare*, cu atât pionul inițial va rezista liber mai puțin în starea sa inițială și se va dezintegra *mai repede* în alți doi pioni.

În final, să menționăm că procesele de mai sus au fost schițate în reprezentarea Schrödinger. Aici, operatorii sunt constanți în timp, iar starea cuantică a câmpurilor se schimbă în timp. În teoria particulelor însă, fizicienii folosesc ceea ce ei numesc reprezentarea Heisenberg, în care toți termenii primesc faze suplimentare, în așa fel încât starea cuantică inițială să nu se schimbe în timp. Pe de altă parte, operatorii variază în timp.

Indice

acțiune, 306, 313, 441, 453
accelerație critică, 209
acceleratoare de particule, 425
achiziție de masă, 490
amplitudine de probabilitate, 378, 383, 386, 389, 564
anihilarea electronului cu pozitronul, 357, 384
anticulori, 468
antiparticule, 350, 394
antiquarc, 457
asimetrie materie-antimaterie, 531
astronomie gravitațională, 184

barieră de potențial, 237
barion, 433, 434, 436, 458
Big Bang, 195, 199, 517, 521, 525, 527
birefringență, 289
bit cuantic (qubit), 279
boson, 254, 333, 438
bosonul Higgs, 489, 514, 538, 544, 551
bosonul W, 438, 477, 481, 489, 501
bosonul Z, 438, 506
brană de univers, 589

câmp electric, 49
câmp electromagnetic, 69
câmp gluonic, 462
câmp scalar complex, 497
câmpul Higgs, 489, 502, 538
calculator cuantic, 279
camera cu ceață, 424
caracterul local al mecanicii cuantice, 287
catastrofă ultravioletă, 216
cauzalitate, 133
chiralitate, 479, 481, 578
clonare cuantică, 296
coardă bosonică, 573
coardă relativistă, 553, 558
colapsul undei de probabilitate, 240, 259, 261, 284, 296
compactarea spațiului, 572, 580, 585
conexiunea spin-statistică, 256
constantă de cuplaj, 469, 485, 488, 502, 541
constanta cosmologică, 210, 421
constanta de structura fină, 388
constanta lui Hubble, 199
constanta lui Planck, 214
contracția lungimilor, 111, 162
conversie parametrică de coborâre, 289, 297, 301
coordonată generalizată, 309
corelare cuantică, 298, 302
creier cuantic, 264
criptografie cuantică, 301
cromodinamica cuantică, 423, 458
cuantificarea a doua, 351
culoare quarci, 457, 459, 472
curbarea razelor de lumină, 171
curbe Regge, 555
curbura spațiului-timp, 172
curent de deplasare, 68

D-brane, 589
decoerență, 261, 266
decoerența undei de probabilitate, 282
delocalizare, 240, 296
densitate de lagrangean, 320
deplasarea spre roșu, 175
dezintegrare alfa, 238
dezintegrare beta, 475, 476, 511
diagrame Feynman, 377, 389, 396, 398, 466
difracția electronilor, 285, 364, 366, 448
difracția luminii, 76, 224
dilatarea timpului, 107, 162, 178
dimensiuni suplimentare ale spațiului, 552, 572, 577, 579
dipol electric, 49
dipol electric oscilant, 71
disc de acreție, 190
discernabilitate, 255
dualitate T, 582
dualitate undă-corpuscul, 229, 273

ecranarea sarcinii electrice, 409, 411
ecuația lui Einstein, 157–159
ecuația lui Schrödinger, 233
ecuațiile Euler-Lagrange, 314
ecuațiile lui Maxwell, 69
efect Doppler, 175, 191, 198
efect Doppler gravitațional, 176
efect fotoelectric, 216
efect Hawking, 192
efect Schwinger, 419
electrodinamica cuantică, 360, 376, 423

electrolit, 50
electroliză, 60
electron, 232
ELI, 420
elicitate, 479
emisie stimulată, 276
energia câmpului electromagnetic, 87
energia de zero a vidului, 211, 419, 538
energia Planck, 518, 543, 552
energie întunecată, 421
energie de zero, 417, 421
energie Planck, 421
energie potențială, 186
entropie, 592
epiciclu, 24
era radiației, 517
eter, 101
eveniment spațio-temporal, 120
exoplanete, 42
expansiunea accelerată a universului, 210
expansiunea universului, 194, 197, 198, 421, 515
experimentul Aharonov-Bohm, 447
experimentul Einstein-de Haas, 253
experimentul Stern-Gerlach, 250

fermion, 254, 337, 438
feromagnet, 493
fluctuații cuantice, 525, 527
fluctuații de energie, 442
forța Casimir a vidului, 416, 419
forța de culoare, 466
forța gravitațională, 34, 591
forța nucleară slabă, 435
forța nucleară tare, 430, 435
foton, 217, 220, 225, 226, 277, 297, 374, 381, 382
fotoni corelați, 302
franje de interferență, 76
frecvența Planck, 421, 568
funcție de undă, 229
funcție de undă multiparticulă, 255, 289, 331

gaură de vierme, 193
gaură neagră, 185, 592
gaură neagră microscopică, 547, 592
gaură neagră stelară, 190
gaură neagră supermasivă, 190
generare de perechi, 357, 384
geodezică, 153, 155, 600
geometrie neeuclidiană, 141, 195
gluon, 438, 463, 466
GPS, 181
grad de libertate intern, 452
graviton, 556
greutatea luminii, 92

hadroni, 433
hipersferă, 143, 195

indice de refracție, 307
indice de refractie negativ, 82
inelul lui Einstein, 173
inflația universului, 520, 527
inflaton, 522

interacțiuni neutre, 507
interferența electronilor, 227
interferența luminii, 76
interferența undelor, 224
interferometru Mach-Zehnder, 273
interferometru optic, 102, 184
interval relativist, 123, 125, 127, 560
invarianța la trensformările de etalonare locale, 459
invizibilitate, 83
isospin, 482, 501

Jupiteri fierbinți, 45

kaon, 433, 530

lagrangean, 309, 313, 369
Large Hadron Collider (LHC), 544, 550, 551
laser, 275
legea inducției magnetice, 68
lentile gravitaționale, 172, 206
lepton, 433, 438
linie de univers, 121, 600
lungime de undă Compton, 411, 431, 442, 478, 548
lungime Planck, 421, 518, 548, 556, 567, 595

mănunchi de fibre, 455, 462, 483
mărimi Planck, 518, 556
masă de repaus, 135, 569
masa și sarcina originare ale electronului, 407
masa electromagnetică, 404
masa Planck, 548, 557
materia întunecată, 203
matrice unitară, 461
matricea CKM, 511, 531
mecanica analitică, 309
mecanica newtoniană modificată, 208
metamateriale, 80
metoda dimensională de renormare, 405
metoda lui Feynman, 369, 376, 390, 440, 563
metrica Schwarzschild, 160, 187
metrica spațiului, 147
metrica spațiului-timp, 123, 156
metrica unei suprafețe curbe, 145
mezon, 430, 433, 436, 439, 458, 472, 477
mișcarea retrogradă a planetelor, 23, 25
microscopie de forță atomică, 62
miuon, 110, 425, 433
modelul Kaluza-Klein, 579
modelul planetar al atomului, 62, 221
modelul standard al particulelor elementare, 513, 540
moment cinetic, 249
moment magnetic, 249
moment magnetic de spin, 413
momentul magnetic anomal al electronului, 414
monopol magnetic, 51
multiversuri, 200

nemurire cuantică, 271
neutrin, 433, 438, 475, 476, 479, 481, 533
neutrin solar, 533
niveluri discrete de energie, 214
nivelurile de energie ale atomului de hidrogen, 221
non-localitatea mecanicii cuantice, 288

nor de particule virtuale, 411
numărul lui Avogadro, 60

optică cuantică, 278
orizontul găurii negre, 187
oscilație bosonică, 574
oscilație fermionică, 574
oscilator armonic, 214, 316
oscilator armonic cuantificat, 333
oscilator bosonic sau fermionic, 539
oscilator fermionic, 337

paradoxul EPR, 288
paradoxul gemenilor, 119, 179
paradoxul lui Olbers, 203
paradoxul măsurătorii fără interacțiune, 271
partener supersimetric, 537
particule virtuale, 365, 391, 398, 428, 442
pendul, 309, 313
pensetă optică, 91
pereche Cooper, 491, 493
perechi virtuale, 412
perechi virtuale electron-pozitron, 408, 415, 420
periheliul planetei Mercur, 167
permeabilitatea magnetică, 70, 98
permitivitatea electrică, 49, 98
pion, 432, 433, 479
pisica lui Schrödinger, 245
planete extrasolare, 42
polarizare electrică, 47
polarizarea luminii, 76, 276
polarizarea sarcinilor electrice, 408
postulatele lui Einstein, 113
postulatul lui Pauli, 256
potențial electric, 322, 444, 447
potențial magnetic vector, 447
potențiale electrodinamice, 323, 446, 447
potențialul electric Coulomb, 327, 410
pozitron, 348, 384, 394, 396
presiunea luminii, 90
principiul acțiunii minime, 305, 369, 561
principiul antropic, 586
principiul de incertitudine, 246, 395
principiul de incertitudine energie-timp, 440
principiul echivalenței, 138, 170, 171
principiul echivalenței dintre energie și masă, 134
principiul lui Fermat, 307
probabilitate de tranziție, 370
proces virtual, 386, 388, 442
procesare paralelă, 281
proiecția GSO, 578
propagator, 378, 395, 400, 402
proton, 428, 430, 437, 481
pulsar, 183

quarc, 436, 438, 456, 472, 510

răcirea universului, 202
radiația corpului negru, 212
radiația cosmică de fond de microunde, 201, 517, 521, 527
radiația Hawking, 550, 593
radiație de sincrotron, 426
radiație Hawking, 592
radioactivitate, 475
raza critică a unui corp ceresc, 164, 186
raza Schwarzschild, 548, 592
raze cosmice, 424
rețele neuronale, 264
registru cuantic, 282
renormare, 405, 478, 489, 542
renormarea electrodinamicii cuantice, 410
reprezentarea energie-impuls, 397, 403
rezonanțe, 555
ruperea simetriei de chiralitate, 480
ruperea spontană de simetrie, 493

sarcină barionică, 434
sarcină de straneitate, 434
secțiune eficace, 476, 546
sectorul Neveu-Schwarz, 575
sectorul Ramond, 575
selectron, 540
separator de fascicule, 272
separator de fascicule polarizate, 277, 290
simetria sarcină-paritate, 480, 511, 530
simetria SU(2), 485, 501, 510
simetria SU(3), 460, 462
simetria U(1), 462
simultaneitatea evenimentelor, 126
sistem binar de stele, 100
sistem de referință inerțial, 93
spații Calabi-Yau, 585
spațiu-timp, 120
spațiul-timp Minkowski, 124
spectrul luminii, 79, 175, 219
spinor, 460
spinul electronului, 249, 348
spinul fotonului, 254
stea neutronică, 183, 550
stea pitică albă, 190
Super-Kamiokande, 536
supercoarda relativistă, 574
supergravitație, 584
superlentilă, 82
supernovă, 100, 190, 210
superpoziție cuantică, 242, 269, 275, 289, 331, 332, 534
supersimetrie, 537, 542, 552, 577, 588
supraconductibilitate, 491
supraconductivitate, 472
supraconductor cu temperatură critică, 66
suprafață de univers, 562, 565

tăria interacțiunilor, 469, 541
tahion, 570, 571, 577
tauon, 433
teleportarea cuantică, 295
temperatura Planck, 518
tensiune electrică, 322, 444
tensor de metrică, 147
tensor energie-impuls, 156, 523
teoria corzilor relativiste, 554
teoria electroslabă, 423, 502
teoria M, 584
teorie clasică de câmp, 320

teorie cuantică de câmp, 333
timp de decoerență, 263
timp propriu, 114, 125, 160, 561
traiectorie virtuală, 312, 365, 367, 378
transformări locale de etalonare, 444, 455
transformări Lorentz, 127
transformare de etalonare, 323
tub catodic, 56, 218
tunelare cuantică, 237

undă de probabilitate, 224
undă de probabilitate a electronului, 227, 448
undă pilot, 227
undă pilot a unei particule, 368
unde electromagnetice, 71
unde gravitaționale, 182, 184
unificarea forțelor, 500
unificarea forțelor fundamentale, 542
univers hiperbolic, 196
univers hipersferic, 196
univers observabil, 201, 515
universuri multiple, 268, 528

vârsta universului, 200
variația vitezei luminii, 180
variabile ascunse în mecanica cuantică, 284, 289
vectorul Poynting, 85
vertex, 383, 384, 396, 466
vid comprimat, 420
vid cuantic, 414
viteză de evadare, 186, 195
viteza luminii, 98
viteza maximă a informației, 287
viteze generalizate, 309